

СЕКЦИЯ 2. ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ И ТЕЧЕНИЯ

Нелинейные гравитационные волны на поверхности вязкой жидкости: лагранжево описание	
А.А. Абрашкин, Ю.П. Бодунова	3
Внутренние волны и взаимодействие придонного потока и струи в системе течений	
И.А. Авилкин	5
Нелинейная эволюция периодических возмущений в газе	
А.В. Аксенов	9
Образование периодических придонных структур под действием параметрически возбуждаемых поверхностных волн	
В.О. Афенченко, С.В. Кияшко, С.А. Чесноков, Б.С. Каверин	11
Нелинейная динамика уединенных внутренних волн в двухслойном бассейне переменной глубины	
Е.А. Владыкина, А.А. Куркин, А.Р. Гиниятуллин	13
Уединенные волны в симметричной трехслойной жидкости: уточненное модифицированное уравнение Кортевега – де Вриза и полнонелинейная модель	
Е.А. Владыкина, О.Е. Куркина, А.А. Куркин	15
Спектральные задачи сдвиговой устойчивости в механике сплошной среды	
Д.В. Георгиевский	17
Обобщенная потенциальность течений неоднородных сред	
А.Н. Голубятников	19
Усиление нелинейных волн ветром на глубокой воде	
И.Е. Гуцин, О.Н. Мельникова	20
Перенос примеси топологическими дефектами поля параметрически возбуждаемой капиллярной ряби	
А.Б. Езерский, С.В. Кияшко, А.В. Назаровский, В.О. Афенченко	24
Лабораторное исследование радиолокационного рассеяния на сильно нелинейных волнах	
С.А. Ермаков, И.А. Капустин, И.А. Сергиевская	28
Влияние волновых процессов на структуру стратифицированных течений в заливе	
И.Н. Иванова, Б.И. Самолюбов	32
Дисперсионные ударные волны: введение в теорию	
А.М. Камчатнов	36
Интегральный подход к описанию поверхностных волн	
А.В. Кистович	38
Взаимодействие капиллярно-гравитационных волн с областями приповерхностной конвекции	
А.В. Кистович, К.В. Показеев	43
Крупный грунт в вихрях волны прорыва плотины	
О.Н. Мельникова, В.Н. Семенюк	47

Особенности распространения примеси по свободной поверхности составного вихря	
М.В. Трофимова, Е.В. Степанова	51
Волновой динамический барьер и система стратифицированных течений в заливе	
Е.Л. Шейнкман, И.А. Авилкин, А.А. Будников, И.Н. Иванова	53
Вязкопластические течения по каналам с переменным по длине сечением и деформируемыми стенками	
В.С. Юшутин	58

НЕЛИНЕЙНЫЕ ГРАВИТАЦИОННЫЕ ВОЛНЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ: ЛАГРАНЖЕВО ОПИСАНИЕ

А.А. Абрашкин, Ю.П. Бодунова
Институт прикладной физики РАН

Классическая теория волн на воде исходит из предположения об идеальности жидкости. Учет влияния вязкости на распространение волн является сложной математической проблемой. Диссипация существенна в тонком приповерхностном слое, что не позволяет перенести формулировку граничного условия с нестационарной свободной границы на уровень невозмущенной поверхности жидкости, как это делается для волн в идеальной жидкости. Однако, эту трудность математического описания волн можно обойти, если воспользоваться переменными Лагранжа. Вертикальная координата, соответствующая свободной поверхности, при лагранжевом описании полагается равной нулю, и формулировка граничного условия уже не составляет труда [1].

В докладе рассматриваются вопросы построения асимптотической теории, описывающей распространение нелинейных волн различного типа – стоячих, волнового пакета и бегущих периодических волн. Для каждого типа характерны свои особенности математического описания.

1. Стоячие волны в этом плане выглядят наиболее просто. Жидкие частицы совершают в них только колебательные движения. Выражения для их смещений относительно своего первоначального положения ищутся в виде ряда по малому параметру крутизны волны $\varepsilon = kA$, где k - волновое число, а A - амплитуда волны. Получены решения для первых двух приближений. Найдено распределение завихренности в тонком приповерхностном слое. Вне его построенное решение совпадает с аналогичными выражениями для потенциальных стоячих волн [2].

2. Для исследования динамики волнового пакета уравнения движения вязкой жидкости в форме Лагранжа записываются в комплексной форме. Они имеют следующий вид:

$$[\bar{W}, W] = 2i; \quad W = X + iY; \quad \bar{W} = X - iY;$$

$$W_{tt} + 2\sigma W_{qt} + \sigma^2 W_{qq} = -ig + \frac{i}{\rho} [p, W] + \frac{V}{2} \left\{ [W, [\bar{W}, W_t + \sigma W_q]] + [\bar{W}, [W, W_t + \sigma W_q]] \right\},$$

здесь квадратные скобки обозначают операцию взятия якобиана по переменным $q = a + \sigma t, b$, где a, b - лагранжевые координаты, t - время, σ - фазовая скорость линейной волны, g - ускорение свободного падения, p -

давление, ρ - плотность, ν - вязкость. Первое из этих уравнений – уравнение непрерывности, а второе – уравнение Навье-Стокса в форме Лагранжа. Они решаются с помощью метода разложения производной (метода многих масштабов). Величина, обратная числу Рейнольдса, выбирается равной квадрату малого параметра.

Получены выражения для координат траектории жидких частиц для первых трех приближений. Они совпадают с аналогичными выражениями для волнового пакета в идеальной жидкости, но должны удовлетворять вязкому граничному условию на свободной поверхности. Определено эволюционное уравнение для амплитуды пакета, которое является нелинейным уравнением Шредингера с дополнительным диссипативным членом, пропорциональным амплитуде. Численно проанализировано затухание солитона огибающей.

3. В прогрессивных волнах частицы, помимо колебательной составляющей скорости, имеют еще и дрейфовую. Ее выражение для плоской волны определил Лонге-Хиггинс [3]. Для пространственных поверхностных волн значение усредненного дрейфа жидких частиц найдено в работе [4]. Наличие дрейфа частиц существенно осложняет построение теории возмущений. Обсуждается возможный вид решения задачи в квадратичном приближении, описывающее как колебательное, так и дрейфовое движение жидких частиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Абрашкин, Е.И. Якубович “Вихревая динамика в лагранжевом описании” М.: Физматлит, 2006.
2. Л.Н. Сретенский “Теория волновых движений жидкости” М.: Наука, 1977.
3. M.S. Longuet-Higgins // Phil. Trans. Roy. Soc. London. Ser. A. 1953. V.245. N. 903. P. 535.
4. А.А. Абрашкин // Изв. РАН. Механика жидкости и газа, 2008. №6. С. 89.

ВНУТРЕННИЕ ВОЛНЫ И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРИДОННОГО ПОТОКА И СТРУИ В СИСТЕМЕ ТЕЧЕНИЙ

И.А. Авилкин

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
avilkin.ivan@gmail.com

Преобразования структур стратифицированных течений в природных бассейнах (морях, озерах, водохранилищах) как правило обусловлены комплексным воздействием внутренних волн и турбулентного обмена на энерго- и массоперенос. При этом усиление генерации турбулентности при снижении устойчивости течения может приводить к эмиссии вихреобразований из зон потери устойчивости в окружающую водную среду. С явлением такого типа, которое сопровождалось выбросами облаков мутности из придонного потока в вышележащие слои воды и периодическими усилениями струи, распространявшейся в этих слоях, мы столкнулись при анализе развития системы течений в заливе.

Под системой стратифицированных течений понимается совокупность потоков, развивающихся на разных глубинах от поверхности до дна и взаимодействующих между собой [2]. Входящие в эти системы течения, распространяющиеся под слоями вод меньшей плотности в морях, озерах и водохранилищах, активно изучаются для решения фундаментальных проблем геофизической гидродинамики и задач, связанных с ее практическими приложениями. Среди важнейших прикладных задач выделяется разработка методов прогноза формирования качества воды с учетом загрязнений гидросферы естественными и техногенными примесями, включая продукты донной эрозии, транспортируемые в системах течений.

Цели данной работы: 1) выявление механизма энерго- и массопереноса из придонного потока в вышележащие слои в системе течений, включающей придонный поток, промежуточную струю и циркуляцию, вызванную ветром в заливе.; 2) разработка методики теоретического описания вихреволнового энергообмена в изучаемой системе течений.

Экспериментальная часть данной работы выполнена в экспедиции кафедры физики моря и вод суши физического факультета МГУ на Онежском озере в августе 2008 г. Исследования проводились с применением методов многопараметрических измерений на долгосрочной станции. Использовались доплеровский профилограф скорости RDSP – 600 (AANDERA), зонды RCM 9 (той же фирмы) и другие для съемок вертикальных распределений скорости течения, температуры воды, концентраций взвеси, растворенных солей и кислорода.

В ходе экспедиции получены уникальные, репрезентативные данные о пространственно-временной эволюции полей течений и параметров состава воды. При анализе преобразований полей скорости, а также возмущений скорости и концентрации взвеси был выявлен процесс энерго- и массообмена между придонным потоком и промежуточной струей, развивавшийся в термоклине. Были выделены следующие этапы этого процесса.

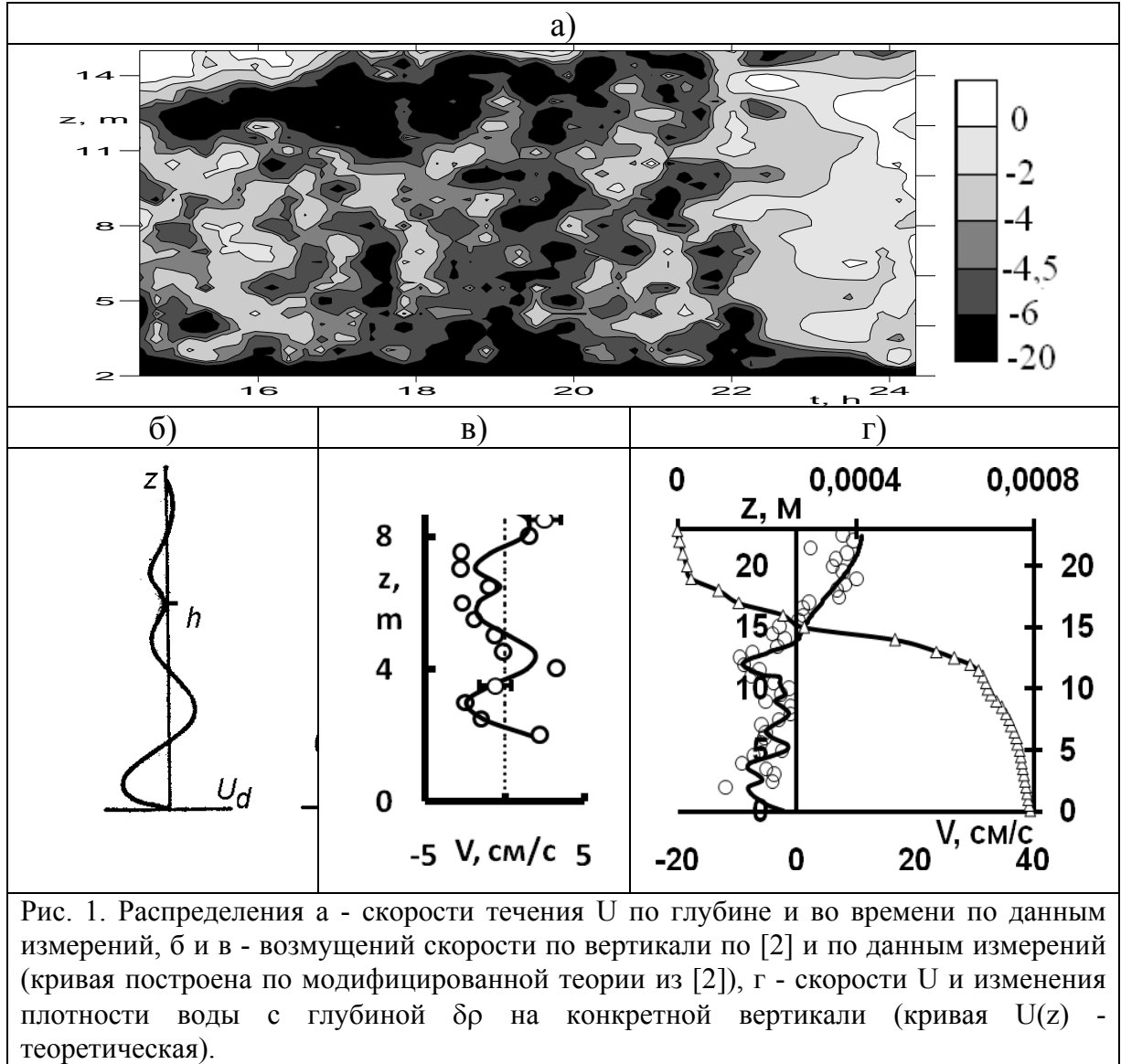


Рис. 1. Распределения а - скорости течения U по глубине и во времени по данным измерений, б и в - возмущений скорости по вертикали по [2] и по данным измерений (кривая построена по модифицированной теории из [2]), г - скорости U и изменения плотности воды с глубиной $\delta\rho$ на конкретной вертикали (кривая $U(z)$ - теоретическая).

1. Развитие внутренней волны индуцирует увеличение неустойчивости по числу Ричардсона Ri в придонном слое (рис.2. а).

2. Спад устойчивости приводит к подъему возмущений, наблюдаемых в полях скорости (Рис. 1. а) и концентрации взвеси. Высота возмущений соответствует высоте внутренней волны, которая способствует их появлению.

3. В определенных фазах волны, когда подъем возмущений максимален, они достигают термоклина и попадают в зону действия промежуточной струи, усиливая ее.

4. По структуре поля скорости в придонном слое процесс выброса возмущений аналогичен процессу развития неустойчивости, описанному на численной модели в работе [4].

5. Влияние такого процесса энерго- и массопереноса наблюдалось также в поле концентрации взвеси, где зарегистрированы выбросы облаков мутности из придонного потока и появление нефелоидного слоя в промежуточной струе.

$$(U_d)_{theor} = A_d \exp(-k_e(z - z_e)) \sin(k_r z + \varphi_r) \quad (1)$$

$$(U_d)_{exp} = U - \langle U \rangle - \delta U \quad (2)$$

$$\delta U = [\bar{U}(t) - \langle \bar{U} \rangle] \langle \bar{U} \rangle^{-1} \langle U(z) \rangle \quad (3)$$

$$U_{theor} = \langle U \rangle + (U_d)_{theor} \quad (4)$$

Для описания этого процесса в данной работе принята за основу упрощенная теория распространения завихренности, генерируемой при развитии неустойчивости в придонном слое [1].

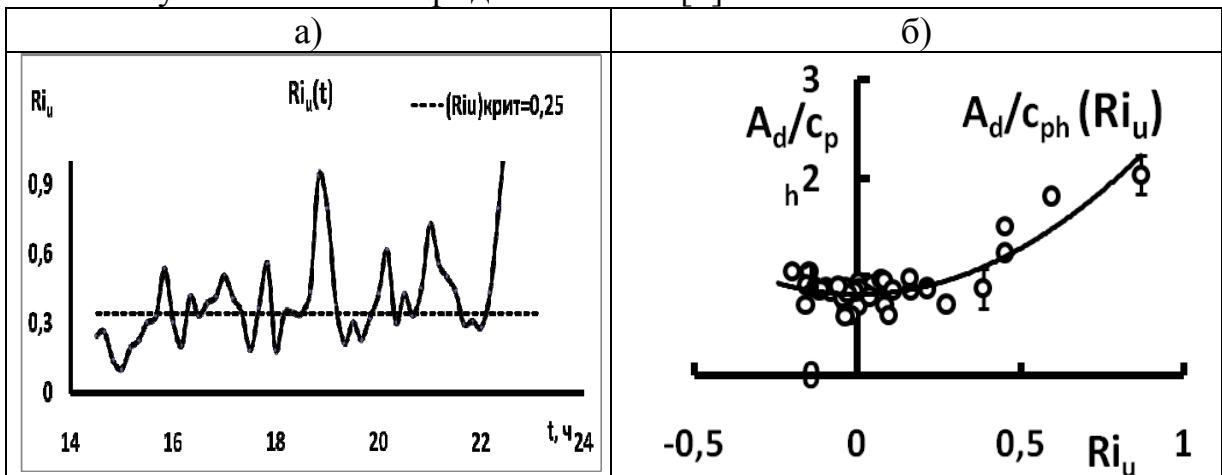


Рис. 2. Зависимости а – интегрального числа Ричардсона для придонного плотностного оптока Ri_u от времени, б – отношения амплитуды возмущений к фазовой скорости волны ... от числа Ричардсона.

Распределения завихренности имеют квазигармонический вид с амплитудой, экспоненциально затухающей с высотой над уровнем дна (1). Аппроксимация поля возмущений скорости с применением этой модели (Рис. 1. в), дополненной полученными зависимостями характеристик возмущений от параметров изучаемого процесса, привела к удовлетворительным результатам.

Соответствующие выражения зависимостей коэффициента затухания возмущений k_e , фазы φ и амплитуды A_d от числа Ричардсона Ri_u , толщины придонного потока z_u , нормированное на ее значение в начальном створе

z_{uo} , частоты внутренней волны ω , начальной фазы φ_0 , фазовой скорости волны c_{ph} , критического числа Ричардсона Ri_u^* имеют вид

$$k_e = (0.2Ri_u + 0.13)/(z_u / z_{uo}) \quad (5)$$

$$\varphi = \varphi_0 + 2.5 \cos(\omega t + \theta) \quad (6)$$

$$A_d = 1.9c_{ph}(Ri_u - Ri_u^*)^2 + 0.83 \quad (7)$$

Полное теоретическое вертикальное распределение скорости течения, включающее осредненный профиль скорости по [1] и профиль соответствующий возмущениям (4), согласуется с данными измерений и таким образом подтверждает гипотезу о вихреволновом механизме зарегистрированного процесса (Рис. 1. г).

Основные результаты:

1. Выделены основные этапы индуцированного внутренней волной энергообмена между придонным потоком и промежуточной струей.

2. Предложена гипотеза о вихреволновом переносе импульса из придонного потока в изучаемой системе течений и получены зависимости характеристик возмущений скорости от устойчивости течений, высоты придонного потока и параметров внутренней волны.

3. Теоретическое распределение скорости течения, включающее осредненный профиль скорости и профиль ее возмущений, согласуется с данными измерений, что подтверждает гипотезу о вихреволновом механизме зарегистрированного процесса.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 08-05-00574-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Бетчов, В. Криминале "Вопросы гидродинамической устойчивости" М.: Мир, 1971.

2. Б.И. Самолюбов "Взаимодействие между потоками в системах течений со стратифицированными струями" // Международн. конф. "Потоки и структуры в жидкостях". Москва, 24-27 июня 2007 г., 2009. Ч. 2. С. 173.

3. Б.И. Самолюбов "Плотностные течения и диффузия примесей" ЛКИ, 2007.

