

СЕКЦИЯ 2 “НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА”

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ДИНАМИКИ ОТОБРАЖЕНИЯ ИКЕДЫ В СЛУЧАЕ СЛАБОЙ ДИССИПАЦИИ А.П. Кузнецов, А.В. Савин, Д.В. Савин	3
КАРТИНА СИНХРОНИЗАЦИИ КОРОТКИМИ ИМПУЛЬСАМИ В ГЕНЕРАТОРЕ ДМИТРИЕВА-КИСЛОВА А.П. Кузнецов, Н.В. Станкевич, Л.В. Тюрюкина	6
МЕХАНИЗМЫ РАЗРУШЕНИЯ РЕЖИМА ФАЗОВОЙ ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРАХ М.К. Куровская, А.А. Короновский, А.Е. Храмов	9
АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОГО ГЕНЕРАТОРА ВАН ДЕР ПОЛЯ О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов	12
ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДУЦИРОВАННОЙ ШУМОМ СИНХРОНИЗАЦИИ В ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ, ОПИСЫВАЕМОЙ УРАВНЕНИЕМ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ П.В. Попов, А.А. Короновский, А.Е. Храмов	14
НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ И НЕЛИНЕЙНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБКАХ М.Б. Белоненко, Е.В. Демушкина, Н.Г. Лебедев	17
ДИНАМИКА ПЕРИОДИЧЕСКОГО ЦУГА УЛЬТРАКОРОТКИХ ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ В ДВУХУРОВНЕВОЙ СРЕДЕ С ЭФФЕКТОМ ШТАРКА М.Б. Белоненко, И.В. Сочнев	20
ДИНАМИКА РОЛИКОВЫХ ДОМЕНОВ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН С.В. Кияшко	23
СПИРАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ КАПИЛЛЯРНОЙ РЯБИ В СЛОЕ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ГЛУБИНЫ С.В. Кияшко, А.В. Назаровский	25

АВТОМОДУЛЯЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРАХ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ РЕЗОНАТОРОМ А.С. Логгинов, А.Г. Ржанов, Д.В. Скоров	27
СВОЙСТВА ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ В ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ ВОЛНАХ РЯБИ ФАРАДЕЯ ПРИ СИЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ В.О. Афенченко, А.Б. Езерский, С.В. Кияшко	30
КООПЕРАТИВНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ АНСАМБЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев, А.А. Ревякин	33
НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В СТРУКТУРАХ ТИПА ФЕРРОМАГNETИК-ДИЭЛЕКТРИК-ФЕРРОМАГNETИК М.А. Малюгина, Ю.П. Шараевский	36

О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ ДИНАМИКИ ОТОБРАЖЕНИЯ ИКЕДЫ В СЛУЧАЕ СЛАБОЙ ДИССИПАЦИИ

А.П. Кузнецов^{1,2}, А.В. Савин^{1,2}, Д.В. Савин²

¹ Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

² Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Как известно, динамические системы принято разделять на диссипативные и консервативные. В диссипативных системах существуют притягивающие предельные множества – аттракторы. В консервативных же системах аттракторов не существует, и поэтому решение зависит от начальных условий, так что даже при одних и тех же значениях параметров система может демонстрировать разнообразное поведение. В то же время весьма своеобразную динамику демонстрируют системы с очень слабой диссипацией, что в определенной мере позволяет выделить их в особый класс (см., например, [1]). Отличительные черты динамики таких систем – наличие чрезвычайно большого числа сосуществующих низкочастотных аттракторов и значительное увеличение длительности переходного процесса. Динамика такой системы оказывается также весьма чувствительной к шуму. В то же время консервативные системы, являясь в определенном смысле негрубыми, переходят в класс слабо диссипативных при незначительном изменении параметра, отвечающего за диссипацию. В связи с этим представляет интерес изучение взаимосвязи поведения слабо диссипативных и консервативных систем.

Для исследования общих свойств слабо диссипативных систем удобно изучать такие системы, которые при непрерывном изменении параметров могут демонстрировать и диссипативный, и консервативный, и почти консервативный (слабо диссипативный) тип поведения. Кроме того, существенной представляется возможность физической интерпретации соответствующей модели. Одной из таких систем может служить отображение Икеды

$$z_{n+1} = A + Bz_n e^{i(|z_n|^2 + \psi)}, \quad (1)$$

которое может описывать как оптический резонатор с нелинейной средой [2], так и осциллятор Дуффинга под импульсным воздействием [3]. Параметр B отвечает за диссипацию, $B = 1$ соответствует консервативному случаю, $B < 1$ – диссипативному, $B \approx 1$ – слабо диссипативному. В рамках модели нелинейного осциллятора параметр A ответственен за амплитуду воздействия, а ψ – за частоту.

Для исследования устройства фазовой плоскости системы нами был применён метод конденсации «облака» изображающих точек на аттракторы системы. На начальных стадиях эволюции вид облака примерно повторяет вид фазового портрета в консервативном случае, а аттракторы типа устойчивый фокус примерно совпадают по расположению

с особыми точками типа центр в консервативном случае. Для более полного исследования усиливающейся при приближении к консервативному случаю мультистабильности мы, используя «конденсацию» множества изображающих точек на аттракторы, строим на одной диаграмме систему бифуркационных деревьев (т.е. зависимостей координаты аттрактора от значения управляющего параметра). Нами были построены бифуркационные диаграммы такого типа по параметру A при фиксированном значении $\psi = 0$ для различных значений параметра B (рис 1, 2). При их исследовании можно выделить два типа бифуркационных деревьев, соответствующие двум различным типам аттракторов. Аттракторы первого типа появляются при сравнительно небольших значениях параметра A и характеризуются достаточно большой длиной

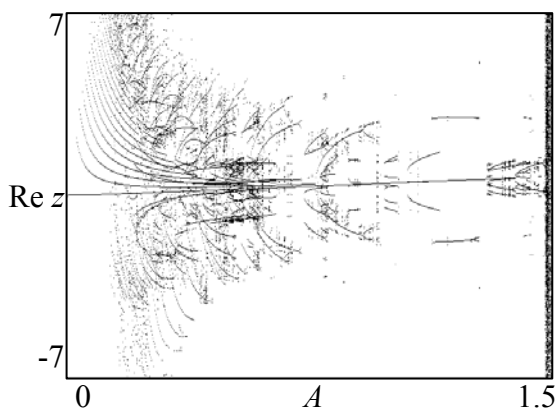


Рис. 1. Бифуркационная диаграмма отображения (1) для переменной $\text{Re } z$. $B=0.99$.

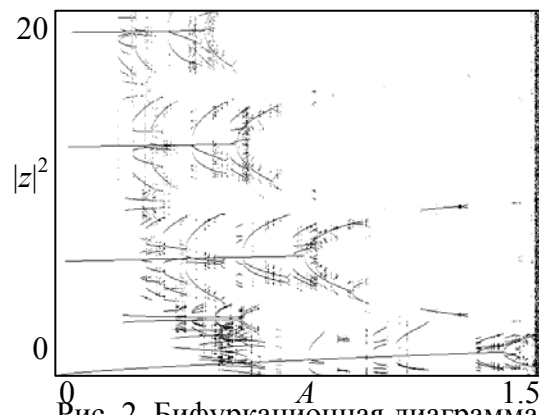


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма отображения (1) для переменной $|z|^2$. $B=0.99$.

интервала по оси A , в котором они существуют. Следует отметить, что при изменении параметра A величины $\text{Re } z$ и $\text{Im } z$ для этих аттракторов изменяются, в то время как величина $|z|$ остаётся практически постоянной. Аттракторы второго типа появляются при больших значениях параметра A , характеризуются значительно более сложной динамикой и, очевидно, являются аттракторами периодов 2 и выше, т.к. на бифуркационной диаграмме для переменной $|z|^2$ изображающие их точки появляются парами или большим числом точек одновременно. При визуальном исследовании на бифуркационной диаграмме почти не наблюдается хаотических аттракторов, что связано, вероятно, с тем, что они имеют бассейны притяжения с характерным размером меньше периода сетки начальных условий. Каскад удвоений периода для периодических аттракторов наблюдается, как правило, лишь до периода 2, что связано с тем, что в консервативном случае расстояния между точками двух последовательных удвоений периода уменьшаются значительно быстрее, чем в диссипативном. При анализе изменений, происходящих в структуре деревьев при изменении параметра диссипации, видно, что с увеличением диссипации уменьшается число аттракторов как первого, так и второго

типов, но аттракторы первого типа существуют в большем интервале по параметру B . Кроме того, нами обнаружено существенное увеличение времени переходного процесса при изменении параметра B от 0.75 до 0.99 (от 50000 до 500000 итераций).

Интересным является вопрос об устойчивости возникающих в слабо диссипативном случае аттракторов к шумовому воздействию. Под воздействием шума отображение Икеды принимает вид

$$z_{n+1} = A + Bz_n e^{i(|z_n|^2 + \psi)} + \varepsilon \xi_n, \quad (2)$$

где ξ_n – случайная вещественная величина. (Воздействие шума в рамках модели неавтономного нелинейного осциллятора может рассматриваться

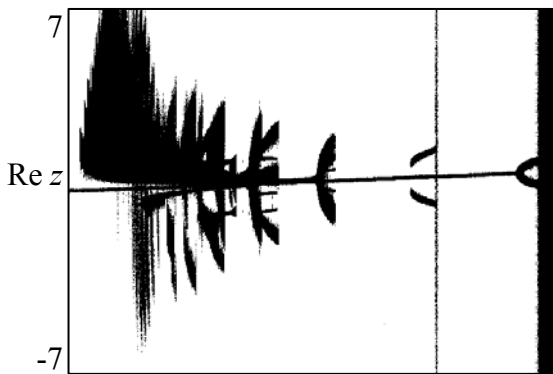


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма отображения (2) для $\text{Re } z$. $B=0.99$, $\psi = 0$, $\varepsilon=0.005$.

