

## СЕКЦИЯ 7. АКУСТОЭЛЕКТРОНИКА И АКУСТООПТИКА

<b>Влияние акустической анизотропии на передаточные функции акустооптического взаимодействия</b> <i>А.С. Волошин, В.И. Балакиши</i> .....	3
<b>Закономерности распространения плоских волн в оптических и акустических анизотропных средах</b> <i>В.Б.Волошинов, Н.В.Поликарпова</i> .....	8
<b>Антисимметричные акустические моды резонатора в форме октаэдра</b> <i>Т.А. Гализина, В.Г. Можяев</i> .....	13
<b>Описание акустооптического взаимодействия с помощью двумерного уравнения связанных мод</b> <i>Е.А.Дьяконов, В.Б.Волошинов</i> .....	16
<b>Двукратное акустооптическое брэгговское рассеяние в акустически анизотропной среде</b> <i>А.В. Захаров, В.Б. Волошинов</i> .....	21
<b>Эффект параметрической рефракции при акустооптическом взаимодействии</b> <i>Г.А. Князев, А.В. Мещеряков, А.П. Сухоруков</i> .....	25
<b>Обобщение метода параболического уравнения для расчета акустических пучков в кристаллах</b> <i>А.В. Козлов, В.Г. Можяев</i> .....	30
<b>Клиновые акустические волны в сплаве алюминия</b> <i>А.И.Коробов, М.Ю. Изосимова, С.А. Тоцов, Е.А. Тоцов</i> .....	34
<b>Акустические свойства кристалла двойного молибдата свинца</b> <i>М.Г. Мильков</i> .....	38
<b>Экспериментальное исследование поверхностного возбуждения объемных акустических волн в кристалле ниобата лития</b> <i>А.В. Муромец, А.С. Трушин</i> .....	43
<b>Возбуждение объемных акустических волн с поверхности кристалла парателлурита</b> <i>П.А. Никитин, А.С. Трушин</i> .....	46
<b>Эффективные фотоупругие константы двумерных фотонных кристаллов</b>	

<i>З.А. Пятакова, Г.В. Белокопытов</i> .....	50
<b>Волноводные изгибные моды в пластинах переменной толщины</b>	
<i>В.И. Старикова, В.Г. Можяев</i> .....	54
<b>Акустооптические фильтры на парателлурите при распространении света вдали от оптической оси кристалла</b>	
<i>Т.В. Юхневич, А.В. Маслаков, В.Б. Волошинов</i> .....	59

## ВЛИЯНИЕ АКУСТИЧЕСКОЙ АНИЗОТРОПИИ НА ПЕРЕДАТОЧНЫЕ ФУНКЦИИ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

А.С. Волошин, В.И. Балакший

Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова,

физический факультет

andrey.voloshin@physics.msu.ru

Передаточная функция оптической системы описывает действие оптической системы на пространственный спектр проходящего через нее оптического сигнала [1]. В работе [2] было показано, что акустическая ячейка (АО) может рассматриваться как линейная оптическая система, передающая функция которой отражает селективные свойства АО взаимодействия [3]. Такая система имеет ряд особенностей: она не только осуществляет пространственную фильтрацию оптического сигнала (изображения), но также смещает весь его спектр в целом по оси временных частот  $\omega$  на частоту ультразвука  $\Omega$  (вследствие эффекта Доплера) и по оси пространственных частот  $k\theta_i$  на величину  $K = \Omega/V$  ( $V$  – частота ультразвука). Зная передающую функцию АО ячейки  $T(\theta_i)$ , можно для произвольного входного спектра  $U_i(\theta_i)$  рассчитать спектр выходного сигнала  $U_d(\theta_d)$ :

$$U_d(\theta_d) = \exp(j\Omega t) \int_{-\infty}^{\infty} U_i(\theta_i) T(\theta_i) \delta(\theta_d - K/k - \theta_i) d\theta_i, \quad (1)$$

где  $\theta_i$  и  $\theta_d$  – углы падения и дифракции. Конкретный вид передающей функции зависит от многих факторов: используемого в ячейке среза кристалла, типа АО взаимодействия (изотропной или анизотропной дифракции), режима взаимодействия (раман-натовского, брэгговского или промежуточного), частоты ультразвука, геометрических размеров ячейки, структуры акустического поля. Влияние всех этих факторов детально анализировалось в ряде публикаций [3-6], где показано, что соответствующим выбором передающей функции можно осуществлять различные виды обработки изображений: дифференцирование, интегрирование, визуализацию оптического волнового фронта и др.

В данной работе впервые исследовано влияние на передающую функцию сноса акустической энергии в АО ячейке. Актуальность этого вопроса обусловлена тем, что многие кристаллы, используемые в акустической оптике, отличаются чрезвычайно сильной акустической анизотропией, приводящей к большим углам сноса  $\alpha$ . Так, например, в кристалле парателлурита ( $\text{TeO}_2$ ) угол сноса достигает  $74^\circ$  [7]. Это означает, что угол между штрихами фазовой решетки, созданной

акустической волной, и плоскостью решетки равен  $16^\circ$  вместо обычных  $90^\circ$ .

Влияние сноса акустического пучка на характеристики АО дифракционного спектра исследовалось в работах [8,9], где получена система модифицированных уравнений Рамана–Ната для относительных амплитуд  $C_p$  световых волн, продифрагировавших в порядке  $p$  под углами  $\theta_p$ :

$$\frac{dC_p}{dx} = \frac{q_p}{2} \{C_{p+1} \exp[j(\eta_p x - \Phi)] - C_{p-1} \exp[-j(\eta_{p-1} x - \Phi)]\} \quad (2)$$

где  $q_p = k_p^2 \Delta n / k_{px} n_p$  – параметры Рамана-Ната (коэффициенты связи),  $\eta_p = k_{px} + K_x - k_{p+1,x}$  – фазовые расстройки,  $k_p$  и  $n_p$  – волновое число и показатель преломления для волны  $p$ -го порядка,  $\Delta n$  – амплитуда изменения показателя преломления среды под действием ультразвука,  $\Phi$  – фаза акустической волны. Система уравнений (2) справедлива как для изотропной (без изменения поляризации света), так и для анизотропной (с изменением поляризации) дифракции. В последнем случае необходимо учесть изменение показателей преломления среды при изменении углов  $\theta_p$ .

Удобно ввести углы  $\varphi_p = \theta_p + \alpha$ , отсчитываемые, как это принято в акустооптике, от фронта акустической волны. Тогда выражения для расстроек примут вид

$$\eta_p = k_p \cos(\varphi_p - \alpha) + K \sin \alpha - \sqrt{k_{p+1}^2 - [k_p \sin(\varphi_p - \alpha) + K \cos \alpha]^2} \quad (3)$$

Численный расчет проведен для случая анизотропного АО взаимодействия в кристалле парателлурита. Для расчета выбрана плоскость  $(1\bar{1}0)$ , которая используется в большинстве АО устройств, выполненных из этого кристалла [3].

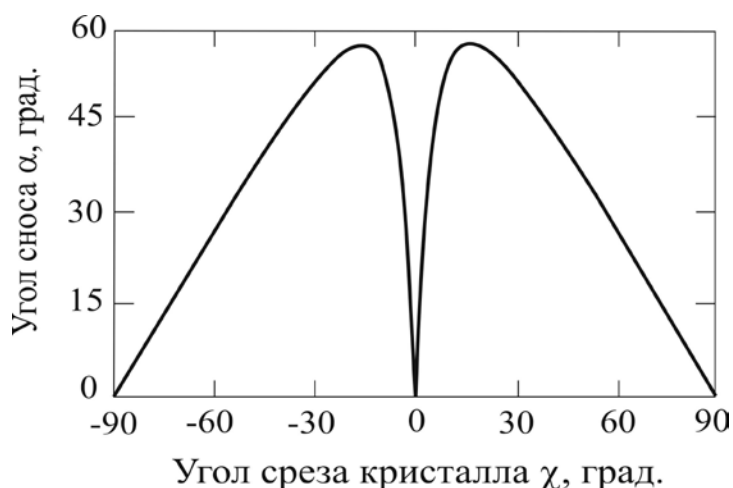
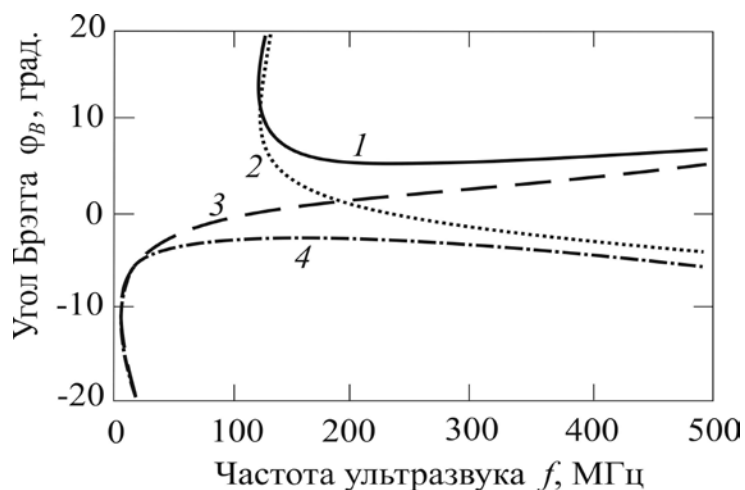


Рис. 1. Угол сноса в плоскости  $(1\bar{1}0)$  кристалла парателлурита

На рис. 1 показана зависимость угла сноса акустического пучка  $\alpha$  от угла среза кристалла  $\chi$ , отсчитываемого от направления  $[110]$  в направлении оптической оси  $[001]$ . При угле  $\chi = 0^\circ$  сноса нет, но пучок характеризуется сильно неоднородной структурой, снижающей эффективность дифракции и усложняющей численный расчет [3]. Для получения однородного пучка используют срезы с углами  $\chi$ , отличающимися от  $0^\circ$ . В этом случае акустический пучок получается достаточно однородным, но появляется угол сноса, который достигает почти  $60^\circ$ .

Рис. 2. Зависимость углов Брэгга от частоты ультразвука для  $\chi = 10^\circ$ 

На рис. 2 представлена зависимость углов Брэгга  $\phi_B$  от частоты ультразвука  $f = \Omega/2\pi$  для среза  $\chi = 10^\circ$ . В этом случае угол сноса  $\alpha = \pm 54^\circ$  (в зависимости от ориентации АО ячейки относительно падающего света). Ветви 1-4 соответствуют разным поляризациям света и  $\pm 1$ -м порядкам дифракции. Расчет передаточных функций выполнен для кривой 1, которая используется либо в дефлекторах (область минимума), либо в фильтрах (область вблизи вертикальной касательной — тангенциальной точки).

В брэгговском режиме дифракции передаточная функция 1-го порядка определяется выражением

$$T(\theta_i) = \frac{q_0 l}{2} \operatorname{sinc} \left[ \frac{l}{2\pi} \sqrt{\eta_0^2(\theta_i) + q_1 q_0} \right], \quad (4)$$

где  $l$  – ширина акустического пучка. На рис. 3 представлены передаточные функции АО ячейки (точнее,  $T^2(\theta_i)$ ), рассчитанные для  $l=1$  см,  $\lambda=0.63$  мкм и двух частот ультразвука 124 МГц (а) и 119.7 МГц (б). Сплошные кривые соответствуют варианту  $\alpha=+54^\circ$ , а штриховые – варианту  $\alpha=-54^\circ$ . В случае (б) рабочая точка выбрана в области тангенциальной геометрии, отличающейся низкой угловой селективностью. Эта область используется для спектральной фильтрации оптических изображений. Небольшое изменение частоты ультразвука приводит в область высокой угловой селективности, где полоса пропускания пространственных частот сужается более чем на порядок. Графики демонстрируют сильное влияние сноса акустического пучка. Они говорят о том, что простой поворот ячейки на  $180^\circ$  вокруг направления распространения ультразвука существенно меняет передаточные функции АО взаимодействия.

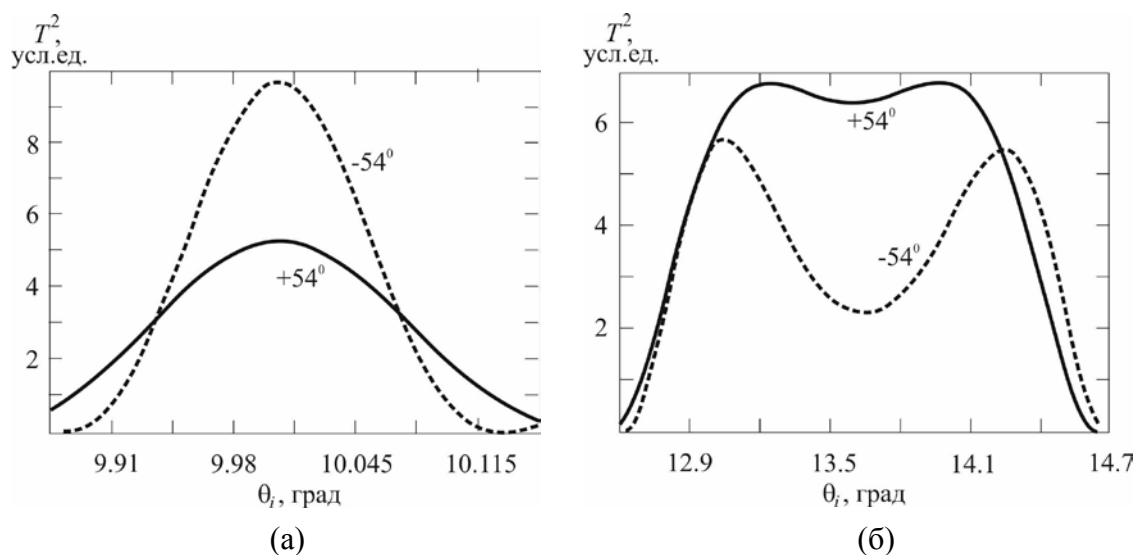


Рис. 3. Передаточные функции АО ячейки из кристалла парателлурита  
а:  $f=124$  МГц; б:  $f=119.7$  МГц

## ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Гудмен. "Введение в фурье-оптику" М.: Мир, 1970.
2. В.И. Балакший // Радиотехн. и электрон. 1984. Т. 29. № 8. С. 1610.
3. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков "Физические основы акустооптики" М.: Радио и связь, 1985.
4. V.I. Balakshy, V.B. Voloshinov, T.M. Babkina, D.E. Kostyuk // J. Modern Optics 2005. V. 52. № 1. P. 1.
5. В.И. Балакший, Д.Е.Костюк // Оптика и спектр. 2006. Т. 101. № 2. С. 298.
6. V. Balakshy, D.Kostyuk // Appl. Opt. 2009. V. 48. № 7 P. C24.

7. V.V. Voloshinov, N.V. Polikarova // Appl. Opt. 2009. V. 48. № 7. P. C55.
8. А.С. Волошин, В.И. Балакший // Ученые записки Казанского университета, сер. физ.-мат. науки. 2010. Т. 152. № 3. С. 64.
9. В.И. Балакший, А.С. Волошин // Оптика и спектр. 2011. Т. 110. № 5. С. 789.

## ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПЛОСКИХ ВОЛН В ОПТИЧЕСКИХ И АКУСТИЧЕСКИХ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

В.Б.Волошинов, Н.В.Поликарпова

Физический факультет Московского государственного университета

им. М.В.Ломоносова

volosh@phys.msu.ru

Одной из необычных особенностей распространения плоских волн в периодических структурах с пространственным периодом неоднородности менее длины волны является взаимно противоположная направленность волнового вектора и вектора Умова-Пойтинга [1]. Эта особенность распространения волн в новых средах (метаматериалах) носит общий характер и является типичной для «левых» сред как в электродинамике и оптике, так и акустике. С другой стороны, представляет интерес, как вообще могут быть ориентированы по отношению друг к другу векторы фазовой и групповой скорости, если волна распространяется в произвольной анизотропной среде. Известно, что в оптике, акустике, акустооптике и акустоэлектронике активно применяются двулучепреломляющие кристаллические среды, отличающиеся большой анизотропией оптических и акустических свойств. К подобным материалам, например, относятся монокристаллы на основе ртути и теллура с рекордным двулучепреломлением и большими углами между фазовой и групповой скоростью звука [2].

Двулучепреломление кристаллических материалов  $\Delta n$  определяется разностью показателей преломления для необыкновенно и обыкновенно поляризованного света  $\Delta n = n_e - n_o$  [2]. В некоторых материалах эта разность может достигать значительной величины. Например, относительное двулучепреломление  $\delta = \Delta n / n_o$  в кристаллах теллура (Te) принимает значение  $\delta = 0.3$ , а в кристалле каломели ( $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$ ) коэффициент анизотропии равен  $\delta = 0.35$ .

Известно, что необыкновенно поляризованные волны в одноосных кристаллах распространяются с отличными от нуля углами  $\psi$  между векторами фазовой и групповой скорости. Можно показать, что максимальное значение угла оптического сноса равно [2]

$$\psi_{\max} = \arctg \frac{\delta(1 + 0.5\delta)}{(1 + \delta)}. \quad (1)$$

Расчет по формуле (1) показывает, что в кристалле кальцита при  $\delta = 0.1$  угол между вектором фазовой и групповой скорости равен  $\psi = -6^\circ$ . Однако в кристалле теллура при  $\delta = 0.3$  максимальный угол сноса оказывается заметно больше  $\psi_{\max} = 15^\circ$ , а в бромиде ртути, когда  $\delta = 0.36$ ,



этот угол достигает значительной величины  $\psi_{\max} = 19^\circ$  [2]. Наконец, в сульфиде сурьмы при  $\delta=0.6$  максимальный угол оптического сноса равен  $\psi_{\max} \approx 25^\circ$ .

Анизотропия физических свойств кристаллов может явиться причиной необычных случаев распространения волн в этих средах и отражения от границы раздела между кристаллом и вакуумом [2-5]. Некоторые из этих случаев обсуждаются в данной работе. В частности, рассматривается наклонное падение и прохождение световым пучком плоскопараллельной пластинки из двулучепреломляющего кристалла. При этом анализируется вариант, при котором направления потока электромагнитной энергии и вектора групповой скорости в пластинке оказываются не совпадающим. После преломления поток энергии в пластинке направлен аномально, т.е. близко к тому, как это происходит в метаматериалах [1].

В работе анализируется необычное отражение светового пучка от границы раздела кристалл-вакуум при распространении световой волны в двулучепреломляющем кристалле. Оказалось, что из-за большой оптической анизотропии материала потоки энергии падающего и отраженного оптических пучков могут располагаться по одну сторону от нормали к поверхности раздела [1]. Наконец, в среде с двулучепреломлением возможно распространение света в кристалле и его падение на границу раздела кристалл-вакуум, превышающим  $90^\circ$ . При подобном аномально большом угле падения волновой вектор света направлен не в сторону границы раздела, а от неё, в то время как на границу раздела набегают поток энергии оптической волны [1].

Известно, что акустические среды обладают еще более яркой выраженной анизотропией физических свойств по сравнению с оптическими средами. Например, медленная сдвиговая акустическая волна в кристалле парателлурита распространяется вдоль оси [110] с исключительно низкой скоростью  $v_1 = 616$  м/с, в то время как та же акустическая мода вдоль осей [100] и [010] имеет скорость  $v_2 = 3040$  м/с [3]. Таким образом, отношение максимальной и минимальной фазовой скорости звука в парателлурите для данной акустической моды равно  $v_2/v_1 = 4.95$ . Оказалось, что подобная пространственная дисперсия акустической скорости объясняет существование в кристалле рекордно большого угла акустического сноса  $\psi = 74^\circ$ .