4. M. Stastna, K.G. Lamb // J. of Geoph. Res. 2008. V. 113. C10016, doi:10.1029/2007JC004711.

НЕЛИНЕЙНАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ГАЗЕ

А.В. Аксенов

Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

aksenov@mech.math.msu.su

Рассмотрим систему уравнений, описывающую изэнтропическое одномерное неустановившееся движение газа со степенной зависимостью давления от плотности [1]. Запишем ее в следующем виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} &= -\lambda \frac{\partial \rho^{1/\lambda}}{\partial x}, \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} &= 0, \quad \lambda = \frac{1}{\gamma - 1}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь переменные имеют следующий смысл: t – время, x – пространственная переменная, u – скорость, ρ ($\rho > 0$) – плотность, γ ($\gamma > 1$) – показатель степени (показатель политропы). Система уравнений (1) записана в безразмерных переменных. В качестве характерных размерных величин взяты характерная длина l , характерная плотность газа ρ_0 , характерная скорость $u_0 = \sqrt{\gamma p_0 / \rho_0}$, равная скорости звука в газе с плотностью ρ_0 и давлением p_0 (давление p_0 соответствует плотности ρ_0), и характерное время $t_0 = l / u_0$.

Система уравнений (1) линеаризуется в плоскости годографа. Линеаризованная системы уравнений может быть записана в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial r} &= 2\lambda z \frac{\partial t}{\partial r} - r \frac{\partial t}{\partial z}, \\ \frac{\partial x}{\partial z} &= -r \frac{\partial t}{\partial r} + 2\lambda z \frac{\partial t}{\partial z}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $r = \rho^{(\gamma-1)/2}$, $z = (\gamma-1)u / 2$. Условием совместности системы уравнений (2) является уравнение Эйлера–Пуассона–Дарбу

$$\frac{\partial^2 t}{\partial r^2} + \frac{(2\lambda+1)}{r} \frac{\partial t}{\partial r} - \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} = 0. \quad (3)$$

В работе [2] были получены все линейные дифференциальные соотношения первого порядка вида

$$t^{(\beta)} = A(r, z) \frac{\partial t^{(\alpha)}}{\partial r} + B(r, z) \frac{\partial t^{(\alpha)}}{\partial z} + C(r, z) t^{(\alpha)}$$

между решениями $t = t^{(\alpha)}(r, z)$, $t = t^{(\beta)}(r, z)$ класса уравнений Эйлера–Пуассона–Дарбу (3). На основании полученных соотношений в работе найдены общие решения системы уравнений (1) в специальных случаях, когда показатель политропы $\gamma = 5/3; 7/5; 9/7$. Для рассматриваемых случаев решена задача о периодическом по пространственной переменной движении газа со следующими начальными периодическими по пространственной переменной условиями

$$r|_{t=0} = 1 + \varepsilon \cos(x), \quad z|_{t=0} = 0,$$

где ε ($0 < \varepsilon < 1$) – произвольная постоянная. Получены зависимости времени наступления градиентной катастрофы от начальной амплитуды ε .

Найдена аналогия между системой уравнений (1) и системой уравнений, описывающей движение абсолютно неустойчивых сред [3]. Получены точные решения, описывающие нелинейную эволюцию периодических возмущений в абсолютно неустойчивых средах.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 08-01-00401 и 09-01-00610).

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Курант, К. Фридрихс “Сверхзвуковое течение и ударные волны” М.: Изд-во ИЛ. 1950.
2. А.В. Аксенов. // Доклады АН. 2001.Т. 381. № 2. С. 176.
3. В.К. Жданов, Б.А. Трубников “Квазигазовые неустойчивые среды” М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит, 1991.

ОБРАЗОВАНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ПРИДОННЫХ СТРУКТУР ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

В.О. Аfenченко¹, С.В. Кияшко¹, С.А. Чесноков², Б.С. Каверин²

¹Институт Прикладной Физики РАН, Нижний Новгород

²Институт металлоорганической химии им. Г.А.Разуваева РАН, Нижний Новгород

afen@appl.sci-nnov.ru

Структуры, сформированные на поверхности протяженного жидкого горизонтального слоя, вибрирующего однородно в вертикальном направлении с частотой ω , к настоящему времени достаточно хорошо исследованы [1]. Было показано во многих работах, что если амплитуда колебаний слоя превышает определенное критическое значение, то на поверхности жидкого слоя параметрически возбуждаются капиллярные волны с частотой $\omega/2$. Такие волны называются рябью Фарадея.

Во многих практических случаях колеблющийся слой жидкости содержит взвешенные частицы примеси, которые могут перераспределиться волнами и в ряде случаев образовывать на дне различные структуры, обладающие пространственной периодичностью. Задачей нашего исследования было проведение экспериментов по придонному структурообразованию в тонких слоях жидкости, содержащей тонущие микрочастицы примеси – металлизированные сферы. Для того, чтобы подробно исследовать получающееся распределение примеси, нами был предложен метод фотополимеризации для перевода слоя из жидкого состояния в твердое. Отвердевший материал представлял собой прозрачное органическое стекло, в котором распределены периодические группы микрочастиц примеси. Таким образом, получался трехмерный «мгновенный снимок» расположения частиц в слое жидкости.

Эксперименты были выполнены с жидким фотополимером, чувствительным к видимой радиации. Состав полимерной композиции выбирался на основе олигоэфирметакрилатов, содержащей хиноновый фотоинициатор, обеспечивающий чувствительность к свету видимого диапазона. Полимеризация композиции проходила за 5-10 минут и сопровождалась выделением тепла и существенным сжатием (до 10 %). Фотополимеризация осуществлялась включением проектора с яркостью светового потока 2500 ANSI люмен. Жидкий фотополимер, содержащий микросферы, приблизительно 50 микрон в размере, помещался в горизонтальную квадратную кювету размером 100x100 см². Кювета помещалась на вибростенд, на который подавался синусоидальный сигнал с кварцевого генератора.

Мы генерировали стационарную структуру волн в каждом эксперименте. Как только регулярная структура стоячих волн была

сформирована, частицы начинали медленно дрейфовать к узлам волн и, через несколько минут, распределение частицы повторяло структуру капиллярной ряби. Сформированное распределение частиц примеси было зафиксировано путем освещения поверхности слоя фотополимера в течении 10-20 минут. На завершении процесса мы получали твердые образцы полимеров (см. Рис.1).

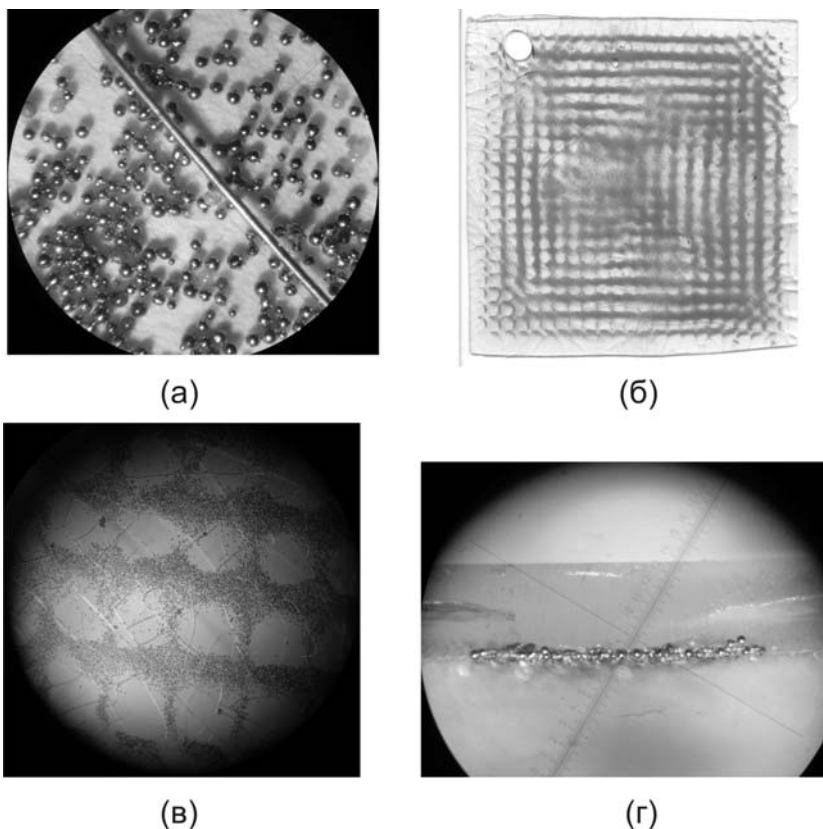


Рис. 1. (а) Пример частиц примеси – металлизированных капсул (толщина проволоки – 90 мкм); (б) полученный образец с процентным содержанием примеси 3% , $f_p = 61$ Гц, (в) фотография решетки сверху, полученная через микроскоп; (г) вертикальный срез образца через узел стоячей волны (зону концентрации примеси).

Работа финансирована РФФИ, грант № 09-02-01118-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.I. Rabinovich, A.B. Ezersky, P.D. Weidman, "The pattern formation" Singapore: World Scientific, 2000.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА УЕДИНЕННЫХ ВНУТРЕННИХ ВОЛН В ДВУХСЛОЙНОМ БАССЕЙНЕ ПЕРЕМЕННОЙ ГЛУБИНЫ

Е.А. Владыкина^{1,2}, А.А. Куркин¹, А.Р. Гиниятуллин¹

¹Нижегородский государственный технический университет им. Р. Е. Алексеева,

²Институт прикладной физики РАН

Рассматривается двумерная задача о трансформации уединенных внутренних волн в бассейне с ровным пологим дном, распространяющихся в двухслойной жидкости с постоянной глубиной залегания пикноклина. Параметры задачи подобраны таким образом, что все коэффициенты уравнения Гарднера (которое описывает динамику внутренних волн в слабонелинейном пределе для таких условий) значительно меняются, при этом коэффициент квадратичной нелинейности меняет знак.

Для решения задачи используются три подхода: численное моделирование в рамках полной системы уравнений гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости, моделирование с помощью слабонелинейной теории и анализ посредством адиабатической теории.

В рамках адиабатической теории рассматривается граничная задача для обобщенного уравнения Гарднера. В качестве граничного условия берется «временной» солитон уравнения Гарднера с «замороженными» коэффициентами. Этот метод основан на применении уравнений энергетического баланса и его основное преимущество заключается в том, что по существу нет необходимости моделировать весь процесс перестройки, чтобы узнать нужные характеристики волны в интересующей нас точке. Необходимым условием применимости этого метода кроме плавности изменения дна (а также основных параметров задачи), то есть, адиабатичности, также является невозможность обращения в нуль таких параметров, как скорость волны и, в рассматриваемом случае, коэффициента нелинейности (вблизи этой точки волна должна разрушаться).

Поскольку мы проводим сравнение с адиабатической асимптотикой, нас интересуют трансформации солитонов разной амплитуды и ширины, поэтому были взяты 5 моделируемых точек на кривой «амплитуда – ширина» (рис.1) солитона уравнения Гарднера [1]. В качестве начальных условий были выбраны две пары солитонов, имеющие попарно одинаковую ширину, но разные амплитуды, а также солитон с минимально возможной шириной.

Для этих же случаев проводилось моделирование с помощью программного комплекса [2], численно решающего полнонелинейную систему уравнений, описывающих движение невязкой несжимаемой

стратифицированной жидкости в вертикальной плоскости в приближении Буссинеска.

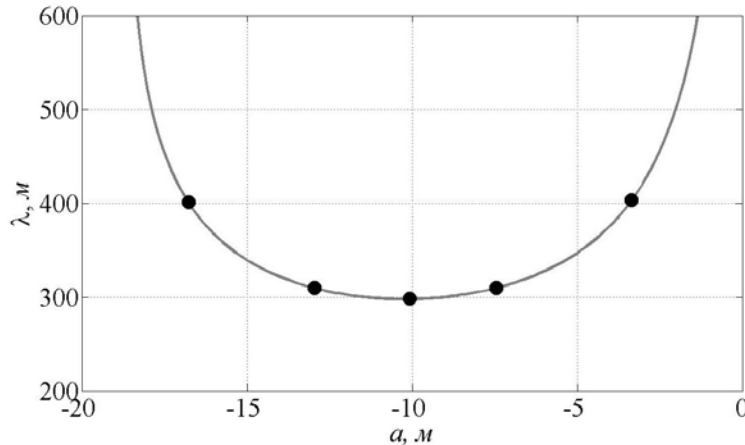


Рис.1 Кривая зависимости ширины солитона уравнения Гарднера от его амплитуды

Введение наклонного дна в эту модель ведет только к изменению граничного условия и заключается в модификации условия непротекания. Для использования этого подхода нет жестких требований на плавность изменения параметров и можно моделировать перестройку солитона при прохождении точки нулевой квадратичной нелинейности. Стоит отметить, что численное моделирование имеет наиболее широкую область применимости и является универсальным инструментом для решения такого рода задач.

Моделирование перестройки солитонов в рамках слабонелинейной теории, а именно, уравнения Гарднера с переменными коэффициентами дает довольно хорошие оценки параметров солитонов, качественно правильно отражает картину динамики волн, при этом не требуя столь объемных вычислений, как при моделировании полнонелинейной системы уравнений гидродинамики.

Было проведено сравнение в рамках трех перечисленных подходов основных качественных этапов трансформации уединенных волн различных амплитуд и изменения вдоль трассы распространения таких показателей, как массы образующихся при перестройке уединенной волны «хвостов», амплитуды и формы самих перестраивающихся солитонов.

ЛИТЕРАТУРА

1. C.S. Gardner, J.M. Green, M.D. Kruskal, R.M. Miura // Phys. Rev. Lett. 1967. V.19. P.1095.
2. K.G. Lamb // J. Geophys. Res. Oceans. 1994. V.99. P. 843.

УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ В СИММЕТРИЧНОЙ ТРЕХСЛОЙНОЙ ЖИДКОСТИ: УТОЧНЕННОЕ МОДИФИЦИРОВАННОЕ УРАВНЕНИЕ КОРТЕВЕГА – ДЕ ВРИЗА И ПОЛНОНЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ

Е.А. Владыкина^{1,3}, О.Е. Куркина^{1,2}, А.А. Куркин¹

¹Нижегородский государственный технический университет им. П. Е. Алексеева,

²Нижегородский филиал Государственного университета «Высшая школа экономики»,

³Институт прикладной физики РАН

Настоящая работа посвящена решению гидродинамической задачи о распространении внутренних уединенных волн (солитонов) больших амплитуд в трехслойной среде с симметричными относительно полуглубины слоями, что является важным приложением нелинейной волновой динамики стратифицированных потоков.

Простейшей симметричной стратификацией, конечно, является двухслойная жидкость со слоями равной толщины, но в этом случае коэффициент кубической нелинейности отрицателен, тогда как в трехслойной жидкости, в зависимости от соотношения толщин слоев, он может быть как отрицательным, так и положительным и обращаться в нуль [1], поэтому волновая динамика в такой среде гораздо разнообразнее, чем в двухслойной.

Исследования динамики уединенных волн низшей моды проводилось как в рамках слабонелинейной теории (уточненное модифицированное уравнение Кортевега – де Вриза), так и в рамках полнонелинейной модели.

При выводе эволюционных уравнений по асимптотической схеме для симметричных и близких к ним стратификаций стандартное масштабирование уравнения Кортевега – де Вриза требует модификации для учета дисперсионных и нелинейных эффектов в одном порядке. Должна возрасти роль следующих по нелинейности членов в асимптотическом разложении волнового поля. С использованием указанного масштабирования нами были получены расширенные версии эволюционных уравнений для отклонений поверхностей раздела слоев (четвертого порядка точности по малым параметрам нелинейности и дисперсии) и предложено нелинейное асимптотическое преобразование волновых полей, которое сводит исходное уравнение к более простому уравнению, имеющему вид модифицированного уравнения Кортевега – де Вриза с аддитивным членом нелинейности пятой степени.

Полнонелинейные уединенные волны были исследованы с помощью численной модели уравнений гидродинамики невязкой несжимаемой стратифицированной жидкости, которая решается в вертикальной плоскости. Модель была разработана и любезно предоставлена авторам настоящей работы проф. К. Лэмбом (университет Ватерлоо, Канада), она успешно использовалась для моделирования внутренних гравитационных

волн в многочисленных работах [2-6]. Численные эксперименты проводились для сглаженной симметричной трехслойной стратификации.

Солитонные решения уточненного слабонелинейного уравнения сравниваются с полнонелинейными уединенными волнами – численными решениями полной системы уравнений Эйлера для симметричной трехслойной жидкости со слегка сглаженными пикноклинами и малыми скачками плотности на них. Поведение интегральных (массы, энергии) характеристик, ширины и скорости уединенных волн в зависимости от их амплитуд весьма сходно (качественно и количественно) для этих моделей, когда параметры среды обеспечивают близкие к нулю значения коэффициента кубической нелинейности.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Grimshaw, E. Pelinovsky, T. Talipova // *Nonlinear Processes in Geophysics*. 1997. V.4. P. 237.
2. K. Lamb, Numerical experiments of internal wave generation by strong tidal flow across a finite amplitude bank edge. // *J. Geoph. Res.* 1994. 99. C1. P. 843.
3. K. Lamb // *J.Fluid Mech.* 2002. V.451. P. 109.
4. K. Lamb, L. Yan // *J. Phys. Ocean.* 1996. V.26. P. 2712.
5. K. Lamb, G. and B. Wan // *Phys. Fluids*. 1998. 10. P. 2061.
6. K. Lamb, O. Polukhina, T. Talipova, E. Pelinovsky, W. Xiao and A. Kurkin // *Phys. Rev. E*. 2007. 75. 046306-1-6.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ СДВИГОВОЙ УСТОЙЧИВОСТИ В МЕХАНИКЕ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ

Д.В. Георгиевский

Механико-математический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова

georgiev@mech.math.msu.su

Проведён анализ краевых задач устойчивости трёхмерного нестационарного деформирования тел с определяющими соотношениями, описываемыми линейными и нелинейными тензорными функциями, относительно малых начальных возмущений, а также возмущений материальных функций, входящих в эти соотношения. К исследуемым материалам относятся нелинейно-вязкие жидкости, идеально- и вязкопластические среды, тензорно нелинейные среды. Учтено наличие жёстких зон в невозмущённом движении и возможное изменение их границ в возмущённом [1].

В качестве аппарата выбран метод интегральных соотношений, восходящий к работам Дж.Сайнджа и Д.Джозефа [2, 3] и известный ранее применительно к задачам устойчивости течений идеальной и ньютоновской вязкой жидкостей. Эта методика развита для сред с более сложными, нелинейными, определяющими соотношениями, а также для невозмущённых процессов с трёхмерной кинематикой, возможно, обладающих существенной нестационарностью. Метод позволяет получать достаточные оценки устойчивости в энергетических пространствах L_p . Это могут быть нижние оценки критических чисел Рейнольдса в зависимости от других безразмерных материальных параметров задач. Так, для вязкопластических сдвиговых течений Куэтта, Пуазейля, Куэтта – Тейлора, диффузии вихревого слоя критические числа Рейнольдса зависят от безразмерного предела текучести (числа Сен-Венана – Ильюшина).

