

### **ЧАСТЬ 3. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА. ЭЛЕКТРОНИКА. ЭЛЕКТРОДИНАМИКА**

ДИНАМИКА СПЕКТРАЛЬНО ШИРОКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ В МАТЕРИАЛАХ СО СВЕРХСТРУКТУРОЙ <b>М.Б. Белоненко, С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова .....</b>	<b>4</b>
ПОРЯДОК И ХАОС В КОЛЬЦЕВОЙ ЦЕПОЧКЕ АКТИВНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ <b>В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев, А.А. Ревякин.....</b>	<b>7</b>
ОПИСАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ФРАКТАЛОВ В ПРОЦЕССЕ САМООРГАНИЗАЦИИ В ТВЁРДОМ ТЕЛЕ <b>Н.В. Куликова, В.С. Хмелевская, В.В. Бондаренко .....</b>	<b>10</b>
НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ЦЕПОЧКИ СВЯЗАННЫХ ГИРОГЕНЕРАТОРОВ СО ВСТРЕЧНОЙ ВОЛНОЙ <b>М.В. Белоглазкина .....</b>	<b>13</b>
СТРУКТУРА КИЛЬВАТЕРНОГО СЛЕДА ЗА СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫМИ БАРЬЕРАМИ В ОДНОРОДНОМ БОЗЕ- ЭЙНШТЕЙНОВСКОМ КОНДЕНСАТЕ <b>В.А. Миронов, Л.А. Смирнов.....</b>	<b>16</b>
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ ВРЕМЕННЫХ МАСШТАБОВ СВЯЗАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА <b>А.А. Короновский, А.А. Овчинников, А.Е. Храмов.....</b>	<b>19</b>
НЕЛИНЕЙНЫЕ ОЦЕНКИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ГЛУБОКОЙ СТИМУЛЯЦИИ МОЗГА <b>Е.В. Сидак, Д.А. Смирнов, П.А. Тасс, Б.П. Безручко .....</b>	<b>22</b>
ИТЕРАЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ С РАВНОМЕРНЫМ ИНВАРИАНТНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ <b>В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, А.С. Ремизов, Л.П. Василенко.....</b>	<b>25</b>
ХАОТИЧЕСКАЯ ИНФЛЯЦИЯ <b>В.В. Дмитриев .....</b>	<b>28</b>

ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЭМПИРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ ПО КОРОТКИМ ВРЕМЕННЫМ РЯДАМ <b>П.И. Наконечный, Д.А. Смирнов, Б.П. Безручко</b> .....	31
ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ВОГНУТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ КРУГОВОГО ПРОФИЛЯ. ПРИЛОЖЕНИЕ ДЛЯ ГИБРИДНЫХ ЗЕРКАЛЬНЫХ АНТЕНН <b>О.П. Пономарев</b> .....	35
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ ШИРОКОПОЛОСНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА НА ТЕЛАХ С ЧАСТОТНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ <b>В.Н. Корниенко</b> .....	38
ФОРМИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСА СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ АНСАМБЛЯ ДИПОЛЕЙ-РОТАТОРОВ В МИКРОВОЛНОВОМ РЕЗОНАТОРЕ <b>В.Н. Корниенко, Е.С.Тевилин</b> .....	41
ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ЭНЕРГИИ МИКРОВОЛН ДЛЯ СОЛНЕЧНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГЕТИКИ <b>М.А. Магтесян, Г.М. Казарян, В.Л. Саввин</b> .....	44
НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОПЕРЕЧНО-ВОЛНОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В РАСХОДЯЩИХСЯ АКСИАЛЬНО СИММЕТРИЧНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ <b>А.В. Пеклевский, В.Л. Саввин</b> .....	47
НАНОРАЗМЕРНЫЕ ИСТОЧНИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ, ПОСТРОЕННЫЕ НА ПРИНЦИПАХ СПИНТРОНИКИ (краткий обзор) <b>С.Г. Чигарев</b> .....	50
НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СВОЙСТВ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУР <b>И.Я. Гущина, В.Н. Корниенко</b> .....	53
ОРОТРОН ДИАПАЗОНА 120...215 ГГц <b>Е.А. Мясин, В.В. Евдокимов, А.Ю. Ильин</b> .....	56

КОНВЕКТИВНАЯ И АБСОЛЮТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПОТОКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ <b>В.И. Канавец, Ю.Д. Мозговой, И.Н.Тисов, С.А. Хриткин</b> .....	<b>59</b>
МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ПОТОКАХ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЗИТРОНОВ <b>В.И. Канавец</b> .....	<b>62</b>
МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТОРОИДАЛЬНОМ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННОМ НАКОПИТЕЛЕ <b>В.И. Канавец, С.А. Хриткин</b> .....	<b>65</b>
ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ МИЛЛИМЕТРОВЫХ И САНТИМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН НА ПОВЕРХНОСТЯХ, ОПИСЫВАЕМЫХ ФРАКТАЛЬНОЙ КУСОЧНО-ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОЙ ФУНКЦИЕЙ <b>А.А. Потапов, А.В. Лактюнькин</b> .....	<b>68</b>
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОТОКА И ПОЛЯ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ДИФРАКЦИОННОМ ГЕНЕРАТОРЕ <b>А.И. Слепков, О.В. Галлямова</b> .....	<b>71</b>

## ДИНАМИКА СПЕКТРАЛЬНО ШИРОКИХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ИМПУЛЬСОВ В МАТЕРИАЛАХ СО СВЕРХСТРУКТУРОЙ

М.Б. Белоненко<sup>1</sup>, С.Ю. Глазов<sup>2</sup>, Н.Е. Мещерякова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Лаборатория Нанотехнологий Волгоградского Института Бизнеса

<sup>2</sup>Волгоградский Государственный Педагогический Университет

### 1. Введение

Электроника, а также все сопряженные с ней отрасли науки и техники, активно развиваются в большей степени за счет миниатюризации элементов электронных схем, что в свою очередь связано с открытием новых физических эффектов и использованием новых материалов [1,2]. Одним из основных и наиболее перспективных направлений в этой области, на взгляд авторов, является исследование распространения в сверхструктурах ультракоротких импульсов света (оптических солитонов) [3,4]. Вместе с тем, остаются в основном вне рассмотрения вопросы, связанные с тем, что при распространении ультра и предельно коротких импульсов электромагнитного поля в сверхструктурах, в силу их большой спектральной ширины, могут возбуждаться процессы, связанные с переходами электронов между подуровнями энергии (минизонами).

### 2. Основные соотношения и уравнения

Рассмотрим материал со сверхструктурой в геометрии, когда вектор электрического поля, рассматриваемого нами далее в калибровке  $\vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$ , совпадает с осью сверхструктуры, а само электромагнитное поле линейно поляризовано и распространяется в направлении перпендикулярном оси сверхструктуры, т.е. вдоль ее слоев.

Тогда гамильтониан системы электронов можно записать в виде:

$$H = H_0 + H_t$$

$$H_0 = \sum_{ps} \varepsilon_s(p - \frac{e}{c} A(t)) a_{ps}^+ a_{ps} \quad , \quad (1)$$

$$H_t = -\frac{e}{c} \frac{\partial A}{\partial t} \sum_{pss'} M_{ss'}(p) a_{ps}^+ a_{ps'} + c.c.$$

где  $a_{ps}^+, a_{ps}$  - операторы рождения, уничтожения электронов с импульсом  $p$  в  $s$ -й минизоне;  $A(t)$  - величина вектор-потенциала электромагнитного поля, который имеет одну компоненту и направлен вдоль оси сверхрешетки;  $\varepsilon_s(p)$  - закон дисперсии электронов в  $s$ -й минизоне с импульсом  $p$ , направленным вдоль оси сверхрешетки;  $M_{ss'}(p)$  - матричный элемент перехода с импульсом  $p$  из  $s$ -й минизоны в  $s'$ -й минизону. Заметим, что в

выражение для  $H_0$  не включено слагаемое, зависящее от импульсов электронов в направлениях перпендикулярных оси сверхрешетки ( $p_{\perp}^2/2m_{eff}$ , где  $m_{eff}$  соответствующая эффективная масса). Это слагаемое, как легко убедиться, коммутирует с гамильтонианом системы, приведенном в (1) и, следовательно, не оказывает влияния на дальнейшие расчеты.

Закон дисперсии электронов в  $s$ -й минизоне с импульсом  $p$  в дальнейшем будет выбран в виде:

$$\varepsilon_s(p) = \varepsilon_{0s} - d_s \cos(ap),$$

$d_s$  - ширина минизоны,  $a$  - период сверхрешетки.

Выражение для тока запишем в традиционном виде:

$$j = e \sum_{ps} v_s(p - \frac{e}{c} A(t)) \langle a_{ps}^+ a_{ps} \rangle, \quad (2)$$

где  $v_s(p) = \frac{\partial \varepsilon_s(p)}{\partial p}$ , а скобки означают усреднение с неравновесной матрицей плотности  $\rho(t)$ :  $\langle B \rangle = Sp(B(0)\rho(t))$ .

Электромагнитное поле в нашей модели, в случае рассматриваемой геометрии, будем описывать классически, на основании уравнений Максвелла:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} j = 0, \quad (3)$$

где  $x$  - направление распространения ультракороткого импульса, и вместо векторов сразу записаны их проекции на ось сверхрешетки.

Эффективное уравнение на поле  $A$  приобретает вид:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \left. - \frac{4\pi e d_1 a}{c} \sin\left(\frac{eA}{c}\right) \sum_p n_{p1}^0 \cos(ap) \left\{ \cos^2(h/2) + \sum_j \frac{d_s R_{1j}^2}{d_1 h^2} \sin^2(h/2) \right\} \right\} = 0 \quad (3)$$

$$h^2 = |R_{12}|^2 + |R_{13}|^2 + |R_{14}|^2 + \dots$$

$$R_{1j} = 2 \int_{-\infty}^t \exp\left(-i \int_{-\infty}^{t'} (e_{p1} - e_{pj}) dt''\right) M_{1j} V(t') dt'$$

$$e_{pi} = \varepsilon_i\left(p - \frac{e}{c} A(t)\right), \quad V = -\frac{e}{c} \frac{\partial A}{\partial t}, \quad M_{li} = M_{li}(p)$$

Так при отсутствии переходов уравнение (3) в точности совпадает, с выведенным в [5] уравнением для динамики электромагнитного поля в полупроводниковой сверхрешетке в одноминизонном приближении, и имеет вид уравнения sin-Gordon, для которого хорошо развиты

аналитические методы. Гораздо более нетривиален тот факт, что если все минизоны имеют одинаковую ширину ( $d_1 = d_s$ ) то полученное уравнение тоже имеет вид уравнения sin-Gordon. Это дает возможность использовать теорию возмущений, развитую для уравнения sin-Gordon и в нашем случае, используя в качестве малого параметра величину  $1 - d_s / d_1$ . Отметим, что этот малый параметр никак не связан с параметрами импульса, а определяется лишь геометрией слоев сверхструктуры. Данный факт имеет достаточно простую физическую интерпретацию. В рамках нашей модели рассматриваются когерентные переходы. Процессами релаксации пренебрегается. При этом электроны когерентно переходят из одной минизоны в другую и обратно с сохранением фазы, что обеспечивается равенством ширин минизон, и импульс ведет себя аналогично поведению импульса в сверхструктуре в рамках одноминизонного приближения.

В эволюции импульса, как и следовало, ожидать для систем описываемых уравнением близким к уравнению sin-Gordon, происходит распад первоначального возмущения на два локализованных состояния, которые близки по своей форме к бризерам уравнения sin-Gordon. Эти состояния аналогичные бризерам, состоящие из малого числа колебаний, в дальнейшем распространяются без изменения формы, поскольку являются близкими к солитонными решениям уравнения sin-Gordon. Наиболее сильное влияние, как видно из представленных графиков, учет переходов между минизонами оказывает на распад начального состояния и все основное отличие между случаями наличия и отсутствия переходов между минизонами сосредоточено в области первоначальной локализации оптического импульса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. L.L. Chang, L. Esaki, W.E. Howard, R. Ludeke //J. Vac. Sci. Technol. 1973. V. 10. N1. P. 11.
2. Л.В. Келдыш //ФТТ. 1962. Т. 4. N8. С. 2265.
3. А.А. Игнатов, Ю.А. Романов //ФТТ. 1975. Т. 17. N11. С. 3388.
4. С.В. Крючков, К.А. Попов, А.И. Шаповалов "Нелинейные электромагнитные волны в сверхрешетках" Волгоград, ВГПУ, 1996, 32 с.
5. Э.М. Эпштейн //ФТТ. 1977. Т. 19. N11. С. 3456.

## ПОРЯДОК И ХАОС В КОЛЬЦЕВОЙ ЦЕПОЧКЕ АКТИВНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

В.Н. Корниенко<sup>1</sup>, А.П. Привезенцев<sup>2</sup>, А.А. Ревякин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ИРЭ РАН г. Москва

<sup>2</sup>ЧелГУ г. Челябинск

Цепочка активных осцилляторов является эталонной моделью в теории нелинейных волн. В случае слабой нелинейности динамика такой цепочки может быть описана усредненными (укороченными) уравнениями для комплексных амплитуд. Такой подход позволяет получить достаточно общие аналитические результаты [1]. Одним из направлений исследований, позволяющим рассмотреть широкое разнообразие различных режимов колебаний в цепочке автогенераторов без использования приближенных аналитических методов, является компьютерное моделирование.

В настоящей работе предложена одномерная модель осциллирующей среды дискретная по времени и координате. В этой модели распределенная автоколебательная система описывается уравнением в конечных разностях

$$\begin{aligned} u(x, t + 1) - a_1(u)u(x, t) + a_2(u)u(x, t - 1) - \\ - b(u)(u(x + 1, t) + u(x - 1, t)) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

где дискретная координата  $x = 0, 1, \dots, N - 1$  является номером звена цепочки, а дискретная переменная  $t = 0, 1, 2, \dots$  описывает изменение состояния системы во времени. Далее считается, что цепочка замкнута в кольцо  $u(N, t) = u(0, t)$ ,  $u(-1, t) = u(N - 1, t)$ .

Коэффициенты уравнения (1) зависят от состояния системы следующим образом

$$\begin{aligned} a_1(u) &= (2(1 - v^2) - \omega_0^2) \exp(-\gamma(1 - \alpha u^2(x, t))), \\ a_2(u) &= \exp(-2\gamma(1 - \alpha u^2(x, t))), \\ b(u) &= v^2 \exp(-\gamma(1 - \alpha u^2(x, t))), \quad \alpha \geq 0. \end{aligned}$$

В случае  $v = 0$  и нулевого коэффициента нелинейности  $\alpha = 0$ , рассматриваемая система распадается на ансамбль независимых осцилляторов (линейных рекурсивных фильтров, называемых цифровыми резонаторами). Нелинейная добавка в экспоненте  $\alpha u^2(x, t)$  для  $\gamma < 0$  делает возможным существование незатухающих колебаний. В случае малого уровня затухания и нелинейности замена экспоненты  $\exp(-\gamma(1 - \alpha u^2(x, t)))$  на приближенное выражение  $1 - \gamma(1 - \alpha u^2(x, t))$  позволяет получить квадратичное по  $u(x, t)$  уравнение фильтра (осциллятора). Это уравнение для одиночного осциллятора было исследовано в работе [2] как дискретный аналог уравнения Ван-дер-Поля.

Таким образом, рассматриваемая система в случае отрицательных  $\gamma$  представляет цепочку связанных активных дискретных осцилляторов.

Автоколебания активной цепочки могут иметь в качестве порождающего решения консервативные колебания линеаризованной системы. Порождающими решениями в рассматриваемой системе могут быть линейные волны синусоидального вида. Условие периодичности  $u(x + N, t) = u(x, t)$  определяет возможные значения волновых чисел для линейных волн кольцевой цепочки  $k_n = 2\pi n / N$ ,  $n = 1, 2, \dots, N - 1$

В данной работе исследовались цепочки с достаточно большим числом звеньев  $N = 1600$ ,  $N = 864$ . Таким образом, спектр собственных волн линеаризованной системы был достаточно плотным, что определяло высокую чувствительность колебаний цепочки к изменению ее параметров и начальных условий.

Численное решение уравнения в конечных разностях (1) проводилось итерациями. Начальные значения для функций, описывающих распределение состояний звеньев цепочки  $u(x, 0)$ ,  $u(x, 1)$ ,  $x = 0, 1, \dots, N - 1$ , представляли последовательность случайных чисел равномерно распределенных в интервале  $(0, \delta)$   $\delta = 0.05$ .

Баланс поступления энергии в систему, обусловленного неустойчивостью, ее диссипации и конкуренция нелинейности и дисперсии приводили, в зависимости от сочетания этих факторов, к формированию различных волновых режимов.

Картину эволюции системы от начального, случайного распределения  $u(x, t = 0)$  к режиму развитого хаоса (левая колонка кривых  $u(x, t = const)$ ) и стационарному режиму синхронизации в виде синусоидальной волны на тринадцатой пространственной гармонике (правая колонка) дает рис. 1. Представленные на этом рисунке результаты получены для набора параметров:  $N = 864$ ,  $\gamma = -0.01$ ,  $\alpha = 0.37$ ,  $h_0 = 16$ . Формирование хаоса происходит для  $\nu = 0.91$ . Синусоидальная волна формируется при незначительном уменьшении этого параметра  $\nu = 0.89$ . Кривые, представляющие распределения состояний звеньев цепочки по координате для фиксированного момента времени  $u(x, t = const)$ , являются проекциями прямых круговых цилиндров с длиной окружности в основании равной  $N$ . Точки соответствующие значениям  $u(x, t)$  нанесены на боковую поверхность цилиндров. Цифры на левой стороне рисунка означают относительное время записи пары состояний.

Критерием режима хаотических колебаний является наличие положительного показателя Ляпунова. Максимальный показатель Ляпунова  $\sigma_1$  определяется как предельное значение отношения  $\sigma_1(t) = \ln|w(t)|/t$  при  $t \rightarrow \infty$ , где  $|w(t)|$  - норма отклонения двух



траекторий, начальное значение которой нормировано на единицу ( $|w(0)| = 1$ ). При вычислении оценки максимального показателя  $\sigma_1(t)$  был использован алгоритм, подобный описанному в работе [3]. Вычисление  $\sigma_1(t)$  для режима стационарного хаоса дает для показателя Ляпунова оценку  $\sigma_1(t) = 0.004$ . В режиме синусоидальной волны эта величина отрицательна  $\sigma_1(t) = -0.008$ .

Проведенные численные эксперименты показали большое разнообразие форм поведения, которое демонстрирует исследуемая модельная система. Качественное соответствие с известными аналитическими и численными результатами, полученными для моделей с непрерывным временем, дает основание полагать, что предложенная дискретная по времени и координате модель окажется полезной для анализа нелинейных волн в активных распределенных системах.

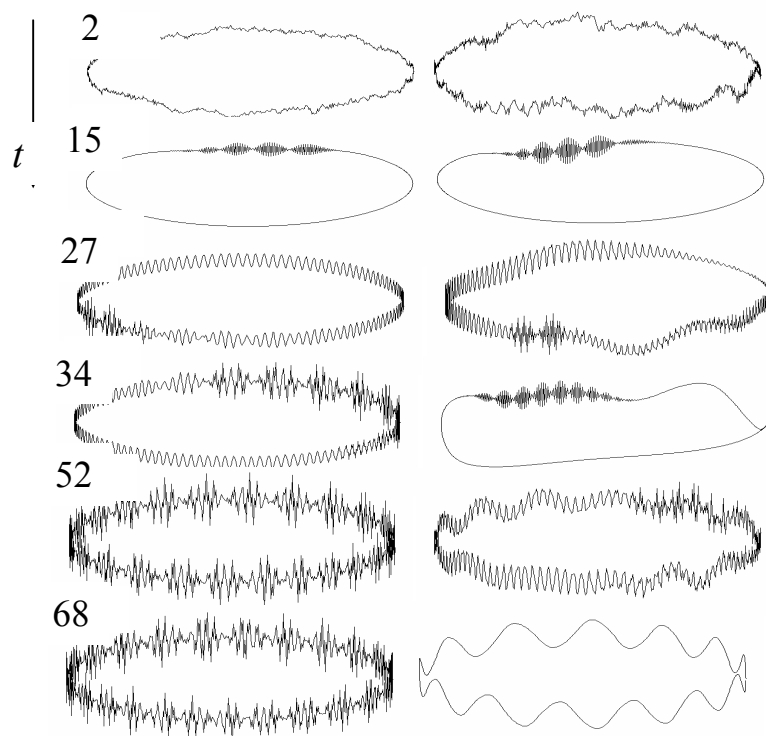


Рис. 1. Эволюция колебаний цепочки. Левая колонка к режиму хаотических колебаний ( $\nu = 0.91$ ). Правая колонка к режиму синусоидальной волны ( $\nu = 0.89$ ).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Пиковский, М. Роземблюм, Ю. Куртс “Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление” М.: Техносфера, 2003.
2. В.В. Зайцев, С.В. Давыденко, О.В. Зайцев // Физика волновых процессов и радиотехнические системы 2000. Т. 3. № 2. С. 64.
3. А. Лихтенберг, М. Либерман “Регулярная и стохастическая динамика” М.: Мир, 1984.

## ОПИСАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ ФРАКТАЛОВ В ПРОЦЕССЕ САМООРГАНИЗАЦИИ В ТВЁРДОМ ТЕЛЕ

Н.В. Куликова, В.С. Хмелевская, В.В. Бондаренко

*Обнинский Государственный Технический Университет Атомной Энергетики*

В результате лазерного или ионного облучения металлических сплавов в узком интервале температуры или энергии облучения на поверхности облучённого материала обнаруживаются подобные по структуре своего строения объекты [1-3]. Эти объекты могут объединяться в однотипные области (рис.1-2). Часто, наблюдаемые в процессе такого облучения объекты обладают правильной геометрической формой, и имеют сходную по своему строению структуру на разном масштабном уровне. Множества таких объектов могут заполнять крупные области рельефа поверхности облучённого материала, и характеризуются дробной метрической размерность [1-3]. Возникновение подобных явлений характерно для нелинейных динамических систем, характеризующихся интенсивным обменом веществом или энергией с внешней средой, а также наличием коллективного отклика множества элементарных объектов системы. Целью данной работы является выявление общих характеристик масштабной инвариантности (скейлинга) и общих особенностей эффектов самоподобия в процессе описания явлений самоорганизации в твёрдом теле после ионного и лазерного облучения.

Наблюдаемые после облучения на ряде металлических сплавов структуры могут характеризоваться наличием свойства инвариантности своего строения на разных масштабных уровнях. Кроме того, строение наблюдаемых фракталов, например, для сплава Fe-Cr при разном типе облучения часто оказывается подобно. Изучив характер самоорганизации для сплавов системы Fe-Cr при разном уровне ионного (400 и 500 градусов) и лазерного облучения (от 150 до 200 импульсов), можно сделать вывод о наличии сходных правил формирования наблюдаемых фракталов при разном характере и уровне энергетического воздействия. Кроме того, подобие в структуре наблюдаемых фракталов получается не только для разного типа и уровня воздействия на идентичный тип сплава, но и при облучении разных типов сплавов (Fe-Cr, Ni-Cr, НИМОНИК). Было показано, что строение фракталов, полученных при ионном облучении сплава типа НИМОНИК, схоже со строением фракталов, получаемых при ионном и лазерном облучении сплавов системы Fe-Cr.

При высоких уровнях радиационного повреждения структурные элементы в материалах оказываются не только пространственно самоорганизованными, но и могут изменять характер наблюдаемой самоорганизации в зависимости от интенсивности радиационного воздействия. С увеличением интенсивности воздействия, структура

самоорганизации усложняется, и одна форма самоорганизации сменяется следующей. С целью анализа эволюции процесса самоорганизации была получена иерархия самоорганизованных структур для разного числа импульсов лазерного облучения для двух разных металлических сплавов. На низком числе импульсов на поверхности облучённого материала наблюдаются пространственные периодические структуры, которые с увеличением поступающей в систему энергии, перестраиваются в новую самоорганизованную структуру.

