

ЧАСТЬ 1. АКУСТИКА. ГИДРОДИНАМИКА

ДЕФОРМАЦИЯ ПЛОСКОЙ ВЕТРОВОЙ ВОЛНЫ ВИХРЯМИ НА НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ УСИЛЕНИЯ О.Н. Мельникова, Т.А. Нивина	3
ЗАХВАТ ГРУНТА ГОЛОВНОЙ ВОЛНОЙ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ПРИ ПРОРЫВЕ ПЛОТИНЫ О.Н. Мельникова, Ю.В. Боярченко	6
ДИНАМИКА ДЕФЕКТОВ В ДОМЕННЫХ СТЕНКАХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ РЯБИ В.О. Афенченко, С.В. Кияшко	9
ВОЛНЫ ПЛОТНОСТИ И МИКРОСТРУКТУРЫ В КОНДЕНСАТЕ, СОСТОЯЩЕМ ИЗ ЧАСТИЦ С ПЛАНКОВСКИМИ МАСШТАБАМИ А.А. Абрашкин	10
ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КУБИЧНО-НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ НЕОДНОРОДНОСТИ В.А. Гусев, В.А. Петров	13
О ЛАГРАНЖЕВОМ ОПИСАНИИ ВОЛН В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ Е.И. Якубович, В.И. Шрира	15
АМПЛИТУДНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ДИФРАКЦИИ ФОКУСИРОВАННОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИМПУЛЬСА НА ТЕПЛОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ С.М. Бобкова, С.А. Цысарь, В.А. Хохлова, В.Г. Андреев	18
ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА МОЩНЫХ ФОКУСИРОВАННЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЧКОВ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ О.В. Бессонова, В.А. Хохлова	21
ИЗУЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ ВНУТРЕННИХ ВОЛН, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ПЛАВУЧИМИ СТРУЯМИ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ Е.В. Ежова, Д.А. Сергеев, Ю.И. Троицкая	24

ИЗМЕРЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО СДВИГОВОГО МОДУЛЯ РЕЗИНОПОДОБНОЙ СРЕДЫ МЕТОДОМ ДЕФОРМАЦИИ СЛОЯ ФИКСИРОВАННОЙ ТОЛЩИНЫ Т.Б. Крит, В.Г. Андреев	27
ГЕНЕРАЦИЯ СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН В КЮВЕТЕ С НЕОДНОРОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ С.В. Кияшко	30
ВЛИЯНИЕ МОДУЛЯЦИИ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЦИЛИНДРОВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ КУЭТТА – ТЕЙЛОРА В.О. Афенченко	31
ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ЖИДКОСТЬ – МЯГКИЙ ПОЛИМЕР В РЕЖИМЕ РАЗВИТОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ КАВИТАЦИИ А.Ф. Сайфулин, В.Г. Андреев	34
ЛОКАЛИЗАЦИЯ ВОЛН РЭЛЕЯ В МИКРОЖИДКОСТНЫХ КАНАЛАХ С КВАДРАТИЧНЫМ ПРОФИЛЕМ А.В. Зырянова, В.Г. Можяев	37
ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ФОКАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ С.А. Цысарь, О.А. Сапожников, В.Г. Андреев	40

ДЕФОРМАЦИЯ ПЛОСКОЙ ВЕТРОВОЙ ВОЛНЫ ВИХРЯМИ НА НАЧАЛЬНОЙ СТАДИИ УСИЛЕНИЯ

О.Н. Мельникова, Т.А. Нивина

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет

На начальной стадии генерации волн горизонтальным потоком воздуха на поверхности воды возникают короткие волны с параллельными гребнями. Пока скорость воздушного потока выше фазовой скорости волн $u > c$, амплитуда, длина и фазовая скорость волн растут. Усиление волн обусловлено неравномерным распределением давления воздуха вдоль волны. Начиная с Кельвина (Джеффрис, Шулейкин), этот эффект связывают с образованием вихрей на подветренном склоне волны. В [1] экспериментально обнаружен регулярный отрыв вихрей в приповерхностном слое воздуха на переднем (подветренном) склоне волны. В [2] экспериментально показано, что на этом склоне происходит периодическая остановка вязкого слоя воздуха за счет силы трения на нижней границе слоя и обратного градиента давления на его верхней границе. Внутри слоя формируются вихри, покидающие слой после его остановки. В [3] с помощью интеграла Коши-Лагранжа рассчитано распределение давления вдоль линейной волны с учетом вертикального сдвига скорости, возмущений, создаваемых вихрями, и периодического торможения вязкого слоя. Рассчитанная скорость роста амплитуды линейной волны соответствовала экспериментальному значению. Для описания роста нелинейных волн требуется решение сложной задачи с применением численных методов. Кроме того, этот подход не позволяет описать сложную форму волны, возникающую в процессе усиления.

В [4] показано, что вихри, образующиеся у поверхности воды, притягивают к себе полосу поверхности воды за время $\tau = \frac{\sqrt{D}}{\sqrt{g}}$ (D – расстояние между вихрем и поверхностью воды, g – ускорение силы тяжести), ширина полоски примерно равна двум диаметрам вихря. Можно предположить, что вихри, образующиеся в воздухе над передним склоном волны, притягивают к себе поверхность воды, деформируют волну. Экспериментальные данные о пограничном слое воздуха и процессе вихреобразования на подветренном склоне волны, полученные в [3,5], позволяют рассчитать параметры вихрей и на основе данных [4] оценить деформацию волны вихрями.

Целью настоящей работы является экспериментальная проверка этого предположения для процесса усиления волн на чистой воде.

В [2, 6] экспериментально показано, что на поверхности воды под действием горизонтального замедляющегося потока воздуха возникает монохроматическая волна. Генерация происходит при периодическом отрыве цилиндрических вихрей с горизонтальной поперечной осью. Вихри формируются на одинаковом расстоянии s вдоль продольной оси x и вылетают с периодом T из вязкого слоя воздуха, создавая периодический перепад давления в точках вылета. Длина и период волны равны расстоянию между вихрями и периоду отрыва вихрей соответственно. Выражения для расчета параметров s и T приведены в [3], эти величины убывают при увеличении продольного градиента скорости ветра.

В настоящем эксперименте скорость ветра на входе в прямой канал (шириной 20 см, длиной 3.5 м) $u = 5.6$ м/с, на начальном участке ($x < 4$ см) зарегистрированы волны длиной 5 см. На участке $x < 32$ см (x – расстояние от входа в канал) наблюдались

плоские волны, амплитуда которых росла вдоль оси x . Для $x > 32$ см на поверхности воды появлялись трехмерные волны большей длины.

На переднем склоне волны скорость потока воздуха, обтекающего волну, убывает в направлении движения, в результате чего в вязком слое воздуха формируется система вихрей. В соответствии с [2,3,5] радиус вихрей $r = \delta/3$, расстояние между центром вихря и поверхностью воды $D = 2r$. Рассчитывая параметры вихрей s и T , полагая, что при $\tau < T$ каждый вихрь смещает полоску поверхности воды шириной $4r$ на расстояние r в перпендикулярном к поверхности воды направлении, можно определить последовательные изменения формы волны при каждом отрыве вихрей. В условиях данного эксперимента радиус вихря $r = \delta/3 \approx 0.017$ см, $\tau = 0.001$ с, минимальное значение $T \approx 0.006$ с, условие $\tau < T$ выполняется.

Для расчета параметров вихрей измерялось распределение скорости ветра $u(x)$ на высоте $y = h$, где h – координата, на которой наблюдается максимум скорости ветра (начало координат – на невозмущенной поверхности воды). Измерения показали, что $u(x)$ может быть аппроксимирована выражением $u(x) = u_0 h / f(x)$, где u_0 – скорость ветра на высоте $y = h$ над невозмущенной поверхностью воды, $f(x)$ – описывает поверхность воды в системе координат, связанной с волной и определяется по видеозаписи. В пределах изменения значений скорости ветра на исследуемом участке основные параметры составляли: $h = 1$ см, $u_s = u(x)/10$, $\delta = 0.05$ см, продольный градиент скорости ветра вычислялся вдоль касательной к поверхности волны.

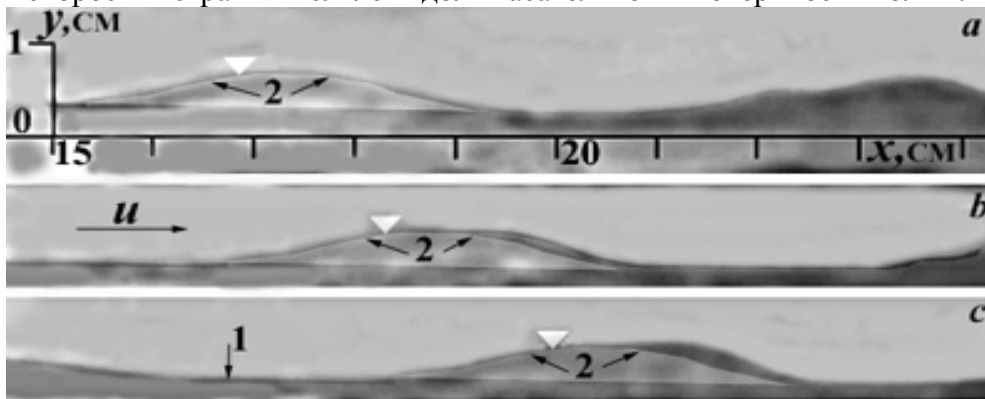


Рис.1. Последовательные кадры видеозаписи поверхности воды в ветровом канале. 1 – поверхность воды, 2 – фигура, имеющая форму гребня на кадре a , наложенная на следующие кадры для сравнения, треугольник отмечает реперную точку.

Изменение формы плоской нелинейной волны на трех последовательных кадрах, сделанных с интервалом времени $\Delta t = 0.04$ с на участке $15 < x < 25$ см от входа в канал, показано на рис.1. На заднем склоне и части вершины волны деформация не наблюдается, что подчеркнуто наложением формы гребня волны с первого на последующие кадры. Деформируется передний склон волны, а на его середине – деформация максимальна. Это согласуется с предложенной моделью: вихри образуются только в замедляющемся потоке, т.е. – на переднем склоне, а в середине этого склона продольный градиент скорости ветра максимален, что соответствует наибольшей частоте вылета вихрей. Вылет вихрей фиксируется на видеозаписи по трекам легких частиц, захваченных вихрями с поверхности воды в момент образования.

Вихри у вершины, смещая поверхность воды в перпендикулярном направлении, увеличивают высоту волны. При каждом последующем вылете они сдвигают точку максимального подъема поверхности воды в направлении движения, так как между первым вихрем и вершиной волны возникает положительный наклон поверхности воды (положительный продольный градиента скорости), и вихри не образуются. В

результате формируется ступенька на вершине волны. Смещение поверхности воды вихрями в направлении движения приводит к росту длины волны. Расчет изменения формы волны вихрями приведен на рис.2. Расчет отражает все особенности деформации волны, наблюдаемые в эксперименте.

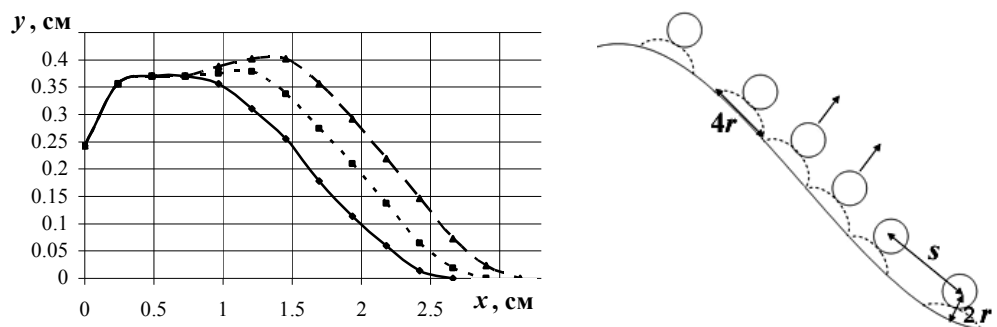


Рис. 2. Расчет изменения формы волны. Сплошная линия – кадр *a*, пунктир – кадр *b*, штриховая – кадр *c*. На схеме справа кружки показывают положение вихрей на склоне и деформацию поверхности вихрями.

Ниже в таблице приведены параметры волны и вихрей (на вершине склона) для трех последовательных кадров, которые позволяют сопоставить расчетные и экспериментальные данные: a – амплитуда волны в кадре, $a_{\text{рас}}$ – расчетное значение амплитуды, t – время, c – фазовая скорость волны, $c_{\text{лин}}$ – фазовая скорость линейной волны, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$. Фазовая скорость волны определялась по смещению реперной точки на неизменном заднем склоне волны за интервал времени между кадрами 0.04 с.

кадр	t , с	$c_{\text{лин}}$, см/с	c , см/с	λ , см	ak	T , с	s , см	a , см	$a_{\text{рас}}$, см
<i>a</i>	0	28.5		5.2	0.22	0.012	0.3	0.18	0.18
<i>b</i>	0.04	29.0	36.3	5.4	0.22	0.012	0.3	0.19	0.19
<i>c</i>	0.08	30.1	41.1	5.8	0.23	0.012	0.3	0.21	0.20

Расчетные и экспериментальные данные, приведенные в таблице и на рисунках 1 – 2, отличаются на величины, лежащие в пределах доверительного интервала определения амплитуды волны (0.01 см для доверительной вероятности 0.67). Это свидетельствует об адекватности описания процесса усиления нелинейных волн ветром с помощью предложенной модели.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.P. Giovangeli, M.H. Garat // The air-sea interface / Eds: M.A. Donelan, W.H. Hui, W.J. Plant. Toronto: The University of Toronto Press, 1996. P. 41.
2. П.Ю. Волков, С.Л. Мартынов, О.Н. Мельникова и др. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37. № 6. С. 834.
3. И.Н. Иванова, О.Н. Мельникова, Т.А. Нивина и др. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2006. Т. 42. № 5. С. 703.
4. Е.А. Новиков // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1981. Т. 17, № 9. С. 956.
5. И.Н. Иванова, И.В. Ильгисонис, О.Н. Мельникова и др. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. №6. С. 851.
6. К.В. Достовалова, О.Н. Мельникова // Изв. АН. Серия физическая. 1998. Т. 62. № 12. С. 2387.

ЗАХВАТ ГРУНТА ГОЛОВНОЙ ВОЛНОЙ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ ПРИ ПРОРЫВЕ ПЛОТИНЫ

О.Н. Мельникова, Ю.В. Боярченко

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический
факультет*

При прорыве искусственной или естественной плотины, образовавшейся в результате оползня и перекрывшего горную реку, возникает поток, бегущий по сухому руслу. Впереди бежит очень опасная волна, смывающая все на своем пути. Волна имеет крутой передний фронт, часто называемый "стеной воды". В натуральных потоках в головной части волны крутятся и всплывают крупные куски породы и обломки скал [1], [2]. В ряде экспериментальных работ и натуральных наблюдений установлено, что основная часть грунта переносится в голове волны [3]. В [4] установлено, что перед фронтом головной волны, бегущей в сухом русле после прорыва плотины, образуются крупные цилиндрические вихри, размер которых сопоставим с глубиной потока. Процесс захвата и переноса крупных частиц вихрями в головной части волны до сих пор не изучался.

