

СЕКЦИЯ 1. АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Ультразвуковые методы диагностики газожидкостных потоков И.А. Владимиров, С.И. Муякшин.....	3
Распространение SH-волн и резонансы в упругой периодической структуре с одиночными и множественными неоднородностями М.В. Голуб, Ч. Жанг.....	7
Динамические задачи механики композитов В.И. Горбачев.....	12
Профили интенсивных сигналов, распространяющихся вертикально вверх в стратифицированной атмосфере В.А. Гусев, Р.А. Жостков.....	13
Нелинейные уравнения, линеаризуемые с помощью обобщенных подстановок Коула-Хопфа. ударные волны в сферически симметричных самогравитирующих системах В.М. Журавлев, Д.А. Зиновьев.....	16
Моделирование тепловых разрушений в биологических тканях при их облучении мощным фокусированным ультразвуком через грудную клетку С.А. Ильин, С.М. Бобкова, В.А. Хохлова, Л.Р. Гаврилов	18
Определение упругих свойств слоистых материалов с помощью лазерного возбуждения ультразвука А.А. Карабутов (мл.), А.А. Карабутов, О.А. Сапожников	22
Нелинейные эффекты в полях фокусированных ударно-волновых источников М.М. Карзова, М.В. Аверьянов, В.А. Хохлова.....	27
Создание нового материала с уникальными упругими характеристиками Т.Б. Крит.....	31
Стоячие сдвиговые волны в резонаторе с неоднородной резиноподобной средой Т.Б. Крит, В.Г. Андреев, А.В. Шанин, С.И. Шиндерук.....	33
Туннелирование магнитоупругих волн через вакуумный зазор двух ферромагнитных кристаллов с относительным продольным перемещением А.В. Моисеев, Е.А. Вилков	38
Устойчивость прямого стержня с переменными параметрами при продольном сжатии О.Б. Москаленко.....	40
Затопленные струи, акустические пучки и течения О.В. Руденко	42
Ультракороткие трехкомпонентные акустические импульсы в системе электронных и ядерных спинов С.В. Сазонов, Н.В. Устинов	44
Поверхностное возбуждение объёмных акустических волн в кристалле ниобата лития А.С. Трушин, В.И. Балакший, В.Б. Волошинов, В.В. Солодовников	49

Экспериментальное изучение дифракции акустической волны на жестком цилиндре MLS-методом

А.В. Шанин, В.Ю. Валяев 53

УЛЬТРАЗВУКОВЫЕ МЕТОДЫ ДИАГНОСТИКИ ГАЗОЖИДКОСТНЫХ ПОТОКОВ

И.А. Владимиров, С.И. Муякшин

Нижегородский госуниверситет

ilvladimirov@mail.ru

Двухфазные потоки в виде смеси жидкости и газа (пара) встречаются в разных областях техники: в добыче нефти и газа, в химической и пищевой промышленности, в энергетике. Для измерения расхода фаз в таких потоках используются различные физические принципы. Например, в патенте США [1] описана система на основе матрицы датчиков импеданса, выполненной в виде двух погруженных в поток диэлектрических пластин, на которых размещены электроды. Сигналы этих датчиков используются для измерения скорости потока корреляционным методом и для определения положения границ фаз при «снарядном» режиме течения. Это позволяет определить долю сечения, занятую той или иной фазой, и учесть этот фактор при расчетах. В патенте РФ [2] описана система, основанная на измерении в микроволновом диапазоне диэлектрической постоянной резонатора, через который протекает гомогенизированный двухфазный поток. В работе [3] представлен прототип теплового расходомера для двухфазных потоков. Несмотря на обилие патентов и немалое количество готовых и опытных устройств, в данной области приборостроения еще не оформились устоявшиеся технические решения. Поэтому различными авторами предлагаются все новые и новые способы и устройства. Здесь представлена система для определения расхода фаз газожидкостной смеси (ГЖС) [4], основанная на использовании метода ультразвукового измерения скорости неоднородностей с помощью эффекта Доплера. За счет применения оригинального метода ввода ультразвука (УЗ) в поток и комплексного подхода к обработке сигналов, эта система способна проводить измерения при различных режимах двухфазного течения: от «пузырькового», когда в потоке движутся мелкие газовые пузырьки, (относительный расход газа $q < 0.25$) до «снарядного», когда по трубе движутся чередующиеся газовые полости и жидкие перемычки ($q > 0.25$) [5].

Рассмотрим «пузырьковый» режим течения. В созданной нами установке были проведены эксперименты по изучению сигналов, рассеянных на газовых пузырьках в жидкости. На рисунке 1 показаны профили энергии, полученные в опытах с водой при увеличении расхода воздуха. Профили энергии имеют несколько локальных максимумов. Они, вероятно, возникают из-за многократного отражения зондирующего импульса от стенок трубы.

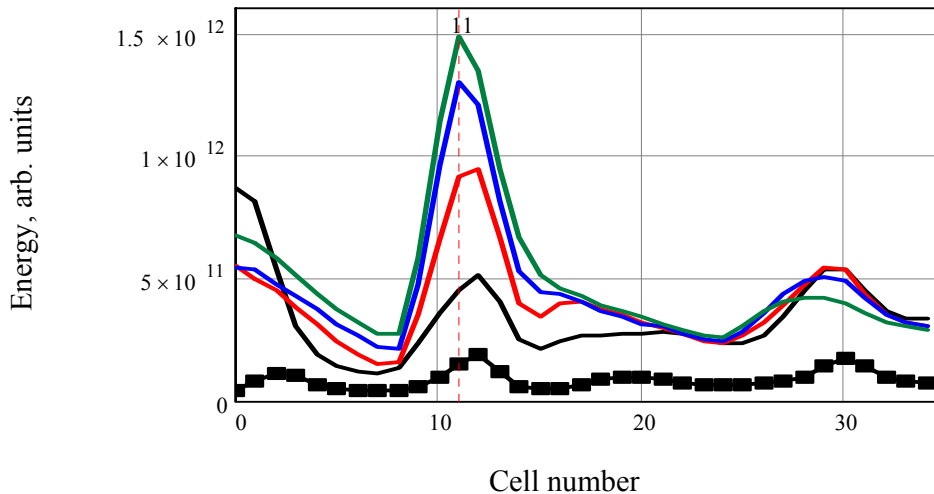


Рис.1. Профили энергии в зависимости от № элемента дальности

Профили, помеченные квадратиками, соответствуют минимальному расходу воздуха, при котором распылитель, используемый в установке, образует разреженную струйку пузырьков с диаметром менее 1 мм. Величины локальных максимумов на профиле энергии в этом случае почти одинаковы. При возрастании плотности потока пузырьков, но при сохранении их размеров рассеяние нарастает. При появлении в потоке более крупных пузырьков рассеяние так же возрастает. По-видимому, из-за дополнительного поглощения, более удаленный от ФАР максимум уменьшается по сравнению с более близким максимумом. Отсюда следует, что анализ профилей рассеяния может дать информацию о распределении пузырьков по размерам.

Для теоретического описания рассеяния проводились так же необходимые эксперименты по изучению прохождения сигналов в трубе с однородной жидкостью. Главным результатом этих опытов явилась четкая фиксация нескольких отражений зондирующего импульса от стенок трубы. Так же было обнаружено, что внутри трубы образуется плоский УЗ пучок, ширина которого примерно равна ширине области контакта ФАР с поверхностью трубы.

Для объяснения появления нескольких локальных максимумов на профилях энергии рассеянного сигнала нами предложена теория, основанная на существовании нескольких путей распространения сигнала, рассеянного неоднородностями. Вследствие этого, наряду с сигналом, рассеянным «назад», на приемнике присутствуют еще два сигнала, обусловленных рассеянием в переднюю полуплоскость (рассеяние «вперед»), которые и определяют появление второго максимума в рассеянном сигнале.

Нами теоретически показано, что соотношение между максимумами первого и второго «горбов», при прочих равных условиях, определяется средним размером рассеивателей. При размерах неоднородности много

меньше длины волны, рассеяние происходит практически изотропно, поэтому рассеяние от единичного рассеивателя как «назад» так и «вперед» примерно одинаково. При увеличении размера неоднородности, сигнал рассеянный «вперед» будет возрастать по сравнению с сигналом, рассеянным «назад», что вызовет увеличение амплитуды максимума второго «горба». Следовательно, по амплитуде второго максимума в рассеянном сигнале мы можем судить о размерах неоднородностей, присутствующих в среде. Кроме того, амплитуда второго максимума является очень резкой функцией величины затухания в среде, что дает неплохие перспективы для разработки более точного метода определения количества неоднородностей, находящихся в трубе, а следовательно.

Рассмотрим «снарядный» режим течения, при котором объемное содержание газа более 25 % [5]. Для него характерно возникновение движущейся структуры из чередующихся газовых полостей и жидких перемычек. При прохождении газовой полости на стенке трубы образуется стекающая вниз пленка жидкости. В результате знак доплеровского смещения частоты (ДСЧ) меняется на противоположный тому, который соответствует среднему движению потока вверх. При изучении рассеянных сигналов было выявлено, что в моменты перехода средней частоты от отрицательной к положительной, ширина спектра рассеянного сигнала возрастает примерно в 3 раза (рис. 2).

Это, вероятно, можно объяснить падением пленки на нагоняющую ее поверхность жидкости, что вызывает вихревое движение верхней части жидкой перемычки.

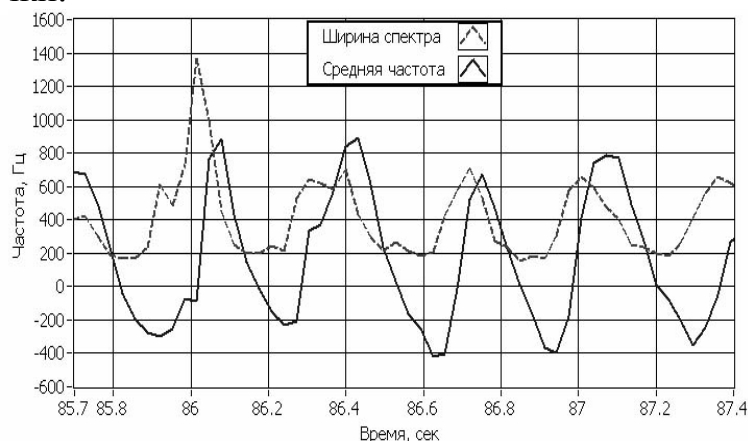


Рис. 2. Средняя частота рассеянного сигнала

Также оказалось, что энергия сигнала находится почти в противофазе со средней частотой (рис. 3). Следовательно, стекающая пленка рассеивает ультразвук гораздо сильнее, чем жидкие перемычки.

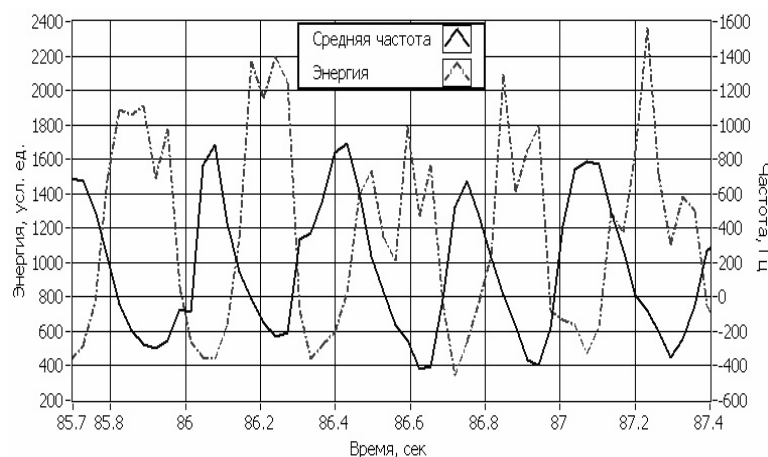


Рис. 3. Энергия рассеянного сигнала

Скорость движения структуры в «снарядном» режиме течения можно найти корреляционным методом. Кроме того отношение длительностей участков реализации ДСЧ с разными знаками связано в основном с отношением расходов жидкости и газа. Поэтому для определения расхода различных фаз потока можно сделать следующее: определив экспериментально калибровочные зависимости отношения длительностей участков реализации ДСЧ с разными знаками и скорости движения структуры как функции расходов жидкости и газа, расход каждой компоненты потока можно найти, решая полученную систему уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Boer. Measurement of gas and liquid flowrates and watercut of multiphase mixtures of oil, water and gas // US patent #5287752
2. Ю.И. Орехов, И.Н. Москалев, В.Е. Костюков и др. Способ определения покомпонентного расхода потока газожидкостной смеси продуктов газонефтедобычи в трубопроводе и устройство для его реализации // Патент на изобретение № RU 216340 С2.
3. Д.Д. Булкин, Г.А. Соколов. // Датчики и системы. №12. 2008. С.5.
4. В.И. Косарев, Л.Н. Мухин, С.И. Муякшин и др. Способ определения расхода компонентов двухфазного потока и система для его осуществления // Патент на изобретение № RU 2339915 С1. Опубликовано 2008.11.27 Бюл. № 33.
5. Г.Уоллис «Одномерные двухфазные течения» М.: Мир, 1972.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ SH-ВОЛН И РЕЗОНАНСЫ В УПРУГОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ С ОДИНОЧНЫМИ И МНОЖЕСТВЕННЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

М.В. Голуб¹, Ч. Жанг²

¹Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия

²Университет г. Зиген, Германия

m_golub@inbox.ru

Рассматривается распространение плоских упругих SH-волн в периодических структурах, которое имеет свои особенности, выражающиеся, например, в явлениях локализации, образовании запрещенных (band-gaps) и разрешенных зон (pass bands). Явления непрохождения и локализации открыты как в фотонике и фофонике, так и для упругих волноводов – экспериментально, к примеру, были обнаружены зоны непрохождения в частотном спектре для упругого композита с периодически расположенными цилиндрами (см. подробный обзор в [1]). Дефекты, зачастую интерфейсные, образуются в композитных материалах в процессе изготовления и эксплуатации, либо изначально заложены в конструкцию и их наличие может влиять не только на прочность образца, но и на расположение и размеры зон пропускания и запрещенных зон. Известно также, что даже небольшое отклонение в параметрах периодического композита значительно меняет его упругие свойства [2]. Значительный интерес здесь представляют формы колебаний, в том числе резонансные режимы и взаимодействие упругих волн с одиночными и множественными неоднородностями, связь с параметрами волновода и пр.

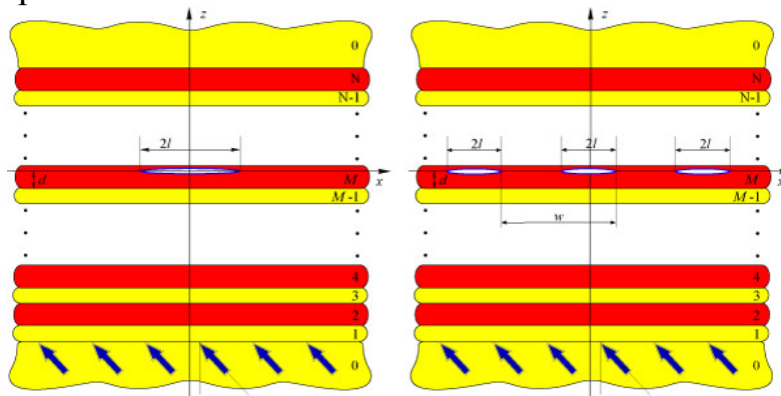


Рис. 1. Геометрия задачи.