как случайная модуляция амплитуды импульсов или промежутков времени между ними.) Для отображения (2) также была построена бифуркационная диаграмма для переменной $\text{Re } z$ (рис. 3). Переходной процесс в этом случае ещё более удлиняется. На диаграмме хорошо видно, что под влиянием шума существенная часть аттракторов, в том числе большинство аттракторов второго типа, разрушается, что свидетельствует о малости их бассейнов притяжения, а длины интервалов по параметру A , в

которых существуют остальные аттракторы, уменьшаются. При дальнейшем увеличении амплитуды шума этот процесс продолжается. Также можно отметить, что наблюдается резкое расширение некоторых аттракторов непосредственно перед их исчезновением. Кроме того, длительность переходного процесса существенно различается как для различных аттракторов, так и для одного и того же аттрактора при различных значениях параметра A , изменяясь чрезвычайно неравномерно с изменением параметра A . Это эффект наблюдается как при наличии внешнего шума, так и в его отсутствии.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 04-02-04011) и Федерального агентства по науке и инновациям (госконтракт № 02.442.11.7457).

ЛИТЕРАТУРА

1. U. Feudel, C. Grebogi, B.R. Hunt, J.A. Yorke // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. № 1. P. 71.
2. K. Ikeda, H. Daido, O. Akimoto // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 709.
3. А.П. Кузнецов, Л.В. Тюрюкина // Изв. вузов – ПНД. 2000. Т. 8. № 2. С. 31.

КАРТИНА СИНХРОНИЗАЦИИ КОРОТКИМИ ИМПУЛЬСАМИ В
ГЕНЕРАТОРЕ ДМИТРИЕВА-КИСЛОВА

А.П. Кузнецов¹, Н.В. Станкевич², Л.В. Тюрюкина¹

¹Саратовский филиал Института радиотехники и электроники РАН

²Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Синхронизация - фундаментальное нелинейное явление. Она является предметом интенсивных исследований в различных областях естествознания [1]. Классическая ситуация синхронизации состоит в том, что на автоколебательную систему с устойчивым предельным циклом воздействуют внешним периодическим (обычно гармоническим) сигналом. Однако, среди них можно выделить класс задач, когда внешнее воздействие представляет собой последовательность (периодическую) коротких по длительности, но значительных по амплитуде импульсов. В этом случае внешнее воздействие можно рассматривать как периодическую последовательность δ -функций. Подобные задачи привлекательны не только из-за их приложений в различных областях естествознания, но и существенны для теории колебаний и нелинейной динамики из-за возникающей при этом специфики картины синхронизации. В работах Динга с соавторами, например [2, 3] и д.р., указанная задача была рассмотрена на примере простейшей системы с предельным циклом в виде окружности и находящейся под воздействием периодической последовательности δ -функций. Для такой модели было получено приближенное одномерное отображение окружности для фазы. Авторами было показано, что картина синхронизации, как в исходной системе, так и в одномерном отображении обладает рядом особенностей и существенно отличается от классической характерной для синус-отображения окружности [1]. Причем эти закономерности обладают существенной степенью универсальности, поскольку фактически касаются исследования системы у порога бифуркации Андронова-Хопфа. Так, например в работах [4] аналогичные результаты были получены для осцилляторов Ван-дер-Поля, находящегося под воздействием периодической последовательности импульсов в виде δ -функций. При этом при рассмотрении систем с двумерным фазовым пространством внешний импульс может быть направлен в любом направлении в фазовом пространстве, поскольку фазовый портрет представляет собой окружности или объект близкий к ней. Несколько более сложная ситуация имеет место в случае, когда рассматривается система, предельный цикл которой вложен в трехмерное фазовое пространство.

В настоящей работе эта задача была рассмотрена на примере одной из эталонных моделей нелинейной динамики – генераторе Дмитриева-Кислова [5]:

$$x + D\dot{x} = Mz \exp(-z^2), \quad \dot{y} = x - z, \quad \dot{z} = y - \frac{z}{Q}. \quad (1)$$

Для исследования был выбран случай, когда в автономной системе имеет место предельный цикл периода 1. При этом оказалось, что с позиции специфики картины синхронизации наиболее интересен случай, когда внешние импульсы в виде $A \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT)$, где A – амплитуда, а T – период импульсов действуют вдоль оси y . На рисунке 1 представлены карта динамических режимов неавтономного генератора Дмитриева-Кислова и ее увеличенные фрагменты для указанного выше типа воздействия. Карты построены на плоскости параметров A – амплитуда – T – период воздействия. На картах белым цветом обозначены режимы периода 1, светло серым – периода 2 и т.д., черным – хаос и квазипериодика. На рисунке 2 представлены некоторые аттракторы неавтономной системы (1).

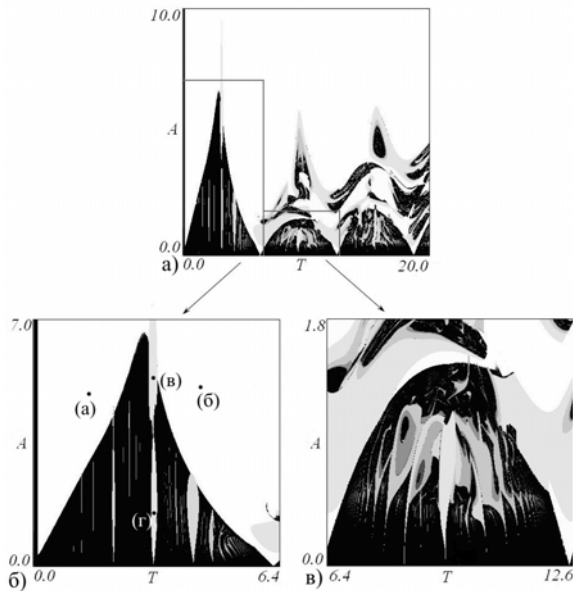


Рис. 1. Карта динамических режимов и ее увеличенные фрагменты неавтономного генератора Дмитриева-Кислова на плоскости параметров амплитуда – период внешнего воздействия. Карты построены для $M=5.5$, $D=6.0$, $Q=10.0$.

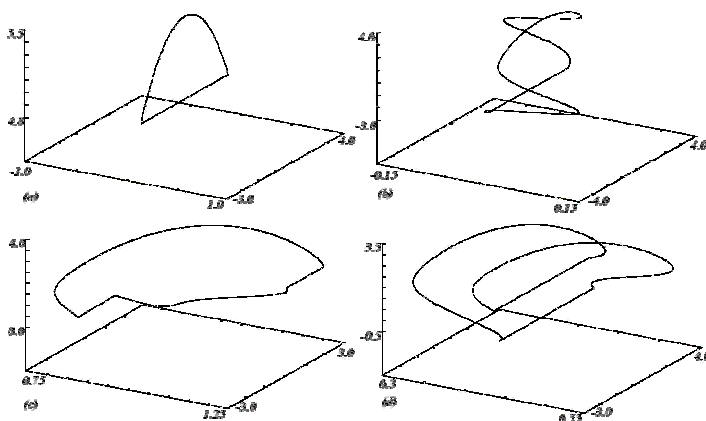


Рис.2. Аттракторы неавтономного генератора Дмитриева-Кислова для различных значений амплитуды A и периода T внешнего воздействия: а) $A=5.22$, $T=0.99$; б) $A=5.5$, $T=4.56$; в) $A=1.91$, $T=3.14$; г) $A=5.64$, $T=3.09$.

На картах видны языки синхронизации, отвечающие периодам, кратным собственному (период колебаний автономной системы $T=6.21915$). Все эти языки окружены областями квазипериодики, внутри

которой наблюдаются языки синхронизации высших порядков. При значениях периода внешней силы меньше собственного расположены языки, отвечающие резонансам на субгармониках (рис. 1а). Центральный язык периода 2 имеет весьма необычную форму, сужающуюся в центре и расширяющуюся у основания и вершины языка. И верхняя, и нижняя половинки языка соответствуют периоду 2, но, как видно из структуры неавтономного аттрактора (рис. 2в и 2г), эти области отвечают различным числам вращения. Остальные языки из этой области имеют вид полос с острями у основания и вершины и не имеют внутренней структуры. Справа от основного языка (рис. 1б) также находятся квазипериодические режимы с полосами периодических. Но в этой области языки устроены гораздо сложнее. Они неоднородны, внутри языков происходят бифуркации удвоения периода с переходом к хаосу. На карте можно увидеть очень маленькие структуры типа “crossroad area”, что также свидетельствует о наличии в системе хаотической динамики [5]. Также стоит сказать о наличии в системе мультистабильности. Особое значение это имеет для случая, когда период внешней силы больше собственного (рис. 1б). Области периода, находящиеся внутри основного языка периода 1, не являются результатом удвоения периода внутри языка. Эти области появляются из-за мультистабильности.

Таким образом, на примере генератора Дмитриева-Кислова была рассмотрена задача о синхронизации трехмерной системы внешними импульсами. Были рассмотрены основные изменения картины синхронизации, в случае, когда предельный цикл автономной системы существенно отличается от окружности. Было показано, что картина синхронизации в трехмерных системах существенным образом зависит от направления действия внешних импульсов.

Работа поддержана грантами РФФИ №04-02-04011 и CRDF №Y2-P-06-13.

ЛИТЕРАТУРА.