Целью настоящей работы является экспериментальное исследование захвата вихрями в головной части волны крупных частиц, размер которых сопоставим с размером вихрей.

Эксперименты проводились в прямом горизонтальном канале длиной 3.5 м, шириной 20 см с прозрачными стенками. Резервуар, отделенный от канала, заслонкой, заполнялся водой. После открытия заслонки (время подъема около 0.04 с) возникал поток, который снимался на видеокамеру. Уровень воды в резервуаре составлял $h = 17$ см. Заслонка у дна поднималась на 7 см. Были использованы два типа съемки: неподвижной камерой и камерой, которая перемещалась вдоль потока со скоростью головной волны. На дно канала был уложен слой гравия со средним размером частиц 0.5 см, толщина слоя составляла 4 см.

Процесс захвата и переноса гравия вихрями в головной волне, бегущей слева направо со средней скоростью 190 см/с, показан на последовательных кадрах рис.1. На первом кадре хорошо виден большой вихрь (отмеченный цифрой 2) диаметром около 2.5 см, вращающийся по часовой стрелке. Угловая скорость вихря порядка 200 с^{-1} , определена по перемещению захваченных частиц. На дне лежит гравий со средним диаметром частицы 5 мм. На втором кадре камера начинает двигаться вместе с волной. У дна видно формирование вихрей диаметром 1 – 1.5 см, захватывающих частицы гравия. На третьем кадре придонный вихрь с захваченным гравием поднимается вверх (отмечен цифрой 4).

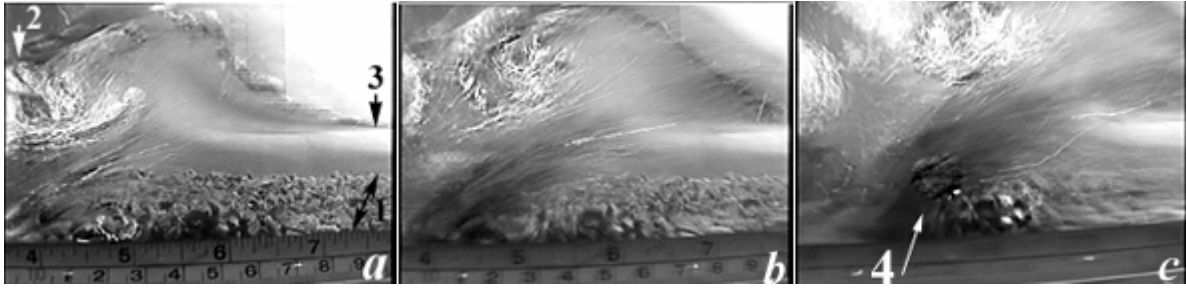


Рис.1. Вихри в головной части волны. 1 – гравий на дне канала, 2 – большой вихрь, 3 – поверхность воды, 4 – придонные вихри, захватившие гравий, поднимаются вверх.

На первом кадре видно, что основной светлый большой вихрь обит по всей длине темными придонными вихрями. На втором кадре появляются три светлых больших вихря, следующих вплотную друг за другом. Под большими вихрями формируются придонные вихри также вплотную друг к другу. Эти вихри в процессе формирования захватывают гравий, а слева остается чистое дно. На последнем кадре видно, как придонный вихрь поднимается вверх вместе с гравием, центральная часть вихря закручивается вокруг основного вихря. Скрученные основные и придонные вихри образуют вихревой жгут, как показано на рис.2.

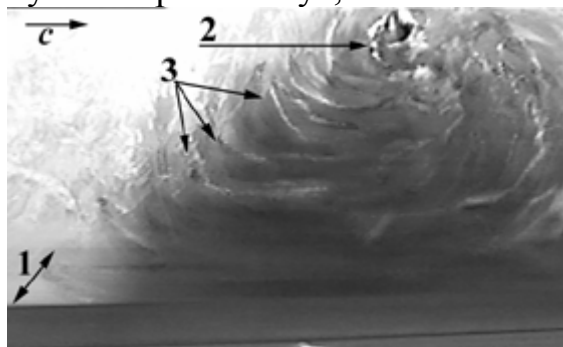


Рис. 2. Вихревой жгут, образующийся при наматывании придонных вихрей (3) на основной вихрь (2). 1 – дно канала, c – направление волны.

После образования вихревого жгута его центральная часть начинает подниматься вверх, а весь жгут смещается вниз по потоку. Жгут перемещается по траектории типа циклоиды, также как и цилиндрические вихри с горизонтальной осью.

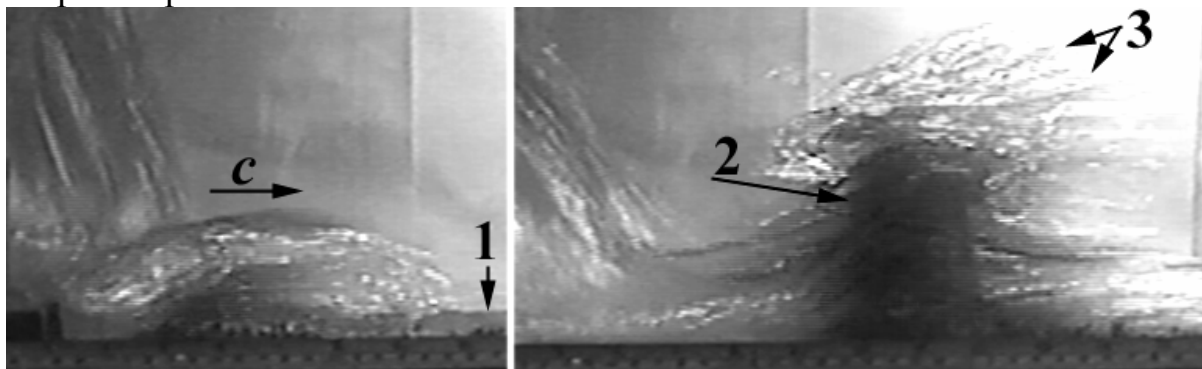


Рис.3 Слева: начало формирования жгута. Справа: формирование вихревого жгута с захваченным гравием. 1 – сухое дно, 2 – подъем центральной части жгута вверх, 3 – вихри воды, вылетевшие в воздух

На рис.3 показаны два кадра видеозаписи, на которых зафиксированы начало формирования жгута и его максимальный подъем. Кадры сделаны с интервалом времени 0.2 с (5 кадров). На левом кадре горизонтальная ось формирующегося водяного жгута вытянута вдоль поперечной оси. На втором кадре центральная часть жгута с гравием выгнута вверх. Поднявшийся жгут с захваченным гравием, по-видимому, представляет собой ту «стену», которая в природных условиях сносит все на своем пути. В верхней части жгута видны вихри, вылетевшие из воды в воздух. Это явление было исследовано нами в [4].

Известно, что мелкие тяжелые частицы выносятся на границу горизонтального вихря силами инерции и тяжести (на части траектории). В настоящем эксперименте закрученная частица размером порядка радиуса вихря остается в вихре длительное время. Качественно можно объяснить это следующим образом. Пусть цилиндрическая тяжелая частица диаметром порядка радиуса вихря находится в центре цилиндрического вихря и вращается вместе с ним как твердое тело, а скорости частицы и воды на границе частицы совпадают. Если частица сместится на малое расстояние к периферии, то у части границы возникает положительный градиент скорости жидкости, а у другой части, которая сместилась к центру вихря, – отрицательный градиент скорости. Из экспериментов известно, что вихревое течение устойчиво при положительном градиенте скорости, а в последнем случае (кручение твердого стержня в жидкости) возникают вихревые возмущения, что приводит к падению давления в жидкости. В результате неравномерного распределения давления окружающей жидкости на частицу действует сила, направленная к центру вихря. Величина этой силы будет пропорциональна угловой скорости вращения вихря ω , и, начиная с порогового значения ω , сила может уравновесить силу тяжести и силу инерции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ancy C. Debris Flows and Related Phenomena. /In "Geomorphological Fluid Mechanics". Ed. N. J. Balmforth and A. Provenzale Berlin: Springer. 2001. P. 528.
2. H. Capart, D.L. Young // J. of Fluid Mech. 1998. V. 372. P. 165.
3. A.A. Khan, P.M. Steffler, R. Gerard // J. of Hyd. Energ. 2000. ASCE. V. 126. №. 5. P. 375.
4. О.Н. Мельникова, В.Н. Семенюк // Известия РАН. Сер. Физическая. 2006. № 12. С. 1700.

ДИНАМИКА ДЕФЕКТОВ В ДОМЕННЫХ СТЕНКАХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМОЙ КАПИЛЛЯРНОЙ РЯБИ

В.О. Афенченко, С.В. Кияшко

При исследовании процессов установления пространственных структур в протяженных автоколебательных системах часто возникают области с различной пространственной ориентацией (домены). Под доменами мы понимаем области, в которых поля регулярные, но по-разному ориентированы, а один домен от другого отделяется дислокациями, составляющими доменную стенку. Такие домены образуются из-за того, что в пространственно протяженных сильно диссипативных системах развитие неустойчивости и формирование структур в различных частях происходит практически независимо. Подобная ситуация наблюдается и при параметрическом возбуждении капиллярной ряби на поверхности жидкости малой однородной глубины и малой вязкости. В работе [1] показано существование метастабильных доменов, которые разделяются одна от другой доменными стенками – цепочками дислокаций. Выяснено, что переход к пространственно – периодическому паттерну может происходить через слияние соседних доменов, происходящее из-за последовательного ухода дислокаций на стенки кюветы. В настоящем сообщении экспериментально исследуется динамика дислокаций в доменных стенках в процессе их временной эволюции. Доменные стенки состояли из дислокаций принадлежащей одной волновой паре на фоне квадратной структуры, образуемой двумя взаимно ортогональными парами стоячих волн на поверхности жидкости. Найдены зависимости плотности дислокаций в зависимости от угла между доменами. Исследована эволюция доменной стенки при последовательном уходе дислокаций на границу. Исследовано взаимодействие отдельной дислокации с доменной стенкой в процессе встраивания ее в доменную стенку.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.V. Ezersky, P.A. Matusov, M.I. Rabinovich // *Europhys. Lett.* 1994. V. 26. № 3. P. 183.

ВОЛНЫ ПЛОТНОСТИ И МИКРОСТРУКТУРЫ В КОНДЕНСАТЕ, СОСТОЯЩЕМ ИЗ ЧАСТИЦ С ПЛАНКОВСКИМИ МАСШТАБАМИ

А.А. Абрашкин
ИПФ РАН, Нижний Новгород

Явление бозе-эйнштейновской конденсации состоит в том, что при некоторой критической температуре конечная доля всех частиц, подчиняющихся статистике Бозе, переходит в одно и то же квантовое состояние. В 1995 году были опубликованы первые работы по исследованию бозе-эйнштейновских конденсатов в газах щелочных металлов при сверхнизких температурах. Система диамагнитных атомов в этих экспериментах удерживалась в миниатюрных магнитных ловушках. "Тем самым скромное семейство бозе-конденсатов, состоявшее всего лишь из сверхтекучего гелия II и экситонных капель, пополнилось новыми членами с необычными и интригующими свойствами" [1].

Мы предлагаем еще одну область приложений явления бозе-эйнштейновской конденсации, связанную уже с теорией вакуума. Речь идет о возможной модели темной материи - скрытой массы, которая не излучает электромагнитных волн. Она присутствует как в изолированных галактиках, так и в их скоплениях, составляя до 90%, а иногда и больше массы этих систем. Физическая природа носителей темной материи до сих пор не известна. Обсуждаются самые разные варианты – от известных и гипотетических элементарных частиц (небарионов, то есть состоящих не из обычного вещества), до барионной темной материи – несветящихся масс обычного вещества.

В настоящем докладе предложена модель темной небарионной материи. Этому виду материи присущи только гравитационные и слабые взаимодействия. Но мы ограничимся рассмотрением такого ее состояния, когда в ней проявляются только эффекты гравитации. Наша модель является попыткой описать то первоначальное состояние космической среды, которое предшествовало и стадии формирования элементарных частиц, и эпохе образования вещества. По существу, это тот первичный вакуум, который существовал, прежде всего, на свете. Аристотель и его последователи называли это первоначальное состояние мира ("первое тело", "первый элемент", "первая сущность") квинтэссенцией или эфиром. Отдавая дань классической традиции и с целью отстроиться от других определений первичного вакуума и избежать возможных сближений с ними, будем также использовать название эфира.

1. Согласно нашей гипотезе, эфир состоит из виртуальных частиц с планковскими масштабами: размер $l_p = \sqrt{\hbar G/c^3} \approx 1,7 \cdot 10^{-33} \text{ см}$, время жизни $t_p = \sqrt{\hbar G/c^5} \approx 6 \cdot 10^{-44} \text{ с}$, масса $m_p = \sqrt{\hbar c/G} \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ э}$ (G, \hbar, c - мировые постоянные). Будем называть такие частицы эфирами. Они образуют бозе-конденсат, который описывается следующей системой уравнений [1,2]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \rho \vec{v} = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{1}{2} \nabla v^2 - \frac{\hbar^2}{2m_p^2} \nabla \left(\frac{\nabla^2 \sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho}} \right) = 0 \quad (2)$$

Она получается из уравнения Шредингера для системы свободных, тождественных частиц, где $\rho = |\psi|^2$, $\vec{v} = (\hbar/m_p) \nabla \arg \psi$, ψ - волновая функция частицы. Уравнение (1)

представляет уравнение непрерывности для сплошной среды, поэтому величину ρ естественно принять за плотность эфира. Вектор \vec{v} описывает скорость его движения. Уравнение (2) по своей форме напоминает интеграл Бернулли, правда, теперь в нем присутствует квантовомеханическое “давление”.

2. Рассмотрим одномерные линейные колебания плотности эфира на фоне его однородного состояния покоя ($\rho = \rho_0$, $v = v_0 = 0$). Уравнение для возмущений плотности $\tilde{\rho} = \rho - \rho_0$ имеет следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \tilde{\rho}}{\partial t^2} + \frac{\hbar^2}{4m_p^2} \frac{\partial^4 \tilde{\rho}}{\partial x^4} = 0, \quad (3)$$

а соответствующее ему дисперсионное уравнение записывается так:

$$\omega = \pm \frac{\hbar k^2}{2m_p} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\hbar G}{c}} k^2. \quad (4)$$

В него входит гравитационная постоянная, поэтому колебания плотности эфира - это гравитационные волны. Они являются продольными.