Изучается распространение плоской SH-волны в пакете из N плоскопараллельных слоев толщины d_i , заключенных между двумя упругими полупространствами со свойствами первого слоя, с бесконечно тонким дефектом ширины $2l$ (далее для определенности полосовая трещина), расположенным в слое с номером M на расстоянии d от

границы между M и $M - 1$ слоями (Рис 1. слева). Рассматривается также случай множественных периодически расположенных дефектов одинаковых неоднородностей ширины $2l$, отстоящих на расстояние w друг от друга (Рис 1. справа). Колебания предполагаются установившимися гармоническими с частотой ω . В этом случае перемещения u_i в каждом слое удовлетворяют волновому уравнению

$$\frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} = \frac{1}{c_i^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2}, \quad i = \overline{1, N},$$

где c_i - скорость сдвиговых волн. Для описания колебаний этой структуры поле представляется в виде суперпозиции поля без дефектов, описываемого методом Т-матриц [1] и рассеянных дефектами полей, моделируемых с помощью интегрального подхода [3]. Искомое волновое поле удовлетворяет условиям непрерывности на границах раздела слоев и имеет нулевые напряжения на берегах трещин. Для вывода интегральных представлений рассеянного поля пакет можно по прямой, проходящей через трещину, условно разделить на два полупространства с некоторой неизвестной поверхностной нагрузкой $q(x)$. Таким образом, для каждого полупространства справедливо соответствующее интегральное представление, записанное как обратное Фурье-преобразование от Фурье символов матрицы Грина и скачков на берегах трещины $v(x)$ (см. подробнее [3]). После преобразований задача отыскания неизвестных скачков сводится к интегральному уравнению, которое разрешается разложением в ряд по ортогональным полиномам, учитывающим корневую особенность поведения у краев трещины. Система линейных алгебраических уравнений, возникающая относительно коэффициентов разложения скачка $v(x) = \sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i p_i(x)$, решается численно путем редукции, а комплекснозначные резонансные частоты волновода с трещиной (спектральные точки задачи) аппроксимируются корнями характеристического уравнения (определитель матрицы правой части СЛАУ). Для волновода с периодическим набором полосовых дефектов ширины $2l$ на расстоянии w друг от друга рассеянное поле получается аналогично случаю одиночной трещины. В виду периодичности может быть применена теорема Флоке-Блоха и, следовательно, Фурье-символы скачков на каждом из полосовых дефектов могут быть записаны через скачок на одном дефекте. В остальном схема не претерпевает серьезных изменений.

В качестве иллюстрации ниже приводятся результаты для 32-слойного периодического пакета из слоев двух типов (свинец/эпоксид: $c_1 / c_2 = 1.48$, $d_1 / d_2 = 2$) с трещиной. Известно, что во многих периодических структурах

распространение незатухающих волн невозможно в некоторых диапазонах частот [1]. Так, например, изображенный на Рис. 2 график коэффициента прохождения $\kappa^+(\omega)$ демонстрирует этот эффект для рассматриваемого пакета; здесь запрещенные зоны, в которых $\kappa^+ \rightarrow 0$, выделены цветом.

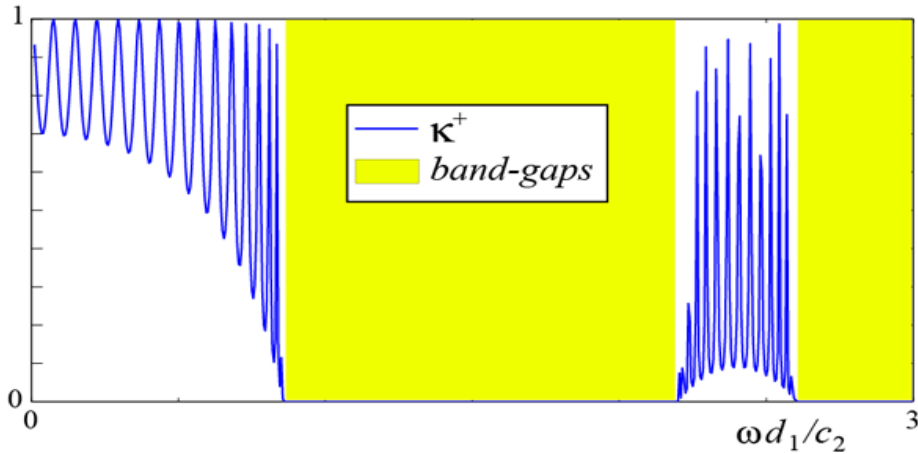
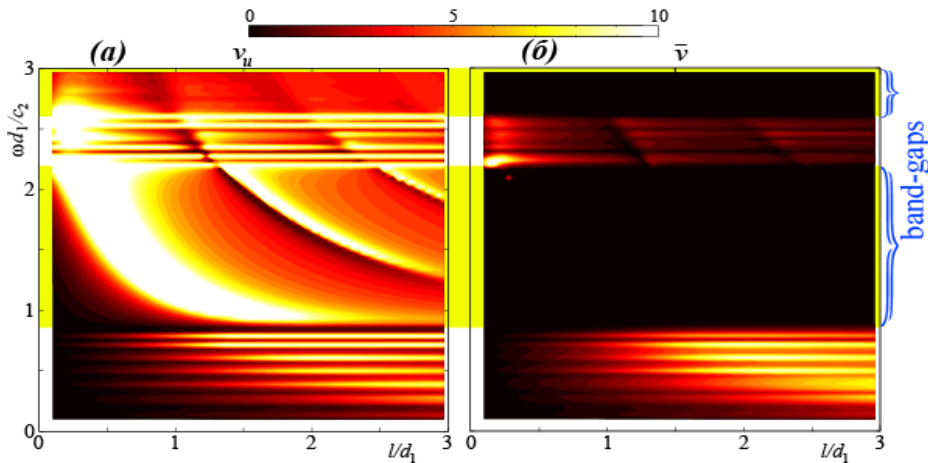


Рис. 2. Коэффициент прохождения и запрещенные зоны.

Очевидно, что при наличии дефектов рассеяние на частотах из зон пропускания и запрещенных зон будет различным. Провести эффективный анализ резонансных свойств можно на основе функции скачка берегов трещины $v(x)$. Однако более удобным видится использование следующих характеристик:

$$\bar{v} = \int_{-l}^l v(x) dx / (2l) = \pi\alpha(1) / 2, \quad v_u = \bar{v} / u^m(0,0).$$

Первая величина – среднее значение амплитуды раскрытия берегов, которая к тому же, например, в [4], используется при выводе жесткости для пружинной модели, позволяющей моделировать поврежденные интерфейсы или распределения трещин и уменьшить количество параметров проблемы, упрощая тем самым анализ. Вторая величина – нормированная величина v_u , необходимость введения которой иллюстрирует Рис. 3, где в правой части приведена поверхность $\bar{v}(\omega, l)$, причем $\bar{v} \rightarrow 0$ почти всюду в запрещенных зонах, а в разрешенных четко видны проявляющиеся в виде горизонтальных полос резонансные пики (Рис. 3б). В левой части (Рис. 3а) приведена поверхность $v_u(\omega, l)$, которая дает информацию о колебаниях на частотах из запрещенных зон, в том числе и о резонансных явлениях. Наибольший интерес представляет точка, где достигают максимума \bar{v} и v_u ($\omega = 2.094, l = 0.281$).

Рис. 3. Поверхности $\bar{v}(\omega, l)$ и $v_u(\omega, l)$ при $d = 0.5d_1$.

Наличие такого пятна означает амплитуду колебаний у трещины сравнимую с входным сигналом, что для запрещенной зоны соответствует «сильному» резонансу (таких точек обнаружено небольшое количество и при всех прочих значениях d). Очевидно, значительный рост амплитуды колебаний трещины при прохождении плоской волны на частоте из зоны прохождения происходит в случае приближения одной из точек спектра к вещественной оси, что проявляется в локализации колебаний между границами слоев и трещиной аналогично, описанному в [5] для трещины в свободном слое. Плотность потока энергии, переносимого через пакет слоев, в этом случае крайне мала и тем неожиданней значительное возрастание плотности потока энергии. Поток энергии через свободные от напряжений берега трещины невозможен, поэтому, по-видимому, края трещины аккумулируют энергию, которая циркулирует вокруг нее и излучается во всех направлениях (в том числе и в направлении распространения волны), иначе говоря, трещина выступает в роли помпы, перекачивающей энергию. Однако как показывает анализ, резонансы в запрещенной зоне практически не приводят к большим амплитудам колебаний в окрестности трещины по сравнению с амплитудами падающего поля, стремительно убывающими в направлении трещины. Резонансы в разрешенной зоне (максимумы $\bar{v}(\omega, l)$ и $v_u(\omega, l)$) хоть и характеризуются случаями увеличением амплитуды перемещений из-за рассеяния трещиной в, но не более чем в два раза, поэтому данные ситуации можно оценивать лишь как «слабый» резонанс.

Таким образом, обнаружены два типа резонансов в периодической среде с одиночной трещиной (соответственно в разрешенной и запрещенной зонах). Для множественных дефектов, а также для материалов с другим соотношением между свойствами материалов ситуация во-многом аналогична.

Авторы благодарят профессора Е.В. Глушкова и Н.В. Глушкову за плодотворное обсуждение данной проблемы и ряд ценных замечаний.

Работа выполнена в рамках аналитической ведомственной целевой программы «Развитие научного потенциала высшей школы» 2.1.1/1231.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Sigalas, M.S. Kushwaha, E.N. Economou, M. Kafesaki, I.E. Psarobas, W. Steurer, *Zeitschrift fur Kristallographie*. 2005. V. 220. P. 765.
2. A.-L Chen, Y.-S. Wang // *Physica B: Cond. Matt.* 2007. V. 392. P. 369.
3. В.А. Бабешко, Е.В. Глушков, Ж.Ф. Зинченко “Динамика неоднородных линейно-упругих сред” М.: Наука, 1989.
4. A. Bostrom, M.V. Golub, *Quart. J. Mech // Appl. Math.* 2009. V. 62. P. 39.
5. Е.В. Глушков, Н.В. Глушкова, М.В. Голуб, Ч. Жанг // *Акустический журнал*. 2009. № 1. Т. 55. С. 11-20.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ КОМПОЗИТОВ

В.И. Горбачев

*Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова,
механико-математический факультет, кафедра механики композитов*

vigorby@mail.ru

Рассматривается начально-краевая задача о колебаниях упругого тела – исходная задача. Коэффициенты упругости предполагаются зависящими от координат, в том числе и периодическим образом, что характерно для композиционных материалов с регулярной структурой. Получена интегральная формула представления решения исходной задачи через решение сопутствующей задачи – задачи для тела той же формы, но с постоянными упругими характеристиками. Показано, что в случае композита с регулярной структурой свойства сопутствующего тела выражаются через свойства исходного тела. В качестве примера применения интегральной формулы рассмотрены частные задачи о собственных частотах продольных и поперечных колебаний неоднородного стержня с переменным поперечным сечением.

ПРОФИЛИ ИНТЕНСИВНЫХ СИГНАЛОВ, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ ВЕРТИКАЛЬНО ВВЕРХ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ АТМОСФЕРЕ

В.А. Гусев, Р.А. Жостков

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра акустики.*

shageraxcom@yandex.ru

Крупным землетрясениям обычно предшествует сейсмическая активность вблизи будущего эпицентра, т.е. поверхность земли на большой территории совершает малые колебания и ее можно рассматривать как поршневой излучатель, генерирующий акустический сигнал в атмосферу. Хотя начальная амплитуда этих волн невелика, они могут серьезно повлиять на верхние слои атмосферы, поскольку по мере распространения в стратифицированной среде их амплитуда экспоненциально растет, при таком сильном нарастании амплитуды принципиально необходимо учитывать нелинейные эффекты. Для сигналов с характерными длинами волн до 800 м и временными масштабами – до 2.5 с длина образования разрыва в профиле не превышает 30 км для периодического сигнала и 60 км для импульсного. Задача исследования распространения нелинейных волн в атмосфере очень актуальна, поскольку она тесно связана с мониторингом сейсмической активности, благодаря тому, что акустические волны, достигнув ионосферы, заставляют заряженные частицы совершать колебания с большой амплитудой, а значит, и излучать электромагнитные волны, анализ которых поможет восстановить состояние земной коры. Кроме мониторинга сейсмической активности мы можем использовать этот метод для регистрации мощных взрывов, как например, несанкционированных ядерных испытаний, что весьма актуально в наше время. Распространению волн в атмосфере с учетом нелинейных эффектов посвящено достаточно большое число работ. Отметим среди них работы [1,2], где приведено обобщенное уравнение Бюргерса для вязкой стратифицированной среды, а также [3], содержащее достаточно полный обзор современного состояния проблемы. Одна из сложностей этой задачи состоит в выборе модели атмосферы, поскольку ее структура весьма сложна в первую очередь тем, что изменения неоднородностей в атмосфере происходят намного быстрее, чем характерный временной масштаб акустического сигнала. Эта особенность атмосферы делает ее исследование намного сложнее, чем, например, исследование океана. Помимо плотностной стратификации в атмосфере существует зависимость температуры от высоты, что приводит к непостоянности скорости звука, учет которой делает уравнения сложными для анализа. Стоит так же отметить неоднородность параметров атмосферы в горизонтальном направлении, что сильно влияет на дифракцию акустического пучка при его вертикальном распространении.

Этот эффект усиливается и тем, что исследуемая нами часть атмосферы является ближней зоной, поскольку интересующая нас высота (примерно 110 км) сопоставима с характерным размером области сейсмической активности коры, однако, при мониторинге взрывов источники можно считать точечными, поэтому для них задача проще и лучше освещена в литературе. Мы использовали модель неидеальной стационарной стратифицированной по плотности изотермической атмосферы, однородной вдоль горизонтального уравнения. Из системы гидродинамических уравнений мы вывели обобщенное уравнение Бюргера, в котором эффективный коэффициент вязкости зависит от высоты. Несмотря на столь многочисленные упрощения в модели среды, полученное уравнение не имеет точного решения в литературе. Однако нам удалось его получить в параметрическом виде и построить приближенное аналитическое автомодельное решение в виде гиперболического тангенса, что характерно для нелинейной акустики. Более того мы построили асимптотическое решение для профиля периодической волны, которое является модифицированным решением Хохлова (рис. 1.). Также нами было исследовано нелинейное распространение одиночного импульса (рис. 2.). Оба случая представляют интерес, поскольку импульсное излучение относится к взрывам, а гармоническое можно отнести к сейсмической активности. Помимо этого в работе исследовано явление смещения профиля ударной волны, что приводит к увеличению скорости распространения сигнала, что было зафиксировано в эксперименте МАССА.

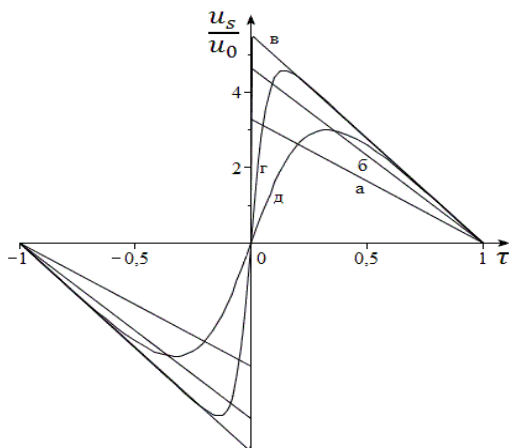


Рис. 1. Асимптотический профиль для периодического пилообразного сигнала. Кривые а – д соответствуют разным высотам над уровнем моря $x = 30; 50; 100; 130; 140$ км.

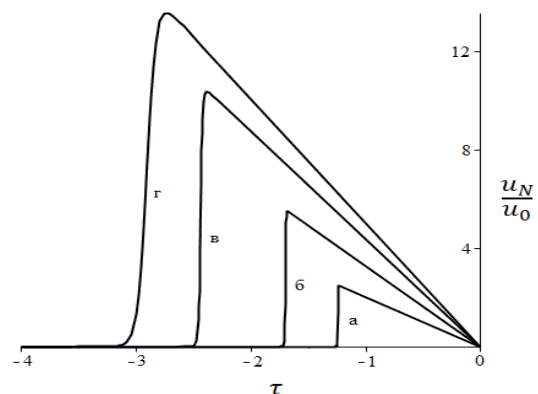


Рис. 2. Асимптотический профиль для положительного полупериода импульсного сигнала при значительно увеличенном значении параметра Γ . Кривые а – г соответствуют разным высотам над уровнем моря $x = 15; 30; 45; 60$ км.