Большое внимание уделено гидродинамической интерпретации классической задачи Орра – Зоммерфельда [4 – 7] как задачи сдвиговой устойчивости ньютоновских течений. В проблемах на собственные значения для уравнения Орра – Зоммерфельда с неклассическими граничными условиями (отличными от условий прилипания) исследован вопрос о применимости преобразования Сквайра, позволяющего сводить трёхмерную картину возмущений к двумерной в плоскости основного сдвига [8]. Выведены линеаризованные уравнения, обобщающие уравнение Орра-Зоммерфельда на тензорно линейные неньютоновские среды. В задачах устойчивости сдвиговых течений таких сред показана неприменимость алгоритма преобразования Сквайра.

В задачах устойчивости деформирования необходим учёт допуска при определении из установочных экспериментов материальных функций [9]. Математически это означает, что к числу возмущаемых величин наряду с

начальными данными и действующими возмущениями необходимо отнести неизвестные материальные функции. В работе исследованы изотропные тензорные функции в самом общем случае тензорной и скалярной нелинейности. Им придаётся смысл определяющих соотношений, связывающих тензоры напряжений и скоростей деформаций в сплошной среде. На скалярные материальные функции инвариантов накладываются вариации, пропорциональные некоторому реальному в каждой задаче малому физическому параметру, которые влекут возмущения самой тензорной функции. Найдены линейные и квадратичные составляющие таких возмущений. В каждом из приближений выписана линеаризованная замкнутая система уравнений, лежащая в основе задачи устойчивости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.М. Климов, А.Г. Петров, Д.В. Георгиевский "Вязкопластические течения: динамический хаос, устойчивость, перемешивание" М.: Наука, 2005.
2. J.L. Synge // Semicentenn. Publ. Amer. Math. Soc. 1938. V. 2. P. 227-269.
3. D.D. Joseph // J. Fluid Mech. 1969. V. 36. No 4. P. 721-734.
4. R. Betchov, W.O. Criminale "Stability of Parallel Flows" N.-Y., London: Acad. Press, 1967 = Р. Бетчов, В. Криминале "Вопросы гидродинамической устойчивости" М.: Мир, 1971.
5. В.Б. Лидский, В.А. Садовничий // Изв. АН. Сер. Математ. 1968. Т. 32. № 3. С. 633-648.
6. О.Р. Козырев, Ю.А. Степанянц // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. М.: ВИНТИ, 1991. Т. 25. С. 3-89.
7. Д.В. Георгиевский // Современные проблемы математики и механики. М.: Изд-во МГУ, 2009. Т. 2. Вып. 2. С. 17-25.
8. D.V. Georgievskii // Russian J. Math. Phys. 2009. V. 16. No 4. P. 478-483.
9. Д.В. Георгиевский // Изв. РАН. Сер. Механика твёрдого тела. 2007. № 3. С. 55-62.

ОБОБЩЕННАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНОСТЬ ТЕЧЕНИЙ НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

А.Н. Голубятников
МГУ им. М. В. Ломоносова
golubiat@mail.ru

Предлагается метод выделения класса “потенциальных” течений неоднородных сплошных сред, допускающих вариационную формулировку, что позволяет существенно снизить порядок уравнений. Введение обобщенного потенциала (не обязательно вектора скорости) для движения неоднородной несжимаемой жидкости и газа было дано Эккартом [1]. Общий подход основан на расширении группы симметрии системы до группы преобразований лагранжевых переменных с единичным якобианом за счет введения функций, характеризующих неоднородность, в число неизвестных [2, 3]. Наличие этой симметрии дает закон сохранения “завихренности”, отсутствие которой и приводит к потенциальности. Кроме того, подгруппы расширенной группы симметрии позволяют строить новые классы точных решений. Метод распространяется на магнитную гидродинамику и теорию упругости.

Простейшим примером такой потенциальности служит известное решение Дюбрей-Жакотен для поверхностных волн на глубокой воде с произвольным распределением плотности по вертикальной координате, но которое, однако, не стремится к потенциальному течению однородной жидкости при выравнивании плотности. Таким образом, естественным подходом является решение задач о движении неоднородных сред не в приближении слабой неоднородности (что может быть неправильным), а в предположении точной обобщенной потенциальности.

Обсуждается вопрос сохранения обобщенной потенциальности на ударных волнах и приводится пример обтекания угла плоским неоднородным сверхзвуковым стационарным потоком газа.

Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ (проекты 08-01-00026, 08-01-00401).

ЛИТЕРАТУРА

1. С. Eckart // Phys. Fluids. 1960. V. 3. No 3. P. 421.
2. А.Н. Голубятников // Аэромеханика и газовая динамика. 2002. No 4. С. 14.
3. А.Н. Golubiatnikov // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. 2004. V. 9. No 1. P. 53.

УСИЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ВЕТРОМ НА ГЛУБОКОЙ ВОДЕ

И.Е. Гущин, О.Н. Мельникова

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши

olamel@yandex.ru

На начальной стадии генерации волн горизонтальным потоком воздуха на поверхности воды возникают плоские волны. Пока скорость воздушного потока выше фазовой скорости волн $u > c$, амплитуда, длина и фазовая скорость волн растут. Усиление волн обусловлено неравномерным распределением давления воздуха вдоль волны. Начиная с Кельвина (Джеффрис, Шулейкин), этот эффект связывают с образованием вихрей на подветренном склоне волны. В [1] экспериментально обнаружен регулярный отрыв больших вихрей (размером порядка амплитуды волны) при отрыве пограничного слоя воздуха на переднем (подветренном) склоне волны близкой к опрокидыванию. В [2] экспериментально показано, что на подветренном склоне волны происходит периодическая остановка вязкого слоя воздуха за счет силы трения на нижней границе слоя и обратного градиента давления на его верхней границе. При этом формируются вихри, покидающие придонный слой после его остановки. В [3] с помощью интеграла Коши-Лагранжа рассчитано распределение давления вдоль волны с учетом вертикального сдвига скорости и возмущений, создаваемых вихрями и периодическим торможением вязкого слоя. Рассчитанная скорость роста амплитуды линейной волны оказалась близкой экспериментальному значению. Для нелинейных волн расчеты не выполнялись. В [4] показано, что вихри, образующиеся у поверхности воды, притягивают к себе полосу поверхности воды шириной близкой двум диаметрам вихря за время $\tau = \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}}$, где D – расстояние между вихрем

и водой, g – ускорение силы тяжести. В [5] экспериментально доказано, что вихри, формирующиеся в вязком слое тормозящегося в направлении движения потока воздуха над передним склоном волны, деформируют ее профиль. В результате такой деформации растет амплитуда волны, ее длина и крутизна. Крутизна волны на глубокой воде быстро достигает предельного значения (0.31 – 0.32), при котором наблюдается распад на трехмерные волны большей длины. Для создания метода прогноза роста ветровых волн необходимо выяснить, как происходит деформация трехмерных волн в процессе усиления и как меняется глубина проникновения колебаний нелинейных плоских и трехмерных волн, что и является целью настоящей работы.

Эксперименты проводились в прозрачном канале длиной 3.5 м, высотой 40 см, шириной 20 см. Высота воздушного канала над водой – 10

см. Исследование выполнялось с помощью видеозаписи процесса и анемометров: вертушки и термосопротивления. Доверительный интервал измерений скорости воздуха (в диапазоне $5 < u < 6$ см/с) в области максимальной дисперсии для вероятности 0.67 составлял 0.1 см/с.

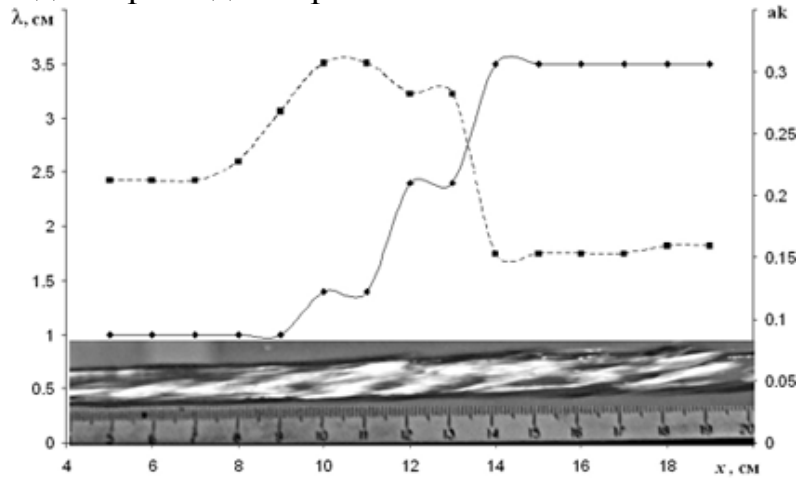


Рис.1 Усиление и распад волн. Сплошная линия длина, штриховая – крутизна волны.

На рис.1 приведен кадр, показывающий поверхность воды в зоне генерации волн. На начальном участке крутизна плоских волн растет, достигает критического значения $ak = 0.31$ (a – амплитуда, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ – длина волны), и на поверхности возникают трехмерные волны большей длины. Параметры волн представлены на графике в верхней части рисунка, при распаде выполняется условие фазового синхронизма: $\vec{k}_1 = \vec{k}_2 + \vec{k}_3$, где волна длиной 1.4 см распадается на волны 2.4 и 3.3 см, которые и видны на снимке на участке $13.5 \text{ см} < x < 17 \text{ см}$, т.к. фазовые скорости волн равны. После распада самая длинная волна имеет максимальную амплитуду. Оказалось, что усиление длинной волны может быть рассчитано методом [5]. Обнаружено, что угол наклона переднего склона волны является функцией ее крутизны. Когда крутизна волны достигает значения 0.31-0.32 происходит новый распад на более длинные волны при значительном снижении фазовой скорости. На рис.2 слева видна волна, не достигшая предельного значения крутизны. Справа – длинная волна, возникшая в результате распада, сохраняет крутой гребешок распавшейся волны на левом фланге. Крутизна гребешка продолжает расти, достигает предельного значения 0.41 и опрокидывается на последнем кадре. Передний склон длинной волны медленно увеличивает наклон, растет амплитуда и крутизна волны, как и после первого распада, показанного на рис.1. На длинном переднем склоне видна деформация, возникающая при вылете вихрей из вязкого слоя замедляющегося потока воздуха.

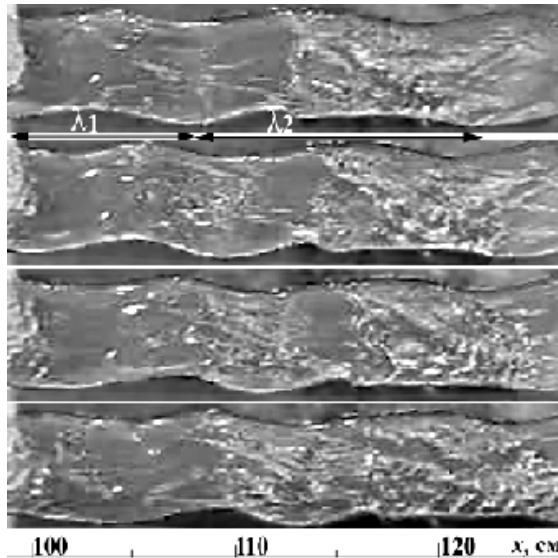


Рис.2 Распад трехмерной волны предельной крутизны.

Для того, чтобы получить зависимость амплитуды колебаний от глубины использовалась видео запись перемещения частичек полистирола нейтральной плавучести диаметром 0.03 мм. Каждый трек представляет собой путь пройденный частицей за время съемки данного кадра. Траектория движения частицы позволяет определить амплитуду колебаний волнового движения на данной глубине. Видео кадры обрабатывались с помощью программы “Adobe Photoshop”. Доверительный интервал измерений смещения частиц в области максимальной дисперсии для вероятности 0.67 составлял 0.01 см.

Запись отклонений свободной поверхности позволяет определить параметры поверхностной волны. Характер движения частицы определяется фазой волны. Траектория движения частицы обусловлена горизонтальным дрейфовым течением и вращением в волновой ячейке.

Известно, что высота колебаний линейных волн убывает с глубиной по экспоненте

$$h_y \sim h \exp(-ky) \quad (1)$$

где h – высота колебаний на поверхности воды, y - глубина. Можно предположить, что для нелинейных волн высота колебаний на данной глубине будет расти с увеличением крутизны волны. Для того, чтобы проверить это предположение, были исследованы колебания жидкости в серии экспериментов для волн длиной от 1 до 5 см и крутизной от 0.13 до 0.29. По видеозаписи определялась высота волновых колебаний $h_{exp}(y)$ для данного значения крутизны волны.

По полученным данным были построены графики зависимости нормированной амплитуды колебаний волны на данной глубине от крутизны волны. По вертикальной оси отложено отношение измеренной в эксперименте высоты колебаний h_{exp} к h_l , определенной выражением (1). По горизонтальной оси отложено отношение глубины к длине волны y/λ .

Графики имеют экспоненциальный характер, причем показатель степени зависит, только от крутизны волны. При увеличении крутизны волны показатель степени экспоненты увеличивается как полином значения крутизны волны. Общая зависимость высоты колебаний может быть записана следующим образом:

$$h_{\text{exp}} = h \exp\left[\left(p_1 ak - p_2 (ak)^2 - 1\right)ky\right] \quad (2)$$

где h – высота колебаний на поверхности жидкости, коэффициенты $p_1=4.64$ и $p_2=-5.17$, ось y направлена вниз. Полученное выражение подтверждает сделанное предположение о росте толщины слоя волновых колебаний пропорционально крутизне волны. Амплитуда колебаний на приведенной глубине определяется только крутизной волны для исследованного интервала длин волн, удовлетворяющего приближению глубокой воды. Для волн, крутизна которых не превышает значения 0.15 достаточно использовать линейное приближение. Для нелинейных волн большей крутизны необходимо использовать полученное выражение (2). Нелинейная поправка оказывается существенной даже в зоне генерации, так как плоские волны быстро становятся нелинейными, достигают предельной крутизны 0.31 и распадаются на длинные трехмерные волны.

В результате проведенного экспериментального исследования обнаружено, что усиление длинных трехмерных волн, возникающих при распаде плоских волн предельной крутизны, определяется вихрями, формирующимися в вязком слое воздуха над передним склоном волны. Крутые гребешки распадающихся волн могут увеличивать крутизну после распада и обрушаться. Исследование глубины проникновения нелинейных ветровых волн на глубокой воде показало, что амплитуда волновых колебаний на глубине, нормированная на длину волны, увеличивается с ростом крутизны волны и определяется только этой величиной. Получено выражение, описывающее зависимость глубины проникновения нелинейных волн от их крутизны.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.P. Giovangeli, M.H. Garat // In "The air-sea interface". Eds. by M.A. Donelan, W.H. Hui, W.J. Plant. The University of Toronto Press, 1996.
2. П.Ю. Волков, С.Л. Мартынов, О.Н. Мельникова и др. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37. № 6. С. 834.
3. И.Н. Иванова, О.Н. Мельникова, Т.А. Нивина и др. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 5. С. 703.
4. Е.А. Новиков // Известия АН. Физика атмосферы и океана. 1981. Т. 17. № 9. С. 956.
5. О.Н. Мельникова, К.В. Показеев // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45. № 3. С. 420.

ПЕРЕНОС ПРИМЕСИ ТОПОЛОГИЧЕСКИМИ ДЕФЕКТАМИ ПОЛЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ РЯБИ

А.Б. Езерский, С.В. Кияшко, А.В. Назаровский, В.О. Афенченко

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

kiyashko@appl.sci-nnov.ru

Транспорт пассивной примеси в гидродинамических течениях представляет интерес для различных прикладных проблем, возникающих как при разработке технологий, так и в океанологии, биофизике, астрофизике и т.д.[6]. Фундаментальное значение имеет выяснение механизмов транспорта частиц в гидродинамических системах, находящихся вдали от состояний равновесия. Для таких систем характерно возникновение пространственных паттернов и исследование движения частиц важно не только для изучения процессов переноса, но и для получения дополнительной информации о структурах, которые возникают в гидродинамических течениях как результат самоорганизации.

В данной работе мы изучаем транспорт примеси в ряби Фарадея – стоячих, параметрически возбуждаемых капиллярных волнах. Рябь Фарадея, благодаря многообразию реализующихся в ней структур, является популярным объектом исследования формообразования и переходов к пространственному беспорядку.

Исследование движения частиц в параметрически возбуждаемой капиллярной ряби проводилось в ряде работ [2,3,4,5] для случая, когда при превышении порога генерации на поверхности протяженного слоя жидкости малой вязкости, колеблющегося в вертикальном направлении, возникают две взаимноортогональные стоячие волны. В работах [4,5] исследовались траектории отдельной частицы в поле такой квадратной решетки и диффузия облака частиц, занимавших в начальный момент времени ограниченную область.

Как выяснено к настоящему времени, в параметрически возбуждаемой ряби при достаточно большой вязкости жидкости вместо волн огибающих возможно возникновение топологических дефектов [8]. Образом пространственного беспорядка, возникающего при увеличении амплитуды колебаний слоя, в этом случае является ансамбль взаимодействующих топологических дефектов. Как показано в работе [9], топологические дефекты, возникающие при параметрическом возбуждении волн, представляют собой связанные состояния двух одноименных топологических зарядов. Такие связанные состояния обладают свойствами частиц – они могут рассеиваться друг на друге, аннигилировать, образовывать квазиустойчивые состояния в виде доменных стенок.

В данном сообщении мы исследуем перенос примеси, вызванный уединенными топологическими дефектами. Насколько нам известно,

крупномасштабные течения, вызываемые дефектами, не определялись экспериментально, хотя гипотетическая картина поля скорости, вызванного дефектом в роликовой структуре, представлена, например, в работе [1]. Подробное экспериментальное изучение течений, генерируемых уединенной дислокацией, важно, на наш взгляд, для исследования механизмов перемешивания в системах, где реализуется пространственно-временной хаос топологических дефектов.

Генерация крупномасштабных течений и перенос частиц наблюдался как при использовании силиконового масла, так и раствора глицерина.

Во-первых, была исследована структура крупномасштабных течений возникающих при движении дефекта в поле капиллярной ряби. На рис. 1 представлен пример картины полей скоростей средних течений на поверхности жидкости, создаваемых движущимся дефектом и соответствующие этим моментам картины стоячих волн с дефектом.