Групповая скорость найденных волн равна $V_g = \hbar k / m_p = c k l_p$. В квантовой теории в качестве минимально возможной длины принимается планковская длина l_p . Но тогда максимально возможное волновое число равно обратной планковской длине $k_{\max} = l_p^{-1}$. Отсюда следует, что V_g не может превышать скорости света c .

Согласно принципу корпускулярно-волнового дуализма, гравитационной волне можно поставить в соответствие частицу с импульсом $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ и энергией $\varepsilon = \hbar \omega$, которые (в силу формулы (4)) связаны между собой равенством $\varepsilon = \pm p^2 / 2m_p$. Возможность физической интерпретации ситуации, соответствующей отрицательному знаку, требует отдельного обсуждения. В случае же выбора положительного знака, а только это и будет предполагаться в дальнейшем, оно представляет кинетическую энергию свободной (нерелятивистской) частицы с массой m_p , то есть эфирон. Таким образом, состояние первичного вакуума можно рассматривать как квантовый ансамбль, состоящий из частиц с планковскими масштабами, так и как пространство, заполненное гравитационными волнами, которые излучаются эфиронами.

В сущности, эфироны играют роль тех гипотетических гравитонов, которые вводятся при построении квантовой теории гравитации. Но их масса покоя предполагается равной нулю. Для эфирона это не так. Другое (связанное с этим) отличие состоит в том, что скорость гравитонов считается равной скорости света, в то время, как групповая скорость волн, излучаемых эфиронами, меньше или равна ей.

Согласно общей теории относительности, гравитационные волны – это периодические колебания метрики пространства. Они считаются подобными электромагнитным, то есть поперечными, бездисперсионными и распространяющимися с постоянной скоростью c . Мы отказались от идеи абсолютно пустого пространства и предположили, что гравитационные волны – это колебания плотности вакуума, обусловленные действием квантового давления. Как итог этого, уравнение (4) отличается от привычного волнового уравнения. Оно имеет четвертый порядок, описывает продольные волны, а соответствующее ему дисперсионное уравнение содержит пространственную дисперсию. Наконец, если теория Эйнштейна классическая, то в нашей концепции гравитация имеет квантовую природу.

3. Первичный вакуум характеризует начальное состояние Космоса, когда из всех физических взаимодействий существовала только гравитация. Из вакуума в ходе развития Вселенной образовывалось вещество. По нашей теории он состоит из эфиронов – частиц с планковской массой. Ее величина на множество порядков превышает массы элементарных частиц. На этом основании физики в свое время отказались использовать частицы с планковской массой для построения теории элементарных частиц [3]. Но ситуация принципиально изменится, если учесть, что эфироны – короткоживущие частицы. Время жизни эфирона t_p на двадцать порядков меньше времени жизни самых короткоживущих резонансов. Другими словами, вакуум можно представить как "кипящий" континуум частиц с планковскими параметрами. Он постоянно порождает эфироны, которые практически тут же исчезают, прожив очень короткое время.

Элементарные частицы состоят из эфиронов. Рассмотрим стационарную, локализованную неподвижную структуру эфиронов. Пусть она имеет вид шара с радиусом R_0 . Вне его плотность эфиронов постоянна и равна ρ_0 . Распределение же их плотности внутри шара подчиняется уравнению (см. систему (1), (2)):

$$\Delta\sqrt{\rho} + \alpha^2\sqrt{\rho} = 0, \quad (5)$$

где α - некоторая положительная постоянная. Случай $\alpha = 0$ отвечает однородному распределению эфиронов внутри шара, и нам не интересен. Сферически симметричное $\rho(R)$ решение уравнения (5), ограниченное в центре шара ($R = 0$) и удовлетворяющее внешнему граничному условию ($\rho = \rho_0$ при $R = R_0$), имеет следующий вид

$$\sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}} = \sqrt{\frac{R_0}{R}} \frac{J_0(\alpha R)}{J_0(\alpha R_0)},$$

здесь J_0 - функция Бесселя нулевого порядка. Величина α определяет значение плотности структуры, например, в ее центре.

Масса шарового сгустка эфиронов M будет равна

$$M = \frac{4\pi\rho_0 R_0}{J_0^2(\alpha R_0)} \int_0^{R_0} R \cdot J_0^2(\alpha R) dR.$$

Она, очевидно, никак не связана с планковской массой и может отличаться от нее на сколь угодно большую величину в зависимости от значения параметров ρ_0, R_0, α . Естественно считать, что такого рода локализованные структуры и являются наиболее простыми (т.е. обладающими минимальным количеством характеристик) элементарными частицами. В отличие от эфиронов, они взаимодействуют между собой.

4. С точки зрения классической гидродинамики система (1), (2) описывает потенциальные течения сжимаемой жидкости с нелокальной зависимостью давления от плотности. В докладе рассмотрены решения, соответствующие нелинейным стационарным волнам плотности и простейшим автомодельным течениям эфира.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б.Б. Кадомцев, М.Б. Кадомцев. Конденсаты Бозе-Эйнштейна // УФН. 1997. Т.167. С.640-664.
2. Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1978. Т. 8, 9.
3. Я.Б. Зельдович, И.Д. Новиков. Релятивистская астрофизика. М.: Наука, 1967.

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КУБИЧНО-НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ, СОДЕРЖАЩЕЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

В.А. Гусев, В.А. Петров

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
Физический факультет, кафедра акустики*

Известно, что в твердых телах основное влияние на эволюцию профилей интенсивных акустических волн оказывает кубичная нелинейность. К настоящему времени исследованы нелинейно-дифракционные явления при распространении поперечных волн в безграничном твердом теле [1]. Исследование именно таких задач обусловлено отсутствием сдвиговых напряжений и, соответственно, поперечных волн в жидкостях и газах. Однако наличие границ в твердых телах приводит к трансформации распространяющейся волны в другие типы волн, так что необходимо учитывать как нелинейные искажения поперечных мод, так и их взаимодействие с продольной модой. Кроме того, реальные твердые тела содержат многочисленные дефекты различных типов, такие как трещины, дислокации разных видов, наличие примесей. Такие неоднородности приводят к дополнительному искажению профилей и амплитуд распространяющихся волн. Среди наиболее существенных факторов можно отметить образование фокусирующих неоднородностей, которые могут привести к нежелательному увеличению амплитуды или сильно исказить пространственную структуру исходной волны, сдвигая положение максимальной амплитуды.

В работе развит подход, основанный на приближении нелинейной геометрической акустики и показавший свою эффективность при исследовании распространения волн в квадратично-нелинейной среде с рефракционной неоднородностью [2]. При распространении импульсных сигналов можно пренебречь эффектами дифракции всюду, за исключением небольшой области вокруг фокальных точек. Это позволяет записать систему эволюционных уравнений для функций наклона луча и поля в среде. Для модели неоднородности в твердом теле, приводящей к отклонению локальной скорости звука и плотности от своих средних значений в однородной среде, могут быть найдены траектории лучей в такой неоднородной среде. Переход к лучевым координатам в уравнении переноса для полного поля в среде позволяет записать уравнение, описывающее эволюцию поля вдоль некоторой лучевой трубки. Это уравнение может быть точно решено для произвольных начальных временного и пространственного профилей распространяющейся волны.

Полученное решение позволяет проанализировать, в частности, искажение начальных ударных импульсов, возникающих при различного

рода сильных взрывных явлениях в земной коре, а также получить аналитическое описание совместного действия нелинейности и неоднородности среды. Аналитические решения, помимо более полного понимания происходящих процессов, позволят проверить результаты численных расчетов для более сложных моделей неоднородных твердых тел.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.S. Wochner, M.F. Hamilton, and E.A. Zabolotskaya // J. Acoust. Soc. Am. 2007. V. 121 P. 3182.
2. В.А. Гусев, О.В. Руденко // Акуст. Журн. 2006.Т. 52. № 1. С. 30.

О ЛАГРАНЖЕВОМ ОПИСАНИИ ВОЛН В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Е.И. Якубович¹, В.И. Шпира²

1. Институт прикладной физики РАН

2. University of Keele

Как хорошо известно, существуют два способа описания течения жидкости - Эйлера и Лагранжа. Оба эти способа сформулировал Эйлер в 1755 году (за 33 года до Лагранжа) в трактате «Общие принципы движения жидкостей». Применение первого способа до сих пор по частоте намного опережает второй. Почему мало используют переменные Лагранжа для идеальной жидкости мы не знаем. Хотя преимущества лагранжева описания очевидны. В переменных Лагранжа:

- Свободные границы жидкости всегда неподвижны
- Стратификация несжимаемой жидкости фиксирована
- Такой важный интегральный инвариант как циркуляция является просто первым интегралом уравнений.
- Есть еще достоинства, которые всплывают при втором взгляде. Это в первую очередь характер нелинейностей в уравнениях. В данной работе будет показано, как можно использовать специфику этих нелинейностей при получения точных результатов для волн и колебаний в стратифицированной несжимаемой жидкости с постоянной частотой Вейсяля.

Сущность лагранжева и эйлерова подходов, как известно, такова: при эйлеровом подходе жидкость рассматривают как поле скоростей в пространстве переменных x, y, z, t ; а при лагранжевом - следят за каждой частицей жидкости, предварительно их «пометив» (перенумеровав). Таким образом, неизвестными функциями будут x, y, z , а независимыми переменными «номера» частиц и время. Выбор этих меток в значительной степени произволен необходимо лишь следить за однозначностью и чтобы не было частиц без имени. За такие метки обычно a, b, c принимают начальные координаты частиц жидкости.

Итак, пусть имеется неоднородная но несжимаемая жидкость. Причем неоднородность плотности ρ в состоянии покоя линейная функция вертикальной координаты. Для простоты ограничимся рассмотрением двумерных течений. Все движения жидкости происходят в плоскости XZ (в лагранжевом пространстве – плоскость ac). Аналогом уравнения Гельмгольца для неоднородной жидкости и уравнения непрерывности будет система двух нелинейных уравнений:

$$\begin{aligned}(\vec{r}_{ta}\vec{r}_c) - (\vec{r}_{tc}\vec{r}_a) &= -\rho_c g z_a, \\(x_a z_c - x_c z_a) &= 1\end{aligned}\tag{1}$$

Выделим «спокойную» часть пространства.

$$\vec{r} = \{a\vec{x}_0 + c\vec{z}_0\} + \vec{R}(a, c, t), \text{ где } \vec{R} = \{X, Z\} \quad (2)$$

Подставим эти новые координатные функции в уравнения течения и непрерывности, считая плотность линейной функцией вертикальной координаты, т.е. $\rho = \gamma c$:

$$\begin{aligned} (\vec{R}_{tta} \vec{R}_c) - (\vec{R}_{ttc} \vec{R}_a) + Z_{tta} - X_{ttc} &= -\gamma g Z_a, \\ X_a + Z_c + (X_a Z_c - X_c Z_a) &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

В лагранжевых переменных и уравнение течения, и уравнение непрерывности содержат квадратичные нелинейности. Специфика лагранжевых переменных в том, что обе эти нелинейности – якобианы. В первом уравнении это якобиан от ускорения \vec{R}_{tt} и вектора \vec{R} , а во втором якобиан от компонент X и Z .

Эта особенность лагранжевого описания позволяет определить следующее направление исследования течений. Пусть ускорение пропорционально координате, т.е. зависимость от времени гармоническая. Тогда нелинейность в уравнении течения тождественно равна нулю. Если к тому же X пропорционально Z , т.е. колебания (волны) линейно или эллиптически поляризованы, то и в уравнении непрерывности нелинейность равна нулю. Все это очевидно справедливо и в трехмерном случае.

Итак, можно сформулировать следующее утверждение: в стратифицированной жидкости для *монохроматического* процесса по времени и *эллиптической* поляризации колебаний частиц жидкости любое решение *линеаризованной* задачи в лагранжевых переменных является точным решением исходных *нелинейных* уравнений гидродинамики. Отсюда следует, что колебания и волны вида

$$\begin{aligned} x &= a - k_3 [F(k_1 a + k_3 c) \sin \omega t + G(k_1 a + k_3 c) \cos \omega t] \\ z &= c + k_1 [F(k_1 a + k_3 c) \sin \omega t + G(k_1 a + k_3 c) \cos \omega t] \end{aligned} \quad (4)$$

где F и G – произвольные функции, являются точными решениями уравнений гидродинамики, если частота ω и компоненты волнового вектора связаны дисперсионным соотношением:

$$\omega = \sqrt{\frac{\gamma g k_1^2}{k_1^2 + k_3^2}} \quad (5)$$

Можно показать, что поле скоростей в эйлеровых переменных будет

$$\begin{aligned} U &= -k_3 \omega [F(k_1 x + k_3 z) \cos \omega t - G(k_1 x + k_3 z) \sin \omega t] \\ V &= k_1 \omega [F(k_1 x + k_3 z) \cos \omega t - G(k_1 x + k_3 z) \sin \omega t] \end{aligned} \quad (6)$$

При этом плотность в эйлеровых переменных будет нестационарной функцией координат и времени

$$\rho = 1 + \gamma \{z - F(k_1 x + k_3 z) \sin \omega t - G(k_1 x + k_3 z) \cos \omega t\} \quad (7)$$

Выбором произвольных функций, можно получить

1) решение в виде набора монохроматических волн, бегущих вдоль одного направления с различными скоростями и амплитудами, зависящими от этих скоростей:

$$U = -\frac{k_2}{k_1} \sum_{\lambda} A(\lambda) \sin(\lambda \vec{k} \vec{r} - \omega t), \quad V = \sum_{\lambda} A(\lambda) \sin(\lambda \vec{k} \vec{r} - \omega t).$$

2) модулированные волны:

$$U = -\frac{k_2}{k_1} A(\vec{k} \vec{r}) \sin(\vec{k} \vec{r} - \omega t), \quad V = A(\vec{k} \vec{r}) \sin(\vec{k} \vec{r} - \omega t)$$

с амплитудой $A(\vec{k} \vec{r})$ – произвольной функцией.

3) Легко видеть, что полученное решение (4) или оно же в эйлеровых переменных (6) удовлетворяют граничным условиям непротекания на любой плоскости вида:

$$(\vec{k} \vec{r}) = d$$

Поэтому эти решения могут описывать течения между двумя параллельными плоскостями

$$(\vec{k} \vec{r}) = d_1 \text{ и } (\vec{k} \vec{r}) = d_2$$

Скорости колеблющихся частиц жидкости будут параллельны плоскостям, а амплитуды и фазы их колебаний будут зависеть от координаты ортогональной к этим границам.

4) Неожиданным фактом является то, что при частном виде произвольных функций

$$G(k_1 a + k_3 c) = A_1 (k_1 a + k_3 c - d_1)(k_1 a + k_3 c - d_2),$$

$$F(k_1 a + k_3 c) = A_2 (k_1 a + k_3 c - d_1)(k_1 a + k_3 c - d_2)$$

где $A_{1,2}$ – произвольные постоянные, описываются колебания вязкой жидкости между плоскостями. Действительно, на обеих плоскостях скорости частиц равны нулю. Кроме того, поле скоростей (6)

$$U = -k_3 \omega [A_1 (k_1 x + k_3 z - d_1)(k_1 x + k_3 z - d_2) \cos \omega t -$$

$$- A_2 (k_1 x + k_3 z - d_1)(k_1 x + k_3 z - d_2) \sin \omega t],$$

$$V = k_1 \omega [A_1 (k_1 x + k_3 z - d_1)(k_1 x + k_3 z - d_2) \cos \omega t -$$

$$- A_2 (k_1 x + k_3 z - d_1)(k_1 x + k_3 z - d_2) \sin \omega t]$$

удовлетворяет уравнениям Навье-Стокса.

