

ЧАСТЬ 5
“ДИНАМИКА КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ”

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ
В ОДНОМОДОВОМ РЕЗОНАТОРЕ ПОТОКОМ С ВИРТУАЛЬНЫМ
КАТОДОМ

В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев, А.А. Ревякин..... 2

НОВЫЙ ТИП ПЕРЕМЕЖАЮЩЕГОСЯ ПОВЕДЕНИЯ ВБЛИЗИ
ГРАНИЦЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

С. Боккалетти, М.К. Куровская, А.А. Короновский, А.Е. Храмов..... 5

ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ТИПА I В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

**С. Боккалетти, А.А. Короновский, М.К. Куровская,
О.И. Москаленко, А.А. Овчинников, А.Е. Храмов 7**

ЯВЛЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В АВТОГЕНЕРАТОРАХ
ХАОСА СВЧ ДИАПАЗОНА (ЭКСПЕРИМЕНТ И ТЕОРИЯ)

**А.В. Стародубов, Б.С. Дмитриев, Ю.Д. Жарков, А.А. Короновский,
А.Е. Храмов 8**

МЕТОД РАСЧЕТА СПЕКТРА ЛЯПУНОВСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ
РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

П.В. Попов, А.А. Короновский, А.Е. Храмов 11

ОПТИМАЛЬНАЯ ФОРМА И АНАЛИЗ МОД ПЬЕЗОРЕЗОНАТОРОВ НА
ОСНОВЕ ТЕОРИИ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ

А.В. Козлов, В.Г. Можяев 14

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ
ТИПА I В НЕАВТОНОМНОМ РАДИОТЕХНИЧЕСКОМ ГЕНЕРАТОРЕ В
ПРИСУТСТВИИ ШУМА

**А.А. Короновский, М.К. Куровская, А.А. Овчинников,
А.Е. Храмов 17**

ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ РЕЖИМОВ, ВОЗБУЖДАЕМЫХ В ОДНОМОВОМ РЕЗОНАТОРЕ ПОТОКОМ С ВИРТУАЛЬНЫМ КАТОДОМ

В.Н. Корниенко¹, А.П. Привезенцев², А.А. Ревякин²

¹ Институт радиотехники и электроники РАН, г.Москва

² Челябинский государственный университет

Поток пространственного заряда с виртуальным катодом представляет собой распределенную автоколебательную систему, в динамике которой сосуществуют и взаимно трансформируются когерентная и достаточно интенсивная хаотическая составляющие. Характерный временной и пространственный масштаб, который несет в себе регулярная компонента колебаний виртуального катода, определяется самосогласованным сильно нелинейным взаимодействием потока пространственного заряда и формирующей его электродинамической системы. Одним из методов изучения общих закономерностей динамики виртуального катода является рассмотрение простых численных моделей. В работе [1] методом плоских листов численно исследовались колебания виртуального катода в плоском эквипотенциальном промежутке, образованном плоскостью инжекции и коллектором. Было показано, что при срыве различных неустойчивых стационарных состояний для равных токов инжекции, значения которых близки к критическому значению, формируются различные колебательные режимы (нелинейные моды). Отношение частот колебаний для низкочастотной моды, формируемой из неустойчивого состояния с полным пролетом частиц, и высокочастотной моды, возникающей из состояния с виртуальным катодом, близко к трем. Наряду с различием в спектральных свойствах, нелинейные моды виртуального катода существенно отличаются друг от друга по амплитуде колебаний центра масс потока и наведенного тока.

Нелинейные моды виртуального катода, существующие при данном токе инжекции, отличаются характером разделения инжектируемых частиц по типу траекторий на пролетные (достигающие коллектора) и отраженные (возвращаемые виртуальным катодом к плоскости инжекции). Это приводит к различному распределению кинетической и потенциальной энергии в потоке пространственного заряда. Пролетный промежуток в режиме низкочастотной моды можно назвать “открытым”. Релаксационные колебания накопления и сброса заряда в этом режиме представляют периодически повторяющиеся стадии “открытого” состояния, когда подавляющая часть инжектируемых частиц достигает коллектора, и “закрытого” состояния, когда преобладают отражаемые виртуальным катодом частицы. В режиме высокочастотной моды пролетный промежуток можно назвать “закрытым”. Разделение частиц по

типу траекторий в этих колебаниях отличается от разделения в стационарном потоке небольшими высокочастотными флуктуациями. При этом амплитуда колебаний центра масс потока, наведенного тока и числа частиц в пролетном промежутке существенно меньше, чем в режиме низкочастотной моды.

Исследование нелинейных мод, проведенное в работе [2] показало, что граница между областями притяжения различных автоколебательных режимов в фазовом пространстве имеет фрактальный характер. В потоке с виртуальным катодом имеют место процессы трансформации мод с различными временными масштабами и флуктуации разделения частиц на пролетные и отраженные. Это приводит к тому, что временные характеристики потока в достаточно широком диапазоне масштабов времени обладают свойством самоподобия, характерного для броуновского движения.

В работе [3] переход от "открытого" к "закрытому" состоянию диодного промежутка с различным распределением кинетической и потенциальной энергии в потоке пространственного заряда наблюдался при исследовании генерации коротких импульсов потоком с виртуальным катодом в широкополосном резонаторе. В этой работе показано, что небольшое увеличение тока инжекции вблизи некоторого значения приводит к резкому падению амплитуды генерируемого импульса, которое объясняется изменением характера разделения частиц на пролетные и отраженные. Таким образом, трансформация колебательных мод потока ограничивает возможность преобразования его кинетической энергии в энергию высокочастотного поля.

В данной работе методом численного моделирования рассмотрено возбуждение одномодового узкополосного резонатора колебаниями виртуального катода. Такая постановка задачи в некотором смысле аналогична классической задаче об автогенераторе Ван дер Поля с дополнительным контуром.

Целью работы является исследование эффектов, связанных с существованием у потока с виртуальным катодом автоколебательных режимов с различным распределением потенциальной и кинетической энергии и влияющих на процесс генерации высокочастотного поля.