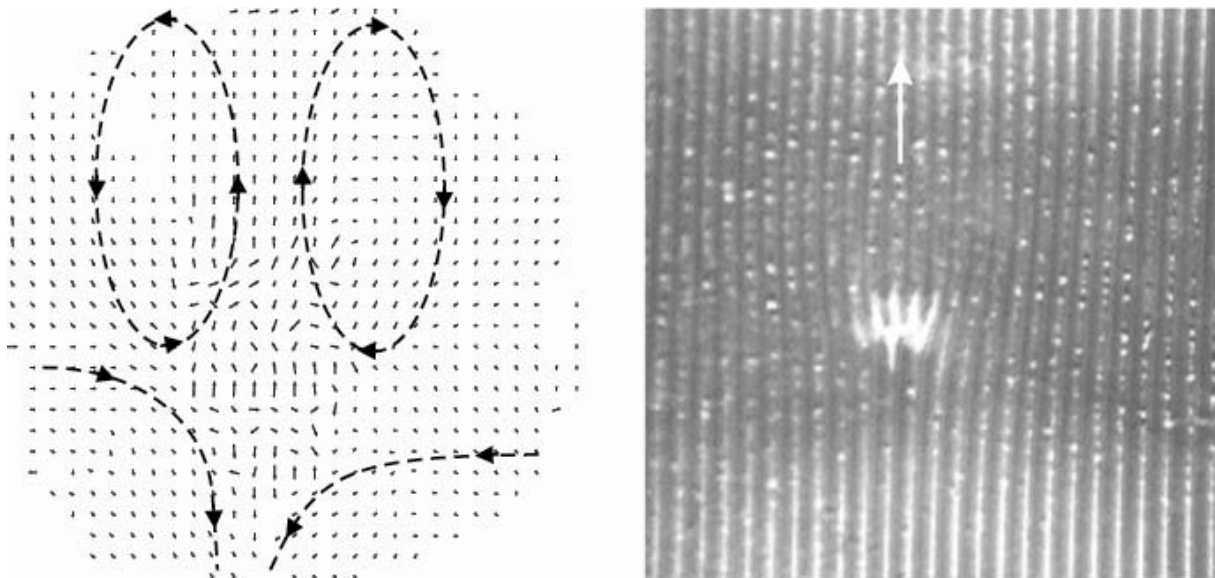


Рис. 1. Картина поля средних течений и соответствующая картина стоячих волн с дефектом ($V_{\text{дефекта}} = 12.7$ мм/с, $V_{\text{ср.поля}} = 1.7$ мм/с).

Известно, что в поле поверхностных стоячих волн плавающие частицы собираются в узлах стоячих волн. На рис.1 видно, что частицы расположены на линиях, повторяющих структуру стоячих волн. Если поле не содержит дефектов, а средние течения в жидкости отсутствуют, то частицы остаются на месте. При наличии течений частицы могут дрейфовать. Легко заметить два вихря, расположенные по обе стороны от оси движения дефекта. Эти вихри привязаны к дефекту и передвигаются вместе с ним от одного края кюветы к другому. Величина поля скорости крупномасштабного течения быстро спадает при удалении от центра дефекта. На достаточном удалении от дефекта легко заметить возвратные течения, возмещающие недостаток жидкости, унесенной дефектом. В области перед дефектом скорость течений максимальна и совпадает с

направлением его движения, а картина течений перемещается вместе с дефектом по мере продвижения его к противоположному краю кюветы. При этом частицы, находящиеся в узкой области перед дефектом, захватываются дефектом и переносятся им к противоположному краю кюветы, в то время как остальные частицы совершают небольшие смещения от своего первоначального положения при прохождении дефекта. С ростом надкритичности величины средних течений увеличиваются, одновременно увеличивается скорость движения дефекта и скорость переноса частиц.

Таким образом, эксперимент показал, что поле среднего течения, вызванного дефектом, во многом аналогично, полю вихревой пары, состоящей из двух точечных вихрей, имеющих противоположные по знаку циркуляциями. Генерация подобных течений, по-видимому, может быть вызвана действием средних напряжений, возникающих в капиллярных волнах в окрестности топологических дефектов из-за вязкости. Отметим, что при движении дефекта генерируется спутный след (незамкнутые пунктирные линии на рис. 1). Такой спутный след наблюдается в вихревой паре и в тороидальном вихре [7].

Во-вторых, в работе исследуется перенос объемной примеси и частиц, находящихся на дне топологическим дефектом поля капиллярной ряби. Эксперименты по переносу объемной примеси проводились подобно предыдущему случаю с той лишь разницей, что в качестве примеси использовалась алюминиевая пудра, которая добавлялась в ограниченной области кюветы, ближе к одному из краев кюветы. На рис.2 представлены картины движущегося дефекта в различные моменты времени. В отсутствие дефекта область с объемной примесью практически не изменялась (рис.2) и на видеоизображении представляла собой белое пятно на фоне темного дна кюветы. Если вблизи края кюветы возбуждался дефект, который двигался вдоль фронта, то он захватывал часть объемной примеси и переносил ее вдоль траектории своего движения. Запуская последовательно один дефект за другим, мы имели возможность проследить за перемещением примеси. Наблюдения показали, что часть первоначально захваченной дефектом примеси теряется в процессе движения, но некоторое ее количество всегда присутствует в центре дефекта.

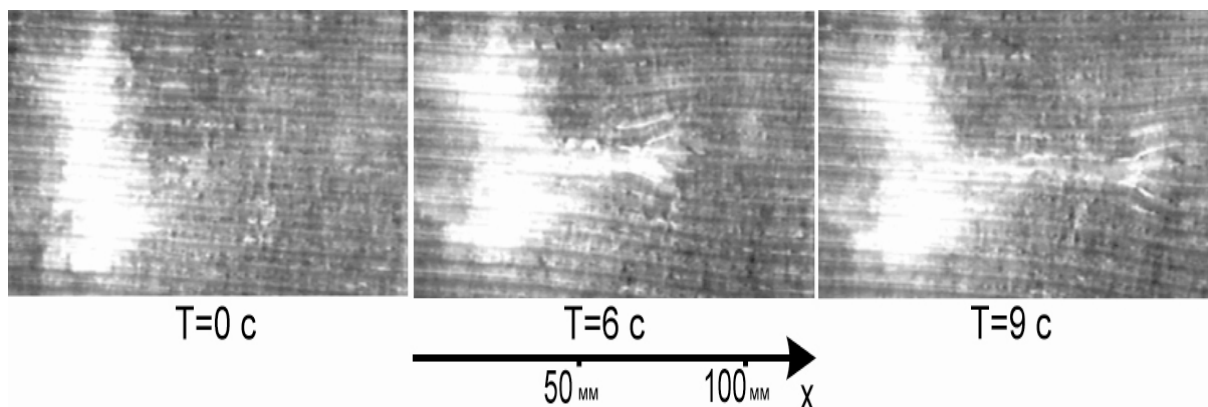


Рис. 2. Перенос дефектом объемной примеси.

В качестве придонной примеси использовались сферические частицы с размерами 0.05-1.0 мм. Выяснилось, что частицы с размером <0.2 мм переносятся слабо, а крупные частица переносятся каждым дефектом на длину сравнимую с размером дефекта.

Аналогия между индуцированными дефектами течениями и течениями в вихрях не является полной. Существенные различия наблюдаются в непосредственной окрестности дефекта. Здесь, как видно из рис. 1, поле скорости наиболее интенсивное. Именно в этой области происходит захват и удержание частиц при движении дефекта. Сам механизм захвата и переноса частиц не выяснен и требует дальнейшего изучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 09-02-01118-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Croquette // Contemporary Physics. 1989. V.30. No.3. P. 153.
2. J.P. Gollub // Physica D. 1991. V.51. P.501.
3. O.N. Mesquita, S. Kane, J.P. Gollub // Phys.Rev. A. 1992. V.45. No.6. P.3700.
4. R. Ramshankar, D. Berlin, J.P. Gollub // Phys. Fluids A 2. 1990. P.1955.
5. R. Ramshankar. J.P. Gollub // Phys. Fluids A 3. 1991. P.1344.
6. J.M. Ottino "The kinematics of mixing: stretching, chaos, and turbulence" Cambridge: Cambridge University press, 1989.
7. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат "Проблемы гидродинамики и их математические модели" М.: Наука, 1977.
8. A.B. Ezersky, S.V. Kiyashko, P.A. Matusov, M.I. Rabinovich // Europhys. Lett. 1994. V.26. N 3. P.183.
9. A.B. Ezersky, S.V. Kiyashko, A.V. Nazarovsky // Physica D. 2001. V.152-153. P.310.

ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОЛОКАЦИОННОГО
РАССЕЯНИЯ НА СИЛЬНО НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛНАХ
НА ПОВЕРХНОСТИ ВОДЫ.

С.А. Ермаков, И.А. Капустин, И.А. Сергиевская

Учреждение Российской Академии Наук институт прикладной физики РАН

Для развития методов радиолокационного зондирования морской поверхности крайне важным является анализ динамики гравитационно-капиллярных волн (ГКВ) и, в частности, механизмов их обрушения. Эти механизмы в разных диапазонах длин ГКВ оказываются существенно различными. Так, обрушение ГКВ с длинами менее 20-30 см проявляется как генерация так называемой паразитной ряби [1], для волн метрового диапазона имеет место опрокидывание гребня с образованием турбулизованной области (spilling и plunging) [2, 3]. Интересно понять, как происходит переход от одного типа обрушения к другому, а также как различные типы обрушений проявляются в характеристиках радиолокационных сигналов при рассеянии на ГКВ. Напомним, что радиолокационное рассеяние при умеренных (более 30-40 град.) углах падения θ электромагнитных волн удовлетворительно описывается брэгговским механизмом [4], согласно которому интенсивность радиолокационного сигнала пропорциональна интенсивности ГКВ с волновым числом $k_b = 2k_e \sin \theta$ (k_e - волновое число падающей электромагнитной волны), а сдвиг частоты сигнала относительно частоты падающей электромагнитной волны (доплеровский сдвиг) составляет $f_D = k_b V / 2\pi$ (V - скорость рассеивающей брэгговской волны).

В ходе данной работы, в ветроволновом бассейне выполнены лабораторные эксперименты по изучению особенностей обратного рассеяния электромагнитных волн крутыми гравитационными волнами в широком диапазоне длин волн в условиях как микрообрушений, так и сильных обрушений. Измерения характеристик рассеяния проводились с использованием доплеровского СВЧ-скаттерометра Ка-диапазона (рабочая длина волны 8.7 мм) при углах падения 50 – 60 градусов, позволяющего измерять как интенсивность рассеянного сигнала, так и его доплеровский сдвиг.

Волны в бассейне генерировались при помощи механического управляемого волнопродуктора. Периодические ГКВ генерировались в диапазоне 1.7 – 5 Гц. Создание обрушивающихся длинных дециметровых волн осуществлялось при помощи дисперсионной фокусировки, которая заключается в создании линейно частотно модулированного волнового пакета, сжимающегося при распространении [5]. Длины ГКВ регистрировались двумя разнесенными волнографами и с помощью фотосъемки.

Рассмотрим различия в генерации брэгговских волн для ГКВ различных диапазонов.

Характерный вид доплеровского спектра, с пиком, отвечающим брэгговскому резонансу, для крутых волн частотой 3 – 5 Гц (17,5 – 6,7 см) показан на рис. 1.

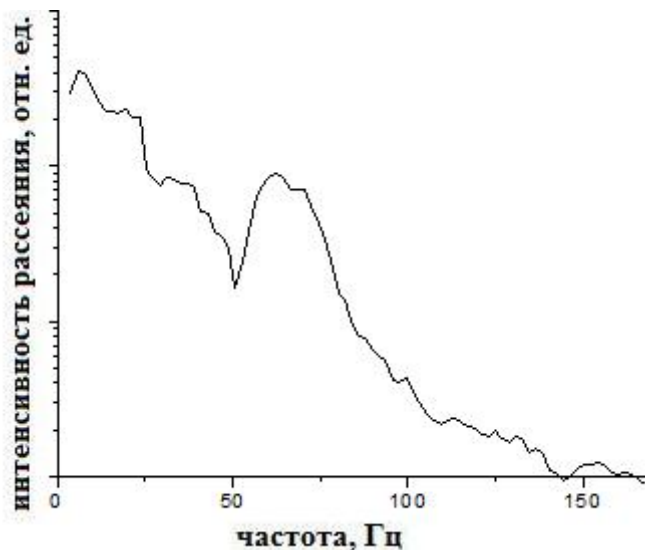


Рис. 1. Доплеровский спектр радиолокационного сигнала для ГКВ с частотой 4 Гц.

Для квазипериодической волны дм-диапазона с частотой 1,7 Гц размер облученной области меньше длины ГКВ, поэтому удается различить рассеяние от гребней и впадин волн. На рис. 2 приведены зависимости интенсивности обратного рассеяния от частоты. В данном случае на гребнях волн фиксируются два пика в доплеровском спектре.

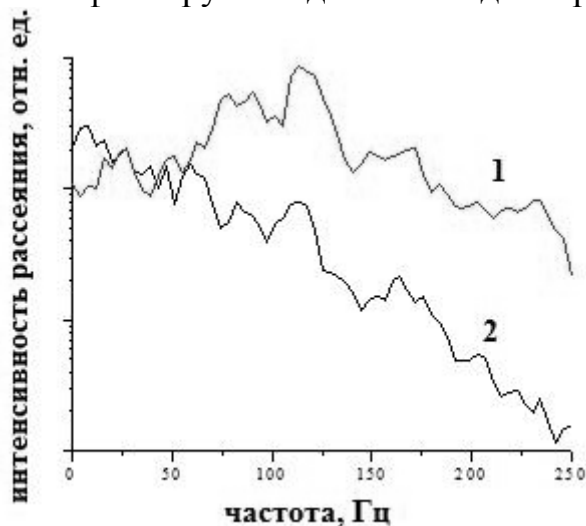


Рис. 2. Доплеровские спектры сигнала радиолокатора на гребне (1) и во впадине волны (2), для длинных ГКВ частотой 1.7 Гц.

По доплеровскому сдвигу определялась фазовая скорость ряби для различных частот несущих волн. Результаты обработки данных представлены на рис. 3, сплошной кривой показано дисперсионное

соотношение для ГКВ на воде. Представленные зависимости показывают, что для волн с частотой выше 2 Гц скорость ряби близка к скорости несущей волны. В данном случае рябь «вморожена» в профиль несущей волны и распространяется вместе с ней (паразитные, или связанные волны).

Для волн с частотой ниже 2 Гц наблюдаются два отличающихся по частоте пика для брэгговских волн, отвечающих скоростям вынужденной и свободной ряби, поскольку скорость первой близка к фазовой скорости несущей ГКВ, а вторая описывается линейным дисперсионным соотношением.

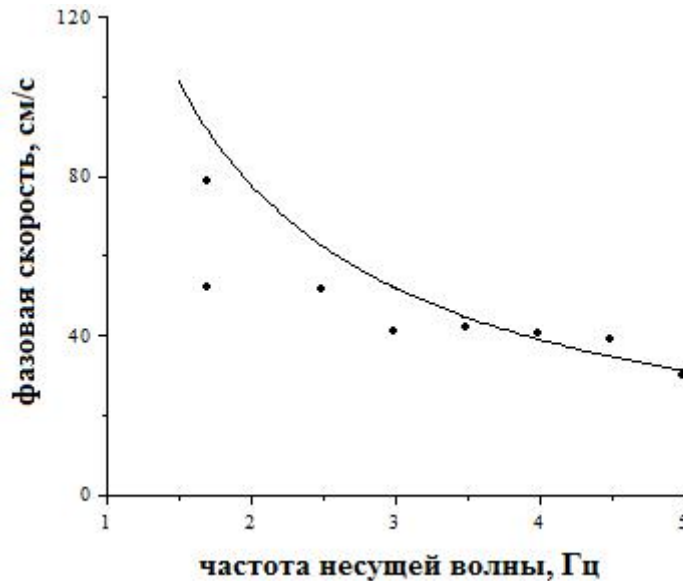


Рис. 3. Зависимость измеренных фазовых скоростей ряби от частоты несущей волны. Сплошная кривая – дисперсионное соотношение для ГКВ.

Рассмотрим рассеяние на обрушающихся волнах м-диапазона. Следует отметить, что особенности экспериментальной установки не позволили сжать волновой пакет до уединенной волны, и в зоне наблюдения происходило два обрушения различной интенсивности. Доплеровские спектры для случая наиболее сильного обрушения м-волн отвечающие рассеянию от гребня и от впадины представлены на рис. 4.

Используя данные о доплеровских сдвигах и фазовых скоростях, приведенные в таблице 1, проанализируем, какому типу рассеивающей ряби соответствует наблюдающиеся в доплеровском спектре пики на рис. 4.

В доплеровском спектре отсутствует пик на частоте, отвечающей фазовой скорости несущих волн (в таблице 1 приведены два значения в пределах изменения частоты в волновом пакете, соответствующих фазовым скоростям паразитной ряби). Центральная частота пика в доплеровском спектре порядка 100 Гц, что может соответствовать лишь скорости свободных волн, сносимых орбитальной скоростью волны.

Ширина пика в доплеровском спектре оказывается значительной, что, по-видимому, связано с вкладом в поверхностные скорости турбулентности, генерируемой при обрушении.

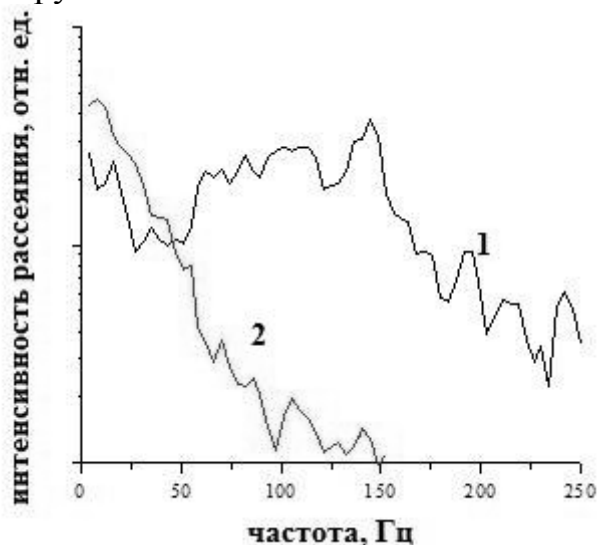


Рис. 4. Доплеровские спектры, измеренные на гребне (1) и во впадине (2) обрушающейся волны.

Таблица 1.

Обрушение, максимальная амплитуда волны 4.7 см	Фазовая скорость / Доплеровский сдвиг (период волны T=0.8 с)	Фазовая скорость / Доплеровский сдвиг (период волны T=1 с)	Орбитальная скорость / Доплеровский сдвиг	Фазовая скорость свободных волн / Доплеровский сдвиг
	124 см/с / 185 Гц	156 см/с / 233 Гц	≈35 см/с / ≈50 Гц	≈30 см/с / ≈45 Гц

Работа выполнена при поддержке РФФИ 08-05-00634, 10-05-00101, Программы РАН "Радиофизика", IPY THORPEX.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.S. Longuet Higgins // J.Fluid Mech. 1963. V. 16. P. 138-159.
2. А.С. Монин, В.П. Красицкий "Явления на поверхности океана" Л.: Гидрометеиздат, 1985.
3. О.М. Филлипс "Динамика верхнего слоя океана" Л.: Гидрометеиздат, 1980.
4. Ф.Г. Басс, И.П. Фукс "Рассеяние волн на статически не ровной поверхности" М.: Наука, 1972.
5. R.J. Rapp, W.K. Melville // Phil. Trans. R. Soc. Lon. 1990. V. 331 A, No. 1622. P. 735.

ВЛИЯНИЕ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ НА СТРУКТУРУ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ЗАЛИВЕ

И.Н. Иванова, Б.И. Самолубов

Физический факультет МГУ им М.В. Ломоносова, Москва, Россия

ivair@yandex.ru

Ключевую роль в формировании стратифицированных течений в заливах морей и крупных озер, играют разномасштабные волновые процессы, которые развиваются как на поверхности, так и в глубинных слоях. К таким процессам относятся, прежде всего, индуцированные ветром сгонно-нагонные колебания вод, включая внутренние волны сейшевой природы. При этом распределения скорости течения обусловлены не только мгновенными характеристиками гидро и метеорологических условий, но и предшествующей синоптической ситуацией, с которой связаны структура поля плотности и уклон поверхности воды. Расшифровка механизмов развития систем течений в подобных условиях требует применения новых методов комплексного анализа данных измерений и специальных подходов при математическом моделировании потоков и переноса примесей. Разработке таких методов применительно к системе течений, включающей сгонно-нагонный и придонный плотностной потоки, при наличии поверхностных и внутренних волн, посвящена данная работа.