Интересной особенностью этого течения является явление «качающегося» максимума колебания частиц жидкости – пол периода максимум колебания расположен ближе к одной плоскости, пол периода – к другой.

АМПЛИТУДНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ ДИФРАКЦИИ ФОКУСИРОВАННОГО УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИМПУЛЬСА НА ТЕПЛОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

С.М. Бобкова, С.А. Цысарь, В.А. Хохлова, В.Г. Андреев
МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики

Задача дистанционного измерения температуры является актуальной при проведении многих физических экспериментов. Один из ультразвуковых методов таких измерений основан на зависимости скорости звука в среде от температуры. Скорость прохождения ультразвукового импульса через нагретую область изменяется в зависимости от степени нагрева, поэтому сигнал, прошедший нагретый слой, будет смещен во времени относительно сигнала, прошедшего этот же слой до нагрева. В работе [1] изучалась возможность осуществления контроля температуры в резиноподобном фантоме биоткани по измерению смещения (задержки) зондирующего импульса.

Для реализации данного метода использовалась экспериментальная установка, представленная на рис.1. Образец в виде кубика помещался на оси двух конфокально расположенных сфокусированных преобразователей и облучался мощным ультразвуком перпендикулярно оси резонатора. Фокус греющего преобразователя совпадал с фокусом диагностической системы. Образец и преобразователи помещались в бассейн, заполненный водой. Эксперимент проводился в следующей последовательности: сначала осуществлялся нагрев образца, а по его окончании посылались последовательность зондирующих импульсов и измерялась зависимость их времени прихода по мере остывания нагретой области в образце. Полученные в эксперименте значения сравнивались с теоретическими данными. В результате проведения эксперимента было обнаружено, что для малых времен наблюдения, когда размер неоднородности сравним с размером поперечной перетяжки зондирующего пучка, а температура в фокусе высока, амплитуда регистрируемого сигнала существенно понижается или даже пропадает совсем. Также наблюдаются расхождения в теоретическом расчете задержки с данными эксперимента: измеренная величина оказывалась выше, чем рассчитанная. В рамках используемой лучевой теории данные явления описать было нельзя.

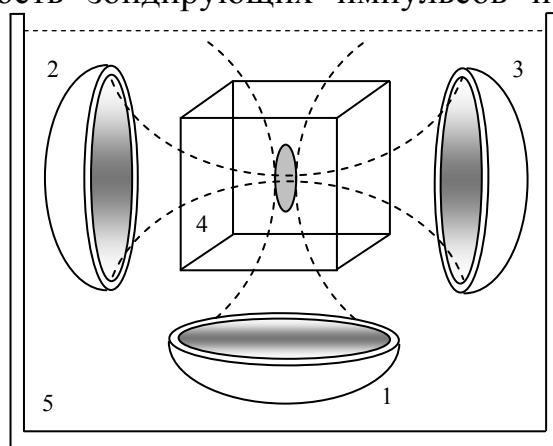


Рис. 1. Схема установки: 1—греющий излучатель мощного ультразвука, 2—зондирующий излучатель, 3—приемник, 4—полимерный образец, 5—бассейн.

Целью данной работы являлось объяснение результатов, полученных в работе [1] и проведение расчетов распространения зондирующего импульса с учетом дифракции при фокусировке и рефракции на тепловой неоднородности. При теоретическом моделировании задача разбивается на два этапа: вначале численно рассчитывается акустическое и температурное поле мощного греющего излучателя, а затем – распространение зондирующего импульса через нагретую область. Распределение амплитуды давления греющего излучателя в образце рассчитывается численно с помощью интеграла Рэлея [2]:

$$p = -\frac{i\omega\rho_0 v_0}{2\pi} \int_s \frac{e^{ikR}}{R} ds'.$$

Здесь v_0 – амплитуда колебательной скорости на излучателе, ρ_0 – плотность среды, $\omega = 2\pi f$, f – частота излучающего источника, R – радиус-вектор, проведенный от элемента излучающей поверхности в точку, в которой рассчитывается поле. Далее, с использованием полученного распределения давления, решается уравнение теплопроводности [2]:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T + \frac{2\alpha I}{\rho_0 C_p}, \quad I = p^2 / 2c_0 \rho_0,$$

где C_p – теплоемкость материала, α – коэффициент поглощения, c_0 – скорость звука в среде, χ – коэффициент температуропроводности, T – повышение температуры по сравнению с ее начальным значением $T_0 = 20^\circ\text{C}$.

На втором этапе моделируется распространение через нагретую область перпендикулярно оси греющего пучка зондирующего ультразвукового импульса. В расчетах используется эволюционное уравнение дифракции с учетом неоднородности [3]:

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \left(\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{c(T) - c_0}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial \tau} \right) = \frac{c_0}{2} \Delta_{\perp} p.$$

Здесь $\tau = t - z/c$, z – координата распространения.

Форма импульса на приемнике рассчитывается для каждого момента времени путем усреднения давления по его поверхности. Исследуются зависимости задержки и амплитуды регистрируемого сигнала от времени по мере остывания образца. Задержка определяется по фазовому сдвигу регистрируемых импульсов на приемнике, прошедших через ненагретый и нагретый образец. Для сравнения результатов дифракционного подхода, задержка зондирующего импульса вычислялась также в лучевом приближении. Расчет проводится для следующих режимов: время нагрева $t_{\text{нагр}} = 0.3\text{с}$, мощность греющего излучателя $W_1 = 32.9$ Вт, $W_2 = 22.3$ Вт, и $W_3 = 11.8$ Вт.

Как видно из рис. 2, существенные изменения амплитуды сигнала, а также расхождение в задержках зондирующего импульса, получаемых в

приближении геометрической акустики и при использовании дифракционного подхода, возникают только на малых временах после окончания нагрева. На данных временах размер нагретой области еще сравним с размером перетяжки, и есть сильный градиент температуры в направлении, перпендикулярном оси зондирующего пучка. По мере остывания образца размер неоднородности становится больше размера перетяжки, и амплитуда зондирующего импульса восстанавливается и выходит на некоторый постоянный уровень, соответствующий амплитуде импульса, регистрируемого в отсутствии нагрева.

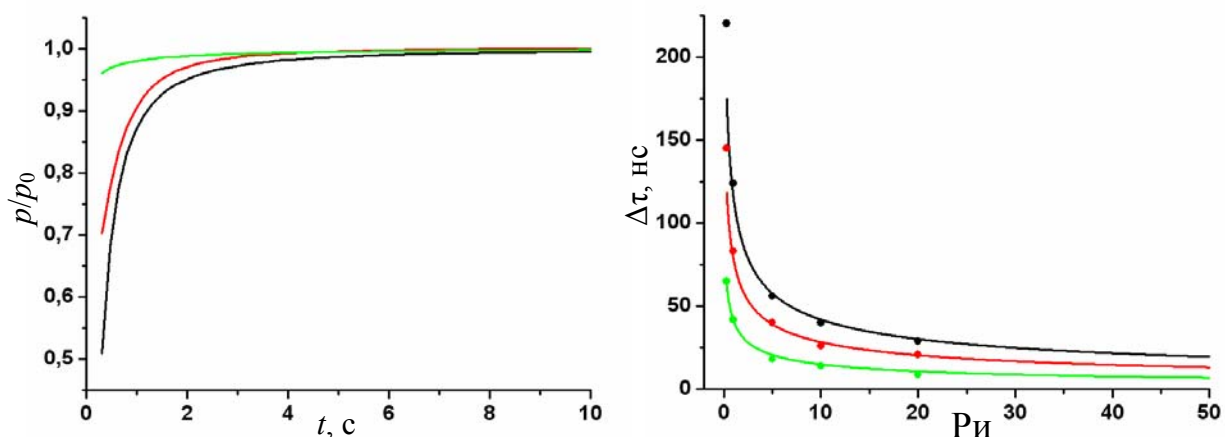


Рис. 2. Зависимость амплитуды сигнала, регистрируемого приемником, (а) и его задержки (б) от времени для режимов нагрева: $W_1=32.9$ Вт, $t_1=0.3$ с (—), $W_2=22.3$ Вт, $t_2=0.3$ с (—), $W_3=11.8$ Вт, $t_3=0.3$ с (—). На рис. 2(б) сплошными линиями показаны задержки, рассчитанные в лучевом приближении, точками – задержки, рассчитанные с помощью дифракционного подхода. p_0 – амплитуда сигнала, регистрируемого в отсутствии нагрева.

Полученные амплитудные эффекты наблюдались, когда размер фокальной неоднородности был не более 1.5 размера перетяжки, равного 1.75 мм, а максимальная разница скорости звука Δc внутри неоднородности между краем и центром перетяжки зондирующего пучка $\Delta c/c_0 > 7\%$. При более слабых градиентах скорости или больших размерах неоднородностей можно использовать лучевой подход.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 06-02-16860 и ИНТАС 05-1000008-7841.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Г. Андреев, А.В. Ведерников, А.В. Морозов, В.А. Хохлова // Акуст. жур. 2006. Т. 52. № 2. С. 149.
2. К. Хилл “Ультразвук в медицине. Физические основы применения” М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
3. М.В. Аверьянов, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников, Ф. Блан-Бенон, Р.О. Кливленд // Акуст. жур. 2006. Т. 52 № 6. С.725.

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ СТРУКТУРА МОЩНЫХ ФОКУСИРОВАННЫХ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ПУЧКОВ РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИИ

О.В. Бессонова, В.А. Хохлова

Московский государственный университет, физический факультет,
кафедра акустики

Высокоинтенсивный фокусированный ультразвук, или HIFU - High intensity focused ultrasound, в настоящее время используется во многих современных медицинских приложениях. HIFU преобразователи, как правило, работают при высоких уровнях интенсивности, поэтому при описании создаваемых ими акустических полей нелинейными эффектами, безусловно, нельзя пренебрегать. Если при линейной фокусировке гармонической волны все характеристики пучка можно однозначным образом рассчитать по известному пространственному распределению амплитуды волны, то для нелинейного пучка этого недостаточно. Различные параметры поля, такие, как амплитуда высших гармоник, пиковое положительное и отрицательное давление в профиле волны, полная интенсивность и эффективный коэффициент поглощения, будут иметь свою характерную пространственную структуру, изменяющуюся различным образом по мере усиления нелинейных эффектов. В данной работе на основе уравнения Хохлова-Заболотской [1] и ранее полученного численного алгоритма [2] исследованы особенности пространственной структуры нелинейных фокусированных пучков с равномерным распределением амплитуды гармонического сигнала на излучателе, характерным для медицинских терапевтических систем, а также пучков с исходно гауссовской аподизацией. Получены и проанализированы численные решения для нелинейного акустического поля в слабопоглощающей среде в режиме формирования и в режиме развитых разрывов в фокальной области пучка.

При моделировании использовались следующие безразмерные переменные: $P = p/p_0$ – акустическое давление, $\theta = \omega_0 \tau = t - x/c_0$ – время в сопровождающей системе координат, ω_0 и p_0 – частота и амплитуда волны на источнике; $z = x/F$ и $R = r/a$ – координаты вдоль и поперек оси пучка, F – фокальная длина, a – радиус излучателя, $x_p = c_0^3 \rho_0 / \epsilon p_0 \omega_0$ – длина образования разрыва, $x_d = ka^2 / 2F$ – длина дифракции, $N = F/x_p$ – нелинейный параметр, $G = x_d / F$ – параметр дифракции, определяющий линейный коэффициент усиления амплитуды акустического поля в фокусе. Граничные условия задавались на источнике в виде фокусированного пучка с гауссовским распределением амплитуды $P(z=0) = e^{-R^2} \sin(\theta + GR^2)$ или равномерным распределением

$$P(z=0) = \begin{cases} \sin(\theta + GR^2), & R < 1 \\ 0, & R > 1 \end{cases} \cdot \text{Моделирование проводилось в широком}$$

диапазоне значений N и G .

Рисунок 1 иллюстрирует изменение за счет нелинейных эффектов пространственной структуры положительного $P+$ и отрицательного $P-$

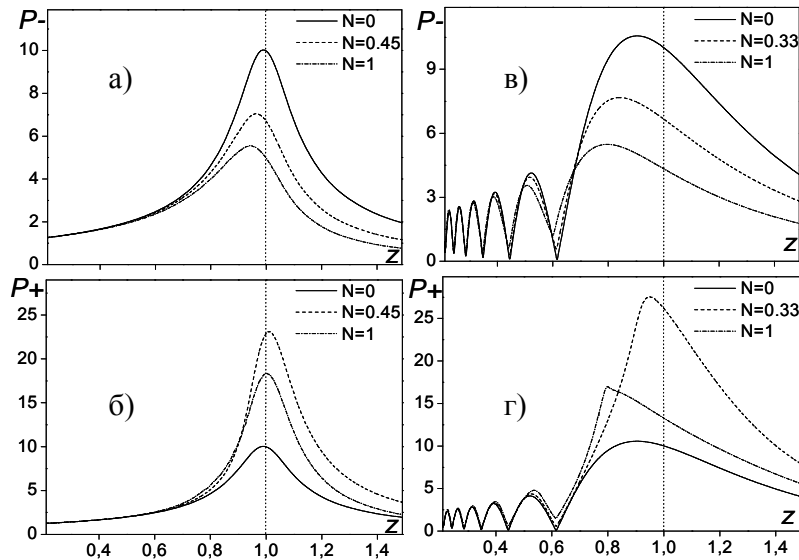


Рис. 1. Зависимость пиковых положительного $P+$ и отрицательного $P-$ давлений вдоль оси пучка в линейном и нелинейных случаях для гауссовского (слева) и поршневого (справа) излучателей. $G = 10$

пиковых давлений вдоль оси пучка для гауссовского (а, б) и поршневого (в, г) излучателей.