Уравнения, описывающие динамику связанной системы "поток-резонатор", и принятые безразмерные переменные аналогичны использованным в работе [3]. Частицы (плоские листы) равномерно инжектируются вдоль оси x в эквипотенциальный промежуток. Плоскость инжекции находится в точке $x=0$, коллектор в точке $x=1$.

Движение частиц, пронумерованных в порядке возрастания координаты, описывается гамильтонианом

$$H = \sum_{i=1}^N (p_i^2 / 2 + \lambda^2 \sum_{j=1}^N (\Theta(x_j - x_i) - x_j / 2)x_i - \lambda \mu U x_i),$$

где $\Theta(x) = 0, 1/2, 1$ для $x < 0, x = 0, x > 0$ соответственно; x_i - координата i -го листа $p_i = dx_i/dt$ - его импульс (скорость); λ - безразмерная плотность заряда, U - действующее на листы высокочастотное поле; μ - коэффициент связи. Скорость частиц в плоскости инжекции определяется равенством $p(x=0) = 1 + \zeta$, где ζ - случайная величина равномерно распределенная в промежутке $(-\delta/2, \delta/2)$, δ - параметр определяющий интервал разброса частиц по скорости инжекции ($\delta < 1$). Высокочастотное поле резонатора определяется уравнением фильтра второго порядка

$$U(k) + aU(k-1) + bU(k-2) = \mu\sigma\Delta I_{нав}(k-1),$$

где $I_{нав} = \lambda \sum_{i=1}^N p_i$ - ток, наведенный пространственным зарядом в пролетном промежутке.

Численное моделирование свободных колебаний виртуального катода в области токов инжекции, где существует гистерезис автоколебательных режимов, показало, что разброс по скоростям инжекции приводит к трансформации моды закрытого режима в моду открытого режима. При этом область токов, для которых существует гистерезис режимов, уменьшается.

Исследование эффективности генерации высокочастотного поля от параметра связи μ показывает, что существует область значений параметра μ , для которой имеет место быстрый рост мощности излучения с увеличением параметра связи. Далее увеличение μ приводит насыщению мощности и ее медленному спаду. Эффективная одночастотная генерация происходит, когда частоты свободных колебаний потока и резонатора совпадают. Частота синхронизации связанной системы поток - резонатор линейно растет с ростом коэффициента связи.

При исследовании зависимости эффективности генерации от величины тока инжекции и собственной частоты резонатора ω_r был обнаружен эффект срыва генерации. При переходе величиной тока инжекции или ω_r некоторого критического значения происходит скачкообразное уменьшение мощности генерируемого поля. Проведенный анализ показал, что резкое падение мощности поля связано с переходом колебаний потока от режима открытой моды к режиму закрытой моды.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.П. Привезенцев, Н.И. Саблин, Г.П. Фоменко // РЭ. 1989. Т. 33. С. 659.
2. В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев // Известия РАН. Серия Физическая 2006. Т.70. №1. С.155.
3. В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев // РЭ. 2006. Т.51. №12, С.1496.

НОВЫЙ ТИП ПЕРЕМЕЖАЮЩЕГОСЯ ПОВЕДЕНИЯ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

С. Боккалетти¹, М.К. Куровская², А.А. Короновский², А.Е. Храмов²

¹*Istituto dei Sistemi Complessi Via Madonna del Piano, Italy*

²*Саратовский госуниверситет им. Н.Г. Чернышевского, факультет нелинейных процессов*

Наличие перемежающегося поведения характерно для многих нелинейных систем и наблюдается, в частности, при переходе от периодических колебаний к хаотическим [1], а также вблизи границы возникновения режимов хаотической синхронизации связанных осцилляторов.

Существует определенная классификация перемежающегося поведения, в частности, выделяют перемежаемость типа I-III [2], on-off перемежаемость, перемежаемость «игольного ушка» [3].

В настоящей работе мы сообщаем об обнаружении принципиально нового типа перемежающегося поведения, который реализуется вблизи границы фазовой синхронизации однонаправлено связанных хаотических осцилляторов в случае, когда их собственные частоты достаточно сильно отличаются друг от друга.

Данный тип перемежаемости проиллюстрирован на примере двух однонаправлено связанных систем Ресслера, динамика которых описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_d &= -\omega_d y_d - z_d, & \dot{x}_r &= -\omega_r y_r - z_r + \varepsilon(x_d - x_r), \\ \dot{y}_d &= \omega_d x_d + a y_d, & \dot{y}_r &= \omega_r x_r + a y_r, \\ \dot{z}_d &= p + z_d(x_d - c), & \dot{z}_r &= p + z_r(x_r - c), \end{aligned} \quad (1)$$

где ε – параметр, определяющий величину связи. Параметры ω_r и ω_d , отвечающие собственным частотам ведомой и ведущей подсистем соответственно, были фиксированы: $\omega_r=0.95$, $\omega_d=1.0$. Значения остальных управляющих параметров системы (1) были выбраны следующими: $a=0.15$, $p=0.2$, $c=10.0$. Границе режима фазовой синхронизации соответствует величина $\varepsilon_c \approx 0.124$.

Наличие режима фазовой синхронизации можно диагностировать при выполнении условия захвата фаз $|\Delta\varphi(t)| = |\varphi_d(t) - \varphi_r(t)| < const$. Мгновенная фаза хаотического сигнала $\varphi(t)$ вводилась традиционным способом как угол поворота $\varphi = \arctg(y/x)$ на плоскости (x, y) каждой из подсистем.

Ниже границы фазовой синхронизации зависимость разности фаз от времени содержит участки синхронной динамики (ламинарные фазы),

прерывающиеся внезапными проскоками (турбулентные фазы), во время которых значение разности фаз изменяется на 2π .

Проанализировав статистику ламинарных фаз (распределение длительностей ламинарных фаз), можно заключить, что известные типы перемежающегося поведения, возникающие при разрушении фазовой синхронизации (перемежаемость I-типа и перемежаемость «игольного ушка»), наблюдаются лишь при малой расстройке собственных частот ведущей и ведомой подсистем, в то время как при большой расстройке управляющих параметров возникает принципиально новый тип перемежаемости. Распределения длительностей ламинарных фаз для обнаруженного типа перемежающегося поведения, полученные при различных значениях параметра связи ε , приведены на рисунке 1.