Применяя методы мультифрактального формализма для количественного описания однородности, упорядоченности и мультифрактальной размерности процессов самоорганизации [1-3], показано, что при отслеживании изменения комбинации мультифрактальных параметров можно обнаружить точки, в которых элементы самоорганизации перестраиваются, и процесс самоорганизации переходит на следующую фазу своего развития. Этот переход может также характеризоваться изменением физических параметров системы, в частности, изменением поверхностной микротвёрдости. Значения мультифрактальных параметров между этими точками остаются практически неизменными.

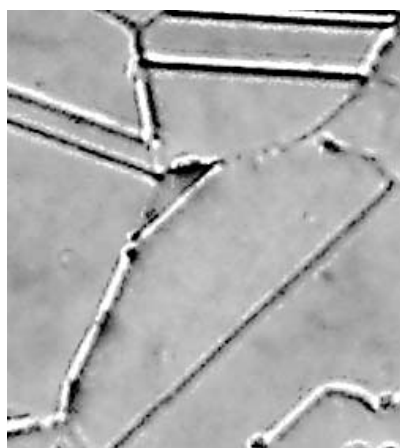
Для моделирования эволюции происходящих при лазерном облучении процессов самоорганизации были использованы представления о фрактальных структурах и основы теории клеточных автоматов. Полученные в результате проведённого эксперимента по набору доз облучения самоорганизованные структуры были кластеризованы между двумя типами самоорганизации. Было показано, что с набором дозы система кластеров начинает осцилировать. Кроме того, при определённых дозах количество кластеров разных типов в системе резко меняется. Изменение кластеров разных типов в зависимости от числа импульсов, а также изменение расположения кластеров определяет эволюционную динамику процесса самоорганизации.

Для более подробного описания эволюции процесса самоорганизации была применена модель работы клеточного автомата на базе правил игры “Жизнь”. Было показано, что в результате работы автомата можно получить изображения близкие по форме к кластеризованным изображениям, полученным в результате реального эксперимента. Кроме того, работа автомата не зависит от начальных условий. Показано, что в полученных после работы клеточного автомата изображениях путём обратной замены кластеров первоначальными фрагментами типовой самоорганизации можно получить двумерное изображение искусственного рельефа поверхности. Применяя подобное обратное преобразование к изображениям, полученным на последующих шагах работы клеточного автомата, можно моделировать рельеф облучённой поверхности без проведения эксперимента.

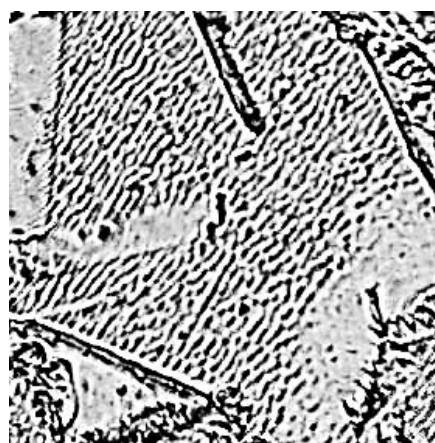
## ЛИТЕРАТУРА

1. Н.В. Куликова, В.С. Хмелевская, В.В. Бондаренко. Компьютерный анализ процессов самоорганизации в металлических материалах // Математическое моделирование. 2006. Т. 18. N1. С. 88.
2. В.С. Хмелевская, Н.В. Куликова, В.В. Бондаренко. Фрактальные структуры в металлических материалах после ионного облучения и лазерного воздействия // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 31. В14. С. 77.
3. Н.В. Куликова, В.С. Хмелевская, В.В. Бондаренко. Метод компьютерного анализа самоорганизованных структур с использованием мультифрактального аппарата // Нелинейный мир, 2007.

## РИСУНКИ

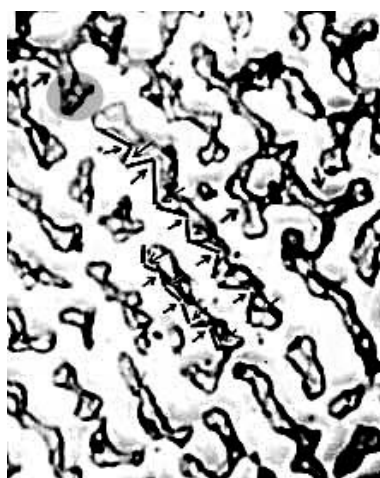


А – необлучённая поверхность



Б – облучённая поверхность

Рис. 1. Пространственно самоорганизованные структуры после ионного облучения на сплаве Fe-Cr (30 кэВ, температура мишени 400°C).



А – 150 импульсов



Б – 200 импульсов

Рис. 2. Пространственно самоорганизованные структуры после лазерного импульсного воздействия на сплаве Fe-Cr.

## НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА ЦЕПОЧКИ СВЯЗАННЫХ ГИРОГЕНЕРАТОРОВ СО ВСТРЕЧНОЙ ВОЛНОЙ

М.В. Белоглазкина

ГОУ ВПО "Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского"

Мощные генераторы хаотических колебаний миллиметрового диапазона длин волн представляют определенный интерес для ряда приложений, в частности, радиолокации, технологических процессов, современных информационно-телекоммуникационных систем передачи и обработки информации с использованием динамического хаоса [1-3]. Одним из важных и перспективных приборов современной электроники больших мощностей является гирогенератор со встречной волной (гирос-ЛВВ), который активно исследуется в последнее время как источник мощного СВЧ излучения (до десятков кВт) в миллиметровом диапазоне длин волн [4-5].

Как показано в работах [5-7], с увеличением параметра неизохронности в гирос-ЛВВ имеет место удвоение периода автомодуляции и реализуется переход к сильно нерегулярным относительно широкополосным хаотическим колебаниям с достаточно однородным сплошным спектром в полосе частот вблизи частоты синхронизма между электромагнитной и электронной волнами. Подобный режим получил название развитого хаоса и наиболее привлекателен для указанных выше приложений. Однако для получения режимов развитого хаоса требуется, чтобы ток электронного пучка значительно превышал стартовое значение (более чем в 5-20 раз в зависимости от параметра неизохронности  $\mu$  электронов-осцилляторов), что достаточно сложно обеспечить на практике [4]. Одной из возможностей снижения величины порога перехода к развитому хаосу является использование цепочки из двух связанных гирогенераторов со встречной волной, когда сигнал с выхода одной из ламп подается на вход второй лампы.

В представленной работе изложены результаты численного исследования динамики цепочки двух связанных генераторов на винтовом электронном пучке со встречной электромагнитной волной (гирос-ЛВВ) и показано, что в подобной системе возможно возникновение различных типов колебательных режимов, включая режимы стационарной и хаотической генерации. Построены карты различных режимов генерации в цепочке связанных гирос-ЛВВ на плоскостях управляющих параметров.

Нелинейная нестационарная динамика цепочки связанных гирос-ЛВВ исследуется с помощью уравнения движения электронов слаборелятивистского винтового пучка и уравнения возбуждения встречной волны электронным потоком, которые в безразмерном виде записываются следующим образом:

$$\frac{d\beta_{1,2}}{d\xi} - j\mu_{1,2}(1 - |\beta_{1,2}|^2)\beta_{1,2} = F_{1,2}, \quad \frac{\partial F_{1,2}}{\partial \tau} - \frac{\partial F_{1,2}}{\partial \xi} = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \beta_{1,2} d\theta_0. \quad (1)$$

Здесь индексы "1" и "2" означают номер элемента цепочки (индекс "1" соответствует ведущей, а индекс "2" – ведомой giro-ЛВВ),  $\beta = r \cdot \exp[j\theta]$  – комплексный радиус траекторий электронов ансамбля, первоначально равномерно распределенных по фазе относительно ВЧ поля,  $F$  – медленно меняющаяся комплексная безразмерная амплитуда поля в сечении пучка,  $\xi$  и  $\tau$  – безразмерные продольная координата и время,  $\mu$  – параметр неизохронности электронов-осцилляторов [6], связанный с релятивистской зависимостью массы электронов от энергии и определяющий меру инерционности системы.

Система уравнений (1) дополняется следующими граничными условиями:

$$F_1(\xi, \tau = 0) = f^0(\xi), \quad \beta(\xi = 0) = \exp(j\theta_0), \quad \theta \in [0, 2\pi], \quad (2)$$

где  $f^0$  – функция, характеризующая начальное распределение поля вдоль пространства взаимодействия giro-ЛВВ, а также следующими граничными условиями, которые описывают однонаправленную связь между элементами цепочки:

$$F_1(\xi = A_1, \tau) = 0, \quad F_2(\xi = A_2, \tau) = RF_1(\xi = 0, \tau), \quad (3)$$

где  $R = re^{j\varphi}$  – комплексный коэффициент связи между giroлампами со встречной волной,  $r$  – амплитуда коэффициента связи,  $\varphi$  – его фаза.

В данной работе рассматривается случай, когда длины пространства взаимодействия ламп фиксированы и составляют  $A_1 = A_2 = 6$ , что соответствует длинам пространства взаимодействия реальных giro-ЛВВ [4]. Фаза коэффициента связи в силу однонаправленности связи не оказывает влияния на динамику связанной системы, поэтому она была также фиксирована и выбрана равной  $\varphi = \pi$ .

Исследование полной картины нелинейной динамики цепочки связанных giro-ЛВВ является весьма сложной и трудоемкой задачей, требующей больших вычислительных затрат. Это связано с тем, что рассматриваемая задача оказывается многопараметрической, требующей рассмотрения различных ситуаций, в зависимости от того, в каком режиме работают отдельные генераторы, составляющие цепочку. В данной работе рассматривается несколько случаев, представляющих наибольший практический интерес:

- Параметры первой лампы фиксированы, и сама лампа находится в режиме периодической автомодуляции выходного сигнала. Исследуем динамику ведомой giro-ЛВВ при изменении параметра неизохронности  $\mu_2$  таким образом, чтобы автономная ведомая лампа последовательно демонстрировала режимы стационарной генерации, периодической и хаотической автомодуляции выходного сигнала.
- Параметр неизохронности  $\mu_1$  первой лампы цепочки связанных giro-ЛВВ меняется таким образом, чтобы ведущий giroгенератор со встречной волной последовательно демонстрировал режимы

стационарной генерации, периодической и хаотической автомодуляции. Параметры второй (ведомой) гиро-ЛВВ фиксированы, и выбраны таким образом, что лампа находится в режимах стационарной генерации, периодической автомодуляции и хаотической автомодуляции, соответственно.

В работе проведено численное исследование нелинейных нестационарных процессов в цепочке однонаправленно связанных гирогенераторов со встречной волной при изменении основных управляющих параметров такой системы (параметров неизохронности ведущей и ведомой гиро-ЛВВ, параметра связи между лампами, составляющими цепочку гироприборов). Выявлена сложная картина перестройки режимов колебаний при изменении управляющих параметров в подобной системе, построены карты режимов, описывающие динамику связанной системы, проанализированы характеристики выходного сигнала цепочки связанных генераторов в различных режимах работы системы. Было получено, что при сравнительно малых токах в рассматриваемой системе возможен режим развитой хаотической генерации. В тоже время в цепочке гиро-ЛВВ возможно подавление автомодуляции и возникновение режима стационарной генерации, что связано с возникновением режимов синхронизации ВЧ колебаний в цепочке.

Работа поддержана РФФИ (грант №~08-02-90002), CRDF (проект REC--006), Президентской программой поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-355.2008.2), а также ФНП "Династия".

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Дмитриев, А.И. Панас "Динамический хаос: новые носители информации для систем связи" М.: Физматлит, 2002.
2. V. Dronov, M.R. Hendrey, T.M. Antonsen, E. Ott // Chaos. 2004. V. 14(1). P. 30.
3. Special Issue on Applications of Nonlinear Dynamics to Electronic and Information Engineering. Proc. IEEE 90(5), 2002.
4. K.L. Felch, B.G. Danly, H.R. Jory, K.E. Kreischer, W. Lawsom, B. Levush, R.J. Temkin // Proceedings IEEE. 1999. V. 87(5). P. 752.
5. G.S. Nusinovich, A.N. Vlasov, T.M. Antonsen // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87(21). P. 218.
6. Д.И. Трубецков, А.П. Четвериков // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2(5). 1994, с.3.
7. А.Ю. Дмитриев, Д.И. Трубецков, А.П. Четвериков // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34(9). С. 595.

## СТРУКТУРА КИЛЬВАТЕРНОГО СЛЕДА ЗА СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОТЕНЦИАЛЬНЫМИ БАРЬЕРАМИ В ОДНОРОДНОМ БОЗЕ-ЭЙНШТЕЙНОВСКОМ КОНДЕНСАТЕ

В.А. Миронов, Л.А. Смирнов

*Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород*

Бозе-эйнштейновский конденсат (БЭК) разреженных газов щелочных металлов представляет собой уникальное состояние материи, в нем квантовые свойства можно наблюдать в макроскопических пространственных масштабах. Этот новый физический объект привлекает к себе все большее и большее внимание. Очень интересными оказались эксперименты с использованием сфокусированных лазерных пучков в качестве "инструмента" воздействия на БЭК [1]. В данной работе рассматриваются процессы возбуждения такими движущимися потенциальными барьерами волн плотности однородном конденсате.

Волновая функция  $\Psi(t; \mathbf{r}) = |\Psi(t; \mathbf{r})| \exp(i\mathcal{G}(t; \mathbf{r}))$  в исходно однородном БЭК в приближении среднего поля удовлетворяет уравнению Гросса-Питаевского, которое в безразмерных переменных имеет следующий вид:

$i \frac{\partial \Psi(t; \mathbf{r})}{\partial t} = \left[ -\frac{1}{2} \Delta +  \Psi(t; \mathbf{r}) ^2 + V_{ext}(t; \mathbf{r}) \right] \Psi(t; \mathbf{r}).$	(1)
--	-----

Здесь координаты  $\mathbf{r}$  и время  $t$  отнормированы соответственно на корреляционный радиус  $r_0 = \hbar (mgn_0)^{-1/2} = (4\pi a n_0)^{-1/2}$  и время его пробега со скоростью звука  $t_0 = r_0 / c_s = \hbar (gn_0)^{-1}$  ( $c_s = (gn_0/m)^{1/2}$  - скорость звука в среде); волновая функция  $\Psi(t; \mathbf{r})$  в свою очередь нормирована на  $\sqrt{n_0}$ , а воздействующий на конденсат внешний потенциал  $V_{ext}(t; \mathbf{r})$  - на  $(gn_0)$ , где  $n_0$  - значение концентрации невозмущенного конденсата,  $g = 4\pi \hbar^2 a / m$  определяется длиной  $s$  - рассеяния атомов друг на друге,  $m$  - масса одного бозона. Длину рассеяния считаем положительной величиной ( $a > 0 \Rightarrow g > 0$ ), что соответствует взаимному отталкиванию между атомами конденсата и устойчивости монохроматической волны относительно автомодуляций. Кроме того, ограничимся двумерной задачей:  $\mathbf{r} = \{x, y\}$ , предположив, что от координаты  $z$  ничего не зависит.

Отметим, что приближение среднего поля позволяет описать свойства системы с помощью набора параметров, имеющих явный физический смысл, т. к. квадрат модуля волновой функции есть концентрация бозонов в конденсированном состоянии:  $n(t; \mathbf{r}) = |\Psi(t; \mathbf{r})|^2$ , а градиенту ее фазы пропорциональна скорости БЭК:  $\mathbf{v}(t; \mathbf{r}) = (\hbar/m) \nabla \mathcal{G}(t; \mathbf{r})$ .



Двумерное уравнение Гросса-Питаевского (1) решалось численно. При этом потенциальный барьер  $V_{ext}(t; \mathbf{r})$  двигался с постоянной скоростью  $v_d$  и имел гауссову форму:

$$V_{ext}(t; \mathbf{r}) = V_{\max} \exp\left[-\frac{2}{\delta^2}((x - v_d t)^2 + y^2)\right]. \quad (2)$$

Если  $V_{\max} \gg 1$ , этот потенциал практически полностью выталкивает конденсат из занимаемой им области и, фактически, представляет непроницаемое для бозе-частиц препятствие. В гидродинамике при рассмотрении задач о движении тела в газе часто вводят, так называемое, число Маха  $M$ , которое равно отношению скорости тела к скорости звука в этой среде. Для нашей задачи  $v_d \equiv M$  тоже является очень важным параметром. В качестве демонстрации результатов численного счета приведены Рис. 1, на которых видны характерные особенности "кильватерного" следа при сверхзвуковом ( $M > 1$ ) движении потенциала в исходно однородном БЭК.

В линейном режиме, когда возмущения концентрации всюду малы:  $n(t; \mathbf{r}) = 1 + \delta n(t; \mathbf{r})$ ,  $|\delta n| \ll 1$ , можно получить уравнение для  $\delta n(t; \mathbf{r})$ :

$$\frac{\partial^2 \delta n}{\partial t^2} - \Delta \delta n + \frac{1}{4} \Delta (\Delta \delta n) = \Delta V_{ext}. \quad (3)$$

Анализ поведения решений (3) для крупномасштабных потенциальных барьеров ( $\delta \gg 1$ ) показывает, что при сверхзвуковом движении за барьером образуется область с углом раствора  $2\beta$  ( $\sin \beta = M^{-1}$ ), внутри которой нет волн. Граница этой области играет роль каустики, и возмущения плотности вблизи нее на больших расстояниях от барьера описываются производной функции Эйри.

Нелинейную динамику оставляемого барьером "кильватерного" следа удобно анализировать в сопровождающей системе координат:  $t = t$ ,  $\zeta = x - Mt$ ,  $y = y$ , переписав исходное уравнение (1) в виде:

$$i \frac{\partial \Psi^\wedge}{\partial t} - i M \frac{\partial \Psi^\wedge}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi^\wedge}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi^\wedge}{\partial y^2} + \left(1 - |\Psi^\wedge|^2\right) \Psi^\wedge = V_{ext}(\zeta, y) \Psi^\wedge, \quad (4)$$

где  $\Psi(t; \mathbf{r}) = \Psi^\wedge(t, \zeta, y) \exp(-it)$ . Как следует из численных экспериментов, при  $M > 1$  в нелинейном режиме за барьером возникают вытянутые (наклонные к оси  $x$ ) структуры [3]. Их появление проще всего пояснить для случая больших чисел Маха  $M \gg 1$ . Будем рассматривать потенциальные барьеры, которые практически полностью выталкивают БЭК и оставляют непосредственно за собой область, где нет конденсата. При этом можно положить, что волновая функция  $\Psi^\wedge$  сразу же за барьером в плоскости  $\zeta = \zeta_0 \approx -\delta$  описывается выражением:

$$\Psi^{\backslash}(\zeta = \zeta_0, y) = \Psi_0^{\backslash}(y) \approx \begin{cases} 0, & |y| \leq d; \\ 1, & |y| > d. \end{cases} \quad (5)$$

где  $2d$  – поперечный размер области, откуда полностью вытеснен конденсат. Для гауссова потенциала (2.8) с полушириной  $\delta$  и амплитудой  $V_{\max}$  ? 1 параметр  $d$  можно определить из условия  $V_d(\zeta = 0, y = d) = 1$ , из которого следует, что:  $d \approx (\ln V_{\max}/2)^{1/2} \delta$ .

В стационарном режиме ( $\partial\Psi^{\backslash}/\partial t = 0$ ) при  $\zeta \leq \zeta_0$ ,  $M \gg 1$  и  $d \gg 1$  имеем следующее приближенное уравнение для волновой функции  $\Psi^{\backslash}(\zeta, y)$ :

$$-i M \frac{\partial \Psi^{\backslash}}{\partial \zeta} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \Psi^{\backslash}}{\partial y^2} + (1 - |\Psi^{\backslash}|^2) \Psi^{\backslash} = 0, \quad (6)$$

Уравнение (6) относится к классу точно интегрируемых задач с помощью метода обратной задачи рассеяния [4]. Из него, в частности, следует, что для “начальных” распределений (5) всегда, начиная с некоторых расстояний, за объектом будут возникать структуры в виде наклонных темных солитонов. Их число  $N$  всегда четное, и они симметрично расположены относительно оси  $y$ , составляя с ней угол  $\alpha \approx \lambda_n/M$ , где  $\lambda_n$  находится из решения характеристического уравнения:  $\cos(2\lambda d) = |\lambda|$ .

Квазисолитонные структуры, начиная с некоторых расстояний, разрушаются с излучением звуковых волн и образованием четного числа вихревых пар. Причина такого поведения связана с подробно проанализированной в [5] неустойчивостью одномерных темных солитонов относительно поперечных модуляций.

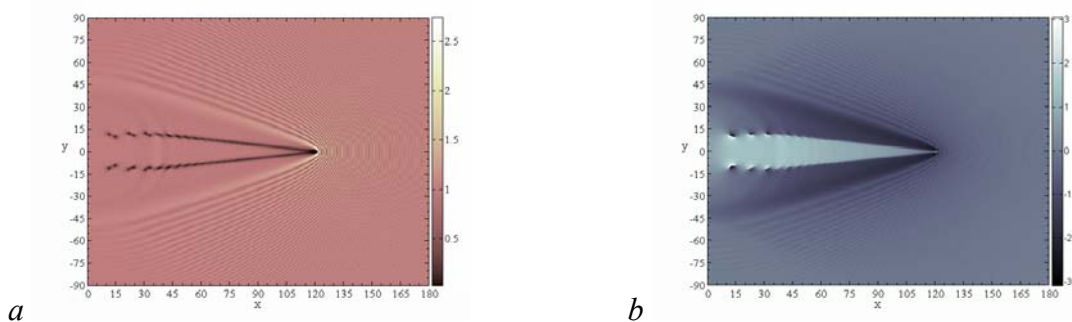


Рис. 1. Распределение плотности конденсата (а) и фазы его волновой функции (б) в кильватерном следе через время  $t = 40$  после начала движения потенциального барьера со скоростью  $M = 3$ .

## ЛИТЕРАТУРА

1. I. Carusott, S.X. Hu, L.A. Collins et al // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97, 260403.
2. G.A. El, A. Gammal, A.M. Kamchatnov // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97, 180405.
3. В.Е. Захаров, А. Б. Шабат // ЖЭТФ. 1973. Т. 64, вып. 5. С.1627.
4. Е.А. Кузнецов, С.К. Турицин // ЖЭТФ. 1988. Т. 94, вып. 8. С. 119.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ ВРЕМЕННЫХ МАСШТАБОВ СВЯЗАННЫХ ГЕНЕРАТОРОВ ХАОТИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

А.А. Короновский, А.А. Овчинников, А.Е. Храмов

*ГОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»*

В последнее время большой интерес у исследователей вызывает вопрос о применении хаотических колебаний для решения задач телекоммуникации. Известно, что системы передачи и обработки информации с использованием хаотических сигналов обладают рядом преимуществ перед традиционными системами, использующими регулярные носители информации [1]. К этим преимуществам, в частности, относятся большая информационная ёмкость подобных сигналов, дополнительная конфиденциальность, обеспечиваемая природой используемых широкополосных хаотических сигналов, простота ввода информационного сигнала и многие другие. Одной из перспективных возможностей применения хаотических сигналов в телекоммуникационных системах является использование явления хаотической синхронизации.

К настоящему моменту предложено значительное количество способов и моделей передачи информации, основывающихся на различных типах хаотической синхронизации, таких как полная, фазовая и обобщённая синхронизации. Для всех вышеперечисленных типов хаотической синхронизации существуют собственные методы диагностики, однако в эксперименте их использование часто оказывается проблематичным, что в первую очередь связано с присутствием шумов и неидентичностью генераторов. В работах [2,3] предложен новый подход к анализу хаотической синхронизации в системах связанных хаотических осцилляторов, названный синхронизацией временных масштабов. Данный метод позволяет рассматривать синхронизацию хаотических колебаний с универсальных позиций. К достоинствам метода следует отнести простоту обработки экспериментальных данных и малую чувствительность к шуму, что предоставляет широкие возможности для использования данного явления в системах связи, основанных на явлении хаотической синхронизации.