Графики представлены для случая линейной фокусировки ($N = 0$), в случае, когда ударный фронт волны формируется в области фокуса ($N = 0.45, 0.33$) и до фокуса ($N = 1$). Видно, что как для поршневого, так и для гауссовского

излучателей, проявляются схожие тенденции в изменении параметров акустического поля. С увеличением значения параметра N максимум в распределении пикового отрицательного давления монотонно уменьшается [3]. В противоположность этому, максимум в распределении пикового положительного давления изменяется немонотонно: сначала увеличивается, потом начинает уменьшаться за счет поглощения энергии волны на разрывах, образующихся при распространении волны к фокусу. Интересно заметить, что положение максимума поля на оси также изменяется различным образом для разных параметров волны. В линейном случае максимум амплитуды гауссовского излучателя расположен вблизи фокуса, в то время как для поршневого излучателя он более смещен по направлению к излучателю. При увеличении параметра N максимум пикового отрицательного давления монотонно смещается в сторону излучателя, в то время как максимум пикового положительного давления смещается вначале в сторону геометрического фокуса и в некотором интервале значений параметра N даже переходит за фокус, а затем - обратно в сторону излучателя. Такое смещение максимума давления $P+$ за фокус вызвано эффектом самодефокусировки пучка, происходящей за счет увеличивающейся асимметрии фаз сжатия и разрежения в профиле волны

нелинейного пучка. Для поршневого преобразователя все указанные эффекты проявляются в большей степени, чем для гауссовского.

На рисунке 2 показаны двумерные распределения пиковых давлений P_+ и P_- в линейном пучке ($N=0$) и когда разрыв в профиле волны образуется вблизи фокуса. Как видно, для обоих излучателей этому случаю будут соответствовать разные значения параметра N . Графики

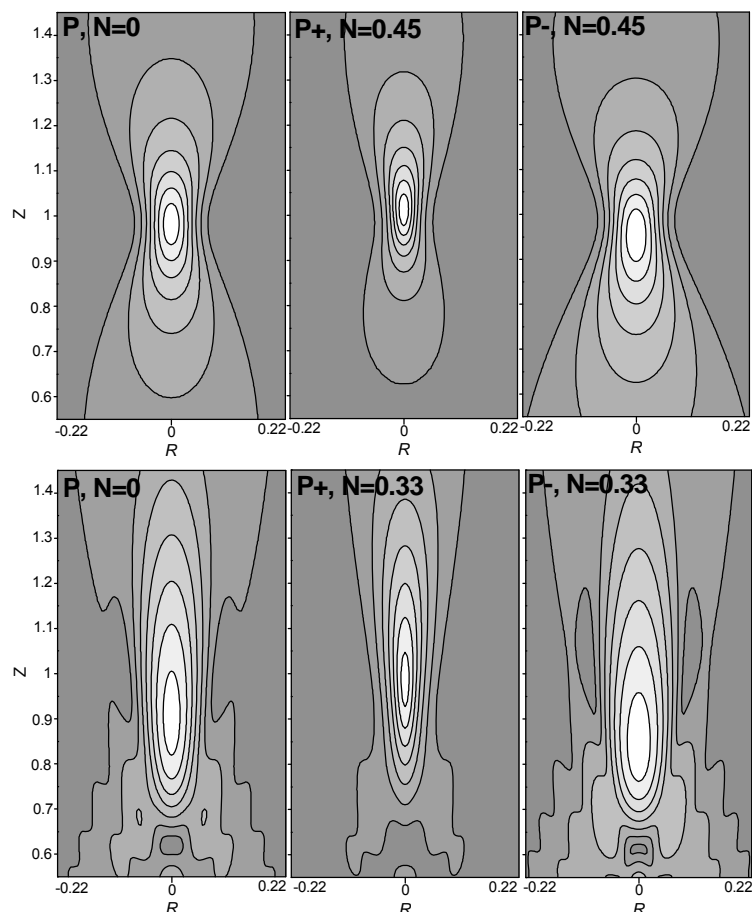


Рис. 2. Двумерное распределение пиковых положительного P_+ и отрицательного P_- давлений в линейном ($N = 0$) и нелинейном пучках ($G = 10$) для гауссовского ($N = 0.45$, верхний ряд) и поршневого ($N = 0.33$, нижний ряд) излучателей.

представлены в линейном масштабе с восемью равными уровнями, которые изменяются от нуля до максимума амплитуды давления. Рисунки иллюстрируют характерные тенденции изменения акустического поля при увеличении амплитуды давления на излучателе. В нелинейном поле для обоих излучателей фокальная область пикового давления P_+ существенно более локализована в пространстве по сравнению с линейным полем. Напротив, фокальная область пикового давления P_- заметно смещена в сторону преобразователя и менее локализована в пространстве, особенно в поперечном направлении.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ 06-02-16860 и ИНТАС 05-1000008-7841.

ЛИТЕРАТУРА

1. О.В. Руденко, С.И. Солуян "Теоретические основы нелинейной акустики". М.: Наука, 1975.
2. Е.А. Филоненко, В.А. Хохлова // Акуст. журн. 2000. Т. 46(2). С. 211.
3. V.A. Khokhlova, M.R. Bailey, L.A. Crum. // Proc. 4th International Symposium on Therapeutic Ultrasound (Kyoto, Japan) 2004. P. 134.

ИЗУЧЕНИЕ СТРУКТУРЫ ВНУТРЕННИХ ВОЛН, ГЕНЕРИРУЕМЫХ ПЛАВУЧИМИ СТРУЯМИ В СТРАТИФИЦИРОВАННОЙ ЖИДКОСТИ

Е.В. Ежова, Д.А. Сергеев, Ю.И. Троицкая
Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

Сброс сточных вод представляет собой значительную антропогенную нагрузку, воздействуя на общий массообмен, гидродинамику и состояние экосистемы прибрежной зоны [1]. Комплексное исследование этих процессов включает в себя математическое моделирование динамики затопленных турбулентных струй, контактные методы, а также аэрокосмические дистанционные методы, которые основаны на обнаружении и оценке поверхностных проявлений подводных стоков. Выяснение физических механизмов таких проявлений чрезвычайно важно с точки зрения интерпретации полученных результатов и выбора оптимального метода дистанционной диагностики и его параметров.

Изучение гидродинамических процессов вблизи подводного коллектора сточных вод на основе масштабного лабораторного моделирования проводилось в Большом термостратифицированном бассейне ИПФ РАН (БТСБ) [2]. В нем создается искусственная температурная стратификация пикноклинного типа, в которой резкий скачок температуры величиной 12°C формируется на глубине 60-65 см.

Модель коллектора представляет собой заглушенную с одного конца металлическую трубку длиной 1.3 м с внутренним диаметром 1.2 см, на боковой поверхности которой имеется 5 отверстий диаметром 3 мм, расположенных на расстоянии 30 см друг от друга на одном уровне. Трубка располагалась горизонтально, посередине и поперек бассейна на расстоянии h от дна. Через свободный конец модель коллектора шлангом соединялась с баком с раствором этилового спирта плотностью 0.93 г/см³. Средняя скорость истечения раствора из отверстий в модели коллектора определяется через расход раствора: $V = \frac{Q}{S_{\Sigma}} = \frac{V_0}{5S_0\Delta t}$, где S_0 - площадь

одного отверстия, Δt - время истечения контрольного объема раствора V_0 . Изменение скорости истечения за счет изменения уровня раствора в баке за время эксперимента не превышало 10%. Колебания температуры в окружающей среде, вызванные всплыванием струй, фиксировались с помощью гирлянды из 14 термисторов, позволяющих измерять значения температуры воды в диапазоне от 0°C до 30°C с погрешностью не более 0.05°C и постоянной времени 0.3 с. Аналоговые сигналы с термисторов преобразовывались в цифровые с помощью АЦП и записывались на жесткий диск компьютера.

Параметры фоновой стратификации (максимальное значение частоты плавучести N_0 и характерное значение толщины термоклина H),

геометрические размеры модели (расстояния между отверстиями в модели коллектора l и диаметр отверстия в коллекторе a), скорость истечения жидкости в модельном эксперименте U_0 и начальная разность плотностей струи и окружающей жидкости $(\rho_1 - \rho_0)$, а также глубина от середины пикноклина до коллектора z_p определялись из условий моделирования по безразмерным параметрам задачи: параметру фоновой стратификации $Str = N_0^2 a \rho_0 / (g \Delta \rho_0)$, глобальному числу Ричардсона струйного течения $Ri = g \Delta \rho_0 a / (\rho_0 U_0^2)$, безразмерной толщине пикноклина $\tilde{H} = H / a$, безразмерной глубине расположения коллектора $z_0 = z_0 / a$, а также геометрическим подобием. В БТСБ были реализованы параметры течения и стратификации, которые обеспечивают масштабное моделирование типичных условий вблизи диффузора коллектора г. Гонолулу в бухте Мамала (Гавайские острова) по числам Ri , Str , \tilde{z}_0 , \tilde{H} и геометрическое подобие в масштабе 1:27. При этом число Рейнольдса на выходе из отверстий составляло около 3000, что обеспечивало в лабораторном эксперименте режим развитой турбулентности плавучих струй.

По измеренным временным температурным разрезам рассчитывались изотермы, характеризующие смещения жидких частиц относительно равновесного уровня, их спектры, а также дисперсии смещений изотерм. Спектры изотерм имеют выраженный максимум в интервале частот от $f_0 = 0.02$ Гц до $f_{max} = 0.05$ Гц, при максимальной частоте плавучести $N_0 = 0.07$ Гц, т.е. в диапазоне распространения внутренних волн. Дисперсия смещений каждой изотермы вычислялась по формуле $\langle \sigma^2 \rangle = \int_{f_0}^{f_{max}} Sp(f) df$, где $Sp(f)$ - спектр смещений изотерм относительно среднего уровня. Пример профиля дисперсии смещений изотерм для скорости истечения жидкости из модели коллектора 100 см/с приведен на рис. 1.

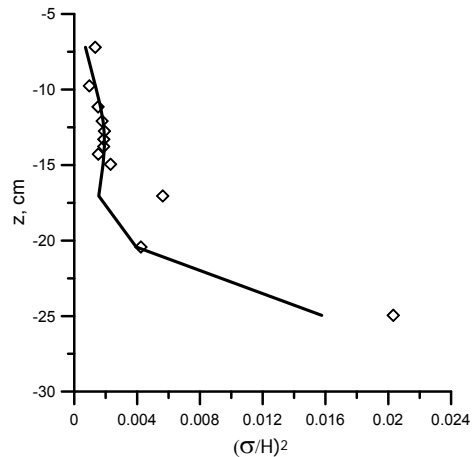


Рис. 1. Пример аппроксимации вертикальной структуры моды для $U_0 = 100$ см/с (\diamond - экспериментальные)

Эксперименты показали, что при истечении плавучей жидкости из модели коллектора сточных вод формировалось сдвиговое течение со струйным профилем скорости, локализованное ниже термоклина. Были получены дисперсионные соотношения и структуры первой и второй мод внутренних волн в стратифицированной жидкости с учетом распространения струи под термоклинном. Показано, что для средней частоты из интервала, соответствующего спектральному пику,

$\omega \approx \omega_0 = 0.035$ Гц, первая мода имеет максимум, локализованный вблизи термоклина, а вторая мода имеет выраженный максимум в струе и слабый в области термоклина. Можно предположить, что в экспериментах наблюдается смешанный режим возбуждения внутренних волн, когда одновременно существуют первая и вторая моды. При этом на наличие первой моды указывают выраженные колебания в термоклине, а резкое увеличение амплитуды колебаний в струе может соответствовать второй моде. Для проверки этой гипотезы нами был проведен модовый анализ поля смещений изотерм, полученного в эксперименте. Разложение структуры поля по модам можно искать в виде

$$\xi(z, t) = A(t)\varphi_1(z, \omega_0, k_1(\omega_0)) + B(t)\varphi_2(z, \omega_0, k_2(\omega_0)),$$

где φ_1 и φ_2 – собственные моды системы на частоте спектрального пика. Аппроксимация экспериментального профиля смещений изотерм (рис.1) проводилась с использованием метода наименьших квадратов.

Исследованы зависимости амплитуды колебаний изотерм от контрольного параметра (скорость истечения жидкости из модели коллектора) для каждой из двух мод (рис.2). Зависимости хорошо аппроксимируются стационарным решением уравнения Ландау [3]:

$$\frac{da}{dt} = (\mu(R - R_c) - \nu|a|^2)a,$$

которое описывает мягкий режим возбуждения автоколебаний в нелинейных средах с малой надкритичностью (здесь a – амплитуда колебаний, R – управляющий параметр, R_c – его критическое значение, ν – параметр нелинейного затухания). Это позволило выдвинуть предположение о механизме возбуждения внутренних волн, в качестве источника которых рассматриваются автоколебания всплывающей струи.

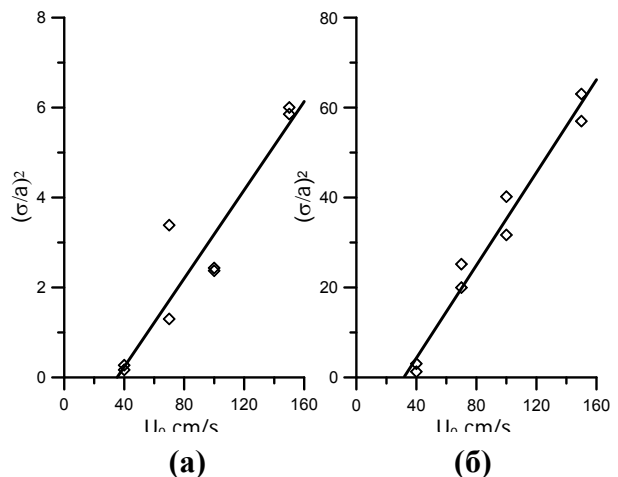


Рис. 2. Зависимости дисперсий колебаний изотерм от контрольного параметра задачи: (а) – для 1-ой моды, (б) – для 2-ой моды.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Bondur, R. Keeler, C. Gibson // *Geophys. Res. Lett.* 2005. 32. L12610; doi:10.1029/2005/GL022390.
2. Ю.И. Троицкая, Д.А. Сергеев, Е.В. Ежова, И.А. Соустова, В.И. Казаков // *ДАН.* Т. 419. № 5. С. 691.
3. А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин «Теория колебаний» М.: Наука, 1981.

ИЗМЕРЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО СДВИГОВОГО МОДУЛЯ РЕЗИНОПОДОБНОЙ СРЕДЫ МЕТОДОМ ДЕФОРМАЦИИ СЛОЯ ФИКСИРОВАННОЙ ТОЛЩИНЫ

Т.Б. Крит, В.Г. Андреев

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, кафедра акустики

Особенностью резиноподобных материалов, в число которых входят каучуки, полимеры, а также мягкие биологические ткани, является то, что их сдвиговый модуль на несколько порядков меньше объёмного. В работе [1] нелинейный сдвиговый модуль определён в геометрии с нефиксированной толщиной. Одновременно со сдвиговыми деформациями в образце возникает сжатие и растяжение. За счёт подвижности только одной средней пластины в работе [2] получен чистый сдвиг без деформаций сжатия, при этом значения деформаций слоя при увеличении нагрузки и при её последующем снятии не совпадали. Это, вероятно, обусловлено тем, что образец сразу подвергался большим деформациям. В настоящей работе после увеличения деформации на каждые 10% толщины проводилась полная разгрузка.