Данные распределения подчиняются экспоненциальному закону

$$N(\tau) = A \exp(k\tau) \quad (2)$$

(кривые, изображенные сплошными линиями). Следует отметить, что такой характер зависимости не соответствует ни одному из известных типов перемежаемости, что и позволяет говорить о наличии иного механизма перемежающегося поведения.

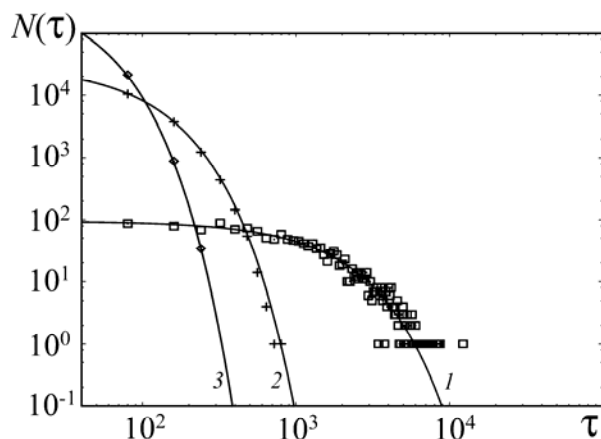


Рис.1. Распределения длительностей ламинарных фаз для различных значений параметра связи ε и соответствующие теоретические зависимости (2), изображенные сплошными линиями. Численные данные показаны точками. Параметр связи ε и параметр экспоненциального закона k имеют следующие значения:
 1) $\varepsilon=0.123$, $k=-0.00077$;
 2) $\varepsilon=0.115$, $k=-0.013$;
 3) $\varepsilon=0.11$, $k=-0.04$.

В работе построена теория для данного типа перемежаемости. Выявлен механизм, приводящий к возникновению перемежающегося поведения нового типа, также получена теоретическая зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра связи, хорошо согласующаяся с численными данными.

Работа выполнена при поддержке РФФИ 07-02-00044.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Dubois, M. Rubio, P. Berge // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 1446.
2. С.П. Кузнецов "Динамический хаос" М.: Физматлит, 2001.
3. S. Boccaletti et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. No 19. P. 194101.

ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ТИПА I В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

С. Боккалетти¹, А.А. Короновский², М.К. Куровская²,
О.И. Москаленко², А.А. Овчинников², А.Е. Храмов²

¹*Istituto dei Sistemi Complessi Via Madonna del Piano, Italy*

²*Саратовский госуниверситет им. Н.Г. Чернышевского, факультет нелинейных процессов*

Настоящая работа посвящена изучению поведения перемежающегося поведения типа I при наличии шума. Известно, что перемежаемость представляет собой одно из интереснейших явлений, наблюдающихся в поведении нелинейных систем. На сегодняшний день перемежающееся поведение достаточно хорошо изучено, существует определенная классификация различных типов перемежаемости, в частности, выделяют перемежаемость типа I-III, on-off перемежаемость, перемежаемость «игольного ушка» и перемежаемость цикла. В то же самое время, в последние годы значительный интерес вызывает конструктивная роль флуктуаций и шумов в нелинейных системах. В частности, было обнаружено, что влияние шума может приводить к появлению упорядоченности в поведении хаотических систем, причем подобные явления весьма широко проявляются в системах самой различной природы, например таких, как физические, химические и биологические.

Не вызывает никакого сомнения, что в большом числе систем, демонстрирующих тот или иной тип поведения, представляющих по тем или иным причинам интерес для исследователей, наряду с детерминированными механизмами может проявляться влияние шумов и флуктуаций, причем подобное взаимодействие может приводить к возникновению принципиально нового типа поведения. Тем не менее, работ, посвященных влиянию шумов на поведение систем, способных демонстрировать перемежаемость, очень мало. В настоящей работе рассматривается поведение систем, демонстрирующих перемежаемость типа I, в том случае, если на них действует шум с нулевым средним. С помощью как численного моделирования, так и натурального эксперимента показано, что в этом случае система демонстрирует поведение, статистические характеристики которого существенным образом отличаются от тех, которые известны в настоящее время. Построена теория перемежаемости I типа в присутствии шума, получены аналитические выражения для распределения длительностей ламинарных фаз и зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности.

Работа выполнена при поддержке РФФИ 07-02-00044, А.Е.Х. благодарит Президентскую программу поддержки молодых российских ученых - докторов наук (проект МД-1884.2007.2).

ЯВЛЕНИЕ ОБОБЩЕННОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В АВТОГЕНЕРАТОРАХ ХАОСА СВЧ ДИАПАЗОНА (ЭКСПЕРИМЕНТ И ТЕОРИЯ)

А.В. Стародубов, Б.С. Дмитриев, Ю.Д. Жарков, А.А. Короновский,
А.Е. Храмов

ГОУ ВПО «Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского»

Синхронизация хаотических автоколебаний представляет собой фундаментальное нелинейное явление, активно исследуемое в настоящее время в системах различной природы [1]. Особый интерес представляет явление обобщенной синхронизации, в качестве одной из возможной областей практического применения которой в последнее время весьма актуальной стала задача по передаче информации (в том числе скрытой) [2]. В большинстве информационно-телекоммуникационных систем используются мощные системы и устройства СВЧ диапазона, содержащие электронные потоки. Несмотря на это, исследования явления обобщенной хаотической синхронизации сконцентрированы либо на модельных системах (связанные системы Ресслера, Лоренца), либо на радиотехнических генераторах. В тоже время, подобные исследования в системах и устройствах мощной СВЧ электроники проводились крайне мало, а экспериментальные работы практически отсутствуют.

Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию совместных колебаний, включая явление обобщенной синхронизации в автогенераторах хаоса СВЧ диапазона. Диагностика обобщенной синхронизации при проведении численного моделирования, а так же экспериментальных исследований в низкочастотном диапазоне в данный момент не вызывает особых затруднений в силу достаточного числа разработанных методик (метод ближайших соседей, расчет ляпуновских экспонент, метод вспомогательной системы). В тоже время при проведении экспериментальных исследований, связанных с обработкой СВЧ сигналов, вышеописанные методики оказываются неприменимыми в силу особенностей анализируемых сигналов и используемых в эксперименте устройств. В настоящей работе нами также предложена новая методика диагностики явления обобщенной синхронизации, основанная на анализе спектрального состава сигнала ведомой системы. Предлагается исследовать следующую величину:

$$\sigma(\varepsilon) = \frac{1}{\Delta\varepsilon^2 P^d} \sum_{i=0}^N (\langle S^r(f_i, \varepsilon + \Delta\varepsilon) \rangle - \langle S^r(f_i, \varepsilon) \rangle)^2, \quad (1)$$

где $P^d = \sum_{i=0}^N \langle S^d(f_i) \rangle$ – усредненная суммарная мощность, рассчитываемая по спектру $S^d(f_i)$ сигнала с ведущей системы, $S^r(f_i, \varepsilon)$ – усредненный спектр сигнала с ведомой системы при параметре связи ε . Предполагается, что при наступлении режима обобщенной синхронизации на зависимости $\sigma(\varepsilon)$

будут возникать особенности, по которым впоследствии можно будет проводить диагностику установления исследуемого режима.

При проведении экспериментальных исследований (принципиальная схема установки изображена на рис. 1) на примере системы однонаправлено связанных СВЧ автогенераторов на основе промышленных пятирезонаторных пролетных клистронных усилителей КУ-134Е с запаздывающей обратной связью было установлено, что при определенном значении параметра связи между автогенераторами на зависимости $\sigma(\varepsilon)$ наблюдается резко выраженный пик (см. рис. 2).

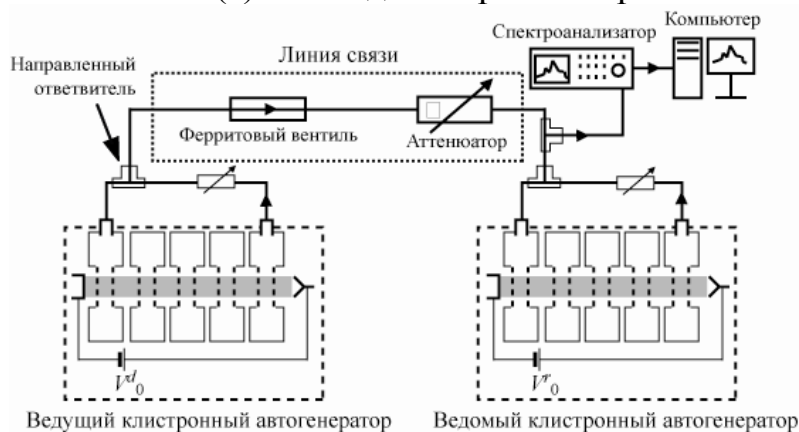


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. Собственная частота ведущего автогенератора $f_0^d = 2800$ МГц, ускоряющее напряжение – $U_0^d = 2100$ В, постоянный ток пучка $I_0^d = 50$ мА. Для ведомого автогенератора – $f_0^r = 2795$ МГц, $U_0 = 1898$ В, $I_0 = 52$ мА.

Аналогичная особенность наблюдалась и на зависимости $\sigma(\varepsilon)$, построенной по результатам численного моделирования системы однонаправлено связанных двухрезонаторных клистронных автогенераторов с запаздывающей связью (используемые модели клистронных генераторов были взяты из работы [3]):

$$\begin{aligned} \dot{F}_1^d(\tau) + \gamma^d F_1^d(\tau) &= \gamma^d F_2^d(\tau - \Delta\tau) \\ \dot{F}_2^d(\tau) + \gamma^d F_2^d(\tau) &= -2i\alpha^d e^{-i\psi} J_1(|F_1^d(\tau)|) \frac{F_1^d(\tau)}{|F_1^d(\tau)|}, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{F}_1^r(\tau) + \gamma^r F_1^r(\tau) &= \gamma^r (F_2^r(\tau - \Delta\tau) + \varepsilon F_2^d(\tau)) \\ \dot{F}_2^r(\tau) + \gamma^r F_2^r(\tau) &= -2i\alpha^r e^{-i\psi} J_1(|F_1^r(\tau)|) \frac{F_1^r(\tau)}{|F_1^r(\tau)|}, \end{aligned} \quad (3)$$

где индексы “ d ” и “ r ” относятся к ведущей и ведомой соответственно системам, $F_1(\tau)$ и $F_2(\tau)$ – нормированные медленно меняющиеся комплексные амплитуды колебаний напряжения на зазорах резонаторов, $\Delta\tau=1$ – безразмерное время задержки. При значения управляющих параметров $\alpha^d = 15.4$, $\gamma^d = 1.41$, $\alpha^r = 10.9$, $\gamma^r = 1.0$, $\psi=0.4875\pi$ используемые модели клистронных автогенераторов в автономном режиме ($\varepsilon=0$) демонстрировали хаотическое поведение [3]. Варьируя параметр связи между автогенераторами была построена зависимость $\sigma(\varepsilon)$, изображенная на рисунке 2. Используя метод вспомогательной системы [1], был определен порог возникновения обобщенной синхронизации в исследуемой системе (указан стрелкой на рис. 2). Отчетливо видно, что

перед моментом наступления режима обобщенной синхронизации на зависимости $\sigma(\varepsilon)$ присутствует ярко выраженный всплеск.

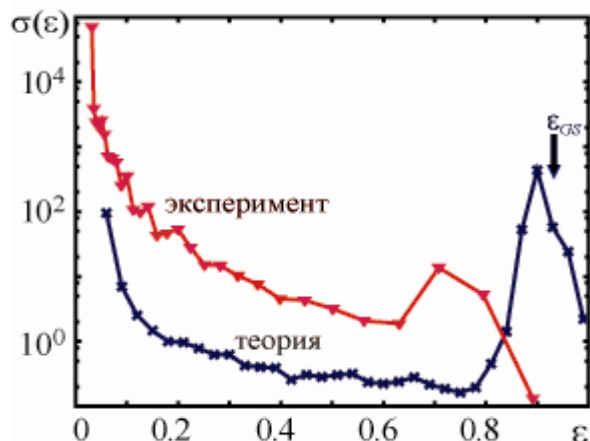


Рис. 2 Зависимость $\sigma(\varepsilon)$, полученная по экспериментально (\blacktriangledown) и численно (\times) полученным данным. Стрелкой указан момент наступления режима обобщенной синхронизации

Последнее позволяет говорить о хорошем качественном совпадении экспериментально и теоретически полученных результатов. Кроме того, как показало численное моделирование, данный всплеск связан с подавлением собственной хаотической динамики в ведомой системе, что как показано в [4], ведет к установлению режима обобщенной синхронизации.