В основе метода лежит рассмотрение динамики системы на различных временных масштабах, что позволяет рассматривать различные типы синхронного поведения с единых позиций. Временные масштабы  $s$  и связанные с ними мгновенные фазы  $\varphi_0(t)$  вводятся с помощью непрерывного вейвлетного преобразования:

$$W(s, t_0) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \psi_{s, t_0}^*(t) dt \quad (1)$$

$$\psi_{s, t_0}^* = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi \left( \frac{t - t_0}{s} \right) \quad (2)$$

$$\varphi_s(t) = \arg W(s, t_0) \quad (3)$$

В качестве материнского вейвлета  $\psi_0(t)$  обычно используется Морлет-вейвлет. Динамика системы в каждый момент времени  $t_0$  на каждом временном масштабе  $s$  описывается вейвлетной поверхностью (1). Условием синхронизации является захват фаз, введённых как (3) в некотором диапазоне временных масштабов и положительная величина энергии, приходящаяся на синхронные масштабы:

$$|\varphi_{s_1}(t) - \varphi_{s_2}(t)| < const \quad (4)$$

$$E_{sync} = \int_{s_1}^{s_2} \langle E(s) \rangle ds > 0 \quad (5)$$

Целью настоящей работы является экспериментальное и теоретическое исследование синхронизации временных масштабов в системе двух связанных радиотехнических генераторов хаоса. Генераторы построены по принципиальной схеме, аналогичной приведённой в работах [4,5]. Собственная динамика подобных цепей, как известно, может быть как периодической, так и хаотической. Переключение между данными режимами с лёгкостью осуществляется изменением параметров элементов генераторов. В данной работе параметры элементов были выбраны таким образом, чтобы оба генератора работали в режиме генерации хаотического сигнала.

В эксперименте генераторы связывались однонаправленной диссипативной связью. В связь вводился шум различной интенсивности с распределением, близким к гауссову. В качестве источника шума использовался стабилитрон, работающий в предпробойном режиме. Напряжение р-п перехода подавалось на вход усилителя с коэффициентом усиления, меняющимся в широком пределе, что позволяло получить интенсивности шума от сравнимых с собственными шумами исследуемой системы, до сравнимых с амплитудой исследуемых хаотических колебаний. Временные реализации регистрировались с помощью аналого-цифрового преобразователя, подключаемого к персональному компьютеру, и затем обрабатывались численно.

На основе разработанной схемы в радиотехническом эксперименте была исследована синхронизация временных масштабов в хаотических генераторах, определена мера хаотической синхронизации, исследовано влияние шума на синхронизацию, получена зависимость меры синхронизации от величины связи. Показано, что с увеличением связи мера синхронизации стремится к единице. Показано, что синхронизация временных масштабов устойчива к шумам с интенсивностью, сравнимой с амплитудой хаотических колебаний. Результаты натурального эксперимента сравнивались с результатами численного моделирования, было обнаружено хорошее соответствие полученных результатов.

В заключение следует отметить, что генераторы, построенные по данной схеме, хотя и является удобными объектом исследований, не могут быть использованы в системах связи. Основным недостатком всех схем передачи информации является требование к идентичности параметров используемых генераторов хаотических колебаний. Рассматриваемая схема не обеспечивает полной идентичности генераторов, и даже в случае максимально достижимой на практике идентичности генераторов, система связи, построенная на их основе, будет крайне нестабильной. Практическое применение изучаемого явления потребует разработки генераторов хаотических колебаний, менее чувствительных к небольшим различиям параметров элементов схемы.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проекты 07-02-00044, 08-02-00102), Президентской программы поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ-355.2008.2) и молодых докторов наук (МД-1884.2007.2).

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Дмитриев, А.И. Панас. “Динамический хаос. Новые носители информации”
2. А.Е. Hramov, А.А. Koronovskii // Chaos. 2004. V. 14, No 3. P. 603.
3. А.Е. Hramov, and А.А. Koronovskii // Physica D. 2005. V. 206. P. 252.
4. А.Е. Hramov, А.А. Koronovskii, М.К. Kurovskaya, А.А. Ovchinnikov, and S. // Phys. Rev. E. 2007. V. 76, No 2. P. 026206.
5. N.F. Rulkov // Chaos. 1996. V. 6. P 262.

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ОЦЕНКИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ГЛУБОКОЙ СТИМУЛЯЦИИ МОЗГА

Е.В. Сидак<sup>1</sup>, Д.А. Смирнов<sup>2</sup>, П.А. Тасс<sup>3</sup>, Б.П. Безручко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский государственный университет, Саратов

<sup>2</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН,

<sup>3</sup>Институт нейронауки и биофизики – 3, Исследовательский центр Юлих, Германия

### Введение

Методы нелинейного оценивания взаимодействия между колебательными системами по временным рядам широко используются в различных областях, включая биомедицину и геофизику. В последнее время они все активнее применяются для решения задач нейрофизиологии. В данной работе метод оценки связи между колебательными системами, развитый недавно в рамках нелинейной динамики [1,2], применяется для оценки эффекта глубокой стимуляции мозга при лечении болезни Паркинсона.

Болезнь Паркинсона относится к заболеваниям нервной системы и клинически проявляется в виде нарушения произвольных движений. Одним из признаков данного заболевания является паркинсоновский тремор – произвольные регулярные колебания конечностей с частотой от 3 до 6 Гц. Считается, что причиной тремора является патологически высокая синхронизация нейронов в глубоких структурах мозга – базальных ганглиях и таламусе. В настоящее время для лечения тремора у пациентов, которым не помогают медикаменты, применяется электрическая стимуляция упомянутых структур мозга. Цель стимуляции, основанной на координированной переустановке (CR-стимуляция) [3], заключается в десинхронизации различных групп нейронов.

Однако пока отсутствуют количественные оценки эффекта стимуляции. Наиболее важным для этой цели представляется ответить на вопрос: как сказывается стимуляция на взаимодействии между активностью стимулируемых структур мозга и колебаниями конечностей?

### Экспериментальные данные

В работе проведен количественный анализ взаимодействия активности глубоких структур мозга и колебаний конечностей по сигналам акселерометра, фиксирующего ускорение движения конечности, и записям локальных потенциалов из таламуса или субталамического ядра. Данные получены в Институте нейронауки и биофизики (Юлих, Германия). Сигналы записывались в течение нескольких дней, причем каждый день проводилось один-два сеанса CR-стимуляции.

Ожидалось, что стимуляция должна ослабить взаимодействие (связь) между стимулируемыми структурами мозга и конечностями, что должно вести в итоге и к подавлению патологического тремора. Для оценки этого эффекта рассчитывались характеристики связи процессов во время тремора (в спектре сигнала акселерометра наблюдался пик на частоте от 4-5 Гц) до и после стимуляции. Характеристики рассчитывались во временных окнах

шириной 35 секунд и усреднялись. В итоге оценивалась статистическая значимость отличия средних величин связи до и после стимуляции.

### Используемые характеристики связи

Характеристики связи рассчитывались путем анализа фазовой динамики систем. Фазы сигналов  $(\phi_1, \phi_2)$  вводились путем построения аналитического сигнала с использованием преобразования Гильберта. “Симметричная” характеристика взаимодействия – степень синхронности колебаний – оценивалась с помощью коэффициента фазовой когерентности в зависимости от временного лага  $\Delta$ :

$$\hat{\rho}(\Delta) = \left| \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp^{j(\phi_1(t_n) - \phi_2(t_n + \Delta))} \right| \quad (1)$$

Для оценки силы “направленных” воздействий процессов друг на друга использовался метод моделирования фазовой динамики [1,2], применимость которого для анализа спонтанного тремора была показана в [4]. Модель фазовой динамики строилась по временным рядам в виде фазовых осцилляторов (в варианте с дискретным временем)

$$\phi_i(t + \tau) - \phi_i(t) = F_i(\phi_i(t), \phi_j(t + \Delta), \mathbf{a}_j) + \varepsilon_j(t), \quad i, j = 1, 2, i \neq j, \quad (2)$$

где  $\tau$  – характерный период колебаний,  $\Delta$  – пробное запаздывание,  $\varepsilon_k(t)$  – шумы с нулевым средним,  $F_k$  – тригонометрические многочлены (третьего порядка),  $\mathbf{a}_k$  – векторы их коэффициентов. Оценки коэффициентов  $\hat{\mathbf{a}}_k$  рассчитывались методом наименьших квадратов. Интенсивность воздействия  $i$ -ой системы на  $j$ -ую определяется как “крутизна” зависимости  $F_j$  от  $\phi_i$ :  $\gamma_j \propto \langle (\partial F_j / \partial \phi_i)^2 \rangle$ . Угловые скобки означают усреднение по ансамблю.

### Результаты

Был проведен анализ взаимодействия каждой из конечностей и стимулируемой структуры мозга. Ниже для иллюстрации приведены результаты только для правой и левой руки. Всего были исследованы данные до и после шести интервалов СР стимуляции: 136 35-секундных интервалов тремора до стимуляции и 34 интервала после стимуляции. На рис.1 представлены результаты оценки изменения взаимодействия после стимуляции колебаний правой (контралатеральной, т.е. противоположной относительно исследуемой области мозга) руки и мозга. Рис.1а отражает зависимость разности средних значений коэффициента фазовой когерентности до и после стимуляции от временного лага  $\Delta$ . Показан 95%-ый доверительный интервал: плюс-минус удвоенное стандартное отклонение оценки разности средних. При определенных лагах разность средних больше нуля вместе с этим интервалом, т.е.  $\langle \rho_{before} \rangle > \langle \rho_{after} \rangle$  с доверительной вероятностью 0.95. Аналогичные графики представлены для характеристик направленности связи  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ . Рис.1б показывает, что воздействие мозга на правую руку значимо ослабляется после стимуляции. Воздействия правой

руки на мозг после стимуляции не изменяется (см. рис.1в). Таким образом, статистически значимый эффект стимуляции обнаружен по коэффициенту фазовой когерентности и силе влияния активности стимулируемой структуры мозга на колебания контралатеральной руки.

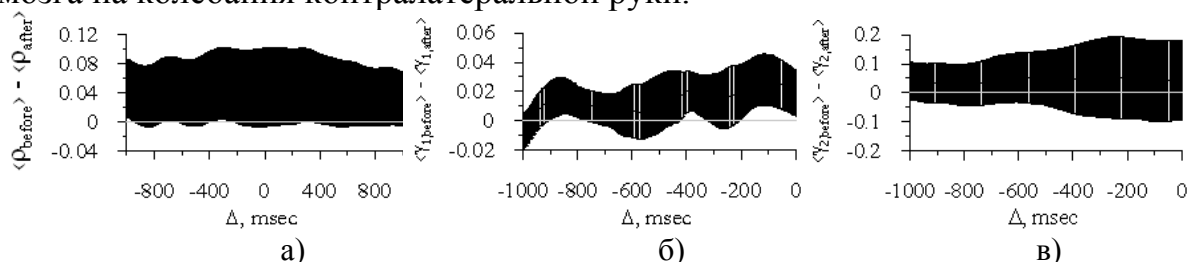


Рис. 1. Разность средних значений характеристик связи до и после стимуляции с 95%-м доверительным интервалом: а) коэффициент фазовой когерентности  $\rho$ ; б) влияние мозга на правую руку  $\gamma_1$ ; в) влияние правой руки на мозг  $\gamma_2$ .

Рис.2 иллюстрирует результаты оценки взаимодействия колебаний левой руки и мозга. После стимуляции значимых изменений ни по одной из характеристик связи не наблюдается.

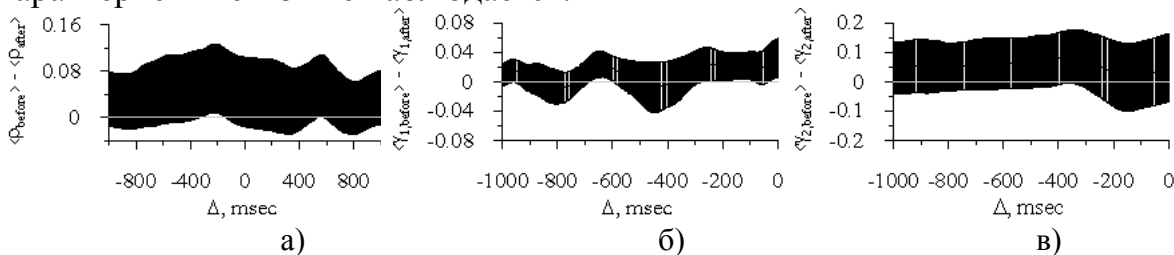


Рис. 2. Разность средних значений характеристик связи до и после стимуляции с 95%-м доверительным интервалом: а) коэффициент фазовой когерентности  $\rho$ ; б) влияние мозга на левую руку  $\gamma_1$ ; в) влияние левой руки на мозг  $\gamma_2$ .

## Выводы

В работе обнаружено статистически значимое уменьшение влияния активности стимулируемой структуры мозга на колебания контралатеральных конечностей. Значимых изменений влияния конечностей на активность мозга не обнаружено. Результаты позволяют предположить, что эффект СР-стимуляции мозга у пациентов с болезнью Паркинсона может быть адекватно количественно охарактеризован в терминах силы связи ритмических процессов в мозге и конечностях. В настоящее время проводится исследование данных от большого числа пациентов для получения более надежной статистики.

Работа поддержана РФФИ (гранты 07-02-00747, 08-02-00081).

## ЛИТЕРАТУРА

1. M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky // Phys. Rev. E. 2001. V. 64, 045202.
2. D.A. Smirnov, V.P. Bezruchko // Phys. Rev. E. 2003. V. 68, 046209.
3. P.A. Tass // Biological Cybernetics. 2003. V. 89. P. 81.
4. Б.П. Безручко, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, Д.А. Смирнов, П.А. Тасс // Успехи физических наук. 2008. Т. 178, № 3. С. 323.



ИТЕРАЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ И ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА  
ДЛЯ ОДНОМЕРНЫХ ХАОТИЧЕСКИХ ОТОБРАЖЕНИЙ  
С РАВНОМЕРНЫМ ИНВАРИАНТНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

В.М. Аникин, С.С. Аркадакский, А.С. Ремизов, Л.П. Василенко  
*Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского*

Одномерные отображения являются простейшими моделями хаотических динамических систем; их эволюцию определяет детерминированная вещественная итеративная функция  $f(x)$ , определенная на некотором подмножестве  $X \subset R$  и переводящая его в себя:

$$x_{n+1} = f(x_n), \quad x_0, \quad x \in X \subset R, \quad (1)$$

Для простоты будем рассматривать в качестве  $X$  единичный отрезок  $[0,1]$ .

Итеративные функции хаотических отображений не являются обратимыми и обладают конечным или бесконечным числом участков монотонности  $N$ , так что

$$f(x) = \sum_{i=1}^N f_i(x) \theta_{a_{i-1}, a_i}(x). \quad (2)$$

Суммирование в (2) ведется по всем участкам монотонности  $[a_{i-1}, a_i]$  итеративной функции, с которыми соотнесены характеристические функции  $\theta_{a_{i-1}, a_i}(x)$ ;  $f_i(x)$  –  $i$ -я «ветвь» итеративной функции. Будем рассматривать только такие отображения, у которых каждый интервал монотонности переводится соответствующей функцией  $f_i(x)$  на весь единичный отрезок (т.н. «отображения с полными ветвями»).

Оператор Перрона-Фробениуса, ассоциированный с отображениями вида (2) с полными ветвями, имеет вид

$$P\rho(x) = \theta_{0,1}(x) \sum_{i=1}^g \left| (f_i^{-1}(x))' \right| \rho(f_i^{-1}(x)), \quad (3)$$

где  $\rho(x)$  – некоторая функция (плотность вероятности), преобразование которой при отображении (1) описывает данный линейный оператор. Отображения с равномерным инвариантным распределением будем в дальнейшем называть «базовыми».

Зададимся вопросом, в каких случаях инвариантная плотность для отображения (2), соответствующая неподвижной точке оператора (3), является равномерной? Чтобы найти ответ, подействуем оператором на равномерное распределение  $\rho(x) = 1 \cdot \theta_{0,1}(x)$  и определим, при каких

условиях результат действия оператора не изменит такое распределение. Нетрудно видеть, что искомое условие имеет вид

$$\sum_{i=1}^g |(f_i^{-1}(x))'| = 1. \quad (5)$$

Соотношение (5) означает, что в случае равномерного инвариантного распределения сумма модулей производных от обратных функций ветвей итерируемой функции должна равняться единице. Заметим, что *кусочно-линейные* отображения с полными ветвями удовлетворяют соотношению (5). Оно же, если мы хотим иметь отображение с равномерной инвариантной плотностью, должно выполняться и для нелинейных.

Наиболее простая ситуация при решении задачи синтеза таких отображений возникает в случае, когда итеративная функция имеет только два интервала монотонности. Тогда, задав вид одной ветви, выражение для второй можно «автоматически» получить из (5). Приведем в качестве примера два нелинейных отображения, обладающих равномерным инвариантным распределением и построенных на основе (5):

$$f(x) = \sqrt{2x} \cdot \theta_{0,1/2}(x) + (1 - \sqrt{2-2x}) \cdot \theta_{1/2,1}(x) \quad (7)$$

$$g(x) = \sqrt{2x} \cdot \theta_{0,1/2}(x) + (1 - \sqrt{2x-1}) \cdot \theta_{1/2,1}(x) \quad (8)$$

Их вид отражают соответственно рис. 1 и 2.

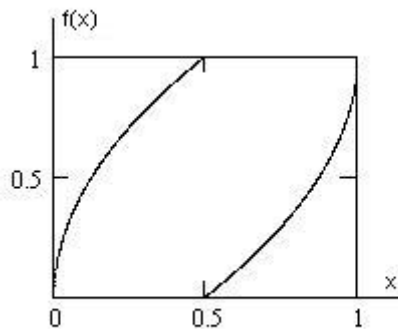


Рис. 1. График функции (7)

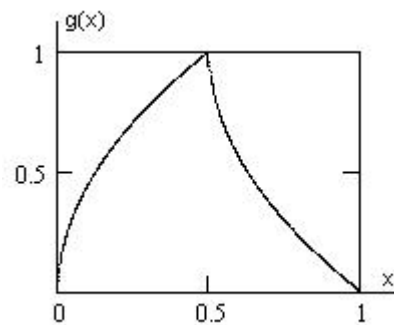


Рис. 2. График функции (8)

Исследуем вопрос о значении показателя Ляпунова базовых хаотических отображений. Показатель Ляпунова хаотического отображения представляется в виде [1,2]:

$$\Lambda = \int_0^1 \tilde{\rho}(x) \ln(|f'(x)|) dx, \quad (11)$$

где  $\tilde{\rho}(x)$  - инвариантная плотность. В случае равномерного распределения с учетом (2) выражение (11) переписывается как

$$\Lambda = \sum_{i=1}^g \int_{a_{i-1}}^{a_i} \ln(|f'_i(x)|) dx \quad (12)$$

Рассмотрим сначала случай, когда отображение имеет всего две монотонные ветви, т.е. когда

$$\Lambda = \int_0^a \ln(|f'_1(x)|) dx + \int_a^1 \ln(|f'_2(x)|) dx. \quad (13)$$

Делая замену переменных в интегралах (13) вида  $\xi = f_{1,2}(x)$  и используя соотношение (5), можно получить

$$\Lambda = -\int_0^1 \ln(V(\xi)^{V(\xi)}) d\xi - \int_0^1 \ln((1-V(\xi))^{1-V(\xi)}) d\xi, \quad (14)$$

где  $0 < V(\xi) < 1$ ,  $V(\xi) = (f_1^{-1}(\xi))'$ . Выясняя наличие экстремумов у функции (14), найдем, что производная  $\frac{\partial \Lambda}{\partial V} = \int_0^1 \ln\left(\frac{1-V}{V}\right) d\xi$  максимальна, когда  $(1-V)/V = 1$ , т.е. при  $V = 1/2$ . А это соответствует случаю кусочно-линейного отображения с показателем Ляпунова  $\Lambda = \ln 2!$

Аналогичный результат имеет место и в случае произвольного конечного количества ветвей отображения, максимальный показатель Ляпунова в этом случае равен  $\Lambda = \ln g$ .

Таким образом, максимальным показателем Ляпунова среди базовых отображений с заданным полным числом ветвей обладают кусочно-линейные отображения, у которых длина всех интервалов монотонности одинакова. Соответственно наибольшим показателем Ляпунова обладают и построенные на их основе сопряженные отображения, для которых показатель Ляпунова является инвариантом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.М. Аникин, А.Ф. Голубенцев "Аналитические модели детерминированного хаоса" М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.
2. А. Лихтенберг, М. Либерман "Регулярная и стохастическая динамика" М.: Мир, 1984.

## ХАОТИЧЕСКАЯ ИНФЛЯЦИЯ

В.В. Дмитриев

Саратовский государственный университет.

С развитием объединенной теории калибровочных полей в физике элементарных частиц и космологии произошла настоящая революция. Одним из предсказаний данной теории является существование классических скалярных полей (подтвердить существование Хиггсовского бозона возможно удастся после запуска ЛНС в этом году). Скалярное поле играет фундаментальную роль в объединенных теориях слабого, сильного и электромагнитного взаимодействий. Кроме того, скалярное поле прекрасно объясняет инфляционную стадию развития вселенной – периода быстрого расширения примерно 14 миллиардов лет назад, перед горячей эрой радиационного доминирования.

Ранее было предложено множество инфляционных моделей, основанных на квантовой гравитации, теории высокотемпературных фазовых переходов со сверхохлаждением, экспоненциальным расширением при распаде ложного вакуума. Однако с появлением сценария хаотической инфляции [1] стало очевидно, что основные принципы инфляции весьма просты, и им не обязательны сверхохлаждение, термодинамическое равновесие и расширение в состоянии ложного вакуума.

Рассмотрим простейшую модель со скалярным полем

$$L = \frac{1}{2} \partial_\nu \phi \partial^\nu \phi - V(\phi) \quad (1)$$

Для сценария хаотической инфляции вполне достаточно, чтобы скалярное поле было существенно больше планковского масштаба  $\phi \geq M_p \sim 10^{19}$  ГэВ, а потенциал  $V(\phi)$  был существенно меньше функции  $\exp\left(\frac{6\phi}{M_p}\right)$ . В частности этому требованию удовлетворяет любой степенной закон

$$V(\phi) = \frac{\lambda \phi^n}{n M_p^{n-4}} \quad (2)$$

$n > 0, 0 < \lambda \ll 1$ .

Уравнения, описывающие хаотическую инфляцию, имеют достаточно простой вид, если считать, что вселенная уже достаточно плоская, чтобы пренебречь слагаемыми с кривизной

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -\frac{\partial V}{\partial \phi} \quad (3)$$

где точка означает производную по времени  $t$ , и  $H$  – зависящий от времени параметр Хаббла

$$H = \sqrt{\frac{8\pi}{3}GV} \quad (4)$$

Уравнение для скалярного поля (3) есть не что иное, как уравнение движения гармонического осциллятора с трением (слагаемое  $3H\dot{\phi}$ ).

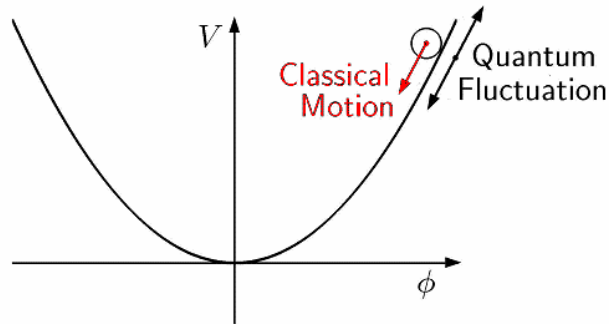


Рис.1. Эволюция скалярного поля при хаотической инфляции.