Необычайно большие углы между фазовой и групповой скоростью акустических волн являются причиной необычных волновых явлений, наблюдающихся на границах раздела кристалл-изотропная среда. Примером подобного необычного явления является близкое к обратному отражение акустической энергии, обнаруженное в парателлурите при

скользящем падении волны на свободную границу раздела кристалл-вакуум [3-5].

В случае скользящего падения энергии на свободную боковую грань кристалла групповая скорость падающей волны направлена к грани, а фазовая скорость ориентирована перпендикулярно ей. Оказалось, что при отражении звуковой энергии от боковой грани кристалла вектор групповой скорости отраженной волны может оказаться направленным практически навстречу потоку энергии падающей волны, когда угол между энергетическими потоками падающей и отраженной волн не превышает нескольких градусов [3-5].

Обобщая результаты исследований закономерностей распространения волн в анизотропных средах, можно предложить следующую диаграмму, иллюстрирующую возможные случаи распространения плоских волн в кристаллах и периодических структурах [1]. На рис. 1 вдоль горизонтального направления оси  $X$  указано направление фазовой скорости плоской объемной волны в анизотропной среде. При этом углы между волновым вектором света и вектором Умова-Пойтинга в двулучепреломляющих кристаллах могут быть заключены в пределах  $-25^{\circ} < \psi < 25^{\circ}$ , как показано на рисунке. В известных акустически анизотропных средах углы между фазовой и групповой скоростью волн ограничены следующим образом  $-74^{\circ} < \psi < 74^{\circ}$ . Поэтому практически вся правая половина диаграммы представляет волновые процессы, характерные для кристаллов, в настоящее время известных и применяемых в оптике и акустике.

Распространение объемных волн в метаматериалах и акустически «дважды отрицательных» средах с противоположно направленными волновым вектором и вектором Умова-Пойтинга на рис. 1 соответствует горизонтальному направлению с углом  $\psi = 180^{\circ}$ . Однако до сих пор не обсуждалось, какого типа волнам соответствуют на диаграмме углы сноса энергии, заключенные в пределах  $90^{\circ} < \psi < 180^{\circ}$  и  $180^{\circ} < \psi < 270^{\circ}$ . Проведенный анализ позволяет сделать предположение о том, что левая часть диаграммы на рис. 1. также описывает объемные волны в искусственных средах, т.е. метаматериалах. Однако эти среды должны обладать анизотропией физических свойств особого рода. Например, помимо прочих особенностей подобный метаматериал должен характеризоваться пространственной анизотропией физических свойств.

При рассмотрении данных диаграммы следует отдельно рассмотреть направление групповой скорости, ориентированное под углами  $\psi = 90^{\circ}$  и  $\psi = 270^{\circ}$  к направлению фазовой скорости. В оптике и акустике известно, что групповая скорость волны в кристалле по абсолютной величине

превосходит фазовую скорость, причем эти скорости связаны соотношением  $v_{\phi} = v_{gp} \cos \psi$ , в которое входит угол  $\psi$  между фазовой и групповой скоростью [2-5]. Поэтому при углах сноса  $\psi = 90^{\circ}$  и  $\psi = 270^{\circ}$ , а также при конечном значении групповой скорости волны её фазовая скорость обращается в ноль. Наоборот, при конечной фазовой скорости становится бесконечной скорость передачи энергии, что также противоречит физическому смыслу. Таким образом, при ортогональном направлении векторов фазовой и групповой скорости теряется смысл понятия «волна», принятого в электродинамике, оптике и акустике. Таким образом, можно предположить, что в оптических и акустических анизотропных средах волновых процессов с ортогонально направленными векторами фазовой и групповой скорости не существует.

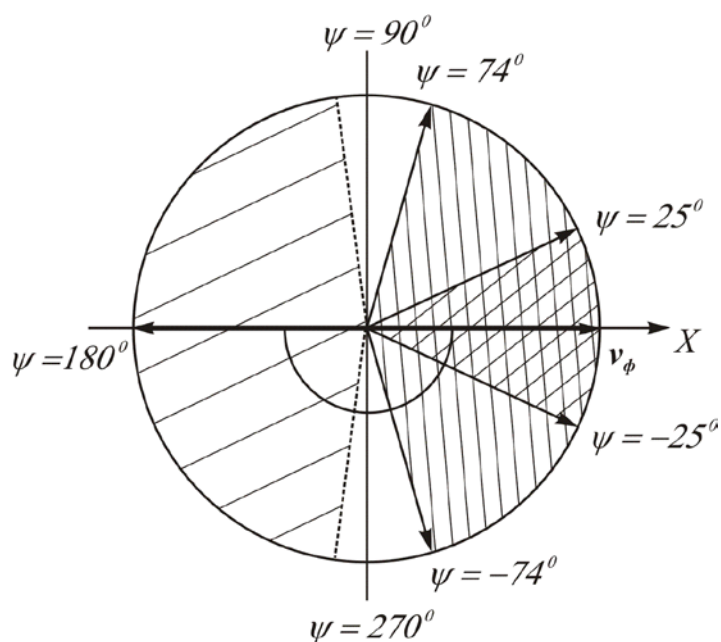


Рис. 1. Ориентация вектора групповой скорости относительно вектора фазовой скорости оптических и акустических волн в кристаллах и метаматериалах

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ № МК-1643.2011.8

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.А.Буров и др. //УФН. 2011. Т. 181, № 6 (в печати).
2. В.Б. Волошинов, Х.С.Москера // Оптика и спектроскопия. 2006. Т. 101. № 4. С. 675.
3. В.Б.Волошинов, Н.В.Поликарпова. В.Г.Можаев // Акустический журнал. 2006. Т. 52. № 3. С. 297.

4. V.B.Voloshinov, N.V.Polikarpova and N.F.Declercq // Journal of Acoustical Society of America. 2009. V. 125. No 2. P. 772.

5. V.B.Voloshinov and N.V.Polikarpova // Applied Optics. 2009. V. 48. № 7. P. 55.

## АНТИСИММЕТРИЧНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ МОДЫ РЕЗОНАТОРА В ФОРМЕ ОКТАЭДРА

Т.А. Гализина, В.Г. Можяев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

[corallicum@gmail.com](mailto:corallicum@gmail.com), [vgmozhaev@mail.ru](mailto:vgmozhaev@mail.ru)

В современных физических исследованиях большое внимание уделяется изучению волновых явлений в пространственно периодических средах с регулярными включениями, обладающими собственными резонансами. В акустике такие среды получили название фононных кристаллов. На протекающие в них волновые процессы оказывает влияние как пространственное расположение, так и резонансы включений. Однако число известных точных аналитических решений для волновых резонансов в телах конечного объема весьма ограничено. Относятся эти решения исключительно лишь к телам простой формы, таким как куб, прямоугольный параллелепипед, сфера, цилиндр конечной длины и некоторые другие [1,2]. В число таких тел с известными точными аналитическими решениями для волновых резонансов октаэдр до сих пор не входил, хотя попытки изучения оптических резонансов в образцах в форме октаэдра уже предпринимались [3]. С другой стороны, в работах [4,5] недавно были получены точные аналитические решения волнового уравнения  $\varphi$ , описывающие акустические резонансы в симметричной пирамиде специальной формы, имеющей квадратное основание и взаимно ортогональные противоположные боковые грани. Эти решения для пирамиды пригодны и для описания симметричных мод октаэдра, получаемого путем соединения по плоскости основания двух одинаковых пирамид указанной формы. Однако для антисимметричных относительно плоскости соединения мод октаэдра решения, полученные для пирамиды, оказываются непригодными. Цель настоящей работе состоит в построении точных аналитических решений для таких антисимметричных акустических мод октаэдра.

Используемый для поиска решения подход основан на взаимосвязи волновых резонансов пирамиды выбранной формы и куба, существующей за счет возможности рассечения куба на шесть одинаковых пирамид данной формы. В отличие от работ [4,5], в которых для поиска решения использовались моды куба с граничными условиями Неймана, соответствующими стандартным задачам акустики, для построения решения для антисимметричных мод требуется использование решений для куба, удовлетворяющих граничному условию Дирихле. Полученные решения существуют только, когда квантовые числа  $p, q, r$ , определяющие

проекции волновых векторов на разные оси используемой декартовой системы координат, имеют одинаковую четность. Для нечетных чисел

$$\varphi / \varphi_0 = \cos \bar{p}x \cos \bar{q}y \cos \bar{r}z + \cos \bar{p}x \cos \bar{r}y \cos \bar{q}z + \cos \bar{q}x \cos \bar{p}y \cos \bar{r}z + \cos \bar{r}x \cos \bar{p}y \cos \bar{q}z + \cos \bar{q}x \cos \bar{r}y \cos \bar{p}z + \cos \bar{r}x \cos \bar{q}y \cos \bar{p}z \quad (1)$$

$$\varphi / \varphi_0 = \sin \bar{p}x \sin \bar{q}y \sin \bar{r}z - \sin \bar{p}x \sin \bar{r}y \sin \bar{q}z - \sin \bar{q}x \sin \bar{p}y \sin \bar{r}z + \sin \bar{r}x \sin \bar{p}y \sin \bar{q}z + \sin \bar{q}x \sin \bar{r}y \sin \bar{p}z - \sin \bar{r}x \sin \bar{q}y \sin \bar{p}z \quad (2)$$

Для четных чисел

$$\varphi / \varphi_0 = \cos \bar{p}x \cos \bar{q}y \cos \bar{r}z - \cos \bar{p}x \cos \bar{r}y \cos \bar{q}z - \cos \bar{q}x \cos \bar{p}y \cos \bar{r}z + \cos \bar{r}x \cos \bar{p}y \cos \bar{q}z + \cos \bar{q}x \cos \bar{r}y \cos \bar{p}z - \cos \bar{r}x \cos \bar{q}y \cos \bar{p}z \quad (3)$$

$$\varphi / \varphi_0 = \sin \bar{p}x \sin \bar{q}y \sin \bar{r}z + \sin \bar{p}x \sin \bar{r}y \sin \bar{q}z + \sin \bar{q}x \sin \bar{p}y \sin \bar{r}z + \sin \bar{r}x \sin \bar{p}y \sin \bar{q}z + \sin \bar{q}x \sin \bar{r}y \sin \bar{p}z + \sin \bar{r}x \sin \bar{q}y \sin \bar{p}z \quad (4)$$

Здесь  $\bar{p} = \pi p/a$ ,  $\bar{q} = \pi q/a$ ,  $\bar{r} = \pi r/a$ , а  $a$  - сторона основания пирамиды.

Решения (1)-(4) использованы для анализа пространственного распределения узлов и пучностей волнового поля в резонаторе и для изучения формы траектории волновых лучей. Обсуждается возможность возбуждения в исследуемом резонаторе в форме октаэдра вихревых волновых полей. С помощью полученных точных решений изучается возможность существования в октаэдре волн шепчущей галереи, постулируемых в работе [3]. Результаты работы могут представлять интерес как для анализа свойств фононных кристаллов, создаваемых по технологии селективного травления кремния [6], так и для изучения возможности применения резонаторов в форме октаэдра в качестве концентраторов ультразвука в микрожидкостных акустоэлектронных системах.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-02-01499-а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. R.D. Blevins "Formulas for Natural Frequency and Mode Shape" Malabar, Florida: Krieger, 1984.
2. F.P. Mechel "Formulas of Acoustics" 2nd ed. Berlin: Springer, 2008.
3. K. Korthout, P.F. Smet, D. Poelman // Appl. Phys. Lett. 2009. V. 94. № 5. Art. 051104.
4. А.В. Козлов, В.Г. Можяев // Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам "Ломоносов-2007". Секц. Физ. Сб. тез. Физ. ф-т МГУ. 2007. С. 169.

5. A.V. Kozlov, V.G. Mozhaev “Relationship between the wave resonances in pyramid of special shape and in cube” (в печати).

6. J.M. Meacham, C. Ejimofor, S. Kumar, F.L. Degertekin, A.G. Fedorov // Rev. Scient. Instrum. 2004. V. 75. № 5. P. 1347.

## ОПИСАНИЕ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ПОМОЩЬЮ ДВУМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СВЯЗАННЫХ МОД

Е.А.Дьяконов, В.Б.Волошинов

Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова

ead1989@gmail.com

Одной из важных задач акустооптики является построение модели взаимодействия и строгое математическое описание процесса дифракции. В настоящее время эту проблему можно считать решенной лишь для изотропных сред - жидкостей и аморфных материалов [1]. Однако наиболее сильное акустооптическое взаимодействие наблюдается в анизотропных средах, то есть монокристаллах [1,2]. До сих пор для описания дифракции в анизотропных средах использовались соотношения, известные для изотропных сред [1,3-6]. Однако такой подход не позволяет адекватно описать некоторые случаи взаимодействия в анизотропных средах. Один из таких случаев возможен, когда дифрагирующий в +1 порядок свет оказывается направлен вдоль ультразвукового пучка, распространяющегося со сносом энергии [4]. Для описания подобного взаимодействия необходимо распространить известные одномерные уравнения связанных мод на двумерное пространство.

Если ультразвуковое поле имеется в слое среды при  $0 < x < l$ , а волновой вектор направлен под углом  $\Psi$  к оси  $z$ , то диэлектрическая проницаемость среды равна

$$\varepsilon = n^2 + 2n\Delta n \sin(K_x x + K_z z - \Omega t) \text{rect}(x/l), \quad (1)$$

где  $n$  и  $\Delta n$  - показатель преломления среды и его возмущение,  $\vec{K}$ ,  $K_x$  и  $K_z$  - волновой вектор ультразвука и его проекции на оси координат  $x$  и  $z$ ,  $K = \Omega/V$ ,  $\Omega$  и  $V$  - частота и скорость ультразвуковой волны. Выражение (1) следует подставить в волновое уравнение

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 (\varepsilon E)}{\partial t^2}, \quad (2)$$

где  $E$  - напряженность поля световой волны,  $c$  - скорость света,  $t$  - время. Решение уравнения (2) в случае дифракции Брэгга можно искать в виде двух плоских световых волн, модулированных в пространстве по амплитуде и фазе:

$$E = E_0 \{ C_0(x, z) \exp[i(k_{0x} x + k_{0z} z - \omega_0 t)] + C_1(x, z) \exp[i(k_{1x} x + k_{1z} z - \omega_1 t)] \}. \quad (3)$$

В соотношении (3)  $C_{0,1}$  - комплексные амплитуды световых волн в 0 и +1 порядках дифракции,  $\vec{k}_0$  и  $\vec{k}_1$  - волновые векторы световых волн,



$k_{0,1} = \omega_{0,1}n/c = 2\pi n/\lambda$ ,  $k_{0x}$ ,  $k_{0z}$ ,  $k_{1x}$ ,  $k_{1z}$  - их проекции на оси координат,  $\omega_{0,1}$  - частоты световых волн,  $\lambda$  - длина волны света.

Из условия стационарности решения следует, что  $\omega_0 + \Omega = \omega_1$ . Полагая, что  $\Omega \ll \omega_{0,1}$ , можно получить уравнение связанных мод:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_0}{\partial x} \cos \gamma_0 + \frac{\partial C_0}{\partial z} \sin \gamma_0 &= -\frac{q}{2} C_1 \exp[i(\eta_x x + \eta_z z)] \text{rect}(x/l) \\ \frac{\partial C_1}{\partial x} \cos \gamma_1 + \frac{\partial C_1}{\partial z} \sin \gamma_1 &= \frac{q}{2} C_0 \exp[-i(\eta_x x + \eta_z z)] \text{rect}(x/l), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $\gamma_{0,1}$  - углы между волновыми векторами световых волн и нормалью к границе ультразвукового поля,  $\eta_x$  и  $\eta_z$  - компоненты вектора расстройки, равного  $\vec{\eta} = \vec{k}_1 - \vec{k}_0 - \vec{K}$ ,  $q = 2\pi\Delta n/\lambda$  - коэффициент акустооптической связи.

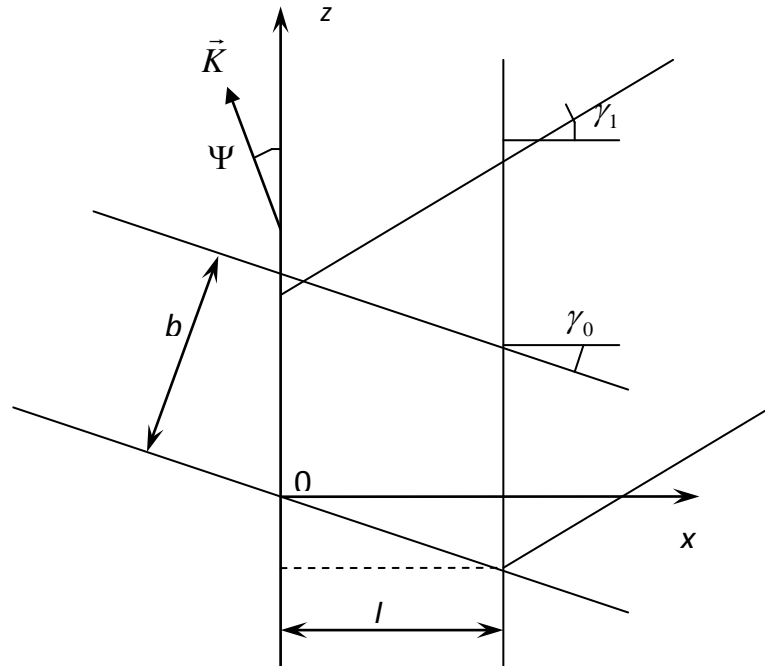


Рис. 1. Конфигурация взаимодействующих волновых пучков.

Дифракции светового пучка прямоугольного сечения соответствуют граничные условия (здесь и далее рассматривается случай  $\gamma_1 < 90^\circ$ ; в противном случае все соотношения аналогичны):

$$C_0(0, z) = \frac{1}{\sqrt{b}} \text{rect}\left(z \cdot \frac{\cos \theta_0}{b}\right), \quad C_1(0, z) = 0 \quad (5)$$

Энергия падающего пучка равна  $\int_z |C_0(0, z)|^2 \cos \gamma_0 dz = 1$ . Поэтому эффективность дифракции численно равна энергии дифрагированного светового пучка:  $W = \int_z |C_1(l, z)|^2 \cos \gamma_1 dz$ .

В приближении малой эффективности дифракции уравнение (4) допускает аналитическое решение и наглядную интерпретацию результатов. В этом приближении уравнение принимает вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_0}{\partial x} \cos \gamma_0 + \frac{\partial C_0}{\partial z} \sin \gamma_0 &= 0 \\ \frac{\partial C_1}{\partial x} \cos \gamma_1 + \frac{\partial C_1}{\partial z} \sin \gamma_1 &= \frac{q}{2} C_0 \exp[-i(\eta_x x + \eta_z z)] \text{rect}(x/l). \end{aligned} \quad (6)$$

Его следует решать с прежним граничным условием (2).