ЛИТЕРАТУРА

1. Г.С. Голицын, Н.Н. Романова // Изв. АН СССР. 1968. Т.4. №2.
2. Н.Н. Романова // Изв. АН СССР. 1970. Т.6. №2.
3. Л.М. Гохберг, С.Л. Шалимов “Воздействие землетрясений и взрывов на ионосферу”. М.: Наука, 2008.

НЕЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ, ЛИНЕАРИЗУЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ ОБОБЩЕННЫХ ПОДСТАНОВОК КОУЛА-ХОПФА. УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В СФЕРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНЫХ САМОГРАВИТИРУЮЩИХ СИСТЕМАХ

В.М. Журавлев, Д.А. Зиновьев

*Ульяновский государственный университет, Инженерно-физический факультет
высоких технологий, Ульяновск, Россия*

zinovev_d@mail.ru

В работе рассмотрен новый метод построения нелинейных уравнений, которые линеаризуются с помощью подстановок, обобщающих подстановку Коула-Хопфа для уравнения Бюргерса. На основе предложенного подхода строится метод анализа общей структуры решений и вычисления точных решений в задачах о течениях сжимаемой жидкости. Приведено матричное обобщение данной модели течений. Проанализирована задача о динамике пылевидной материи нулевым давлением и газопылевой смеси. [1]

В работе [3], был предложен новый подход к линеаризации большого класса нелинейных уравнений на основе метода, использующего подстановки типа Коула-Хопфа. Этот подход опирается на результат, полученный ранее в работе [4], который "объясняет" с достаточно общих позиций смысл наличия подстановки Коула-Хопфа для уравнения Бюргерса. Основным смыслом этого результата состоит в том, что уравнение Бюргерса является условием совместности семи линейных алгебраических уравнений относительно первых семи смешанных частных производных функции $T(x,t)$, являющейся решением уравнения теплопроводности: $T_t = aT_{xx}$ и переноса изолиний: $T_t + V(x,t)T_x = 0$. ($T_t = \partial T/\partial t$, $T_{xx} = \partial^2 T/\partial x^2$ и т.д.) В данной работе мы показываем, что этот результат можно обобщить и применить к построению более широкого класса нелинейных уравнений, линеаризуемых с помощью подстановки: $V = -T_t/T_x$ типа Коула-Хопфа.

Развитый подход линеаризации нелинейных уравнений с помощью подстановок типа Коула-Хопфа-Урюкова в приложении к задачам одномерных течений сжимаемой жидкости, как показано в работе, дает общее представление о структуре решений этих уравнений. Важным результатом этого явилось, то что в работе найден аналог уравнения Бюргерса для сжимаемой вязкой жидкости и указан метод вычисления точных его решений. Предложенный подход может быть распространен на более широкий класс уравнений гидродинамического типа и применен в частности к задачам прикладной динамики газопылевых смесей [1].

Дальнейшим развитием предложенного в работе подхода явилось построение его матричных аналогов. В результате чего было рассмотрено расширение метода интегрирования нелинейных уравнений на случай размерности 1+2. Был проведен анализ общей структуры уравнений

Эйлера двумерных течений сжимаемой жидкости. Создан метод построения новых точных решений двумерных течений сжимаемой и несжимаемой жидкости [2].

С помощью описанного выше метода, в работе проведен углубленный анализ задачи о сферически симметричных самогравитирующих системах. Наряду с выражениями, описывающими поведение ударных волн в подобных системах, найдены специфические решения системы гидродинамических уравнений в прямоугольной и сферической системах координат. Показана тесная взаимосвязь системы гидродинамических уравнений не только с задачами астрофизики, но и с задачами космологии, т.к. найденные решения могут быть интересны в качестве интерпретации явлений и процессов, происходивших в момент Большого взрыва.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.М. Журавлев, Д.А. Зиновьев.// Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87. Вып. 5.
2. В.М. Журавлев, Д.А. Зиновьев // Письма в ЖЭТФ. 2008.Т. 88. Вып. 3.
3. В.М. Журавлев А.В. Никитин // Нелинейный мир. 2007. N 9. С. 603.
4. Б.А. Урюков // Теплофизика и аэромеханика. 1999. N 3. С. 421.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ РАЗРУШЕНИЙ В БИОЛОГИЧЕСКИХ ТКАНЯХ ПРИ ИХ ОБЛУЧЕНИИ МОЩНЫМ ФОКУСИРОВАННЫМ УЛЬТРАЗВУКОМ ЧЕРЕЗ ГРУДНУЮ КЛЕТКУ

С.А. Ильин¹, С.М. Бобкова¹, В.А. Хохлова¹, Л.Р. Гаврилов²

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

²Акустический институт им. Н.Н. Андреева

sergey_ilyin@acs366.phys.msu.ru

В последние десятилетия применение фокусированного ультразвука в медицине для локального воздействия на глубоко расположенные ткани организма становится все более распространенной в клинической практике технологией [1]. Одним из ограничений клинического использования данной технологии является наличие в тканях организма костей, в частности, костей грудной клетки, которые затрудняют проведение ультразвуковых хирургических операций на печени или сердце [2, 3]. Как известно, акустические свойства костей сильно отличаются от свойств мягких тканей; кости гораздо сильнее поглощают ультразвук, а на границе с тканью происходит сильное отражение ультразвуковой энергии. Это приводит к перегреву самих костей и вышележащих тканей, включая кожу.

Для минимизации воздействия ультразвука на кости грудной клетки был предложен подход, основанный на использовании фазированной решетки [4]. Суть подхода состояла в выключении части элементов решетки, для которых луч, проведенный от центра элемента к фокусу, пересекал ребро.

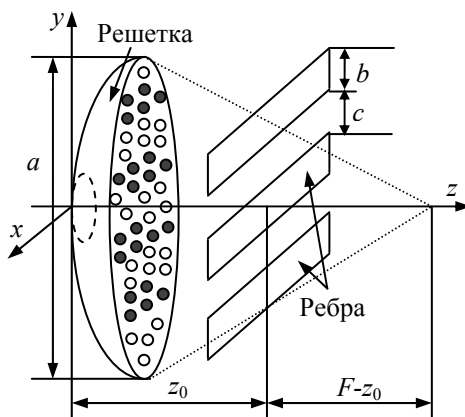


Рис. 1. Геометрия прохождения фокусированного ультразвука через ребра.

Был проведен эксперимент по разрушению образцов мышечной ткани свиньи при прохождении ультразвука от фазированной решетки через идеализированную модель ребер [2]. Решетка состояла из 254 элементов диаметром 7 мм, расположенных случайным образом на поверхности сферического сегмента с радиусом кривизны $F = 130$ мм и апертурой $a = 170$ мм, частота излучения составляла 1 МГц. В качестве фантома ребер использовались тонкие параллельные полосы шириной $b = 18$ мм с промежутком между ними $c = 14$ мм, полностью поглощающие падающее на них излучение. Ребра были расположены на расстоянии $z_0 = 45$ мм от решетки (рис. 1).

Результаты данного эксперимента представлены в виде фотографий тепловых разрушений, сопровождающихся изменением цвета ткани, в фокальной плоскости решетки (рис. 2). Было проведено две серии опытов:

при фиксированной мощности и при фиксированной экспозиции. Разрушения 1-4 соответствуют экспозиции 5, 10, 15 и 20 с при мощности решетки 120 Вт. Разрушение 5 соответствует экспозиции 20 с при мощности 140 Вт. Видно, что в эксперименте наблюдается расщепление одиночного фокуса и появление двух дополнительных разрушений с обеих сторон от основного максимума интенсивности. Было показано, что этот эффект обусловлен интерференцией волн при прохождении ультразвука через периодическую структуру ребер [2].

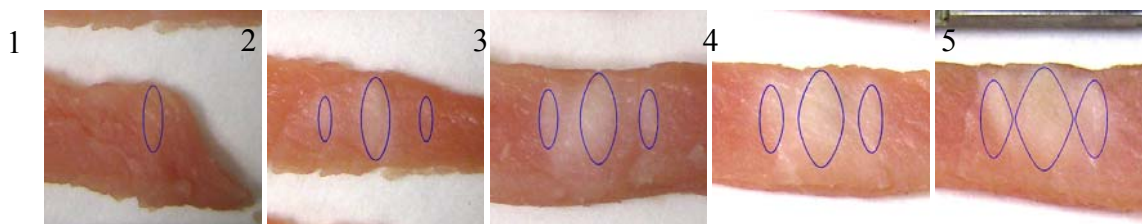


Рис. 2. Тепловые разрушения биологической ткани в фокальной области источника. Разрушения 1-4 соответствуют экспозиции 5, 10, 15 и 20 с при акустической мощности решетки 120 Вт. Разрушение 5 соответствует экспозиции 20 с при мощности 140 Вт. Области внутри контуров соответствуют рассчитанным численно значениям тепловой дозы, превышающим порог разрушения ткани.

Задачей данной работы являлось численное моделирование теплового разрушения биологических тканей при их облучении мощным фокусированным ультразвуком через кости грудной клетки и сравнение полученных результатов эксперимента (рис. 2) с данными расчета.

Моделирование проводилось следующим образом. Вначале с использованием интеграла Релея рассчитывалось акустическое поле, создаваемое фазированной решеткой в плоскости ребер [4, 5]. На следующем этапе рассматривались вторичные источники в промежутках между ребрами, и рассчитывалось поле в фокальной области. Расчеты проводились в воде, затем учитывалось затухание акустической энергии в образце ткани:

$$p(x, y, z) = p_{\text{образец}} = p_{\text{вода}}(x, y, z) \cdot e^{-\alpha \cdot (z - z_1)}, \quad (1)$$

где z – координата вдоль оси фокусированного пучка (см. рис. 1), $z_1 = 120$ мм – координата границы образца, α – коэффициент затухания звука в ткани. Полученное давление использовалось для расчета распределений интенсивности I и мощности тепловыделения Q в ткани за счет поглощения ультразвука:

$$I(x, y, z) = p^2 / 2c_0\rho_0, \quad Q(x, y, z) = 2\alpha I, \quad (2)$$

где ρ_0 и c_0 – плотность и скорость звука в биологической ткани. Коэффициент поглощения считался равным коэффициенту затухания.

Для нахождения температурного поля численно решалось уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T + \frac{2\alpha I}{\rho_0 C_p}, \quad (3)$$

где χ – температуропроводность, C_p – теплоемкость образца, $T(t,x,y,z)$ – повышение температуры по сравнению с начальным значением $T_0 = 35^\circ\text{C}$. При численном моделировании уравнения теплопроводности распределение интенсивности (2) аппроксимировалось гауссовыми зависимостями и подставлялось в (3) в аналитическом виде. Порог разрушения определялся в соответствии с величиной тепловой дозы:

$$t_{56.0} = \int_0^{t_{\text{нагрева}}} R_0^{(56.0-T(t))} dt \geq 1, \quad (4)$$

где $t_{56.0}$ – временной эквивалент тепловой дозы, значение $t_{56.0} \geq 1$ с соответствовало разрушению ткани, $R_0 = 0.5$ для температуры больше 43°C и $R_0 = 0.25$ для температуры меньше 43°C [1]. Моделирование теплового разрушения осуществлялось с использованием ряда итераций, в которых значения коэффициента поглощения, теплоемкости и теплопроводности варьировались в известных из литературы [6] пределах с целью получения максимального соответствия теоретических и экспериментальных результатов. Хорошее согласие с результатами эксперимента было получено при следующих значениях параметров: $C_p = 3060$ Дж/°К, $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $\chi = 1.93 \cdot 10^{-7}$ м²/с, $\alpha = 0.42$ дБ/см/МГц. Полученные при данных значениях параметров распределения температуры в ткани показаны на рис. 3.

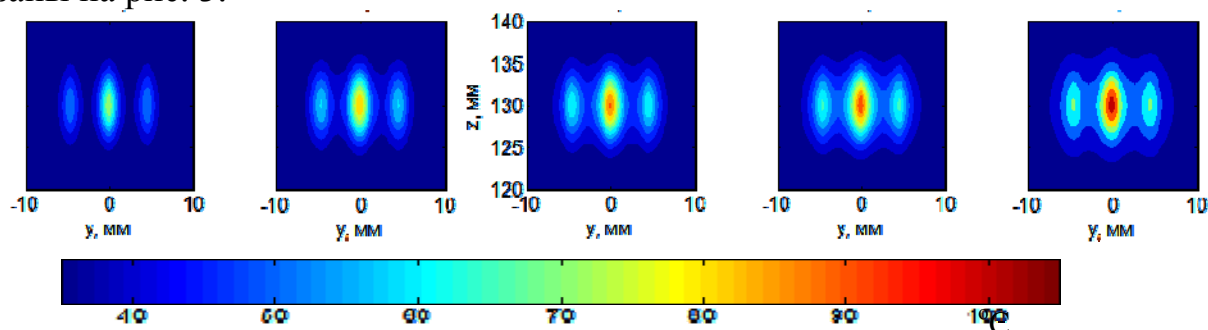


Рис. 3. Результаты численного моделирования температурных распределений в ткани при облучении мощным фокусированным ультразвуком сквозь ребра. Двумерные распределения температуры представлены в плоскости, содержащей ось пучка и перпендикулярной направлению ребер. Распределения 1-4 соответствуют

экспозиции 5, 10, 15 и 20 с при акустической мощности решетки 120 Вт. Распределение 5 соответствует экспозиции 20 с при мощности 140 Вт.

В распределениях температуры видно явление расщепления фокуса, связанное с интерференцией волн от межреберных промежутков. Также видно, что с увеличением времени нагрева начинает сильно сказываться диффузия тепла, в результате чего боковые фокусы начинают сливаться с основным (140 Вт, 20 с). Соответствующие данным распределениям значения тепловой дозы показаны на рис. 2 контурными линиями и находятся в хорошем согласии с результатами эксперимента.

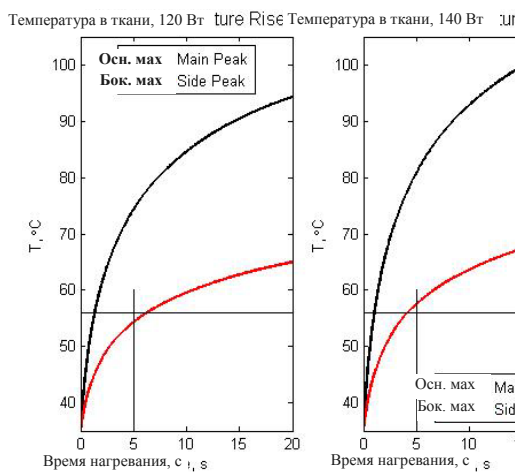


Рис. 4. Графики увеличения температуры в основном (—) и боковом максимумах (—) при акустической мощности решетки 120 Вт и 140 Вт.

На рис.4 показаны графики роста температуры в основном и побочном максимумах, из которых видны пороги разрушений, соответствующие 56 °С. Так, при 120 Вт и экспозиции 5 с разрушения ткани в побочном максимуме еще нет, что согласуется с экспериментом (рис. 2, случай 1).

Результаты моделирования демонстрируют хорошее согласие с экспериментом и показывают применимость предложенной модели для прогнозирования возникновения тепловых разрушений в тканях.