Эволюцию скалярного поля можно разбить на три области. Если плотность потенциальной энергии поля превышает планковское значение ( $\phi \geq \lambda^{-1/n} M_p$ ) квантовые флуктуации настолько большие, что состояние Вселенной уже нельзя описать в классических терминах. Такая фаза называется пространственно-временной пеной. На меньших энергиях ( $nM_p/12 \leq \phi \leq \lambda^{-1/n} M_p$ ) квантовые флуктуации постепенно ослабевают, и скалярное поле  $\phi$  очень медленно скатывается (уменьшается) подобно шарикю в вязкой жидкости. Это прямо следует из уравнения (4) – если скалярное поле большое, то и постоянная Хаббла (сила трения) также велика, и плотность энергии остается практически постоянной. На этой стадии размер вселенной ведет себя как  $a(t) \sim e^{Ht}$ . Этот период быстрого экспоненциального расширения вселенной называется инфляцией. Когда поле становится достаточно малым ( $\phi \geq nM_p/12$ ), вязкость также уменьшается, инфляция заканчивается, и скалярное поле  $\phi$  начинает осциллировать вблизи минимума, рождая пары элементарных частиц (разогревание вселенной). Взаимодействуя между собой, эти частицы, приходят в термодинамическое равновесие, и с этого момента эволюция может быть описана стандартной теорией горячей вселенной.

Рассмотрим более подробно роль квантовых флуктуаций в инфляционных моделях. В процессе инфляции длины волн квантовых флуктуаций скалярного поля  $\phi$  растут экспоненциально. Однако когда длина волны какой-либо флуктуации достигает  $H^{-1}$  она прекращает осциллировать и ее амплитуда «замораживается» на величине  $\Delta\phi$  (однако длина продолжает экспоненциально расти). Таким образом, дальнейшее

поведение такой «замороженной» флуктуации равносильно поведению классического поля.

Поскольку в вакууме возникают флуктуации всех длин волн, инфляция приводит к непрерывному рождению новых возмущений классического поля с длинами волн  $> H^{-1}$ . Усредненная амплитуда этих возмущений, за характерный интервал времени  $H^{-1}$  равна [2]

$$\Delta\varphi = \frac{H}{2\pi} \quad (5)$$

За характерное время  $H^{-1}$  эффект квантовых флуктуаций эквивалентен случайному Гауссовскому скачку амплитуды скалярного поля относительно нуля со среднеквадратичным отклонением  $\Delta\varphi$ . Суперпозиция этого случайного квантового скачка и классического движения (Рис. 1) и определяет эволюцию системы.

Численные эксперименты, моделирующие случайные вакуумные флуктуации на фоне классического движения во время инфляции для потенциалов вида (2) дают качественно одинаковую картину. Квантовые флуктуации существенны при больших значениях поля, при этом периодические случайные уменьшения амплитуды ведет к заметному ускорению периода инфляции (Рис. 2). А при малых значениях  $\varphi$  квантовые поправки незначительны и движение поля почти классическое.

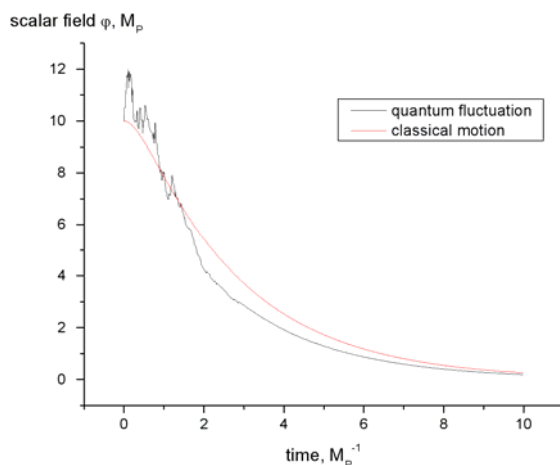


Рис. 2. Эволюция скалярного поля с учетом квантовых флуктуаций.

Подобные квантовые флуктуации скалярных полей ответственны за формирование галактик [3], а также могут приводить к разделению вселенной на экспоненциально большие области с различными свойствами.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A.D. Linde // Phys. Lett. B. 1983. V.129. P. 177.
2. A. Vilenkin and L.H. Ford // Phys. Rev. D. 1982. V. 26. P. 1231.
3. A.A. Starobinsky // Phys. Lett. B. 1982. V.117. P. 175.

## ОПТИМАЛЬНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ЭМПИРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ СВЯЗИ МЕЖДУ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ СИСТЕМАМИ ПО КОРОТКИМ ВРЕМЕННЫМ РЯДАМ

П.И. Наконечный<sup>1</sup>, Д.А. Смирнов<sup>2</sup>, Б.П. Безручко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский Государственный Университет, Саратов

<sup>2</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН, Саратов

**Введение.** Задача выявления связи между колебательными системами и определения ее количественных характеристик по наблюдаемым временным рядам возникает в различных областях. Широко распространенный и подход, позволяющий не только выявить наличие связи, но и определить ее "направленные" характеристики (силы воздействия систем друг на друга), основан на построении прогностических авторегрессионных моделей и называется оценкой "причинности по Грейнджеру" [1].

Обычно используются линейные АР-модели высокой размерности с единичным временным лагом. При исследовании нелинейных процессов может оказаться принципиальным учет нелинейности в модели. В этом случае нет возможности использовать модели высокой размерности, т.к. для получения надежных оценок требуется очень длинный временной ряд. В ситуации короткого временного ряда: от нескольких десятков до сотни характерных периодов колебаний для обеспечения чувствительности метода к наличию связи и избежания ложных выводов становится важным оптимальный выбор таких параметров АР-модели, как размерность (должна быть возможно меньше) и временной лаг. Целью данной работы является поиск таких оптимальных значений при анализе взаимодействия с явно выделенным характерным периодом колебаний на примерах эталонных колебательных систем.

**Метод оценки причинности по Грейнджеру.** По имеющимся временным рядам  $\{x_1(t_1), \dots, x_1(t_N)\}$  и  $\{x_2(t_1), \dots, x_2(t_N)\}$ ,  $t_i = i\Delta t, i = 1, \dots, N$ , строятся АР-модели – "индивидуальные" (1) и "совместные" (2):

$$x_1(t_n) = f_1(x_1(t_{n-l_1}), x_1(t_{n-2l_1}), \dots, x_1(t_{n-d_1l_1}), a_1), \quad (1)$$

$$x_1(t_n) = g_1(x_1(t_{n-l_1}), \dots, x_1(t_{n-d_1l_1}), x_2(t_{n-l_1}), b_1), \quad (2)$$

где  $f_1, g_1$  – многочлены порядка  $K_1 \geq 1$ ,  $a_1, b_1$  – векторы их коэффициентов, которые оцениваются по временному ряду, исходя из требования минимизации среднеквадратичной ошибки прогноза на один шаг вперед,  $d_1$  – размерность (порядок) индивидуальной модели,  $l_1$  – временной лаг. В совместной модели учтено только одно значение  $x_2$ , т.к. мы рассматриваем

только ситуацию "мгновенного" (не инерционного) воздействия.

Если ошибка прогноза модели (2) существенно меньше, чем для модели (1), то это означает, что прогноз первого процесса улучшается при учете состояния второго процесса и является признаком воздействия второго процесса на первый. Статистическая значимость улучшения прогноза определяется с помощью теста Грейнджера-Сарджента (сводится к F-тесту) [3]. Если улучшение прогноза значимо с доверительной вероятностью не менее, например, величины 0.95, то делается вывод о наличии влияния  $2 \rightarrow 1$ . Все аналогично для оценки влияния  $1 \rightarrow 2$ .

**Методика и объекты исследования.** Для каждой пары эталонных систем с однонаправленной связью (влияние  $2 \rightarrow 1$ , см. ниже) мы генерируем ансамбль временных рядов заданной длины. По каждой паре рядов ансамбля проводим оценку причинности по Грейнджеру и оцениваем значимость вывода о наличии влияния в каждую сторону. Подсчитываем количество верных выводов  $M$  (о наличии влияния  $2 \rightarrow 1$  с доверительной вероятностью 0.95) и ошибочных  $L$  (о наличии влияния  $1 \rightarrow 2$ ). Параметры метода следует подобрать так, чтобы выполнялось два условия. 1) Необходимое условие: величина  $L$  не должна превышать заданный уровень значимости (вероятность случайной ошибки), т.е. в описанном случае  $L < 0.05$ . 2) При обязательном выполнении условия 1 величина  $M$  должна быть максимальной (чувствительность метода).

В качестве эталонных систем с выраженным характерным периодом колебаний использовались следующие три варианта возрастающей сложности: линейные процессы авторегрессии второго порядка

$$\begin{aligned} x(t_n) &= 2 \cos(2\pi/T) \exp(-1/\tau)x(t_{n-1}) - \exp(-1/\tau)x(t_{n-2}) + \xi_1 + ky(t_{n-1}), \\ y(t_n) &= 2 \cos(2\pi/T) \exp(-1/\tau)y(t_{n-1}) - \exp(-1/\tau)y(t_{n-2}) + \xi_2, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $T, \tau$  – период и время затухания колебаний,  $\xi$  – белые шумы; линейные стохастические осцилляторы

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\gamma_1 \dot{x} + \omega_1^2 x &= \xi_1 + ky, \\ \ddot{y} + 2\gamma_2 \dot{y} + \omega_2^2 y &= \xi_2, \end{aligned} \quad (4)$$

осцилляторы Ван-дер-Поля

$$\begin{aligned} \dot{x} - (1 - x^2)\dot{x} + \omega_1 x &= ky + \xi_1, \\ \dot{y} - (2 - y^2)\dot{y} + \omega_2 y &= \xi_2. \end{aligned} \quad (5)$$

Во всех примерах используется линейная однонаправленная связь. Для различных параметров исходных систем генерировался ансамбль из 100 временных рядов. Ряды были получены методом Эйлера с шагом интегрирования 0.01 (системы (4) и (5)) или итерированием разностных уравнений (система (3)). Каждый ряд содержал 100 характерных периодов колебаний системы. Интервал выборки  $\Delta t$  обеспечивал 50 точек на характерном периоде.



**Результаты.** На рис. 1 представлены графики зависимости  $M$  и  $L$  от временного лага при фиксированной размерности равной 2 для систем (3) и (5). По указанным выше критериям во всех случаях достаточно хорош выбор лага примерно равный  $l^* 0.9-1$  характерного периода колебаний.

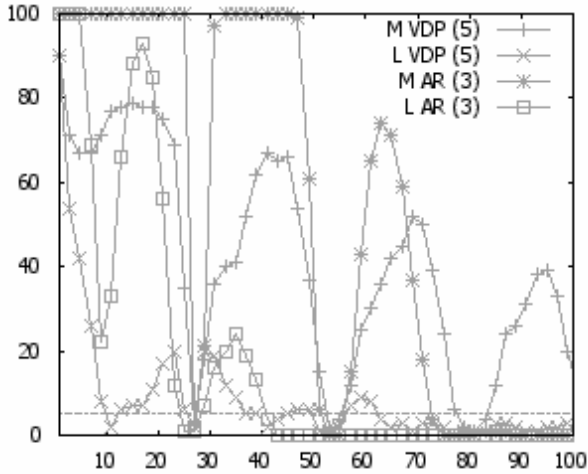


Рис. 1

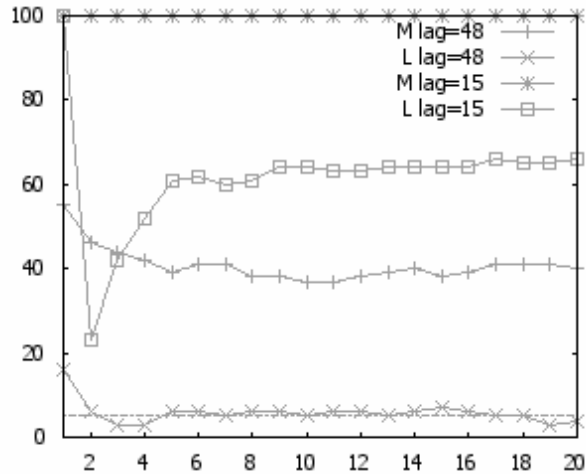


Рис. 2

На рис. 2 представлены те же характеристики в зависимости от размерности при двух вариантах выбора лага. Как видно, выбор лага  $l_1 \approx l^*$  дает высокую чувствительность метода при малых значениях размерности и ситуация достаточно груба, т.е. не ухудшается с ростом размерности.

При других значениях  $l_1$  (в частности – треть характерного периода колебаний) и малой размерности остается значительное число ошибочных выводов  $L$ . Их, как правило (хотя и не всегда), можно устранить при контроле автокорреляционной функции остаточных ошибок модели [3]. Но при этом очень мало оказывается и число верных выводов  $M$ . Причем это не исправляется и традиционным увеличением размерности модели.

Представленные на рис. 1 и 2 результаты качественно воспроизводятся при наличии значительного шума наблюдений (дисперсия примерно равна дисперсии исходных незашумленных сигналов). Отметим, что в последнем случае типичным результатом является ошибочный вывод о двунаправленной связи при использовании единичного лага, что не устраняется увеличением размерности.

**Выводы.** Таким образом, в работе на эталонных примерах найдены параметры АР-моделей, обеспечивающие наибольшую чувствительность метода оценки причинности по Грейнджеру в случае систем с выраженным характерным периодом колебаний. Показано, что следует выбирать размерность индивидуальной модели из диапазона 2-4 и временной лаг из диапазона 0.9-1 характерного периода.

Работа выполнена при поддержке РФФИ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. K. Hlavackova-Schindler et al. // Physics Reports. 2007. V. 441. P. 1.



## ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ВОГНУТЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ КРУГОВОГО ПРОФИЛЯ. ПРИЛОЖЕНИЕ ДЛЯ ГИБРИДНЫХ ЗЕРКАЛЬНЫХ АНТЕНН

О.П. Пономарев

*Балтийская государственная академия рыбопромыслового флота*

Достижения прикладной науки в области вычислительного эксперимента, методов обработки измерительной информации определили новую парадигму антенных систем (АС). Она заключается в расширении спектра задач и функций АС при достижении ими предельных электрических характеристик и массогабаритных ограничениях. Получили развитие нейросетевые и генетические алгоритмы синтеза фазированных антенных решеток (ФАР) и гибридных зеркальных антенн (ГЗА), численные анализ и синтез АС на основе модификаций конечно-разностных методов теории дифракции и рассеяния, техника вейвлетов и другие методы.

При решении задач анализа, синтеза и граничных задач теории антенн необходимо учитывать тот факт, что «всякая физическая теория имеет своей целью получение такой картины явления, которая воспроизводила бы количественно и качественно все существенные его черты» [1]. Данная цель достигается в том случае, если полученные решения волновых уравнений относительно неизвестных напряженностей электрических и магнитных полей или соответствующих плотностей токов, имеют аналитический вид, удобный для его физической интерпретации. С этой точки зрения наглядны решения, получаемые волновым методом, методом Бромвича, Фока в сочетании с асимптотическими разложениями геометрической теории дифракции (ГТД).

Гибридные зеркальные антенны сочетают в себе преимущества зеркальных антенн по коэффициенту усиления (КУ) и возможности электронного управления амплитудно-фазовым распределением (АФР) поля на раскрыве, свойственного ФАР [2]. Предельно достижимые электрические характеристики ГЗА на основе зеркал с параболическим профилем достигаются процедурами оптимизации геометрических характеристик антенной системы. Интерес к дифракции электромагнитных волн на полусферическом зеркале связан с возможностью построения многолучевых антенных систем, в том числе со сканированием диаграммой направленности в широком секторе углов без перемещения главного зеркала [3].

Традиционные методы решения задачи дифракции на вогнутой поверхности идеально-проводящей сферической поверхности рассматривают одну область фокусировки поля – фокальное пятно в окрестности параксиального фокуса  $ka/2$  ( $a$  - радиус полусферического

отражателя,  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число). Эффективным инструментом решения задачи является метод интегральных уравнений с его модификациями: методом моментов, конечных элементов, неортогональных рядов, сингулярных интегральных уравнений, сумматорных уравнений. Однако, при сведении интегрального уравнения относительно тока, возбуждаемого на поверхности тела, к системе линейных алгебраических уравнений, размерность системы резко возрастает для больших значений  $ka$ , что сопряжено с большим объемом вычислительных процедур, потерей физической интерпретации промежуточных результатов, возможным нарушением сходимости и устойчивости решений.

В то же время известно, что дифракция на вогнутых телах вращения дает ряд эффектов, которые до настоящего времени не нашли широкого применения для улучшения электрических характеристик ГЗА на основе зеркал с круговым профилем. Это многократные отражения, эффект «шепчущей галереи», особые точки поля во внутренней области зеркала (каустические поверхности). Данные эффекты ярко проявляются при расположении источника поля вблизи вогнутой стенки зеркала с направлением излучения вдоль него.

В [3, 4] предложен математический аппарат решения уравнений Максвелла в сферической системе координат на основе комбинирования метода Фурье, ГТД с использованием группы вращений, для улучшения электрических характеристик ГЗА на основе полусферического зеркала. Получены выражения для компонент поля в виде рядов по ортогональным системам цилиндрических и сферических функций, решена частная задача дифракции электромагнитных волн на идеально-проводящем полусферическом отражателе. Теоретически и экспериментально исследованы дифракционные свойства идеально проводящего полусферического зеркала в диапазоне электрических радиусов  $ka = 20...150$ . Наряду с основным максимумом фокусировки поля в окрестности параксиального фокуса выявлен дополнительный максимум фокусировки поля вблизи отражающей поверхности. На основании частного решения дифракционных задач на идеально проводящих телах с круговым профилем разработан метод коррекции сферической аберрации за счет возбуждения краевых областей раскрыва поверхностными электромагнитными волнами.

Решены задачи возбуждения идеально проводящего полусферического отражателя и кругового цилиндра с бесконечной длиной образующей токовыми точечными источниками поля. Получены выражения для функции Грина задачи, найдены поля волн вычетов, лучей геометрической оптики, особенности поведения поля вблизи каустик лучей. По результатам решения данных задач предъявлены требования к системе

возбуждения раскрыва полусферического отражателя по форме диаграммы направленности (ДН) облучателя, его геометрическим характеристикам.

Предложены конструкции системы возбуждения сферической зеркальной антенны в виде объемных интегральных схем СВЧ. Проведены автоматизированные измерения суммарно-разностных ДН сферической антенны с электрическим радиусом  $ka = 150$ , реализующей фазовый метод пеленгации объектов. Теоретические результаты позволили разработать конструкции моноимпульсных облучателей с поляризационной селекцией сигналов, методику измерения поляризационных характеристик принимаемого излучения. На экспериментальном образце сферической зеркальной антенны с диаметром раскрыва 31 см и комбинированной системой возбуждения на длине волны 3 см получена суммарная ДН с уровнем бокового излучения не более -36 дБ при увеличении КУ по сравнению с прототипом на 10-12%.

В [5] обоснован метод полной коррекции сферической аберрации путем дефрагментации круглого раскрыва на кольца с индивидуальным возбуждением. Данная конструкция получила название сферической дифракционной антенной решетки (СДАР), состоящей из  $n$  – соосных полусферических зеркал с общим раскрывом и  $4 \cdot n$  дискретных излучателей. Получены аналитические выражения для ползущих волн и лучевого поля в дифракционных элементах, экспериментальные результаты измерения АФР поля во внутренней области дифракционных элементов СДАР, ДН в дальней зоне, Это позволяет сделать вывод о перспективе использования СДАР в качестве многофункциональных ГЗА радиолокационных станций обнаружения и сопровождения объектов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Фок "Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн" М.: Сов. радио, 1970.
2. В.И. Классен, Б.Е. Кинбер, А.В. Шишлов, А.К. Тоболев. Гибридные и полифокальные антенны. Обзор // В сб. «Антенны» / Под ред. А.А. Пистолькорса, - М.: Радио и связь, 1987. – Вып. 34. С. 3.
3. О.П. Пономарев. Решение уравнений Максвелла в сферической системе координат с использованием группы вращений. Приложение для сферических зеркальных антенн // Радиотехника. 2006. № 4. С. 77.
4. О.П. Пономарев, И.А. Ветров. Моделирование дифракционных свойств полусферического отражателя для антенных систем фазометрических РЛС // Радиотехника. 2007. № 2. С. 87.
5. О.П. Пономарев, Н.Н. Смирнов. Автоматизация измерений электрических характеристик антенных систем // Автоматизация и современные технологии. 2008. №4. С. 14.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАССЕЯНИЯ ШИРОКОПОЛОСНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИМПУЛЬСА НА ТЕЛАХ С ЧАСТОТНОЙ ДИСПЕРСИЕЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ

В.Н. Корниенко  
ИРЭ РАН г. Москва

В настоящее время в задачах радиолокации большое внимание уделяется использованию коротких зондирующих импульсов наносекундной длительности. Такие сигналы позволяют, при относительно простой процедуре обработки, обеспечить значительную разрешающую способность радиолокационных устройств по дальности. В связи с тем, что короткие сигналы обладают достаточно широким спектром, возникает необходимость в изучении характера электромагнитного поля, рассеянного телами, комплексная диэлектрическая проницаемость  $\hat{\epsilon}$  которых имеет частотную дисперсию. Работа посвящена созданию численной модели, которая способна описывать такие процессы.

Рассмотрим прямоугольную область свободного пространства, содержащую набор тел со сложной границей. Предположим, что зависимость  $\hat{\epsilon}$  от частоты известна. Пусть в направлении положительных значений координат оси  $x$  распространяется короткий импульс микроволнового излучения с плоским фронтом. Временная форма зондирующего импульса считается заданной. В этих условиях необходимо определить динамику рассеянного электромагнитного поля.

Для описания нестационарной динамики поля воспользуемся системой уравнений Максвелла в пространственно-временном представлении:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \vec{E} \quad (1), \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = c \operatorname{rot} \vec{H} - 4\pi \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} \quad (2)$$

где  $\vec{E}$ ,  $\vec{H}$  - напряженность электрического и магнитного поля соответственно,  $\vec{B}$  - индукция магнитного поля. Предположим, что магнитная проницаемость среды с хорошей точностью равна единице, поэтому  $\vec{B} = \vec{H}$ .

В (1,2) учтена связь между векторами электрической индукции  $\vec{D}$ , напряженности электрического поля и поляризации среды (дипольным моментом единицы объема)  $\vec{P}$ :

$$\vec{D} = \vec{E} + 4\pi \vec{P} \quad (3)$$

Для вычисления  $\vec{P}$  будем использовать осцилляторную микроскопическую модель среды [1], т.е. дипольный момент будет

определяться отклонениями зарядов-осцилляторов от положения равновесия под действием внешней силы, а именно:

$$\vec{P} = Ne\vec{r} \quad (4)$$

где  $N$  - количество электронов в единице объема вещества.

Уравнение движения одного осциллятора с учетом потерь имеет вид

$$\ddot{\vec{r}} + \frac{k}{m}\vec{r} + \frac{2\delta}{m}\dot{\vec{r}} = \frac{e}{m}\vec{E} \quad (5)$$

где  $k$  - эффективная жесткость,  $\delta$  - коэффициент затухания,  $m$ ,  $e$  - масса и заряд электрона.

Совместное решение (1,2,4,5) дает возможность определить динамику поля с учетом дисперсии  $\hat{\varepsilon}$  объектов, входящих в рассматриваемую систему.

Решение полученной системы уравнений будем проводить численно. Частные производные в уравнениях электромагнитного поля аппроксимируем конечными разностями [2]. Для удобства моделирования открытых (с точки зрения излучения) границ области удобно дополнить (2) членом, содержащим ток проводимости. Тогда на границах области построения решения можно будет ввести неоднородный поглощающий слой, характеристики которого обеспечат практически полное отсутствие отражений электромагнитных волн от границ.