Можно показать, что вид решения существенно зависит от параметра  $N = b \cos \gamma_1 / l \sin(\gamma_1 - \gamma_0)$ , где  $b$  - апертура светового пучка. Величина этого параметра указывает на то, каким характерным размером определяется ограничение области акустооптического взаимодействия. При  $N > 1$  преобладающее влияние на процесс дифракции оказывает размер ультразвукового пучка, а при  $N < 1$  - светового.

Амплитуда световой волны в плоскости  $x = l$  имеет вид

$$|C_1(l, z)| = \frac{1}{\sqrt{b}} \frac{q \cdot s(z)}{2 \cos \gamma_1} \text{sinc} \frac{\eta^* s(z)}{2}, \quad (7)$$

где  $\eta^* = \eta_x + \eta_z \text{tg} \gamma_1$ .

Функция  $s(z)$  представляет собой ломаную, показанную на рис. 2.

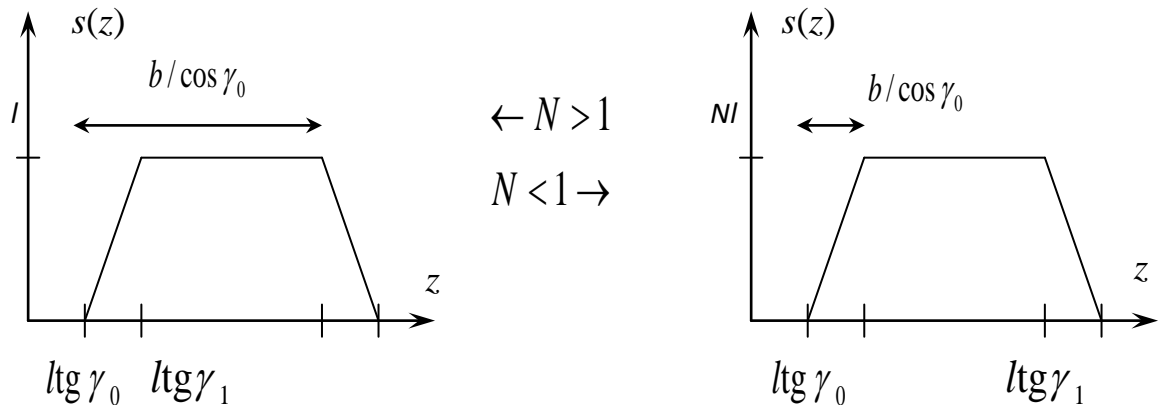


Рис. 2. Вид функции, определяющей амплитуду дифрагированного пучка.

Видно, что амплитуда и энергия дифрагированного светового пучка определяется следующими параметрами: геометрическими размерами взаимодействующих пучков  $l$  и  $b$ , углом падения света  $\gamma_0$ , углом дифракции света  $\gamma_1$ , а также компонентами вектора расстройки  $\eta_x$  и  $\eta_z$ . Три последних величины являются неизвестными, и для их нахождения необходимо наложение дополнительных условий на функцию  $C_1(x, z)$ .

При переходе к новым координатам  $(\tilde{x}, \tilde{z})$  таким, что новая ось  $\tilde{x}$  направлена вдоль волнового вектора дифрагированной волны, ее фаза будет определяться выражением  $\arg C_1(\tilde{z})$ . В силу того, что решение ищется в виде плоской волны, выражение для фазы должно быть как можно более близким к постоянной величине. Оно имеет вид  $\arg C_1(\tilde{z}) = \tilde{\eta} \tilde{z} + \hat{\eta} \cdot g(\tilde{z})$ , где введены обозначения:

$$\tilde{\eta} = \frac{\eta_x \cos \gamma_0 + \eta_z \sin \gamma_0}{\sin(\gamma_1 - \gamma_0)}; \quad \hat{\eta} = \frac{\eta_x \cos \gamma_1 + \eta_z \sin \gamma_1}{\sin(\gamma_1 - \gamma_0)} \cdot \cos \gamma_0 \quad (8)$$

Функция  $g(\tilde{z})$  представляет собой ломаную, показанную на рис. 3.

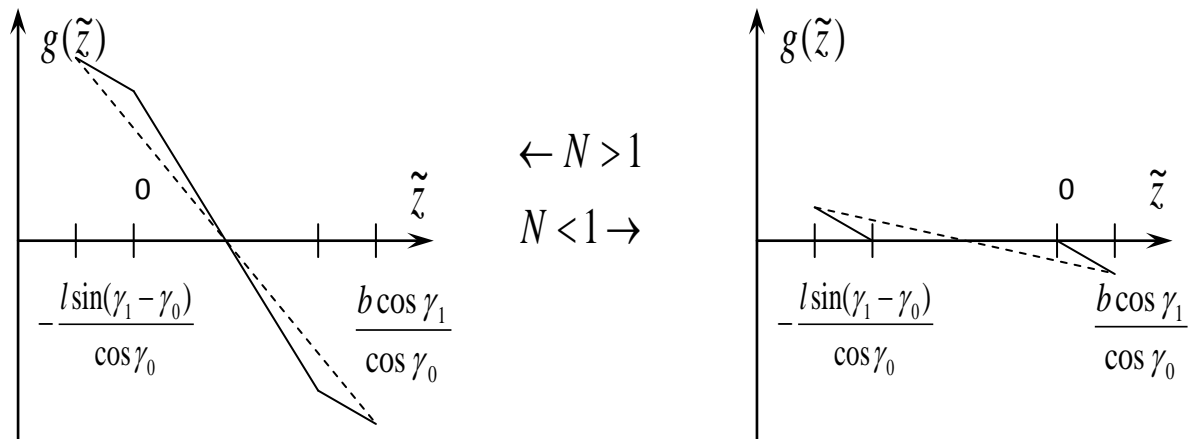


Рис. 3. Вид функции, определяющей фазу дифрагированного пучка.

Эту ломаную можно заменить прямой (на рисунке 3 изображена штриховой линией) и приравнять выражение для фазы волны к нулю. Отсюда следует условие для вектора расстройки:

$$\frac{\eta_z}{\eta_x} = \frac{l}{(b/\cos \gamma_0) - l \operatorname{tg} \gamma_0} \quad (9)$$

Соотношение (9) вместе с двумя выражениями, определяющими расстройку:

$$\begin{aligned} \eta_x &= k_1 \cos \gamma_1 - k_0 \cos \gamma_0 + K \sin \Psi \\ \eta_z &= k_1 \sin \gamma_1 - k_0 \sin \gamma_0 - K \cos \Psi, \end{aligned} \quad (10)$$

образует систему из трех алгебраических уравнений, позволяющую определить неизвестные параметры  $\gamma_1$ ,  $\eta_x$  и  $\eta_z$ .

Важно, что функция  $g(\tilde{z})$ , определяющая распределение фазы волны по сечению пучка, не может быть тождественно приравнена к нулю никаким подбором направления вектора расстройки. Это говорит о том, что пробное решение (3) является слишком грубым приближением для истинной структуры пучка дифрагированного света. Тем не менее, возможная ошибка в определении фазы дифрагированной волны даже в наихудшем случае не превышает  $\eta^* l/2$ , если  $N > 1$ , и  $\eta^* N l/2$ , если  $N < 1$ . Это означает, что предлагаемый метод расчета применим лишь при небольшой длине вектора расстройки, то есть когда акустооптическое взаимодействие близко к фазовому синхронизму. Однако именно этот случай является наиболее интересным в большинстве задач, которые необходимо решать при исследовании акустооптического взаимодействия.

Таким образом, разработанный метод описания акустооптического взаимодействия позволяет вычислить направления распространения дифрагированных пучков и их энергию. Предложенный метод не требует малости углов падения и дифракции света, а также угла сноса энергии акустической волны. В рассмотренном случае дифракции в +1 порядок возможны любые значения углов из диапазона  $-90^\circ < \gamma_0 < 90^\circ$ ,  $\gamma_0 < \gamma_1 < \gamma_0 + 180^\circ$  и  $-90^\circ < \Psi < 90^\circ$ . Этим исчерпываются все возможные варианты акустооптического взаимодействия.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. М. 1985.
2. Voloshinov V., Polikarpova N. Appl. Opt., 2009, v.48, N 7, p. C55-C66.
3. Волошинов В.Б., Макаров О.Ю. // Вест. МГУ. Сер.3. 1998. № 2. С.30-34.
4. Voloshinov V., Makarov O. // Proc. SPIE. V.3581. P.108-117.
5. Zakharov A., Polikarpova N., Blomme E. // Proc.SPIE. V.5953. P. 0D1-0D10.
6. Zakharov A.V., Voloshinov V.B., Blomme E. // Ultrasonics (2011) doi:10.1016/j.ultras.2011.03.002 (in press).

## ДВУКРАТНОЕ АКУСТООПТИЧЕСКОЕ БРЭГГОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ В АКУСТИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

А.В. Захаров, В.Б. Волошинов

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

azakharov@physics.msu.ru

В большинстве случаев для создания акустооптических (АО) устройств применяются кристаллы со специфическими оптическими и акустическими свойствами [1]. Для таких распространенных в современной акустооптике материалов, как парателлуриит  $\text{TeO}_2$ , каломель  $\text{Hg}_2\text{Cl}_2$ , бромид ртути  $\text{Hg}_2\text{Br}_2$  и др. характерна сильная зависимость упругих свойств от направления распространения акустической волны в кристалле. Это проявляется в том, что направления фазовой и групповой скорости акустической волны в кристалле в общем случае не совпадают. Угол между векторами фазовой и групповой скорости  $\Psi$  называется углом сноса и для некоторых кристаллов может достигать  $70^\circ$  и даже более. В связи с этим в последнее время интенсивно ведутся исследования влияния акустической анизотропии на АО взаимодействие в кристаллах. В работах [3-5] предложена и реализована математическая модель для нахождения интенсивности света в дифракционных порядках при АО взаимодействии в оптически изотропной среде. Проведенный анализ показывает, что акустическая анизотропия влияет на интенсивность света в дифракционных максимумах, а также на диапазон допустимых углов падения световой волны и частотный диапазон дифракции. Однако акустическая анизотропия, очевидно, влияет и на взаимодействие в оптически анизотропных средах. В сообщении рассматривается двукратное брэгговское рассеяние в кристаллах, обладающих одновременно и акустической, и оптической анизотропией.

Как известно, при определенных геометриях АО взаимодействия возможно двукратное брэгговское рассеяние света. Особенностью такого рассеяния является одновременное выполнение условий брэгговского синхронизма для двух порядков дифракции, и даже при отходе от строгих условий синхронизма дифракция будет наблюдаться в обоих дифракционных максимумах [1,2].

При взаимодействии падающей плоской световой волны с волновым вектором  $k_0$  и акустического поля в виде плоскопараллельного столба ширины  $l$  с волновым вектором  $K$  с последующим рассеянием дифрагированного света в +1-й и -1-й порядки дифракции комплексные амплитуды дифрагированных световых волн могут быть найдены из системы уравнений связанных мод [1]

$$\begin{aligned} \frac{dC_{-1}}{dx} &= -\frac{q}{2} C_0 \exp(-j\Delta k_{-1}x), \\ \frac{dC_0}{dx} &= \frac{q}{2} [C_{-1} \exp(j\Delta k_{-1}x) - C_{+1} \exp(-j\Delta k_0x)], \\ \frac{dC_{+1}}{dx} &= \frac{q}{2} C_0 \exp(j\Delta k_0x) \end{aligned} \quad (1)$$

с граничными условиями  $C_0(0)=1$ ,  $C_{\pm 1}(0)=0$ , где  $x$  – направление интегрирования системы, перпендикулярное границам акустического столба,  $C_p$  – комплексные амплитуды световых волн,  $q$  – коэффициенты связи,  $\Delta k_p$  – параметры фазовой расстройки между соседними дифракционными максимумами, которые представляют собой разности проекций волновых векторов дифрагированных световых волн на ось  $x$ :

$$\Delta k_p = k_{p+1,x} - k_{p,x} \quad (2)$$

Коэффициенты связи и параметры фазовой расстройки характеризуют эффективность обмена энергией между соседними дифракционными максимумами с номерами  $p$  и  $p+1$ . Интенсивность света в дифракционных максимумах выражается как произведение сопряженных комплексных амплитуд  $I_p = C_p C_p^*$  при  $x = l$ . Как показано [3-5], данная система уравнений может быть использована и при описании АО взаимодействия в акустически анизотропной среде, влияние которой учитывается в параметрах фазовой расстройки  $\Delta k_p$ .

В частности, при строгом выполнении условия брэгговского синхронизма ( $k_0 = \Delta k_{-1} = 0$ ) происходит наиболее эффективный обмен энергией между соседними дифракционными максимумами. В этом случае решение системы (1) можно получить аналитически [1]

$$C_0 = \cos\left(\frac{q}{\sqrt{2}}\right); \quad C_{+1} = -C_{-1} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sin\left(\frac{q}{\sqrt{2}}\right).$$

Если параметры расстройки отличны от нуля, то решение системы уравнений связанных мод (1) может быть найдено численно.

При описании акустооптического взаимодействия удобно использовать векторные диаграммы, иллюстрирующие закон сохранения импульса при фотон-фононном взаимодействии. На рис. 1 представлены векторные диаграммы двукратного брэгговского рассеяния в акустически изотропной (а) и анизотропной (б) двулучепреломляющей среде при нормальном падении световой волны на ультразвук. Под нормальным падением света понимается такое падение, когда волновой вектор падающей световой волны параллелен волновым фронтам ультразвука. На векторных диаграммах  $k_{+1}$  и  $k_{-1}$  – волновые векторы дифрагированных световых волн,  $\Delta k_0$  и  $\Delta k_{-1}$  – векторы соответствующих фазовых расстроек, которые связаны с параметрами расстройки,  $n_i$  и  $n_d$  – показатели преломления для падающей (обыкновенной) и дифрагированных

(необыкновенных) световых волн,  $\lambda$  – длина волны света,  $\Psi$  – угол акустического сноса.

Как показывает анализ, при взаимодействии в акустически изотропной среде +1-й и -1-й дифракционные максимумы расположены симметрично относительно нулевого, а соответствующие им векторы фазовой расстройки равны по модулю. В этом случае дифракционная картина симметрична, а максимумы +1-го и -1-го порядков имеют одинаковую интенсивность [1,2].

В случае акустически анизотропной среды симметричность дифракционной картины нарушается, и векторы фазовой расстройки различны по модулю. Как показывает анализ, равенство интенсивностей дифрагированного света в +1-м и -1-м порядках дифракции в анизотропной среде также нарушается.

Нарушение равенства интенсивностей дифрагированного света в +1-м и -1-м максимумах связано с нарушением равенства параметров расстройки, соответствующих этим максимумам. Так, если в изотропной среде, как можно видеть из векторной диаграммы, параметры расстройки связаны соотношением

$$\Delta k_0 = \sqrt{\left(\frac{2\pi n_d}{\lambda}\right)^2 - K^2} - \frac{2\pi n_i}{\lambda} = -\Delta k_{-1}, \quad (3)$$

то в акустически анизотропной среде параметры расстройки равны

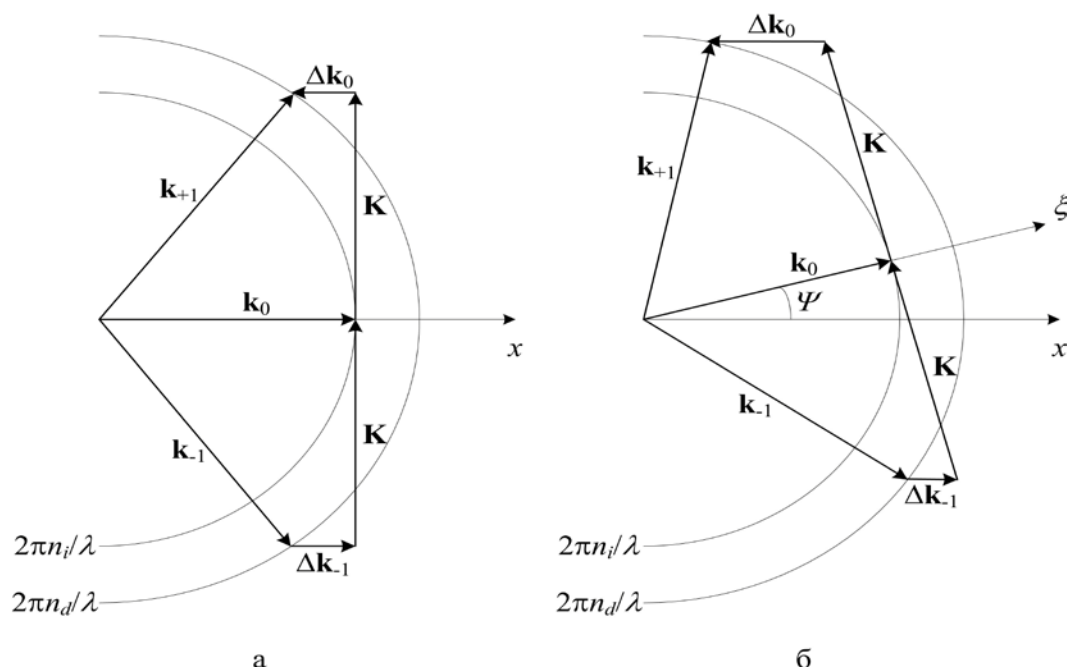


Рис. 1. Векторные диаграммы двукратного брэгговского рассеяния в акустически изотропной (а) и анизотропной (б) средах.

$$\begin{aligned}\Delta k_0 &= \sqrt{\left(\frac{2\pi n_d}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi n_i}{\lambda} \sin \Psi + K \cos \Psi\right)^2} - \frac{2\pi n_i}{\lambda} \cos \Psi + K \sin \Psi, \\ \Delta k_{-1} &= \frac{2\pi n_i}{\lambda} \cos \Psi - \sqrt{\left(\frac{2\pi n_d}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi n_i}{\lambda} \sin \Psi - K \cos \Psi\right)^2} + K \sin \Psi.\end{aligned}\tag{4}$$

Таким образом, из общего вида соотношений (4) непосредственно следует, что селективность рассеяния зависит от того, в какой конкретно максимум происходит рассеяние световой энергии. По этой же причине полосы акустических частот дифракции в первых дифракционных порядках оказываются не одинаковыми. В частности, расчет показывает, что полоса частот дифракции для +1-го дифракционного максимума оказывается уже, чем при рассеянии в -1-й дифракционный порядок. Причем, разница в частотных полосах дифракции возрастает с увеличением угла акустического сноса и длины взаимодействия света и звука. В докладе обсуждаются результаты расчета интенсивности дифрагированного света в двулучепреломляющих кристаллах с ярко выраженной анизотропией акустических свойств.

Работа поддержана грантом № 10-07-00683а Российского фонда фундаментальных исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь. 1985.
2. В.Б. Волошинов, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 3, Физ., астр. 1976. Т. 17, № 3, С. 305.
3. A.V. Zakharov, N.V. Polikarpova and E. Blomme // Proc. SPIE 2005. V. 5953. P. 59530D-1.
4. А.В. Захаров, В.Б. Волошинов // Сборник статей XII Международной научной молодежной школы “Когерентная оптика и оптическая спектроскопия” 2008. С. 262.
5. A.V. Zakharov, V.B. Voloshinov and E. Blomme // Ultrasonics 2011. doi:10.1016/j.ultras.2011.03.002 (in press).