Работа поддержана грантами УМНИК, РФФИ 09-02-00066, 09-02-01530 и 10-02-91062-НЦНИ_a.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Хилл, Дж. Бэмбер "Ультразвук в медицине. Физические основы применения" // М.: Физматлит, 2008.
2. S. Bobkova, L. Gavrilov, etc. "Focusing of high intensity ultrasound through the rib cage using therapeutic random phased array" // *Ultrasound Med Biol.* 2010 (in press).
3. J-F Aubry, M. Pernot, Marquet F., Tanter M, Fink M. "Transcostal high-intensity-focused ultrasound: ex vivo adaptive focusing feasibility study" // *Phys Med Biol* 2008. 53. P. 2937.
4. L.R. Gavrilov, J.W. Hand // *IEEE Trans Ultrason Ferroelectr Freq Ctrl* 47(1). 2000. P. 125.
5. Е.А. Филоненко, Л.Р. Гаврилов, В.А. Хохлова, Дж.У Хэнд // *Акустический журнал.* 2004. 50(2). P. 272.
6. F.A. Duck "Physical Properties of Tissue" // London.: Academic Press Inc., 1990.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ СВОЙСТВ СЛОИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ЛАЗЕРНОГО ВОЗБУЖДЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА

А.А. Карабутов¹ (мл.), А.А. Карабутов², О.А. Сапожников¹

¹МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики

²Международный учебно-научный лазерный центр МГУ имени М.В. Ломоносова

akarabutov@gmail.com

Композитные материалы находят все более широкое применение в высокотехнологичной промышленности, в частности в авиастроении. У данных материалов есть два существенных достоинства: низкая плотность и высокая прочность. Но отсутствие надежных методов контроля качества материалов препятствует их повсеместному использованию. На данный момент контроль таких материалов осуществляется основе рентгеновской томографии и ультразвукового исследования. У рентгеновской томографии есть существенный недостаток – неспособность обнаружить расслоения, которые могут возникнуть из-за неверной концентрации связующего компонента при изготовлении. Ультразвуковая дефектоскопия малочувствительна и сложна для анализа, хотя в принципе позволяет выявлять разнообразные дефекты.

Данные композитные материалы могут иметь различную структуру. В данной статье будет рассматриваться плоскостойкий композитный материал, представляющий из себя алюминиевые листы, соединенные полимерным клеем. В качестве средства контроля качества их соединения предлагается использовать оптико-акустический эффект, теоретические основы которого можно найти в [1]. В отличие от стандартного ультразвука, данный метод позволяет возбудить широкополосный сигнал, который может разрешить тонкие элементы структуры композита. На основе коэффициентов отражения от них рассчитываются их импедансы.

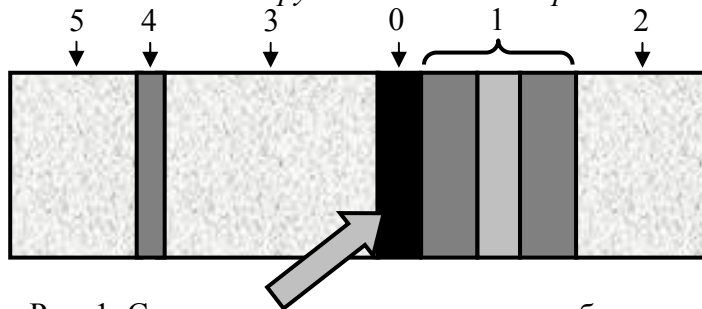


Рис. 1. Схема исследования слоистого объекта с помощью лазерно-ультразвукового преобразователя. 0 - генератор, 1 - исследуемый объект, 2 - акустическая нагрузка исследуемого объекта, 3 - звукопровод, 4 - пьезоприемник, 5 - акустическая нагрузка пьезоприемника. Стрелка показывает направление падения лазерного излучения.

В оптико-акустическом генераторе генерация импульса давления происходит в результате теплового расширения тонкого слоя светопоглощающей среды при падении на него лазерного импульса. Благодаря использованию коротких лазерных импульсов можно получать гладкие акустические импульсы с длительностью

вплоть до долей наносекунды [1]. На Рис. 1 показана схема исследования слоистых сред с помощью лазерно-ультразвукового преобразователя ПЛУ-6П-01. Лазерный пучок падает на левую часть светопоглощающего слоя (генератор 0) через оптически прозрачную границу звукопровода 3. Другая сторона генератора находится в акустическом контакте с объектом исследования 1. Поглощение лазерного импульса приводит к быстрому нагреву слоя генератора, который, расширяясь, возбуждает акустическую волну. Прием акустического излучения производится с помощью демпфированного пьезоэлемента 4, расположенного на другой стороне звукопровода 3. Данный приемник хорошо демпфирован и имеет широкую частотную полосу чувствительности, что и позволяет использовать его для корректного приема ультразвуковых сигналов с высоким временным разрешением порядка 0.05 мкс. Для снижения уровня паразитных эхо-сигналов акустические импедансы отдельных элементов акустического тракта преобразователя согласованы друг с другом. При поглощении оптического излучения возбуждаются две акустические волны: первая распространяется в сторону приемника (опорный сигнал), а вторая - в сторону объекта контроля. Отраженные от структуры объекта 1 волны распространяются обратно через весь преобразователь и также регистрируются приемником 4.

Распространение ультразвукового импульса в слоистой среде сопровождается многочисленными переотражениями, анализ которых в общем случае затруднителен. В статье [2] показано как сильно влияет структура слоистой среды на прошедший оптико-акустический сигнал, а в [3] - на радиочастотный сигнал. В идеальном случае отношение импедансов двух граничащих сред определялось бы следующей формулой:

$$N = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{1+R}{1-R}, \quad (1)$$

где Z_1 и Z_2 - импедансы сред, откуда происходит падение импульса и куда соответственно, R - коэффициент отражения.

Исходя из формулы (1), зная импеданс среды 1, можно было бы определить импеданс среды 2 с относительной ошибкой:

$$\delta_{Z_2} = \frac{1}{Z_1} S_{Z_1} + \left(\frac{2}{1-R^2} \right) S_R, \quad (2)$$

где S_{Z_1} и S_R - ошибка определения импеданса первой среды и коэффициента отражения соответственно.

Как можно видеть, даже в идеальном случае ошибка определения зависит от того, насколько согласованы между собой слои.

Предположим, что в среде присутствует поглощение, тогда говорить об определении импеданса невозможно, т.к. поглощение уменьшит амплитуду отраженного сигнала, что может сильно сказаться на результатах, если Z_1 и Z_2 сильно различаются (т.е. $|R| \leq 1$). Как следует из формулы (1), малое изменение R в этой области сильно влияет на точность определения значения импеданса второй среды.

Оптико-акустические сигналы представляют собой видеоимпульсы, в отличие от радиоимпульса, их интеграл по времени не равен нулю, что позволяет анализировать не сам отраженный сигнал, а его интеграл. В этом случае интерес будут представлять перепады интеграла, вызванные приходом отраженных сигналов. Эти перепады пропорциональны коэффициентам отражения. А так как анализ интеграла аналогичен анализу низкочастотной составляющей, то поглощение слабо влияет на них.

Рассмотрим слоистую структуру. Обозначим все величины, имеющие отношение к генератору индексом «0», соседнего к нему слоя исследуемой среды – индексом «1», а последующего слоя – «2». Тогда импедансы первого и второго слоя определяются как:

$$Z_1 = Z_0 \frac{1 + R_{10}}{1 - R_{10}}, \quad Z_2 = \frac{4Z_1Z_0 + M(Z_1^2 - Z_0^2)}{4Z_1Z_0 - M(Z_1^2 - Z_0^2)}, \quad (3)$$

где $R_{10} = (A_1 - A_0)/A_0$ - коэффициент отражения от границы «генератора-первый слой», $M = R_{21}(1 - R_{10}^2)/R_{10} = (A_2 - A_1)/(A_1 - A_0)$ - изменение амплитуды, вызванное отражением от границы исследуемых слоев и прохождением через предыдущую границу, A_0 - значение интеграла после прихода опорного сигнала, A_1 и A_2 - значение интеграла после прихода отраженного от соответствующего слоя сигнала.

Исходя из времени прихода сигналов, отраженных от границы сред «генератор-слой 1» и «слой 1-слой 2», и толщины слоя 1 можно найти продольную скорость звука (c_1) в нем. Отношение значения импеданса Z_1 и скорости звука c_1 дает значение плотности среды.

Исследуемый образец представляет собой три алюминиевые листа, склеенные между собой стеклотканью. Средняя толщина каждого слоя составляет (414 ± 36) мкм, а слоев склейки - (109 ± 21) мкм. Измерение толщин слоев производилось с помощью металлографического микроскопа с нанесенной шкалой, точность которой составляла 10 мкм.

Для проведения измерений в экспериментах использовался Nd-YAG лазер с модуляцией добротности, длительностью импульса 10 нс и энергией 60 мкДж. Импульс лазера поступал на оптико-акустический генератор по оптическому волокну. Сигнал с пьезоприемника оцифровывался прецизионным аналого-цифровым преобразователем (частота дискретизации – 100 МГц, разрядность – 12 бит, аналоговая полоса – 70 МГц). Дальнейшая обработка сигнала производилась на компьютере. Данная установка позволяла получить импульс с частотной полосой от 200 кГц до 7 МГц (по уровню $1/e$).

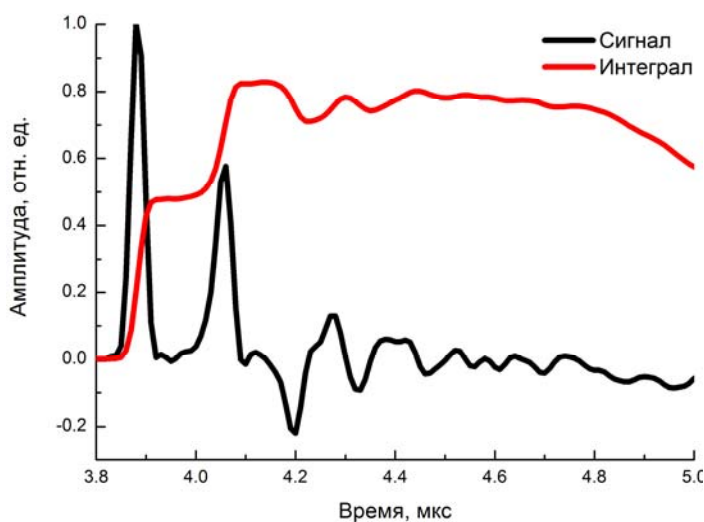


Рис. 2. Сигнал (черная линия) и его интеграл (красная линия) от структуры.

На рис. 2 приведен обработанный экспериментальный сигнал и его интеграл. Как можно видеть, анализ интеграла более удобен и нагляден. Полученное значение импеданса первого слоя составляет

$$Z = (18.096 \pm 0.024)10^6 \text{ кг}\cdot\text{с}/\text{м}^2$$

$$c = (6.4 \pm 0.6)10^3 \text{ м}/\text{с},$$

$$\rho = (2.80 \pm 0.27)10^3 \text{ кг}/\text{м}^3.$$

Как можно видеть, эти значения находятся в хорошем

соответствии с табличными значениями для алюминиевого сплава. Для слоя склейки эти значения составили: $Z = (6.383 \pm 0.015)10^6 \text{ кг}\cdot\text{с}/\text{м}^2$, $c = (2.9 \pm 0.6)10^3 \text{ м}/\text{с}$, $\rho = (2.2 \pm 0.4)10^3 \text{ кг}/\text{м}^3$. Анализ последующих слоев осложнен сильным влиянием дифракции.

В данной работе было проведено исследование слоистой структуры и получены значения для импедансов, скоростей звука и плотностей первых двух слоев композитной структуры. Для первого слоя они оказались в хорошем соответствии с табличными данными.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Э. Гусев, А.А. Карабутов “Лазерная оптоакустика” М.: Наука, 1991.
2. А.А. Карабутов, В.В. Кожушко, И.М. Пеливанов, Н.Б. Подымова. // Акуст. жур. 2000. Т. 46. № 4. С. 509.
3. А.Е. Пономарев, С.И. Булатицкий, О.А. Сапожников // Акуст. жур. 2007. Т. 53. № 2. С. 157.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ В ПОЛЯХ ФОКУСИРОВАННЫХ УДАРНО-ВОЛНОВЫХ ИСТОЧНИКОВ

М.М. Карзова, М.В. Аверьянов, В.А. Хохлова

Физический факультет, Московский государственный университет

masha@acs366.phys.msu.ru

В последнее время одним из важных направлений нелинейной акустики стало изучение проблем, связанных с фокусировкой ударных импульсов, интерес к которым возрос в связи с появлением многочисленных новых медицинских приложений. Фокусированные ударно-волновые пучки используются в литотрипсии для разрушения почечных камней уже около 30 лет [1]. С начала 90-х годов стали активно развиваться методы экстракорпоральной ударно-волновой терапии (ЭУВТ) для лечения повреждений опорно-двигательного аппарата и дегенеративно-дистрофических заболеваний костно-мышечных тканей. Перечень заболеваний, при которых оказалось эффективным использование ЭУВТ, довольно широк: артрозы суставов, пяточные шпоры, заболевания связок, теннисный локоть, остеохондроз позвоночника, мышечные боли, повреждение сухожилий, ишемическая болезнь сердца, целлюлит и многие другие. Положительный эффект при лечении ЭУВТ выражается в уменьшении или прекращении болей, восстановлении возможности движения в суставах, улучшении местного обмена веществ, восстановлении кровообращения тканей [2].

Эффективность литотрипсии и ЭУВТ сильно зависит от выбора режима работы излучателя: количества и формы генерируемых импульсов, их амплитуды и длительности. Для выбора наиболее оптимального режима необходимо уметь предсказывать параметры создаваемого ударно-волнового поля, а также вызываемые им биологические эффекты. Экспериментальное исследование параметров ударно-волновых полей является сложной и дорогостоящей процедурой. Существующие теоретические решения получены, в основном, аналитически в приближении геометрической акустики и, поэтому, не всегда дают количественно правильные оценки параметров акустического поля [3,4]. Для детального изучения параметров ударных акустических импульсов в полях фокусированных излучателей необходим учет совместного влияния нелинейных, дифракционных и диссипативных эффектов. Подобное исследование становится возможным благодаря использованию методов численного моделирования. В данной работе представлена разностная схема для расчета ударно-волновых полей, создаваемых мощными импульсными источниками, и результаты численного моделирования фокусировки нелинейного акустического импульса с ударным фронтом в слабопоглощающей среде (воде).

Нелинейное распространение фокусированных акустических волн можно описать уравнением Хохлова-Заболотской-Кузнецова, учитывающим перечисленные выше волновые эффекты. Для аксиально - симметричных пучков в безразмерных переменных уравнение имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial P}{\partial \sigma} - NP \frac{\partial P}{\partial \theta} - A \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \right] = \frac{1}{4G} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial \rho} \right), \quad (1)$$

где $P = p/p_0$ – акустическое давление, нормированное на исходную амплитуду волны p_0 на источнике; $\theta = 2\pi\tau/T_0$ – безразмерное время; $\tau = t - x/c$ – время в бегущей системе координат; T_0 – длительность импульса; c – скорость звука в воде; $\sigma = x/F$ – координата вдоль оси пучка, нормированная на фокусное расстояние F , $\rho = r/a_0$ – поперечная координата, нормированная на радиус излучателя a_0 . Уравнение (1) содержит три безразмерных параметра: $N = 2\pi F \varepsilon p_0 / \rho_0 c_0^3 T_0$ – параметр нелинейности, где ε – коэффициент нелинейности среды, $G = \pi a_0^2 / c_0 F T_0$ – параметр дифракции и A – параметр поглощения. В качестве начального условия на поверхности излучателя был выбран одиночный ударный импульс с формой, характерной для полей литотриптеров [5]. Ударный фронт импульса сглаживался в соответствии со стационарным решением уравнения Бюргерса:

$$P(\theta) = \left[th\left(\frac{\omega}{\omega_0} \frac{\theta N}{4A}\right) + 1 \right] \exp\left(-\frac{\alpha\theta}{\omega_0}\right) \cos\left(\frac{\omega}{\omega_0}\theta + \frac{\pi}{3}\right) \quad (2)$$

где $\omega = 2\pi f$, $\omega_0 = 2\pi/T_0$, $\alpha = 910$ кГц, $f = 83.3$ кГц.