Для моделирования осцилляторов среды используем метод макрочастиц [3]. Каждая ячейка пространственных сеток, введенных для электрических полей, содержит одну частицу, движение которой определяется уравнением (5).

Величина  $\frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ , входящая в (2), определяется скоростью

осцилляторов в текущий момент времени:

$$\left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_{x,(i,j)}^{l+\frac{1}{2}} = Ne v_{x,(i,j)}^{l+\frac{1}{2}}, \quad \left(\frac{\partial P}{\partial t}\right)_{y,(i,j)}^{l+\frac{1}{2}} = Ne v_{y,(i,j)}^{l+\frac{1}{2}}$$

где  $(i,j)$  - координаты узла сетки.

Для численного интегрирования уравнения (5) удобно использовать схему "с перешагиванием":

$$r_{l,(i,j)}^{l+1} = r_{l,(i,j)}^l + \Delta t v_{l,(i,j)}^{l+\frac{1}{2}}$$

$$v_{l,(i,j)}^{l+\frac{3}{2}} = \frac{(1 - \delta \Delta t / m) v_{l,(i,j)}^{l+\frac{1}{2}} - k \Delta t / m r_{l,(i,j)}^{l+\frac{1}{2}} + e \Delta t / m E_{l,(i,j)}^{l+\frac{1}{2}}}{1 + \delta \Delta t / m}$$

Для проведения тестирования предложенной численной модели была рассмотрена задача рассеяния плоской монохроматической волны на

диэлектрическом цилиндре, которая может быть решена аналитически [4]. Были выбраны параметры осцилляторов, обеспечивающие частотную зависимость  $\hat{\varepsilon}$ , свойственную воде [5].

На рис.1. показано угловое распределение амплитуды рассеянного магнитного поля для случая, когда электрическая компонента падающей волны (частота 1 ГГц) перпендикулярна оси цилиндра, его радиус равен 0.5 см,  $\text{Re}(\hat{\varepsilon}) = 80$ . Две кривые зависимостей, соответствующие расчетной и полученной аналитически, практически совпадают.

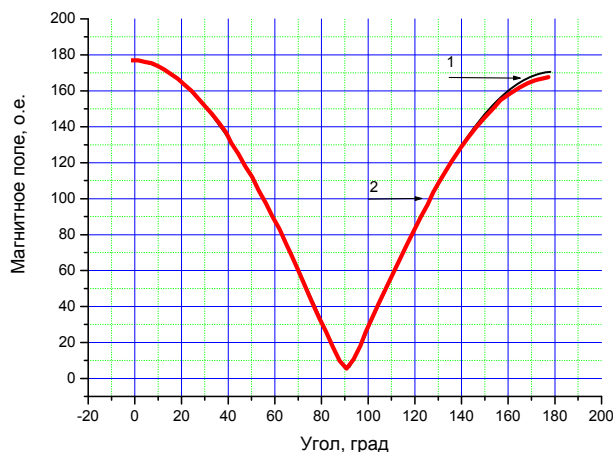


Рис.1. Угловые распределения амплитуды рассеянного поля (магнитная компонента), полученные в результате расчета (1) и аналитически (2).

Таким образом, предложенная численная модель может быть, в частности, использована для получения импульсных характеристик рассеивателей, диэлектрические свойства которых обладают частотной дисперсией.

Работа выполнена в рамках программы "Проблемы радиофизики" (проект 2.5)

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М.М. Бредов, В.В. Румянцев, И.Н. Топтыгин "Классическая электродинамика: Учебное пособие" / Под ред. И.Н. Топтыгина. – М.: Наука. гл. ред. физ.-мат. лит., 1985. – 400 с.
2. "Вычислительные методы в физике. Управляемый термоядерный синтез" / Под ред. Дж. Киллина. - М.: "Мир", 1980. - 479 с.
3. Р. Хокни, Дж. Иствуд "Численное моделирование методом частиц" М.: "Мир", 1987. - 640 с.
4. В.В. Никольский, Т.И. Никольская "Электродинамика и распространение радиоволн: Учебное пособие" М: "Наука" гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. - 544 с.
5. Д.М. Высоковский // УФН.1952. Т. XLVII. Вып. 3. С. 398.



## ФОРМИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСА СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ АНСАМБЛЯ ДИПОЛЕЙ-РОТАТОРОВ В МИКРОВОЛНОВОМ РЕЗОНАТОРЕ

В.Н. Корниенко<sup>1</sup>, Е.С.Тевилин<sup>2</sup>

1. ИРЭ РАН г. Москва

2. МГТУ им.Баумана, г. Москва

Впервые возможность когерентного спонтанного излучения (сверхизлучения) в активных средах была показана в работе [1]. Долгое время считалось, что данный эффект проявляется только в квантовых системах. В работе [2] был рассмотрен ансамбль классических нелинейных осцилляторов, взаимодействующих через собственное поле излучения. Было показано, что из-за наличия зависимости частоты излучения каждого осциллятора от амплитуды его колебаний, в ансамбле возникает радиационная неустойчивость. В результате формируется импульс когерентного излучения, характеристики которого совпадают с характеристиками импульса сверхизлучения квантовой системы. Экспериментально эффект был обнаружен в случае, когда в качестве активной среды был использован поливинтовой поток релятивистских электронов, транспортируемый в круглом гладком волноводе при наличии продольного ведущего магнитного поля [3]. В статье [4] на основании результатов проведенного вычислительного эксперимента был сделан вывод о том, что сверхизлучение возможно также в ансамбле классических диполей-ротаторов, занимающих в свободном пространстве область, линейные размеры которой много меньше характерной длины волны, и взаимодействующих через собственное поле излучения. Элемент ансамбля представляет собой две сосредоточенные массы, соединенные абсолютно жестким стержнем заданной длины. На концах стержня располагаются электрические заряды, равные по величине и противоположные по знаку.

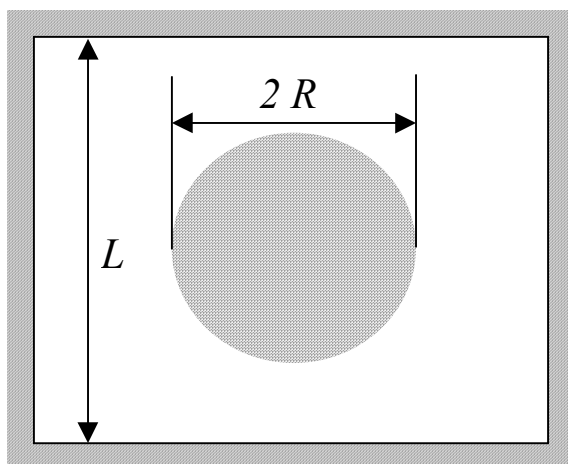


Рис. 1. Расположение пятна диполей-ротаторов внутри резонатора.

Целью данной работы было выяснение возможности проявления эффекта сверхизлучения в группе диполей-ротаторов, которая находится в микроволновом резонаторе.

Рассмотрим прямоугольную область пространства, ограниченную идеально проводящими стенками (рис.1.). В центре области находится активная среда, состоящая из диполей-ротаторов, которые с равномерной плотностью заполняют круг

радиуса  $R$ . Предполагается, что в начальный момент времени  $t_0$  электромагнитное поле в резонаторе отсутствует, ротаторы имеют одинаковые угловые скорости и равномерно распределены по фазе вращения.

Для описания динамики рассматриваемой системы необходимо провести совместное решение уравнений поля в пространственно-временном представлении и уравнений движения частиц, составляющих активную среду:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \vec{E} \quad (1), \quad \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = c \operatorname{rot} \vec{H} - 4\pi \frac{\vec{j}}{c} \quad (2)$$

$$\frac{d^2 \vec{X}_i}{dt^2} = \frac{\vec{F}_{1,i} + \vec{F}_{2,i}}{2m} \quad (3),$$

$$\frac{d^2 \varphi_i}{dt^2} = \frac{1}{ml} \left[ (F_{x,2,i} - F_{x,1,i}) \sin \varphi_i + (F_{y,1,i} - F_{y,2,i}) \cos \varphi_i \right] \quad (4)$$

где  $\vec{E}, \vec{H}$  - напряженность электрического и магнитного поля соответственно;  $\vec{j}$  - плотность тока, определяемая по положению и скорости движения всех входящих в систему зарядов;  $\vec{X}_i, \varphi_i$  - координата центра масс и текущее значение фазы вращения  $i$ -й частицы;  $m, l$  - значение сосредоточенной массы и длина стержня;  $\vec{F}_{1,i}, \vec{F}_{2,i}$  - силы, действующие на первую и вторую массы  $i$ -й частицы.

Решение (1)-(4) проводилось при помощи численных методов. Был использован метод конечных разностей для аппроксимации частных производных в уравнениях электромагнитного поля и метод крупных частиц для моделирования движения ротаторов.

Для описания характера излучения ансамбля диполей-ротаторов нами была выбрана зависимость его кинетической энергии от времени. Степень фазовой группировки ансамбля определялась по поведению амплитуд фурье-гармоник распределения фаз вращения ротаторов.

Был рассмотрен случай, когда начальная частота вращения частиц соответствовала частоте моды  $H_{02}$  плоского резонатора, а линейные размеры области, занятой активной средой, составляли половину длины волны излучения.

На рис.2. приведены характерные временные зависимости кинетической энергии (кривая 1) и амплитуд четных фурье-гармоник (кривые 2 и 3). Время формирования импульса может быть определено по положению глобального минимума кривой 1, а эффективность

энергообмена - по его глубине. Как следует из представленных результатов, для выбранных параметров она не превышает 3%.

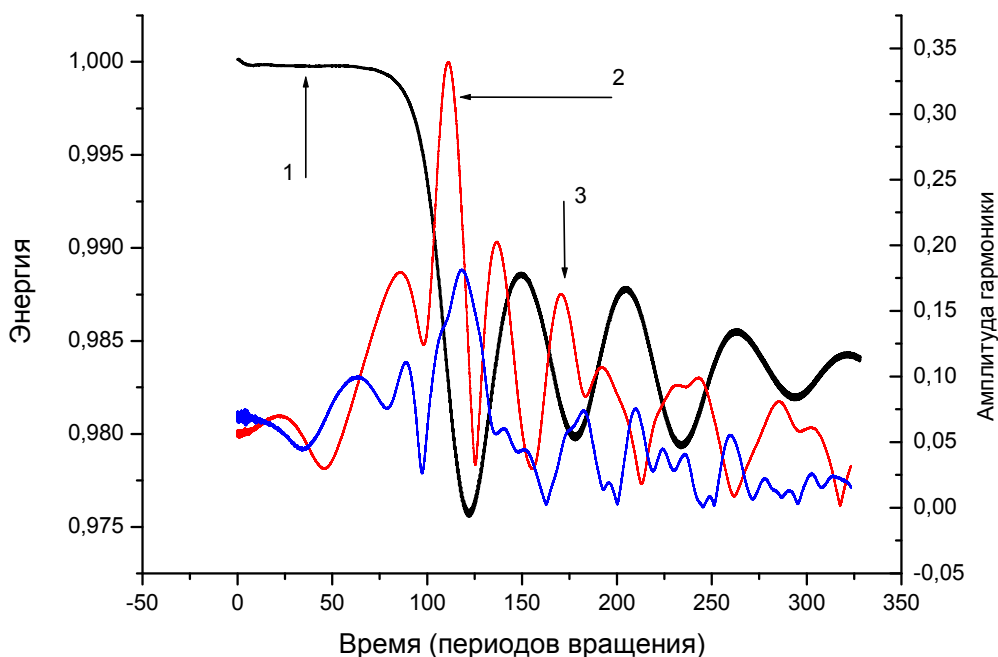


Рис. 2. Зависимости энергии вращения (1), второй (2) и четвертой (3) фурье-гармоник распределения ротаторов по фазам вращения от времени.

Совпадение положений по времени максимумов четных фурье-гармоник с минимумом кинетической энергии свидетельствует о том, что в ансамбле в момент наиболее эффективного излучения образуются два противофазных сгустка. Анализ пространственного распределения фаз вращения ротаторов показал, что образование двух сгустков вызвано значительными размерами области, занимаемой ансамблем.

Таким образом, проведенные вычислительные эксперименты показали, что в рассматриваемой системе с течением времени формируется импульс сверхизлучения, характеристики которого зависят как от свойств ротаторов, входящих в систему, так и от размеров занимаемой активной средой области.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. R.H. Dicke // Phys.Rev. 1954. V. 93. P. 99.
2. В.И. Канавец, А.Ю. Стабинис // Вестник Московского Университета. 1973. № 2. С. 186.
3. Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова и др.// Письма в ЖЭТФ. 1996. Т. 63. Вып. 5. С. 322.
4. В.Н. Корниенко, В.А. Черепенин // Радиотехника. 2000. № 1. С. 24.

## ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ЭНЕРГИИ МИКРОВОЛН ДЛЯ СОЛНЕЧНОЙ КОСМИЧЕСКОЙ ЭНЕРГЕТИКИ

М.А. Магтесян, Г.М. Казарян, В.Л. Саввин

*Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова, кафедра радиофизики*

Проблемы роста общего энергопотребления и энергетической безопасности, выброса промышленных отходов в атмосферу и глобальных изменений климата вызывают необходимость поиска новых экологически чистых источников энергии. Среди них - космические энергосистемы, транслирующих энергию солнечного излучения наземным потребителям с помощью направленного микроволнового луча. В последние годы эта идея получила новое развитие в связи с проектами низкоорбитальных солнечных космических электростанций с мощностью 10-100 МВт [1].

Для приема микроволн и преобразования их энергии в энергию электрического тока предполагается использовать ректенны, содержащие дипольные антенны и полупроводниковые диоды Шоттки. Ректенны продемонстрировали высокий КПД на этапе лабораторных испытаний, однако соединение маломощных и низковольтных ректенн в последовательно-параллельные цепи в энергетических системах неизбежно скажется на надежности и стабильности их работы.

Альтернативой ректеннам могут стать циклотронные преобразователи энергии (ЦПЭ), заметно превосходящие их по удельной мощности, величине выходного напряжения, устойчивости к электромагнитным и радиационным воздействиям и перегрузкам. Принцип действия ЦПЭ основан на ускорении электронного потока микроволновым полем в резонаторе, преобразовании энергии вращения электронов в энергию их поступательного движения в области расширения магнитного поля и рекуперации энергии ускоренного потока в коллекторе. На опытных образцах ЦПЭ с мощностью 10 кВт получен КПД более 70%. В данной работе изучается возможность использования в ЦПЭ трубчатых

электронных пучков для увеличения тока в нагрузке и снижения выходного сопротивления преобразователя.

Изучена динамика электронов в области с осесимметричным расширяющимся магнитным полем, где энергии циклотронного вращения электронов трансформируется в энергию их продольного движения. Показано, что это сопровождается периодическими ускорениями и торможениями электронов в продольном направлении вследствие изменения направления радиальных компонент магнитных сил, действующих на электроны, ось вращения которых смещена относительно оси симметрии расходящегося магнитного поля. Коэффициент преобразования  $Eff = (v_z^2 - v_{z0}^2)(v_{x0}^2 + v_{y0}^2)^{-1}$ , где  $v_z$  и  $v_{z0}$  - конечная и начальная продольные скорости электронов, а  $v_{x0}$  и  $v_{y0}$  - их начальные поперечные скорости, испытывает глубокие колебания в связи со знакопеременным действием магнитного поля (см. рис. 1).

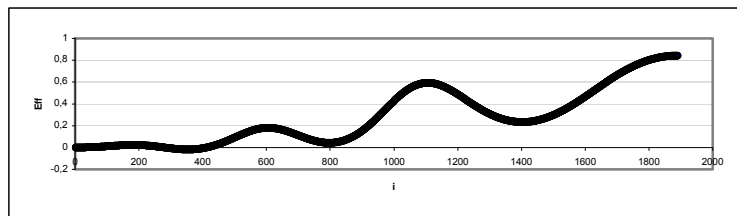


Рис. 1. Изменение эффективности преобразования энергии трубчатого пучка в осесимметричном расходящемся магнитном поле.

Тем не менее, эффективность преобразования может достигать 80%.

Для реализации монотонного процесса преобразования предложено использовать другое распределение магнитного поля, расходящееся относительно цилиндрической поверхности  $r = r_0$  (см. рис.2).

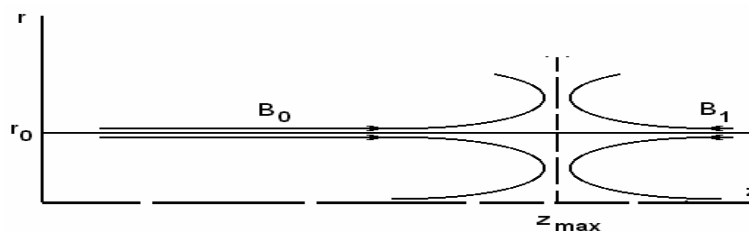


Рис. 2. Магнитное поле, расходящееся относительно цилиндрической

Изучение динамики трубчатого пучка в таком поле показало возможность монотонного увеличения продольной скорости электронов без глубоких осцилляций эффективности преобразования (см. рис. 3).

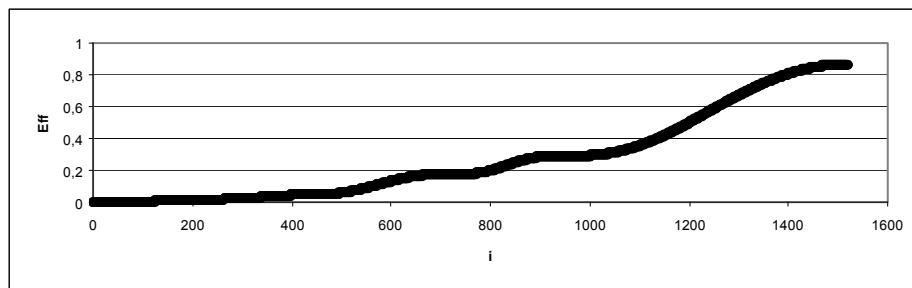


Рис. 3. Изменение эффективности преобразования в магнитном поле, расходящемся относительно цилиндрической поверхности  $r = r_0$ .

Несмотря на то, что осцилляции темпа роста энергии продольного движения пучка сохранились, монотонный характер процесса может обеспечить эффективность преобразования энергии до 90% и более. Показано, что выходное сопротивление ЦПЭ может быть уменьшено более чем в 50 раз.

Представленные в настоящей работе результаты указывают на возможность создания устройства (ЦПЭ), по многим техническим характеристикам и предлагаемым функциям не имеющего аналогов в мире. Исследования находятся в стадии моделирования и разработки инженерно-технической документации для создания лабораторного образца циклотронного преобразователя энергии.

Работа выполнена при частичной поддержке грантом НШ-671.2008.2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. J. Rouge Space-Based Solar Power as an Opportunity for Strategic Security // US National Security Space Office Report, Oct. 2007.
2. V. Vanke, V. Savvin, Cyclotron-Wave Converter For SPS Energy Transmisson System // Proc. SPS-91, Paris, p.515, 1991.

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОПЕРЕЧНО-ВОЛНОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В РАСХОДЯЩИХСЯ АКСИАЛЬНО СИММЕТРИЧНЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЯХ

А.В. Пеклевский, В.Л. Саввин

*Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, кафедра радиофизики*

Преобразование поперечных волн электронного потока в расходящихся аксиально-симметричных магнитных полях было исследовано численными методами на примере циклотронного преобразователя энергии (ЦПЭ) – мощного электровакуумного прибора, предназначенного для преобразования СВЧ энергии в энергию постоянного электрического тока. Принцип действия прибора основан на преобразовании быстрой циклотронной волны (БЦВ) электронного потока в медленную синхронную волну (МСВ) под действием расходящегося аксиально-симметричного магнитного поля. В тормозящем поле коллектора энергия МСВ электронного потока преобразуется в потенциальную электрическую энергию и выделяется на нагрузке коллектора [1]. Там же аналитически получено, что преобразование БЦВ в МСВ для бесконечно тонкого пучка в бесконечно коротком симметричном реверсе может быть полным. Однако экспериментальные данные на первых образцах преобразователя показали низкую эффективность преобразования, что указывает на то, что применение модели бесконечно короткого реверса и бесконечно тонких (нитевидных) электронных пучков не адекватно для анализа работы и конструирования реальных приборов. При анализе динамики электронных потоков принципиально важно учитывать протяженность области изменения магнитного поля, конечные размеры и форму пучка, а также действие кулоновских полей [2-4].

Как отмечается в [5], линейная теория связанных волн, основанная на предположении слабой связи, практически завершена. При сильной связи для решения задачи в общем виде применим вариационный метод, но он приводит к слишком громоздким выкладкам. Поэтому численное моделирование является наиболее рациональным методом исследования поставленной задачи для пучков конечного сечения с учетом действия кулоновских полей, деформации формы и конечной протяженности области реверса.

Распределение продольного магнитного поля на оси системы представляется в виде несимметричного косинуса с параметром  $\Theta = \pi$  :

$$B(z) = 0.5 \cdot B_0 \left[ 1 + C_0 + (1 - C_0) \cos \left( \Theta \frac{z}{z_{\max}} \right) \right], \quad 0 < z < z_{\max},$$

где  $B_0$  – значение продольного магнитного поля на входе в область преобразования,  $C_0$  – отношение конечной величины продольного магнитного поля к начальному значению  $B_0$ ,  $z_{\max}$  – протяженность области

реверса. Значения радиального и продольного магнитных полей вне оси системы вычисляются в параксиальном приближении.

Наиболее интересным является случай  $\Theta = \pi/2$  [4], когда радиальные магнитные поля увеличиваются вдоль рассматриваемой области по закону синуса, достигая максимального значения на выходе из нее. Наибольший интерес он вызывает и потому, что такой профиль поля существенно легче реализовать на практике.

Численное моделирование процесса преобразования волн поперечных скоростей (БЦВ) электронного потока в волны поперечных смещений (МСВ) было выполнено для обоих профилей магнитного поля ( $\Theta = \pi$ ,  $\Theta = \pi/2$ ). Рассматривались варианты с короткой протяженностью области реверса (в пределах длины одного циклотронного оборота -  $N_c < 1$ , где  $N_c$  – число циклотронных оборотов). Случай короткого реверса интересен тем, что для бесконечно короткого реверса и бесконечно тонкого пучка при  $\Theta = \pi$  есть аналитический результат для трансформации волн. Результаты моделирования при  $\Theta = \pi/2$  для пучка конечного сечения ( $g=0,2$ , где  $g$  – отношение радиуса пучка к радиусу его циклотронного вращения) приведены на рис.1. На контурной диаграмме изображена зависимость полученных значений коэффициента трансформации энергии БЦВ в МСВ ( $K$ ) в зависимости от глубины и протяженности реверса магнитного поля (параметры  $C_0$  и  $N_c$  соответственно,  $W=P_{свч}/I_0U_0$ ). Такие же данные были получены и в случае  $\Theta = \pi$ , и в случае без учета пространственного заряда в электронном потоке. Таким образом, при коротком симметричном реверсе магнитного поля эффективность преобразования волн остается очень высокой (~98%) даже для сравнительно широких пучков ( $g \sim 0,2$ ) и не зависит от формы аксиально-симметричного магнитного поля на оси системы, а также от величины поля пространственного заряда. На рисунке отчетливо видно, что фокус концентрически сходящихся контуров диаграммы находится в точке  $C_0 = -1$ , что полностью согласуется с аналитическим результатом для бесконечно тонких (нитевидных) пучков. Интересно отметить, что фокус величины разброса продольных скоростей электронного пучка находится тоже в точке  $C_0 = -1$  и, в данном случае ( $W=5$ ,  $g=0,2$ ), составляет всего около 5%, что означает невысокий уровень расплывания пакета МСВ, вызванного нелинейным взаимодействием волн в области реверса.