1. A. Pikovsky, M. Rosenblum, Y. Kurths “Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences” Cambridge University Press. 2001.
2. E.J. Ding // Phys. Rev. 1987. V. A35. № 6. P. 2669.
3. E.J. Ding // Phys. Rev. 1987. V. A36. № 3. P. 1488.
4. А.П. Кузнецов, Л.В. Тюрюкина // Прикладная нелинейная динамика. 2001. № 6. С. 69.
5. С.П. Кузнецов “Динамический хаос” М.:Физматлит, 2001, 296с.

МЕХАНИЗМЫ РАЗРУШЕНИЯ РЕЖИМА ФАЗОВОЙ ХАОТИЧЕСКОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРАХ

М.К. Куровская, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Явление фазовой синхронизации, наблюдаемое в различных системах, включая химические, биологические и физиологические, активно изучается в последнее время и вызывает большой интерес исследователей [1,2].

Как правило, различий между теми или иными особенностями режима фазовой синхронизации не делают. В качестве исключения следует упомянуть работу [3], где описано существование трех различных сценариев перехода к фазовой синхронизации в зависимости от свойств системы. Однако, в настоящей работе показано, что следует различать лишь два типа перехода к фазовой синхронизации хаотических осцилляторов, каждый из которых определяется величиной расстройки частот взаимодействующих систем, как и в случае классической синхронизации периодических осцилляторов. Существуют соответственно два сценария разрушения данного режима синхронной динамики. Когда взаимодействующие хаотические осцилляторы достаточно слабо расстроены по частоте, разрушение фазовой синхронизации не сопровождается потерей фазовой когерентности аттракторов. Напротив, при большой частотной отстройке хаотический аттрактор всегда становится фазово-некогерентным при разрушении данного синхронного режима.

Классической моделью теории синхронизации является осциллятор Ван-дер-Поля

$$\ddot{x} - (\lambda - x^2)\dot{x} + x = A \sin(2\pi f_e t)$$

под внешним гармоническим воздействием амплитуды A с частотой f_e . Колебания в системе, конечно, не являются хаотическими, но понятия фазовой синхронизации и фазовой когерентности аттрактора можно применить и в этом случае, аналогично тому, как это осуществляется для хаотического осциллятора. На основании этого легко показать, что при достаточно большой расстройке частоты внешнего сигнала от собственной частоты системы аттрактор осциллятора Ван-дер-Поля становится фазово-некогерентным в области, лежащей ниже границы языка синхронизации на плоскости параметров (f_e, A) , в то время как для малых значений расстройки аттрактор является фазово-когерентным как внутри языка синхронизации, так и вне него.

Рассмотрим далее две однонаправленно связанные системы Ресслера, которые описываются следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_d &= -\omega_d y_d - z_d, & \dot{x}_r &= -\omega_r y_r - z_r + \varepsilon(x_d - x_r), \\
 \dot{y}_d &= \omega_d x_d + a y_d, & \dot{y}_r &= \omega_r x_r + a y_r, \\
 \dot{z}_d &= p + z_d(x_d - c), & \dot{z}_r &= p + z_r(x_r - c),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где ε – параметр связи. Значения управляющих параметров были выбраны в соответствии с [4]: $a=0.15$, $p=0.2$, $c=10.0$.

Параметр ω_r , задающий собственную частоту ведомой системы фиксирован: $\omega_r=0.95$, а аналогичный параметр ведущей системы ω_d варьировался в диапазоне от 0.8 до 1.1. При указанных значениях управляющих параметров хаотические аттракторы обеих подсистем в отсутствии связи являются фазово-когерентными, что позволяет ввести фазу хаотического сигнала традиционным способом как угол поворота на плоскости переменных x , y : $\varphi=\arctan(y/x)$.

Если построить хаотические аттракторы ведомой системы и зависимость разности фаз $\varphi_d(t)-\varphi_r(t)$ от времени t выше и ниже границы фазовой синхронизации в случае малой расстройки параметров ω_d и ω_r , то нетрудно видеть, что при уменьшении параметра связи ε режим фазовой синхронизации исчезает, хотя хаотические аттракторы остаются фазово-когерентными. При большой отстройке управляющих параметров реализуется иной сценарий разрушения режима фазовой синхронизации взаимодействующих систем. Ниже границы фазовой синхронизации хаотический аттрактор ведомой системы Ресслера становится фазово-некогерентным. Очевидно, что имеют место два механизма разрушения фазовой синхронизации, как и при синхронизации периодических колебаний.

Возникновение режима фазовой синхронизации обычно описывают с помощью ляпуновских экспонент (см., например, [1,3]). Считают, что переход нулевого ляпуновского показателя в область отрицательных значений непосредственно связан с возникновением режима фазовой синхронизации в случае, когда аттракторы взаимодействующих осцилляторов являются фазово-когерентными (см. более подробно [1,3,5]). Наши результаты опровергают данное утверждение: кривая, соответствующая переходу нулевого ляпуновского показателя в отрицательную область совпадает с границей фазовой синхронизации на плоскости (ω_d, ε) только в очень малом диапазоне значений расстройки параметров связанных осцилляторов, хотя аттракторы как ведущей, так и ведомой подсистем являются фазово-когерентными. Переход нулевого показателя Ляпунова в область отрицательных значений предвещает возникновение фазовой синхронизации, но не является фактором, определяющим момент наступления данного режима синхронной динамики.

Кривая, соответствующая обращению в нуль старшего условного показателя Ляпунова была использована в работе [3] в качестве критерия

для выделения различных путей перехода к фазовой синхронизации в зависимости от свойств когерентности хаотических спиральных аттракторов связанных систем. Однако, положение данной кривой на плоскости (ω_d, ε) всецело определяется механизмами, описанными в работах [4,6], и вообще никак не связано с фазовой синхронизацией.

Итак, можно заключить, что для двух однонаправлено связанных осцилляторов Ресслера (1) возможны лишь два типа перехода к режиму фазовой синхронизации. Какой из типов реализуется в системе, будет зависеть от величины расстройки управляющих параметров.

При изучении динамики двух взаимно связанных систем Ресслера с изначально фазово-некогерентными аттракторами, как и в случае осцилляторов с фазово-когерентными аттракторами (1) следует также различать два (а не три) типа разрушения фазовой синхронизации.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проекты 05-02-16273 и 06-02-16451), Программы поддержки ведущих научных школ РФ (НШ–4167.2006.2). Авторы благодарят также за финансовую поддержку Фонд некоммерческих программ «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Pikovsky, M. Rosenblum, J. Kurths “Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences” Cambridge University Press, 2001.
2. В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова и др., М. Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.
3. G.V Osipov., В. Hu, С. Zhou, M.V. Ivanchenko, J. Kurths // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 024101.
4. А.Е. Hramov, А.А. Koronovskii // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. P. 067201.
5. M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky, J. Kurths // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 4193.
6. А.Е. Hramov, А.А. Koronovskii, O.I. Moskalenko // Europhysics Letters. 2005. V. 72. P. 901.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСИММЕТРИЧНОГО
ГЕНЕРАТОРА ВАН ДЕР ПОЛЯ

О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет, факультет нелинейных процессов

Изучение синхронизации автоколебаний в настоящее время является актуальным направлением нелинейной динамики [1]. Явление синхронизации колебаний наблюдается в радиотехнических и электронных устройствах, лазерах, механических осцилляторах, колебательных химических реакциях, а также в живых системах.

Простейшей моделью классической теории колебаний, в которой может наблюдаться режим синхронизации, является автогенератор Ван дер Поля под внешним периодическим воздействием [2, Лекция 18]. Поведение такой системы в настоящее время достаточно хорошо изучено как аналитически, так и численно. Известно также, что такая простая модель в силу симметричности предельного цикла обладает следующим свойством: в фурье-спектре автономного автогенератора Ван дер Поля кроме основной частоты присутствуют только ее нечетные гармоники. В то же самое время, в реальных процессах, происходящих в живых организмах, в частности, функционирования сердечно-сосудистой системы человека, ярко проявляется динамика второй гармоники автоколебаний [3]. Следует отметить, что изучению подобных систем в последнее время уделяется особое внимание [3,4].

В качестве простейшей теоретической модели, описывающей подобные физиологические процессы, в работе [3] было предложено использовать модифицированный автогенератор Ван дер Поля с квадратичной нелинейностью под внешним периодическим воздействием:

$$\ddot{x} - (\lambda - ax - x^2)\dot{x} + x = b \sin(\omega t), \quad (1)$$

где λ , a – управляющие параметры системы, b и ω – амплитуда и частота внешнего воздействия, соответственно. Фурье спектр временной реализации автономной системы (1) за счет дополнительного слагаемого содержит как нечетные, так и четные гармоники основной частоты.

В настоящей работе проводится аналитическое исследование модели (1) при помощи метода медленно меняющихся амплитуд. С целью учета динамики второй гармоники автоколебаний предложена некоторая модификация метода, согласно которой решение ищется в виде:

$$x(t) = \frac{1}{2}(Ae^{i\omega t} + A^*e^{-i\omega t} + Be^{2i\omega t} + B^*e^{-2i\omega t}), \quad (2)$$

при выполнении следующих условий:

$$\dot{A}e^{i\omega t} + \dot{A}^*e^{-i\omega t} = 0, \quad \dot{B}e^{2i\omega t} + \dot{B}^*e^{-2i\omega t} = 0, \quad (3)$$

где “*” означает комплексное сопряжение.