Анализируемые результаты получены в 19.09.2007 г. в Петрозаводской губе оз. Онежского [1]. В поле скорости течения зарегистрирован дрейфовый поток вверх по заливу, компенсационное и придонное течения из губы (Рис. 1.а). Гидродинамическая ситуация определялась сгонно-нагонным течением, вызванным ветром со скоростью 7–12 м/с и направленным в губу со стороны открытого озера. Средние скорости составляли 30 см/с для дрейфового и 3–10 см/с для компенсационного и плотностного течений.

При анализе данных измерений установлено, что колебания уровня воды положительно коррелируют с колебаниями изотак и скоростей течения в придонном слое (при $z=5$ м.) (Рис. 1. б.) Период зарегистрированных колебаний уровня, скорости и положения изотак равен в среднем 1 часу, что характерно для сейш Петрозаводской губы [2].

Эти колебания имеют место на фоне квазилинейного тренда, соответствующего сгонно-нагонному процессу. Волновые колебания составляют до 30 % изменений уровня за счет ветрового нагона, который тоже связан с длиннопериодными колебательными процессами в заливе. Для построения теории подобных течений недостаточно учета воздействия ветра на водную поверхность в конкретный момент времени.

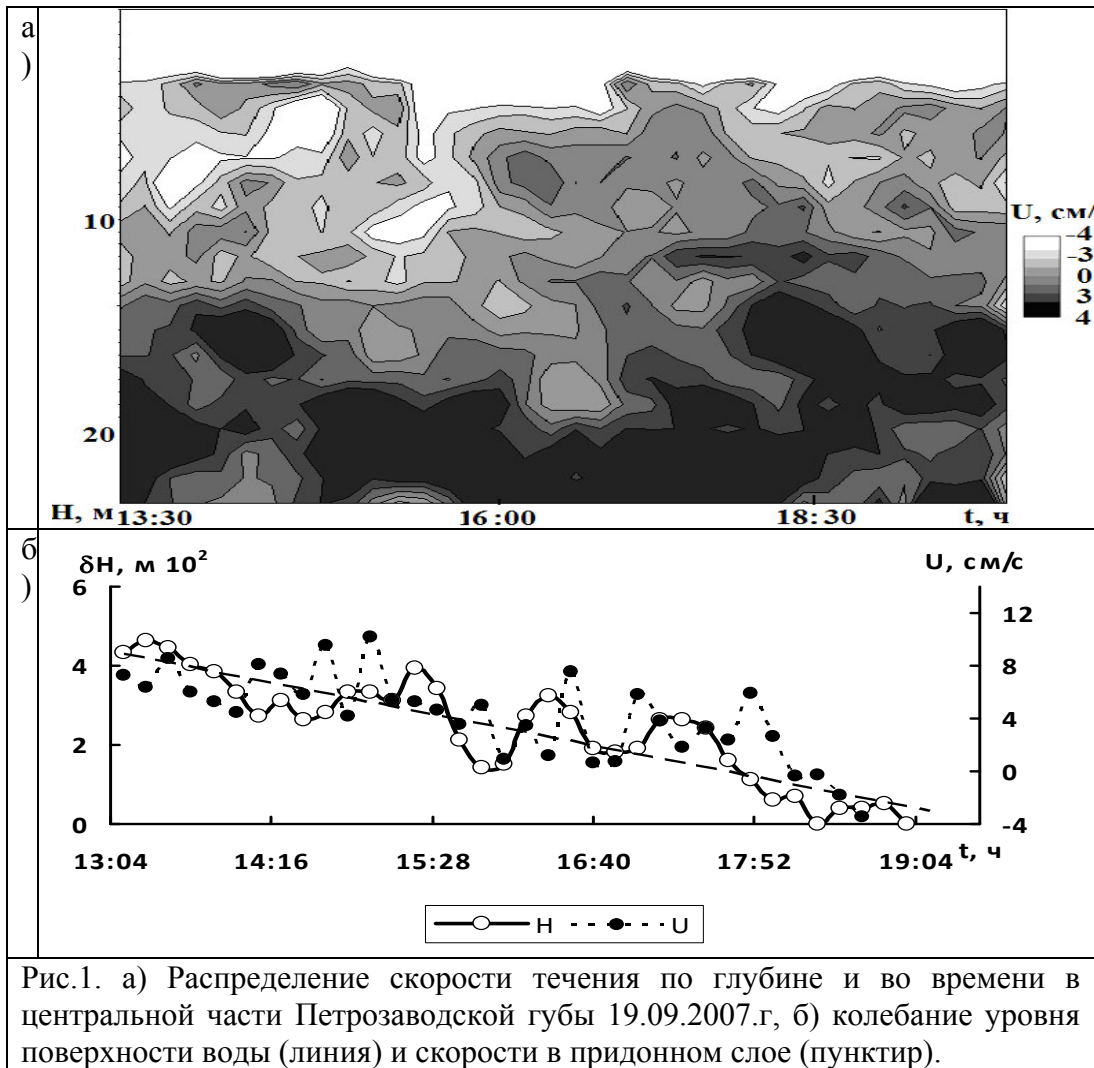


Рис.1. а) Распределение скорости течения по глубине и во времени в центральной части Петрозаводской губы 19.09.2007.г, б) колебание уровня поверхности воды (линия) и скорости в придонном слое (пунктир).

Необходимо принять во внимание предшествовавшую синоптическую ситуацию и сформированные ранее течения. Однако в публикациях по этой теме, как правило, изменение уровня считается функцией ветра. В данной работе делается попытка получения теоретического поля скорости адекватного реальному путем учета распределения уровня воды и изменения коэффициента турбулентного обмена с глубиной.

Теоретическое распределение скорости течения (Рис. 2. а) построено по результатам решений уравнения Рейнольдса для сгонно-нагонного и плотностного течений [3]. Учтено

а) влияние на профиль коэффициента турбулентного обмена K_u по всей глубине водоема изменений устойчивости стратификации и вертикального распределения масштаба турбулентности;

б) зависимость положения «жидкого грунта», по которому движется сгонно-нагонный поток, от глубины термоклина и колебаний уровня воды;

в) влияние вихреволновых возмущений, которые генерировались в окрестности изменения направления течения на противоположное.

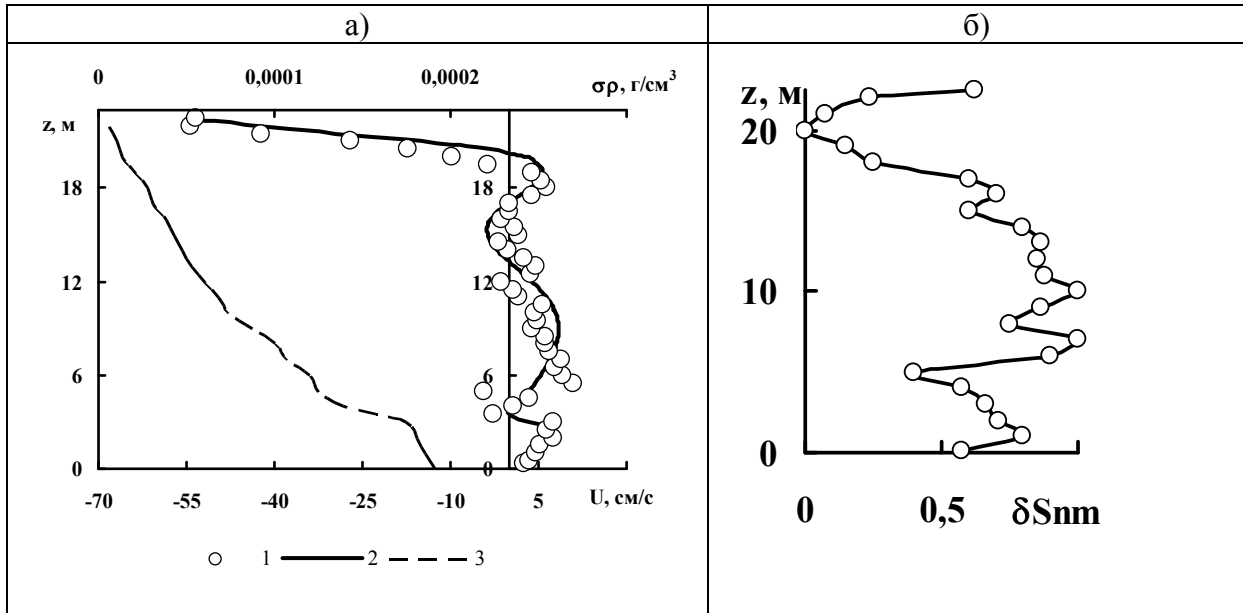


Рис. 2. Профили а) - скорости течения U - 1 и изменения плотности воды $\Delta\rho$ с глубиной - 2, б) - нормированного изменения концентрации взвеси ΔS_{nm} относительно минимальной на вертикали - 2.

Профиль концентрации взвеси $\Delta S_{nm}(z)$ содержит максимумы в областях дрейфового, компенсационного и плотностного течений. Пики $\Delta S_{nm}(z)$ в компенсационном течении при $z=5 - 18$ м соответствуют облакам мутности, мигрирующим по глубине (Рис. 2. б).

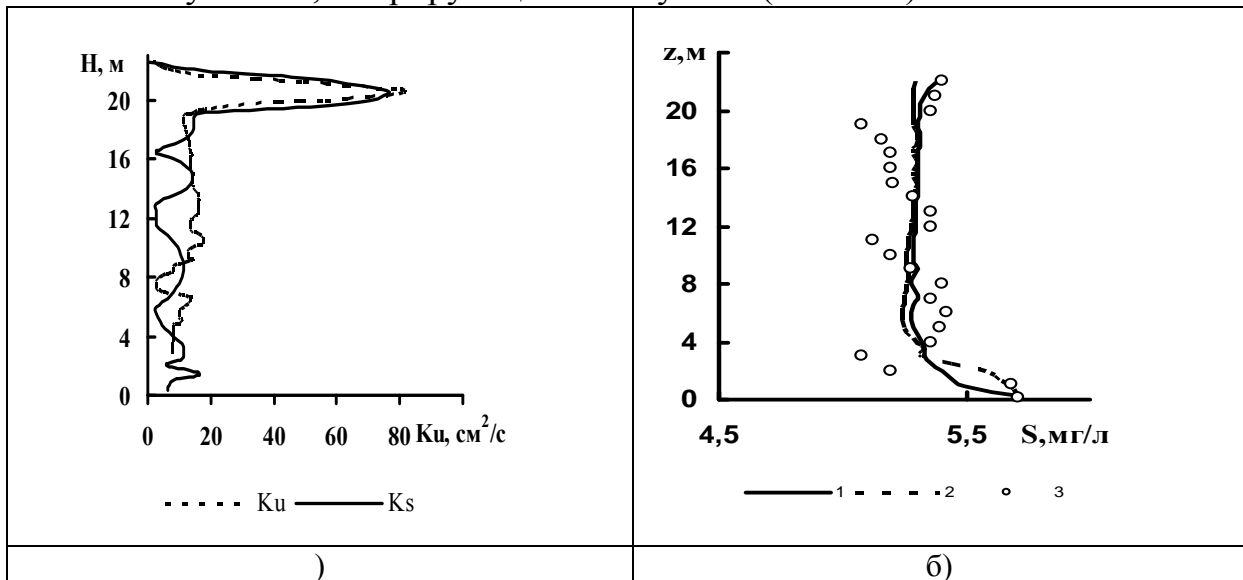


Рис.3. Профили а) коэффициента турбулентного обмена (пунктирная линия - рассчитанная по результатам численного решения уравнения Рейнольдса для градиентного турбулентного течения, сплошная - построенная по модели переноса взвеси), б) - концентрации взвеси S (1- построенная с учетом профиля K_u , 2 - по модели переноса взвеси, 3 -измеренная).

Модель переноса взвеси, которая использовалась при расчете концентрации взвеси и коэффициента турбулентного обмена K_s , подробно рассмотрен в [4].

По структуре поля возмущений скорости течения были выделены вихреволновые возмущения, которые генерировались на границах течений и в области поворота вектора скорости сгонно-нагонного потоков. Установлено, что учет этих возмущений существенно повышает точность теоретического описания профиля скорости течения.

Основные результаты:

1. В результате анализа данных структурных исследований течений в заливе выявлена система течений, включающая индуцированную волновыми процессами циркуляцию и придонный плотностной поток.

2. Установлено, что распределение скорости циркуляционного потока определяется изменениями уровня воды, профилем коэффициента обмена с учетом влияния стратификации по всей глубине, а так же вихреволновыми возмущениями, которые генерировались в окрестности изменения направления течения на противоположное.

3. Модифицированная математическая модель течения, построенная с учетом указанных факторов, волновых колебаний уровней поверхности и жидкого грунта, по которому следует сгонно-нагонное течение, дает распределение скорости адекватное реальному.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 08-05-00574).

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.И. Самолубов, И.Н. Иванова, А.А. Будников // Физические проблемы экологии. М.: МАКС ПРЕСС. 2008. № 15.
2. Н.И. Пальшин "Термические и гидродинамические процессы в озерах в период ледостава" Петрозаводск: Кар. НЦ РАН, Институт водных проблем Севера, 1999.
3. В.М. Белолипецкий, П.В. Белолипецкий // Вычислительные технологии. 2006. Т. 11, № 5.
4. Б.И. Самолубов "Плотностные течения и диффузия примесей" М.: Изд. ЛКИ, 2007.

ДИСПЕРСИОННЫЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ: ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ

А.М. Камчатнов

Институт спектроскопии РАН

kamch@isan.troitsk.ru

До недавнего времени теория дисперсионных ударных волн (ДУВ) привлекала к себе внимание лишь относительно узкой группы специалистов в области гидродинамики и математической физики, хотя общефизическая значимость этого явления подчёркивалась Р.З. Сагдеевым ещё в 60-е годы. Однако проведённые в последние годы эксперименты по динамике бозе-эйнштейновского конденсата, а также аналогичные нелинейно-оптические эксперименты, в которых наблюдались ДУВ, популяризировали эту тематику, так что некоторое знакомство с нею стало желательным для каждого физика, занимающегося распространением нелинейных волн. К сожалению, довольно сложный математический аппарат теории затрудняет её изучение и препятствует её приложениям к актуальным физическим проблемам. Целью настоящего доклада является изложение теории на методически особенно простом примере внутренних волн в стратифицированной жидкости, когда все вычисления приобретают элементарный характер.

Как известно, классическая теория ударных волн основана на учёте влияния нелинейных и диссипативных эффектов на распространение волны при полном пренебрежении дисперсией, что соответствует физическим свойствам воздуха, где эта теория нашла свои основные приложения. Главный результат теории заключается в том, что участки гладкого профиля волны, описываемые в пренебрежении диссипацией, соединяются узкими участками, в которых, наоборот, решающую роль играет диссипация – ударными волнами с резким изменением параметров волны, то есть, по существу, их скачками. Замечательно, что от величины вязкости среды зависит лишь ширина ударной волны, которая стремится к нулю (физически – к длине свободного пробега молекул в газе) при исчезающе малой вязкости, тогда как параметры скачка зависят лишь от гладких участков решения. В частности, две области с постоянными параметрами соединены ударной волной, движущейся с постоянной скоростью, зависящей лишь от параметров волны вдали от скачка, но не от ширины ударной волны, определяемой вязкостью среды. Время выхода на такой стационарный режим в этом случае также чрезвычайно мало и им практически всегда можно пренебречь.

Однако свойства волны радикально меняются, если диссипативные эффекты в рассматриваемой среде много меньше дисперсионных, и именно к таким средам относятся бозе-эйнштейновский конденсат и многие оптически нелинейные среды. В этом случае вместо резкого скачка параметров течения образуется область нелинейных осцилляций –

дисперсионная ударная волна. Если диссипация мала, но конечна, то эта область, соединяющая две области с постоянными параметрами течения, при достаточно больших временах эволюции занимает конечную длину. Однако длина области осцилляций стремится к бесконечности при стремлении вязкости к нулю и, соответственно, время выхода на стационарный режим тоже стремится к бесконечности. В связи с этим важнейшее значение приобретает изучение нестационарной эволюции ДУВ. Считая, что ДУВ может быть представлена в виде промодулированной нелинейной периодической волны, мы можем описать её эволюцию как относительно медленное изменение параметров волны. Невозможность ограничиться стационарными решениями существенно усложняет теорию. Тем не менее, к настоящему времени развиты достаточно эффективные методы, позволяющие вычислять аналитически параметры ДУВ в наиболее типичных ситуациях.

В настоящей лекции теория ДУВ проиллюстрирована на примере внутренних волн в стратифицированной слабо вязкой жидкости [1]. Такие волны описываются уравнением Бенджамена-Оно-Бюргерса

$$u_t + uu_x + \frac{\varepsilon}{\pi} P \int \frac{u(y)}{y-x} dy = \nu u_{xx}$$

где ε и ν – малые параметры, характеризующие, соответственно, дисперсионные и диссипативные эффекты. Хотя дисперсионный член имеет в этом случае довольно нестандартный интегральный, а не дифференциальный вид, точное периодическое решение этого нелинейного уравнения в пренебрежении диссипацией выражается в элементарных функциях. Уравнения для медленно меняющихся параметров огибающих имеют чрезвычайно простую аналитическую структуру, позволяющую детально изучить свойства ДУВ как в стационарном, так и нестационарном режиме.

Разобранные на этом примере общие идеи теории применены к актуальной задаче о генерации ДУВ в квазиодномерном конденсате движущимся потенциальным барьером [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Matsuno, V.S. Shchesnovich, A.M. Kamchatnov, R.A. Kraenkel // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. No. 1. P. 016307.
2. A.M. Leszczyszyn, G.A. El, Yu.G. Gladush, A.M. Kamchatnov // Phys. Rev. A. 2009. V. 79. No 6. P. 063608.

ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ПОДХОД К ОПИСАНИЮ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН

А.В. Кистович

МГУ им. М.В. Ломоносова

kavmendeleevo@mail.ru

Математическая модель поверхностных волн на основе интегрального уравнения, известного как уравнение А.И. Некрасова [1], описывает установившиеся волны, обладающие зеркальной симметрией относительно вертикальных сечений, проходящих через любой максимум и минимум возвышения поверхности, что ограничивает класс возможных решений. В [2] получено интегральное уравнение установившихся волн без ограничений на их форму. Интегро-дифференциальные описания поверхностных волн более широкого класса, в том числе и неустановившихся, приведены в [3, 4]. В данной работе предлагается новая система дифференциальных и интегральных соотношений, описывающих распространение потенциальных волн, в общем случае неустановившихся, по поверхности однородной идеальной несжимаемой жидкости глубиной h .