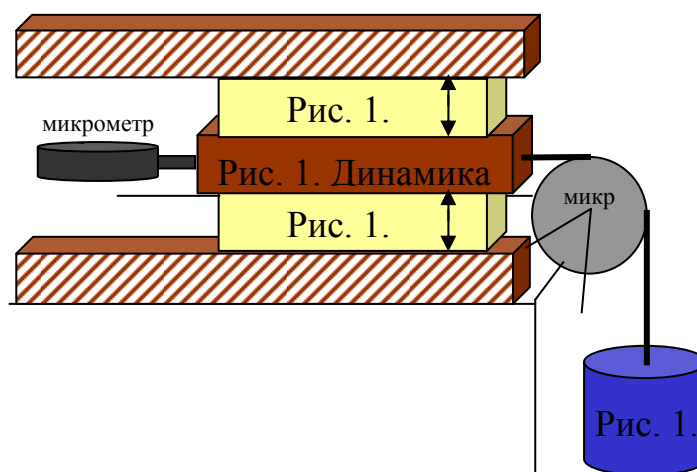


Рис. 1. Схема установки для статической деформации плоского слоя.

Установка состоит из двух слоёв полимера одинаковой толщины 5 мм, заключённых между тремя пластинами. Схема установки приведена на рисунке 1. Нижняя и верхняя пластины имеют размеры 89х89х5 мм. Средняя пластина может перемещаться в горизонтальной плоскости. Поверхность её соприкосновения со слоями исследуемого образца сверху и снизу тоже имеет размеры 89х89 мм, однако размер самой пластины 144х89х5 мм для обеспечения удобного доступа к средней пластине. Все поверхности пластин, которые соприкасаются с полимерным образцом, обладают достаточно хорошей адгезией. Нижняя и верхняя пластины жёстко закреплены параллельно друг другу с помощью крепёжных досок и винтов. Средняя пластина связывалась с нагрузкой тросом, перекинутым

через блок, а смещение фиксировалось при помощи микрометра, который устанавливался с противоположной стороны, на уровне блока.

Измерения проводились с образцом из полимерного материала производства MF manufacturing Co по плотности сходным с водой и по своим упругим свойствам близким к свойствам биологической ткани. Жидкий мономер был нагрет до температуры полимеризации (около 170°C). Получившимся жидким полимером была заполнена рабочая форма. После затвердевания в течение 24 часов полимер сцепляется с рабочей поверхностью.

В качестве нагрузки была использована пластиковая ёмкость, которую можно медленно заполнять водой и разгружать. При добавлении воды микрометр фиксировал смещение средней пластины, а следовательно, и поверхности образца, находящейся в контакте с пластиной. В ходе работы получалась зависимость смещения от массы нагрузки. По ней рассчитана зависимость сдвигового напряжения от деформации, нормированной на толщину полимерного слоя, которая представлена на рисунке 2.

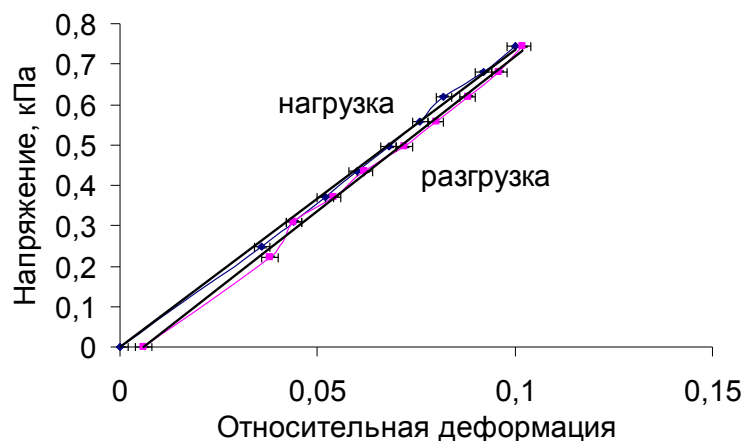


Рис. 2. Зависимость напряжения в слое от сдвиговой деформации при нагрузке образца до относительной деформации 0.1 и последующей разгрузке.

Для снятия первой зависимости образец медленно нагружался, пока величина сдвиговой деформации не достигала 0.1. После этого производилась полная разгрузка. При переходе от нагрузки к разгрузке в систему могла вноситься ошибка из-за смещения толкателя микрометрического датчика. При измерениях до деформации 0.1 ошибка составила 2%. Поэтому можно сделать вывод, что с такой же точностью зависимость напряжения от деформации одинакова при нагрузке и разгрузке образца. Полученная величина модуля сдвига составила $2\mu = 7.35 \pm 0.14$ кПа. В результате измерений было получено, что в области относительных деформаций от 0 до 0.25 зависимость напряжения от деформации носит линейный характер.

Аналогично было показано, что связь напряжения и деформации одинакова при медленной нагрузке и разгрузке вплоть до относительных деформаций 0.64. В этой области нелинейность, как видно из рисунка 3,

начинает существенно проявляться. Механические напряжения, возникающие при сдвиговой деформации, не зависят от направления сдвига, поэтому квадратичная нелинейность в зависимости напряжения от деформации отсутствует, а кубичная нелинейность становится основной [3]. Тогда зависимость $\sigma(\varepsilon)$ можно записать в виде: $\frac{F}{S} = 2\mu\varepsilon + 2\beta\mu\varepsilon^3$, где $\frac{F}{S} = \sigma$ - механическое напряжение (F – сила, S – площадь пластины), $\varepsilon = x/h$ – относительная деформация сдвига (x – измеренное смещение, h – толщина слоя полимера), μ – модуль сдвига, β – нелинейный коэффициент, $\beta\mu$ – нелинейный модуль сдвига. Нелинейный модуль сдвига, определённый для обоих слоёв по аппроксимации экспериментальных зависимостей кубичной параболой с заданным линейным модулем ($\sigma = 2\beta\mu \cdot \varepsilon^3 + 7,35 \cdot \varepsilon$), составил $2\beta\mu = 2.81 \pm 0.25$ кПа.

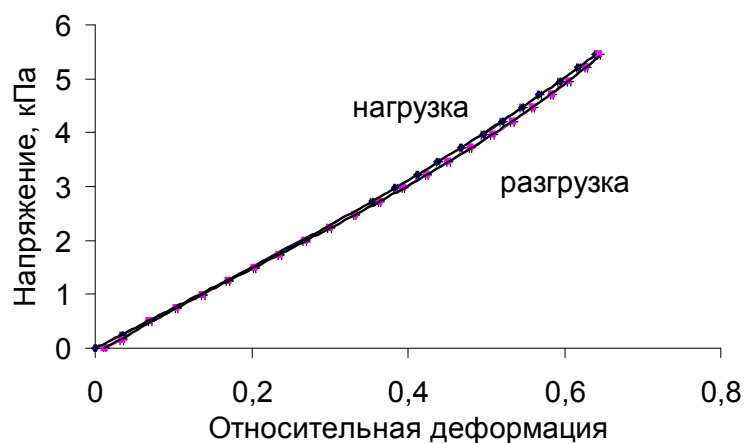


Рис. 3. Зависимость напряжения в слое от сдвиговой деформации при нагрузке образца до относительной деформации 0.64 и последующей разгрузке.

В результате исследований показано, что при медленном увеличении нагрузки зависимость напряжения от относительной деформации однозначна вплоть до деформаций составляющих 70% толщины слоя. Полученные результаты являются отправными данными в построении теоретической модели, которая позволит связать измеряемые величины с нелинейными модулями материала [4].

Работа поддержана грантами РФФИ, ИНТАС и Программой поддержки научных школ.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Г. Андреев, Т.А. Бурлакова // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 1. С. 50.
2. А.С. Аверина, Т.Б. Крит, В.Г. Андреев // Ломоносов-2007. Химия. Высокмолекулярные соединения. CD. С. 70.
3. О.В.Руденко, О.А.Сапожников // ЖЭТФ. 1994. Т. 106. № 2(8). С. 395.
4. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц “Теоретическая физика” М.: Наука, 1987. Т. 8. С. 148.

ГЕНЕРАЦИЯ СПИРАЛЬНЫХ ВОЛН ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН В КЮВЕТЕ С НЕОДНОРОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

С.В. Кияшко

ИПФ РАН, Нижний Новгород

Характерным свойством распределенных автоколебательных систем является мультистабильность, то есть возможность существования нескольких устойчивых стационарных режимов, возникающих при фиксированных параметрах среды. Реализация того или иного устойчивого состояния зависит лишь от начальных условий в момент возникновения неустойчивости. При этом в распределенных системах устойчивые режимы могут различаться и пространственной структурой поля. Такая ситуация рассматривается в настоящем сообщении, где представлены результаты экспериментального исследования процесса возникновения стоячих спиральных волн на поверхности слоя вязкой жидкости в осциллирующем поле тяжести. При этом неустойчивость создается параметрической накачкой, а ограничение роста амплитуды волны происходит за счет нелинейной зависимости вязких потерь амплитуды.

В жидкости большой вязкости из-за сильной конкуренции могут существовать только роликовые структуры стоячих волн. Однако в обычных условиях спиральные волны не возникают, а наблюдаются параллельные ролики в прямоугольной кювете и круговые стоячие волны в кювете круглой формы. Это связано с тем, что при включении накачки на вертикальной границе кюветы возникают сильнозатухающие сдвиговые волны, которые служат начальными возмущениями для возбуждения стоячих роликовых волн. В круглой кювете эти возмущения повторяют форму кюветы, что и приводит к установлению стационарного режима в виде круговых роликов [1].

Экспериментально показано, что если на границе кюветы содержится неоднородность трехугольной формы в виде уступа на стенке, то фронт возбуждения будет содержать дефект, который будет двигаться к центру кюветы, что и приводит к образованию спиральной волны. Исследован процесс генерации спиральных волн в зависимости от параметров неоднородности на границе. Выяснено, что наиболее эффективна неоднородность с высотой уступа близкой к длине волны возбуждающихся спиральных структур.

ЛИТЕРАТУРА

1. S.V. Kiyashko, L.N. Korzinov, M.I. Rabinovich, L.S. Tsimring //Phys. Rev. E.1996. V. 54. № 5. P. 5037.

ВЛИЯНИЕ МОДУЛЯЦИИ СКОРОСТИ ВРАЩЕНИЯ ЦИЛИНДРОВ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ВИХРЕВЫХ ТЕЧЕНИЙ КУЭТТА – ТЕЙЛОРА

В.О. Афенченко

Институт Прикладной Физики РАН, Нижний Новгород, Россия

В данном сообщении представлены результаты экспериментального исследования влияния модуляции скорости вращения цилиндров на устойчивость вихревых течений Куэтта-Тейлора между двумя коаксиальными цилиндрами. Несмотря на хорошую изученность этой проблемы (см., например, [1] и диаграмму различных режимов течений между цилиндрами в зависимости от чисел Рейнольдса на внутреннем и внешнем цилиндрах), исследование влияния модуляции скорости вращения цилиндров на эти режимы мало исследовано, в то время как эффекты, связанные с модуляцией, могут найти практическое применение. Особый интерес с точки зрения внешнего воздействия при помощи модуляции представляет режим вихревых течений Куэтта-Тейлора (Wavy Vortex Flow – **WVF** – в англоязычной литературе), когда валы Куэтта-Тейлора теряют устойчивость в осевом направлении. В таком случае, модуляция скорости вращения цилиндров непосредственно воздействует на стоячую волну, бегущую в азимутальном направлении [2]. Мною был обнаружен эффект резонансного возбуждения субгармональной частоты в WVF при модуляции скорости вращения внешнего цилиндра.

Эксперимент проводился в горизонтальной системе Куэтта-Тейлора следующей геометрии (Рис.1):

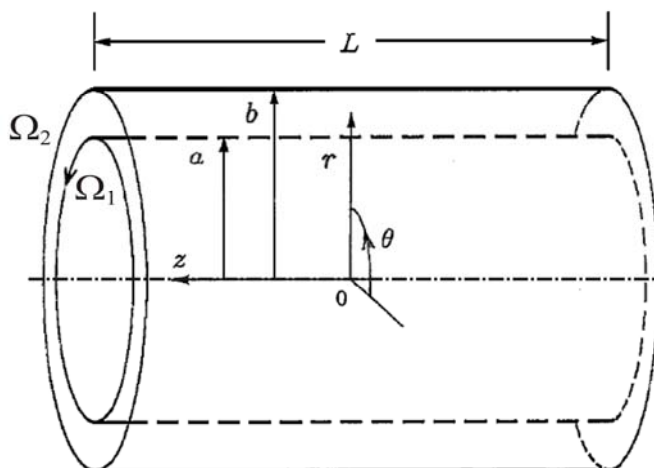


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: внутренний радиус $a = 4,46$ см, внешний радиус $b = 5,08$ см, длина $L = 60,1$ см, толщина слоя жидкости $d = 0,62$ см отношение радиусов $a/b = 0,878$, мера протяженности $\Gamma = L/d = 97$.

В качестве жидкости использовался водно-глицериновый раствор со следующими характеристиками: динамическая вязкость: $\eta = 2,16$ мПа·с, плотность $\rho = 1,074$ г/см³. При этом число Рейнольдса было $Re = 133$, число

Тейлора $Ta = 49,66$. Визуализация течений проводилась при помощи добавления в раствор 2% светоотражающих частиц Kalliroscope AQ1000.

Для уменьшения числа параметров эксперимента, внутренний цилиндр был зафиксирован, в то время как на внешний цилиндр при помощи сервомоторов, управляемых с компьютера, подавался сигнал в виде:

$$\Omega_1 = \Omega_0 + \Delta\Omega \cos(2\pi F_m t) \quad (1)$$

Здесь Ω_0 - постоянная скорость вращения, выбранная на 1,5% выше порога возбуждения WVF (0,153Гц), $\Delta\Omega$ - амплитуда модуляции, F_m - частота модуляции. Динамика процесса записывалась видеокамерой Basler на частоте 12,18 кадров в секунду. Только одна горизонтальная линия из каждого кадра использовалась для построения пространственно-временной диаграммы, по которой, при помощи одномерного Фурье-анализа, определялись частоты волн WVF: F_p . В отсутствие модуляции, для выбранных значений параметров частота волн WVF была равна $F_p = 0,1292$ Гц.

В ходе эксперимента варьировались параметры амплитуды модуляции $\Delta\Omega$ и частоты модуляции F_m . Было обнаружено, что включение модуляции в сигнале (1) приводит к появлению в спектре гармоник с частотами $F_1 = F_m$ и $F_2 = F_p - F_m$. Амплитуды этих новых гармоник остаются малыми по отношению к фундаментальной гармонике F_p во всех случаях, за исключением резонансного условия $F_m = F_1 = F_2 = F_p / 2$. В этом случае, субгармоники превосходят F_p по амплитуде, и структура волн WVF в ячейке Куэтта-Тейлора меняется качественно. Пример влияния модуляции на частотный спектр показан на Рис.2,3.