Усреднение по быстро изменяющимся переменным приводит к уравнениям для комплексных амплитуд первой и второй гармоник автоколебаний:

$$\begin{aligned} \dot{z} + i\Delta_1 z - z + \theta z^* y + |z|^2 z + 2|y|^2 z &= -\varepsilon, \\ \dot{y} + i\Delta_2 y - y + \frac{\theta}{2} z^2 + |y|^2 y + 2|z|^2 y &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $z = \frac{A}{2\sqrt{\lambda}}$, $y = \frac{B}{2\sqrt{\lambda}}$, $\theta = \frac{a}{\sqrt{\lambda}}$, $\varepsilon = \frac{b}{2\omega\lambda^{3/2}}$, $\Delta_1 = \frac{\omega^2 - 1}{\omega\lambda}$, $\Delta_2 = \frac{4\omega^2 - 1}{2\omega\lambda}$, выбирая

которые в виде $z = R_1 e^{i\varphi_1}$, $y = R_2 e^{i\varphi_2}$, можно получить уравнения для их амплитуд $R_{1,2}$ и фаз $\varphi_{1,2}$. Условием синхронных колебаний на частоте ω является равенство нулю их производных. Упрощение полученной таким образом системы алгебраических уравнений приводит к двум уравнениям для амплитуд R_1 и R_2 , анализ которых позволяет нанести границы области синхронизации на плоскость параметров (ω, ε) в том случае, если частота внешнего воздействия близка к собственной частоте колебаний системы. Отметим, что, как и в симметричном случае, возникновение синхронизации в исходной системе (1) сопровождается соответствующими бифуркациями на фазовой плоскости укороченных уравнений (4). Полученные результаты согласуются с результатами численного моделирования при различных значениях параметра асимметрии (в частности, при $a = 0$ и $a = 1$), а в симметричном случае – еще и с результатами [2].

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проекты 05 – 02 – 16273, 06 – 02 - 16451), Программы поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ - 4167.2006.2), НОЦ «Нелинейная динамика и биофизика» при СГУ (грант REC – 006 of U.S. CRDF), а также ФНП «Династия» и МЦФФМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.S. Pikovsky, M.G. Rosenblum, J. Kurths “Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences” Cambridge University Press, 2001.
2. А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, Н.М. Рыскин “Нелинейные колебания” М.: Физматлит, 2002.
3. А.Е. Храмов, А.А. Koronovskii, V.I. Ponomarenko, M.D. Prokhorov // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. N. 2. P. 026208.
4. C. Schdfer, M.G. Rosenblum, H.-H. Abel, J. Kurths // Phys. Rev. E. V. 60. N. 1. P. 857.

ИССЛЕДОВАНИЕ ИНДУЦИРОВАННОЙ ШУМОМ СИНХРОНИЗАЦИИ
В ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННОЙ СИСТЕМЕ,
ОПИСЫВАЕМОЙ УРАВНЕНИЕМ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ

П.В. Попов, А.А. Короновский, А.Е. Храмов

Саратовский государственный университет, факультет нелинейных процессов

Синхронизация хаотических автоколебаний является одним из важнейших фундаментальных нелинейных явлений, активно изучаемых в настоящее время [1]. Выявлено достаточно большое число различных типов синхронного поведения связанных хаотических динамических систем с малым числом степеней свободы. Каждый из типов синхронной хаотической динамики имеет свои особенности и свои способы диагностики, при этом в научной литературе активно обсуждается вопрос о взаимосвязи этих типов синхронного поведения друг с другом.

Одним из важных и сравнительно слабо изученных видов синхронного поведения хаотических систем является режим индуцированной шумом синхронизации, наблюдаемый для ряда хаотических систем с малым числом степеней свободы [2]. В режиме индуцированной шумом синхронизации случайный сигнал $\xi(t)$ действующий на две независимые, но идентичные хаотические системы $u(t)$ и $v(t)$ (с разными начальными условиями), приводит к тому, что эти системы “синхронизируются” друг с другом, то есть после завершения переходного процесса они начинают демонстрировать идентичное поведение $u(t) \equiv v(t)$. Другим способом анализа установления режима индуцированной шумом синхронизации является расчет условных ляпуновских экспонент неавтономной системы. Синхронная динамика двух систем с общим источником шума возможна в том случае, когда старшая условная ляпуновская экспонента системы отрицательна.

Представляется весьма интересным и важным провести исследование индуцированной шумом синхронизации в распределенной системе, демонстрирующей пространственно-временной хаос. В качестве модельной системы рассмотрим систему, описываемую уравнением Гинзбурга–Ландау. Данная модель распределенной автоколебательной системы, демонстрирующей пространственно-временные хаотические колебания, является удобным хорошо изученным объектом и часто используется в качестве базовой модели для исследования различных нелинейных явлений (в том числе и различных типов синхронизации) в связанных пространственно распределенных хаотических системах [3].

Исследуемая математическая модель представляет собой одномерное комплексное уравнение Гинзбурга–Ландау под воздействием распределенного в пространстве источника белого шума:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u + (1 + i\alpha) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1 - i\beta) |u|^2 u + D\zeta(x, t) \quad (1)$$

где $\zeta(x, t)$ представляет собой случайный дельта-коррелированный гауссовский процесс:

$$\langle \zeta(x,t) \rangle = A \quad \langle \zeta(x,t)\zeta(x',t') \rangle = \delta(t-t')\delta(x-x') \quad (2)$$

где A и D – среднее значение и интенсивность шума соответственно. На решение уравнения (1) накладывались периодические граничные условия: $u(x,t)=u(x+L,t)$, где L – пространственный период системы. Для численного решения уравнения Гинзбурга–Ландау с дополнительным стохастическим слагаемым использовалась модифицированная для решения стохастических уравнений численная схема второго порядка точности по пространству и первого порядка точности по времени с параметрами $\Delta t=0.0002$ и $\Delta x=L/1024$. Параметры уравнения Гинзбурга–Ландау α и β были выбраны следующими: $\alpha = 2.0$, $\beta=4.0$, $L=40\pi$. При этих значениях управляющих параметров в автономной распределенной системе наблюдаются режимы пространственно-временного хаоса [3]. Начальные условия для уравнения (1) задавались в виде $u(x,t=0) = a \exp[i2\pi t / L]$, где a – малое число.

Для систем с малым числом степеней свободы известны два схожих механизма, приводящих к возникновению режима индуцированной шумом синхронизации хаотических колебаний:

- случайный сигнал $\zeta(t)$, действующий на идентичные хаотические системы, имеет ненулевое среднее, что, фактически, переводит систему в нехаотический режим [3], при котором состояние системы просто “следует” за внешним случайным возмущением $\zeta(t)$;
- внешний случайный сигнал большой интенсивности (может быть, даже с нулевым средним значением) переводит изображающую точку в области фазового пространства с большим сжатием фазового потока, которая находится в этих областях большую долю времени, в результате чего в среднем имеет место сходимость соседних траекторий [3].

В обоих случаях определяющую роль играет сжатие фазового потока, при этом условные ляпуновские экспоненты имеют отрицательные значения.

Рассмотрим возникновение индуцированной шумом синхронизации в активной среде, описываемой уравнением Гинзбурга–Ландау (1). Будем исследовать по отдельности два механизма возникновения индуцированной шумом синхронизации, традиционные для систем с малым числом степеней свободы.

В случае шумового сигнала с нулевым средним наблюдается переход системы с увеличением амплитуды шума в режим индуцированной шумом синхронизации. В режиме индуцированной шумом синхронизации максимальная условная ляпуновская экспонента системы становится отрицательной.

Более интересен случай ненулевого среднего шума A . Рассмотрим этот случай подробнее, для чего воспользуемся методом модифицированной системы, предложенным в работе [5] для анализа явления обобщенной синхронизации хаотических систем. Отметим, что в работе [6] показана тесная связь между режимами обобщенной и индуцированной шумом синхронизации для систем с малым числом степеней свободы.

С помощью метода модифицированной системы был проведен анализ возможности возникновения синхронизации, индуцированной шумом, в

уравнении Гинзбурга–Ландау (1). Было рассмотрено модифицированное уравнение Гинзбурга–Ландау, в следующем виде:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = u + (1 + i\alpha) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - (1 - i\beta) |u|^2 u + AD, \quad (3)$$

получающееся из (1) заменой шумового источника $\zeta(x,t)$ на постоянное слагаемое.

Для данной системы характерно следующее поведение. При увеличении среднего значения шума A система переходит из хаотического сначала в периодический по пространству и стационарный во времени режим. При дальнейшем увеличении параметра A система переходит в стационарный во времени и пространстве режим ($u(x,t) = const$). Индуцированная шумом синхронизация в данном случае в системе (1) возникает при таких параметрах среднего значения шума A , при которых соответствующая модифицированная система (3) находится в нехаотическом режиме, соответственно ее максимальная условная ляпуновская экспонента отрицательна.

Для случая ненулевого среднего шума также удалось аналитически получить порог возникновения индуцированной шумом синхронизации, рассмотрев сначала устойчивость решения $u(x,t) = const$, а затем и устойчивость решения, стационарного во времени. Для обоих случаев стационарного во времени режима условная ляпуновская экспонента оказывается отрицательной. Соответственно в этих режимах наблюдается режим индуцированной шумом синхронизации.

Работа выполнена при поддержке гранта CRDF (REC–006) и РФФИ (проекты 05–02–16273 и 06 – 02 - 16451), Программы поддержки ведущих научных школ РФ (проект НШ - 4167.2006.2). Авторы также благодарят Фонд «Династия» и МЦФФМ за финансовую поддержку.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Pikovsky, M. Rosenblum, J. Kurths “Synhronization: a Universal Concept in Nonlinear Sciences” Cambridge University Press, 2001.
2. A. Martian, J.R. Banavar // Phys. Rev. Lett. 1994 V. 72 P. 1451; Toral R. et al. // Chaos 2001 V. 11 P. 665; Sanchez E. et al. // Phys. Rev. E 1997 V. 56. P. 4068.
3. I. Aranson, L. Kramer // Rev. Mod. Phys. 2002 V. 74 P. 99.
4. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii // Phys. Rev. E. 2005 V. 71 P. 067201
5. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii, O.I. Moskalenko // Phys. Lett. A. 2006 V. 354 (to be published).

НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОННОЙ ПЛОТНОСТИ И НЕЛИНЕЙНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБКАХ

М.Б. Белоненко, Е.В. Демушкина, Н.Г. Лебедев

Волгоградский Государственный Архитектурно-строительный Университет

Относительная простота строения углеродных нанотрубок и их квазиодномерность сделали данные вещества весьма популярными как для теоретиков, так и для экспериментаторов [1]. Особенный интерес вызывают нелинейные свойства нанотрубок, как акустической, так и электромагнитной природы [1, 2]. В рамках нашего теоретического исследования были рассмотрены нелинейные свойства нанотрубок, вызванные сильным взаимодействием электронов, которые описываются гамильтонианом Хаббарда [3], а также нелинейные свойства углеродных нанотрубок с сильным взаимодействием электронов при учете подвижности электронов, их кулоновского отталкивания на одном узле углеродной нанотрубки и изменения расстояния между соседними узлами вследствие акустических колебаний. Исследована возможность существования нелинейных акустических решеток в углеродных нанотрубках малого диаметра, когда вдоль окружности нанотрубки величина смещений атомов может изменяться достаточно сильно даже для ближайших соседей. Один из выводов, к которому привели наши исследования – во всех рассмотренных задачах в углеродной нанотрубке возникают нелинейные периодические колебания сложной формы, которые могут быть интерпретированы как решетки солитонов.

Изложим общий математический подход, который использовался нами для описания нелинейных свойств углеродных нанотрубок, на примере, когда учитывается сильная нелинейность, обусловленная кулоновским отталкиванием электронов на одном узле решетки (рис.1).

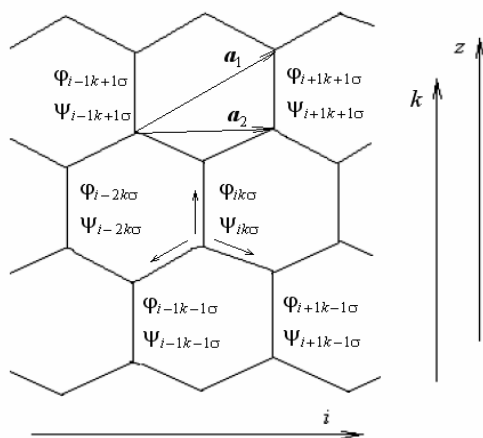


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой задачи. Ось z вдоль оси нанотрубки. Функции $\Phi(x)$, $\Psi(x)$ имеют смысл одноэлектронных волновых функций.

Электроны, локализованные на атомах углерода в нанотрубке, могут совершать прыжки с атома углерода на соседний атом углерода, причем два электрона, локализованные на одном атоме, испытывают сильное

кулоновское отталкивание. Гамильтониан задачи был выбран в традиционном виде, предложенном Хаббардом [3]:

$$H = -\sum_{j\Delta\sigma} \tau (a_{j+\Delta\sigma}^+ a_{j\sigma} + a_{j\sigma}^+ a_{j+\Delta\sigma}) + \mu \sum_{j\Delta} a_{j\sigma}^+ a_{j\sigma} + U \sum_j a_{j\sigma}^+ a_{j\sigma} a_{j+\sigma}^+ a_{j-\sigma}, \quad (1)$$

где $a_{j\sigma}^+$, $a_{j\sigma}$ – операторы рождения, уничтожения электрона на j -ом узле ($j=\{i,k\}$) со спином σ (рис.1), τ – интеграл перескока; U – энергия кулоновского отталкивания электронов на одном узле; μ – химический потенциал (τ , U , μ были оценены при помощи квантово-химического полуэмпирического метода MNDO [4]). Для данного гамильтониана (1) были записаны уравнения движения Гейзенберга для операторов $a_{j\sigma}^+$, $a_{j\sigma}$.

Особенность предложенного нами подхода заключалась в том, что вдоль оси нанотрубки использовалось континуальное приближение, а вдоль окружности – периодические граничные условия вдоль окружности нанотрубки (Фурье – преобразование). Используя метод, изложенный в [3], искомая система уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} i \frac{\partial \varphi_{k\sigma}}{\partial t} = -\tau \left(1 + 2 \cos \frac{2\pi k}{N} \right) \varphi_{k\sigma} - 2\pi i \cos \frac{2\pi k}{N} (\varphi_{k\sigma})_z + \frac{U}{N} \sum_{k_1 k_2} \varphi_{k_1 \sigma} \varphi_{k_2 - \sigma} \varphi_{k_1 + k_2 - k - \sigma}^*, \\ i \frac{\partial \psi_{k\sigma}}{\partial t} = -\tau \left(1 + 2 \cos \frac{2\pi k}{N} \right) \psi_{k\sigma} - 2\pi i \cos \frac{2\pi k}{N} (\psi_{k\sigma})_z + \frac{U}{N} \sum_{k_1 k_2} \psi_{k_1 \sigma} \psi_{k_2 - \sigma} \psi_{k_1 + k_2 - k - \sigma}^*, \end{cases} \quad (2)$$

где k нумерует соответствующую моду. Отметим, что под модами здесь понимаются колебания, не влияющие друг на друга при линеаризации задачи.

Типичные зависимости квадраты модулей величин $\varphi(x)$, $\psi(x)$ от переменной x приведены на рисунке 2. В данном случае решение интересующей нас системы уравнений имеет вид типичной солитонной решетки.

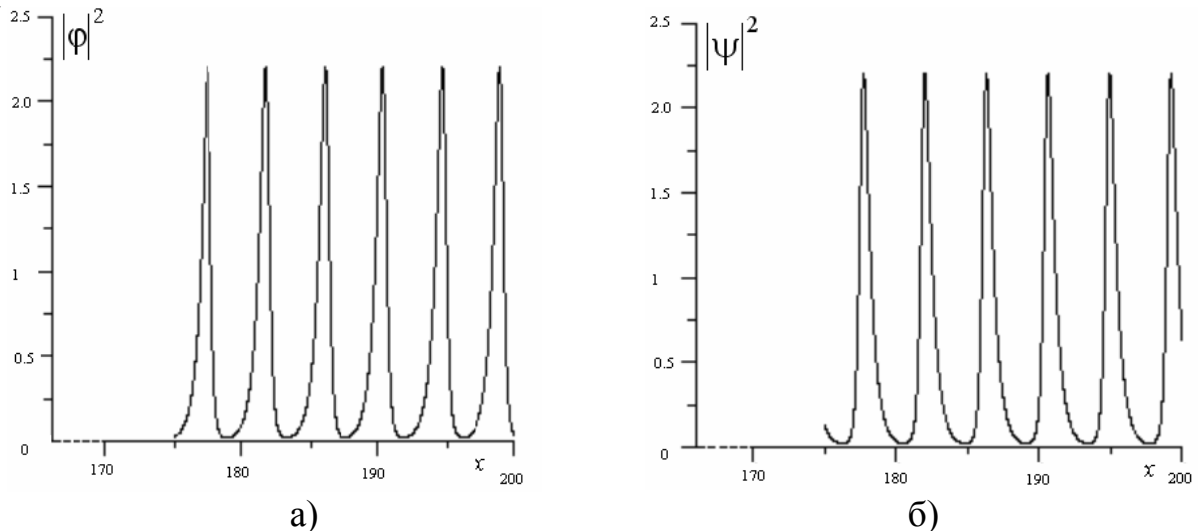


Рис. 2. Зависимость квадрата модуля величин $\varphi(x)$, $\psi(x)$ от переменной x (за единицу по оси абсцисс принята длина связи $C - C$).

Отметим, что независимо от задания начальных условий эволюция нашей системы выходила на тот или иной устойчивый режим колебаний. В работе исследовано влияние изменения параметров задачи на качественный вид нелинейных волн, а также дан ряд количественных оценок [5, 6].

Сформулируем наиболее существенные на наш взгляд выводы из проведенных исследований:

1. теоретически доказано существование и исследован характер поведения нелинейных волн электронной плотности и нелинейных акустических волн в углеродных нанотрубках. Волны имеют модулированную структуру, определяемую обменом энергией между колебаниями с различным периодом вдоль окружности нанотрубки;
2. наличие строгой периодичности делает возможным обнаружение данных решеток, как дифракционными методами, так и методами рассеяния;
3. данные решетки образуют регулярную структуру, которая является аналогом доменной. Области с различной плотностью электронов, или в случае акустических решеток области с различным смещением атомов, могут быть интерпретированы в терминах доменной структуры. Наличие такой структуры внесет свой вклад в восприимчивости нанотрубок и позволяет надеяться на обнаружение эффектов памяти в углеродных нанотрубках;
4. существование регулярной периодической структуры приводит при движении вдоль такой структуры дополнительного электрона (в случае, когда есть электрон – фононное взаимодействие) к квантованию его энергии (в силу теоремы Флоке). Подобное квантование приводит к наличию дополнительных энергетических уровней в спектрах углеродных нанотрубок.