При реализации практических конструкций ЦПЭ не удастся изолировать область реверса магнитного поля от проникающего тормозящего электрического поля коллектора, поэтому необходимо рассмотреть динамику преобразования указанных волн в присутствии внешнего (по отношению к электронному потоку) электрического поля. Наиболее интересным представляется такой профиль проникающего электрического поля, при котором вся энергия МСВ, трансформированная из БЦВ под действием расходящегося аксиально-симметричного



магнитного поля, сразу же непосредственно трансформировалась бы в потенциальную электрическую энергию, оставляя при этом неизменной среднюю скорость электронного потока на всем протяжении рассматриваемой области. На рис.2 приведены результаты численного моделирования такого режима. Отчетливо просматривается полоса оптимальных параметров глубины и протяженности реверса, при которых возможна эффективная трансформация волн ( $K > 90\%$ ). В присутствии внешнего электрического поля нелинейность взаимодействия усиливается и появляются участки, на которых происходит срыв трансформации поперечных волн из-за рассеяния электронного потока.

Работа выполнена при частичной поддержке грантом НШ-671.2008.2.

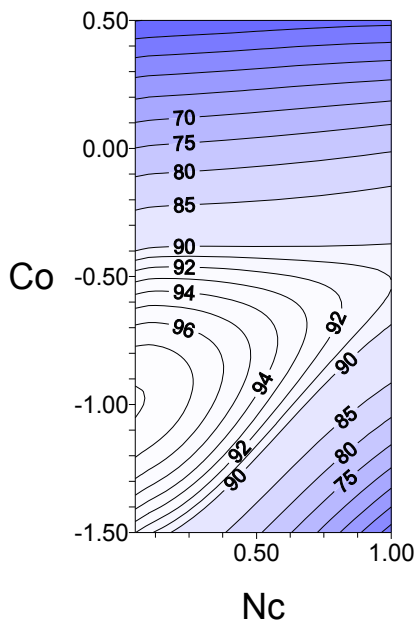


Рис. 1. Коэффициент преобразования энергии  $K$  ( $5\text{kV}$ ,  $2\text{A}$ ,  $W=5$ ,  $g=0.2$ ,  $\Theta = \pi/2$ ).

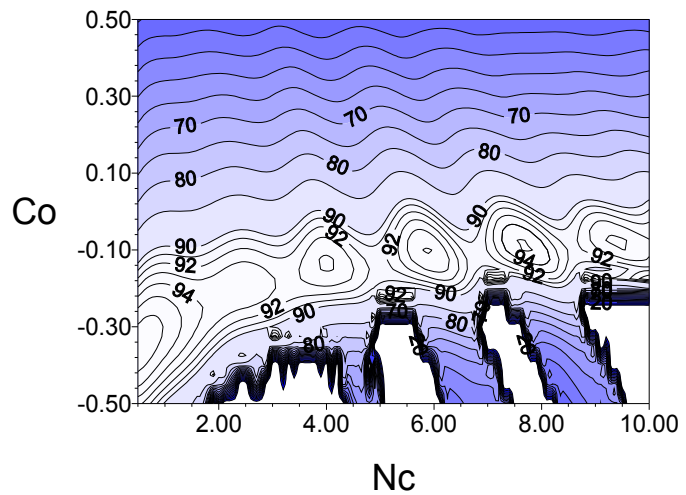


Рис. 2. Коэффициент преобразования энергии  $K$  ( $5\text{kV}$ ,  $2\text{A}$ ,  $W=2$ ,  $g=0.5$ ,  $\Theta = \pi/2$ ) в присутствии тормозящего электрического поля.

## ЛИТЕРАТУРА

1. D. Watson, R. Grow, C. Johnson // J. Microwave Power. 1970. V. 5. No. 2. P. 72.
2. А.В. Пеклевский, В.Л. Саввин // Известия РАН, серия физическая. 1999. Т. 63. No. 12. С. 2368.
3. В.Л. Саввин, А.В. Пеклевский, Г.М. Казарян и др. // Известия РАН, серия физическая. 2001. Т. 65. No. 12. С. 1695.
4. А.В. Пеклевский, В.Л. Саввин // Известия РАН, серия физическая. 2008. Т. 72. No. 1. С. 139.
5. У. Люиселл "Связанные и параметрические колебания в электронике" М.: ИЛ, 1963.

НАНОРАЗМЕРНЫЕ ИСТОЧНИКИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ  
КОЛЕБАНИЙ, ПОСТРОЕННЫЕ НА ПРИНЦИПАХ СПИНТРОНИКИ  
(краткий обзор)

С.Г. Чигарев

*Институт радиотехники и электроники РАН г. Фрязино*

Спиновая электроника или спинтроника – раздел электроники возникший в конце 20 века, область интересов которой заключается в изучении влияния спинового магнитного момента электрона (далее спина) на электрические и магнитные свойства слоистых структур с магнитными переходами, а также исследовании физических эффектов, связанных с изменением этих свойств. К настоящему времени в спинтронике достигнуты существенные результаты в направлении разработки наноразмерной элементной базы вычислительной техники для создания суперпамяти с плотностью записи до  $10 \text{ Тб/см}^2$ . Но этим возможности спинтроники не исчерпываются.

В настоящее время все больший интерес вызывает возможность создания наноразмерных источников электромагнитных колебаний на основе физических эффектов спинтроники. При этом, используя различные механизмы получения электромагнитных колебаний, можно охватить диапазон частот от единиц ГГц до десятков ТГц. Особенно следует отметить возможность создания на этих принципах источников электромагнитных колебаний терагерцового диапазона – диапазона, до настоящего времени не имеющего скольнибудь серьезно развитой элементной базы, в том числе и надежных в работе генераторов. В предлагаемой работе рассматриваются три наиболее интересных механизма генерирования электромагнитных колебаний:

- электромагнитные колебания, возникающие при передаче крутильного момента от электронов проводимости в решетку при скачкообразном перемагничивании магнитного перехода (механизм Слоунчевского); диапазон частот единицы ГГц;

- электромагнитные колебания, возникающие от вибрации доменной стенки при наличии спинового потока и внешнего магнитного поля; диапазон частот десятки ГГц;

- электромагнитные колебания, связанные с инверсной заселенностью спиновых энергетических подзон в магнитном переходе; диапазон частот сотни и тысячи ГГц.

Физический объект, источник электромагнитных колебаний, принципиально един для всех механизмов и представляет собой слоистую структуру, образованную пленками с наноразмерными толщинами, пронизываемые электронным потоком требуемой плотности до  $10^8 \text{ А/см}^2$ . По крайней мере, две из пленок обладают магнитными свойствами, причем векторы их намагниченности, как правило, антипараллельны. Особенности

того или иного способа генерирования определяется, прежде всего, материалами магнитных пленок, а так же возможным присутствием дополнительных слоев, соответствующих только тому или иному способу. При протекании тока через такие структуры один из магнитных слоев поляризует по спинам поток электронов, который, проходя второй магнитный слой, взаимодействует тем или иным способом с кристаллической решеткой второго слоя. При выполнении конкретных условий возникает генерация электромагнитных колебаний.

1. Механизм Слончевского. В этом случае спин-поляризованный ток взаимодействует с локализованными электронами кристаллической решетки, которые имеют в общем случае иной вектор намагниченности. При требуемой плотности тока система переходит из метастабильного состояния в положение устойчивого равновесия. Этот переход (переключение магнитного перехода) сопровождается прецессией спинов, что и является причиной возникновения электромагнитных волн. Согласно [1], процесс наблюдается в течение короткого промежутка времени переключения. При этом частота зависит от тока.

Иные возможности генерирования электромагнитных колебаний возникают при инжекции (аккумуляции) спинов в магнитных переходах. Это направление спинтроники сейчас довольно интенсивно разрабатывается в ИРЭ РАН. При инжекции спинов в инжектируемом слое возникает своеобразное поле, определяемое энергией  $s-d$  – обменного взаимодействия, то есть взаимодействия магнитного момента электрона с обменным полем кристаллической решетки. Это своеобразное поле и создает новые возможности для возбуждения электромагнитных колебаний.

2. Вибрация доменной стенки [2]. Доменная стенка представляет собой область разграничения зон с различной намагниченностью. Находясь в потенциальном поле  $s-d$ -обменного взаимодействия, стенка испытывает давление со стороны спинового потока

$$p = \frac{dE_{s-d}}{dx}$$

где  $E_{s-d}$  – энергия  $s-d$  - обменного взаимодействия,  $x$  – координата в направлении перпендикулярном плоскости пленок. При воздействии на эту стенку стороннего постоянного магнитного поля, направленного против спинового момента и одновременном присутствии силы, определяемой  $s-d$ - обменным взаимодействием, стенка получает возможность колебаться вблизи устойчивого положения  $x_0$ . Следствием этого и является возбуждение электромагнитных колебаний на частоте  $\omega$ , определяемой соотношением

$$\omega = \sqrt{U''(x_0) \frac{8\pi M^2}{ml}}$$

$U(x_0)$  – полная энергия взаимодействия,  $M$  – суммарная намагниченность слоя,  $m$  – масса доменной стенки,  $l$  – длина спиновой релаксации.

3. Излучение вследствие инверсной заселенности в магнитных переходах. В рассматриваемом режиме, в отличие от режима 1, обеспечиваются условия, при которых даже при достаточно больших плотностях тока не возникает перемагничивание магнитного перехода [3]. Здесь в магнитном слое, принимающем спин-поляризованный ток, без внешнего магнитного поля под влиянием обменного взаимодействия имеет место расщепление на энергетические подзоны, заселяемые электронами одинаковой ориентацией спинов. Нижняя, по энергии подзона, заселяется электронами со спинами, ориентированными параллельно намагниченности слоя, верхняя энергетическая подзона заселяется электронами с противоположной ориентацией спинов. При достаточно высокой степени инжекции спинов с противоположной ориентацией, соответствующей плотности тока  $10^8$  А/см<sup>2</sup>, теоретически предсказана возможность достижения отрицательной спиновой температуры, то есть, в конечном счете, получения спонтанного «свечения» в магнитном переходе. При этом частота излучения  $\nu$  определяется из соотношения

$$\nu = \frac{\varepsilon_F}{\pi\hbar} \frac{\left(\frac{1+P}{1-P}\right)^{2/3} - 1}{\left(\frac{1+P}{1-P}\right)^{2/3} + 1}$$

Здесь  $\varepsilon_F$  – энергия Ферми,  $P$  – степень неравновесной спинполяризации слоя. При обеспечении условия когерентности излучения, возможно получить лазерный эффект.

Несмотря на то, что рассмотренные эффекты требуют экспериментальной проверки, тем не менее, они показывают возможность более широкого подхода к спинтронике, в том числе и как самостоятельному направлению высокочастотной электроники.

Автор выражает благодарность П.Е. Зильберману, А.И. Крикунову, Э.М. Эпштейну, В.Н. Корниенко за помощь в подготовке этого доклада.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. N. Krivorotov, N.C. Emley, J.C. Sankey et al // Science. 2005. V. 307. P. 14.
2. Ю.В. Гуляев, П.Е. Зильберман, Э.М. Эпштейн, Р.Дж. Эллиотт // РЭ. 2003. Т. 48, № 9. С. 1030.
3. Ю.В. Гуляев, П.Е. Зильберман, А.И. Крикунов, А.И. Панас, Э.М. Эпштейн // Письма в ЖЭТФ. Т. 85, вып. 3. С. 192.

## НЕСТАЦИОНАРНЫЙ ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ СВОЙСТВ СВЕРХРАЗМЕРНЫХ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИХ СТРУКТУР

И.Я. Гущина, В.Н. Корниенко  
ИРЭ РАН г. Москва

Электродинамические структуры (ЭС), линейные размеры которых существенно превосходят характерную длину волны, используются в мощных вакуумных усилителях и генераторах микроволнового излучения черенковского типа [1]. Высокий КПД таких устройств может быть обеспечен в случае выполнения условий фазового синхронизма возбуждаемого в ЭС электромагнитного поля и движением электронов пучка [2]. Таким образом, для выбора начального значения энергии частиц, требуется предварительно определить характерные фазовые скорости волн, суперпозиция которых соответствует полю ЭС.

Обычно, при исследовании электродинамических структур сложной формы используется подход, связанный с разложением искомого поля по модам бесконечного волновода с геометрией, соответствующей исследуемой структуре [3]. Однако, он не лишен недостатков. В частности, необходимо уметь вычислять матрицы рассеяния волноводных мод в местах сопряжения пространства взаимодействия с устройствами ввода-вывода электронного пучка и вывода энергии излучения.

В данной работе предлагается методика определения свойств сверхразмерных ЭС, основанная на описании динамики поля при помощи уравнений Максвелла в пространственно-временном представлении.

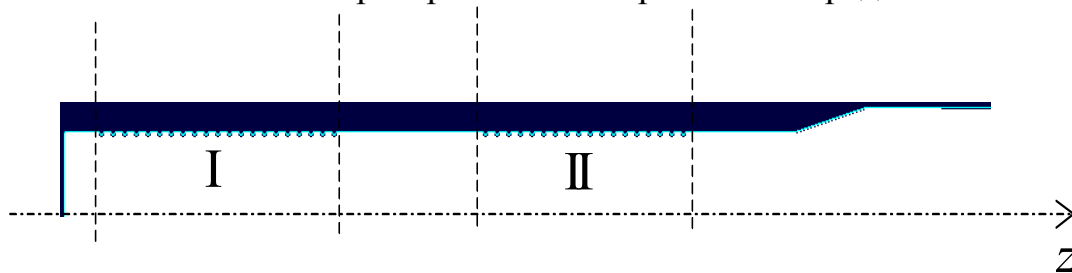


Рис. 1. Общий вид рассматриваемой электродинамической структуры. I, II - участки волновода с периодическими неоднородностями.

Рассмотрим аксиально-симметричную ЭС конечных размеров, аналогичную ЭС многоволнового черенковского генератора [2], вид которой представлен на рис.1. Она состоит из двух секций периодического волновода с заданным видом неоднородностей, разделенных между собой трубой дрейфа. К первой секции присоединен отрезок круглого гладкого волновода, закрытый с левого торца. Выход второй секции соединен с

коническим рупором. Предполагается, что внутренняя поверхность ЭС имеет конечную проводимость, соответствующую проводимости меди.

Возбуждать электромагнитное поле в такой системе будем при помощи короткого импульса тока со следующей пространственно-временной зависимостью плотности:

$$\vec{j}(r, z, t) = \begin{cases} \vec{z} j_0 D(z - v_z t), & r \in \left[ R_{beam} - \frac{1}{2} \Delta_{beam}, R_{beam} + \frac{1}{2} \Delta_{beam} \right] \\ 0, & r \notin \left[ R_{beam} - \frac{1}{2} \Delta_{beam}, R_{beam} + \frac{1}{2} \Delta_{beam} \right] \end{cases}$$

где  $D(z - v_z t)$  - форм-фактор,  $v_z$  - скорость движения импульса вдоль продольной координаты,  $R_{beam}$  - средний радиус кольцевого электронного пучка, который может быть использован в рассматриваемой системе,  $\Delta_{beam}$  - его ширина.

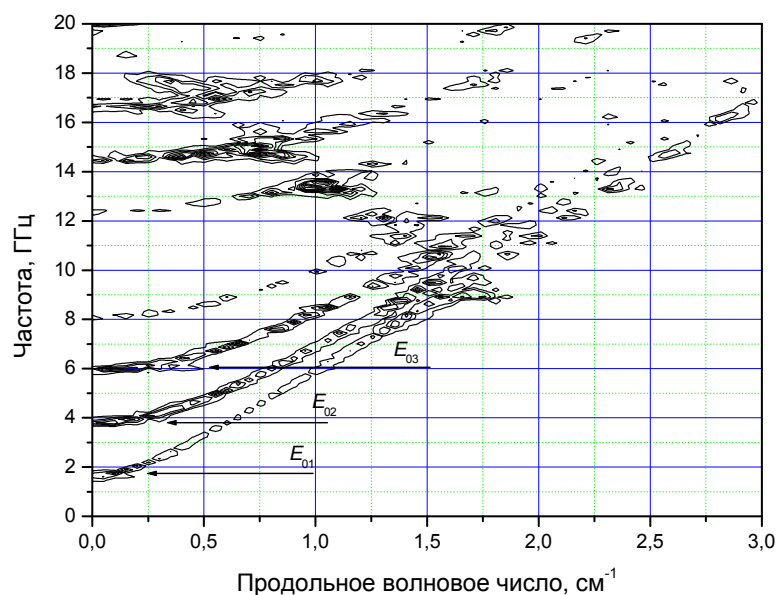


Рис. 2. Дисперсионная характеристика.

Спектральный состав импульса тока, который определяется видом форм-фактора, выбирается, исходя из интересующего диапазона частот.

Для получения пространственно-временных зависимостей компонент электромагнитного поля  $\vec{E} = \vec{E}(t, \vec{r})$ ,  $\vec{B} = \vec{B}(t, \vec{r})$  используем трехмерный численный алгоритм решения нестационарной внутренней задачи электродинамики, который описан в [4].

Анализ свойств полей ЭС удобно проводить в пространстве переменных

$(\omega, \vec{k})$ . Переход к ним

осуществляется при помощи

двух последовательно

применяемых процедур быстрого

фурье-преобразования (БПФ). Первое БПФ

выполняется во временной области для каждой

пространственной точки по задаваемой

выборке зависимости  $\vec{E} = \vec{E}(t, \vec{r})$ . Длина

выборки и ее положение на

временной оси может изменяться. Второе

БПФ берется в пространственной области, исходными для него выступают

данные, полученные на этапе работы предыдущей процедуры.

В результате получаем сеточную функцию переменных  $(\omega, k_{||})$ ,

значения которой соответствуют амплитудам пространственно-частотных

гармоник. Вид этой функции, рассчитанной по временной выборке, начало

которой совпадает с моментом времени, соответствующему окончанию

действия возбуждающего тока, для ЭС, приведенной на рис.1., показан на

рис.2. Последовательно перемещая временное окно первого БПФ, можно

определить скорость убывания амплитуд гармоник, т.е. выполнить оценку

добротности соответствующих колебаний (рис.3).

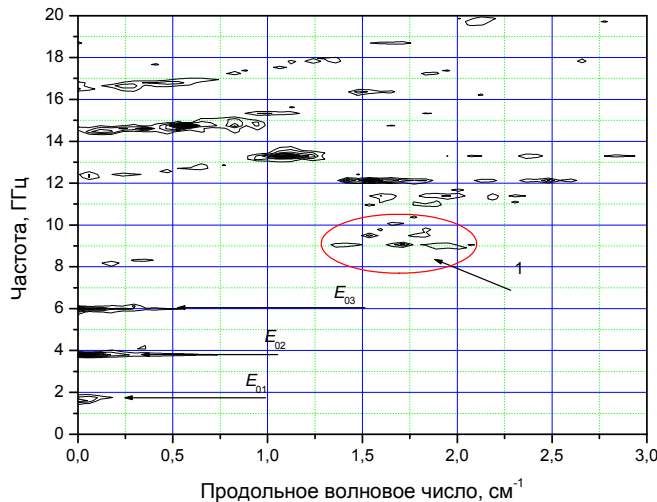


Рис. 3. Дисперсионная характеристика, рассчитанная по выборке со смещенным на 5 нс началом. 1 - группа замедленных волн.

БПФ берется в пространственной области, исходными для него выступают данные, полученные на этапе работы предыдущей процедуры.

В результате получаем сеточную функцию переменных  $(\omega, k_{||})$ , значения которой соответствуют амплитудам пространственно-частотных гармоник. Вид этой функции, рассчитанной по временной выборке, начало которой совпадает с моментом времени, соответствующему окончанию действия возбуждающего тока, для ЭС, приведенной на рис.1., показан на рис.2. Последовательно перемещая временное окно первого БПФ, можно определить скорость убывания амплитуд гармоник, т.е. выполнить оценку добротности соответствующих колебаний (рис.3).

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Черепенин // УФН. 2006. Т. 176. № 10. С. 1124.
2. С.П. Бугаев, В.И. Канавец, В.И. Кошелев, В.А. Черепенин "Релятивистские многоволновые СВЧ-генераторы" Новосибирск: Наука, 1991. -96 с.
3. Л.А. Вайнштейн, В.А. Солнцев "Лекции по сверхвысокочастотной электронике" М.: Сов.радио, 1973. 400 с.
4. В.Н. Корниенко, В.А. Черепенин // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48. № 6. С. 758.

## ОРОТРОН ДИАПАЗОНА 120...215 ГГц

Е.А. Мясин, В.В. Евдокимов, А.Ю. Ильин

*Фрязинский филиал Института радиотехники и электроники им. Котельникова В.А.  
РАН*

В работе [1] были исследованы характеристики оротрона 2мм диапазона волн с двухрядной периодической структурой (ДПС), работающего на 1-ой пространственной гармонике с периодом  $l = 0,6\text{мм}$  и  $l = 0,55\text{мм}$  с высотой рядов (глубиной канавки между выступами)  $b_1 = b_2 = 0,5\text{мм}$  при пролётном канале  $2H = 0,2\text{мм}$ . Верхняя граница (в.г.) перестройки прибора достигала 145 ГГц при напряжении 20,5 кВ и рабочем токе 1,2А.

Затем период постепенно уменьшался, сначала до  $l = 0,4\text{мм}$  [2], далее до  $0,3\text{мм}$  [3], при  $b_1 = b_2 = 0,5\text{мм}$ , и  $2H = 0,1\text{мм}$ . Работа оротрона с этими ДПС была исследована также в 2мм диапазоне волн. Было показано, что в.г. перестройки в 150ГГц достигается в оротроне с ДПС с  $l = 0,4\text{мм}$  при напряжении 12кВ, а диапазон перестройки частоты может достигать почти октавы от 80ГГц до 150ГГц. Для оротрона с ДПС с  $l = 0,3\text{мм}$  в.г. в 150ГГц достигалась при напряжении до 6кВ. Следует отметить, что все эти ДПС имели длину 21,6мм и отличались только числом периодов: 36, 39, 54, 72.

В данном сообщении будут рассмотрены результаты исследования оротрона с ДПС с периодом  $l = 0,25\text{мм}$ .

Исходя из возможностей нашего оборудования при пролётном канале  $2H = 0,1\text{мм}$ , а именно с таким каналом планировалась работа оротрона с ДПС с периодом  $l = 0,25\text{мм}$ , как было выяснено раньше, работать можно только с напряжением до  $U = 14\text{кВ}$ . В том случае, если рабочий ток в 400мА будет достаточным для возбуждения генерации на первой пространственной гармонике ДПС при этом напряжении, то при условии, что параметр несинхронности  $b$  будет порядка 0,01, длина волны генерируемого излучения  $\lambda = n_e(1 + b)l = (505/\sqrt{U})l \approx 1,078\text{мм}$ , что соответствует частоте  $\approx 287,4\text{ГГц}$ . (Здесь  $\lambda$  вычислено без учёта релятивистской поправки). Поскольку в случае использования в ДПС пролётного канала  $2H = 0,1\text{мм}$  отношение  $l/2H = 2,5$ , то следует ожидать уменьшения электронно-волнового взаимодействия, что в первую очередь должно привести к увеличению пускового тока. Поэтому, чтобы компенсировать этот недостаток следует увеличить длину пространства взаимодействия, т.е. физическую длину ДПС. Кроме того, для продвижения в 1мм диапазон необходимо уменьшить высоту рядов ДПС.

В этом разделе будут представлены результаты исследования двух макетов оротрона различной конструкции.