## ЭФФЕКТ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ ПРИ АКУСТООПТИЧЕСКОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ

Г.А. Князев, А.В. Мещеряков, А.П. Сухоруков  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
g\_knyazev@mail.ru

Известно, что акустооптические устройства находят широкое применение в науке и технике для управления параметрами светового излучения [1,2]. На основе акустооптического взаимодействия создаются компактные, надежные и быстродействующие устройства для модуляции, сканирования и фильтрации оптического излучения. Разработка и совершенствование акустооптических приборов в последнее время все чаще приводит к тому что, при расчетах их характеристик необходимо учитывать новые эффекты [3,4], которые не удается описать традиционными методами [1,2].

В данной работе исследуется эффект параметрического преломления и отражения оптических пучков при взаимодействии света с акустической волной при малых углах падения света на ультразвук. Система уравнений, описывающая взаимодействие световых и звуковых волн при учете дифракции 1-го порядка, может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned}\Delta_{\perp} B_a - 2i(\vec{K}\vec{V})B_a &= 0, \\ \Delta_{\perp} B_0 - 2i(\vec{k}_0\vec{V})B_0 - k_0^2 \varepsilon_0 p B_a B_1 e^{i(\vec{\eta}_0\vec{r})} &= 0, \\ \Delta_{\perp} B_1 - 2i(\vec{k}_1\vec{V})B_1 - k_1^2 \varepsilon_1 p B_a^* B_0 e^{-i(\vec{\eta}_0\vec{r})} &= 0,\end{aligned}\tag{1}$$

где  $p$  – эффективная константа фотоупругости,  $\varepsilon_0$  и  $\varepsilon_1$  – значения диэлектрической проницаемости среды для волн нулевого и первого порядка,  $B_0$  и  $B_1$  – амплитуды света в нулевом и в первом порядке дифракции,  $B_a$  – амплитуда акустической волны,  $\vec{K}$ ,  $\vec{k}_0$  и  $\vec{k}_1$  – волновые вектора ультразвука и света нулевого и первого порядка дифракции. Вектор расстройки в выражении (1)  $\vec{\eta}_0 = \vec{k}_0 + \vec{K} - \vec{k}_1$  направлен коллинеарно направлению распространения волн.

Следует отметить, что в данной задаче не учитывается воздействие света на акустическую волну [4]. Такое приближение допустимо, так как на практике мощность акустической волны существенно выше мощности оптических волн, в то время как частота ультразвука на несколько порядков ниже частоты света. Также необходимо отметить, что система (1) записана для случая изотропной среды. Задача решалась для случая, когда все три волновых пучка распространяются коллинеарно вдоль оси  $x$ . Пучки являются щелевыми, т.е. ограничены только по координате  $y$ . Таким образом, задача может быть сведена к двумерной.

Будем считать, что акустическая волна – это волна накачки, а значит, ее мощность меняется незначительно,  $B_0$  – сигнальная волна,  $B_1$  – холостая волна, амплитуда которой до взаимодействия равна нулю. Если ввести обозначения:  $C_a = B_a$ ,  $C_0 = B_0$ ,  $C_1 = B_1 e^{-i\eta_0 x}$ , выражение (1) запишется в виде:

$$\begin{aligned} iD_a \frac{\partial^2 C_a}{\partial y^2} + \frac{\partial C_a}{\partial x} &= 0, \\ iD_0 \frac{\partial^2 C_0}{\partial y^2} + \frac{\partial C_0}{\partial x} &= -i \frac{k_0}{2} \varepsilon_0 p C_a C_1, \\ iD_1 \frac{\partial^2 C_1}{\partial y^2} + \frac{\partial C_1}{\partial x} &= i\eta_1 C_1 - i \frac{k_1}{2} \varepsilon_1 p C_a^* C_0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $D_a = 1/2K$ ,  $D_0 = 1/2k_0$ , и  $D_1 = 1/2k_1$  – коэффициенты дифракции акустической и оптических волн.

Если условие синхронизма нарушено  $\eta_0 \neq 0$ , то возникает каскадный процесс, при котором холостая волна возбуждается локально с малой амплитудой  $C_1 = ik_1 p C_a^* C_0 / 2\eta_1$ . В результате уравнение для амплитуды сигнальной волны можно преобразовать к виду:

$$iD_0 \frac{\partial^2 B_0}{\partial y^2} + \frac{\partial B_0}{\partial x} = -ik_0 \frac{k_1 p^2 \varepsilon_0 \varepsilon_1 |B_a|^2}{4\eta_0} B_0 = ik_0 n_{nl} B_0. \quad (3)$$

Данное уравнение описывает распространение волны в среде с показателем преломления  $n = n_0 + n_{nl}$ , где

$$n_{nl} = -k_1 \varepsilon_0 \varepsilon_1 p^2 |B_a|^2 / 2\eta_0 \quad (4)$$

нелинейная часть коэффициента преломления, индуцированная волной накачки  $B_a$ . Таким образом, акустическая волна создает оптическую неоднородность в среде, поэтому световой пучок, падающий под углом к пучку накачки, будет преломляться или испытывать полное отражение [5].

В соотношении (4) можно перейти от амплитуды акустической волны к плотности мощности ультразвука, используя выражение:  $p_a = \rho v^3 |B_a|^2 / 2$ , где  $v$  – скорость звука в среде, а  $\rho$  – плотность среды. Очевидно, что нелинейный коэффициент преломления  $n_{nl}$  будет иметь наибольшее значение при  $\eta_0 \rightarrow 0$ . Однако необходимо выполнить требование отсутствия брэгговского синхронизма.

На практике в акустооптике используются акустические пучки с прямоугольным начальным профилем, зависимость эффективности дифракции от величины вектора расстройки, имеет вид

$\zeta = B_1(x) / B_0(0) = \sin^2(\sqrt{q^2 + \eta_0^2} x) / (q^2 + \eta_0^2)$  [1]. Поэтому наибольшее значение  $n_{nl}$  будет достигаться, если значение  $\eta_0$  соответствует первому минимуму зависимости  $\zeta(\eta_0)$ . Акустооптические приборы характеризуются полосой частот ультразвука  $\Delta f$  в пределах которой эффективность дифракции изменяется не более, чем в два раза при фиксированной длине волны света. Если в рассматриваемой задаче условие синхронизма нарушается за счет изменения частоты ультразвука, а не угла падения света, то оптимальное значение вектора расстройки будет равно  $\eta_0 = 1,1\Delta f / v$ . Таким образом, максимально возможная величина индуцированного показателя преломления будет определяться выражением:

$$n_{nl} = \frac{1,81 \pi v}{\lambda n_0 \Delta f} M_2 p_a,$$

где  $M_2 = n_0^3 n_1^3 p^2 / \rho v^3$  - коэффициент акустооптического качества,  $n_0$  и  $n_1$  - показатели преломления для света нулевого и первого порядка дифракции.

Чтобы промоделировать данные эффекты и оценить их влияние на работу существующих акустооптических устройств система уравнений (1) была решена численно. Моделирование проводилось для случая, когда и оптические и акустическая волны имеют гауссовый начальный профиль. Коэффициенты дифракции  $D$  и эффективный коэффициент фотоупругости  $p$  были подобраны такими, чтобы наблюдалось полное отражение света нулевого порядка от акустической волны. На рисунке 1 приведены распределения интенсивностей взаимодействующих волн. Можно видеть,

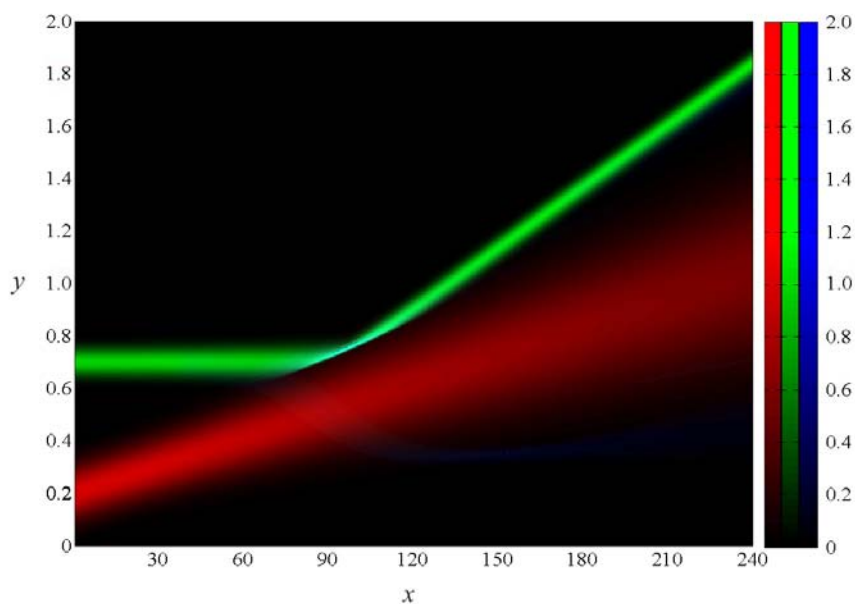


Рис. 1. Распределение интенсивностей волн при параметрическом отражении оптического пучка от ультразвука (красным цветом обозначена акустическая волна, зеленым и синим цветом – сигнальная и холостая оптические волны)

что амплитуда холостой волны  $V_1$ , обозначенная на рисунке синим цветом существенно отличается от нуля лишь в той области, где сигнальная волна  $V_0$  (зеленый пучок) взаимодействует с ультразвуком (красный пучок). Эта область на рисунке имеет бело-голубой цвет, так как образована при пересечении зеленого, синего и красного цветов. Таким образом, можно утверждать, что холостая волна действительно возбуждается локально, синхронного взаимодействия нет. Следует отметить, что в эксперименте данный эффект наблюдать чрезвычайно сложно, так как обычно в акустооптике не удается достичь достаточно большой эффективности взаимодействия волн.

Тем не менее, как показывают расчеты, исследованный в работе эффект может наблюдаться на практике в виде преломления траектории сигнального пучка света  $V_0$ . Параметрическая рефракция может наблюдаться в таких акустооптических приборах как коллинеарные и квазиколлинеарные фильтры. Данные устройства характеризуются весьма узкой полосой  $\Delta f$  и из-за большой длины взаимодействия очень чувствительны к углу падения и расходимости оптического пучка. Поэтому рефракция оптического пучка при акустооптическом взаимодействии может повлиять на работу таких приборов. Расчеты, проведенные на основе характеристик квазиколлинеарного акустооптического фильтра, созданного для работы в волоконно-оптических WDM системах [6] показали, что нелинейная добавка к показателю преломления может достигать величины  $n_{nl} = 10^{-5} - 10^{-4}$ . Так как длина акустооптического взаимодействия в фильтре достигает 6,7 мм, полученное возмущение показателя преломления может привести к заметному изменению траектории луча нулевого порядка дифракции.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 09-02-01028-а, № 10-02-90010-Бел\_а и № 11-02-00681-а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики”. М.: Радио и связь, 1985.
2. Л.Н. Магдич, В.Я. Молчанов “Акустооптические устройства и их применение”. М.: Сов. Радио. 1978.
3. Ю.В. Гуляев, В.В. Проклов, Г.Н. Шкердин // УФН. 1978. Т. 124. № 1. С. 61.
4. Ю.С. Доброленский, В.Б. Волошинов, Ю.А. Зюрюкин // Квант. электроника. 2008. Т. 38. № 1. С. 46.

5. В.Е. Лобанов, А.П. Сухоруков // Изв. РАН. Сер. физ. 2008. Т. 72. № 12. С. 1691.
6. В.Я. Молчанов, В.Б. Волошинов, О.Ю. Макаров // Квант. электроника. 2009. Т. 39. № 4. С. 353.

## ОБОБЩЕНИЕ МЕТОДА ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА АКУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В КРИСТАЛЛАХ

А.В. Козлов, В.Г. Можяев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
физический факультет

[av\\_kozlov@inbox.ru](mailto:av_kozlov@inbox.ru), [vgmozhaev@mail.ru](mailto:vgmozhaev@mail.ru)

Метод параболического уравнения широко используется для решения различных волновых задач, в том числе задач распространения дифрагирующих волновых пучков. Достоинствами этого приближенного аналитического метода являются математическая простота и возможность описания с его помощью сложных дифракционных волновых явлений. Анизотропия волновой среды может оказывать существенное влияние на поведение волновых пучков, и такое влияние принципиально важно учитывать для корректного решения многих задачах кристаллоакустики, акустоэлектроники и акустооптики. Традиционный подход, применяемый для описания распространения акустических пучков в кристаллах, основан на пространственном фурье-разложении решения по плоским волнам. Альтернативой этому подходу является формализм параболического уравнения. Насколько известно авторам настоящей работы, ранее этот подход развивался применительно к акустическим волнам в кристаллах всего лишь в трех публикациях [1-3]. В статье [1] содержится ряд необоснованных предположений, из-за которых результаты этой статьи не могут применяться к общему случаю распространения акустических волн в условиях, когда фазовая и групповая скорости из-за анизотропии не совпадают друг с другом по направлению. С другой стороны, статьи [2-3] относятся к частным случаям распространения акустических волн вдоль симметричных направлений, для которых отмеченные отклонения скоростей отсутствуют.

Целью настоящей работы является развитие и обобщение метода параболического уравнения в общем случае распространения пучков акустических волн в кристаллах при корректном учете эффекта отклонения групповой скорости от фазовой, характерного для анизотропных сред. Предлагаемая схема поиска решения включает в себя следующие действия:

1. Локальную аппроксимацию поверхности медленности эллипсоидом для объемных акустических волн. Такая аппроксимация позволяет найти для решаемых анизотропных задач эквивалентное параксиальное волновое уравнение.

2. Поворот декартовой системы координат с целью ее ориентации по главным осям эллипсоида.

3. Деформацию декартовой системы координат, в результате которой эллипсоидальная поверхность волновых векторов в фазовом пространстве трансформируется в сферу.

4. Определение направлений волновых векторов в деформированной системе координат.

5. Переход в систему координат, одна из осей которой совпадает с направлением волнового вектора в деформированном фазовом пространстве.

Описанные шаги позволяют свести исходную анизотропную задачу к эквивалентному изотропному параксиальному волновому уравнению. Это уравнение стандартным путем сводится к параболическому уравнению, для которого известны аналитические решения в виде эрмит-гауссовых и лягерр-гауссовых пучков. Дальнейшие шаги в нахождении анизотропных решений сводятся к обратным преобразованиям (поворотам системы координат и ее деформациям), которые позволяют записать решения в исходных для анизотропной задачи координатах. Предлагаемая процедура автоматически включает в себя и описывает явление сноса волнового пучка от направления волновой нормали в отличие от работы [1], в которой такой снос вводился в параболическое уравнение искусственно внешним путем. Следует также отметить, что выбор в работе [1] направления медленного изменения амплитуды вдоль оси волнового пучка (как это обычно делается в изотропных средах) не обоснован и представляется некорректным для общего анизотропного случая. В предлагаемой схеме поиска решения эта дилемма не возникает, поскольку задача сводится нами к изотропной, для которой имеется полная ясность в отношении отмеченных приближений.

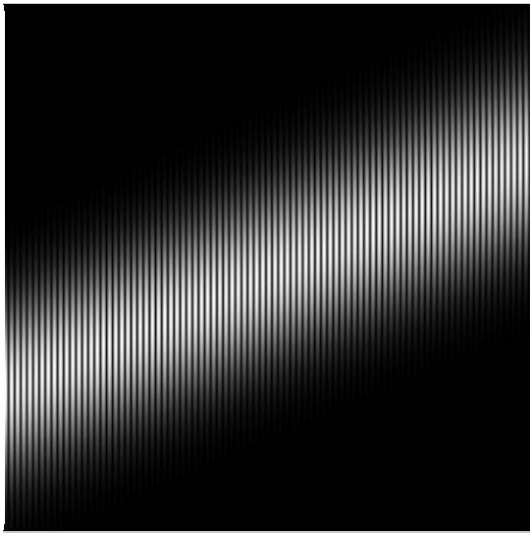
Следует отметить, что определенную трудность может вызывать первый шаг в предложенной схеме. Для его упрощения в настоящей работе предлагается новый метод локальной эллипсоидной аппроксимации поверхности медленности объемных акустических волн. Конечным результатом такой аппроксимации должна являться формула

$$\rho v^2 = C_1 n_1^2 + C_2 n_2^2 + C_3 n_3^2 + C_4 n_2 n_3 + C_5 n_1 n_3 + C_6 n_1 n_2, \quad (1)$$

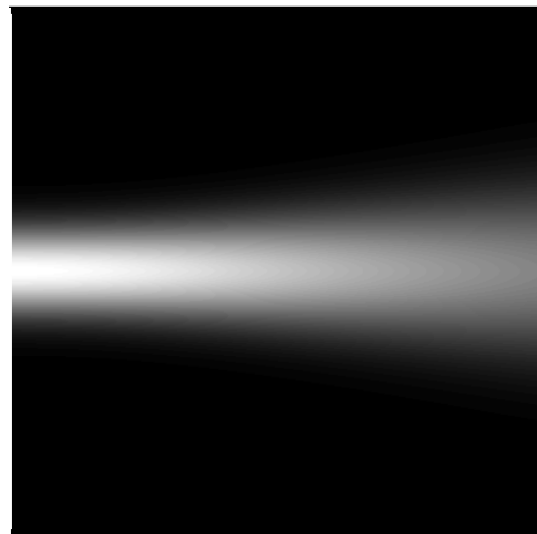
где  $v$  - фазовая скорость акустических волн,  $\rho$  - плотность кристалла,  $C_i$  - коэффициенты эллипсоидной аппроксимации поверхности медленности,  $n_i$  - направляющие косинусы. Будем для определенности считать, что волновые числа в пространственном фурье-спектре пучка локализованы вблизи направления  $n_1 = 1$ , т.е.  $n_2, n_3$  являются малыми параметрами порядка  $\varepsilon \ll 1$ . Для нахождения аналитических выражений для коэффициентов  $C_i$  оптимальным шагом является подстановка выражения (1) в определитель Грина-Кристоффеля, записанный в нераскрытом виде

$$\|\Gamma_{ik} - \delta_{ik} \rho v^2\| = 0, \quad (2)$$

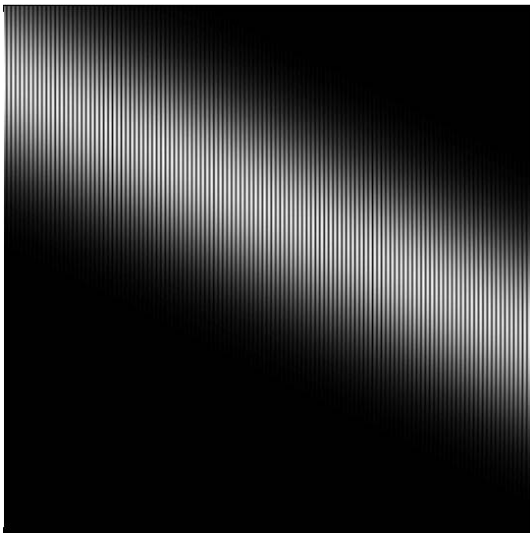
где  $\Gamma_{ik} = c_{ijkl} n_j n_l$  - тензор Грина-Кристоффеля,  $c_{ijkl}$  - упругие модули. Тогда все элементы тензора Грина-Кристоффеля приобретают одинаковый структурный вид типа квадратичной формы (1). Такая процедура формализует и значительно упрощает дальнейшее разложение определителя для нахождения явных аналитических выражений для  $C_i$ . Для этого достаточно разложить определитель (2) в ряд по  $\varepsilon$  с точностью до  $\varepsilon^2$ .