ЛИТЕРАТУРА

1. П.Н. Дьячков “Углеродные нанотрубки: строение, свойства, применения” Москва, 2005, 196 с.
2. T.Yu. Astakhova, V.A. Dmitrieva, G.A. Vinogradov // Fullerenes, nanotubes and carbon nanostructures. 2004. V. 12. № 1&2. P. 133.
3. М. Вадати, Х. Гиббс, и др. “Солитоны” Под ред. Буллаф Р., Кодри Ф.,: Пер. с англ. – М.: Мир, 1983, 406 с.
4. M.J.S. Dewar, W. Thiel // J. Amer. Chem. Soc. 1977. V. 99. P. 4899.
5. М.Б. Белоненко, Е.В. Демушкина, Н.Г. Лебедев // Химическая физика. 2006. Т. 25. № 6. С. 75.
6. М.Б. Белоненко, Е.В. Демушкина, Н.Г. Лебедев // Известия вузов. Физика. 2005. № 6. С. 76.

ДИНАМИКА ПЕРИОДИЧЕСКОГО ЦУГА УЛЬТРАКОРОТКИХ
ЛАЗЕРНЫХ ИМПУЛЬСОВ В ДВУХУРОВНЕВОЙ СРЕДЕ С ЭФФЕКТОМ
ШТАРКА

М.Б. Белоненко, И.В. Сочнев

Волгоградский Государственный Архитектурно-строительный Университет

Современные тенденции развития оптики, связанные с созданием мощных импульсных лазеров, привели к существенному прогрессу в изучении традиционных с точки зрения практики веществ [1].

Одной из интересных особенностей возбуждения нелинейных систем в диспергирующих средах с тем или иным типом упорядочения является возможность наблюдения в них устойчивого частицеподобного состояния. В оптике вышеупомянутые частицеподобные состояния хорошо известны и экспериментально исследованы, например, в таких задачах, как эффект самоиндуцированной прозрачности и при анализе динамики ультракоротких световых импульсов в волоконных световодах. Важно отметить, что основное внимание в последнее время, за исключением ряда работ [2, 3], уделялось изучению эффектов связанных с солитонами в случае быстроубывающих или постоянных на бесконечности граничных условий. Вместе с тем, очевидно, что существует ряд задач, таких, например, как изучение динамики образца методами внутривибрационной спектроскопии с использованием кольцевого резонатора, или изучение отклика вещества при облучении его цугом ультракоротких импульсов, когда становится необходимым учет именно периодических граничных условий.

Отметим также, что в общем случае электрическое поле распространяющегося лазерного импульса может и изменить характеристики среды, в которой импульс распространяется. Наиболее простым и физически интересным случаем такого изменения свойств среды будет, по всей видимости, случай эффекта Штарка, когда электрическое поле лазерного импульса изменяет расстояние между уровнями двухуровневой системы. Подобный эффект может, например, наблюдаться в системе молекулярных ионов водорода H_2^+ , которые описываются двумя электронными уровнями для коротких межъядерных расстояний (меньших 4–5 а.е.): 1S_g и 1S_u .

Гамильтониан двухуровневой среды с эффектом Штарка, представим в виде:

$$H = -\sum_j (\Delta + \alpha E) S_j^x + 2\mu_0 E S_j^z, \quad (1)$$

где Δ – разница энергий верхнего и нижнего энергетического уровня двухуровневой системы, α – параметр, ответственный за Штарковский сдвиг уровней, μ_0 – электрический дипольный момент двухуровневой

системы, E – электрическое поле лазерного импульса, S_j^z – оператор поляризации j -ой двухуровневой системы, S_j^x – оператор разности населенностей j -ой двухуровневой системы. В этом случае уравнения движения Гейзенберга для средних значений операторов:

$$\langle \dot{A} \rangle = -i \langle [A, H] \rangle, \langle \dot{S}_j^w \rangle = \frac{\partial \langle S_j^w \rangle}{\partial t}. \quad (2)$$

Данные уравнения необходимо дополнить уравнением на электрическое поле лазерного импульса E , и записать:

$$\ddot{E} - c^2 E_{\zeta\zeta} = -4\pi\mu_0 n_0 \langle \ddot{S}^z \rangle, E_{\lambda\lambda} = \frac{\partial^2 E}{\partial \lambda^2}, \quad (3)$$

здесь n_0 – концентрация рассматриваемых двухуровневых систем, ζ – ось координат в нашем пространстве вдоль которой и распространяется импульс, c – скорость света [4]. Из уравнений (2) можно выразить электрическое поле лазерного импульса E через поляризацию двухуровневой системы $\langle S^z \rangle \equiv z$, с точностью до лидирующих нелинейных слагаемых и подставить в уравнение на электрическое поле (3), производя многомасштабное разложение, ограничиваясь приближением волн, бегущих только в одну сторону. Легко получить следующее выражение для скорости распространения ультракоротких лазерных импульсов в нашей среде:

$$v^2 = \frac{c^2}{1 + \chi M / \Delta}, \chi = 8\pi\mu_0^2 n_0.$$

Сама динамика ультракоротких импульсов, в сделанных нами предположениях будет описываться уравнением Кортевега–де–Фриза:

$$\alpha u_{xxxx} + \beta u_{xt} + \gamma (u^2)_{xx} = 0, \quad (4)$$

где величины δ , β , λ , γ определяются как:

$$\alpha = v^2(v^2 - c^2) / \Delta M, \beta = -2v(\chi + \Delta / M), \gamma = \alpha \Delta (v^2 - c^2) / M^2.$$

После обезразмеривания уравнений имеем решение:

$$u_0 = \Phi c n^2 (\zeta (\Phi / 2k)^{1/2}, k), \quad \zeta = x - v_l t; \Phi = 2k^2 v_l (1 - 2k^2)^{-1}. \quad (5)$$

Решение (5) содержит в себе явную связь между скоростью и амплитудой цуга импульсов и импульсы, имеющие большую амплитуду, распространяются быстрее. Также отметим, что период следования импульсов определяется эллиптическим модулем k , который связан с энергией запасенной в системе, и величины v_l , k могут быть выбраны как два независимых параметра определяющих свойства решения. Учет слагаемых следующего порядка приводит к тому, что уравнение (4) принимает следующий вид:

$$u_t + \beta u u_x + u_{xxx} = -P, \quad P = a_1 (u^3)_x + a_2 u_{xxx} + a_3 \partial_x^{-1} u_{tt} + a_4 (u_x^2)_x + a_5 (u^2)_t. \quad (6)$$

Возмущение (6) сохраняет первые интегралы движения уравнения Кортевега–де–Фриза, и для его корректного учета необходимо использовать неадиабатическую теорию возмущений, в рамках которой учитывается изменение формы цуга импульсов. Уравнение для поправки u_1 к форме цуга ультракоротких импульсов примет вид:

$$u_{1t} + 6(u_0 u_1)_x + u_{1xxx} = -P.$$

Приведем для наглядности рисунок, иллюстрирующий влияние возмущения (рис.1).

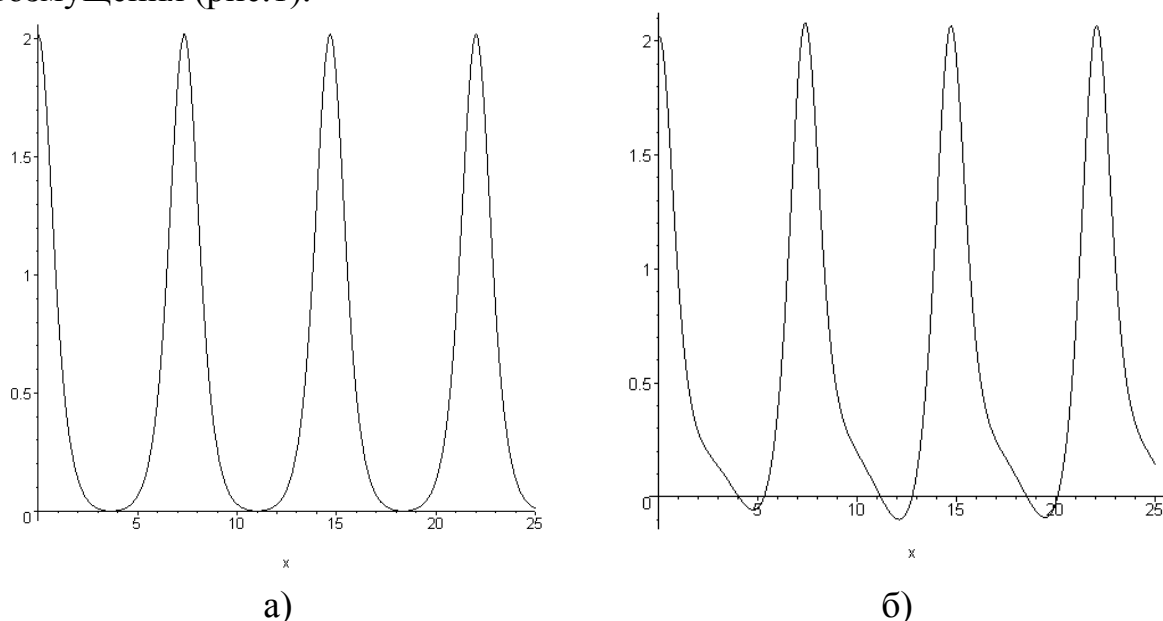


Рис.1. Влияние возмущения на решение уравнения, описывающего цуг ультракоротких импульсов. а) невозмущенное решение. б) решение с возмущением.

Влияние возмущения, таким образом, сводится к изменению формы импульса в цуге, а именно появлению более «плавного спада и участку, где полярность импульса меняет знак на противоположный. Физически это связано с тем, что импульс, первоначально имеющий одну полярность, вызывает при прохождении сдвиг уровней двухуровневой системы, что в свою очередь влечет за собой нарушение условий резонанса и менее интенсивную передачу энергии двухуровневой в среде в спад импульса.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.А. Ахманов, Н.И. Коротеев “Методы нелинейной оптики в спектроскопии рассеяния света” М.: Наука, 1981, 543 с.
2. А.М. Kamchatnov, H. Steudel // Phys. Lett. A. 1997. V. 226. P. 355.
3. А.М. Камчатнов // ЖЭТФ. 1996. Т. 109. С. 786.
4. Дж.Л. Лэм “Введение в теорию солитонов” Пер. с англ. М.: Мир, 1983, 294 с.