Таким образом, в данной работе представлены результаты экспериментального и теоретического исследования явления обобщенной хаотической синхронизации в системе связанных клистронных автогенераторов с запаздывающей обратной связью. Предложена методика диагностики режима обобщенной синхронизации при проведении экспериментальных исследований.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 06-02-81013 Бел_а, 06-02-16451а), Программы поддержки ведущих научных школ РФ (НШ - 4167.2006.2) и молодых докторов наук (МД-1884.2007.2). Авторы выражают также благодарность за финансовую поддержку Фонду некоммерческих программ “Династия” и Международному центру фундаментальной физики (г. Москва).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс. “Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление” М.: Техносфера, 2003
2. А.А. Короновский, О.И. Москаленко, П.В. Попов, А.Е. Храмов [Способ для секретной передачи информации](#): Патент на изобретение № 2295835.
3. Б.С. Дмитриев, Ю.Д. Жарков и др. // Изв. Вузов. “Прикладная нелинейная динамика”. 2002. Т.10. № 5. С. 37.
4. А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов // ЖТФ. 2006. Т.76. № 2. С. 1.

МЕТОД РАСЧЕТА СПЕКТРА ЛЯПУНОВСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ

П.В. Попов, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Основным свойством динамической системы, демонстрирующей хаотические автоколебания, является экспоненциальная неустойчивость фазовых траекторий. Подобная неустойчивость, порождающая хаотическую динамику, может быть количественно описана с помощью спектра ляпуновских характеристических показателей [1]. В этом случае, N -мерная динамическая система имеет N ляпуновских характеристических показателей, которые определяют наличие хаотической динамики в системе. Положительные и отрицательные значения ляпуновских показателей характеризуют соответственно экспоненциальное возрастание и затухание возмущения относительно типичной фазовой траектории. Наличие одного или нескольких положительных ляпуновских показателей свидетельствует о хаотической динамике системы.

Стандартным методом расчета максимального ляпуновского показателя является алгоритм Бенеттина. В этом случае малое возмущение относительно типичной траектории на аттракторе итерируется в течение некоторого времени, когда имеет место экспоненциальный рост или затухание возмущения. Затем производится перенормировка возмущения до исходного значения и операция многократно повторяется. Усредненный показатель экспоненты и есть старший ляпуновский показатель рассматриваемой системы.

В связи с тем, что в целом динамика системы определяется старшим ляпуновским показателем для расчета младших ляпуновских показателей применяется модифицированный алгоритм Бенеттина. В этом случае рассматривается N ортогональных возмущений (N – количество рассчитываемых ляпуновских показателей), с которыми кроме перенормировки проводится процедура ортогонализации последовательности векторов с помощью хорошо известного в линейной алгебре алгоритма Грама-Шмидта [1].

В зависимости от числа положительных ляпуновских показателей динамика системы классифицируется как хаос (один положительный ляпуновский показатель) или как гиперхаос (два и более положительных показателя).

Вышеописанные алгоритмы расчета спектра ляпуновских показателей хорошо апробированы для динамических систем с конечной размерностью фазового пространства, понятен физический смысл рассчитываемого таким образом ляпуновского показателя для случая, когда исследуемая система является линейной.

Важной и интересной задачей является развитие теории ляпуновских показателей к распределенным автоколебательным системам, описывающим широкий класс систем, представляющих интерес для изучения (включая системы электроники СВЧ, нелинейное уравнение диффузии, нелинейное уравнение Шредингера, уравнения Гинзбурга-Ландау и Курамото-Сивашинского и др.). Для подобных систем, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных, понимание физического смысла такой характеристики, как ляпуновский показатель, и наличие хорошо апробированного метода ее расчета позволит классифицировать режимы, включая хаотические, с тех же позиций, что и для конечномерных систем.

Исследований, посвященных расчету спектра условных ляпуновских показателей распределенных систем очень мало, и в работах не дается теоретического анализа рассчитываемых характеристик, называемых авторами работ «ляпуновскими показателями» [2-4]. В известных работах ляпуновскими показателями распределенной системы называются величины, посчитанные с использованием модифицированного алгоритма Бенеттина с ортогонализацией по Граму-Шмидту. Модификация, в основном, заключается в том, что вместо N -мерного вектора возмущения используется распределение по пространству системы, и производится ортогонализация системы линейно-независимых функций.

В работе [2], посвященной анализу спектра ляпуновских показателей в лампе обратной волны, было показано, что применение вышеописанного метода позволяет характеризовать динамику системы с качественной точки зрения ляпуновским показателем, оценить размерность хаотического аттрактора распределенной системы с помощью формулы Каплана-Йорке и т.д.

Целью данной работы явилось изучение взаимосвязи ляпуновских показателей распределенной системы, рассчитанных с помощью алгоритма Бенеттина с ортогонализацией по Граму-Шмидту с теорией устойчивости Ляпунова и доказательство, что подобный метод расчета дает характеристику, соответствующую ляпуновскому показателю распределенной системы в случаях, когда удастся аналитически рассчитать ляпуновские показатели. В качестве распределенной системы для исследования была выбрана модификация комплексного уравнения Гинзбурга-Ландау [5], являющегося эталонной моделью распределенной системы при исследовании различных процессов структурообразования и хаоса:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u + (1 + i\alpha) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1 - i\beta) |u|^2 u + A$$

с периодическими граничными условиями. Модификация заключалась во внесении в уравнение дополнительного слагаемого, вносящего диссипацию в систему.