Граничное условие соответствовало круглому фокусированному излучателю с гауссовской аподизацией:

$$P(\sigma = 0, \rho, \theta) = P(\theta + G\rho^2) \exp(-\rho^2) \quad (3)$$

В численном алгоритме решения (1-3) на каждом шаге сетки по координате z использовался метод расщепления по физическим факторам и комбинированный частотно-временной подход для описания различных эффектов. Дифракционные эффекты рассчитывались в спектральном представлении с помощью схемы Кранка-Николсона. Учет диссипативных эффектов производился на основе точного решения также в спектральном представлении. Нелинейные эффекты рассчитывались во временном представлении. Для этого использовался консервативный численный алгоритм типа Годунова, позволяющий описать распространение нелинейных волн с ударными фронтами даже в том случае, когда на фронт

приходится всего 3-4 узла временной сетки. Переход между спектральным и временным представлениями осуществлялся с помощью быстрого преобразования Фурье. Алгоритм был адаптирован для параллельных вычислений, что позволило существенно сократить время расчетов.

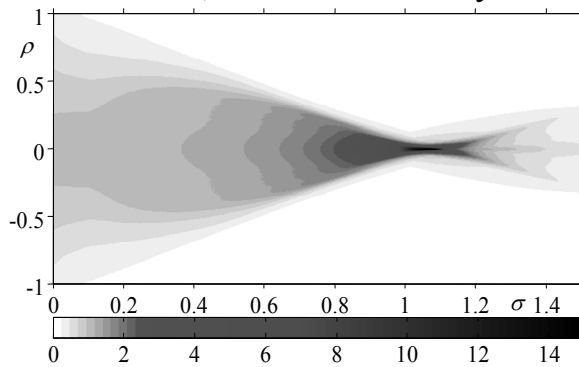


Рис.1 Пространственное распределение пикового положительного давления в плоскости вдоль оси пучка при $N = 1.0$

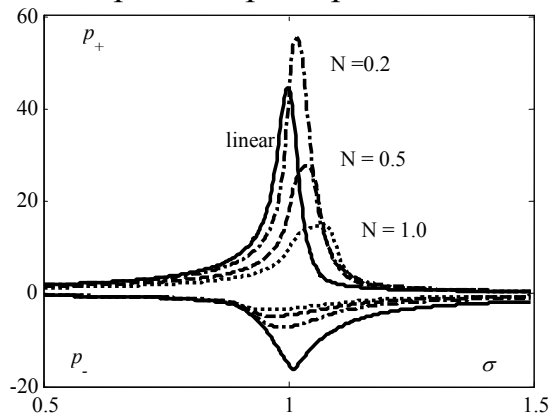


Рис.2 Распределения пикового положительного и отрицательного давлений на оси излучателя при различных значениях параметра N

Для численного моделирования фокусированного пучка были выбраны следующие значения параметров в уравнении (1): $G = 14$, $0 \leq N \leq 1$. Эти значения соответствовали физическим параметрам излучателя $a_0 = 77$ мм, $F = 128$ мм; длительность начального импульса $T_0 = 7$ мкс и амплитуда давления $p_0 \in [1.7, 8.4]$ МПа. Параметры численной схемы подбирались, исходя из условий устойчивости численного алгоритма и заранее задаваемой точности расчета (1%): временной шаг $h_\theta = 6.1 \cdot 10^{-3}$, дифракционный шаг вдоль координаты распространения $h_\sigma = 5 \cdot 10^{-3}$, шаг по поперечной координате $h_\rho = 2.5 \cdot 10^{-4}$. Минимальный параметр поглощения A выбирался таким образом, чтобы на ударный фронт волны приходилось не менее трех узлов временной сетки. Отметим, что для удовлетворения условию устойчивости Куранта-Фридрихса-Леви внутри одного шага по дифракции осуществляется несколько шагов по нелинейности.

На рис.1 представлено пространственное распределение пикового положительного давления, рассчитанного для значения нелинейного параметра $N = 1.0$. Из рисунка видно, что максимум давления в сходящемся пучке достигается в области за геометрическим фокусом $\sigma = 1.0$. Более детально этот эффект проиллюстрирован на рис.2, где показаны распределения пикового положительного и отрицательного давлений вдоль оси пучка при различных значениях параметра нелинейности N . Видно, что в нелинейной среде максимум пикового положительного давления достигается за геометрическим фокусом, а минимум пикового отрицательного давления, наоборот, перед фокусом. Причина этого заключается в эффекте нелинейной рефракции, вызванной зависимостью скорости фронта волны от величины давления за фронтом

[4]. На оси излучателя, где амплитуда волны вследствие гауссовской аподизации максимальна, скорость фронта больше, чем на краях пучка, поэтому сходящийся волновой фронт выпрямляется- происходит само-дефокусировка фазы сжатия. А падение скорости волны с уменьшением

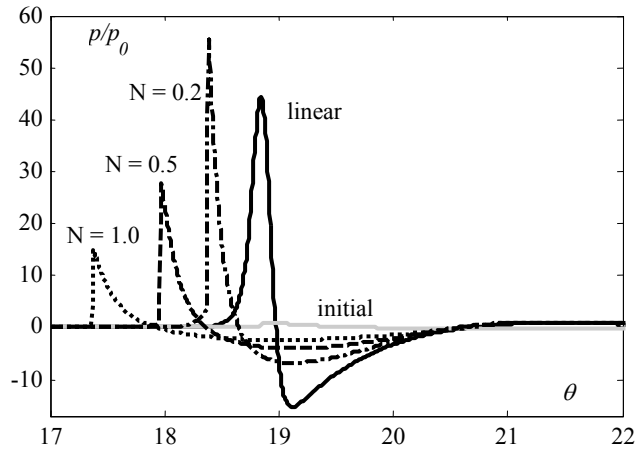


Рис.3 Временные профили импульсов в точке максимума пикового положительного давления при разных значениях нелинейного параметра N

увеличении N амплитуда волны в фокусе далее не растет, а наоборот, уменьшается за счет сильно выраженного нелинейного поглощения на ударном фронте. Таким образом, эффекты нелинейной рефракции совместно с эффектами нелинейного поглощения приводят к ограничению давления акустического поля в фокусе, т.е. к насыщению [3]. Отметим также, что увеличение N приводит к уменьшению эффективности фокусировки пикового отрицательного давления, что необходимо учитывать при оценке вероятности проявления кавитационных эффектов. Работа частично поддержана грантами НШ-4590.2010.2 и РФФИ 10-02-91062-НЦНИ. Все вычисления производились на суперкомпьютерном комплексе СКИФ-МГУ.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Хилл, Дж. Бэмбер, Г. тер Хаар (ред.) "Ультразвук в медицине. Физические основы применения" // М.: Физматлит, 2008.
2. R.O. Cleveland, P.V. Chitnis, S.R. McClure // *Ultrasound in Med. & Biol.* 2007. Vol. 33. No. 8. P. 1327.
3. А.Г. Мусатов, О.В. Руденко, О.А. Сапожников // *Акустический журнал*, 1992, Вып.3. Том 38. С. 502.
4. А.Г. Мусатов, О.А Сапожников // *Акустический журнал*. 1993. Вып. 3. Том 39. С. 510.
5. C.C. Church // *J. Acoust. Soc. Am.* 1989. Vol. 86, No.1. P. 215.

СОЗДАНИЕ НОВОГО МАТЕРИАЛА С УНИКАЛЬНЫМИ УПРУГИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Т.Б. Крит

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

физический факультет

timofey@acs366.phys.msu.ru

В последние годы проблема создания новых материалов с заданными свойствами стала насущной сразу в нескольких отраслях промышленности, как в России, так и за рубежом. Возможность управлять свойствами материала принципиально важна при производстве спортивной экипировки. Весьма важно, чтобы такая продукция была эргономичной, то есть легко трансформируемой под анатомические особенности того или иного человека. Кроме того, травмоопасность произведённой продукции должна сводиться к минимуму. Существенным является и вес экипировки.

В ходе работы будут созданы образцы нового материала на основе резиноподобного полимера, а также проведено изучение их вязкоупругих свойств, как при статической деформации, так и при динамической нагрузке. Материал будет представлять собой композицию полимера с малой сдвиговой упругостью и жёсткого наполнителя. Упругие свойства такого материала определяются полимером, а инерционные свойства – жёсткой фракцией. Полимер, входящий в состав материала, обладает уникальными вязкоупругими свойствами. Деформации сдвига в нём могут достигать более 100%, что свидетельствует о его прочности и износостойкости. Сдвиговая упругость полимера квадратично пропорциональна деформации. Поэтому, выбирая различные концентрации полимера и жёсткого наполнителя, можно создавать локально большие механические напряжения полимера. При этом нелинейные характеристики полимера оказываются явно выраженными. Таким образом, можно управлять механическими свойствами создаваемого композитного материала, который обладает повышенной прочностью.

Важным достоинством предложенного материала являются его амортизирующие свойства. Проведённые исследования показали, что вязкость полимера, который входит в состав такого материала, частотно зависима и существенно возрастает в области низких частот. Это является ключевым преимуществом материала, поскольку большинство спортивных нагрузок приходится на низкочастотную область. Общеизвестно, что важным качеством экипировки является её способность к амортизации. Это качество призвано снизить ударные нагрузки на тело, исключить паразитные давления, снизить травмоопасность. Кроме того, качественная

амортизация спортивной обуви помогает отталкиванию, и скорость бега в такой обуви увеличивается.

Наконец, спортивная экипировка должна обладать малым весом и хорошей эргономикой. Предложенный материал соответствует и этим требованиям. Снижения общего веса изделия можно легко достичь выбором жёсткой фракции в его составе. Должный уровень эргономики достигается благодаря тому, что полимер в составе материала может иметь любую геометрическую форму. В частности, имеется возможность создавать индивидуальное оснащение с применением указанного материала без существенного увеличения себестоимости.

В заключение следует отметить, что перечисленные свойства позволят в перспективе расширить область применения материала. К примеру, рассматривается возможность его использования в таких областях как биомеханика и ортопедия, где также требуется применение материалов с заданными механическими характеристиками.

СТОЯЧИЕ СДВИГОВЫЕ ВОЛНЫ В РЕЗОНАТОРЕ С НЕОДНОРОДНОЙ РЕЗИНОПОДОБНОЙ СРЕДОЙ

Т.Б. Крит, В.Г. Андреев, А.В. Шанин, С.И. Шиндерук

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики

timofey@acs366.phys.msu.ru

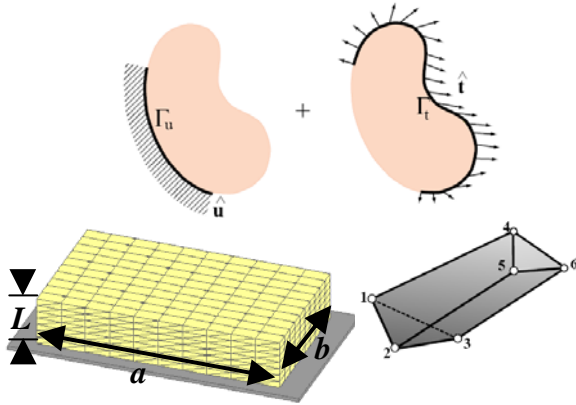


Рис. 1. Схема метода конечных элементов.

В работе исследованы волновые процессы в резонаторе, заполненном полимером с неоднородностями конечных размеров. Моделирование проводилось методом конечных элементов (МКЭ). В линейном приближении деформации описываются тензором

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad \text{где } u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j},$$

$i, j=1, 2, 3$, x_i - координаты частиц полимера до деформации, u_i - смещение частиц в результате деформации. Внутренние напряжения, возникающие при деформации, будем описывать тензором σ_{ij} . Тогда уравнение движения запишется в виде:

$$\rho \ddot{u}_i = \sigma_{ij,j} + b_i, \quad (1)$$

где ρ - плотность полимера, b_i - внешняя объёмная сила. Связь между напряжением и деформацией зададим в виде:

$$\sigma_{ij} = \lambda \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij} + 2\eta \dot{\varepsilon}_{ij}, \quad (2)$$

где λ и μ - параметры Ламе, η - коэффициент сдвиговой вязкости.

Разобьём границу полимера Γ на два непересекающихся участка Γ_u и Γ_t (рис. 1, сверху). Пусть на участке Γ_u заданы смещения точек \hat{u}_i , а на участке Γ_t задано внешнее поверхностное напряжение \hat{t}_i . Тогда граничные условия будут иметь вид:

$$u_i \Big|_{\Gamma_u} = \hat{u}_i, \quad (3)$$

$$\sigma_{ij} n_j \Big|_{\Gamma_t} = \hat{t}_i. \quad (4)$$

Исследуемый полимер был разбит на треугольные призмы. Схема разбиения и отдельный элемент показаны на рис. 1 снизу. Размеры призм

были подобраны так, чтобы в каждом направлении на неоднородности укладывалось не менее 2 призм.

Условие несжимаемости в стандартном МКЭ выражается в постоянстве объёма каждой призмы. Это приводит к слишком большому числу связей по сравнению с числом степеней свободы системы, полученной в результате дискретизации непрерывного поля смещений. Наблюдается так называемый эффект объёмной блокировки. Жёсткость сетки становится значительно выше реальной жёсткости материала, и деформации, рассчитанные МКЭ, оказываются заметно меньше реальных.

Для учёта несжимаемости использован следующий алгоритм вычисления жёсткости системы. Сдвиговая и объёмная жёсткость вычислялись отдельно. Причём для каждой вершины призмы матрица объёмной жёсткости вычислялась как средняя в группе элементов с данной вершиной. Полная матрица жёсткости затем вычислялась как сумма матриц сдвиговой и объёмной жёсткости. Построенная таким образом, эта матрица обеспечивает равенство нулю средней деформации в окрестности узла.

Резонатор был образован слоем полимера толщиной L , длиной a и шириной b (рис. 1), на нижней границе которого задано постоянное по амплитуде гармоническое ускорение, а верхняя граница нагружена конечной массой. Был рассмотрен и случай резонатора со свободной верхней границей.

На рис. 2 показаны рассчитанные зависимости первой резонансной частоты f_1 , нормированной на частоту колебаний ненагруженного слоя ($M=0$) в отсутствие вязкости $f_{10} = c_t/4L$, от отношения L/a для резонатора, заполненного однородным материалом. Кривая 1 соответствует зависимости, рассчитанной МКЭ для резонатора со свободной верхней границей. Зависимости для резонатора, нагруженного пластиной массы 10.34 г, рассчитанные в рамках одномерной модели [1] и МКЭ, показаны кривыми 2 и 3 соответственно. В нагруженном резонаторе с ростом отношения L/a резонансная частота убывает быстрее, чем в ненагруженном. Когда отношение толщины резонатора к его длине больше 0.45, значения резонансной частоты, рассчитанные МКЭ и по одномерной модели, различаются более чем на 5%. Кружком на графике показано измеренное значение резонансной частоты для резонатора, у которого $L/a=0.21$. Это значение может быть получено как в рамках одномерной модели, так и МКЭ. Квадрат соответствует измеренной частоте при $L/a=1$, когда нельзя воспользоваться одномерной моделью, а МКЭ даёт правильный результат.