ДИНАМИКА РОЛИКОВЫХ ДОМЕНОВ
ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ КАПИЛЛЯРНЫХ ВОЛН

С.В. Кияшко

ИПФ РАН, Нижний Новгород

При исследовании процессов установления стационарных режимов в активных средах часто наблюдаются переходные режимы в виде автоволн. Наиболее изучены автоволновые процессы в диффузионных системах с распределенным источником энергии (вещества) [1]. Однако существуют и такие активные системы, для описания которых необходимо учитывать дисперсионные свойства среды. Это необходимо, например, при описании параметрической генерации волн однородным осциллирующим полем [2]. Хорошо изучены стационарные режимы параметрической неустойчивости спиновых волн в ферромагнетиках, ряби Фарадея на поверхности жидкости в осциллирующем поле тяжести. Однако, если в процессе установления автоколебаний в двумерной системе возникают области с различной пространственной ориентацией (домены), то они могут конкурировать между собой.

В жидкости большой вязкости из-за сильной конкуренции могут существовать только роликовые структуры стоячих волн [3], и домены будут различаться пространственной ориентацией роликов. Аналогичная ситуация возникает и при термоконвекции.

Ранее в работе [4] исследовалось движение фронта, разделяющего области с различной ориентацией и показано, что он движется равномерно. Фронт при этом совпадал с направлением роликов в одном из доменов, двигался вдоль одной координаты, и задача фактически была одномерной. В настоящей работе исследуется динамика двумерных доменов, у которых подвижными являются одновременно несколько границ.

В работе экспериментально изучается явление динамики роликовых доменов, параметрически возбуждаемых капиллярных волн. Ролики в разных доменах были ориентированы перпендикулярно друг другу и параллельно разным границам прямоугольной кюветы. Предложена аналитическая модель наблюдаемого явления, предварительные численные расчеты в соответствии с которой демонстрируют качественное согласие с экспериментом.

В качестве рабочей жидкости использовали силиконовое масло с вязкостью $\nu \approx 1 \text{ см}^2/\text{с}$, так как оно практически не испаряется, а его поверхность не подвержена загрязнению. Вертикальные колебания кюветы создавали при помощи вибростенда TV2500 фирмы TIRA vib.

В ходе эксперимента изменяли амплитуду и частоту колебаний кюветы $f_p \sim 43 - 73$ Гц, а также глубины жидкости $h \sim 4 - 6$ мм. Стоячие волны, возникающие на поверхности жидкости, наблюдали в отраженном свете. Изображение паттернов, образованных капиллярными волнами,

записывалось с помощью цифровой видеокамеры, а затем вводилось в компьютер для дальнейшей обработки.

Эксперименты по изучению динамики доменов с различной ориентации её роликов, проводили следующим образом. При фиксированной глубине жидкости и частоте внешнего сигнала на вход усилителя вибростенда подавали синусоидальное напряжение. В момент включения колебаний на боковых стенках кюветы образуется тонкий пограничный слой, который служит локализованным начальным возмущением. Вблизи стенок возникают области капиллярной ряби, границы которых параллельны стенкам кюветы. Со скоростью V_{ϕ} фронты этих областей начинают распространяться к центру кюветы.

После того, как фронты ряби достигают центра кюветы, амплитуда стоящего поля на поверхности жидкости выравнивается, и устанавливается двумерная роликовая структура, состоящая из доменов поля, различающихся пространственной ориентацией. Сравнивая последовательные видеокадры структуры поля, мы определяли зависимость формы и площади доменов от времени.

Обнаружено, что в зависимости от начальных и граничных условий на краях кюветы возникают двумерные домены различной формы, их динамика определяется движением фронтов. Измерена зависимость изменения площади доменов во времени и при различных надкритичностях. Предложена аналитическая модель наблюдаемого явления, численные расчеты в соответствии с которой хорошо согласуются с экспериментом.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 02-02-17314.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Васильев, Ю.М. Романовский, В.Г. Яхно “Автоволновые процессы” М.: Наука, 1987.
2. М.И. Рабинович, Д.И. Трубецков “Введение в теорию колебаний и волн” М.: Наука, 1984.
3. S.V. Kiyashko, L.N. Korzinov, M.I. Rabinovich, L.S. Tsimring // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. № 5. P.5037.
4. В.О. Афенченко, С.В. Кияшко, Л.В. Пискунова // Изв. РАН. Сер. физическая. 2004. Т. 68. № 12. С. 1771.

СПИРАЛЬНЫЕ СТРУКТУРЫ
ПРИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ КАПИЛЛЯРНОЙ РЯБИ
В СЛОЕ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ГЛУБИНЫ

С.В. Кияшко, А.В. Назаровский
ИПФ РАН

При параметрическом возбуждении капиллярной ряби на поверхности жидкости однородной глубины обычно устанавливаются однородные в пространстве структуры. В жидкости малой вязкости наблюдается квадратная или шестигранная решетка, состоящая из двух или трех пар стоячих волн, а в слое малой глубины возможно нарушение регулярной структуры в виде дислокаций и доменных стенок [1].

В жидкости большой вязкости могут существовать различные (роликовые) структуры и спиральные волны [2]. При параметрическом возбуждении волн в слое с плавной неоднородностью глубины могут существовать неоднородные в пространстве структуры, соответствующие различной величине надкритичности. В настоящей работе приводятся результаты экспериментального исследования возникновения и эволюции стационарных пространственных роликовых структур и спиральных волн в слое жидкости с периодической неоднородностью глубины.

Эксперименты проводились с капиллярной рябью, параметрически возбуждаемой на поверхности жидкости, налитой в квадратную кювету со стороной 11 см и круглую кювету диаметром 16 см. В качестве жидкости использовалась вода с добавлением жидкого мыла для стабилизации поверхностного натяжения.

Для создания неоднородности глубины использовались кюветы с периодическим профилем дна. Исследования проводились с различной формой профиля, но мы дальше подробнее опишем результаты экспериментов с треугольным профилем дна. Средняя глубина слоя жидкости при этом была меньше или порядка длины волны.

Известно, что наиболее сильное влияние периодической неоднородности сказывается при выполнении условий резонанса Брэгга: длина набегающей волны в два раза превышает длину волны донной неровности. Поэтому в эксперименте исследовалось возбуждение структур с длинами волн порядка двух периодов донной неровности.

Вертикальные колебания кюветы создавались при помощи вибростенда TV250 фирмы TIRA vib. В ходе эксперимента мы изменяли амплитуду и частоту колебаний кюветы $f_p \sim 20 - 115$ Гц, а также глубины жидкости $h \sim 0,85 - 6$ мм. Стоячие волны, возникающие на поверхности жидкости, наблюдались в отраженном свете. Проводились две серии экспериментов, отличающихся пространственной ориентацией канавок периодической неровности дна. В первой серии экспериментов канавки

донной неровности были параллельны друг другу и ориентированы вдоль одной из сторон кюветы.

Выяснено, что в окрестности выполнения условия резонанса так же, как и в случае однородной среды, возбуждаются две пары взаимно ортогональных стоячих волн (квадратная решетка), но одно из направлений решетки совпадает с гребнями профиля дна.

При возбуждении волн вне окрестности резонанса потери, связанные с рассеянием волн, увеличиваются, и поэтому сначала возбуждается одна пара волн с волновыми фронтами, ориентированными перпендикулярно гребням неоднородности дна. В отличие от однородной среды линейчатая структура волн устойчиво существует в конечной области надкритичностей и даже может содержать дефекты.

Во второй серии экспериментов использовалась круглая кювета, у которой канавки донной неровности были расположены радиально: восемь секторов с параллельными канавками. Выяснено, что так же, как и в первой серии экспериментов, при возбуждении волн вне окрестности резонанса существует область параметров, где возбуждается только одна пара волн. Так как эта пара волн должна быть перпендикулярна гребням неоднородности дна, то в результате волна имеет форму концентрических окружностей (target). Показано, что при увеличении надкритичности может возникать и устойчиво существовать и спиральная волна с различным числом рукавов.

Исследовалось также влияние плавной неоднородности глубины жидкости на процесс генерации спиральных волн. Выяснено, что если средняя глубина больше в центре кюветы, то при увеличении амплитуды внешней периодической силы сначала возникает локализованная спиральная волна вблизи центра кюветы. С ростом надкритичности область, занимаемая спиральной волной, увеличивается, а затем возникают дефекты на фоне спиральной волны.

Выяснено, что основным источником дефектов при переходе к хаосу являются области с большей глубиной. Это позволяет по измерению параметров структур на поверхности жидкости судить о характере и величине неоднородности глубины.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 05-02-17066.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.V. Ezersky, D.A. Ermoshin, S.V. Kiyashko // *Phys. Rev. E*. 1995. V.51, № 4. P. 4411.
2. S.V. Kiyashko, L.N. Korzinov, M.I. Rabinovich, L.S. Tsimring // *Phys. Rev. E*. 1996. V. 54. № 5. P.5037.

АВТОМОДУЛЯЦИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ЛАЗЕРАХ С ВЕРТИКАЛЬНЫМ РЕЗОНАТОРОМ

А.С. Логгинов, А.Г. Ржанов, Д.В. Скоров
 МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет

Полупроводниковые лазеры с вертикальным резонатором, излучающие с поверхности (ЛВР, рис. 1) имеют низкие пороговые токи, одномодовый режим генерации в продольном направлении, узкую симметричную диаграмму направленности, что делает их весьма привлекательным источником излучения для систем связи, обработки, считывания и записи информации [1].