Были проведены серии экспериментов для амплитуд модуляции: $\Delta\Omega = 0,063\Omega_0$, $\Delta\Omega = 0,087\Omega_0$, $\Delta\Omega = 0,127\Omega_0$, $\Delta\Omega = 0,165\Omega_0$, $\Delta\Omega = 0,203\Omega_0$ и частот модуляции $F_p / 4 < F_m < F_p$. Качественно структура течений WVF менялась только при частотах модуляции, близким к $F_p / 2$, при этом оптимальные амплитуды модуляции для возбуждения субгармоник лежат в диапазоне 10-15% от Ω_0 . Для меньших амплитуд модуляции, новые возбуждаемые гармоники слишком малы по отношению к фундаментальной гармонике F_p . В случае же больших амплитуд модуляций $\Delta\Omega > 20\% \Omega_0$, структура волн Куэтта-Тейлора начинает разрушаться, т.к. управляющий параметр – скорость вращения (1) начинает выходить за границы устойчивости режима WVF.

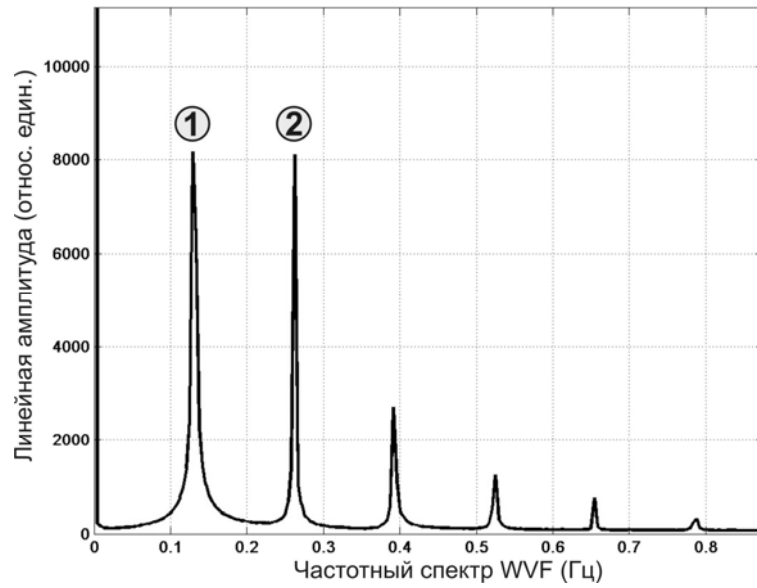


Рис. 2. Частотный спектр волн WVF в отсутствие модуляции ($\Delta\Omega = 0$). Пик (1) соответствует фундаментальной гармонике паттерна F_p . Пик (2) – удвоенная гармоника, получаемая из-за нелинейности визуализации течений жидкости.

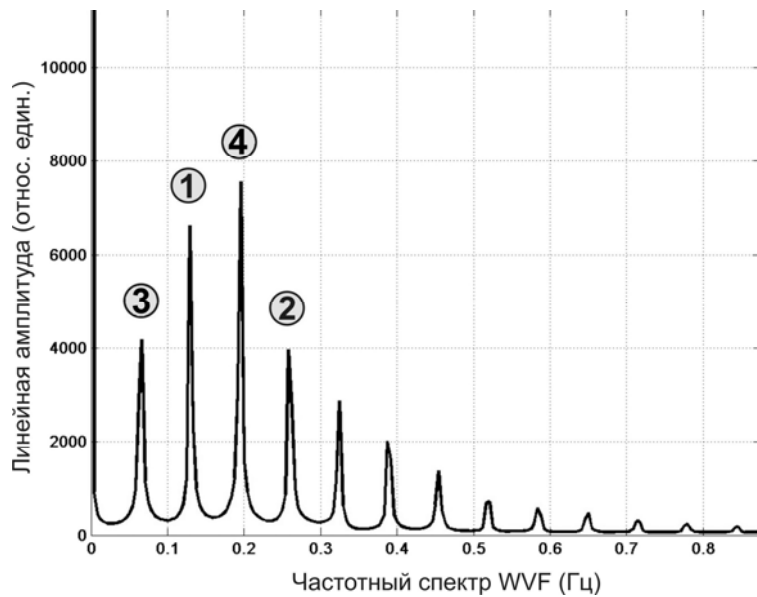


Рис. 3. Частотный спектр волн WVF при модуляции ($\Delta\Omega = 0,127\Omega_0$). Пики (1,2) аналогичны пикам Рис.2. Пик (3) – резонансная субгармоника на частоте $F_p / 2$. Пик (4) – гармоника на частоте $3F_p / 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. C.D. Andereck, S.S. Liu, H.L. Swinney // Journal of Fluid Mechanics, 1986. V. 164. P. 155.
2. Y. Takeda // J. Fluid Mech. 1999. V. 389. P. 81.

ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМЫ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНЫ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ЖИДКОСТЬ – МЯГКИЙ ПОЛИМЕР В РЕЖИМЕ РАЗВИТОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ КАВИТАЦИИ

А.Ф. Сайфулин, В.Г. Андреев

Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова

Явление акустической кавитации используется для доставки лекарств через кожу. При этом важно оптимизировать режимы УЗ воздействия, которые определяются как параметрами УЗ волны, так и кавитационным облаком, которое рассеивает акустическую энергию. Схлопывающиеся кавитационные пузырьки изменяют форму волны, что можно использовать для оценки эффективности кавитации. Данная работа посвящена исследованию формы акустической волны на границе жидкости, в которой реализован режим развитой акустической кавитации, с мягким полимером, который имитировал мягкую биологическую ткань. Для понимания физики явления рассмотрено поведение одиночного пузырька в поле УЗ волны.

Многочисленные эксперименты, использующие высокоскоростную микросъемку, показывают, что кавитационные пузырьки при расширении в поле ультразвуковой волны вдали от твердых поверхностей сохраняют четко выраженную сферическую форму. Возможно, в конечной стадии схлопывания происходит искажение сферической формы кавитационных областей, но, поскольку основную часть времени существования в поле ультразвуковой волны кавитационные полости сохраняют сферическую форму, будем считать их сферическими в любой момент времени.

Динамику одиночного кавитационного пузырька, радиус которого много меньше длины ультразвуковой волны и содержащего газ, описывает уравнение Кирквуда-Бетте [2] (данное уравнение пренебрегает вязкостью жидкости и трансляционным движением пузырька):

$$R \left(1 - \frac{dR/dt}{c} \right) \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{dR/dt}{3c} \right) \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \left(1 + \frac{dR/dt}{c} \right) H - \frac{dR/dt}{c} \left(1 - \frac{dR/dt}{c} \right) R \frac{dH}{dR} = 0 \quad (1)$$

где $R=R(t)$ – радиус пузырька, H – свободная энтальпия на поверхности сферы:

$$H = \frac{n}{n-1} \frac{A^{1/n}}{\rho_0} \left\{ \left[\left(P_0 + \frac{2\sigma}{R_0} \right) \left(\frac{R_0}{R} \right)^{3\gamma} - \frac{2\sigma}{R} + B \right]^{\frac{n-1}{n}} - [P_0 + P(t) + B]^{\frac{n-1}{n}} \right\} \quad (2)$$

здесь $A=3001$ атм, $B=3000$ атм, $n=7$, $\sigma=0,07225$ Н/м – коэффициент поверхностного натяжения, $\rho_0=1$ г/см³ – плотность воды, $P_0=1$ атм –

равновесное давление газа, а локальная скорость звука в жидкости выражается:

$$c = \sqrt{c_0^2 + (n-1)H} \quad (3)$$

где $c_0=1500$ м/с – скорость звука в жидкости.

Численное решение уравнения (1) проводилось методом Рунге-Кутты четвертого порядка, при этом параметры ультразвукового поля соответствовали имеющемуся в нашем распоряжении медицинскому аппарату SonoPrep [3] (производитель – компания Sontra, США). Аппарат работал на частоте 55 кГц и создавал ультразвуковые волны с амплитудами до 2 атм. Начальный радиус пузырька задавался в диапазоне от 20 мкм до 100 мкм, при этом резонансный размер пузырька для частоты 55 кГц составляет примерно 50 мкм. Были рассчитаны временные зависимости радиуса пузырька, помещенного в ультразвуковое поле.

Пузырек с начальным размером меньше резонансного (рис.1), за период звуковой волны уменьшается до 0,1 своего первоначального размера, что фактически означает схлопывание (неустойчивый тип кавитации). Однако пузырек, имеющий размеры, больше резонансного (рис. 2), колеблется значительное количество циклов без значительных изменений своего размера (устойчивый тип кавитации). Также можно видеть появление субгармоник в спектре колебаний послерезонансного пузырька, что иллюстрирует нелинейную природу явления.

Для экспериментального наблюдения явлений на границе раздела вода – мягкий полимер использовался медицинский прибор SonoPrep [3]. Излучатель ультразвука был помещен в камеру, заполняемую жидкостью через небольшую трубку, выведенную наружу. Камера сконструирована таким образом, чтобы излучатель находился в 7 мм от поверхности кожи,

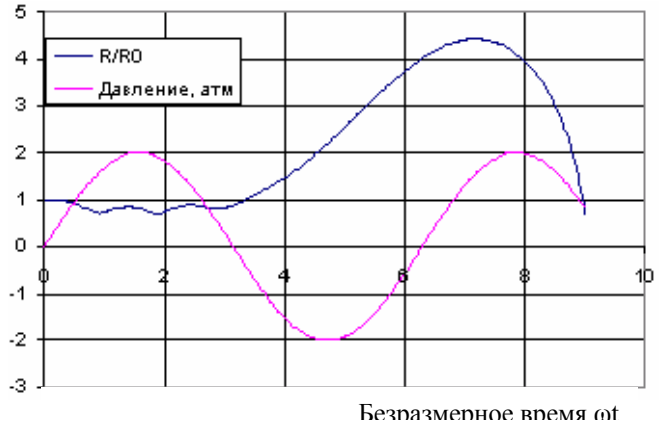


Рис. 1. Динамика кавитационного пузырька. Начальный размер 20 мкм.

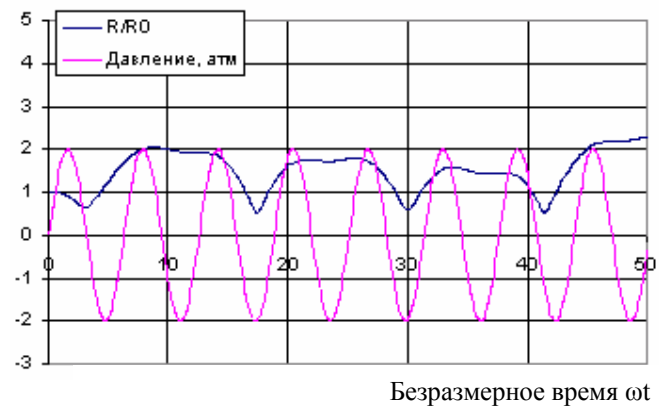


Рис.2. Динамика кавитационного пузырька. Начальный размер 100 мкм.

которую моделировала резиновая подкладка толщиной 0,5 мм. Под ней находился гидрофон на основе ПВДФ пьезопленки толщиной 52 мкм с чувствительностью 70 мВ/атм. Для уменьшения ревербераций в гидрофоне, он помещался на поверхность пластика с акустическим импедансом, близким к импедансу ПВДФ пленки. После включения ультразвука слышалось шипение, показывавшее наличие кавитации. Форма колебаний, зарегистрированная на поверхности, существенно отличается от формы гармонической волны (рис.3). В спектре колебаний появляются субгармоники и комбинационные частоты. Это явление можно объяснить нелинейным поведением кавитационного пузыря, наблюдавшимся при моделировании динамики одиночного пузыря.

Данная работа поддержана грантами РФФИ, ИНТАС и Программой поддержки научных школ.

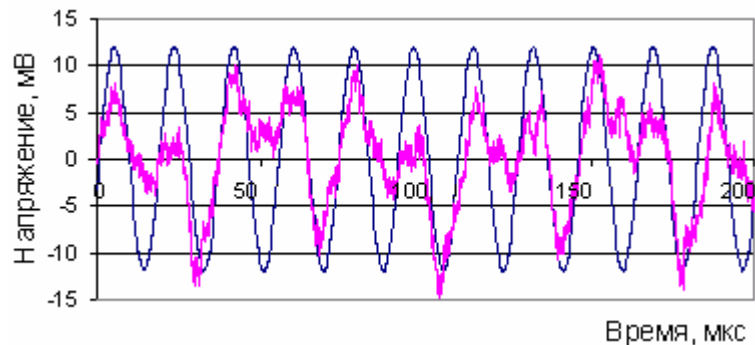


Рис. 3. Экспериментальная осциллограмма формы колебаний на границе раздела.

ЛИТЕРАТУРА

1. Tang, Wang, Blankchtein, Langer «An Investigation of Role of Cavitation in Low-Frequency Ultrasound-Mediated Transdermal Drug Transport» //Pharmaceutical Research. 2002. V. 19. № 9.
2. М.А. Бурнин «Динамика развития кавитационной области при импульсно-периодическом воздействии ультразвука» // Дипломная работа, МГУ, 2002
3. Department of Health and Ageing, Australian Government Sonoprep Ultrasonic Skin Permeation system for skin preparation prior to cutaneous penetration» // National Horizon Scanning Unit. 2005. V. 8 № 2,

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ВОЛН РЭЛЕЯ В МИКРОЖИДКОСТНЫХ КАНАЛАХ С КВАДРАТИЧНЫМ ПРОФИЛЕМ

А.В. Зырянова, В.Г. Можаяев

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

Поверхностные акустические волны (ПАВ) ультразвуковых частот, распространяющиеся в пьезоэлектрических подложках, недавно нашли необычные новые и перспективные применения, связанные с их использованием в качестве движущей силы в микрожидкостных процессорах акустических биочипов [1]. Данные устройства предназначены для проведения автоматизированных и оперативных химических и биологических анализов растворов в виде микрокапель с объемом порядка микро- и нанолитров, а также для микросинтеза биологических или химических растворов с заданными свойствами. ПАВ в таких устройствах могут выполнять разнообразные функции, такие как транспортировка капель, их контролируемое деление на более мелкие капли и интенсификация перемешивания жидкости в каплях за счет сил акустического радиационного давления. Ожидается, что разработка эффективных устройств данного класса может вызвать кардинальные улучшения и расширения функциональных возможностей аппаратных средств современной медицины, фармакологии, молекулярной биологии, микро- и нанохимии.

Для достижения направленного перемещения капель по пьезокристаллическим подложкам ранее было предложено использовать элементы типа направляющих рельс в виде тонких полосок из материала с лучшей смачиваемостью, чем у поверхности пьезоэлектрической подложки [1]. Такие полосковые направляющие могут оказывать существенное влияние не только на капли, но и на пространственное распределение акустических полей, приводя, в частности, к их волноводной локализации. С другой стороны, локализация акустических волн возможна и из-за влияния на них самой капли, в особенности в случаях, когда капля образует протяженный микрожидкостной канал. Следует подчеркнуть, что информация о пространственном распределении акустических полей в микрожидкостных процессорах акустических биочипов принципиально важна для корректного анализа их работы, поскольку эффективность функционирования этих устройств напрямую определяется амплитудой возбуждаемых в них акустических волн. Целью настоящей работы является теоретическое изучение локализации ПАВ Рэлея при нагрузке поверхности подложки тонким слоем жидкости с квадратичным изменением толщины по поперечной координате.