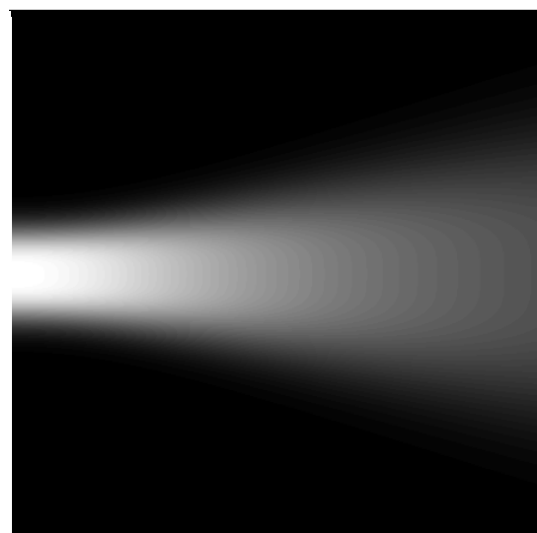
(a)



(c)



(b)



(d)

Рис. 1. Пучки квазипродольных (a) и квазипоперечных (b) волн в кварце и поперечных волн (c,d) в парателлурите: (a,b,c) - низшая эрмит-гауссовой мода пучка, (d) сумма двух низших мод. Волны возбуждаются с левого торца кристалла



В качестве иллюстрации применения развитой теории исследованы случаи распространения пучков объемных квазипродольных и квазипоперечных волн в кристалле кварца и пучка объемных квазипоперечных волн в кристалле парателлурита (рис. 1). Расчеты соответствуют условиям экспериментов, описанных в публикациях [4-5]. Параметры для расчета пучков в кварце: частота 8,6 МГц, размер преобразователя 10 мм, размер кристалла 30х30 мм, полуширина гауссова пучка 4,2 мм, пучки строятся в плоскости YZ и возбуждаются с грани с нормалью вдоль оси Y. Параметры для расчета пучков в парателлурите: частоте 50 МГц, размер преобразователя 1,5 мм, размер кристалла 9х9 мм, полуширина гауссова пучка 0,5 мм - рис. 1(с), и 0,375 мм – рис. 1(d). На рис. 1(d) поле пучка построено как сумма двух эрмит-гауссовых мод нулевого и второго порядка. Сравнение рис. 1(с) и (d) показывает, что сильное расхождение центральной части пучка, наблюдавшееся в работе [5], связано не с анизотропией, а с интерференцией в ближней зоне излучения от основного и боковых лепестков диаграммы направленности, которым соответствуют нулевая и высшие моды эрмит-гауссовых пучков. Построенные согласно развитой теории двумерные картины распределения поля акустических пучков в анизотропных кристаллах в целом хорошо согласуются с результатами акустооптической визуализации этих пучков в экспериментах [4,5]. Полученные решения для пучков объемных акустических волн корректно учитывают не только дифракцию пучка, но и эффект отклонения групповой скорости от фазовой в анизотропных средах. Предложенный алгоритм может применяться и для расчета пучков поверхностных акустических волн и мод пластин в анизотропных материалах.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-02-01499-а.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Е.А. Заболотская // Акуст. журн. 1986. Т. 32. № 1. С. 61-64.
2. В.С. Daly, Т.В. Norris, J. Chen, J.В. Khurgin // Phys. Rev. B. 2004. V. 70. № 21. 214307. 8 p.
3. А.В. Козлов, В.Г. Можяев // Изв. РАН. Сер. физ. 2006. Т. 70. № 12. С. 1716-1721.
4. J.H. Staudt, B.D. Cook // J. Acoust. Soc. Amer. 1967. V. 41. N. 6. P. 1547-1548.
5. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь. 1985. С. 160.

## КЛИНОВЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В СПЛАВЕ АЛЛЮМИНИЯ

А.И.Коробов, М.Ю. Изосимова, С.А. Тощов, Е.А. Тощов  
Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова  
toschov.evgeniy@physics.msu.ru

Для диагностики различных материалов и конструкций используются упругие граничные волны: поверхностные акустические волны (ПАВ), изгибные волны Лэмба, клиновые акустические волны (КАВ). Первые исследования основных свойств распространения клиновых волн были проведены в [1-2]. В [1] была предложена простая эмпирическая формула для расчета скоростей распространения изгибных мод КАВ в клине с углом  $\theta < 90^\circ$ :

$$c_{КАВ} = c_{ПАВ} \cdot \sin(n\theta) \quad (1)$$

где  $c_{ПАВ}$  - скорость распространения ПАВ волн,  $\theta$  - угол клина, а  $n$  - номер моды. Цикл исследований свойств КАВ был выполнен на кафедре акустики физического факультета МГУ [3-4].

Целью этой работы является создание экспериментальной методики для возбуждения и регистрации КАВ и проведения экспериментальных исследования особенностей распространения КАВ в металлических образцах. Схема автоматизированной ультразвуковой экспериментальной установки для возбуждения и регистрации, КАВ приведена на рис.1. В установке реализован эхо-импульсный метод измерения.

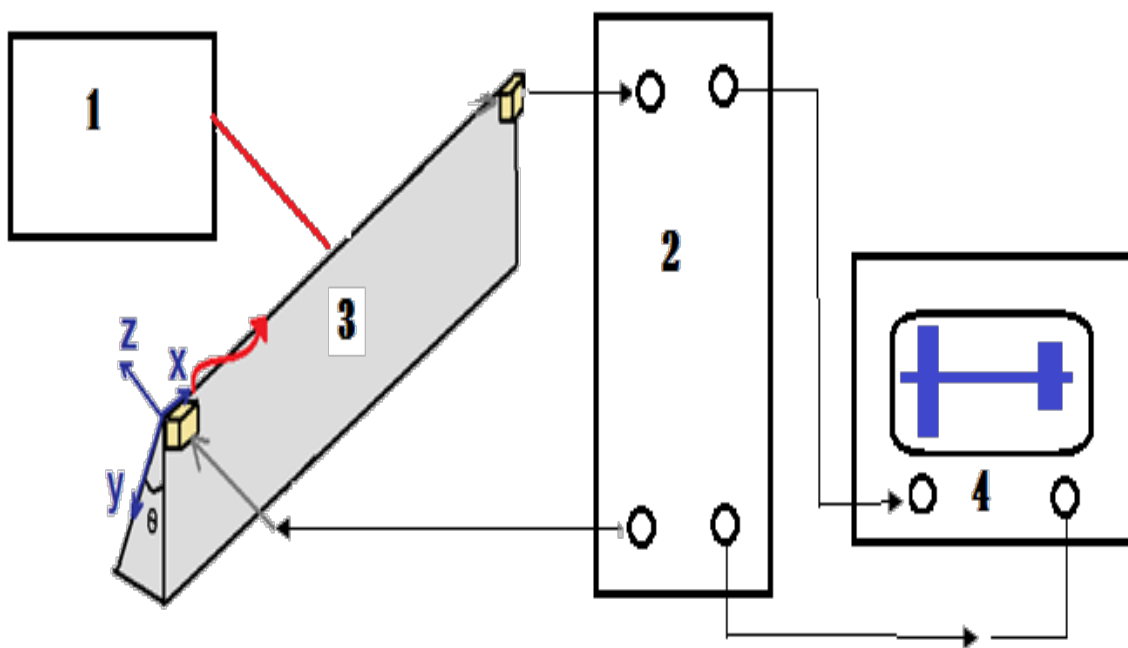


Рис.1. Схема экспериментальной установки

Для возбуждения и приема сигнала в клине (3) использовались пьезопреобразователи, установленные на одной из граней клина вблизи его ребра. Расстояние между преобразователями во всех экспериментах было равно 12,3 см. Импульсный сигнал из ультразвукового измерительного комплекса (УИК) (2) поступал на излучающий преобразователь. Электрический сигнал с приемного преобразователя регистрировался УИК (2) и после обработки поступал на осциллограф (4). Параллельно этому имелась возможность регистрировать КАВ с помощью лазерного сканирующего виброметра (1).

Для проведения экспериментальных исследований из поликристаллического сплава алюминия Д16 были изготовлены несколько клиньев с различной апертурой угла  $\theta$ :  $\theta=32^\circ$  и  $\theta=60^\circ$ . В этих образцах было проведено измерение скорости КАВ  $c_{КАВ}$ . Скорость измерялась путем измерения времени распространения КАВ в клине.

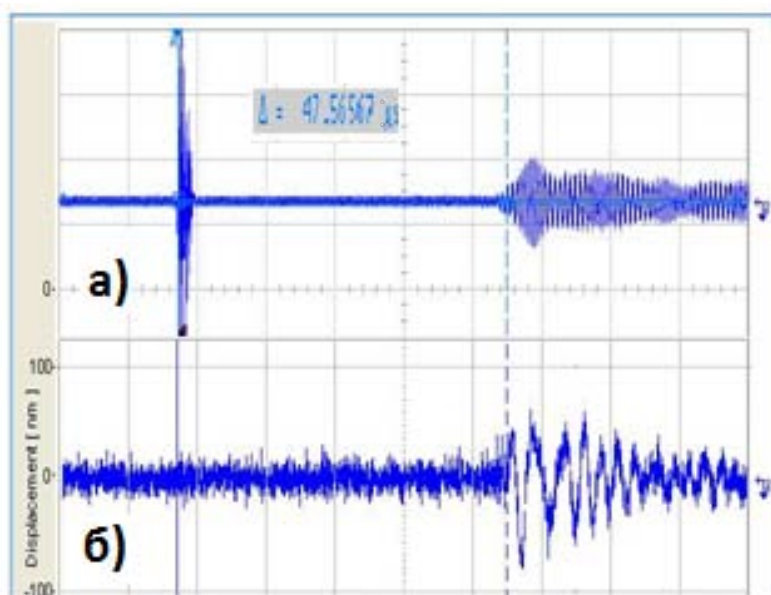


Рис.2. Результаты измерения времени прохождения КВ в  $60^\circ$  клине: а) на частоте 1,5 МГц; б) частоте 250 кГц.

В качестве примера на рис. 2 приведены результаты измерения времени прохождения КАВ в  $60^\circ$  клине на частотах  $f=250$  кГц и  $f=1,5$  МГц. Как видно из рисунка время распространения, а, следовательно, и скорость КАВ в пределах ошибки измерения от частоты не зависели. Измерения скорости упругих КАВ в диапазоне частот  $f=(0,25 - 3)$  МГц показали, что дисперсия скорости в указанном диапазоне частот в пределах ошибок эксперимента отсутствует, что соответствует анализу, проведенному в [1-2]. Скорость распространения единственной моды в  $60^\circ$  клине была равна  $c_{КАВ}(\theta = 60^\circ) = (2580 \pm 120) \text{ м/с}$ . В клине с углом  $32^\circ$  был реализован многомодовый режим возбуждения КАВ. В этом клине в соответствии с

выражением (1) наблюдалось две моды КАВ. Для клина с углом  $\theta=32^\circ$  скорости нулевой и первой мод оказались равными  $c_{КАВ}(\theta=32^\circ)=(1490\pm 60)м/с$  и  $c_{КАВ}(\theta=2\cdot 32^\circ)=(2590\pm 120)м/с$  соответственно. С учетом того что в сплаве Д16  $c_{ПДВ}=(2900\pm 120)м/с$  измеренные величины скоростей КАВ в пределах ошибок эксперимента хорошо согласуются с эмпирической формулой (1).

В клине с углом  $\theta=60^\circ$  на частоте  $f=250$  кГц с помощью лазерного виброметра была измерена амплитуда КАВ  $A(Y)$  в направлении  $Y$  перпендикулярном ребру клина (рис.1). Экспериментальная зависимость хорошо аппроксимируется зависимостью  $A(Y)=A(0)\exp(-2.5(Y/\Lambda))$ , где  $Y$  - расстояние от ребра клина,  $A(0)$ - амплитуда волны на ребре клина,  $\Lambda$ - длина волны (рис.3). Экспоненциальное уменьшение амплитуды КАВ  $A(Y)$  с расстоянием  $Y$  соответствует данным работ [5, 6] и указывает на сильную локализацию КАВ у ребра клина.

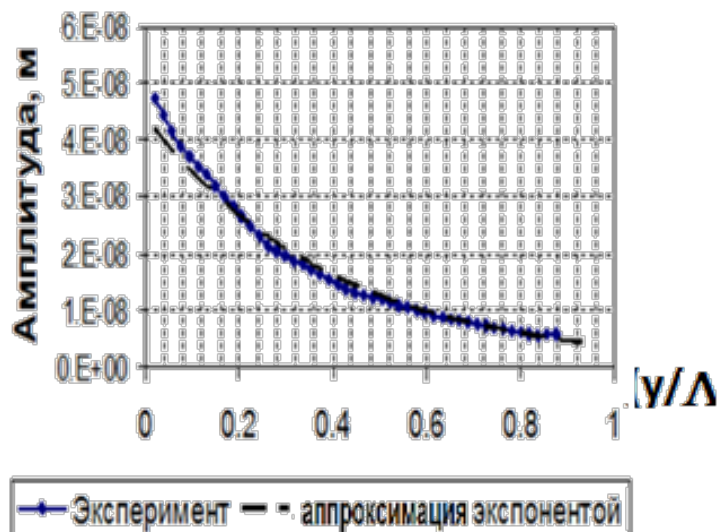


Рис.3. Зависимость амплитуды КАВ от расстояния от ребра клина

В работе были экспериментально исследованы нелинейные упругие свойства КАВ в двух образцах. Нелинейные свойства исследовались путем измерения фазы КАВ от величины их амплитуды. Оба образца были изготовлены из одного прутка промышленного сплава Д16 диаметром 12 мм. В одном из образцов перед измерениями были искусственно созданы остаточные сдвиговые деформации. В образце, в котором не создавались деформации, наблюдалась незначительная зависимость фазы КАВ от ее амплитуды (рис.4а). В образце с предварительно созданными остаточными сдвиговыми деформациями при превышении определенного уровня амплитуды электрического поля, подаваемого на излучатель КАВ, наблюдалось линейное по амплитуде увеличение фазы КАВ (рис.4б). Можно показать, что измерение времени распространения  $\tau$  и изменения

фазы  $\Delta\varphi$  позволяет рассчитать относительное изменение скорости  $(\Delta V/V) = -(\Delta\varphi/2\pi ft)$ . Уменьшение скорости КАВ при их максимальной амплитуде составило 0,054 %.

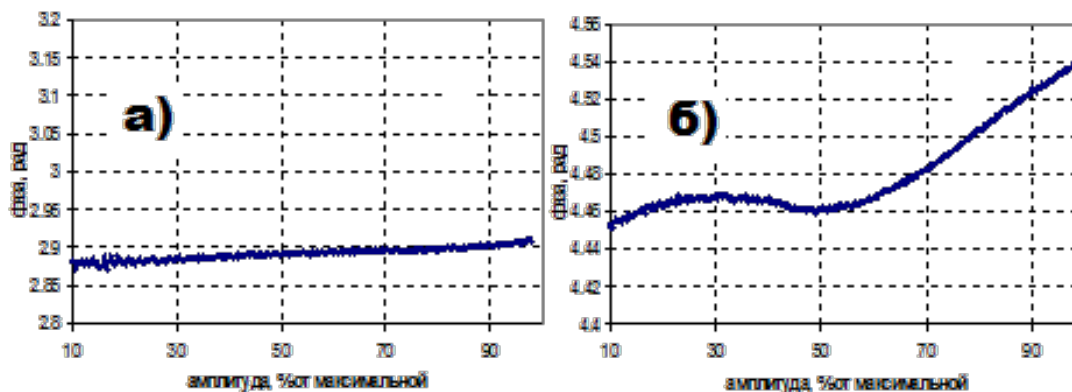


Рис.4. Зависимость фазы КАВ от ее амплитуды для 60-градусного клина в образцах: а) без остаточных деформаций; б) с остаточными сдвиговыми деформациями.

Анализ результатов эксперимента позволяет сделать вывод, что пороговый характер и линейное уменьшение скорости КАВ при увеличении их амплитуды не может быть объяснено ангармонизмом кристаллической решетки. Такое поведение скорости характерно для сред со структурной нелинейностью и связано с предварительно созданными в образце остаточными деформациями.

Работа была выполнена в Центре коллективного пользования физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова по нелинейной акустической диагностике и неразрушающему контролю при поддержке гранта Президента Российской Федерации № НШ-4590.2010.2 и грантов РФФИ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Lagasse P.E., Mason I.M., Ash E.A.// IEEE Trans. Son. Ultrason. 1973. V. 20. P. 143.
2. Maradudin A.A., Wallis R.F., Mills D.L., Ballard R.L. // Phys. Rev. B.-1972. V. 6. P. 1106.
3. Боженко В.В., Иванов-Шиц К.М., Случ М.И., Солодов И.Ю. // Акуст. ж. 1985. Т.31. С. 262.
4. Крылов В.В., Рагузина И.В. // Акуст. ж. 1988. Т. 34. С. 949.
5. Sharon T.M., Maradudin A.A., Cunningham S.L. // Phys. Rev. B. 1973. V. 8. P. 6024-6026.
6. J. McKenna, G.D. Boyd, R.N. Thurston. // IEEE Trans. on son. and ultrason. 1974. V. 21. P. 178-186.

## АКУСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КРИСТАЛЛА ДВОЙНОГО МОЛИБДАТА СВИНЦА

М.Г. Мильков

*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова*

*Физический факультет*

*milkov1981@mail.ru*

Акустооптическое взаимодействие оптических и акустических волн в кристаллических средах лежит в основе работы современных акустооптических устройств [1]. Известно, что акустооптические приборы и устройства широко применяются для управления параметрами оптического излучения и оптической обработки информации. При создании акустооптических устройств необходимо выбирать кристаллические материалы с особым сочетанием физических свойств, а при рассмотрении возможности применения в акустооптике новых кристаллов важно иметь подробную информацию об акустических, фотоупругих и оптических свойствах нового материала.

В настоящее время в акустооптических устройствах используются оптически изотропные среды, т.е. стекла и кубические кристаллы, а из двулучепреломляющих материалов применяются исключительно лишь оптически одноосные кристаллы. Что же касается оптически двуосных кристаллических материалов, то они еще не нашли широкого применения в акустооптических приборах. Главная причина этого заключается в том, что акустооптические характеристики двуосных оптических сред к настоящему времени изучены недостаточно полно. Следует отметить, что интерес исследователей к двуосным кристаллам обусловлен их уникальными физическими свойствами, в том числе и акустооптическими. Однако более важным обстоятельством является то, что с применением в акустооптике двуосных кристаллов открываются существенно более широкие возможности для улучшения характеристик уже существующих типов приборов, а также для создания акустооптических устройств принципиально новых классов [2].

В работе исследованы акустические свойства кристалла двойного молибдата свинца, перспективного для применений в акустооптике. Определены все коэффициенты упругости кристалла  $Pb_2MoO_5$ , а также значения фазовой скорости акустических волн и величины углов между направлениями фазовой и групповой скорости материала. Акустические параметры кристалла рассчитаны на основе данных эксперимента из диаграмм Шеффера-Бергмана. Фазовая скорость акустических волн вдоль некоторых направлений также определялась стандартным в акустике методом эхо-импульсов [3].