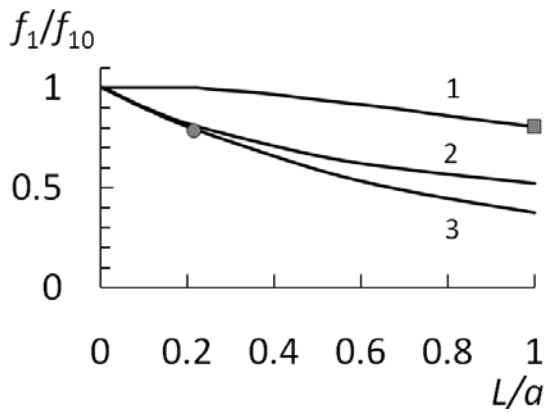


Рис. 2. Зависимости первой резонансной частоты от соотношения длины и толщины резонатора.

сдвиговой вязкости $\eta=3.8$ Па·с. Вид резонатора сбоку показан на верхней вставке к рис. 3. Выделенные элементы соответствуют сквозной по ширине неоднородности. Неоднородность занимает 4.8% объёма всего слоя.

Пунктиром показана резонансная кривая для резонатора с однородным слоем (в выделенных элементах заданы параметры слоя). Частота первого резонанса в однородном слое равна 31.3 Гц.

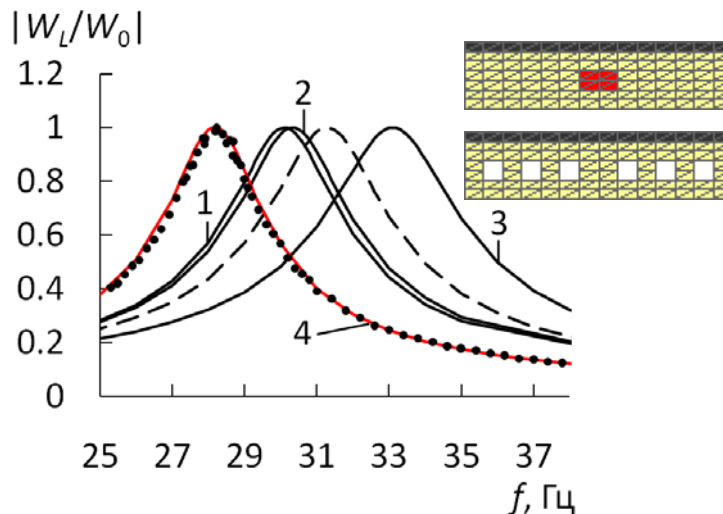


Рис. 3. Рассчитанные резонансные кривые для резонатора в виде слоя с неоднородностью (см. верхнюю вставку), нагруженного конечной массой. Пунктирная кривая – для однородного образца, сплошные кривые – для сквозных неоднородностей: 1-полости с жидкостью, 2-пустой полости, 3-жёсткого включения. Точками и сплошной (4) показаны измеренная и рассчитанная резонансные кривые в резонаторе, изображённом на нижней вставке.

Кривая 1 рассчитана для слоя с неоднородностью, в которой $\mu=0$ и $\eta=0$ (полость с жидкостью). Резонансная частота 30.1 Гц. Столь существенное различие позволяет детектировать неоднородность по сдвигу частоты. Вместе с тем, чтобы отличить полость с жидкостью от

пустой полости, требуется более точное измерение частоты. Резонансная кривая 2 рассчитана для резонатора с пустой полостью ($\rho=0$, $\mu=0$, $\lambda=0$, $\eta=0$). Резонансная частота 30.3 Гц, то есть на 0.2 Гц больше, чем в слое с жидким включением. Методом, описанным в работе [1], можно измерить резонансную частоту с точностью до 0.1 Гц, а значит, отличить полость с жидкостью от пустой полости. Наличие в слое жёсткой неоднородности тоже приводит к изменению резонансной частоты. Неоднородности с $\mu=75$ кПа соответствует кривая 3, где первая резонансная частота равна 33.1 Гц. Резонансная кривая 4 рассчитана для резонатора в виде нагруженного слоя со сквозными полостями, занимающими 14.3% объёма (см. нижнюю вставку к рис. 3). Резонансная частота равна 28.2 Гц.

Измерения проводились на установке, описанной в работе [1]. При изготовлении слоя в форме были проложены стальные стержни. После охлаждения до комнатной температуры стержни были удалены. Получившиеся полости имели квадратное сечение со стороной 5 мм. Измеренная резонансная кривая вблизи первого резонанса показана точками на рис. 3. Её совпадение с рассчитанной подтверждает возможность детектирования неоднородностей по сдвигу частоты.

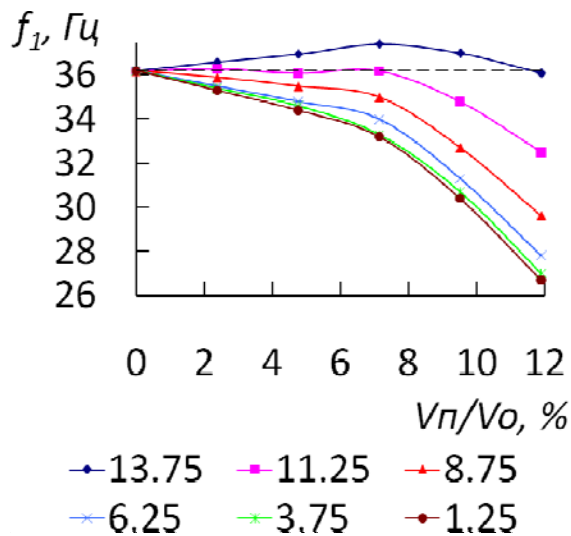


Рис. 4. Рассчитанные зависимости первой резонансной частоты от объёма полостей. Разными цветами приведены зависимости при разной высоте расположения центров полостей. Цифрами под графиком указаны значения высоты центров полостей в мм. Пунктиром показана первая резонансная частота в однородном образце.

значений резонансных частот. Однако нулевая плотность в полостях приводит к эффективному снижению плотности слоя, и увеличению частот. Варьируя параметры материала и неоднородностей, можно имитировать любые включения в различных материалах.

На рис. 4 приведены зависимости первой резонансной частоты от объёма полостей в образце. Разные кривые соответствуют разной высоте центров полостей. Пунктиром показана резонансная частота в однородном образце. Отличие резонансных частот, которые соответствуют разному положению и объёму полостей, составляет от нескольких десятых Гц до нескольких Гц. То есть, по сдвигу частоты можно не только детектировать неоднородности, но также локализовать их и оценить их размер. Поскольку внутри полостей параметры Ламе равны нулю, эффективное значение этих параметров во всём образце уменьшается, что должно приводить к уменьшению

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 08-02-00368 и
НШ-4590.2010.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Г. Андреев, Т.Б. Крит, О.А. Сапожников // Акуст. журн. 2010. Т. 56. № 2. С. 190.

ТУННЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТОУПРУГИХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ВАКУУМНЫЙ ЗАЗОР ДВУХ ФЕРРОМАГНИТНЫХ КРИСТАЛЛОВ С ОТНОСИТЕЛЬНЫМ ПРОДОЛЬНЫМ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ

А.В. Моисеев¹, Е.А. Вилков²

¹Ульяновский государственный технический университет

²УФ ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН

mlex87@yandex.ru

В сфере высоких технологий (робототехника, механотроника) прогресс нередко связывается с использованием активных кристаллических материалов. Перемещение деталей конструкций делает, поэтому, актуальным рассмотрение динамических процессов, в частности, распространения акустических волн, при относительном движении сред, наделенных соответствующего типа активностью – пьезоэффектом, магнито- или электрострикцией [1]. В настоящей работе теоретически рассмотрено влияние ОПП ферромагнитных кристаллов на туннелирование магнитоупругих сдвиговых волн через щель, разделяющую кристаллы.

Решение граничной задачи строилось в магнитостатическом приближении без учета обменного взаимодействия. Для перехода от неподвижного к движущемуся ферромагнетику использовалось преобразование Галилея. В результате получено выражение коэффициента отражения, для туннелированной магнитоупругой волны парой ферромагнитных кристаллов с относительным продольным перемещением.

На рисунках 1, 2 изображены зависимости модуля коэффициента отражения $|R|$, от угла падения Θ , рассчитанные по формуле коэффициента отражения для различных частот и значений зазора. Из рис. 1 видно, что при толщине зазора, сравнимого с длиной волны ($kh > 1$) и в случае неподвижного кристалла при определенном угле падения возможно осуществить резонансное прохождение акустической волны во второй кристалл на частоте Деймона-Эшбаха ($\omega = \omega_0 + \omega_m / 2$). Причем при незначительном изменении значения h , резонансное прохождение волны реализуется либо в области нормальных, либо в области скользящих углов падения магнитоупругой волны. Движение одного из кристаллов, как видно из рис.1, приводит к нарушению резонансных условий и вследствие этого к потере эффективности туннелирования волны в движущейся кристалл. Установлено, что при достаточно больших скоростях движения кристалла провал в ходе зависимости коэффициента отражения полностью исчезает.

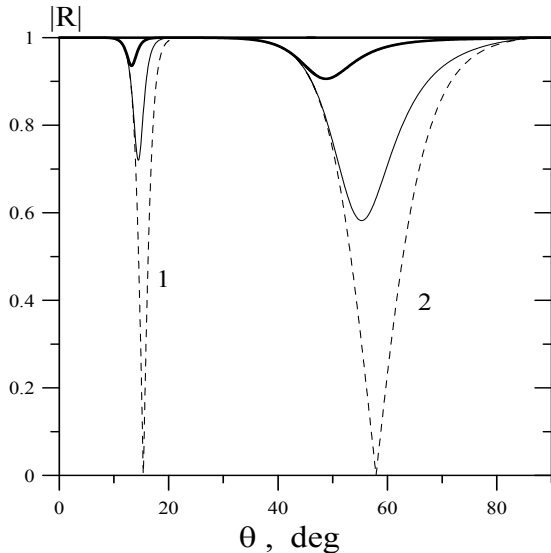


Рис. 1. Зависимость $R(\theta)$ для частоты $\omega = \omega_0 + \omega_m/2$. 1 — $kh \approx 16$, 2 — $kh \approx 4$. Штриховые кривые — $V = 0$, тонкие кривые — $V = 3.5 \text{ m/s}$, утолщенные кривые — $V = 17.5 \text{ m/s}$.

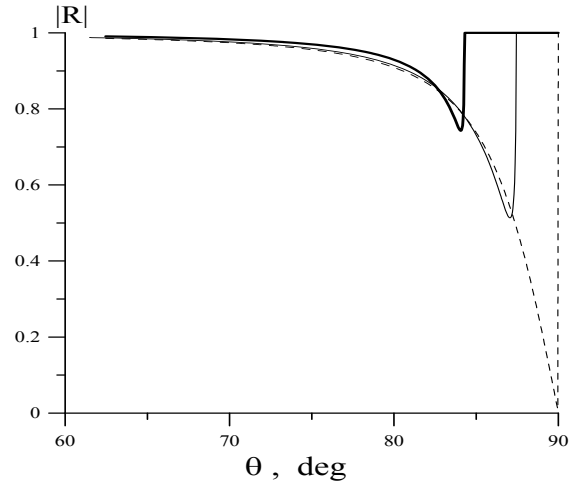


Рис. 2. Зависимость $R(\theta)$ для частоты, $\omega = \omega_0$ ($kh \approx 0.004$). Штриховые кривые — $V = 0$, тонкие кривые — $V = 3.5 \text{ m/s}$, утолщенные кривые — $V = 17.5 \text{ m/s}$.

При длине волны много меньше толщины зазора $kh \ll 1$ резонансное туннелирование акустической волны возможно уже на двух частотах ($\omega = \omega_0$, $\omega = \omega_0 + \omega_m$), однако, лишь в области скользящих углов падения (рис.2). Из-за аналогичности вида зависимости $R(\theta)$ для этих частот приведен один рисунок соответствующей частоте $\omega = \omega_0$. Причем, как установлено, чем точнее выполняется условие $kh \ll 1$, тем глубже и острее резонансный пик. Учет движения второго кристалла, как и в случае широкого зазора ($kh > 1$), приводит к уменьшению коэффициента прохождения акустической волны во второй кристалл, тем сильнее, чем больше скорость движения кристалла. При этом провал в ходе зависимости коэффициента отражения смещается в область меньших углов падения. Исходя, из выше сказанного можно заключить, что даже при незначительных скоростях перемещения одного из кристаллов можно говорить о заметном проявлении ОПП в эффектах туннелирования, доступному экспериментальному обнаружению.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.В. Гуляев, С.Н. Марышев, Н.С. Шевяхов // Письма ЖТФ. 2007. Т. 33. № 18. С. 85.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМОГО СТЕРЖНЯ С ПЕРЕМЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ ПРОДОЛЬНОМ СЖАТИИ

О.Б. Москаленко

МГУ им. М.В. Ломоносова

olga@moskalenko.org

Рассматривается изгиб неоднородного по длине стержня с переменным поперечным сечением при продольном сжатии. Ось стержня, проходящая через центры тяжести всех поперечных сечений, - прямая линия. Изгиб такого стержня в общем случае описывается дифференциальным уравнением четвертого порядка с переменными коэффициентами [1]

$$\frac{d}{dx} \left\{ \frac{d}{dx} \left[W(x) \frac{d^2 u}{dx^2} \right] - T(x) \frac{du}{dx} \right\} = 0.$$

Здесь $u(x)$ - прогиб оси стержня в точке с координатой x , $W(x) = E(x)J(x)$ - жесткость стержня при изгибе, $T(x)$ - осевое усилие в сечении с координатой x в прямолинейном стержне в момент потери устойчивости (начальное внутреннее усилие), $E(x)$ - модуль Юнга, $J(x)$ - момент инерции сечения.

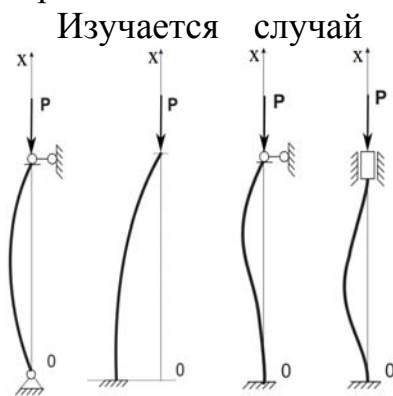


Рис. 1. Случаи закрепления концов.

Изучается случай потери устойчивости прямолинейной формы равновесия стержня, при котором наряду с прямолинейной формой возможна искривленная. Задача нахождения критической силы сводится к нахождению собственных значений и собственных форм, отвечающих тем или иным заданным граничным условиям, после чего критические нагрузки определяются через найденные собственные значения. Эту операцию удастся выполнить только в сравнительно простых случаях. Для решения уравнения с переменными коэффициентами применим метод осреднения [2], [3]. В работе рассматривается метод малого геометрического параметра (ММП) и метод тензоров Грина (МТГ). ММП приспособлен для случая периодической зависимости коэффициентов уравнения от координат и позволяет свести исходную задачу к двум рекуррентным последовательностям задач: к нахождению периодического решения уравнений неоднородной упругости на ячейке периодичности и решению последовательности краевых задач в области, занятой телом с

однородными характеристиками [4]. С помощью этого метода были получены приближенные аналитические выражения для критической сжимающей силы в четырех случаях закрепления концов (рис. 1) периодически неоднородного стержня. МТГ применим к линейным уравнениям с произвольной зависимостью коэффициентов от координат, в том числе и периодической [5]. Он основан на возможности интегрального представления решения исходной задачи для линейного уравнения с переменными коэффициентами через соответствующий тензор Грина и решение такой же задачи для уравнения с постоянными параметрами.