Анализируемая система включает уравнения Эйлера, неразрывности и условие потенциальности со стандартными граничными условиями на взволнованной поверхности и плоском дне. Введение потенциала ϕ ($u = \phi'_x$, $w = \phi'_z$) позволяет преобразовать исходную задачу к виду

$$\phi''_{xx} + \phi''_{zz} = 0 \tag{1}$$

$$\phi'_t + (\phi'^2_x + \phi'^2_z)/2 \Big|_{z=\zeta} = -g\zeta, \quad \phi'_z - \phi'_x \zeta'_x \Big|_{z=\zeta} = -\zeta'_t, \quad \phi'_z \Big|_{z=-h} = 0$$

Здесь $\zeta(x, t)$ – форма свободной поверхности, g – ускорение силы тяжести, штрихом обозначены производные по соответствующей переменной.

Разложение потенциала ϕ вблизи свободной поверхности $z = \zeta(x, t)$

$$\phi = \Phi_0(x, t) + \Phi_1(x, t)(z - \zeta) + \Phi_2(x, t)(z - \zeta)^2 + \Phi_3(x, t)(z - \zeta)^3 + \dots \tag{2}$$

и подстановка его в уравнение Лапласа и граничные условия на свободной поверхности приводят к соотношениям

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial t} (1 + \zeta'^2_x) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} \right)^2 - \frac{\partial \Phi_0}{\partial x} \zeta'_x \zeta'_t - \frac{1}{2} \zeta'^2_t + g\zeta (1 + \zeta'^2_x) = 0$$

$$\Phi_1 = \frac{\Phi_{0,x}' \zeta_x' + \zeta_t'}{1 + \zeta_x'^2}, \quad \Phi_n = \frac{1}{n} \frac{\Phi_{n-1} \zeta_{xx}'' + 2\Phi_{n-1,x}' \zeta_x' - \Phi_{n-2,xx}''}{1 + \zeta_x'^2}, \quad n \geq 2 \quad (3)$$

С другой стороны, форма решения уравнения Лапласа с заданным условием на дне позволяет представить искомый потенциал в виде

$$\phi(x, z, t) = \int_0^{\infty} \frac{\text{ch}(k(z+h))}{\text{ch}(kh)} (A(k, t) \cos(kx) + B(k, t) \sin(kx)) dk \quad (4)$$

Поскольку представление (4) вблизи поверхности $z = \zeta(x, t)$ должно совпадать с разложением (2), то имеет место интегральное уравнение

$$\Phi_0(x, t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\text{ch}(k(\zeta(x, t) + h))}{\text{ch}(kh)} \int_{-\infty}^{+\infty} F(x', t) \cos(k(x - x')) dx' dk \quad (5)$$

где $F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (-\zeta)^n \Phi_n$.

Таким образом, совокупность соотношений (3, 5) определяет динамику потенциальных поверхностных волн.

Следует особо отметить, что при выводе упомянутых соотношений не делается никаких дополнительных предположений о малости возвышения ζ по сравнению с характерным пространственным масштабом (например, с длиной волны). Единственное ограничение – отрицательные отклонения свободной поверхности не могут по абсолютному значению превышать глубину жидкости h . Работоспособность полученных соотношений проверяется на классических предельных задачах.

В пределе инфинитезимальных волн, когда уравнения (3) линеаризуются, а в (5) для всех $k \neq \infty$ выполняется соотношение $|k\zeta| \ll 1$, система (3, 5) сводится к единственному уравнению

$$\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\zeta_{xx}'' - g \frac{\text{th}(kh)}{k} \frac{\partial^2 \zeta}{\partial x'^2} \right) \cos(k(x - x')) dx' dk \approx 0 \quad (6)$$

Соответствующее (6) дисперсионное уравнение совпадает с известным уравнением $\omega^2 = g\lambda \text{th}(\lambda h)$ для малых гармонических волн на воде. В случае стационарного движения волна имеет синусоидальную форму $\zeta(x, t) = a \sin(\mu(x - ct) + b)$, а ее скорость определяется выражением $c^2 = g \text{th}(\mu h) / \mu$.

Если возмущение поверхности представляет собой длинноволновой пакет, то из (6) следует уравнение

$$\zeta''_{tt} - gh\zeta''_{xx} = 0 \quad (7)$$

согласно которому такой пакет распространяется со скоростью $c = \sqrt{gh}$, практически не испытывая дисперсии (результат Стокса).

Приведенные результаты описывают все свойства инфинитезимальных волн.

В случае волн конечной амплитуды a с характерным продольным масштабом L , для которых справедливы отношения $a \ll h \ll L$, возникают два малых параметра задачи $\varepsilon = a/h$ и $\delta = h/L$. Дальнейшее исследование удобно проводить в безразмерных переменных x' , t' , определяемых соотношениями

$$x = Lx', \quad t = \frac{L}{c}t', \quad k = k'/L, \quad \zeta = aZ(x',t'), \quad \max|Z|=1$$

где c – характерный масштаб скорости распространения поверхностных возмущений. В дальнейшем штрихи у новых переменных опускаются.

Интегрирование (3) и подстановка результатов в (5) дают уравнение

$$\sigma Z''_{xx} - Z''_{tt} + \frac{\delta^2 \sigma}{3} Z_{xxxx} + \varepsilon \sigma \left[\left(Z'_x \int Z'_x dt + Z \int Z''_{xx} dt \right)'_t + \frac{\sigma}{2} \left(\left(\int Z'_x dt \right)''_{xx} \right) \right] \approx 0 \quad (8)$$

которое в стационарном пределе $Z(x,t) = Z(x-t)$ имеет решения в виде семейства кноидальных и волн и уединенной волны Рассела.

В отличие от уравнения Кортевега-деФриза, (8) обладает тем свойством, что если существует его решение $Z(x-t)$, то функция $Z(x+t)$ также удовлетворяет этому уравнению. Как следствие, волны могут распространяться в любую сторону, и не возникает искусственная анизотропия пространства, противоречащая исходной системе (1).

Подобная анизотропия (для типов волн, исследуемых в данном разделе) наблюдается и в свойствах приближенных систем уравнений, предложенных в [3, 4].

Другой пример – распространение модулированной волны Стокса малой амплитуды на бесконечно глубокой воде, вид которой задается выражением

$$\zeta = a \cos \Psi + \frac{ka^2}{2} \cos 2\Psi + \frac{3k^2 a^3}{8} \cos 3\Psi + \frac{k^3 a^4}{3} \cos 4\Psi + \dots \quad (9)$$

В классической волне Стокса $a = a_0$, $k = k_0$ – постоянные величины, а фазовая функция имеет вид $\Psi = k_0 x - \omega_0 t$. В (9) амплитуда, волновое число и фаза считаются медленно меняющимися функциями координаты x и

времени t . Медленность изменения задается величиной параметра $\varepsilon = k_0 a_0 \ll 1$, что позволяет задать характеристики волны в виде

$$a = a(x_1, x_2, \dots; t_1, \dots), \quad k = k_0 + \kappa(x_1, x_2, \dots; t_1, \dots), \quad \Psi = k_0 x - \omega_0 t + \psi(x_1, x_2, \dots; t_1, \dots)$$

где $x_n = \varepsilon^n x$, $t_n = \varepsilon^n t$, а потенциалы представить в форме разложений

$$\Phi_n = \varepsilon \Phi_{n1} + \varepsilon^2 \Phi_{n2} + \varepsilon^3 \Phi_{n3} + \dots \quad (10)$$

Интегрирование уравнений (3) методом многих масштабов определяет величины Φ_n , а условие отсутствия секулярных членов в получаемых решениях налагает дополнительные требования на амплитудную и фазовую функции: $a = a(r, t_2)$, $\psi = \psi(r)$, где $r = x_1 - t_1/2$, причем $\psi''_{rr} = 0$.

Полученные результаты подставляются в уравнение (5), которое тождественно удовлетворяется вплоть до членов третьего порядка малости по ε включительно. Обращение в ноль члена четвертого порядка требует выполнения условий

$$\kappa = \psi'_r, \quad a''_{rr} + 4a^3 - a(\psi'_r)^2 = 0, \quad a'_r \psi'_r - 4a'_{t_2} = 0 \quad (11)$$

Интегрирование этих уравнений и подстановка в исходную форму волны (9) определяет решение задачи (1) в виде солитона огибающей нелинейного уравнения Шредингера (солитон Захарова-Шабата). Именно уравнения (3, 5), отражающие специфику поверхностных волн, позволяют получить парные уравнения Шредингера (11) в существенно упрощенном виде.

В общем случае стационарных поверхностных волн соотношения (3, 5) преобразуются в единственное интегральное уравнение для единственной неизвестной функции – возвышения поверхности ζ

$$\zeta(\xi) - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{\text{ch}(k(\zeta(\xi) + h))}{\text{ch}(kh)} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \cos(k(\xi - \eta)) F(\eta) d\eta \right] dk = 0, \quad \xi = x - ct \quad (12)$$

ранее полученное в [2].

Предложенный здесь интегро-дифференциальный вариант описания возмущений свободной поверхности жидкости представляет собой еще один подход к исследованию волновых движений. В частности, полученные соотношения позволяют путем прямой подстановки осуществлять проверку разрабатываемых моделей поверхностного волнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.И. Некрасов. // Изв. Иваново-Вознесенского политехн. ин-та. 1921. № 3. С. 52.
2. А.В. Кистович, Ю.Д. Чашечкин // Доклады АН. 2008. Т. 241. № 3. С. 335.
3. J.G.B. Wyatt-Smith // J. Fluid Mech. 1971. V. 49. Pt. 4. P. 625.
4. M.J. Ablowitz, A.S. Fokas, Z.H. Musslimani // J. Fluid Mech. 2006. V.562. P. 313.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КАПИЛЛЯРНО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН С ОБЛАСТЯМИ ПРИПОВЕРХНОСТНОЙ КОНВЕКЦИИ

А.В. Кистович, К.В. Показеев

МГУ им. М.В. Ломоносова

kavmendeleevo@mail.ru, sea@phys.msu.su

В последние годы возрос интерес к углубленному изучению коротковолновой части спектра волнения в море. В реальных условиях процессы приповерхностной температурной конвекции создают градиенты коэффициентов кинематической вязкости и поверхностного натяжения, что влияет на коротковолновое волнение. В связи с этим возникает необходимость в построении математической модели распространения гравитационно-капиллярных волн (КГВ) в вязкой температурно-неоднородной среде с учетом как волновых, так и погранслоиных элементов течения. Интенсивность конвективного движения, задающего температурную зависимость коэффициента поверхностного натяжения $\alpha = \alpha(T(x, y))$, по-разному соотносится с интенсивностью поверхностных волн. Если конвективное движение превалирует, рассматривается вопрос о рассеянии монохроматической поверхностной волны частоты ω на устойчивой во времени зоне с термодинамическими характеристиками изменчивыми в пространстве. Математическая модель задается уравнениями

$$\begin{aligned}
 p'_x + L_\nu u &= 0, & p'_x + L_\nu v &= 0, & p'_z + L_\nu w &= g, & u'_x + v'_y + w'_z &= 0 \\
 w|_{z=0} &= \zeta', & p - p_0 + \alpha \Delta_\perp \zeta - 2\nu w'_z|_{z=0} &= 0 & & & & (1) \\
 \nu(u'_z + w'_x) + \alpha'_x|_{z=0} &= 0, & \nu(v'_z + w'_y) + \alpha'_y|_{z=0} &= 0 & & & &
 \end{aligned}$$

Здесь u, v, w компоненты скорости, p – давление, $\zeta(x, y, t)$ – отклонение свободной поверхности, ν – кинематическая вязкость. Операторы в (1) определяются выражениями $L_\nu = \partial/\partial t - \nu \Delta$, $\Delta = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ и $\Delta_\perp = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$. Волна, распространяющаяся вне зоны конвекции по поверхности вязкой среды, представляет собой единую структуру, состоящую из собственно поверхностной волны и присоединенного пограничного слоя

$$\Psi = A(e^{kz} + \beta e^{k_b z})e^{ikx}, \quad k_b^2 = k^2 - i\frac{\omega}{\nu}, \quad \operatorname{Re}k, \operatorname{Im}k > 0, \operatorname{Re}k_b > 0 \quad (2)$$

где

$$k = k_* + \frac{4\omega\nu k_*^2}{g + 3\alpha k_*^2} \left[-k_* \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}} + i \left(1 + k_* \sqrt{\frac{\nu}{2\omega}} \right) \right], \quad \beta = \frac{2\nu k^2}{i\omega - 2\nu k^2}$$

а k_* – корень дисперсионного уравнения капиллярно-гравитационных волн в идеальной жидкости $\omega^2 - gk - \alpha k^3 = 0$. Решение задачи (1) при падении на конвективную зону возмущения (2) проводилось методами, изложенными в [1]. При наличии пространственных резонансов падающей волны с конвективной структурой было показано возникновение целого набора углов отражения, равно как и проявление эффекта отражения “назад”, что является следствием взаимодействия падающей волны с пространственно-периодической границей [2].

В явном виде получены выражения для дисперсионного уравнения, величин коэффициентов вязкого затухания в резонансных и нерезонансных случаях, которые не приводятся здесь по причине некоторой громоздкости. В качестве предельного исследован невязкий случай. Сравнение решений для идеальной и вязкой сред показывает, что вязкие эффекты приводят к уширению зон непрозрачности для поверхностной волны.

В реальных условиях зачастую волна перемешивает приповерхностный слой, нарушая конвективную картину. В эксперименте характерная длина возбуждаемых КГВ пробегает значения от величин меньших характерного масштаба конвективных ячеек, до больших.

В пределах одной серии изменение температурного режима в лотке не превышало 0.5°C . Также были стабильны температура и влажность воздуха в лаборатории. Чистота водной поверхности проверялась путем измерения поверхностного натяжения. При наличии разности температур воды и воздуха ΔT_{wa} , которая в ходе эксперимента изменялась в пределах $-3..+10^\circ\text{C}$, в охлаждающейся с поверхности пресной воде начинается конвекция. На рис. 1 приведена структура ячеек, прорисованная по снимкам с экрана тепловизора. Темные линии указывают положение зон конвективной конвергенции. Разность температуры на поверхности одной ячейки порядка $0.4..0.5^\circ\text{C}$. При отсутствии волн ячейки имеют сложную беспорядочную форму с произвольно ориентированными границами разной длины. После возбуждения на поверхности КГВ, по мере приближения к области совпадения пространственных размеров КГВ и ячеек, начинается перестройка структуры – полигональные ячейки

переходят в валики, вытянутые параллельно фронту бегущей поверхностной волны. Одновременно наблюдаются изменения в спектре размеров ячеек. Спектр размеров ячеек под действием КГВ стягивается к окрестности половины длины волны.

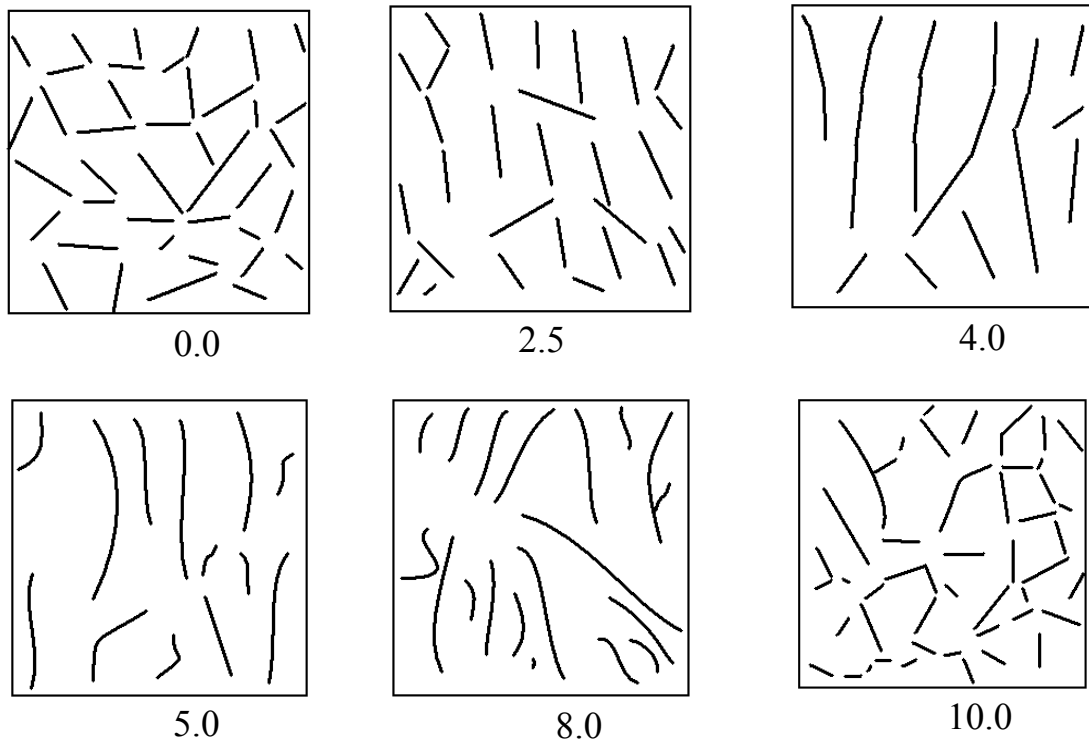


Рис. 1. Структура конвективных ячеек. $\Delta T_{wa} = 7^\circ C$. Числа обозначают частоту волн в Гц.

При этом доля ячеек, имеющих одинаковые размеры, увеличивается. Таким образом, воздействие волн на конвективные ячейки заключается не только в упорядочивании их ориентации, но и в регуляризации их размеров. При дальнейшем уменьшении длины волны структура возвращается в исходное состояние. Оценки числа Рэлея показали, что в исходной ситуации ($F = 0.0$ Гц) $Ra = 5.5 \cdot 10^9$, в области регуляризации ($F = 5..6$ Гц) $Ra = 10^9$, а на более высоких частотах число Рэлея снова возрастает: $Ra = 3.5 \cdot 10^9$. Таким образом, КГВ размывают резкие профили температуры в пограничном слое, что преобразует трехмерную структуру к квазидвумерной валиковой. Результаты оценок коэффициента затухания волн для нескольких термических режимов приведены на рис. 2, где изображены отношения коэффициентов затухания β_c при конвекции в жидкости и β_0 при её отсутствии (т.е. при $\Delta T_{wa} = -3^\circ C$). На рис. 2 штриховыми линиями приведены теоретические кривые, соответствующие тем же термическим условиям, рассчитанным при учете температурных изменений вязкости, плотности и поверхностного натяжения воды. Пока перепад ΔT_{wa} мал, конвекция не развита и ее влияние на КГВ слабо

выражено (кривая I рис 2). С увеличением перепада ΔT_{wa} конвекция усиливается и эффект возрастает (I \rightarrow II). Рост неустойчивости приводит к турбулизации пограничного слоя и наблюдается насыщение (II \rightarrow III).