Для экспериментальных исследований акустических свойств кристалла двойного молибдата свинца было выращено несколько образцов этого материала. Кристаллы были вырезаны со следующими ориентациями граней: параллельно главным кристаллофизическим осям, параллельно плоскости спайности, под углом в  $26^\circ$  к плоскости спайности, а также параллельно биссектрисам прямых углов, образованных осями  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$  в плоскостях  $x_1x_2$  и  $x_2x_3$ . Измерения скоростей упругих волн, необходимых для расчетов значений упругих коэффициентов, проводились стандартным эхо-импульсным методом на частоте ультразвука  $f = 10$  МГц.

Также при проведении настоящих исследований данные о величине обратных скоростей были определены акустооптическим методом из диаграмм Шеффера-Бергмана. Измерения проводились на длине волны света 633 нм и частоте ультразвука 60-80 МГц. Картины дифракции Шеффера-Бергмана были получены в нескольких плоскостях кристалла, в том числе и в плоскостях, совпадающих с плоскостями кристаллофизической системы координат  $x_1x_2$  и  $x_2x_3$ .

Нахождение значений упругих коэффициентов осуществлялось решением системы уравнений, методом подбора значений упругих констант программой, а также при помощи моделирования формы кривой обратных скоростей.

Для определения скоростей звука составлялись соответствующие уравнения Кристоффеля [4], которые дополнялись правилами преобразования упругих постоянных при повороте системы координат на заданный угол. Система уравнений решалась методом итераций с минимизацией квадратичных ошибок в программе MATHCAD. Эта методика обеспечила вычисление 8 упругих постоянных, а именно  $c_{11}$ ,  $c_{13}$ ,  $c_{15}$ ,  $c_{33}$ ,  $c_{35}$ ,  $c_{55}$ ,  $c_{46}$ , а также  $c_{44}$ .

Нахождение значений упругих констант также осуществлялось в среде Matlab 7.0, где была создана программа, которая осуществляла последовательный подбор значений упругих постоянных. Основу алгоритма программы составляла минимизация суммы квадратов разностей экспериментальных значений обратных скоростей в выбранных направлениях и значений обратных скоростей, рассчитанных на основе изменяемых программой значений  $c_{\alpha\beta}$ .

Также была создана программа для построения кривых обратных скоростей ( $1/V$ ) в различных плоскостях в зависимости от задаваемых вручную значений коэффициентов жесткости  $c_{\alpha\beta}$  материала. Полученные из диаграмм Шеффера-Бергмана значения обратных скоростей задавались относительно кристаллофизической системы координат  $x_1$ ,  $x_2$  и  $x_3$ . Для удобства анализа экспериментальные кривые ( $1/V$ ) отображались на экране монитора одновременно с данными расчета.

В результате проведенного исследования были получены следующие значения упругих постоянных кристалла двойного молибдата свинца, образующие матрицу коэффициентов жесткости:

$$c_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 5.9 & 1.1 & 1.5 & 0 & -1.4 & 0 \\ 1.1 & 7.35 & 2.85 & 0 & -0.3 & 0 \\ 1.5 & 2.85 & 6.85 & 0 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.95 & 0 & 0.6 \\ -1.4 & -0.3 & 0.1 & 0 & 1.85 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.6 & 0 & 1.0 \end{pmatrix} \times 10^{10} [H/m^2].$$

Как видно из приведенных данных, значения констант  $c_{11}$ ,  $c_{22}$ ,  $c_{33}$ , и  $c_{23}$  сравнимы с соответствующими константами известных кристаллов, например, кристалла  $PbMoO_4$ . Следует отметить, что при подборе значений коэффициентов жесткости и вариациях значений констант  $c_{13}$ ,  $c_{35}$ ,  $c_{12}$ ,  $c_{25}$ , и  $c_{23}$  происходило весьма слабое изменение формы кривой обратных скоростей. Это снижало точность определения значений именно этих констант по сравнению с остальными упругими постоянными.

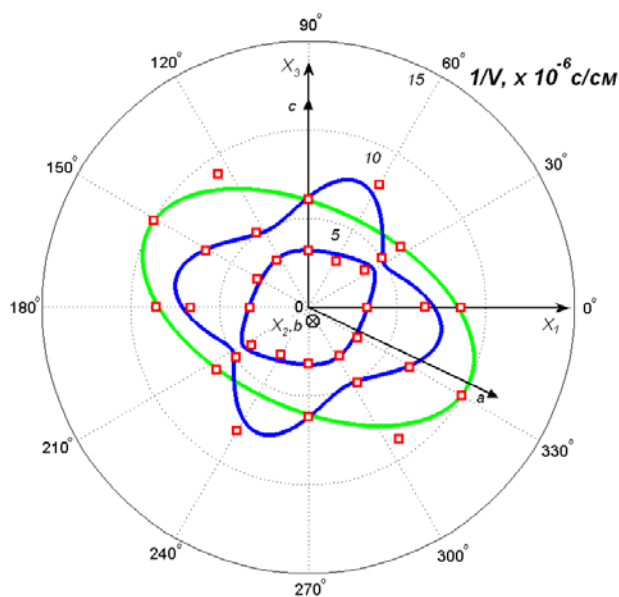


Рис. 1. Угловые зависимости обратных скоростей в монокристалле  $Pb_2MoO_5$  (сплошные линии), рассчитанные в плоскости, ортогональной оси симметрии второго порядка кристалла двойного молибдата свинца и значения акустических медленностей, измеренные экспериментально (квадраты).

На рисунке 1 представлены рассчитанные зависимости  $(1/V)$  для плоскости, ортогональной оси симметрии второго порядка. Значения



акустических медленностей, определенных экспериментально в плоскости  $x_1x_3$  и в направлении оси  $x_2$ , нанесены на диаграммы в виде квадратов.

Немалый интерес для использования какого-либо кристалла в акустооптике представляет явление акустического сноса. Это явление заключается в том, что между направлениями векторов фазовой и групповой скорости волны, распространяющейся в анизотропной среде, в общем случае существует угол  $\psi$ , отличный от нуля.

На рисунке 2 представлена зависимость величины угла акустического сноса от направления распространения ультразвуковой волны, которая построена в одной из плоскостей, параллельной оси симметрии второго порядка по найденным в работе значениям коэффициентов жесткости. Из рисунка 2 видно, что величина акустического сноса при распространении медленной квазипродольной волны достигает величины  $\psi = 69^\circ$ , что является большим значением для акустических кристаллов [5].

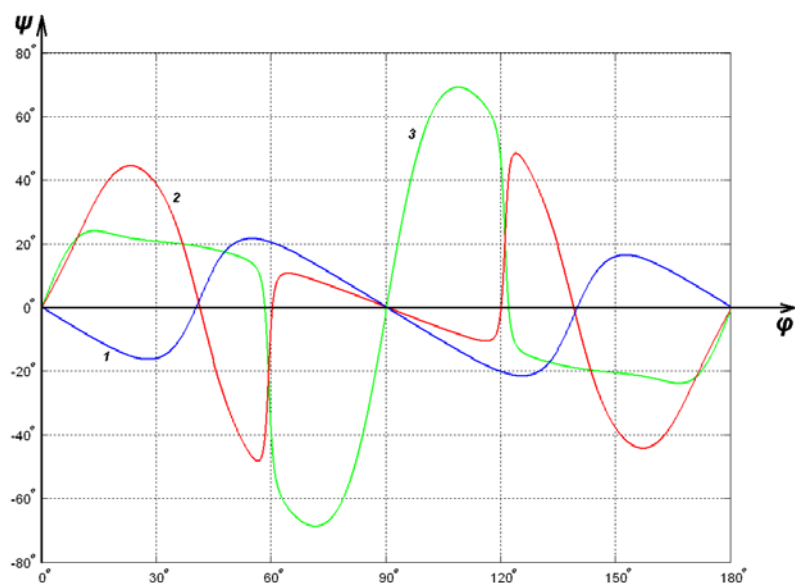


Рис. 2. Зависимость угла акустического сноса от направления распространения волны. На рисунке: 1 – квазипродольная волна, 2 – быстрая квазисдвиговая волна, 3 – медленная квазисдвиговая волна.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь. 1985.
2. А.Yu. Tchernyatin // Proc. of SPIE. 2005. V.5953. P. 59530U.1.
3. У. Мэзон “Физическая акустика” М.: Мир. 1966.
4. Э. Дьелесан, Д. Руайе, “Упругие волны в твердых телах” М.: Наука. 1982.

5. V. B. Voloshinov and N. V. Polikarpova // *Applied-Optics*. 2009. V.48.  
№. 7. P. C55.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛЕ НИОБАТА ЛИТИЯ

А.В. Муромец, А.С. Трушин

Физический факультет Московского государственного университета  
им. М.В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия  
anastasiagirl@mail.ru

Акустооптические устройства, управляющие параметрами световых пучков, находят широкое применение в различных областях науки и техники [1]. Одной из актуальных проблем акустооптики является высокая стоимость изготовления акустического контакта между пластинкой пьезоэлектрического преобразователя и акустооптическим кристаллом. Однако известно, что существуют и более технологичные и менее затратные методы возбуждения звуковых волн. Например, метод, предложенный К.Н. Баранским [2], заключающийся в использовании обратного пьезоэффекта акустооптического материала. Этот подход актуален и теперь [3]. В данной работе исследовались особенности взаимодействия света со звуком, возбуждавшимся этим методом.

Целью проведенных исследований было создание быстродействующего акустооптического модулятора неполяризованного лазерного излучения. На первом этапе работы рассматривался прототип акустооптического устройства, показанный на рис 1. На кристалл ниобата лития YZ среза были нанесены электроды, как указано на рисунке. На электроды подавались амплитудно-модулированные электрические импульсы с длительностью около 1.0 мкс и частотой высокочастотной несущей порядка 100 МГц. Возбуждающий ультразвук электрический импульс и отраженные эхо-импульсы наблюдались на осциллографе.

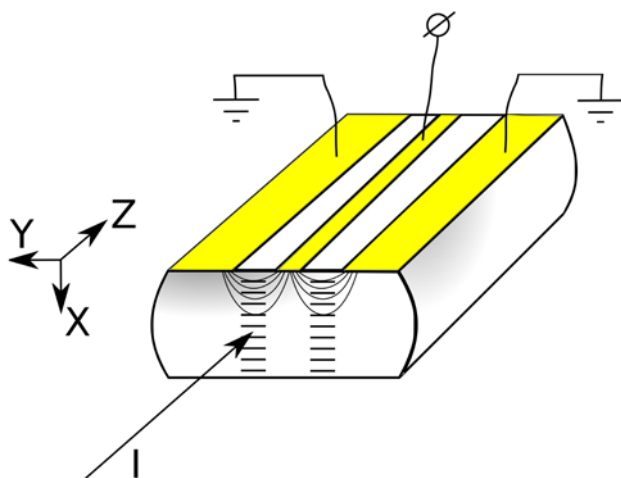


Рис. 1. Схема возбуждения звука в прототипе устройства на основе YZ среза

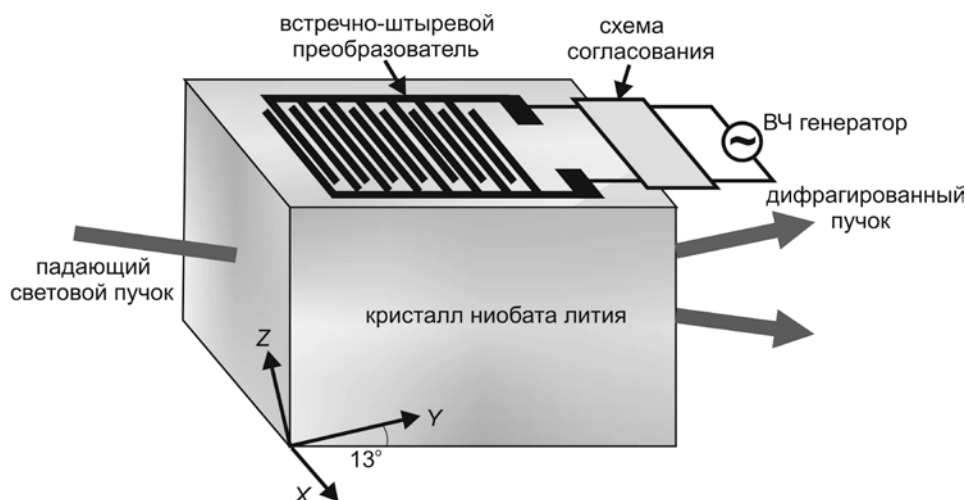


Рис. 2. Прототип устройства с оптимальным срезом кристалла ниобата лития

При исследовании акустооптической ячейки использовался твердотельный лазер, работавший на длине волны 532 нм, а также фотоприёмник на основе быстродействующего фотодиода.

Измерение распределения акустической энергии по сечению кристалла дало возможность оценить угловую расходимость звукового пучка и степень его локализации. Угловая расходимость ультразвука оказалась настолько малой, что за время распространения пучка по кристаллу его форма существенно не менялась. Было обнаружено, что размер границы акустического поля не превышал нескольких десятков микрон. Поэтому эффективность работы исследуемого устройства сильно зависела от совершенства технического исполнения акустооптического прибора, в частности, от формы нанесённых на кристалл электродов. Измеренная с помощью лазера эффективность дифракции составляла в ячейке около 1% при 1.0 ватте управляющей электрической мощности.

Можно ожидать, что увеличения эффективности дифракции в кристалле можно достичь при использовании иных конфигурации электродов и других срезов кристалла, в которых пьезоэлектрические и акустооптические свойства кристалла ниобата лития выражены более заметно. Такие срезы были найдены в ходе теоретических исследований. В частности, был выбран срез кристалла, сочетающий как высокие значения акустооптического качества ниобата лития для двух ортогональных направлений поляризации света, так и близость этих значений. Следует отметить, что в ниобате лития существуют срезы с более высоким значением акустооптического качества. Однако для наблюдения дифракции в подобных образцах требуются высокие частоты ультразвука, не реализуемые экспериментально.

Схема акустооптической ячейки, в которой использовался выбранный при исследованиях срез кристалла, приведена на рис. 2. Направление распространения ультразвука в ячейке находилось в плоскости YZ и

составляло угол  $13^\circ$  с осью Z. Световой пучок распространялся вдоль оси Y материала.

Эффективность дифракции для светового луча с обыкновенной поляризацией на длине волны лазерного излучения 532 нм и частоте ультразвука 135 МГц составила 2% на 1 Вт управляющей электрической мощности. Максимальное значение эффективности дифракции, наблюдавшейся в эксперименте, составило около 7%.

Дифракцию необыкновенной волны зарегистрировать в эксперименте не удалось. Это противоречило результатам теоретических исследований. Было высказано предположение о том, что причиной данного расхождения является сложная структура акустического поля. Для проверки этого предположения была изготовлена акустооптическая ячейка, в которой звук в кристалле ниобата лития возбуждался через кварцевый буфер с помощью традиционного пьезоэлектрического преобразователя. Оказалось, что в данной ячейке отношение эффективностей дифракции для разных поляризационных мод совпало с теоретической оценкой. Так, экспериментально зарегистрированное отношение эффективностей дифракции для необыкновенной и обыкновенной оптических волн составляло  $1.8 \pm 0.1$ , а теоретическое значение равнялось 1.7.

При исследовании структуры акустического поля измерения проводились не только для света, распространяющегося под углом  $\alpha \approx 3^\circ$  к оси Y, но и для излучения, направленного вдоль оси X кристалла. В этой геометрии эксперимента наблюдалась диаграмма Шефера-Бергмана, состоящая из набора световых пятен, угловая структура которых находилась в соответствии с модами акустического резонатора, имеющего параллельные грани. Было показано, что диаграмма Шефера-Бергмана в рассматриваемом случае представляет собой сечение поверхности акустической медленности плоскостью YZ кристалла. Это сечение было рассчитано в результате решения уравнения Кристоффеля. При этом экспериментальные результаты находились в хорошем соответствии с данными расчёта. Следует отметить, что в исследованной геометрии взаимодействия отношение эффективностей дифракции для необыкновенной и обыкновенной световых волн находилось в несколько лучшем соответствии с теоретическим значением.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.Н. Балакший, В.Н.Парыгин, Л.Е.Чирков Л.Е., «Физические основы акустооптики» М.: Радио и связь. 1985.
2. К.Н. Баранский // ДАН СССР. 1957. Т. 114. № 3. С. 517.
3. Д.Л. Волик, В.В. Раздобудько // Журнал технической физики. Т. 79 № 6. 2009.

## ВОЗБУЖДЕНИЕ ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН С ПОВЕРХНОСТИ КРИСТАЛЛА ПАРАТЕЛЛУРИТА

П.А. Никитин, А.С. Трушин

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова*

Nikitin.Pavel.A@gmail.com

Одной из основных задач в науке и технике является усовершенствование методов передачи и обработки информации. Способы решения этой задачи зависят от рабочего диапазона частот волны, несущей информацию. Для управления параметрами лазерного излучения наиболее перспективным является акустооптическое (АО) взаимодействие. Акустооптические устройства отличаются от аналогов компактностью, низкими управляющими мощностями и простотой в управлении [1]. Однако их существенным недостатком является высокая стоимость. Она, в основном, связана с тем, что не удается автоматизировать процесс создания акустического контакта пьезопреобразователя и кристалла, в котором происходит АО взаимодействие.

Одним из способов снижения стоимости АО устройств является возбуждение звука в кристаллах непосредственно с поверхности за счет собственного обратного пьезоэффекта [2]. Такой способ возбуждения звука является одним из наиболее перспективных и имеет ряд преимуществ, таких, как простота в реализации, сокращение сроков изготовления АО устройств и снижение на порядок технологических затрат. Таким образом, задача возбуждения объемных акустических волн с поверхности кристаллов актуальна и в настоящее время [3].

В данной работе проведено теоретическое и экспериментальное исследование возбуждения объемных акустических волн с поверхности кристалла парателлуриата ( $\text{TeO}_2$ ). При этом была использована простейшая система электродов для возбуждения звука (см. Рис. 1). Несмотря на то, что парателлурит является весьма слабым пьезоэлектриком, в определенном направлении распространения звука кристалл имеет рекордно высокое АО качество [4]. Поэтому эффективности АО дифракции при возбуждении звуковых волн за счет собственного пьезоэффекта в кристаллах парателлуриата, а также ниобате лития, являющемся хорошим пьезоэлектриком, оказываются одного порядка.

В матрице пьезоэлектрических модулей кристалла парателлуриата отличны от нуля только два элемента. Поэтому при приложении произвольного электрического поля к поверхности кристалла можно возбудить лишь сдвиговые акустические волны. Эти волны соответствуют упругим деформациям  $S_4$  и  $S_5$ . Известно, что максимальное АО качество в парателлуриате достигается при использовании звуковой волны,

распространяющейся в направлении  $[110]$  и имеющей поляризацию по оси  $[1\bar{1}0]$ . Таким образом, только за счет собственного пьезоэффекта невозможно возбудить с поверхности парателлуриата желаемую акустическую моду.