Для значений параметра A , соответствующих реализации в системе устойчивого во времени и по пространству состояния была аналитически исследована устойчивость устойчивого состояния. Показано, что в данном случае динамика системы определяется дисперсионной характеристикой $\omega(k)$, причем в этом случае численно рассчитанный ляпуновский показатель для моды с волновым числом k соответствует значению дисперсионной характеристики, причем $\omega(k) < 0 \forall k$. В этом случае из-за конечной длины системы в системе возможно существование мод с дискретным набором волновых чисел. При параметрах диссипации A , соответствующих режимам стационарного состояния во времени и периодического состояния в пространстве, часть мод становится неустойчивыми и для них $\omega(k) > 0$. В этом случае ляпуновский показатель, соответствующий этим модам, становится положительным.

Для режимов, допускающих аналитическое решение численно-рассчитанные ляпуновские показатели соответствуют аналитическим результатам. Квазипериодическим режимам в уравнении Гинзбурга-Ландау, как и предсказывает теория, соответствуют три нулевых ляпуновских показателя. Так же были обнаружены хаотические режимы, с различным числом положительных ляпуновских показателей.

Таким образом, в данной работе на примере анализа динамики распределенной системы, описываемой модифицированным комплексным уравнением Гинзбурга-Ландау показано, что рассчитанный модифицированным алгоритмом Бенеттина с ортогонализацией Грама-Шмидта спектр показателей Ляпунова распределенной системы имеет тот же физический смысл, что и для конечно мерных систем. Численно рассчитанный спектр показателей Ляпунова для случаев устойчивых состояний системы совпадает с аналитическими расчетами.

Работа выполнена при поддержке гранта CRDF (REC-006) и РФФИ (проекты 05-02-16273 и 05-02-16451), Программы поддержки ведущих научных школ РФ (НШ - 4167.2006.2) и молодых докторов наук (МД-1884.2007.2), CRDF (REC - 006), а также ФНП «Династия» и МЦФФМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.П. Кузнецов «Динамический хаос» М. Наука, 2001
2. С.П. Кузнецов, Д.И. Трубецков // Изв. вузов, Радиофизика. 2004 Т. XLVII. №. 5 С. 1.
3. E.V. Blokhina, S.P. Kuznetsov, and A.G. Rozhnev // IEEE transactions on electron devices. 2007. V. 54. No 2. P. 188
4. А.А. Короновский, П.В. Попов, А.Е. Храмов // ЖЭТФ. 2006. Т. 130, 4(10). С. 748.
5. I. Aranson, L. Kramer. Rev. Mod. Phys. 2002 V. 74 P. 99.

ОПТИМАЛЬНАЯ ФОРМА И АНАЛИЗ МОД ПЬЕЗОРЕЗОНАТОРОВ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ

А.В. Козлов, В.Г. Можяев

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики

Планарно-выпуклые резонаторы являются распространенным типом высокочастотных пьезокристаллических акустических резонаторов. Стандартная технология их производства основана на технически более простом способе формирования искривленных поверхностей постоянной кривизны, т.е. форма поверхности резонаторов традиционно определяется без детального анализа свойств резонансных мод. Согласно принятому в литературе подходу собственные частоты таких резонаторов рассчитываются при помощи упрощенного модельного уравнения. Это уравнение записывается, исходя из эвристического предположения о возможности использования уравнения резонансов плоскопараллельной пластины, для описания полей в пластине с переменной толщиной [1]. Решениями данного уравнения являются эрмит-гауссовы или лягерр-гауссовы моды. Однако вопрос о форме фазовых фронтов этих мод и их соответствии форме отражающей поверхности резонатора при таком методе описания вообще не ставится.

В настоящей работе предлагается более строгий метод описания обсуждаемых локализованных мод, основанный на их представлении в виде параксиальных волновых пучков. Подобный подход позволяет построить фазовые фронты волновых пучков резонансных мод на любом расстоянии от плоской грани резонатора. Если выпуклую поверхность резонатора сделать полностью совпадающей по форме с этими волновыми фронтами, то отражение волн от такой поверхности будет происходить без искажения поперечной структуры волнового пучка. Такая «естественная», но не сферическая форма поверхности является наиболее оптимальной, поскольку позволяет устранить потери при отражении из-за трансформации энергии в паразитные моды, что увеличит добротность резонаторов.

Кварц на данный момент является материалом, широко применяющимся в различных областях приборостроения, радиотехнике, электронике и т.д. [2]. В частности, благодаря его высокой добротности и наличию термостабильных срезов, данный кристалл используется для создания высококачественных частотных элементов и резонаторов. При этом в резонаторах обычно используются срезы, не совпадающие по направлению с кристаллографическими осями кварца. Это связано с тем, что срез кристалла выбирается согласно критерию минимума коэффициента термостабильности, что означает максимальную стабильность частот резонатора в довольно широком диапазоне рабочих

температур. В частности, в резонаторах на сдвиговых волнах довольно широко используются АТ- и ВТ-срезы, для которых нормаль к плоскости среза лежит в плоскости YZ и составляет с осью Z угол $+35^\circ$ и -49° соответственно. Данная нормаль совпадает с осью пучка акустической моды резонатора, т.е. волна распространяется вблизи данного направления. Таким образом, актуальной является задача о распространении акустического пучка вблизи направления, не совпадающего с кристаллографическими осями Y или Z .

Очевидно, что данную задачу удобнее рассматривать в таких координатах (x'_1, x'_2, x'_3) , для которых ось x'_3 совпадает с осью пучка. Эта система отсчета повернута относительно кристаллографической на некоторый угол, непосредственно связанный с углом среза. В выбранных повернутых координатах уравнения движения для сдвиговой волны имеют следующий общий вид:

$$\rho \ddot{u}'_1 = \frac{\partial^2 (c'_{66} u'_1 - e'_{11} \varphi)}{\partial x_2'^2} + \frac{\partial^2 (c'_{44} u'_1 + e'_{11} \varphi)}{\partial x_3'^2} + \frac{\partial^2 (2c'_{14} u'_1 + 2e'_{14} \varphi)}{\partial x_2' \partial x_3'}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 (-e'_{11} u'_1 - \varepsilon'_{11} \varphi)}{\partial x_2'^2} + \frac{\partial^2 (-\varepsilon'_{33} \varphi + e'_{22} u'_1)}{\partial x_3'^2} + \frac{\partial^2 (2e'_{14} u'_1 + \varepsilon' \varphi)}{\partial x_2' \partial x_3'} = 0, \quad (2)$$