Первый макет оротрона испытывался в той же вакуумной камере, что и оротроны с ДПС с более длинными периодами. По техническим причинам



увеличить длину ДПС в этой камере можно было только до 25мм, но с ухудшением её жёсткости. Поскольку это была первая ДПС с периодом  $l = 0,25\text{мм}$ , да ещё с уменьшенной высотой рядов  $b_1 = b_2 = 0,25\text{мм}$ , то было решено перестраховаться, и длина была выбрана равной  $L = 23\text{мм}$ , а число периодов 92. Отношение ширины канавки  $d$  к периоду  $l$  было  $d/l = 0,5$ . Первоначально в оротроне использовался полусферический открытый резонатор (ОР) с радиусом сферы  $R_{\text{сф}} = 170\text{мм}$  для увеличения радиуса каустики  $r_k$  на плоском зеркале и, следовательно, длины пространства взаимодействия. Апертура зеркала  $D = 35\text{мм}$ . Но затем был использован полусфероцилиндрический ОР. Фокусирующее зеркало имело длину  $L_{\text{общ}} = 26\text{мм}$ , радиус кривизны сферы и цилиндра  $R_{\text{сф}} = R_{\text{ц}} = 65\text{мм}$ , длину цилиндрической части  $L_{\text{ц}} = 10\text{мм}$ , апертуру  $D = 16\text{мм}$ . Как показали эксперименты, даже небольшое увеличение длины пространства взаимодействия, в результате замены сферического фокусирующего зеркала на сфероцилиндрическое, позволило уменьшить пусковой ток на в.г. перестройки с 490мА до 450мА. Эти эксперименты были проведены в январе 2006г., и результаты их не были опубликованы из-за отсутствия исследований с более длинной ДПС.

Именно для этой цели был разработан и создан новый макет оротрона с более длинной ДПС. Она имела длину  $L = 32\text{мм}$  с тем же периодом  $l = 0,25\text{мм}$  и высотой рядов  $b_1 = b_2 = 0,25\text{мм}$ . Число периодов было 128, в качестве фокусирующего зеркала ОР использовалось сфероцилиндрическое зеркало с  $L_{\text{общ}} = 33\text{мм}$ , радиус кривизны сферы и цилиндра  $R_{\text{сф}} = R_{\text{ц}} = 65\text{мм}$ , длина цилиндрической части  $L_{\text{ц}} = 17\text{мм}$ , апертура  $D = 16\text{мм}$ . Но, как и в случае с первым макетом, величина фокусирующего магнитного поля была невелика и, кроме того, сильно неоднородна вдоль длины пространства взаимодействия

На Рис.1 представлено изменение рабочего и пускового тока от напряжения для оротронов с короткой ( $L=23\text{ мм}$ ) и длинной ( $L=32\text{ мм}$ ) ДПС и полусфероцилиндрическим ОР. Там же представлено изменение тока  $I$  по закону  $I = kU^{3/2}$ .

Как видно из рисунка, пусковой ток в приборе с длинной ДПС в 2-1,7 раза меньше, чем в приборе с короткой ДПС. Кроме того, если в приборе с короткой ДПС пусковой ток изменяется с ростом напряжения быстрее, чем по закону  $3/2$ , особенно при напряжении выше 5кВ, то в приборе с длинной ДПС пусковой ток изменяется медленнее до напряжения 6кВ и по этому закону - от 6кВ и выше. Рабочий ток в случае короткой ДПС изменяется практически по закону  $3/2$ , что связано с изменением тока накала в процессе измерений, а в случае с длинной ДПС, начиная с 3кВ, растёт существенно медленнее. Такое поведение токов в случае короткой ДПС объясняется увеличением амплитуды пульсаций с ростом напряжения. По этой причине в.г. перестройки ограничена недостаточным рабочим током при напряжении порядка 9кВ. В случае длинной ДПС

имеет место перехват электронного потока одним из рядов ДПС из-за неоднородности фокусирующего магнитного поля. Это обеспечивает эффект увеличения эффективности взаимодействия, аналогичный клинотронному эффекту. Однако при напряжении выше 7кВ возрастает амплитуда пульсаций, и пусковой ток резко возрастает. Это подтверждает и сравнение величин генерируемой мощности в обоих приборах (Рис. 2), из которого видно, что генерируемая ВЧ мощность уменьшается с увеличения напряжения (частоты) и величина её в приборе с длинной структурой существенно больше.

Таким образом, ДПС с периодом 0,25мм и высотой рядов 0,25мм, обеспечила в оротроне генерацию излучения в диапазоне длин волн 2,5 - 1,4мм. Дальнейшее продвижение в область коротких длин волн требует увеличения величины фокусирующего магнитного поля и уменьшения высоты рядов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Е.А Мясин, В.В. Евдокимов, А.Ю. Ильин и др. // Отчёт по НИР №168-43-2004, шифр «Шрапнель», Гос. Регистрация № 01200316305.
2. Ye.A. Myasin, V.V. Evdokimov, A.Yu. Ilyin, S.G. Tchigarev //Proc. Joint 30<sup>th</sup> Int. Confer. On Infrared and Millimeter Waves and 13<sup>th</sup> Int. Confer. On Terahertz Electronics. Williamsburg, Virginia, USA. Sept. 19 – 23. 2005.
3. Е.А. Мясин, В.В. Евдокимов, А.Ю. Ильин // Электромагнитные волны и электронные системы. 2007. Т.12. №4. С. 41.

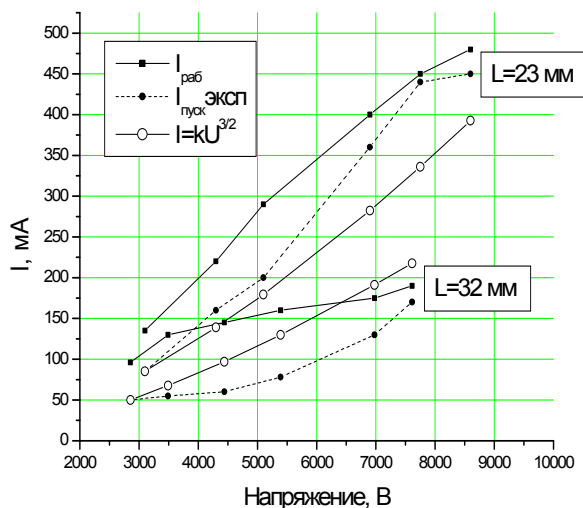


Рис. 1.

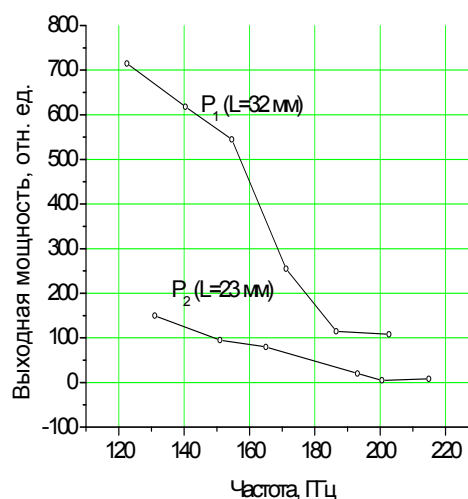


Рис. 2

## КОНВЕКТИВНАЯ И АБСОЛЮТНАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ПОТОКОВ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ

В.И. Канавец<sup>1</sup>, Ю.Д. Мозговой<sup>2</sup>, И.Н.Тисов<sup>2</sup>, С.А. Хриткин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МГУ им. М.В. Ломоносова,

<sup>2</sup>Московский государственный институт электроники и математики  
(технический университет)

В линейном приближении рассматривается взаимодействие попутных и встречных потоков заряженных частиц в гладком или периодическом волноводе. В каждом из пучков распространяются быстрые и медленные волны пространственного заряда. В зависимости от величины плазменной частоты и значений коэффициента редукции меняются значения фазовых скоростей и соотношения между фазовой и групповой скоростью волн. При выполнении условий синхронизма устанавливается связь между волнами, в том числе обратная связь, характерная для режима ЛОВ.

Будем предполагать, что на входе и выходе системы нет отражений полей, и колебания в системе определяются распределенной обратной связью. Исследование соотношения между усилением и генерацией в согласованных системах важно для понимания процессов в мощных источниках микроволнового излучения на пространственно развитых электродинамических системах [1].

В приближении слабого сигнала разделяют четыре вида парной связи волн - апериодическая и периодическая связи волн без усиления и апериодическая и периодическая связи волн с медленной волной потока с усилением (режимы усиления ЛБВ и ЛОВ). Продольные распределения полей в связанной системе зависят от граничных условий на входе и выходе электродинамической структуры. В общем случае получаем многоволновую задачу о связанных колебаниях и волнах.

При условиях согласования и синхронизма с медленной волной пучка основную роль играет возрастающая по координате собственная волна связанной системы или возрастающее во времени колебание в цепи обратной связи. В системе есть характерная длина, соответствующая переходу от волновых к колебательным процессам, обусловленным внутренней обратной связью. По мере увеличения обратной связи становится важным развитие процессов во времени, описываемое с помощью зависимостей комплексной частоты от волнового числа [2-3].

В общем случае колебательный режим в связанной системе определяется внутренней обратной связью волн, отражениями полей от входа и выхода, и обратной связью в пространственно развитых системах, позволяющих выделить эквивалентное кольцо обратной связи.

В случае пространственно развитых электродинамических структур связь в виде эквивалентного замкнутого кольца реализуется путем возбуждения поперечных мод электромагнитного поля. Учет эквивалентного кольца внешней обратной связи позволяет исследовать соотношение процессов абсолютной и конвективной неустойчивостей в потоках заряженных частиц.

В связанной системе имеются цепи внутренней и внешней обратной связи. В цепи эквивалентного кольца ставится условие замыкания полей. В системе возбуждаются моды колебаний номера  $n$ , где номер моды равен числу стоячих волн, которые укладываются по длине кольца. Самая низшая мода колебаний относится к режиму постоянной амплитуды поля вдоль кольца с учетом изменения амплитуды поля низшей моды во времени.

Рассматриваются соотношения между внутренней обратной связью волн и колебаниями в кольцевой системе. Первоначально рассматривается случай слабой двухволновой связи волн потоков. Это периодические и апериодические связи волн с малым или большим усилением. В рассматриваемых системах условия замыкания полей в кольце легко выполняются. Если перейти к анализу процессов во времени, то при слабом усилении на длине системы  $L$  периодическая картина процесса усиления по координате сохраняется, а амплитуда поля медленно возрастает во времени, не нарушая при этом периодическую картину по координате.

Таким образом, получаются действительные волновые числа по координате (нет усиления - нет конвективной неустойчивости) и комплексные значения частоты – возникает возрастание полей во времени (существует абсолютная неустойчивость). Характерным примером является случай возбуждения низшей моды колебаний с неизменной амплитудой поля вдоль координаты. В данном случае нет комплексной постоянной распространения, а частота комплексная - мнимая часть частоты не равна нулю.

В случае значительного усиления на заданной длине системы следует учитывать дополнительные процессы, обеспечивающие усиление полей в отсутствие генерации. В электронике следует вводить распределенное затухание и учитывать отражения и рассеяния полей на входе и выходе.

В качестве примера рассмотрим режим усиления ЛБВ в системе конечной длины. В ЛБВ на входе и выходе используются согласующие устройства и вводятся распределенные потери. Если потери в цепи обратной связи достаточно большие, то генерации нет. В одномодовых ЛБВ режим усиления достигается при больших омических потерях. В сверхразмерных СВЧ устройствах используются распределенные потери на многомодовое излучение.

В общем случае, следует рассматривать взаимодействие попутных и встречных пучков заряженных частиц одного или разного знаков. Пучки могут быть широкие или узкие. Взаимодействие быстрых волн этих потоков соответствует направленному ответвлению с периодической или аperiodической связью волн. Попутный поток рассматривается с ограниченным расхождением медленных и быстрых волн. При слабой связи пучков заряженных частиц возникает двухволновая связь волн попутных потоков и волн прямого и встречного потоков.

На дисперсионных характеристиках получается область расталкивания кривых (действительные решения в системе координат - замедление от длины волны). Так как осуществляется периодическая связь волн пучков заряженных частиц – связь медленной волны попутного потока с быстрой волной встречного потока, то это соответствует режиму периодической связи волн с усилением – режиму ЛОВ.

Рассматривается переход от комплексного волнового числа к комплексной частоте для сверхразмерных электродинамических систем. Из-за влияния распределенных потерь эти системы характеризуются малым усилением. Для перехода к комплексной частоте выделяется участок длиной  $L$  (длина меньше периода пульсаций) и этот участок замыкается в эквивалентное кольцо. В этом случае слабое усиление по координате на малом участке можно связать с усилением во времени.

Пусть некоторый наблюдатель проходит малый отрезок пути. На этом отрезке сигнал увеличивается на малое значение амплитуды. Когда наблюдатель проходит вдоль системы по кольцу и оказывается на входе системы – амплитуда поля увеличивается во времени на малую величину  $dA$ . Таким образом, получается усиление во времени  $dA/dt$  вместо усиления по координате -  $dA/dz$ . Такой процесс связи режимов ЛОВ и абсолютной неустойчивости реализуется при длине области взаимодействия, существенно меньшей пусковой длины начала генерации ЛОВ. При выборе длин ЛОВ, близких к пусковым, основную роль играет цепь внутренней обратной связи. Система переходит в режим ЛОВ – генератора на внутренней обратной связи. Роль внешней обратной связи становится не существенной.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С.П. Бугаев, В.И. Канавец, В.И. Кошелев, В.А. Черепенин. "Релятивистские многоволновые СВЧ генераторы" Н. Наука. 1991.
2. В.И. Канавец, Ю.Д. Мозговой, А.И. Слепков. "Излучение мощных электронных потоков в резонансных замедляющих системах" М. МГУ. 1993.
3. А.Ф. Александров, А.А. Рухадзе. "Лекции по электродинамике плазмopodobных сред (неравновесные среды)" М. МГУ. 2002.

## МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ПОТОКАХ ЭЛЕКТРОНОВ И ПОЗИТРОНОВ

В.И. Канавец

МГУ им. М.В.Ломоносова,

Обсуждается важная роль резонансных эффектов в потоках электронов и позитронов, позволяющих реализовать следующие варианты макроскопических квантовых состояний (конденсатов) с замедленной аннигиляцией частиц:

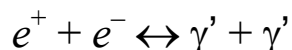
– в виде центрально – симметричных электронно-позитронных сверхплазматических волн на основе  $S$  – волн со сверхбольшой запасенной энергией на единицу массы;

– в виде потока безвихревой сверхтекучей нейтрализованной электронно-позитронной жидкости;

– в виде сверхпроводящих систем, содержащих кольцевые встречные потоки электронных и позитронных сверхжидкостей.

Резонансы проявляют себя уже при обменном парном взаимодействии свободных тождественных частиц и обменной аннигиляции пар электрон-позитрон [1]. Обменная аннигиляция существенно влияет на вид энергетического спектра позитрония и систем с позитрониями.

Реакция обменной аннигиляции отдельных электронов  $e^-$  и позитронов  $e^+$  с рождением двух  $\gamma$ -квантов имеет вид [2]



Резонансная обменная связь сгустков электронов и позитронов приводит к появлению макроскопического электронно-позитронного поля, являющегося макроскопическим аналогом поля электронно-позитронных пар (поля Дирака).

Электронно-позитронное поле Дирака описывается двухчастичной волновой функцией, соответствующей парным процессам поглощения и излучения заряженных частиц [3, 4]. Электронно-позитронные пары являются квантами этого поля. Необходимая аналогия достигается при компенсации кулоновского поля и выполнения условия равенства волновых функций электронов и позитронов.

Острый резонанс при электро-фононном взаимодействии двух электронов проводимости металлов способствует появлению устойчивой куперовской пары, являющейся бозоном и отвечающей за появление сверхпроводящего конденсата [2]. В электронно-позитронной среде возможен экситонный механизм образования куперовских электронных пар.

По аналогии с электронной куперовской парой возможно существование куперовской пары позитронов. Резонансная связь электронных и позитронных куперовских пар способствует возникновению электронно-позитронной сверхпроводимости.

Построение теории плазмоида, объяснение природного эксперимента с разрядами на убегающих электронах и подготовка лабораторного эксперимента с использованием сильноточных электронных ускорителей основаны на применении эффективного механизма множественного рождения позитронов в парах с электронами под действием мощного импульса гамма-излучения.

После кратковременного импульсного воздействия на искусственную или естественную среду мощным потоком гамма-квантов, происходит множественное рождение электронно-позитронных пар. Появляются облака электронов и позитронов с большой объемной плотностью частиц. При определенных условиях реализуются свойства бесстолкновительной квантовой плазмы. Возникает коллективное взаимодействие частиц с самоорганизацией.

При оптимальном соотношении параметров сгустков обменный процесс приводит к получению упорядоченного макроскопического квантового состояния с образованием макроплазмоидов. Отдельные макроплазмоиды объединяются в конденсат, являющийся электронно-позитронным сверхплазмоидом. В его пределах фаза волновой функции медленно меняется и является наблюдаемой величиной, что характерно для макроскопического резонанса.

Неупругие соударения приводят к уменьшению скоростей родившихся электронов и позитронов. Скорости оказываются минимальными и не мешают проявлению коллективного взаимодействия различных зарядов.

При большой плотности окружающих частиц вновь родившиеся частицы оказываются экранированными и представляют собой квазичастицы. Важную роль играют резонансы в системах квазичастиц и коллективный процесс самоорганизации при обменном рассеянии тождественных частиц. Самоорганизации способствует и резонансный механизм рассеяния в системе электрон-позитрон с аннигиляцией, появлением виртуальных фотонов. Электронно-позитронные пары становятся квантами электронно-позитронного поля с двухчастичной волновой функцией.

Методами вычислительного моделирования рассмотрен резонансный механизм объединения групп электронов и позитронов в макроплазмоид с компенсированным кулоновским полем и одинаковыми волновыми полями электронов и позитронов. Центральнo-симметричный макроплазмоид с волнами  $S$  – типа является макроскопической парой

электрон – позитрон. Такой макроплазмоид служит бозоном, способным к конденсации в соответствии со статистикой Бозе-Эйнштейна.

В теории электронно-позитронной сверхпроводимости проходит путь от рассмотрения аналога куперовских пар электронов и позитронов до подробного описания макроскопического процесса образования макроплазмоида. Этот путь включает этапы:

– детализацию резонансного механизма взаимодействия в системе электрон - позитрон с учетом аннигиляции и образования виртуального фотона, а также дальнейшего перехода этого фотона в пару частиц;

– анализ коллективной замедленной аннигиляции с учетом механизмов кольцевых связей, связанных диаграмм и т.д.

– уточнение механизма взаимодействия электронов и позитронов (дырок) вблизи сферы Ферми, рассматриваемого в рамках теории металлической плазмы и свертекучей жидкости;

– уточнение резонансных эффектов взаимодействия электронов и позитронов, приводящих к сверхпроводимости;

– исследование двойных резонансов в электронно-позитронной свертекучей и сверхпроводящей жидкости;

– исследование роли тяжелых положительных ионов в резонансной электронно-позитронно-ионной системе.

Работа выполнена при частичной поддержке грантом НШ-671.2008.2.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. "Квантовая электродинамика" М.: Наука, 1980.
2. Д.Р. Тилли, Дж. Тилли. "Сверхтекучесть и сверхпроводимость" М.: Мир, 1977.
3. В.И. Канавец. О возможности реализации на релятивистском сильноточном ускорителе квантового электронно-позитронного плазмоида. Электронно-позитронный шаровой плазмоид с S-волнами // Труды X Всероссийской школы-семинара. «Волновые явления в неоднородных средах». Звенигород, 2006.
4. В.И. Канавец. Электронно-позитронный квантовый плазмоид со свойствами сверхжидкости // Приложение к трудам XI Всерос. школы-семинара «Волны-2007». Звенигород, 2007.



## МАКРОСКОПИЧЕСКИЕ КВАНТОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ТОРОИДАЛЬНОМ ЭЛЕКТРОННО-ПОЗИТРОННОМ НАКОПИТЕЛЕ

В.И. Канавец<sup>1</sup>, С.А. Хриткин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>МГУ им. М.В.Ломоносова,

<sup>2</sup>Московский государственный институт электроники и математики  
(технический университет)

Для практических применений электронно-позитронного накопителя представляет интерес конструкция в виде тороида с металлической стенкой и кольцевыми потоками заряженных частиц [1]. В тороиде возбуждаются прямые или встречные потоки электронов и позитронов равной плотности, вместе являющиеся аналогом плазменного шнура или двойного витка с током. Поверхность тора является двухсвязанной поверхностью, что находит отражение в структуре полей и токов.

Потоки электронов и позитронов описываются с помощью макроскопических волновых функций  $\Psi_e, \Psi_p$ . Квадраты модулей волновых функций  $|\Psi_e|^2, |\Psi_p|^2$  равны плотностям соответствующих частиц [2]. Вычисляются фазы волновых функций  $S_e$  и  $S_p$ , что позволяет исследовать интерференционные эффекты [3].

В начальный момент заряды задаются в виде последовательности крупных частиц. В трехмерном приближении частицы имеют форму шара, а в двумерном – цилиндра.

Взаимное расположение частиц по углу может меняться, что соответствует притяжению или отталкиванию соседних частиц. Начальные скорости движения могут быть заданы с помощью внешнего воздействия полем векторного потенциала  $\vec{A}_{cm}$  или выбором расположения частиц-колец.

Самосогласованная система уравнений включает в себя уравнение Шредингера и уравнение Пуассона. Решается нестационарная самосогласованная задача движения заряженных частиц с учетом взаимодействия волновых полей, кулоновских сил, а также собственного и внешнего магнитного поля. На поверхности металла ставятся нулевые граничные условия. Центры частиц находятся на расстоянии  $2\pi r/N$ , где  $r$  – радиус тороида,  $N$  – число частиц.

В уравнении Шредингера совершается переход от оператора импульса к обобщенному оператору, включающему суммарный векторный потенциал  $\vec{A}$

$$\vec{p} \leftrightarrow i\hbar\nabla - e\vec{A}, \quad \vec{A} = \vec{A}_0 + \vec{A}_{cm},$$

где вектор  $\vec{A}_0$  относится к внутреннему полю. Включение внешнего поля приводит к увеличению поля векторного потенциала  $\vec{A}_0$  во времени.

После начала взаимодействия большого числа частиц в системе могут устанавливаться общие волновые поля электронов и позитронов, характеризующиеся одним или несколькими максимумами распределения в азимутальном и радиальном направлениях. Если начальный радиус крупной частицы сравним с радиусом волновода и выбрана оптимальная концентрация частиц, то можно получить режим слабого изменения волновой функции вдоль волновода. В общем случае включение взаимодействия приводит к появлению радиальных и кольцевых токов, для которых характерно сложное изменение фаз, что соответствует формуле для электронного и позитронного тока с плотностями

$$\vec{j}_{e,p} = \frac{e\hbar}{m} |\psi_{e,p}|^2 \nabla S_{e,p} - \frac{2e^2}{m} |\psi_{e,p}|^2 \vec{A}.$$

Градиенты фаз входят в это выражение как наблюдаемые величины, что является следствием макроскопической когерентности движения частиц.

Самосогласованное взаимодействие электронно-позитронных полей приводит к эффектам интерференции волн. В системе может наблюдаться периодическая перекачка энергии между модами различного типа.

При оптимальных параметрах системы устанавливается аксиально-симметричный поток векторного потенциала. Его величина возрастает во времени. Это увеличение может достигать нескольких порядков по сравнению со значением внешнего поля  $\vec{A}_{cm}$ . Направление потока определяется направлением вектора возбуждающего поля (рис. 1).

Кольцевому потоку векторного потенциала соответствует характерное изменение волновых функций электронов и позитронов, причем волновые функции практически совпадают. Можно считать, что такое изменение волновых функций и векторного потенциала соответствует возбуждению кольцевых токов сверхпроводимости электронов и позитронов. Эти токи имеют противоположное направление, но создают суммарное магнитное поле.