В работе была предложена и реализована такая геометрия электродов, при которой звуковая волна возбуждалась в области зазора между электродами, отражалась без потерь от боковой грани кристалла и преобразовывалась в искомую акустическую моду. Следует отметить, что подобная геометрия использовалась в работе [5], однако там применялся более сложный вариант возбуждения звука встречно-штыревым пьезоэлектрическим преобразователем.

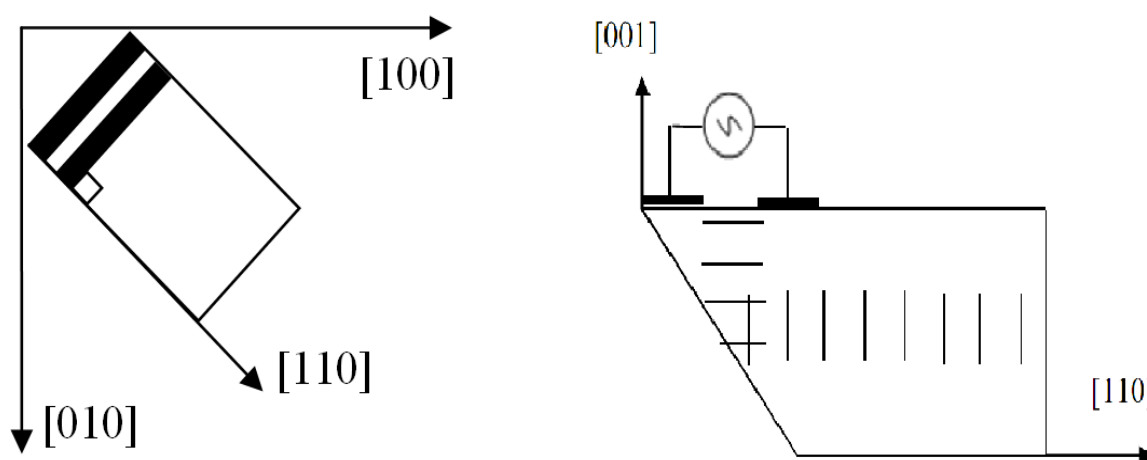


Рис. 1. Возбуждение звука с поверхности кристалла парателлуриата

Определить скорость ультразвуковых волн вдоль направления  $[001]$  с помощью методов АО невозможно из-за отсутствия в кристалле необходимых фотоупругих коэффициентов. Поэтому акустическая скорость была определена с помощью метода эхоимпульсов и в пределах погрешности совпала с литературными данными.

Для согласования электрических параметров АО ячейки с генератором ВЧ мощности использовался трансформатор сопротивлений. При этом удалось добиться эффективности АО дифракции порядка 1% на 1 Ватт управляющей электрической мощности. Эксперимент был проведен на частотах звука от 50 до 150 МГц и на длине волны излучения лазера 532 нм.

При АО взаимодействии угол отклонения дифрагировавшего света  $\theta$  связан с длиной волны ультразвука  $\Lambda$  следующим соотношением [6]:

$$\sin \theta = \frac{\lambda}{2n_o \Lambda}. \quad (1)$$

По этой формуле была рассчитана скорость звуковых волн, отраженных от боковой грани кристалла  $622 \pm 5$  м/с. Расхождение результатов эксперимента с литературными данными 617 м/с наиболее вероятно связано с тем, что отраженная звуковая волна распространялась не строго вдоль оси [110], а под некоторым углом  $\gamma$  к этому направлению. Величина искомого угла  $\gamma$  была оценена с использованием поверхности обратных скоростей и не превышала  $2,5^\circ$ .

Из-за того, что скорость звука в кристалле парателлурита зависит от направления, угол падения звука  $\varphi$  не равен углу отражения  $\gamma$  от боковой грани кристалла. По этой же причине меняется и расходимость звукового пучка. Расчет показал, что при отражении расходимость звука уменьшается в  $N$  раз:

$$N = \frac{2\varphi}{2\gamma} = \left( \frac{V_{[110]}}{V_{[001]}} \right)^2 \approx 11,7. \quad (2)$$

Это означает, что расходимость отраженного звукового пучка на порядок превосходит расходимость исходной волны ультразвука.

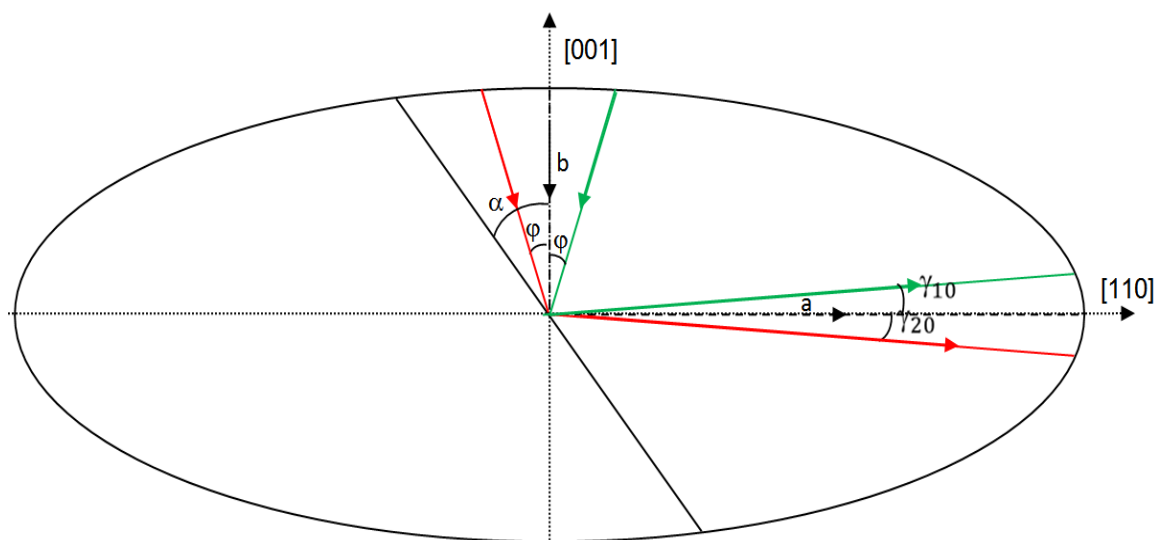


Рис. 2. Отражение звука от боковой грани кристалла парателлурита

Поскольку на частотах порядка 100 МГц затухание звуковых волн в парателлурите мало, было зарегистрировано четыре их прохождения вдоль оси [110]. Экспериментально были получены зависимости интенсивностей АО дифракции на каждой отраженной акустической волне в отдельности от угла падения света. Установлено, что с поверхности парателлурита одновременно возбуждается не один, как предполагалось, а два пучка ультразвука под небольшим углом по отношению друг к другу и к оси [001]. Этот угол по отношению к оси [001] составлял величину около  $2,5^\circ$ .



Теоретическое исследование позволило найти размер области возбуждения звуковых волн с поверхности кристалла, рассчитать углы граней кристалла относительно его кристаллографических осей, а также определить угол отклонения звука  $\gamma$  от направления [110]. Эксперимент показал, что угол  $\gamma$ , действительно, отличается от ранее рассчитанного и составляет величину  $0,28^\circ$ . Этот угол приблизительно на порядок отличается от угла  $2,5^\circ$ . Различие обусловлено акустической анизотропией кристалла парателлурита. Также экспериментально доказано, что при ширине зазора между электродами 0,3 мм реальный размер области возбуждения звуковых волн составил величину около 0,13 мм.

Таким образом, на основании проведенного теоретического и экспериментального исследования можно сделать заключение, что был создан прототип АО устройства на основе кристалла парателлурита с использованием собственного обратного пьезоэффекта. В устройстве не применялся обычный в таких случаях пьезоэлектрический преобразователь из тонкой пластинки кристалла ниобата лития. Экспериментальное исследование прототипа АО устройства подтвердило возможность создания дешевых приборов управления оптическим излучением при возбуждении звуковых волн непосредственно с поверхности пьезоэлектрических кристаллов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. J. Xu, R. Stroud "Acousto-optic devices" N.Y.: Wiley & Sons Inc. 1992.
2. К.Н. Баранский // ДАН СССР. 1957. Т. 114. №. 3. С. 517.
3. Д.П. Волик, В.В. Роздобудько // ЖТФ. 2009. Т. 79. Вып. 6. С. 124.
4. "Акустические кристаллы". Под ред. М.П. Шаскольской. М.: Наука. 1982.
5. А.С. Задорин, Л.А. Серебrenиков, С.Н. Шарангович // Автометрия. 1991. №.1. С.13.
6. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков "Физические основы акустооптики" М.: Радио и связь. 1985.

## ЭФФЕКТИВНЫЕ ФОТОУПРУГИЕ КОНСТАНТЫ ДВУМЕРНЫХ ФОТОННЫХ КРИСТАЛЛОВ

З.А. Пятакова, Г.В. Белокопытов

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

[zoya.pyatakova@physics.msu.ru](mailto:zoya.pyatakova@physics.msu.ru)

Проблема определения эффективных параметров неоднородных сред приобрела особую остроту в последнее десятилетие, когда появился интерес к метаматериалам – средам с электромагнитными параметрами, неосуществимыми в однородных веществах. Фотонные кристаллы обладают рядом свойств метаматериалов, но при этом характерные размеры неоднородностей в фотонном кристалле не намного больше длины волны света, а порядка длины волны. Поэтому работать в длинноволновом приближении и пользоваться теорией сосредоточенных электрических цепей для определения электромагнитных параметров фотонных кристаллов нельзя. Таким образом, корректно ввести тензор диэлектрической проницаемости и показатель преломления в фотонных кристаллах не удастся. Аналогичная проблема существует и в определении эффективных акустических параметров – тензора упругой жесткости и плотности.

В настоящей работе построена модель, позволяющая определять эффективные фотоупругие константы для различных направлений в двумерном фотонном кристалле. В основу данной модели положено решение задачи Брэгговской дифракции света на ультразвуке, приведенное ранее в нашей работе [1]. Исследуемая структура – двумерный двухкомпонентный фотонный кристалл, представляющий собой цилиндрические включения в матрице, образующие квадратную решетку (рис.1).

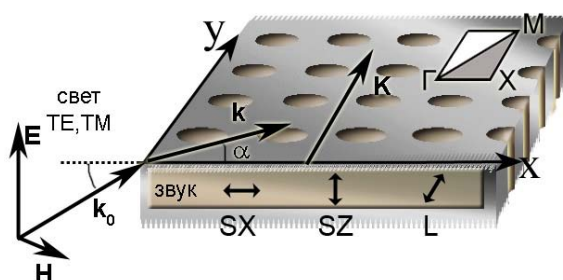


Рис.1. Геометрия задачи: двумерный фотонный кристалл, в котором распространяются оптическая (TE, TM) и акустическая (SX, SZ, L) волны.

Исходным в теории является волновое уравнение для вектора магнитного поля  $H$ . Решениями данного уравнения для периодически неоднородной среды будут неоднородные оптические волны – падающая и дифрагированная, при этом за счет фотоупругого эффекта будет

происходит перекачка энергии из падающей волны в дифрагированную и обратно [2]. Если направления волновых векторов взаимодействующих волн определены с достаточной точностью, в расчетах можно отбросить высшие фурье-гармоники блоховских волн. В таком одноволновом приближении, с учетом условий синхронизма и того, что акустическая волна распространяется вдоль оси ОУ, в настоящей работе получены формулы для эффективных фотоупругих коэффициентов.

Расчеты характеристик фотоупругого эффекта удобно вести с использованием пьезооптического тензора  $\pi_{ij}$  и тензора упругой податливости  $S_{ij}$ . Для кристаллов разной симметрии эти тензоры различны [3], но для ряда классов симметрии они имеют схожую форму, поэтому в настоящей работе вывод формул выполнен для случая, когда вещества, составляющие фотонный кристалл, принадлежат классам симметрии  $32, \bar{3}m, 3m, 4mm, 42m, 422, 4/mmm, 622, 6mm, \bar{6}m2, 6/mmm$ , кубической системы.

Далее приведены формулы фотоупругих коэффициентов фотонного кристалла для различных сочетаний поляризаций оптической и акустической волны. Акустическая волна может иметь продольную поляризацию ( $L$ ) и две поперечных –  $SX$  и  $SZ$ , при этом колебания частиц в акустической волне направлены соответственно вдоль осей  $x$  и  $z$  (рис.1). Оптические волны имеют  $TE$  и  $TM$  – поляризацию.

$$P_{TM, TM}^L = \frac{2(v^3 \hat{f}(\rho))^{1/2} \cos \alpha}{n^3 \hat{f}(\varepsilon_{22}^{-1})(v_g \hat{f}(s_{11}))^{1/2}} \left( \hat{f}(\pi_{12}) \operatorname{tg} \alpha \left( \sin \alpha - \frac{K}{k_0} \right) - \hat{f}(\pi_{11} + \pi_{41}) \sin \alpha + \hat{f}(\pi_{11}) \left( \cos \alpha + \frac{K}{k_0} \right) \right)$$

$$P_{TM, TM}^{SX} = \frac{2(v^3 \hat{f}(\rho))^{1/2} \cos \alpha}{n^3 \hat{f}(\varepsilon_{22}^{-1})(v_g \hat{f}(s_{44}))^{1/2}} \left( \hat{f}(\pi_{14}) \operatorname{tg} \alpha \left( \sin \alpha - \frac{K}{k_0} \right) - \hat{f}(\pi_{44} + \pi_{14}) \sin \alpha + \hat{f}(\pi_{14}) \left( \cos \alpha + \frac{K}{k_0} \right) \right)$$

$$P_{TE, TM}^{SZ} = \frac{2(v^3 \hat{f}(\rho)(\operatorname{tg} \alpha - 1))^{1/2} \cos \alpha}{n^3 (v_g \hat{f}(s_{66}) \hat{f}(\varepsilon_{22}^{-1}) \hat{f}(\varepsilon_{33}^{-1}))^{1/2}} \left( \hat{f}(\pi_{41}) \left( \sin \alpha + \frac{K}{k_0} \right) - \hat{f}(\pi_{66}) \cos \alpha \right)$$

$$P_{TE, TE}^L = \frac{2(\hat{f}(\rho) v^3 \cos^3 \alpha)^{1/2} \hat{f}(\pi_{31})}{n^3 \hat{f}(\varepsilon_{33}^{-1})(v_g \hat{f}(s_{11}))^{1/2}} \left( (\operatorname{tg} \alpha - 1) \left( (\operatorname{tg} \alpha - 1) \cos \alpha + \frac{K}{k_0} \right) \right)^{1/2}.$$

здесь верхний индекс обозначает поляризацию акустической волны, нижний – поляризацию взаимодействующих оптических волн;  $\hat{f}$  – символическое обозначение оператора, который "перемешивает" значения материальных констант двух материалов, например  $\hat{f}(\pi_{ij}) = f \cdot \pi_{ij}^{(1)} + (1-f) \cdot \pi_{ij}^{(2)}$ , где  $f$  – коэффициент заполнения, индексы (1) и (2) относятся соответственно к включению и матрице;  $\alpha$  – угол, под

которым распространяется оптическая волна в фотонном кристалле,  $v_g$  – групповая скорость света,  $v$  – скорость звука,  $k_0 = \omega/c$  – волновое число света в вакууме,  $n = kc/\omega$  – эффективный показатель преломления.

Полученные в работе аналитические формулы позволяют производить оптимизацию параметров фотонных кристаллов для наиболее эффективного взаимодействия оптических и акустических волн. Важной характеристикой фотонного кристалла является коэффициент заполнения  $f$  – объемная доля включений.

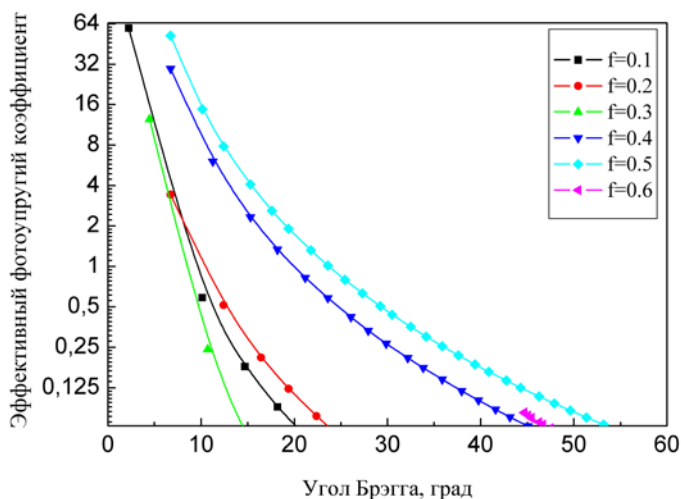


Рис. 2. Зависимости эффективного фотоупругого коэффициента для фотонного кристалла кремний-кварц от угла Брэгга при различных значениях коэффициента заполнения.

На рисунке 2 приведены зависимости эффективного фотоупругого коэффициента от коэффициента заполнения для фотонного кристалла кремний-кварц, изотропной дифракции ТМ волн на продольных акустических волнах. В расчетах фиксировалась нормированная частота света  $\omega^* = 0.2$  (что составляет 0,74 от частоты границы зоны Бриллюэна при  $f=0.5$ ). Из рисунка 2 видно, что максимальные значения фотоупругого коэффициента достигаются при  $f=0.5$ . Это ожидаемый результат, поскольку при этом коэффициенте заполнения максимальна кривизна дисперсионных характеристик, минимальна скорость звука и т.д., при этом оба материала вносят равный вклад в общее акустооптическое качество системы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Г.В. Белокопытов, З.А. Пятакова //Оптика и спектроскопия. Т. 110. №4. С. 633-641. 2011.

2. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков "Физические основы акустооптики" //М.: Радио и связь. 1985.

3. Акустические кристаллы. Справочник/ Блистанов А.А., Бондаренко В.С., Чкалова В.В. и др; под ред. М.П. Шаскольской. – М.:Наука. 1982.

## ВОЛНОВОДНЫЕ ИЗГИБНЫЕ МОДЫ В ПЛАСТИНАХ ПЕРЕМЕННОЙ ТОЛЩИНЫ

В.И. Старикова, В.Г. Можяев

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова*

[starikova.v.i@mail.ru](mailto:starikova.v.i@mail.ru), [vgmozhaev@mail.ru](mailto:vgmozhaev@mail.ru)

Скорость изгибных волн в тонких пластинах падает с уменьшением толщины. Это позволяет создавать условия волноводной локализации изгибных волн в плоскости пластины за счет изменения толщины. Первая попытка теоретически исследовать эту задачу была предпринята в работе [1]. Поиск решения в этой работе проводился численным методом с использованием классического уравнения изгибных колебаний тонких пластин постоянной толщины. Однако сама толщина при этом считалась зависящей от координаты. Очевидно, что количественная точность такого решения не может быть высокой в силу указанной непоследовательности в постановке задачи. Дело в том, что классическое уравнение изгибных колебаний тонких пластин переменной толщины содержит дополнительные слагаемые, пропорциональные градиентам толщины.

Современный интерес к этой задаче связан с двумя научными направлениями. С одной стороны, в настоящее время большое внимание уделяется изучению волновых процессов в микроструктурированных оптических волокнах, содержащих параллельные оси волокна цилиндрические включения или отверстия [2]. Изучение акустических свойств таких волокон представляет интерес для применения в них акустооптических взаимодействий. Общая теория распространения акустических волн в микроструктурированных оптических волокнах, содержащих несколько цилиндрических отверстий, развивалась в работе [3]. Если отверстия расположены близко друг к другу, то вдоль тонкой стенки между соседними отверстиями могут распространяться локализованные изгибные волны.