где u'_1 - компонента смещения, c'_{ij} - упругие модули, e'_{ij} - пьезоконстанты, $\varepsilon' = \varepsilon'_{ij} n'_j n'_i$ - свертка тензора диэлектрической проницаемости с направляющими косинусами n'_j и n'_i , φ - электрический потенциал. Из уравнений (1) и (2) было получено параксиальное уравнение относительно компоненты смещения u_1 вида:

$$\rho \ddot{u}'_1 = C'_1 \frac{\partial^2 u'_1}{\partial x_2'^2} + C'_2 \frac{\partial^2 u'_1}{\partial x_2' \partial x_3'} + C'_3 \frac{\partial^2 u'_1}{\partial x_3'^2}, \quad (3)$$

где C'_1, C'_2, C'_3 - комбинации материальных констант. Очевидно, что преобразование уравнения (3) в кристаллографическую систему координат (поворот) не приведет к изменению вида этого уравнения. В свою очередь уравнение (3) легко приводится к параболическому виду:

$$C'_1 \frac{\partial^2 A}{\partial x_2'^2} + C'_2 \frac{\partial^2 A}{\partial x_2' \partial x_3'} + 2C'_3 ik \frac{\partial A}{\partial x_3'} = 0, \quad (4)$$

где подразумевается, что смещение имеет вид $u_1 = A(x'_1, x'_2, x'_3) \exp(ikx'_3 - i\omega t)$ и его амплитуда A слабо зависит от координаты x'_3 . Решение уравнения (4) известно и при помощи преобразования координат может быть записано в исходной кристаллографической системе.

Таким образом, несовпадение среза кристалла с направлением кристаллографических осей приводит к повороту оси пучка, распространяющегося в данном кристаллическом резонаторе. Очевидно, что при этом волновые фронты не будут симметричны относительно оси

пучка (рис. 1). Соответственно для обеспечения идеально обратного отражения необходимо изменить и форму поверхности резонатора с учетом сноса энергии пучка вследствие анизотропии и с учетом искажения формы волнового фронта.

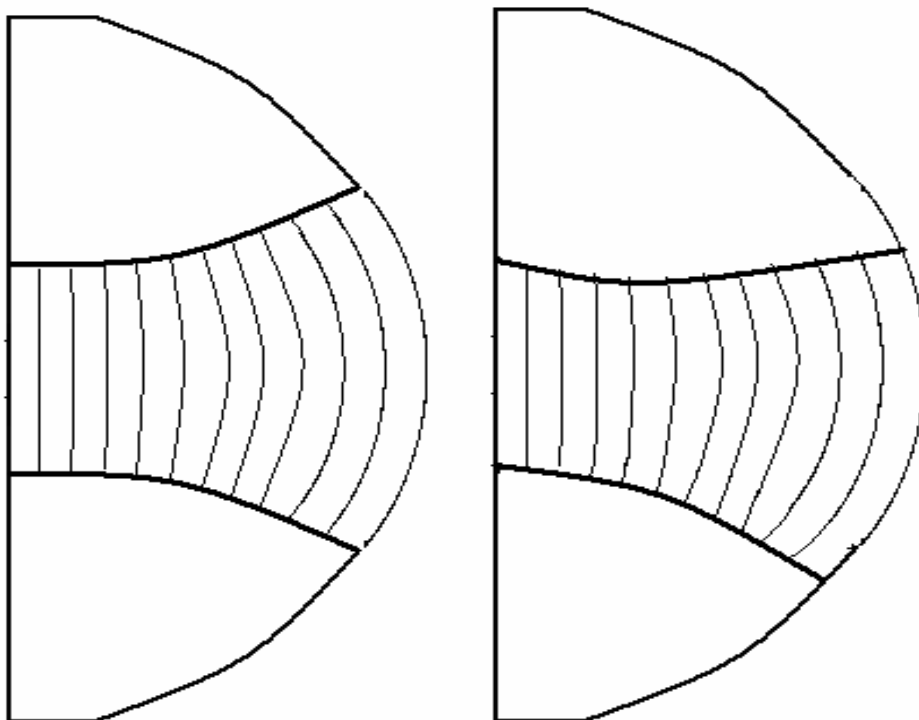


Рис. 1. Акустический пучок в резонаторе при совпадении оси пучка с осью кристаллографической симметрии (слева) и при различии этих осей (справа).

Очевидно, что несовпадение оси пучка с осью симметрии кристалла приведет к появлению паразитного отражения в резонаторе, что снизит его добротность, поскольку часть энергии перейдет в нерезонансные колебания. Приведенные выше расчеты позволяют указать более точную форму поверхности резонатора, обеспечивающую правильное отражение и «запирание» акустического пучка.

ЛИТЕРАТУРА

1. C.J. Wilson Vibration modes of AT-cut convex quartz resonators // J. Appl. Phys. D. Appl. Phys. 1974. V. 7. P. 2449-2454.
2. А.Г. Смагин, М.И. Ярославский “Пьезоэлектричество кварца и кварцевые резонаторы“ М.: Энергия. 1970. 488 С.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕМЕЖАЕМОСТИ ТИПА I В НЕАВТОНОМНОМ РАДИОТЕХНИЧЕСКОМ ГЕНЕРАТОРЕ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

А.А. Короновский¹, М.К. Куровская¹, А.А. Овчинников¹, А.Е. Храмов¹

¹Саратовский госуниверситет им. Н.Г. Чернышевского, факультет нелинейных процессов

Настоящая работа посвящена экспериментальному изучению поведения перемежающегося поведения типа I при наличии шума. Известно, что перемежаемость представляет собой одно из интереснейших явлений, наблюдающихся в поведении нелинейных систем. В последние годы значительный интерес вызывает конструктивная роль флуктуаций и шумов в нелинейных системах. В частности, было обнаружено, что влияние шума может приводить к появлению упорядоченности в поведении хаотических систем, причем подобные явления весьма широко проявляются в системах самой различной природы, например таких, как физические, химические и биологические. Не вызывает никакого сомнения, что в большом числе систем, демонстрирующих тот или иной тип поведения, представляющих по тем или иным причинам интерес для исследователей, наряду с детерминированными механизмами может проявляться влияние шумов и флуктуаций, причем подобное взаимодействие может приводить к возникновению принципиально нового типа поведения. Тем не менее, работ, посвященных влиянию шумов на поведение систем, способных демонстрировать перемежаемость, очень мало.