Усиление векторного

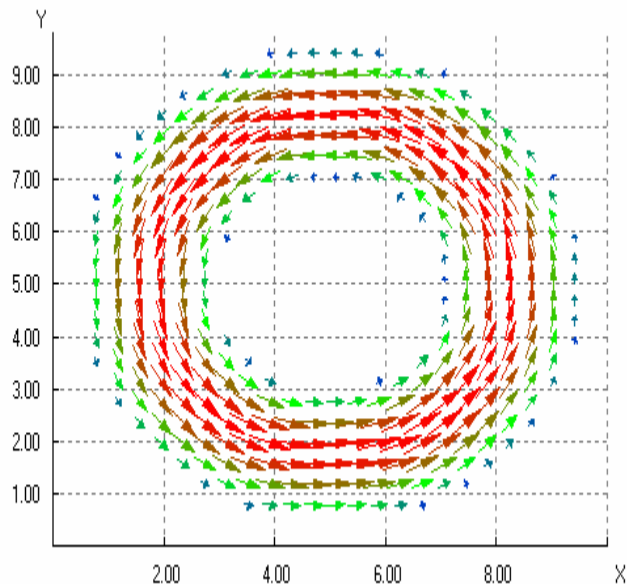


Рис. 1. Картина распределения векторного потенциала в тороидальном накопителе

потенциала ограничивается нелинейными эффектами, в том числе, появлением нескомпенсированного кулоновского поля, изрезанностью картины фаз  $S_{e,p}$  (рис. 2) в аксиальном направлении и увеличением изрезанности функции распределения векторного потенциала.

В этом случае профиль модуля векторного потенциала представляет собой цилиндр, высота которого возрастает во времени вплоть до проявления нелинейных эффектов, ограничивающих усиление. По мере увеличения начальной концентрации заряда эффект насыщения усиления сопровождается увеличением изрезанности в распределении векторного потенциала. При некотором критическом уровне возникает неустойчивость, приводящая к самопроизвольному росту изрезанности в виде пиков с возрастающей амплитудой и толщиной. В конце концов, пики сливаются, и процесс взаимодействия срывается.

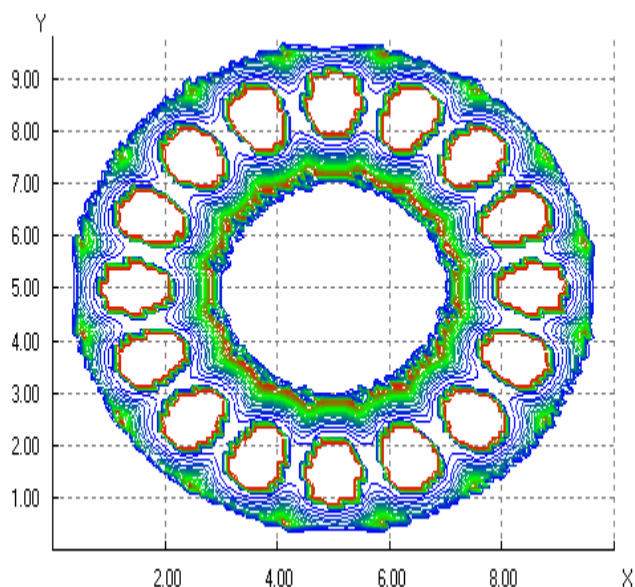


Рис. 2. Линии уровней распределения фаз волновых функций электронов и позитронов в тороидальном накопителе

## ЛИТЕРАТУРА

1. Д.Р. Тилли, Дж. Тилли. "Сверхтекучесть и сверхпроводимость" М.: Мир, 1977.
2. В.И. Канавец. О возможности реализации на релятивистском сильноточном ускорителе квантового электронно-позитронного плазмоида. Электронно-позитронный шаровой плазмоид с S-волнами // Труды X Всероссийской школы-семинара «Волновые явления в неоднородных средах». Звенигород, 2006.
3. В.И. Канавец, С.А. Хриткин. Накопление, компенсация, сверхтекучесть и сверхпроникновение электронно-позитронной среды // Труды XI Всерос. школы-семинара «Волны-2007». Звенигород, 2007.

## ОСОБЕННОСТИ РАССЕЯНИЯ МИЛЛИМЕТРОВЫХ И САНТИМЕТРОВЫХ РАДИОВОЛН НА ПОВЕРХНОСТЯХ, ОПИСЫВАЕМЫХ ФРАКТАЛЬНОЙ КУСОЧНО-ДИФФЕРЕНЦИРУЕМОЙ ФУНКЦИЕЙ

А.А. Потапов, А.В. Лактюшкин

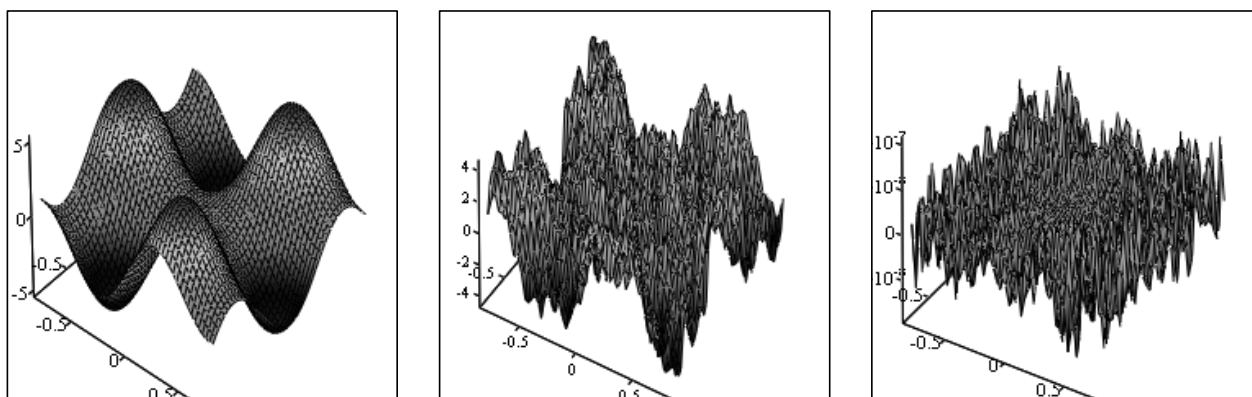
*Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН*

**1. Постановка задачи.** Цель работы - нахождение характеристик рассеяния радиоволн на различных естественных поверхностях при одновременном варьировании начальных условий. В дальнейшем эти данные могли бы послужить основой для корректировки частотных функций когерентности с последующим определением полосы когерентности каналов радиолокационного зондирования [1].

**2. Исследуемые поверхности.** Фрактальная размерность – ключевая величина, используемая для описания фракталов [2]. На данный момент известно немного функций, учитывающих фрактальность поверхностей (то есть содержащих параметр  $D$ ), а также имеющих нужное число производных. Одна из наиболее простых для расчетов и в то же время приближенных к реальности функций является диапазонно-ограниченная функция Вейерштрасса

$$W(x, y) = c_w \sum_{n=0}^{N-1} q^{(D-3)n} \sum_{m=1}^M \sin \left\{ Kq^n \left[ x \cdot \cos\left(\frac{2\pi m}{M}\right) + y \cdot \sin\left(\frac{2\pi m}{M}\right) \right] + \phi_{nm} \right\}, \quad (1)$$

Путём увеличения совокупности параметров мы получим поверхности с увеличивающейся шероховатостью (рис. 1).



$N=2, M=3, D=2.01, q=1.01$

$N=5, M=5, D=2.5, q=3$

$N=10, M=10, D=2.99, q=7$

Рис. 1. Фрактальные поверхности для разных значений параметров двумерной функции Вейерштрасса.

В выражении (1) введены обозначения:  $c_w$  - константа, обеспечивающая единичную нормировку;  $q > 1$  - параметр пространственно-частотного масштабирования;  $D$  – фрактальная размерность ( $2 < D < 3$ );  $K$  – основное

пространственное волновое число;  $N$  и  $M$  – число гармоник;  $\phi_{nm}$  – произвольная фаза, распределенная равномерно в интервале  $[-\pi, \pi]$ .

**3. Поле рассеяния.** Для нахождения поля рассеяния мы использовали приближение Кирхгофа [2 - 5]. Общее выражение для поля рассеяния:

$$\psi_o(\vec{r}) = -\frac{ik \cdot \exp(ikr)}{4\pi \cdot r} 2F(\theta_1, \theta_2, \theta_3) \int_S \exp[ik\phi(x_0, y_0)] dx_0 dy_0 + \psi_e, \quad (2)$$

где  $\theta_1$  - угол падения,  $\theta_2$  - угол рассеяния,  $\theta_3$  - азимутальный угол,  $V_0$  – коэффициент Френеля,  $F(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \frac{1}{2}(\frac{Aa}{C} + \frac{Bb}{C} + c)$ ,  $h(x_0, y_0) = \sigma \cdot W_i(x_0, y_0)$ ,  $\phi(x_0, y_0) = Ax_0 + By_0 + Ch(x_0, y_0)$ ,  $a = V_0(\sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3)$ ,  $b = V_0(\sin \theta_2 \cdot \sin \theta_3)$ ,  $c = V_0(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$ ,  $A = \sin \theta_1 - \sin \theta_2 \cos \theta_3$ ,  $B = -\sin \theta_2 \sin \theta_3$ ,  $C = -(\cos \theta_1 + \cos \theta_2)$ .

Для одномерного случая формула (2) приводится к виду [4]:

$$E_s = \int_{-l}^l [-2 \sin(\alpha) \xi_x'(x) - 2 \cos(\alpha)] \cdot \exp(i[2k \sin(\alpha)x - 2k \cos(\alpha)\xi(x)]) dx. \quad (3)$$

Авторами была получена база данных по индикатрисам рассеяния для различных рассеивающих фрактальных поверхностей. Для одномерной рассеивающей фрактальной поверхности на основе функции Вейерштрасса (1) рассчитаны зависимости модуля поля рассеяния от угла падения и от фрактальной размерности  $D$  поверхности (рис. 2 - 4). Полученные данные находят широкое применение в теории и практике радиолокации и в новых информационных технологиях.

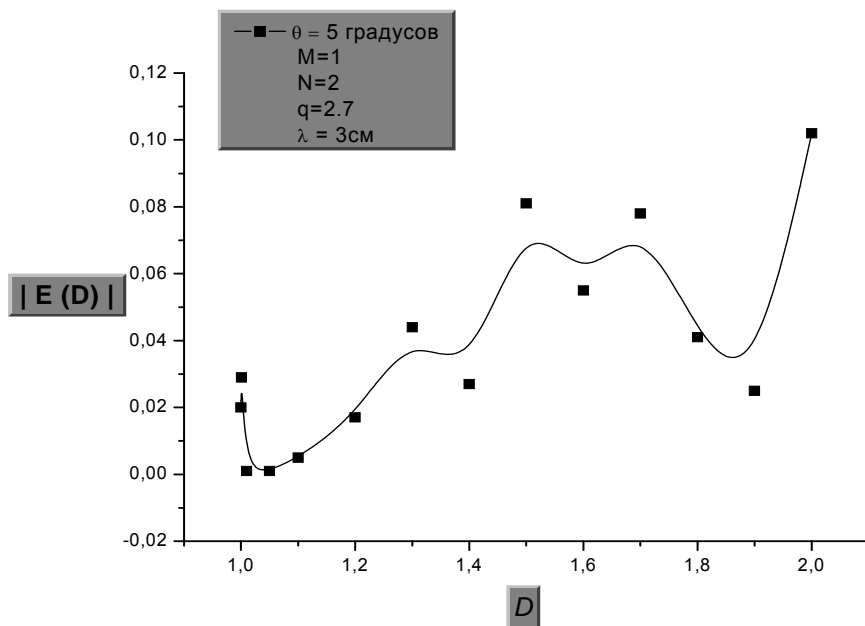


Рис. 2. Зависимость модуля поля рассеяния от фрактальной размерности при значениях  $\alpha = 5^\circ$ ;  $M = 1$ ;  $N = 2$ ;  $q = 2,7$ ;  $\lambda = 3$  см.

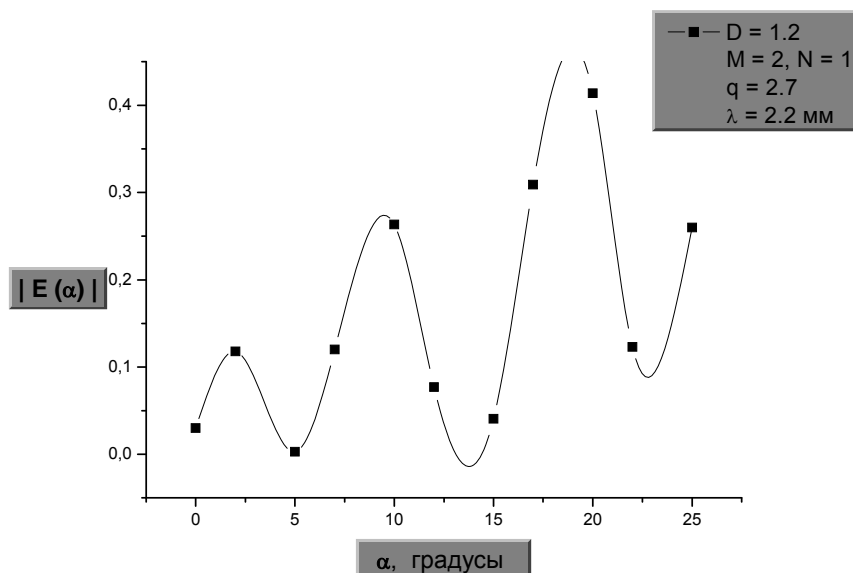


Рис. 3. Зависимость модуля поля рассеяния от угла падения при значениях  $D = 1,2$ ;  $M = 2$ ;  $N = 1$ ;  $q = 2,7$ ;  $\lambda = 2,2$  мм.

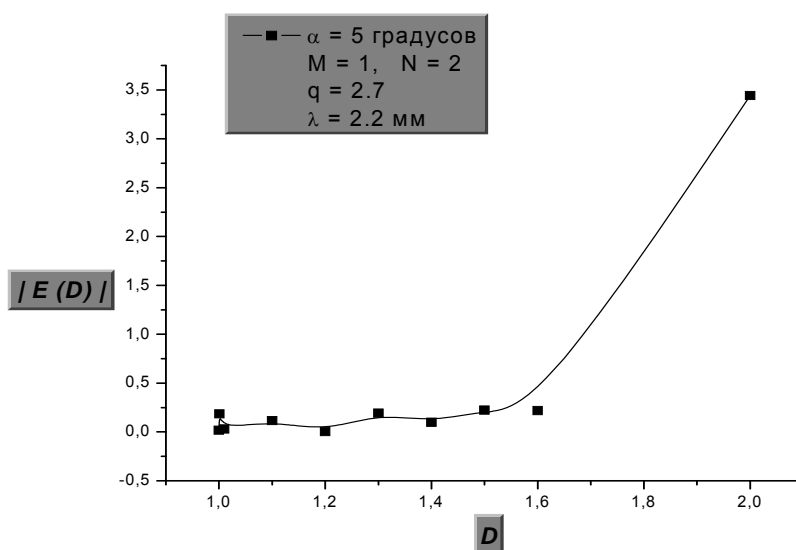


Рис. 4. Зависимость модуля поля рассеяния от фрактальной размерности при значениях  $\alpha = 5^\circ$ ;  $M = 1$ ;  $N = 2$ ;  $q = 2,7$ ;  $\lambda = 2,2$  мм.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ф.Г. Басс, И.М. Фукс "Рассеяние волн на статистически неровной поверхности" М.: Наука, 1972.
2. А.А. Потапов "Фракталы в радиофизике и радиолокации: Топология выборки": Изд. 2-е, перераб. и доп. М.: Университетская книга, 2005.
3. N. Lin, H.P. Lee, S.P. Lim, K.S. Lee // J. Modern Optics. 1995. V. 42. No 1. P. 225.
4. Ji Chen, Titus K. Y. Lo, Henry Leung, John Litva // IEEE Trans. 1996. V. GRS - 34, No 4. P. 966.
5. А.А. Потапов // Радиотехника и электроника. 2007. Т. 52. № 3. С. 261.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОТОКА И ПОЛЯ В РЕЛЯТИВИСТСКОМ ДИФРАКЦИОННОМ ГЕНЕРАТОРЕ

А.И. Слепков, О.В. Галлямова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

В основе физических процессов, определяющих действие ряда устройств традиционной и релятивистской микроволновой электроники, лежит дифракционное излучение. Оно возникает при фазированном сложении в определенных направлениях полей рассеяния собственного поля электронного потока [1]. В устройствах релятивистской дифракционной электроники соотношение между периодом электродинамической структуры и длиной волны генерируемого излучения подбираются таким образом, что реализуются резонансные режимы дифракционного излучения в области частот  $2\pi$ -вида колебаний.

*Постановка дифракционной задачи и основные определения.*

Для исследования были выбраны резонансные режимы дифракционного излучения при многоволновом взаимодействии трубчатого электронного потока с полями осесимметричных периодических электродинамических замедляющих систем конечной длины в области частот  $2\pi$ -вида. Такие системы типичны для релятивистской микроволновой электроники [2]. В качестве замедляющей структуры использован идеально проводящий волновод с периодическими

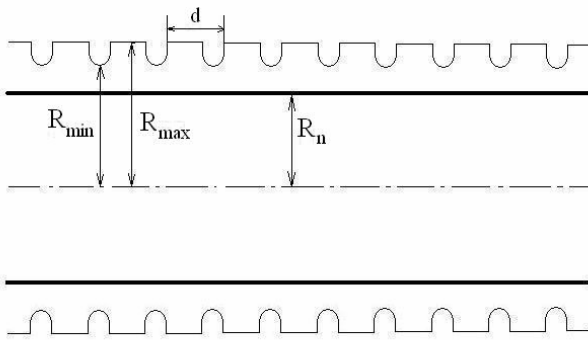


Рис. 1 Электродинамическая система РДГ

неоднородностями в виде полуторов на пьедестале,  $d$  – период структуры,  $R_{\min}$  и  $R_{\max}$  – внутренний и внешний радиусы волновода (рис. 1). Вдоль оси симметрии системы проходит трубчатый электронный поток со скоростью электронов  $v, \beta = v/c$  – коэффициент замедления электронного пучка,  $R_n$  – радиус потока. Рассеянное поле

промодулированного на частоте  $\omega$  электронного потока, пролетающего над решеткой, представимо в виде бесконечной суммы пространственных гармоник

$$E_z = \operatorname{Re} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n f(k_{\perp n} z) \exp[ik_{\parallel n} z] \exp[i(\omega t - kz)] \right], \quad (1)$$

где  $k_{\parallel n} = \frac{k}{\beta} + \frac{2\pi n}{d}$ ,  $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$  и  $k_{\perp n} = \sqrt{k^2 + k_{\parallel n}^2}$  – волновые числа. В случае структур бесконечной длины при  $|k_{\parallel n}| < \omega/c$  говорят о быстрых или

объемных гармониках, а в случае  $|k_{||n}| > \omega/c$  - о поверхностных (медленных) гармониках. Поверхностные гармоники не вносят вклад в излучение электронного потока в дальней зоне, поэтому под ДИ понимают совокупность излучающихся пространственных гармоник. Точка трансформации гармоники от поверхностной к объемной называется аномалией Вуда. Её частота для бесконечных структур находится из соотношения

$$\pm k = \frac{k}{\beta} + \frac{2\pi}{d}n, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2)$$

Наиболее эффективное излучение электронного потока наблюдается на  $\pi n$ -видах колебаний, когда выполняется условие:

$$\frac{\omega^{(\pi n)}}{c\beta}d \approx \pi n, \quad (3)$$

где  $\omega^{(\pi n)}$ —частота  $\pi n$ -вида колебаний. При переходе к периодическим структурам конечной длины возникают некоторые существенные отличия дифракционного излучения от случая бесконечных систем. В частности, разделение поля на объемные и поверхностные гармоники становится условным [3].

Особенности дифракционного излучения могут быть исследованы на основе традиционных для электроники подходов, основанных на анализе собственных колебаний и волн периодических структур. В этом случае дифракционное излучение вблизи аномалий Вуда может трактоваться как возбуждение собственных волн при условии синхронизма потока и поля. Процессы взаимодействия потока и поля на частотах  $\pi n$ -вида колебаний при этом должны иметь много общего с процессами в черенковских устройствах, основанных на взаимодействии потока и поля вблизи границы полосы прозрачности[4]. В частности, должны наблюдаться типичные разрывы дисперсионных характеристик, одновременное возбуждение прямых и обратных волн, выделение частот, соответствующих продольным модам поверхностной волны в системе.

#### *Математическая модель и результаты численного моделирования*

Теоретический анализ взаимодействия потока и поля в релятивистском дифракционном генераторе (РДГ) проводится на основе матричного многомодового метода [5]. Аксиально-симметричный нерегулярный волновод (рис.1) представляется в виде последовательности участков гладких волноводов с фиксированным диаметром. Электрическое и магнитное поля на каждом выделенном участке разлагаются по системам собственных функций выделенных объемов. Сшивание полей на скачках радиуса волновода производится с учетом непрерывности потока вектора Умова-Пойнтинга. Для описания процессов в электронном пучке используется модель крупных частиц.



Уравнения возбуждения электромагнитного поля электродинамической системы РДГ записываются в слабонестационарном приближении и приводятся к системе матричных уравнений, удобной для численного анализа. Для анализа была выбрана отдельная секция РДГ. В области  $2\pi$ -вида бесконечной периодической структуры исследовались резонансно-частотные характеристики электродинамической системы. Задача решалась в приближении заданного тока, путем определения областей резонансного возбуждения полей системы, при изменении параметров электронного потока. Для каждого продольного волнового числа определялась частота модуляции потока  $\omega = k_z v_z$ , соответствующая резонансному отклику. Типичный вид зависимости нормированной мощности прямого и обратного излучения от нормированной частоты показан на рис.2. Исследования структуры возбуждаемых полей показали, что резонансное возбуждение электродинамической системы наблюдается

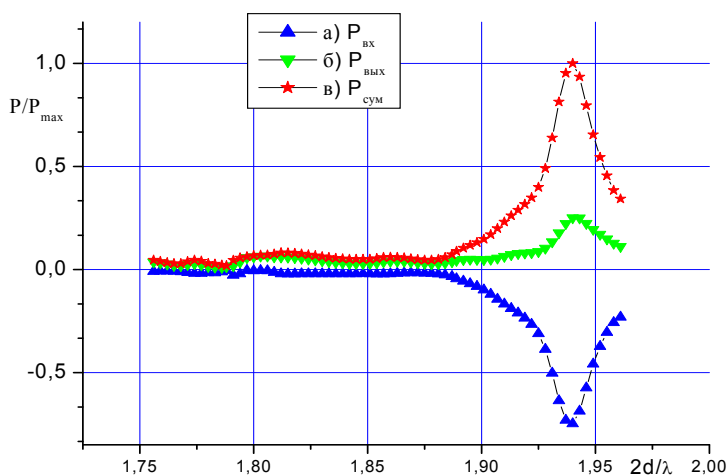


Рис. 2. Мощность излучения а)назад, б)вперед, в)суммарная при  $R_{\max} = 6\text{ см}$ ,  $R_{\min} = 5.65\text{ см}$ ,  $R_{\text{потока}} = 5.1\text{ см}$ ,  $\beta_z = 6.3$

прежде всего на частотах, соответствующих ближайшей к  $2\pi$  виду продольной моде поверхностной волны. Анализ нестационарных процессов показал, что процессы установления генерации определяются не только объемными резонансами, но и продольными резонансами поверхностной волны.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.П. Шестопалов «Дифракционная электроника» Харьков: Вища школа. 1976. 231 с.
2. С.П. Бугаев, В.И. Канавец, В.И. Кошелев, В.А. Черепенин «Релятивистские многоволновые СВЧ генераторы» Новосибирск: Наука. 1991. 293 с.
3. А.Н. Власов, О.В. Королёва, А.С. Максимов // Известия РАН, сер. физ. 1997. Т. 61, № 12. С. 2289.
4. В.И. Канавец, Ю.Д. Мозговой, А.И. Слепков «Излучение мощных электронных потоков в резонансных замедляющих системах» М.: Изд-во МГУ, 1993. 208 с.
5. А.И. Слепков // Известия РАН. Сер. физ. 2003. Т. 67. № 12. С. 1678.