Обсуждаемая задача имеет отношение и к другому современному научному направлению, которое можно назвать микрожидкостной акустоэлектроникой. Целью исследований, проводимых в рамках этого направления, является создание новых микроэлектронных устройств типа акустических лабораторий на чипах [4]. Это должны быть многоканальные системы, обеспечивающие направленное перемещение, анализ и синтез растворов в виде малых капель. Использование в этих устройствах в качестве вынуждающей силы изгибных акустических волн в пластинах с системой каналов в виде цилиндрических желобков позволяет одновременно добиваться и направленного перемещения капель по этим каналам (рис.1), и локализации волн только в области рабочего канала. Кроме того, изучение волноводной локализации изгибных волн в слоях

переменной толщины может представлять определенный интерес и для применений ультразвука в медицине (анализ волноводных свойств длинных полых костей), и для строительной акустики (изучение колебаний межэтажных перекрытий в зданиях с арочными потолками, колебания бетонных плит с переменным профилем, колебания стенок туннелей с локальными утолщениями и утончениями, колебания стенки между двумя близко расположенными туннелями), и для задач геофизики (колебания ледового покрова морей и водоемов, колебания тектонических плит).

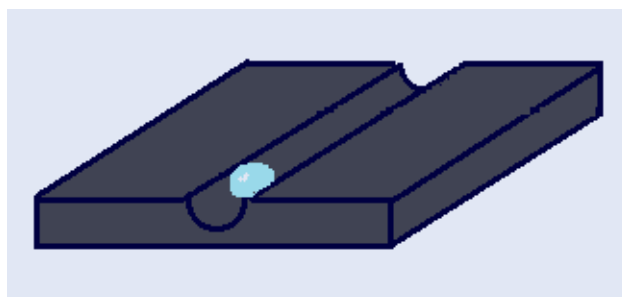


Рис. 1. Распространение капли по каналу

Для решения поставленной задачи используем классическое уравнение изгибных колебаний и волн в тонкой изотропной пластине переменной толщины [5]

$$\Delta(D\Delta w) - (1 - \nu) \left( \frac{\partial^2 D}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 D}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 D}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = -\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Здесь  $D$  – изгибная жесткость пластины, пропорциональная кубу ее локальной толщины  $h$ ,  $w$  – изгибная компонента смещений средней плоскости пластины,  $\rho$  – плотность пластины,  $\nu$  – коэффициент Пуассона материала пластины. Сложность аналитического нахождения решения задачи связана с высоким порядком этого дифференциального уравнения. До сих пор было известно лишь одно точное аналитическое решение данного уравнения, относящееся к случаю распространения изгибных волн в тонком клине [6], толщина которого зависит линейно от поперечной координаты  $y$ .

В настоящей работе впервые получено точное аналитическое решение уравнения (1) в случае нелинейной зависимости  $h(y)$  вида

$$h(y) = A \cosh^2(by), \quad (2)$$

где  $A$  и  $b$  – произвольные константы. Полученное решение имеет вид

$$w = \frac{w_0}{\cosh^6(by)} \exp[i(kx - \omega t)], \quad (3)$$

где амплитудная постоянная. Однако существует оно лишь при специальном значении коэффициента Пуассона  $\nu = (-3 + \sqrt{44})/15 \approx 0.24$ .

Для снятия ограничений, при которых существует точное аналитическое решение, разработан алгоритм численного решения задачи. Уравнение (1) для плоских волн  $w(x, y, t) = w(y) \exp[i(kx - \omega t)]$  имеет вид

$$-\frac{\rho\omega^2}{\alpha}hw + \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} - k^2\right) \left[ h^3 \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - k^2 w\right) \right] + \beta h \left( 2 \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right)^2 + h \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) k^2 w = 0 \quad (5)$$

и представляет собой задачу на собственные значения, в качестве которых фигурируют волновые числа  $k$ . Граничные условия на функцию  $w$  и ее производные задаются на бесконечности

$$w \rightarrow 0, w' \rightarrow 0, w'' \rightarrow 0, w''' \rightarrow 0, y \rightarrow \pm\infty. \quad (6)$$

Численное решение ищется методом стрельбы [7]. Метод заключается в сведении задачи на собственные значения (5) к задаче Коши, которая решается при помощи задания пробного значения  $k$ . Вместо граничных условий на бесконечности первоначально удобнее использовать эффективные граничные условия на оси волновода, которые следуют из симметрии волновых полей

$$w = A, w' = 0, w'' = B, w''' = 0, y = 0, \quad (7)$$

$$w = 0, w' = A, w'' = 0, w''' = B, y = 0. \quad (8)$$

Для симметричных мод первая и третья производные на оси волновода равны нулю (7). Для антисимметричных мод волновая функция и ее вторая производная на оси волновода равны нулю (8). Уравнение (5) решается методом Рунге-Кутты и зависит от  $k$  как от параметра;  $k$  находится с помощью метода дихотомии, чтобы удовлетворить граничным условиям на бесконечности (вместо бесконечности рассматривается достаточно удаленная точка от оси волновода). Поскольку решение линейной задачи определено с точностью до произвольной амплитудной константы, один из параметров в граничных условиях можно задать произвольно, например  $A=1$ . Тогда решение будет зависеть от  $B$  как от параметра.

Однако среди получаемых таким способом решений присутствуют псевдолокализованные решения, соответствующие нелокализованным изгибным волнам, проходящим наклонно через ось волновода. Для



выделения истинно локализованных волноводных мод дополнительно рассчитывался поток энергии волн вдоль оси волновода

$$E_x = -D \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \dot{w} + D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} + D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \frac{\partial \dot{w}}{\partial y}. \quad (9)$$

Для волноводных мод этот поток, как и амплитуда волн, должен убывать на больших расстояниях от оси волновода, что создает необходимость минимизации данного потока вдали от оси волновода по параметру  $B$ . Минимум потока энергии находился методом золотого сечения [7]. Описанный алгоритм был использован для поиска решения в пластине с профилем (2), соответствующим аналитическому решению. Численное решение в этом случае полностью совпало с аналитическим, что доказывает их корректность. Кроме того, численные расчеты были проведены для случая тонкой стенки с минимальной толщиной  $h_0$  между двумя одинаковыми отверстиями радиусом  $R = 100h_0$  (рис. 2).

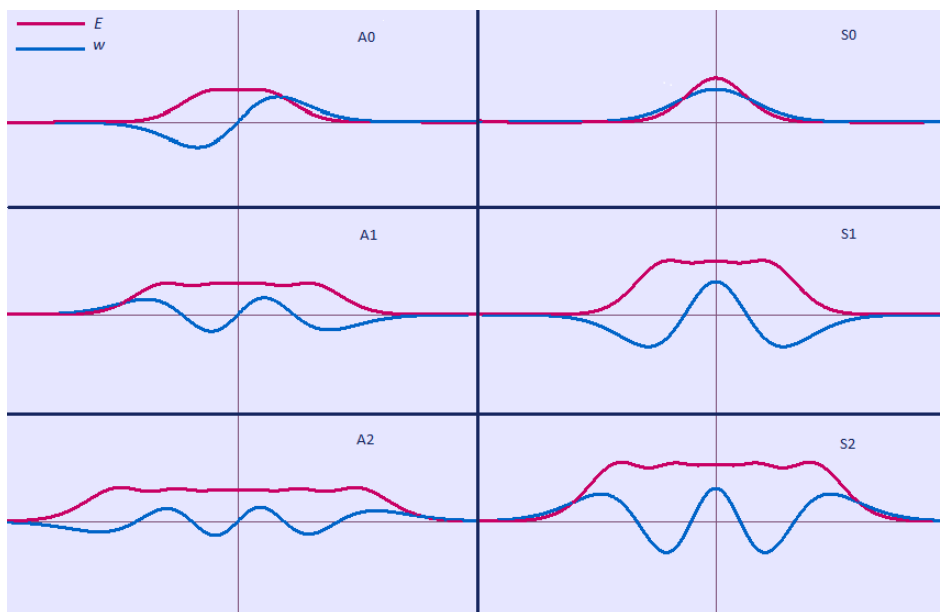


Рис. 2. Антисимметричные A0, A1, A2 и симметричные S0, S1, S2 изгибные моды на стенке между двумя круглыми отверстиями.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 11-02-01499-а.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б.Е. Михалев // Дальневосточн. акуст. сб. 1975. Вып. 1. С. 294-300.
2. А.М. Желтиков // УФН. 2004. Т. 174. № 1. С. 73-105.
3. S.A. Nikitov, R.S. Popov, I.V. Lisenkov, C.K. Kim // IEEE Trans. 2008. V. UFFC-55. No 8. P. 1831-1839.
4. A. Wixforth // Superlatt. Microstruct. 2003. V. 33. № 5-6. P. 389.

5. С.П. Тимошенко, С. Войновский-Кригер “Пластинки и оболочки” М.: Наука. 1966.
6. J. McKenna, G.D. Boyd, R.N. Thurston // IEEE Trans. 1974. V. SU-21. № 3. P. 178-186.
7. Н.Н. Калиткин “Численные методы” М.: Наука. 1978.

## АКУСТООПТИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ НА ПАРАТЕЛЛУРИТЕ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ СВЕТА ВДАЛИ ОТ ОПТИЧЕСКОЙ ОСИ КРИСТАЛЛА

Т.В. Юхневич, А.В. Маслаков, В.Б. Волошинов

*Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова*

*Кафедра физики колебаний*

[yukhnevich@physics.msu.ru](mailto:yukhnevich@physics.msu.ru)

Среди современных методов управления световыми потоками важную роль играют акустооптические методы. Эти методы используются в современной оптике, оптоэлектронике, оптической обработке информации, а также в лазерной физике и технике для управления амплитудой, фазой, частотой, поляризацией и направлением распространения светового луча [1]. Акустооптический (АО) прибор также позволяет изменить спектральный состав электромагнитного излучения. Известно, что оптическая фильтрация световых потоков осуществляется с помощью перестраиваемых акустооптических фильтров [1,2]. Акустооптические фильтры позволяют определять спектральный состав не только коллимированных световых потоков, но и расходящихся пучков, формирующих изображения. При этом АО фильтрация характеризуется большими функциональными возможностями и быстродействием по сравнению с классическими методами обработки оптических сигналов.

К настоящему времени в литературе описано большое число АО устройств, различающихся назначением, конструкцией и принципом действия. По таким характеристикам, как полоса пропускания, диапазон перестройки по длинам волн света  $\lambda$  и разрешающая способность  $R = \lambda / \Delta\lambda$ , АО фильтры не уступают фильтрующим устройствам других классов. Основным достоинством АО фильтров является быстрая электронная перестройка их параметров. Главные характеристики АО фильтров, т.е. полоса пропускания и спектральное разрешение определяются числом периодов фазовой структуры, укладываемой на длине взаимодействия света и звука. Поэтому в АО фильтрах высокого разрешения используется коллинеарное или квазиколлинеарное взаимодействие светового и звукового пучков. При подобном взаимодействии реализуются наиболее протяженные длины АО взаимодействия [3]. Однако, коллинеарные фильтры работают только с хорошо коллимированными оптическими пучками. Для фильтрации света можно использовать и неколлинеарную геометрию взаимодействия, например, широкоапертурную дифракцию [2]. Широкоапертурная геометрия допускает работу с неколлимированными световыми пучками, имеющими широкие угловые апертуры до десятков градусов. Тем самым,

АО фильтры могут осуществить фильтрацию изображений. Наиболее интересным является фильтр, для которого взаимная ориентация светового и звукового пучка оптимальна. В частности, оптимальную геометрию можно получить при правильном выборе угла среза кристалла  $\alpha$  [1]. Этот угол определяется между направлениями волнового фронта звука и оптической осью одноосного кристалла. Известно, что от величины угла  $\alpha$  при прочих равных условиях зависит угловая апертура акустооптической ячейки  $\Delta\theta_i$ .

В настоящее время в литературе подробно описаны широкоапертурные АО фильтры на кристалле парателлуриита, которые работают с малыми углами падения света и относительно низкими частотами ультразвука. Это объясняется тем, что параметр АО качества кристалла  $M_2$ , определяющий эффективность дифракции, заметно уменьшается с ростом частоты звука и угла падения света. В акустооптике известно, что широкоапертурная дифракция может быть реализована и при высоких акустических частотах, а также углах падения света, близких к  $\theta_i = 90^\circ$ . Однако в настоящее время высокочастотная широкоапертурная дифракция исследована недостаточно полно, а возможность её применения в АО фильтрах практически не рассматривалась.

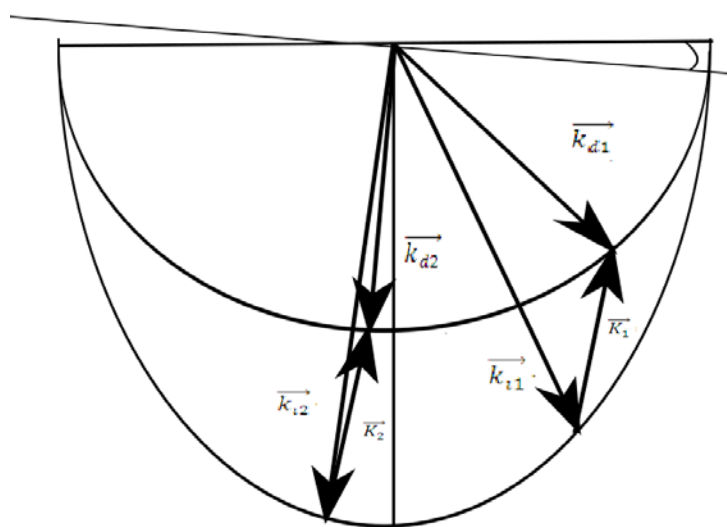


Рис1. Векторная диаграмма широкоапертурной и квазиколлинейной дифракции.

В данной работе рассматриваются широкоапертурный и квазиколлинейный АО фильтры с геометрией взаимодействия вдали от оптической оси кристалла. Для анализа использовался фильтр на основе кристалла парателлуриита ( $\text{TeO}_2$ ) с углом среза  $\alpha = 2^\circ$  и длиной кристалла  $L = 4.5$  см. Векторная диаграмма взаимодействия показана на рис. 1.

Диаграмма иллюстрирует выполнение следующих соотношений для волновых векторов света и звука

$$\vec{k}_{i1} + \vec{K}_1 = \vec{k}_{d1} \quad (1)$$

$$\vec{k}_{i2} + \vec{K}_2 = \vec{k}_{d2} \quad (2)$$

Первое из соотношений описывает широкоапертурную дифракцию, а второе – квазиколлинеарную. С помощью векторной диаграммы была рассчитана частотная зависимость угла Брэгга в кристалле

$$f = \frac{v}{\lambda} (n_i \sin \theta_i - \sqrt{(n_o^2 - (n_i \cos \theta_i)^2)}) \quad (3)$$

где  $v$  – скорость звука,  $n_o$  и  $n_i$  – показатели преломления света. Фрагмент подобной зависимости для  $\alpha = 2^\circ$  и  $\lambda = 1.15 \mu\text{м}$  и диапазон углов падения света  $\theta_i = 80^\circ - 120^\circ$  показана на рис 2. Из рисунка видно, что широкоапертурная геометрия реализуется в данном кристалле при угле падения света  $\theta_i = 88^\circ$  и частоте  $f = 76,1$  МГц. Из-за того, что при квазиколлинеарной дифракции угол падения  $\theta_i = 90^\circ + \psi$ , где  $\psi$  – угол сноса энергии акустического пучка, в парателлурите при  $\alpha = 2^\circ$  и  $\psi = 18^\circ$  получаем, что угол падения для квазиколлинеарного фильтра равен  $\theta_i = 72^\circ$ .

На рис 3 показан фрагмент рассчитанной и измеренной углочастотной зависимости. Экспериментальные данные показывают, что при фиксированном угле падения света  $\theta_i = 108^\circ$  полоса частот дифракции равна  $\Delta f = 17$  кГц. Используя известное соотношение  $\Delta \lambda / \lambda = \Delta f / f$  можно показать, что полоса пропускания фильтра при  $\lambda = 1.15 \mu\text{м}$  в режиме квазиколлинеарной дифракции будет равна  $2,7 \text{ \AA}$ . Аналогично, в режиме широкоапертурной дифракции получаем  $\Delta \lambda = 3,2 \text{ \AA}$ . Из экспериментальных данных можно определить не только полосу  $\Delta \lambda$ , но и апертуру фильтра  $\Delta \theta$ . Оказалось, что в исследуемом устройстве внешняя угловая апертура была равна  $\Delta \theta = 3,4^\circ$ , однако при этом наблюдался проигрыш в эффективности дифракции из-за более короткой длины АО взаимодействия. Для сравнения, допустимая угловая апертура в квазиколлинеарном фильтре оказывается меньше, т.е. не должна превышать  $\Delta \theta = 0,01^\circ$ .

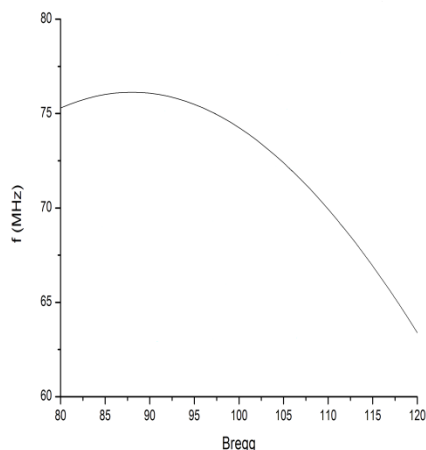


Рис 2. Рассчитанная зависимость акустической частоты от угла Брэгга

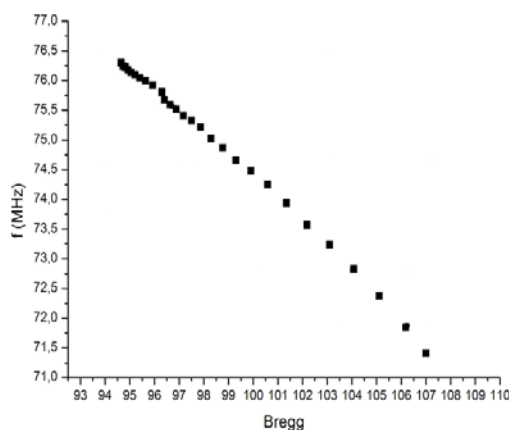


Рис 3. Экспериментальная зависимость акустической частоты от угла Брэгга

В работе теоретически и экспериментально исследована АО ячейка на кристалле парателлурита, в которой была одновременно реализована как квазиколлинеарная, так и широкоапертурная геометрия взаимодействия света и звука. Показаны преимущества и выявлены недостатки использования каждого из исследованных случаев дифракции в АО фильтрах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.И.Балакший, В.Н.Парыгин, Л.Е.Чирков, “Физические основы акустооптики”, М.: Радио и связь, 1985.
2. Л.Н.Магдич, К.Б.Юшков, В.Б.Волошинов // Квантовая электроника. 2009. № 4. С. 347-352.
3. В.Я.Молчанов, В.Б.Волошинов, О.Ю.Макаров // Квантовая электроника. 2009. Т.39. № 4. С. 353-360.