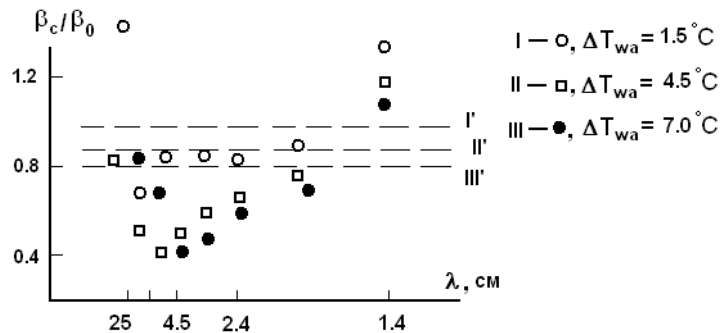


Рис. 2. Зависимость относительного коэффициента затухания волн от длины волны и разности температур ΔT_{wa} . Пунктир – теоретические зависимости, соответствующие экспериментальным температурным разностям.

На рис. 2 проявляется еще одна особенность – рост перепада ΔT_{wa} приводит к смещению минимума затухания КГВ в коротковолновую область, так как с усилением конвекции уменьшаются размеры ячеек. Для режима I характерный размер температурных неоднородностей 5–6 см, для режима II – 3–4 см, для режима III – 2–3 см. Значения характерных размеров ячеек примерно равны половине длины КГВ с минимальным затуханием. Ширина области квазирезонансного уменьшения коэффициента затухания КГВ соответствует дисперсии размеров упорядоченной структуры. Спектр размеров упорядоченных ячеек сосредоточен в области 0.5–3 см. С учетом полуволнового характера взаимодействия этот интервал соответствует полосе длин КГВ 1–6 см. При усилении затухания волн на краях рабочего диапазона частот перестройка структуры ячеек не наблюдается. Пассивная хаотическая структура лишь диффузно рассеивает волны. При существенных различиях пространственных масштабов конвективных ячеек и поверхностных волн их взаимодействие не наблюдается. Анонсируемые здесь проблемы подробно представлены в [3].

ЛИТЕРАТУРА

1. М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков "Теория волн" М.: Наука, 1979.
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лившиц. "Теоретическая физика. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред" М.: Наука, 1982.
3. А.В. Кистович, К.В. Показеев "Актуальные вопросы физики поверхности океана" М.: Изд. МГУ, 2010.

КРУПНЫЙ ГРУНТ В ВИХРЯХ ВОЛНЫ ПРОРЫВА ПЛОТИНЫ

О.Н. Мельникова¹, В.Н. Семенюк²

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. 119991, Россия, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

¹olamel@yandex.ru, ²vl.semenyuk@gmail.com

При прорыве искусственной или естественной плотины возникает поток, бегущий по сухому руслу. Крутой передний фронт часто называют "стеной воды". В ряде натурных наблюдений [1], [2] установлено, что основная часть крупного грунта переносится в голове волны [3], впервые экспериментально исследованной в [4]. Авторы заключили, что головная волна обрушается, образуются струи. В [5] установлено, что на переднем фронте волны образуются сложные вихревые структуры. В [6] показано, что крупные тяжелые частицы могут переноситься вихрями, близкого размера, если плотность частиц выше плотности воды примерно в два раза. Для создания метода прогноза размыва грунта необходимо знать, при каких условиях формируются вихри, способные захватить крупный грунт. Решению этой задачи посвящена настоящая работа.

Эксперименты проводились в прямом горизонтальном канале длиной 3.5 м, шириной 20 см с прозрачными стенками. Резервуар, отделенный от канала, заслонкой, заполнялся водой. После открытия заслонки (время подъема около 0.04 с) возникал поток (скорость до 2 м/с), который снимался на видеокамеру. Уровень воды в резервуаре составлял $h = 27$ см. Высота подъема заслонки 7 см. Поток снимался неподвижной камерой и камерой, которая перемещалась вдоль потока со скоростью головной волны. Камера перемещалась на специальной тележке вдоль гладкого пластикового рельса. Съемка велась удаленной камерой и крупным планом. Для определения скорости потока использовались частицы нейтральной плавучести из полистирола. На дно канала был уложен слой калиброванных частиц со средним диаметром 0.023, 0.12, 0.4 0.8 и 1.2 см, толщина слоя – 4 см.

При прорыве плотины на переднем фронте потока образуются большие вихри с диаметром близким глубине потока. В области торможения потока под большими вихрями в вязком слое толщиной δ , в котором скорость течения $u = u_0 + \chi y$ является линейной функцией вертикальной координаты y ($\chi = \text{const}$, u_0 - придонная скорость), формируются цилиндрические вихри диаметром $d \approx 2\delta/3$ [7]. Между основными вихрями и дном возникают вихри спутники меньшего диаметра d_{sp} . Эти вихри вращаются в одном направлении и сливаются, если оказываются достаточно близко друг к другу при условии [7]:

$$\frac{d}{d_{sp}} < 3 \quad (1)$$

После слияния новый вихрь может захватить более крупные частицы. В ряде экспериментов была получена зависимость толщины вязкого слоя δ от максимальной скорости потока на поверхности воды u_{max} для частиц диаметром $d_p \approx 0.023, 0.12, 0.4, 0.8$ и 1.2 см. Толщина вязкого слоя уменьшается с ростом скорости течения, достигая минимального значения δ_{min} , и не меняется при дальнейшем увеличении скорости. Толщина минимального слоя растет с увеличением диаметра частиц, превышая его примерно на треть (таблица).

d_p , см	δ_{min} , см	d/d_{sp}	d_{sp}/d_p	U_{dip} , см/с	U_{cr} , см/с
0	0.14	2.6	5.0	23.1	
0.023	0.14	2.4	1.8	27.5	
0.120	0.21	2.1	0.6	38.0	40
0.40	0.60	2.0	0.5	60.0	64
0.80	1.20	2.0	0.5	76.5	85
1.20	1.80	2.0	0.5	85.0	100

Таблица 1. Параметры вихрей и поля скорости как функции диаметра донной частицы.

Для этого слоя отношение d/d_{sp} удовлетворяет условию слияния вихрей (1) (таблица 1) для всех размеров частиц. Для $d_p > 0.2$ см это отношение достигает минимального значения $d/d_{sp} = 2$, при слиянии вихрей спутников размер нового вихря оказывается близким размеру основного вихря. Они представляют собой пару вихрей, вращающихся в противоположном направлении. Пара поднимается вверх, достигая поверхность воды. Для $d_p < 0.2$ см слившийся вихрь спутник меньше основного, возникающий диполь перемещается по дугообразной траектории из-за вращения системы вихрей.

В таблице приведена зависимость d_{sp}/d_p от размера частицы. Пока $d_{sp}/d_p < 1$ (для $d_p < 0.05$ см) – частицы могут быть захвачены одним вихрем спутником. Для захвата частиц большего диаметра необходимо, чтобы произошло слияние вихрей спутников. Минимальное значение отношения $d_{sp}/d_p = 0.5$ для $d_p > 0.2$ см. В этом случае диаметр вихря, возникающего при слиянии вихрей спутников близок диаметру частицы грунта. Это обеспечивает возможность захвата частицы диполем, если скорость потока превышает критическое значение U_{dip} , при котором диполи формируются. Зависимость $U_{dip}(d_p)$ определена в ряде экспериментов (таблица). Смогут ли вихрь при выполнении условия формирования диполя удержать крупную частицу?

В [6] показано, что вихри могут удерживать крупные частицы, если их плотность превышает плотность воды примерно в 2 раза, а частицы вращаются без проскальзывания. Для того чтобы частица вращалась в

вихре без проскальзывания, нужна достаточно большая скорость вращения вихря-спутника ω_{sp} . В соответствие с [7]:

$$\omega_{sp} = \frac{d}{d_{sp}} \frac{2u_0}{\delta} \quad (2)$$

Когда толщина вязкого слоя достигает минимального значения δ_{min} отношение диаметров вихрей фиксировано. Это значит, что угловая скорость вращения вихря определяет только придонная скорость u_0 . Экспериментальные данные показали, что в диапазоне значений скорости, для которого $\delta = \delta_{min}$, $u_0 \approx u_{max}/10$. Учитывая (2), получаем:

$$\omega_{sp} = 0.2 \frac{d}{d_{sp}} \frac{u_{max}}{\delta_{min}} \quad (3)$$

Следовательно, ω_{sp} определяется только скоростью течения на поверхности потока. В серии экспериментов была определена зависимость критического значения скорости U_{cr} , при котором начинался захват крупных частиц грунта, от размера частиц ($d_p > 0.045$ см) (таблица). Захват и вынос крупных частиц грунта (0,2x0,4 см) вихрями показан на рис.1.

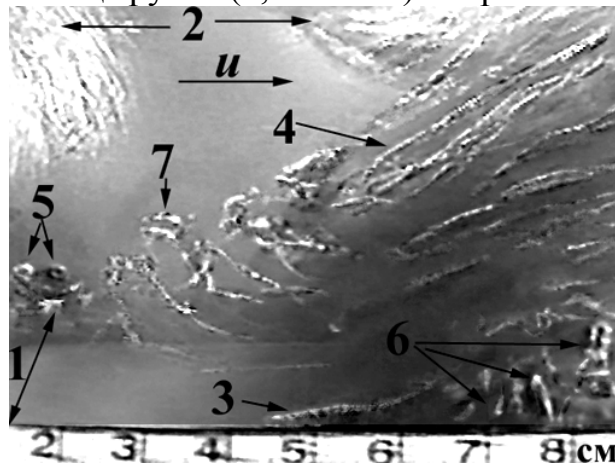


Рис.1 1 – дно канала, очищенное от щебня, 2 – большие вихри, 3 – конец вихря с частицами, 4 – центральная часть вихрей, поднимающаяся вверх, 5 – диполь, образованный над щебнем (опускается), 6 – концы вихрей с частицами, 7 – диполь, образованный на гладком дне (поднимается).

Частица располагается длинной стороной вдоль оси вихря. Оказалось, что $U_{cr} > U_{dip}$. Отличие возрастает с увеличением диаметра частиц.

При перемещении вихрей в потоке происходит увеличение размера вихрей и падение скорости вращения за счет вовлечение окружающей жидкости и образования дополнительных вихрей на их границе. При снижении скорости вращения ниже критической происходит выпадение частиц. (рис.2). На рисунке хорошо видно, что диполь, несущий частицу, обкручен мелкими вихрями, возникающими в вязком слое окружающей жидкости.

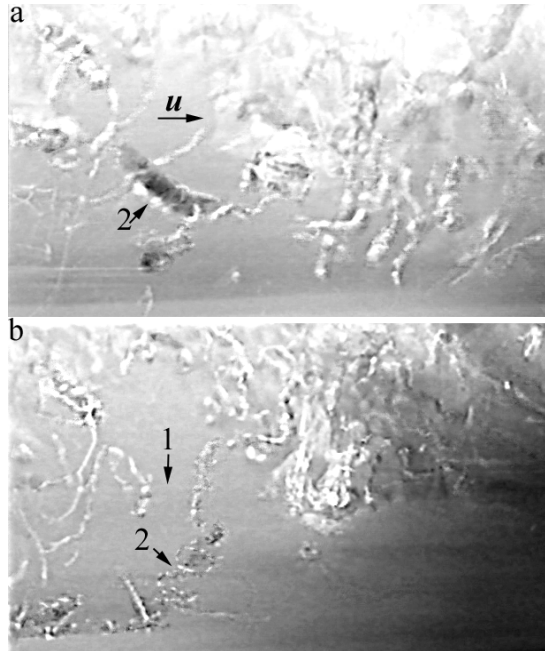


Рис. 2. Последовательный кадры записи, демонстрирующие распад вихря (2), несущего частицы грунта, дно – 1.

На основе экспериментального исследования придонного слоя головной части потоков, возникающих при прорыве плотины, показано, что толщина вязкого слоя превышает диаметр донных частицы, растет с увеличением d_p и уменьшается при увеличении скорости потока. Донные частицы захватываются вихрями спутниками, возникающими под основными вихрями, периодически формирующимися при замедлении течения в направлении движения. Если $d_p > 0.045$ см, диаметр вихря спутника меньше d_p . Вихри спутники сближаются и сливаются в один вихрь, способный вместить донную частицу, если скорость потока достигает критического значения U_{dip} . Захват частицы происходит при более высокой скорости течения $U_{cr} > U_{dip}$, при которой частица начинает вращаться в вихре без проскальзывания, и вихрь может ее удержать.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. Ancey // Geomorphologic Fluid Mechanics /Eds: N.J. Balmforth, A. Provenzale. Berlin: Springer. 2001. P. 528.
2. H. Capart, D.L. Young // J. of Fluid Mech. 1998. V. 372. P. 165.
3. A.A. Khan, P.M. Steffler, R. Gerard // J. of Hyd. Engrg. 2000. ASCE. V. 126. No 5. P. 375.
4. P.K. Stansby, A. Chegini, T.C.D. Barnes // J. Fluid Mech. 1998. V. 374. P. 407.
5. О.Н. Мельникова // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2008. Т. 44. № 2. С. 266.
6. О.Н. Мельникова // Изв. АН. Сер. Физическая. 2008. № 12. С. 1793.
7. О.Н. Мельникова "Динамика руслового потока" М.:МАКС ПРЕСС, 2006.

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПРИМЕСИ ПО СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СОСТАВНОГО ВИХРЯ

М.В. Трофимова¹, Е.В. Степанова²

¹Физический факультет МГУ, кафедра физики моря и вод суши

²Учреждение Российской академии наук Институт проблем механики
им. А.Ю.Ишлинского РАН

¹trofimova.mary.v@gmail.com, ²step@ipmnet.ru

Вихревые течения определяют собой направления процессов распространения примесей по поверхности морей и океанов. Данная работа посвящена экспериментальному изучению распространения примеси по свободной поверхности составного вихря.

Жидкость находилась в цилиндрическом контейнере. Вращение индуцировалось гладким диском-активатором, расположенным на дне контейнера. Управляемыми параметрами в сериях экспериментов являлись глубина жидкости H и частота вращения диска-активатора Ω [1].

В качестве примеси использовались анилиновые чернила. Краситель вводился на свободную поверхность жидкости с помощью лабораторной пипетки на небольшом расстоянии от центра вращения поверхности. Высота падения капли красителя поддерживалась постоянной.

После контакта красителя со свободной поверхностью на ней образовывалось пятно, из которого начинали вытягиваться спиральные рукава [2]. Начальный этап данного процесса ($t=1$ с после контакта красителя с поверхностью жидкости) представлен на рис.1.

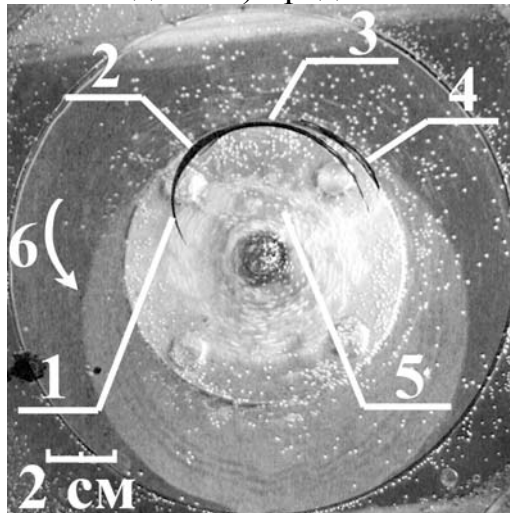


Рис.1. Вытягивание спиральных рукавов из пятна красителя на поверхности вращающейся жидкости. $\Omega = 100$ об/мин, $R = 7.5$ см, $H = 10$ см.

Циклонический рукав (рис.1, 1) вытягивался в направлении вращения жидкости (рис.1, стрелка 6) к центру вращения (рис.1, 5). Заметное утолщение темной линии (рис.1, 2) соответствовало начальному положению пятна красителя после контакта со свободной поверхностью вращающейся жидкости. Часть темной линии правее утолщения –

спиральный рукав, вытягивавшийся в антициклоническом направлении (рис.1, 3). Темная линия выше антициклонического рукава (рис.1, 4) образовалась вследствие попадания части красителя на поверхности жидкости вне основного пятна.

В начальные моменты времени форма огибающей области, занимаемой красителем, была эллиптической (рис.2, а). При этом эллипс тоже вращался в лабораторной системе координат. С течением времени форма границы области, занимаемой спиральными рукавами, сглаживалась, становилась похожей на окружность (рис.2, б). Процесс распространения красителя к периферии вращающейся жидкости замедлялся.

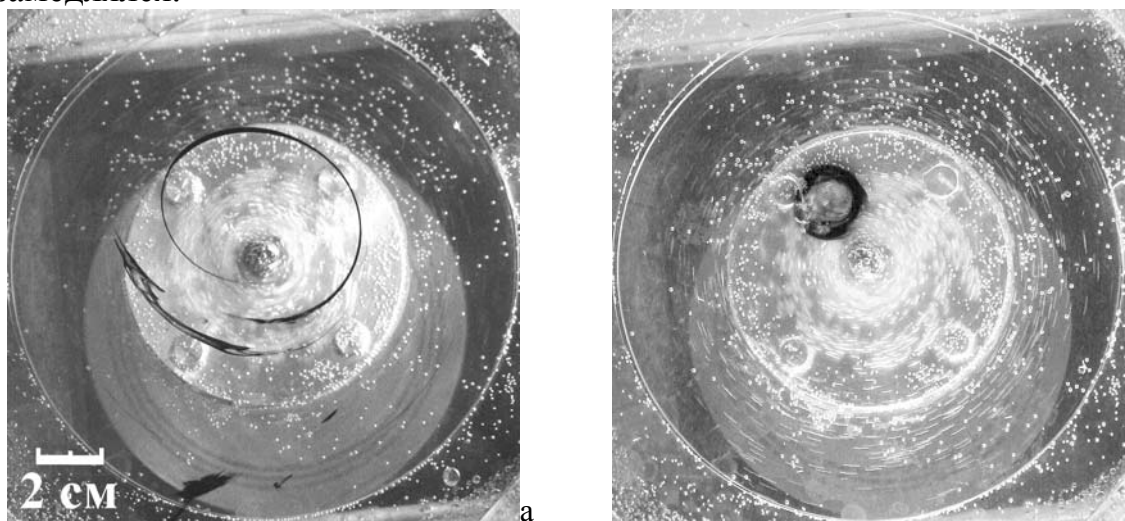


Рис.2. Форма спиральных рукавов в различные моменты времени, $\Omega = 100$ об/мин, $R = 7.5$ см, $H = 10$ см; а)- $t = 3$ с, б)- $t = 55$ с.

В ходе проведенных серий экспериментов были отмечены некоторые закономерности распространения примеси по поверхности составного вихря:

1. Из пятна примеси на поверхности составного вихря вытягиваются спиральные рукава в циклоническом, и в антициклоническом направлениях.

2. Форма границы области, занимаемой спиралью эллиптическая, со временем стремится к окружности.

3. С увеличением скорости вращения поверхности жидкости увеличивается скорость вытягивания спиральных рукавов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.М. Милн-Томсон "Теоретическая гидродинамика" М.: Мир, 1964.
2. Е.В. Степанова, Ю.Д. Чашечкин // Доклады АН. 2008. Т.423. № 4. С. 474.

ВОЛНОВОЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ БАРЬЕР И СИСТЕМА СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ЗАЛИВЕ

Е.Л. Шейнкман, И.А. Авилкин, А.А. Будников, И.Н. Иванова
Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова
esheinkman@mail.ru

Внутренние волны в морях и крупных озерах характеризуются периодами, изменяющимися от значений порядка нескольких минут до месяца (для внутренних сейш). Такие волновые процессы могут приводить к появлению мезомасштабных стратифицированных течений. Возникающие при этом структуры течений с придонными, приповерхностными потоками и промежуточными струями, которые могут участвовать в циркуляционных движениях, достаточно полно интерпретируются теоретически лишь с учетом динамики внутренних волн. С подобной системой течений мы столкнулись при расшифровке результатов комплексных исследований распределений параметров течений и состава воды в Волховской губе Ладожского озера (август 2009 г.).

Исследования проводились с применением многопараметрического зонда RCM-9 (Aanderaa) и других измерителей для регистрации вертикальных распределений скорости течения U , температуры воды T , концентраций. В ходе этих исследований обнаружена трехслойная структура течений, вызванных внутренними сейшами Волховской губы. Получены данные о трехмерной структуре этих течений, включающей направленные в противоположные стороны ячейки циркуляции в придонном слое и в промежуточной внутритермоклинной струе (рис.1, 2, 3). При анализе результатов проведено их сопоставление с расчетными полями течений в озерах Ладожском и Констанс (Германия) [1, 2], а также с данными исследований в озерах Бабин Лэйк (Канада) и Лох-Несс (Шотландия) по структурам полей температуры течения [3, 4].

В поле скорости (рис. 1а) выделяется струя Волховских вод, а над и под ней течения вод из открытого озера в губу. На распределении электропроводности воды S по глубине и во времени (рис. 1 б) на центральной вертикали разреза в зоне действия струи имеет место область с повышенными значениями S (и соответственно с повышенной минерализацией, характерной для вод реки Волхов). На расстоянии более 25 км от начала разреза направление течения по всей глубине соответствует вторжению вод открытого озера. Подобные сгонно-нагонные процессы, нередко имеющие сезонный характер и сопровождающиеся затоплением берегов, типичны для Ладожского озера в данный период (середина августа 2009 г.) [1]. Именно этот макромасштабный (порядка масштабов бассейна) колебательный процесс

приводит к образованию динамического барьера, блокирующего продвижение струи Волховских вод в открытое озеро. Тем не менее, струя не затухает, а как показано ниже в данной работе участвует в циркуляционном движении, охватывающем юго-восточную часть залива.

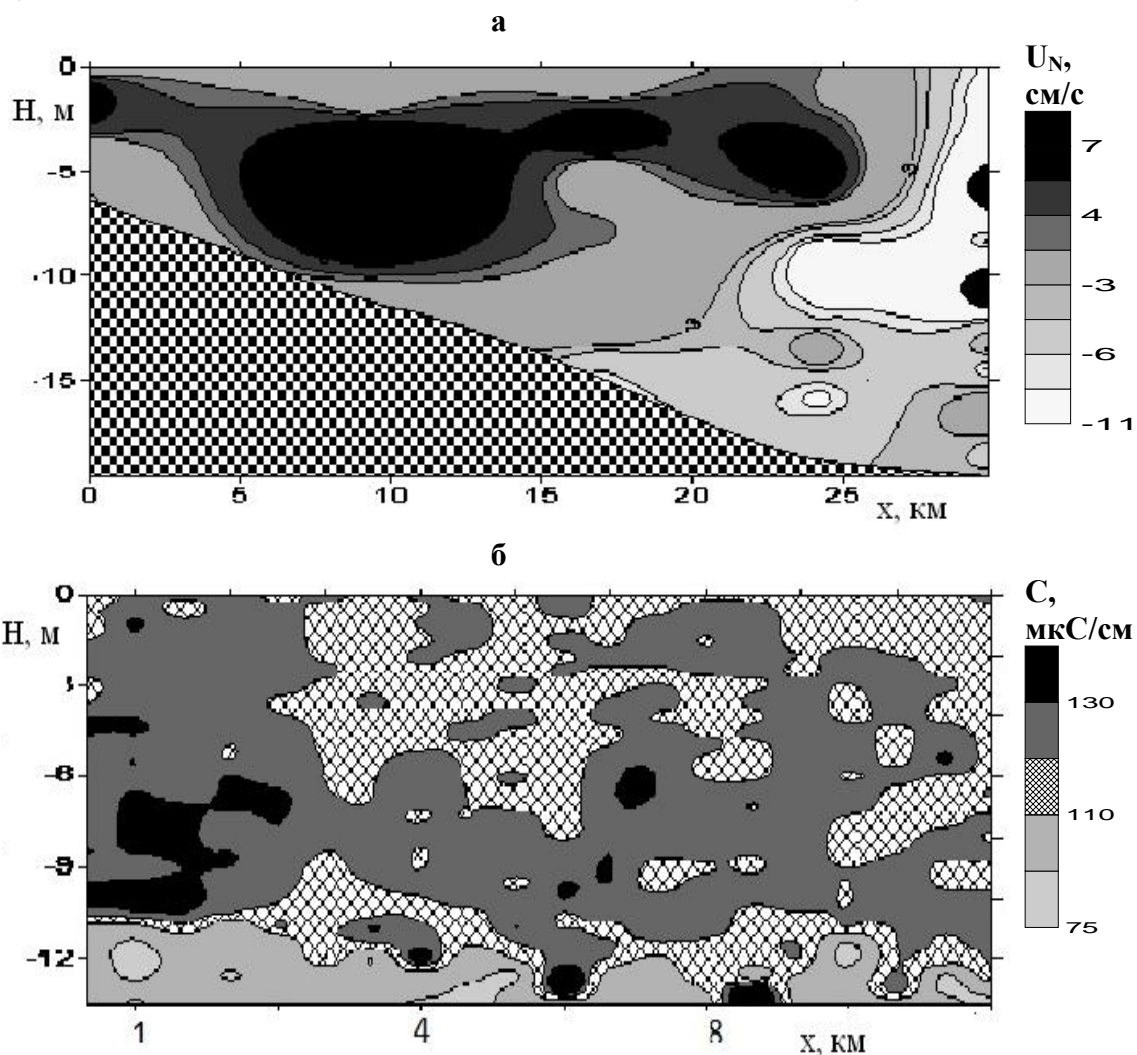
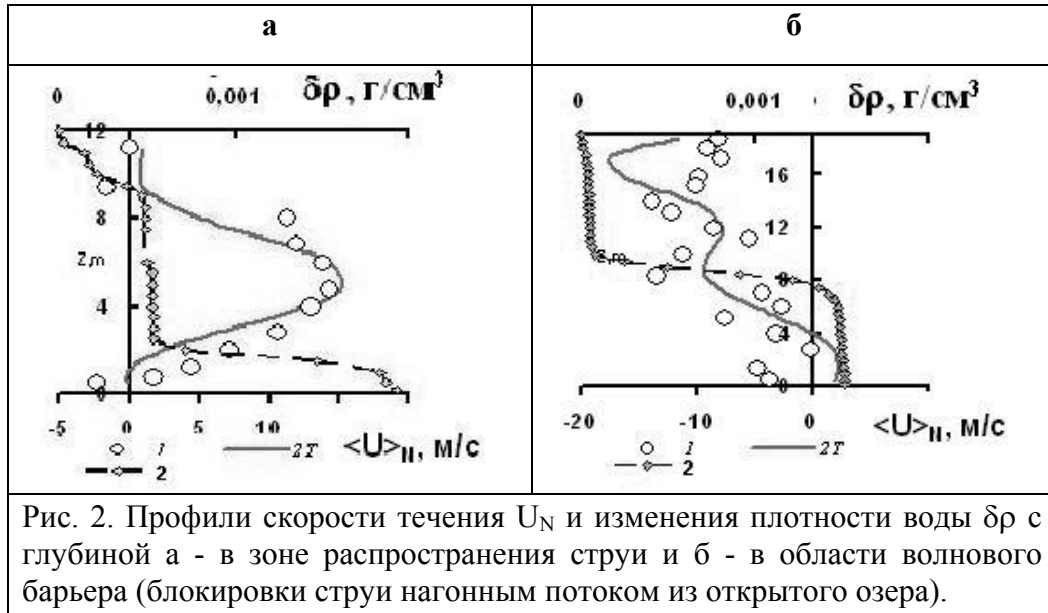


Рис. 1. Распределения а – скорости течения U по глубине и вдоль по заливу и б – электропроводности воды C по глубине и во времени на центральной вертикали разреза.

Измеренные профили скорости на разрезе в Волховской губе удовлетворительно согласуются с теоретическими распределениями, рассчитанными по модели, аналогичной применявшейся в работе [5] (рис. 2).



В модели используются аналитические решения уравнений Рейнольдса для течения, вызванного внутренними сейшми, по [6], и для стратифицированной струи по [7], имеющие вид

$$U(z)_w = A \exp\left(\frac{\gamma}{2} z\right) \cdot \cos k_x (x + x_0) \cdot \left(\frac{\gamma}{2k_x} \cos k_z z - \frac{k_z}{k_x} \sin k_z z\right) \cdot (-\omega \sin(\omega t + \varphi_0)),$$

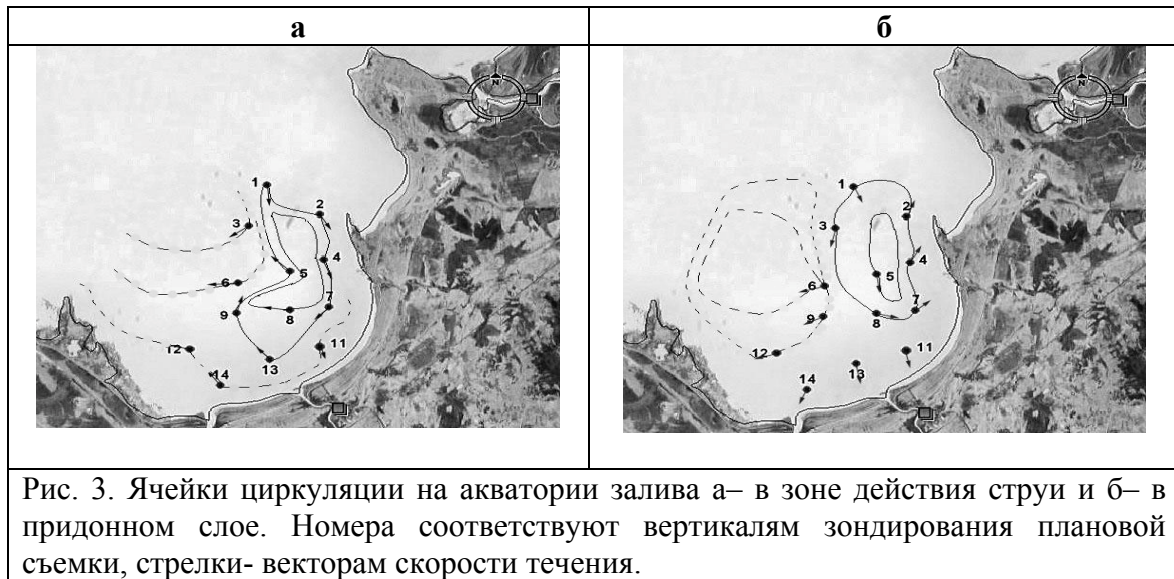
$$z = z_u \div H \quad (1)$$

$$U_j(z) = U_F + \Delta U_m f_u(\xi), \quad (2)$$

$$c_w = (g(H - h') h' \frac{\Delta\rho_3}{H\rho})^{1/2} \quad (3)$$

$$k_{zi} \cong C_{kw} \cdot n_m N \cos\theta / c_w \quad (4)$$

Здесь, $U(z)_w$ - волновая составляющая профиля скорости, k_z - вертикальное волновое число, $U_j(z)$ - скорость струи, U_F - скорость течения вод, окружающих струю, ΔU_m - разность максимальной скорости струи и фоновой U_F , $f_u(\xi)$ - безразмерное распределение скорости в струе, ξ - универсальная ордината для струйного течения [5]; c_w - фазовая скорость внутренних волн для двухслойной стратифицированной жидкости, H - глубина, h' - глубина термоклина, $\Delta\rho$ - разность плотностей между слоями, n_m - номер моды, N - частота Вьяйсяля-Брендта, $\cos\theta$ - угол наклона вектора волнового числа по отношению к горизонтальной плоскости.



Основные результаты:

1. В результате проведенных исследований, выявлена структура системы течений, которая включает струю вод р. Волхов, течения, вызванные внутренними сейшами, и сгонно-нагонный приток вод открытого озера.

2. Показано, что затопленная струя речных вод блокируется встречным притоком вод открытого озера.

3. Установлено, что теоретические профили скорости согласуются с экспериментальными.

4. Выявлены противоположно направленные ячейки циркуляции на промежуточных глубинах и у дна в Юго-Восточной части залива. Циркуляция препятствует выходу струи речных вод в открытое озеро.

5. Обнаруженная блокировка и циркуляция струи речных вод в заливе приводят к сохранению примесей, поступающих из реки, в губу. В итоге имеет место эвтрофирование с интенсивным цветением вод.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 08-05-00574-а).

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.П. Астраханцев, В.В. Меншуткин, Н.А. Петрова, Л.А. Руховец "Моделирование экосистем больших стратифицированных озер" СПб.: Наука, 2003.
2. J. Appt, J. Imberger, H. Kobus // Constance: Limnol. Oceanogr. 2004. 49(4). P. 919.
3. D. F. Farmer // J. Phys. Oceanogr. 1978. 8. P. 63.
4. S.A. Thorpe, A. Hall // Nature. 1972. 237. P. 96.
5. Б.И. Самолубов, Е.А. Литвинов //МАКС ПРЕСС. 2008. № 15. С. 344.
6. Л. Прандтль "Гидроаэромеханика" Москва – Ижевск, 2000.

7. Б. И. Самолюбов “Плотностные течения и диффузия примесей” М.: Изд. ЛКИ (УРСС), 2007.

ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИЕ ТЕЧЕНИЯ ПО КАНАЛАМ С ПЕРЕМЕННЫМ ПО ДЛИНЕ СЕЧЕНИЕМ И ДЕФОРМИРУЕМЫМИ СТЕНКАМИ

В.С. Юшутин

МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва

vladimir.yushutin@gmail.com

Задачи течения сред внутри сосудов берут своё начало с работ Пуазейля и Гагена о течении вязкой жидкости в цилиндре. Как известно, ими был выведен параболический профиль продольной скорости в стационарном случае.

Если допустить возможность деформирования стенок сосуда под действием давления со стороны текущей среды, то задача становится пространственно неоднородной, а занимаемая средой область может изменяться с течением времени. Этот факт усложняет численный анализ уравнений движения текущей среды и оболочки сосуда. Необходимо также задавать определяющие соотношения материала, из которого сделаны стенки канала. Таким образом, ставится задача взаимодействия двух сред с неизвестной границей.

Подход к изучению таких задач был рассмотрен в [1] применительно к течениям несжимаемой ньютоновской жидкости, моделирующим движение крови и других биожидкостей по сосудам с деформируемыми стенками [2-5]. Течение предполагалось осесимметричным, каждое сечение канала круглым и изменяющимся, так что сосуд являлся поверхностью вращения с неизвестной образующей $R(z,t)$, заданной в цилиндрической системе координат, ось z которой совпадает с осью канала.

Суть метода состоит в интегрировании дифференциальных уравнения движения и уравнения несжимаемости вязкой жидкости по произвольному сечению $S(z,t)$ плоскостью $z=const$ сосуда, преобразуя их к пространственно одномерному виду. Полученные уравнения содержат неизвестные функции, характеризующие сечение канала как целого: радиус сечения канала $R(z,t)$, расход через сечение, среднее интегральное давления по сечению. Эта система замыкается уравнением теории оболочек для стенок сосуда.

В настоящей работе интегральный метод обобщён на случай вязкопластической среды, моделируемой соотношениями Бингама-Шведова:

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + (2\mu + \frac{\sigma_s}{v_u})v_{ij}$$

Здесь σ_{ij} - тензор напряжений, p – давление в среде, v_{ij} - тензор скоростей деформаций, v_u - его интенсивность, а μ и σ_s - динамическая вязкость и предел текучести соответственно. Эти определяющие соотношения верны только в тех точках области, занимаемой средой, в которых интенсивность девиатора тензора напряжений превышает предел текучести, т.е. наступает течение среды. В остальных точках деформации отсутствуют. Это означает, что в среде возможны так называемые ядра, ведущие себя как твёрдые тела и воспринимающие нагрузки, но не деформирующиеся вследствие них.

Классическое решение задачи Пуазейля о стационарном продольном течении в цилиндре известно давно и для среды Бингама-Шведова [6]. Аналитически найденное поле напряжений говорит, что всегда существует сплошное цилиндрическое ядро соосное с каналом, размер которого обратно пропорционален перепаду давления на торцах сосуда.

Предполагается, что и в случае формы сосуда, отличной от цилиндрической, ядро находится у оси канала и задаётся неизвестной функцией $R^*(z, t)$, являющейся радиусом ядра в сечении $S(z, t)$.

С помощью интегрального метода в работе получена замкнутая постановка на неизвестные функции, описывающие течение в интегральном смысле: расход через сечение, его радиус, радиус ядра в сечении, продольная скорость ядра, сила, действующая в сечении в продольном направлении.

Предложенная постановка позволяет решать нестационарные осесимметричные задачи течения вязкопластической среды внутри деформируемого сосуда. Постановка может быть редуцирована для расчёта течения внутри недеформируемых осесимметричных сосудов заданной формы.

В работе представлены результаты численных решений двух интегральных задач вязкопластического течения. Во-первых, это имеющая аналитическое решение задача разгона-торможения в цилиндре постоянным перепадом давления. Произведено сравнение известных результатов с полученными на основании интегрального метода. С другой стороны, имеющий инженерную значимость расход получается из аналитического решения путём интегрирования продольной скорости по сечению. В интегральной же постановке возможно исследовать обратную задачу: по заданным режимам изменения расхода (например, пульсация или резкий скачок), который легко измеряется на практике, предсказывать другие интегральные характеристики течения.

Также представлено решение интегральной задачи о стационарном течении вязкопластической среды в конфузоре, имеющей самостоятельное значение. Показано, что в зависимости от безразмерных параметров задачи ядро может как увеличиваться, так и уменьшаться с увеличением

продольной координаты. Также проведено сравнение результатов с натурными экспериментами. Возможно нахождение стационарных течений в сосудах более сложной осесимметричной формы.

Следует отметить, что вычислительная сложность указанных решений сопоставима с численным решением нелинейного обыкновенного дифференциального уравнений первого порядка.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Formaggia, D. Lamponi, A. Quarteroni // J.Eng.Math. 2003. 47 N. 3-4. P. 251.
2. Т. Педли "Гидродинамика крупных кровеносных сосудов" М.: Наука, 1955.
3. G.R. Cokelet // Biorheology. 1999. 36 N 5-6. P. 343.
4. A. Quarteroni, M. Tuveri, A. Veneziani // Comput. Visual. Sci. 2. 2000. P. 163.
5. L. Formaggia, F. Nobile, A. Quarteroni, // Mathematical Modeling and Numerical Simulation in Continuum Mechanics. V. 19 of Lecture Notes in Computational Science and Engineering. Berlin: Springer-Verlag. 2002. P. 137.
6. Д.М. Климов, А.Г. Петров, Д.В. Георгиевский "Вязкопластические течения: динамический хаос, устойчивость, перемешивание" М.: Наука, 2005.