Геометрия задачи изображена на рис. 1. Считается, что жидкость помещена на поверхность пьезоэлектрической подложки, в которой с

помощью встречно-штыревых преобразователей (ВШП) возбуждаются поверхностные волны Рэля, бегущие вдоль оси Z . Рассматриваются два варианта жидкостной нагрузки – вытянутая (квазидвумерная) капля и заполненная жидкостью микроювета, имеющая форму сегмента цилиндра. Для тонких слоев жидкости различие решений для этих двух вариантов нагрузки пренебрежимо мало.

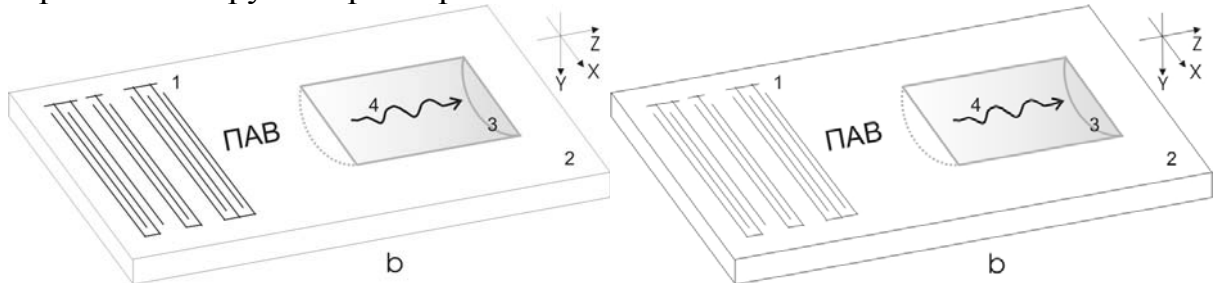


Рис. 1. Распространение волн Рэля под слоем жидкости с квадратичным профилем (а – в вытянутой капле, б – в микроювете):
1 - ВШП, 2 - подложка, 3 - слой жидкости, 4 - волны Рэля.

Выражение для относительного возмущения волнового числа волн Рэля $\frac{\Delta k}{k_0}$ из-за нагрузки поверхности тонким слоем жидкости можно представить в виде [2]:

$$\frac{\Delta k}{k_0} = Ah, \quad A = \frac{c_0 \rho}{4} \left(\frac{|V_y|^2}{P} + \frac{|V_z|^2}{P} \right), \quad (1)$$

где k_0 , c_0 - волновое число и фазовая скорость волн Рэля на свободной поверхности, ρ - плотность жидкости; V_y , V_z и P - компоненты колебательной скорости и интегральный по глубине поток энергии в волнах Рэля. Профиль слоя жидкости далее аппроксимируется параболической зависимостью $h = h_0(1 - \beta x^2)$.

Для описания пространственного распределения полей локализованных волн Рэля в микрожидкостных каналах воспользуемся модельным скалярным волновым уравнением

$$\Delta_{\perp} \psi + k^2 \psi = 0. \quad (2)$$

Уравнение такого вида было строго выведено в работе [3] для одного из потенциалов смещений ψ в трехмерных волнах Рэля в изотропной среде. Под трехмерными волнами подразумеваются волны, поле которых меняется как с глубиной, так и вдоль двух других горизонтальных координат. Здесь k - волновое число волн Рэля, далее под которым мы подразумеваем значение, возмущенное присутствием слоя, т.е. $k = k_0 + \Delta k$. Следует отметить, что такая скалярная волновая модель весьма популярна в литературе, где она применяется для упрощения анализа сложных волноводных задач для поверхностных акустических волн, включая и случай плавно неоднородных сред [4].

Подстановка приведенных выражений в уравнение (2) с использованием приближенного соотношения $k^2 \approx k_0^2 + 2k_0\Delta k$ и поиск решения в виде $\psi = \psi(x)\exp(ik_z z)$ сводит (2) к виду, подобному уравнению Шредингера для линейного гармонического осциллятора

$$\frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + (\lambda - \alpha^2 x^2)\psi(x) = 0, \quad (3)$$

где $\lambda = k_0^2 - k_z^2 + k_0^2 2Ah_0$, $\alpha^2 = -k_0^2 2Ah_0\beta$. Решение уравнения (3) имеет стандартное точное решение $\psi_n = C \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) H_n(\xi) \exp(ik_z^n z)$, где $\xi = \sqrt{\alpha}x$, $H_n(\xi)$ - полиномы Эрмита n -ой степени ($n = 0, 1, 2, \dots$), $\lambda = 1 + 2n$. Последнее условие определяет значение волнового числа k_z для моды с заданным номером n .

В силу симметрии встречно-штыревых преобразователей, используемых для возбуждения ПАВ наибольший интерес представляет нулевая мода с чисто гауссовым поперечным распределением волнового поля. Пример расчета такого распределения по ширине микрожидкостного канала, равной 30 длинам волн, на подложке из LiNbO₃ Y – среза при $k_0 h_0 = 0.2$ и распространении волн вдоль оси Z показан на рис. 2.

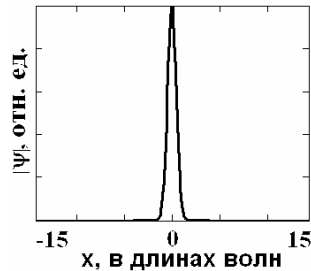


Рис. 2. Пример поперечного распределения поля для нулевой моды локализованных рэлеевских волн по ширине микрожидкостного канала.

Из рисунка видно, что ширина области локализации моды значительно уже ширины канала, что показывает допустимость пренебрежения конечностью ширины микрожидкостного канала в рассматриваемой задаче.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Wixforth // Superlattices and microstructures. 2003. V. 33. No 5-6. P. 389.
2. В.А. Auld "Acoustic fields and waves in solids" New York: Wiley, 1973. V. 2. P. 278.
3. J. K. Knowles // J. Geophys. Res. 1966. V. 71. No 22. P. 6480-1.
4. L.A. Coldren // Appl. Phys. Lett. 1974. V. 25. № 7. P. 367.

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ФОКАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

С.А. Цысарь, О.А. Сапожников, В.Г. Андреев
кафедра акустики, Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова

Знание пространственного распределения температуры в фокальной области мощного ультразвукового (УЗ) излучателя необходимо в различных приложениях ультразвука, в том числе и медицинских. В работе [1] описана методика определения температуры в области фокальной перетяжки мощного УЗ пучка с использованием двух сфокусированных преобразователей, установленных конфокально. Методика основана на измерении задержки зондирующего УЗ импульса, проходящего через нагретую область и последующего сравнения результатов измерений с численными расчетами, выполненными с учетом знания распределения акустического давления в фокальной области мощного УЗ излучателя. Однако в реальных условиях распределение акустического давления может отличаться от модельного или измеренного в чистой воде, что накладывает определенные ограничения на использование упомянутой методики. В настоящей работе предложен метод восстановления распределения температуры с помощью решения интегрального уравнения, связывающего измеряемую задержку зондирующего импульса, пересекающего нагретую область на разных расстояниях от оси мощного УЗ излучателя с распределением температуры вдоль выделенного направления. Данная методика не требует знания пространственной структуры поля давления мощного УЗ излучателя, требуется только наличие цилиндрической симметрии этого поля.

Зондирующий УЗ импульс, проходящий через нагретую область образца, помещенного в воду, приобретает дополнительную задержку $\tau(y)$, которая обусловлена изменением скорости звука с температурой и эффектом теплового расширения образца (рис.1):

$$\tau(y) = \left(\frac{c_s - c_0}{c_s c_0} \beta - \frac{1}{c_0^2} \frac{dc}{dT} \right) \int_0^L T(x, y) dx, \quad (1)$$

где c_s – скорость звука в воде, c_0 – скорость звука в образце при некоторой температуре T_0 , $T(x, y)$ – отклонение температуры от значения T_0 в точке образца с координатами (x, y) , dc/dT – линейный коэффициент изменения скорости звука с температурой, β –

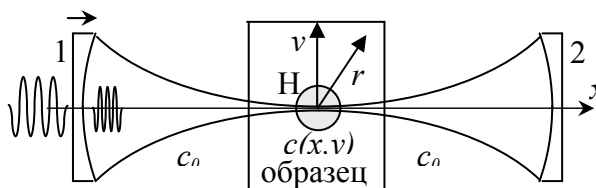


Рис. 1. Схема расположения преобразователей.
Н – неоднородность скорости звука $c(x, y)$.

коэффициент линейного теплового расширения образца.

Источник 1 и приемник 2 расположены конфокально на одной оси (рис.1). Излучатель мощного УЗ расположен таким образом, что его ось перпендикулярна оси зондирующих преобразователей, и фокусы всех трех преобразователей первоначально совмещены.

В случае цилиндрической симметрии, дополнительную задержку $\tau(y)$ можно записать как зависимость от показателя преломления $n(x,y)=c(x,y)/c_0=n(r)$:

$$\tau(y) = \int_0^L \frac{dx}{c(x,y)} - \int_0^L \frac{dx}{c_0} = \frac{2}{c_0} \int_0^R [n(r)-1] dx, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (2)$$

где $L = 2R$ – размер образца вдоль оси x .

В эксперименте измеряются значения $\tau_k = \tau(y_k = kh)$. Поэтому удобно восстанавливать показатель преломления $n_l = n(r)$ в точках $r_l = lh$. Уравнение (2) сводится к виду интегрального уравнения Абеля. Решение его записывается в виде:

$$n(r) - 1 = -\frac{c_0}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{d\tau(y+r) dy}{\sqrt{(y+r)^2 - r^2}} \quad (3)$$

Заменить интеграл в (3) можно конечными разностями либо в виде (4), либо в виде (5):

$$n_l - 1 = -\frac{c_0}{\pi h} \cdot \sum_{k=l}^{\infty} \frac{(\tau_{k+1} - \tau_k)}{\sqrt{(k+1/2)^2 - l^2}}, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (4)$$

$$n_l - 1 = \frac{2c_0}{\pi h} \sum_{k=l+1}^{\infty} \sqrt{k^2 - l^2} \left[\frac{\tau_{k+1} - \tau_k}{2k+1} + \frac{\tau_{k-1} - \tau_k}{2k-1} \right]. \quad (5)$$

Искомый профиль температуры $T(r=lh) = T_l$ находится по формуле:

$$T_l = (n_l - 1) \left(\frac{c_s - c_0}{c_s} \beta - \frac{1}{c_0} \frac{dc}{dT} \right)^{-1} \quad (6)$$

После измерений производился пересчет значений дополнительной задержки в относительную температуру по указанным алгоритмам (4), (5), с учетом (6). По этим данным определялось пространственно-временное распределение температуры. Также использовался метод восстановления профиля температуры по данным времени задержки, полученным при прохождении зондирующего импульса через ось греющего излучателя с использованием известного распределения интенсивности в фокальной области.

Измерение дополнительной задержки зондирующего УЗ импульса производилось с шагом 0.1 мм по оси ОУ (см. рис.1) в течение заданного времени для каждого положения. Перед выполнением расчета температуры производилось приближение экспериментальных точек гладкими кривыми по МНК для уменьшения ошибок, вносимых

численными алгоритмами. На рис.2 показаны результаты восстановления температурного профиля для режима нагрева с мощностью 8.4 Вт, со временем экспозиции 0.5 с сразу после выключения источника мощного УЗ. Синим и зеленым цветом показаны восстановленные с помощью разных алгоритмов значения температуры (точки – восстановление из непосредственных данных задержек, линии – восстановление из данных задержек, приближенных непрерывными зависимостями), желтым – профиль температуры, полученный из значения задержки с координатой $y=0$, с учетом модельного профиля интенсивности, красным – профиль температуры, полученный в результате численного моделирования для заданного режима, черная точка – показания термопары. Видно, что моделированный профиль уже и выше экспериментально восстановленного, что указывает на возможную ошибку в параметрах моделирования, в результате которой ожидаемое пиковое значение температуры было бы сильно выше реального. На рис.3 показаны профили температуры для времени 5 с после выключения источника мощного УЗ. Видно, что модельный профиль уменьшился быстрее экспериментально восстановленного, что может говорить о возможной неточности в определении коэффициента теплопроводности.

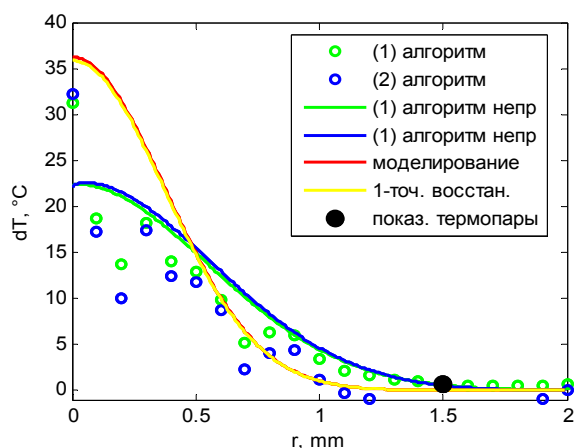


Рис. 2. Восстановленные (синий и зеленый) из непрерывных кривых и точек, из одной точки (желтый) и модельный (красный) профили температуры сразу после окончания нагрева

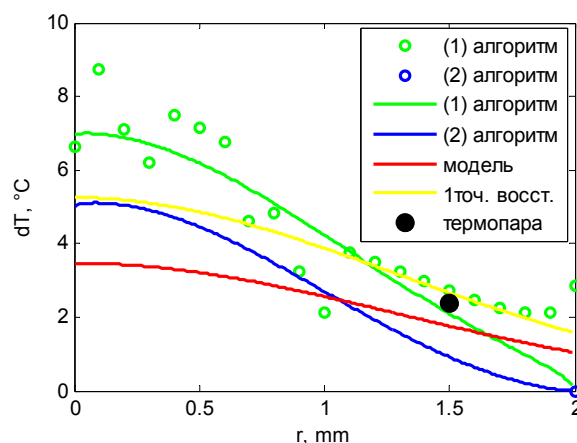


Рис. 3. Восстановленные (синий и зеленый) из непрерывных кривых и точек, из одной точки (желтый) и модельный (красный) профили температуры через 5 с после окончания нагрева

Работа поддержана грантами РФФИ, ИНТАС и Программой поддержки научных школ.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.А. Цысарь, С.М. Бобкова, В.А. Хохлова, В.Г. Андреев “Измерение распределения температуры в фокальной области ультразвукового излучателя в резиноподобном полимере” Сб. трудов XIX сессии РАО. 24-28 сентября 2007, Н. Новгород. Т. 2. С. 107.