Функция Грина $G(x, \xi)$ находилась методом возмущений. Для этого с помощью замены в уравнениях $T(x)$ на $\kappa T(x)$ был введен безразмерный возмущающий параметр κ . Функция Грина представлялась в виде ряда по степеням параметра κ

$$G(x, \xi) = \sum_{n=0}^{\infty} \kappa^n G_n(x, \xi).$$

Для коэффициентов разложения получены рекуррентные обыкновенные дифференциальные уравнения четвертого порядка, которые легко интегрируются. Единственное решение выделяется из условий периодичности. Для случая, когда $G(x, \xi) \approx G_0(x, \xi)$ и $G(x, \xi) \approx G_0(x, \xi) + G_1(x, \xi)$ приближенное решение уравнения устойчивости сравнивалось с известным точным решением для однородного трехступенчатого стержня под действием постоянной продольной нагрузки, а также при дополнительной сосредоточенной силе в некотором промежуточном сечении. Показано хорошее совпадение приближенных результатов с точными решениями. Учет большего количества членов ряда позволяет еще лучше приблизиться к точному решению.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Ф. Алфутов "Основы расчета на устойчивость упругих систем" М.: Машиностроение, 1997.
2. Б.Е. Победря "Механика композиционных материалов" М.: МГУ, 1984.
3. В.И. Горбачев // Современные проблемы механики и математики. 2009. т.2. №2.
4. Н.С. Бахвалов, Г.П. Панасенко "Осреднение процессов в периодических средах" М.: Наука, 1984.
5. В.И. Горбачев "О представлении решений линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами" // Вестник МГУ. 2000, №6.

ЗАТОПЛЕННЫЕ СТРУИ, АКУСТИЧЕСКИЕ ПУЧКИ И ТЕЧЕНИЯ

О.В. Руденко

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики

Рассказывается о нелинейной динамике волновых пучков в акустике и струйных течениях в гидродинамике. Эти разные явления связаны как через математические модели, так и физически – звук может генерировать струи, и наоборот.

Показано, как точное решение Ландау о затопленной струе можно обобщить, как получить «невязкие» точные решения и учесть вязкость в пограничном слое. Обсуждается использование точных решений в прикладных задачах технической гидродинамики и акустики. Приводятся исторические факты, связанные с открытием класса точных решений и анализом их физического смысла.

Вторым пунктом будет обзор «пучковой» акустики, основанный на уравнениях типа Хохлова-Заболотской (ХЗ). 40 –летию ХЗ была посвящена сессия 158-го Съезда Акустического общества Америки в октябре 2009 года. Наша реакция на эту дату тоже уместна, тем более, что действующими лицами до середины 1980-х годов были только отечественные ученые. Излагается непростая история получения ХЗ и связанных с ним моделей. Рассказывается о предшествующих и независимо выполненных работах в области аэродинамики и теории нелинейных волн, об основных явлениях, описываемые этими моделями.

Третий пункт (следующий из первых двух) - физика акустических течений. В этой области опубликованы тысячи работ, начиная от Фарадея, Рэля, Ланжевена, Бриллюэна. Но по принципиальным вопросам ясности нет, многие работы противоречат друг другу. О каких явлениях идет речь? Осциллирующее воздействие часто приводит к рождению новых постоянных или медленно изменяющихся компонент в отклике системы. Известны радиационное давление света и звука, сила Миллера, приводящая к дрейфу электронов в неоднородном ЭМ поле микроволн. В жидкостях и газах радиационные силы вызывают течения среды. Потoki вызываются также поверхностными волнами и, вообще говоря, волнами любой другой природы. В твердых телах радиационные напряжения вызывают лишь медленно изменяющиеся деформации. Интересные вибрационно-индуцированные явления наблюдаются даже в такой «простой» области физики, как механика. Известный пример - маятник Капицы. Сформировался раздел – вибрационная механика, занимающаяся основами новых технологий: вибрационного транспортирования твердых тел, вибропогружения свай, заполнения бункера сыпучей смесью снизу

вверх, разделения частиц по размерам и других. Показаны ее связи с нелинейной акустикой.

УЛЬТРАКОРОТКИЕ ТРЕХКОМПОНЕНТНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ИМПУЛЬСЫ В СИСТЕМЕ ЭЛЕКТРОННЫХ И ЯДЕРНЫХ СПИНОВ

С.В. Сазонов¹, Н.В. Устинов²

¹Российский научный центр "Курчатовский институт"

²Калининградский филиал Московского государственного университета путей
сообщения

n_ustinov@mail.ru

Акустические волны в твердых телах могут обладать трехкомпонентной структурой (две поперечные и одна продольная компоненты). Так как скорость продольного звука существенно превышает скорость поперечного, то соответствующие компоненты акустического поля практически не взаимодействуют. Можно, однако, искусственным образом сблизить значения данных скоростей, значительно усилив взаимодействие между продольной и поперечными акустическими волнами. Такая задача была рассмотрена в работе [1], где была предложена физическая модель, описывающая распространение трехкомпонентных акустических импульсов в кристалле, содержащем электронные и ядерные спины. Там же была выведена система материальных и редуцированных волновых уравнений, построены и изучены ее солитонные решения в виде стационарных импульсов и бризеров. Здесь будет продолжено выяснение особенностей нелинейной динамики трехкомпонентных акустических импульсов в парамагнитном кристалле. Исследуем с помощью приближения медленно меняющихся огибающих (ММО) распространение трехкомпонентных импульсов, имеющих высокочастотное заполнение (ультракоротких импульсов).

Следуя [1], рассмотрим кубический кристалл, содержащий парамагнитные примеси электронных $S=1$ и ядерных $J=1/2$ эффективных спинов. Оси x , y и z декартовой системы координат направлены вдоль осей симметрии четвертого порядка кристалла. Акустический импульс, состоящий из одной продольной и двух поперечных компонент, распространяется вдоль оси x , перпендикулярно к внешнему магнитному полю, параллельному оси z (геометрия Фохта). Считается, что акустический импульс является пространственно одномерным, т.е. динамические переменные зависят только от координаты x и времени t . Кроме того, предполагается, что спектр импульса лежит ниже частоты электронных зеемановских расщеплений, захватывая частоты ядерных расщеплений. Так как продольный гиперзвук сильнее взаимодействует с электронной спиновой подсистемой, чем поперечный, то это позволило замедлить его скорость до скорости поперечных волн. Систему нелинейных уравнений, описывающую в этих условиях

взаимодействие трехкомпонентных акустических импульсов с ядерными спинами можно записать в виде

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{i}{2}(\Omega^* \sigma - \Omega \sigma^*), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = i(\omega_n + \Omega_z)\sigma + i\Omega W, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Omega}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t}((\beta_{\square} + \beta_{\perp})\sigma + (\beta_{\square} - \beta_{\perp})\sigma^*), \quad (3)$$

$$\frac{\partial \Omega_z}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Omega_z}{\partial t} = 2\beta_{\perp} \frac{\partial W}{\partial t}, \quad (4)$$

где

$$W = \frac{\rho_{22}^n - \rho_{11}^n}{2}, \quad \sigma = \rho_{12}^n, \quad \Omega = -\Omega_x - i\Omega_y, \quad (5)$$

ω_n – резонансная частота ядерной спиновой подсистемы, a – скорость акустических волн, учитывающая их взаимодействие с электронной спиновой подсистемой, ρ_{jk}^n ($j, k = 1, 2$) – элементы ядерной матрицы плотности,

$$\Omega_x = \omega_n F_{11} \frac{\partial u_x}{\partial x}, \quad \Omega_y = \frac{\omega_n F_{44}}{2} \frac{\partial u_y}{\partial x}, \quad \Omega_z = \frac{\omega_n F_{44}}{2} \frac{\partial u_z}{\partial x},$$

u_x , u_y и u_z – декартовы компоненты вектора смещений узлов кристаллической решетки, F_{11} и F_{44} – компоненты тензора взаимодействия ядерных спинов с акустическим полем,

$$\beta_{\square} = \frac{n_n \hbar \omega_n^2 F_{11}^2}{4\rho a^3}, \quad \beta_{\perp} = \frac{n_n \hbar \omega_n^2 F_{44}^2}{16\rho a^3},$$

n_n – концентрация ядерных спинов, \hbar – постоянная Планка, ρ – средняя плотность кристалла.

Применим приближение ММО к системе уравнений (1)–(4). Как было показано в [1], спектральный состав переменных σ и Ω ее бризерного решения, имеющего основную несущую частоту близкую к резонансной, содержит нечетные гармоники несущей частоты, а переменные W и Ω_z содержат в спектре четные гармоники. В соответствии с этим используем

следующие разложения по гармоникам материальных и полевых переменных:

$$W = W_0 + W_1 \exp(2i\varphi) + W_1^* \exp(-2i\varphi), \quad (6)$$

$$\sigma = \sigma_0 \exp(i\varphi) + \sigma_{-1} \exp(-i\varphi) + \sigma_1 \exp(3i\varphi) + \sigma_{-2} \exp(-3i\varphi), \quad (7)$$

$$\Omega_z = \Omega_{z,0} + \Omega_{z,1} \exp(2i\varphi) + \Omega_{z,1}^* \exp(-2i\varphi), \quad (8)$$

$$\Omega = \Omega_0 \exp(i\varphi) + \Omega_{-1} \exp(-i\varphi) + \Omega_1 \exp(3i\varphi) + \Omega_{-2} \exp(-3i\varphi), \quad (9)$$

где $\varphi = \omega(t - x/a)$, ω – основная несущая частота импульса. Огибающие гармоник являются медленно меняющимися, т.е. выполняются условия

$$\left| \frac{\partial W_{0,1}}{\partial t} \right| \ll \omega_n |W_{0,1}|, \quad \left| \frac{\partial W_{0,1}}{\partial x} \right| \ll \frac{\omega_n}{a} |W_{0,1}|,$$

вместе с подобными условиями для огибающих $\sigma_{-2,-1,0,1}$, $\Omega_{z,0}$, $\Omega_{z,1}$ и $\Omega_{-2,-1,0,1}$. Индекс "0" в разложениях (6)–(9) соответствует главным гармоникам.

Пусть отстройка несущей частоты импульса $\Delta = \omega_n - \omega$ и огибающие гармоник малы: $|\Delta|$, $|\Omega_0|$, $|\Omega_{z,0}| \ll \omega_n$. Подставив (6)–(9) в систему (1)–(4) и воспользовавшись наложенными условиями, после усреднения по времени получим следующие уравнения:

$$\frac{\partial W_0}{\partial t} = \frac{i}{2} (\Omega_0^* \sigma_0 - \Omega_0 \sigma_0^*), \quad (10)$$

$$\frac{\partial \sigma_0}{\partial t} = i \left(\Delta + \Omega_{z,0} + \frac{|\Omega_{-1}|^2}{4\omega_n} \right) \sigma_0 + i\Omega_0 W_0, \quad (11)$$

$$\frac{\partial \Omega_0}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Omega_0}{\partial t} = -i(\beta_{\square} + \beta_{\perp}) \omega_n \sigma_0 - i \left((\beta_{\square} + \beta_{\perp}) \Omega_0 - \frac{\beta_{\square} - \beta_{\perp}}{2} \Omega_{-1}^* \right) W_0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \Omega_{-1}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Omega_{-1}}{\partial t} = i(\beta_{\square} - \beta_{\perp}) \omega_n \sigma_0^* + i \left((\beta_{\square} - \beta_{\perp}) \Omega_0^* - \frac{\beta_{\square} + \beta_{\perp}}{2} \Omega_{-1} \right) W_0, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \Omega_{z,0}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Omega_{z,0}}{\partial t} = i\beta_{\perp} (\Omega_0^* \sigma_0 - \Omega_0 \sigma_0^*), \quad (14)$$

$$\frac{\partial \Omega_1}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Omega_1}{\partial t} = -3i\omega_n \left((\beta_{\square} + \beta_{\perp}) \sigma_1 + (\beta_{\square} - \beta_{\perp}) \sigma_{-2}^* \right),$$

$$\frac{\partial \Omega_{-2}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Omega_{-2}}{\partial t} = 3i\omega_n \left((\beta_{\square} + \beta_{\perp}) \sigma_{-2} + (\beta_{\square} - \beta_{\perp}) \sigma_1^* \right),$$

$$\frac{\partial \Omega_{z,1}}{\partial x} + \frac{1}{a} \frac{\partial \Omega_{z,1}}{\partial t} = 4i\omega_n \beta_{\perp} W_1,$$

и выражения для огибающих гармоник:

$$W_1 = \frac{\Omega_{-1}^* \sigma_0}{4\omega_n}, \quad \sigma_{-1} = -\frac{\Omega_{-1} W_0}{2\omega_n},$$

$$\sigma_1 = \frac{\Omega_0 \Omega_{-1}^* \sigma_0}{8\omega_n^2} + \frac{\Omega_1 W_0}{2\omega_n}, \quad \sigma_{-2} = -\frac{\Omega_{-1}^2 \sigma_0^*}{16\omega_n^2} - \frac{\Omega_{-2} W_0}{4\omega_n}.$$

Из представленных формул видно, что амплитуды огибающих Ω_1 , Ω_{-2} и σ_1 , σ_{-2} имеют одинаковые порядки.

Влияние “антирезонансных” гармоник учтено в уравнениях (10)–(14) третьим слагаемым в круглых скобках в правой части уравнения (11) (сдвиг Блоха–Зигерта [2]) и вторыми слагаемыми в правых частях уравнений (12) и (13). Присутствие этих слагаемых в уравнениях необходимо, поскольку, как можно показать, сдвиг Блоха–Зигерта сравним со вторым слагаемым в круглых скобках в правой части уравнения (11).

Поскольку огибающая Ω_{-1} входит в правые части уравнений (10)–(14) только в “антирезонансные” слагаемые, то можно с точностью до величин более высокого порядка малости использовать там для нее приближенное выражение. В главном порядке из уравнений (12) и (13) приближенно имеем

$$\Omega_{-1} = \frac{\beta_{\square} - \beta_{\perp}}{\beta_{\square} + \beta_{\perp}} \Omega_0^* + F(t - x/a). \quad (15)$$

Приближенное равенство (15) находится в согласии с результатами работы [1], в которой было обнаружено два семейства бризеров у системы (1)–(4). Бризеры первого семейства могут сильно возбуждать ядерные спины и испытывать замедление в скорости распространения. Отношение амплитуды компоненты Ω_x к амплитуде Ω_y примерно у них равно

$\beta_{\square} / \beta_{\perp}$, а фаза Ω_x на $\pi / 2$ больше фазы Ω_y . Бризеры второго семейства практически не взаимодействуют с ядерными спинами и имеют групповую скорость, близкую к линейной. При этом амплитуды компонент Ω_x и Ω_y примерно одинаковы, а фаза Ω_x на $\pi / 2$ меньше фазы Ω_y . Из (15), (9) и последнего равенства в (5) видно, что бризерам первого семейства соответствует случай $F(t - x/a) = 0$, а бризерам второго семейства – $\Omega_0 = 0$.

Подставив (15) в (10)–(14), получим систему уравнений, которая сводится при $F(t - x/a) = 0$ к системе синхронизма длинных и коротких волн. Эта система была подробно изучена в [3], где было показано, что ее импульсные решения могут распространяться в различных режимах, и была дана их классификация. Таким образом, ультракороткие трехкомпонентные акустические импульсы, соответствующие бризерам первого семейства системы (1)–(4), могут распространяться в режимах, выделенных в [3].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №09–02–00503а).

ЛИТЕРАТУРА

1. С.В. Сазонов, Н.В. Устинов // ТМФ. 2010, в печати.
2. F. Bloch, F. Siegert // Phys. Rev. 1940. V. 57. P. 522.
3. С.В. Сазонов, Н.В. Устинов // ЖЭТФ. 2005. Т. 127. № 2. С. 289.

ПОВЕРХНОСТНОЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ОБЪЁМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛЕ НИОБАТА ЛИТИЯ

А.С. Трушин¹, В.И. Балакший¹, В.Б. Волошинов¹, В.В. Солодовников²

¹Физический факультет МГУ, кафедра физики колебаний

²IPG Group GmbH, Германия

a.trushin@physics.msu.ru

Для эффективного использования преимуществ лазерного излучения в науке и технике необходимы устройства управления световыми пучками. Среди физических явлений, позволяющих управлять характеристиками света, следует выделить акустооптическое взаимодействие. Приборы, действие которых основано на эффекте акустооптического взаимодействия (акустооптические устройства), - это модуляторы, дефлекторы, фильтры. Акустооптические приборы отличает широкие функциональные возможности, электронная перестройка параметров, высокая эффективность дифракции, компактность и малые управляющие мощности. [1-3]

Акустооптическое устройство состоит из кристаллического материала, в котором происходит взаимодействие света и звука, а также пьезоэлектрического преобразователя, генерирующего акустические волны в области взаимодействия светового и звукового пучков. Одним из главных недостатков акустооптических устройств является их высокая стоимость, обусловленная сложностью изготовления пьезоэлектрического преобразователя. В оптике, спектроскопии, медицине, а также в специальной и военной технике эти приборы стали незаменимы благодаря широким

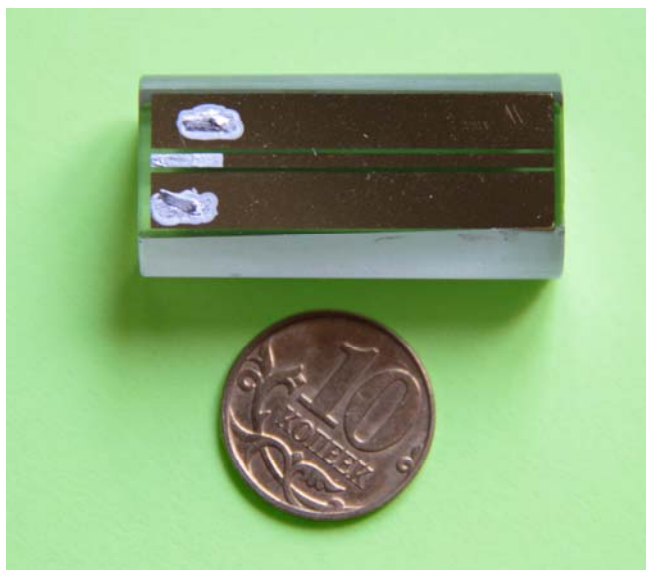


Рис. 2. Кристалл ниобата лития с нанесёнными золотыми электродами.

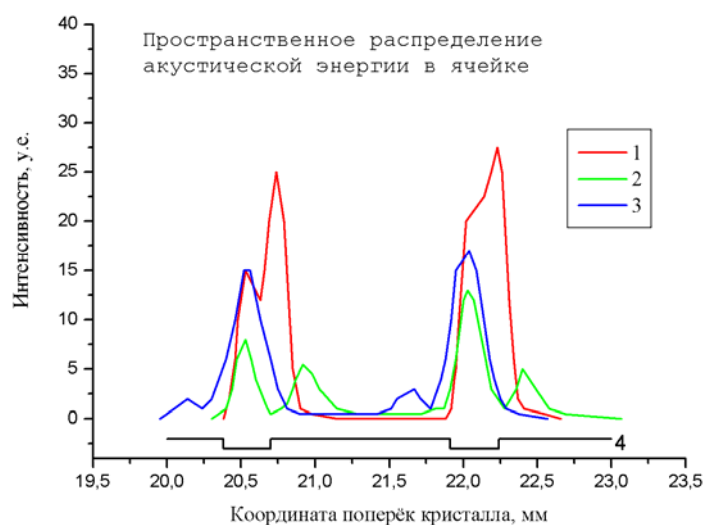


Рис. 3. Зависимость интенсивности дифракции от положения зондирующего луча лазера

1 – медленная квазипоперечная волна; 2 – квазипродольная волна; 3 – быстрая квазипоперечная волна; 4 – электроды.

функциональным возможностям, высокому быстродействию, малым управляющим напряжениям, надёжностью и простотой конструкции.

В данной работе исследовались особенности возбуждения объемных акустических волн с поверхности пьезоэлектрического кристалла ниобата лития на частотах 100 – 200 МГц. В кристалле ультразвуковая волна возбуждалась вдоль оси X за счёт использования собственного пьезоэлектрического эффекта материала. Такие устройства оказываются дешевле и позволяют работать на более высоких частотах электрических сигналов. Выбор кристалла ниобата лития обусловлен исключительно высокими пьезоэлектрическими свойствами материала. На верхнюю грань кристалла, как показано на рис. 1, были нанесены золотые электроды. Исследование показало, что структура акустического поля в кристалле была сложной и определялась геометрией нанесённых электродов. Эта закономерность показана на рис. 2.

С помощью генератора импульсов и генератора высокочастотных гармонических колебаний формировался амплитудно-модулированный импульс с длительностью около микросекунды. Форма импульса контролировалась осциллографом, который также использовался для наблюдения акустических эхо-импульсов. В ходе выполнения эксперимента были зарегистрированы эхо-импульсы, что является экспериментальным доказательством возбуждения акустической волны в кристалле. Для исследования ячейки использовался твердотельный лазер, работавший на длине волны 532 нм, и фотоприёмник на основе быстродействующего фотодиода. Сигнал с фотоприёмника регистрировался осциллографом.

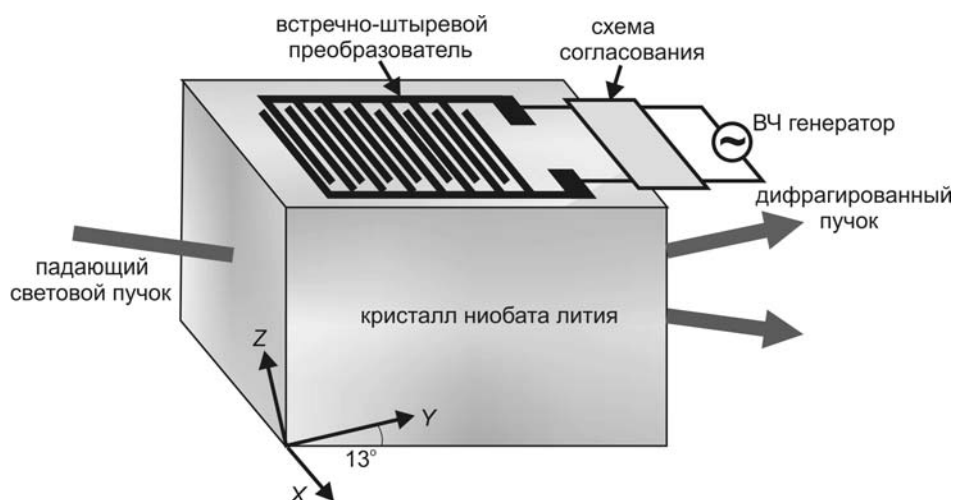


Рис. 3. Акустооптический модулятор неполяризованного света из кристалла ниобата лития.

Максимальная эффективность дифракции, достигнутая в ходе экспериментов, составляла 4% на 1 Ватт управляющей электрической мощности. Следовательно, возбуждение звука с поверхности кристалла возможно применять в приборах, допускающих большую потерю входной оптической мощности, например, в анализаторах спектра радиосигналов. Можно ожидать, что усовершенствование технологии поверхностного возбуждения звука позволит увеличить эффективность дифракции до десятка процентов.

Дальнейшее улучшение параметров прибора может быть связано с выбором оптимального среза акустооптической ячейки. Есть несколько критериев, которыми следует руководствоваться при выборе оптимального среза кристалла. Во-первых, следует найти срез кристалла, в котором требуемая эффективность дифракции наблюдается при минимальной управляющей мощности. Во-вторых, во многих приложениях становится существенной потеря оптической мощности, связанная с необходимостью пропускать через акустооптическую ячейку свет с заданной поляризацией. Это позволяет сформулировать ещё один критерий поиска оптимального среза кристалла – отсутствие чувствительности к поляризационным характеристикам входного излучения.

При проведении работы были выполнены расчёты, позволившие найти срез, обладающий указанными выше свойствами [4]. Разработанная методика расчета включает в себя определение таких оптических и акустических характеристик кристалла, как фазовых скоростей оптических и акустических мод, их поляризаций, векторов Умова-Пойнтинга, углов сноса оптической и акустической энергии и компонент тензора деформации для выбранной акустической моды в кристалле.

Результатом проведённого теоретического исследования была ячейка акустооптического модулятора, показанная на рис. 2. В модуляторе использовался косой срез кристалла. Световые и акустические волны

направлялись в кристалл в плоскости YZ материала. Ультразвук возбуждался в кристалле с помощью встречно-штыревого преобразователя, как показано на рисунке.

При приложении к преобразователю управляющей высокочастотной мощности 1 Ватт на выходе модулятора наблюдалась дифракционная картина, состоящая из нескольких максимумов. Максимальная эффективность дифракции достигала величины 9% на 1 Ватт управляющей мощности, когда длина волны света была равна 532 нм. Скорость объёмной сдвиговой акустической волны при этом составляла 3560 м/с.

Таким образом, проведённое теоретическое и экспериментальное исследование доказывает, что технология поверхностного возбуждения объёмных акустических волн может быть рекомендована для применения в науке и технике. Несмотря на незначительный проигрыш в эффективности дифракции и величине управляющей акустической мощности, достоинства использованного метода возбуждения акустических волн в кристалле вполне очевидны. Главное достоинство разрабатываемой методики возбуждения акустических волн в кристаллах состоит в технологической простоте данного решения, следствием чего является малая стоимость акустооптического устройства.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь, 1985.
2. J. Xu, R. Stroud “Acousto-Optic Devices” N.Y.: Wiley, 1992.
3. Ed. A.P. Goutzoulis and D.R. Pape “Design and Fabrication of Acousto-Optic Devices” // N.Y.: Marcel Dekker, 1994.
4. В.И. Балакший, В.Б. Волошинов, В.В. Солодовников // Сборник трудов научно-практической конференции «Фундаментальные и прикладные аспекты инновационных проектов Физического факультета МГУ». Москва. Физический факультет МГУ. 2009. С. 42.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ДИФРАКЦИИ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ НА ЖЕСТКОМ ЦИЛИНДРЕ MLS-МЕТОДОМ

А.В. Шанин, В.Ю. Валяев

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
valery-valyaev@yandex.ru

В данной работе экспериментально изучается дифракция акустической волны на жестком цилиндре методом последовательности максимальной длины (MLS). Данный метод позволяет простым образом измерять импульсный отклик системы, что делает его удобным инструментом дифракционного эксперимента. В качестве примера приводится наблюдение краевых волн возникающих на основании цилиндра при нормальном падении на него акустической волны. Производится сравнение результатов с теоретическими оценками.

Последовательность максимальной длины (M-последовательность) – псевдослучайная периодическая двоичная последовательность, автокорреляционная функция которой очень близка к периодически повторяющемуся единичному импульсу [1]. Говоря точнее, последовательность $\{S_k = \pm 1\}$ порядка M имеет период $L = 2^M - 1$, а ее автокорреляционная функция $A(r)$ имеет вид

$$A(r) = \sum_{n=1}^L S_n S_{n+r} = \begin{cases} L, & r = 0, \\ -1, & r = 2 \dots L - 1. \end{cases} \quad (1)$$

Это свойство M-последовательности позволяет использовать ее для измерения импульсного отклика линейных систем с постоянными параметрами. Если подать на вход системы сигнал в виде M-последовательности и вычислить свертку выходного сигнала с входным, получится сигнал, представляющий собой отклик системы на автокорреляционную функцию M-последовательности. То есть сигнал, близкий к импульсному отклику системы. В данной работе использовалась M-последовательность порядка $M = 13$.

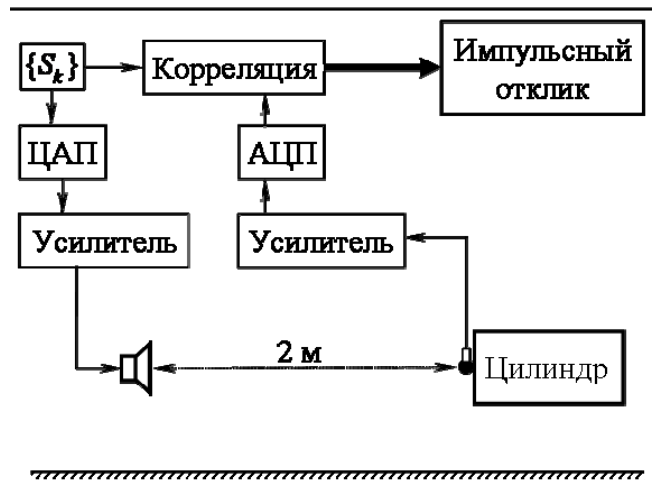


Рис. 1. Схема эксперимента

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 1. В эксперименте использовалась частота дискретизации $F_s = 32768$ Гц. В

качестве цилиндра использовалась пластиковая бочка диаметром 66 см с плотной крышкой. Микрофон был расположен в центре основания цилиндра.

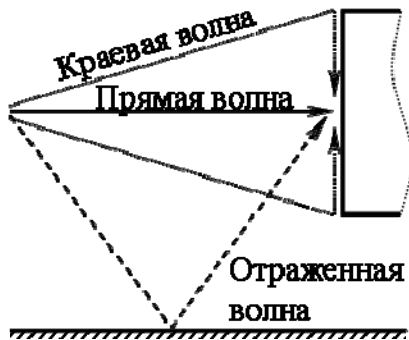


Рис. 2. Волновая картина.

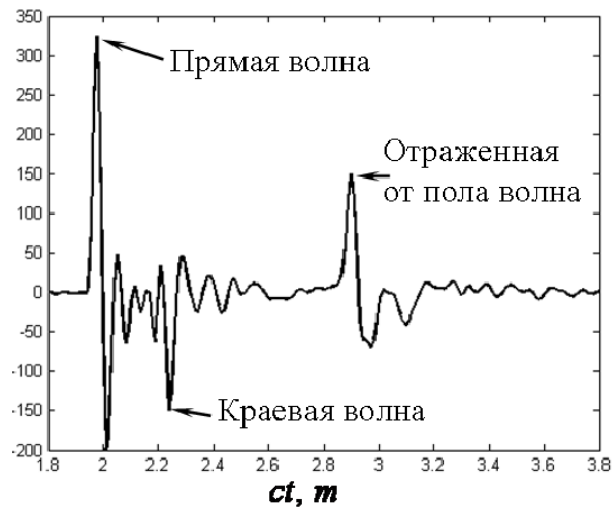


Рис. 3. Измеренный импульсный отклик.

Начальная часть сигнала на микрофоне состоит из прямой волны, краевой цилиндрической волны, возникающей при рассеянии падающей волны на краях цилиндра и волны, отраженной от пола (рис. 2). Основным интерес представляет краевая волна.

Отношение амплитуд прямой и краевой волн α может быть получено с использованием подхода Зоммерфельда-Келлера [2]. В границах применимости этого подхода (в нашем случае для частот выше 1 кГц) это отношение оказывается приблизительно равным $\alpha \approx -0,8$. Знак минус означает, что краевая волна имеет обратную полярность по отношению к падающей.

На рис. 3 представлен измеренный импульсный отклик системы, пропущенный через фильтр нижних частот с частотой среза 5 кГц. В отклике хорошо видны все упомянутые выше волны. Отметим, что пик, соответствующий краевой волне имеет правильную полярность. Отношение амплитуд составляет $\alpha \approx -0,5$, что можно объяснить отличием формы использованного рассеивателя от идеального цилиндра.

ЛИТЕРАТУРА

1. S Golomb "Shift Register Sequences" San Francisco: Holden-Day, 1967.
2. J.V. Keller // J. Opt. Soc. Am. 1962. V. 52. No 2. P. 116.