В настоящей работе рассматривается поведение радиотехнических систем, демонстрирующих перемежаемость типа I, в том случае, если на них действует шум с нулевым средним. В качестве объекта исследований был выбран генератор хаотических колебаний (см., рис.1), работающий в периодическом режиме.

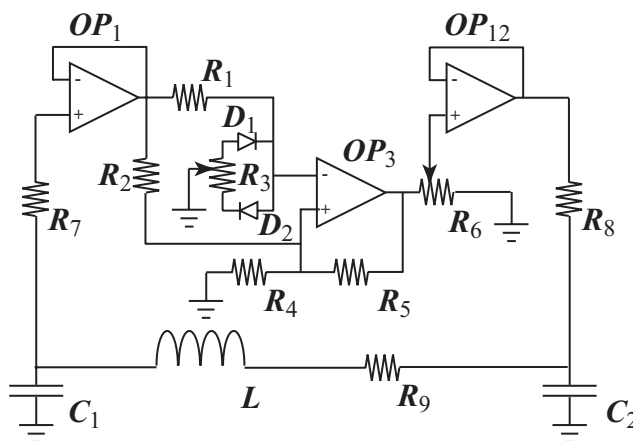


Рис.1. Схема радиотехнического генератора.

Генератор синхронизировался внешним гармоническим сигналом и подвергался воздействию гауссова шума. Схема генератора шума распределение плотности вероятности генерируемого шума приведены на рис. 2.

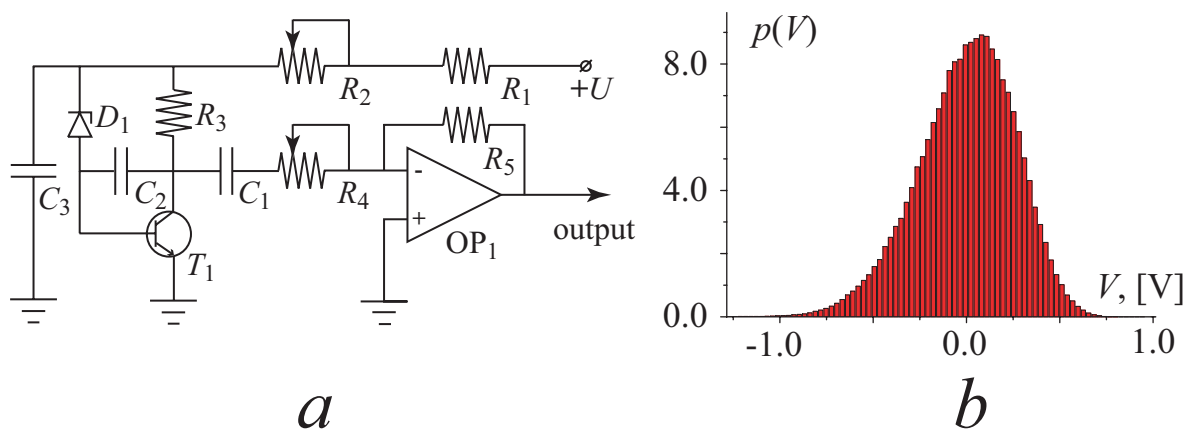


Рис. 2. а) генератор шума б) распределение плотности вероятности шума.

В результате натурального эксперимента показано, что исследуемая система, демонстрирующая без внешнего источника шума перемежаемость

I-го типа, при воздействии шума демонстрирует поведение, статистические характеристики которого существенным образом отличаются от тех, которые известны для перемежаемости I-го типа. Распределения $N(t)$ длительности t ламинарных фаз, полученное экспериментально для различных параметров надкритичности и интенсивности шума, представлены на рис.3. Точками показаны экспериментальные данные, штриховая линия – аналитическая зависимость $N(t) \sim \exp[at]$, где a – коэффициент, определяемый интенсивностью шума. Из рис. 3. хорошо видно, что экспериментальные данные находятся в хорошем согласии с теоретическими.

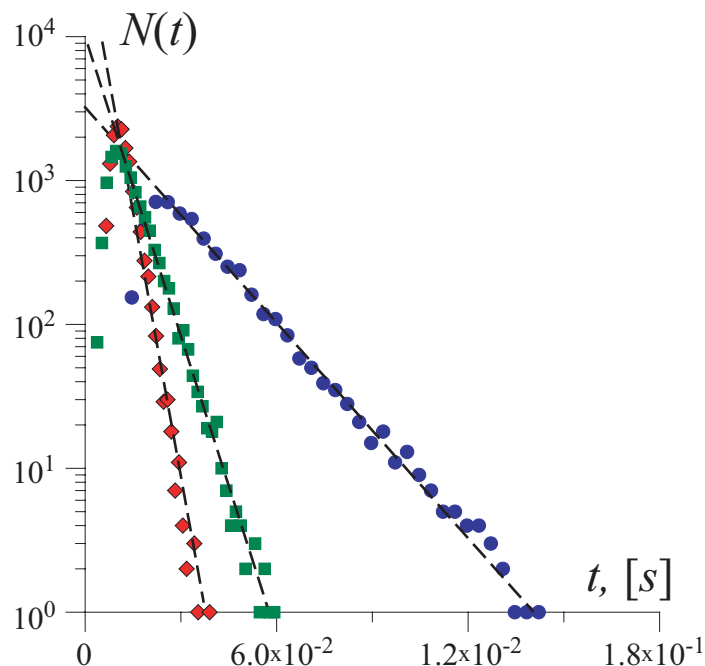


Рис.3 Экспериментальное распределение длительности ламинарных фаз. Кружками представлено распределение длительности ламинарных фаз для дисперсии шума 141,72 мВ, прямоугольниками – для дисперсии 298,11 мВ, ромбами – 475,17 мВ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ 07-02-00044, А.Е.Х. благодарит Президентскую программу поддержки молодых российских ученых - докторов наук (проект МД-1884.2007.2).