Автомодуляция - один из режимов работы лазеров, который часто используют для улучшения соотношения сигнал/шум при передаче и считывании данных. Это явление было экспериментально зарегистрировано и в ЛВР [2]. Мы представляем результаты теоретического исследования автомодуляционных пульсаций в структуре ЛВР, состоящего из 122 слоев, имеющего длину волны основной моды излучения $\lambda_0 = 1.55$ мкм.

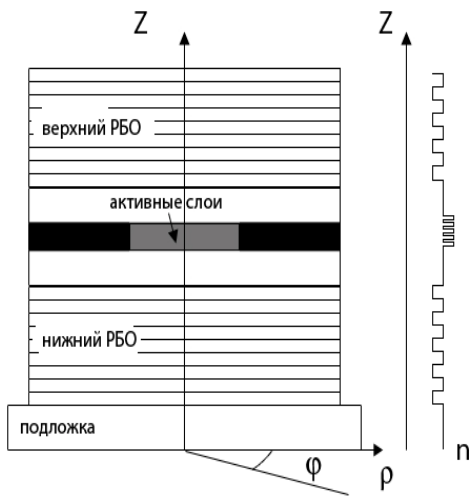


Рис.1. Упрощенная схема ЛВР.
 РБО – распределенный брэгговский отражатель, n – показатель преломления.

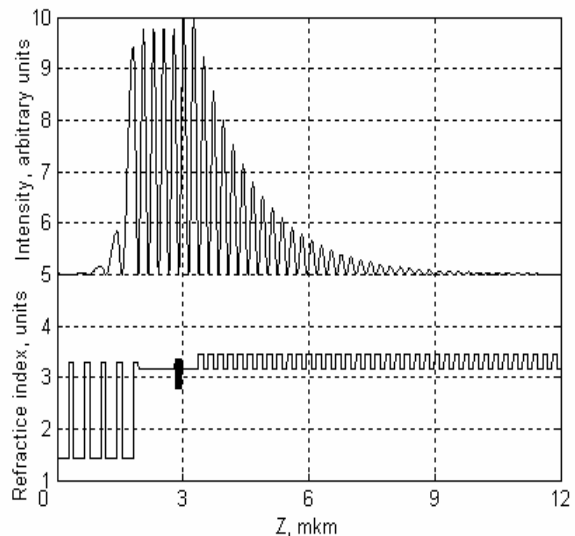


Рис.2. Распределение интенсивности продольной моды ЛВР.

Для расчета оптического поля внутри ЛВР (рис.2) был использован метод эффективной частоты [3], который предполагает замену трехмерного скалярного волнового уравнения двумя уравнениями для координаты z и полярных координат (ρ, φ) . Точность этого метода была обоснована в [4], где проводилось сравнение множества оптических моделей ЛВР.

Изменение концентрации носителей и плотности фотонов в активном слое описывает пара скоростных уравнений, в которых учтена

накачка, спонтанная и вынужденная рекомбинация, диффузия носителей в плоскости активного слоя, изменение числа фотонов в поперечной моде за счет усиления и спонтанного излучения.

Поперечные моды ЛВР (рис.3) обозначают в литературе LP (linearly polarized, линейно - поляризованные). Фундаментальная мода - LP01. В наших вычислениях LP02, но не LP01 была первой модой, достигшей порога генерации. Это объясняется лучшим перекрытием этой моды с профилем плотности носителей в активном слое и зависимостью локального коэффициента усиления от длины волны.

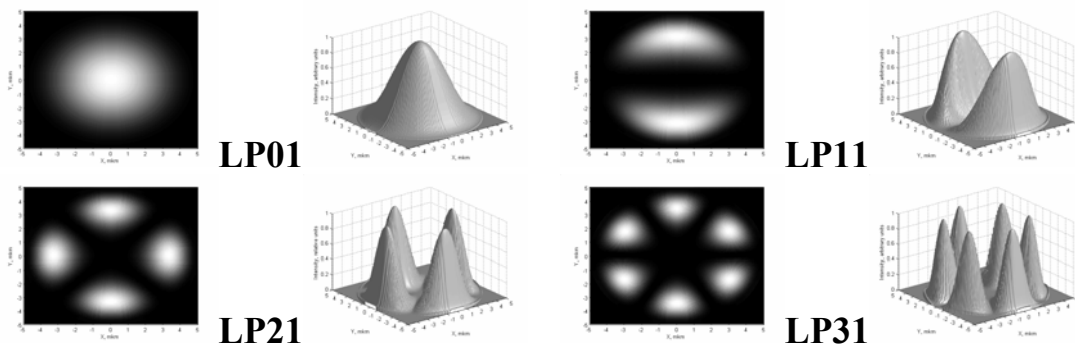


Рис. 3. Ближнее поле ЛВР - поперечные моды лазера.

Кроме ближнего поля был сделан расчет полей низших мод в френелевской зоне вблизи зеркала, который позволил оценить расстояние от зеркала до волокна для оптимального ввода излучения. Оно составило 15-20 мкм для основной моды. Для мод высокого порядка это расстояние меньше, т.к. имеет место сильное расплывание пучка.

Мы наблюдали переходные процессы, подобные процессам в традиционных полупроводниковых лазерах. Сила релаксационных пульсаций увеличивалась с ростом тока накачки, и при двойном превышении порогового значения лазер перешел в режим автомодуляции с участием моды LP02. Такое поведение отличается от режима автомодуляции традиционных полупроводниковых лазеров из-за относительно низкого значения тока, при котором началась автомодуляция излучения. С дальнейшим увеличением тока накачки усиление становится достаточным для возбуждения второй поперечной моды. При значении тока примерно в 4 раза большего порогового значения появляются пульсации интенсивности, связанные с LP01 и, таким образом, лазер переходит в режим двухмодовой автомодуляции (рис. 4).

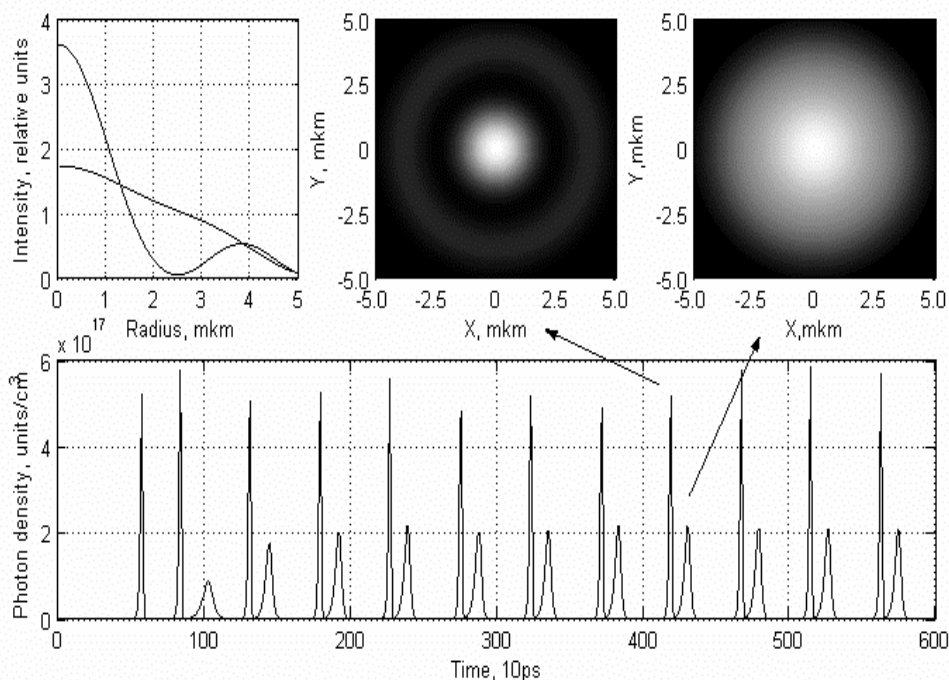


Рис.4. Двухмодовые автомодуляционные пульсации излучения ЛВР и соответствующие картины ближнего поля для мод LP01 и LP02.

Механизм автомодуляционных явлений вполне объясняется традиционной теорией. Когда плотность избыточных носителей в активном слое достаточно велика, коэффициент усиления увеличивается, и происходит резкий рост вынужденного излучения в активной области. В результате растет число актов рекомбинации и, следовательно, выжигание носителей в той части активного слоя, где интенсивность поперечной моды максимальна. Выжигание приводит к уменьшению количества носителей в этой области и падению усиления. В то же время в других частях активного слоя плотность носителей остается достаточной, чтобы обеспечить пороговое усиление для соседней моды (LP01 в нашем случае). В результате возникает последовательность двух импульсов, соответствующих LP02 и LP01 модам. После двух всплесков интенсивности активному слою требуется примерно 0.25 нс чтобы вновь набрать пороговую плотность носителей.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Iga // IEEE J. Select. Topics Quantum Electron. 2000. V. 6. № 6. P. 1201.
2. M.B. Willemsen, A.S. van de Nes, M.P. van Exter et. al. // Applied Physics Letters. 2000. V. 77. P. 3514.
3. H. Wenzel and H.J. Wunsche // IEEE J. Quantum Electron. 1997. V. 33. № 7. P. 1156.
4. P. Bienstman, R. Baets, J. Vukusic et al. // IEEE J. Quantum Electron. 2001. V. 37. № 12. P. 1618.

СВОЙСТВА ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ДЕФЕКТОВ
В ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ ВОЗБУЖДАЕМЫХ
ВОЛНАХ РЯБИ ФАРАДЕЯ ПРИ СИЛЬНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

В.О. Аффенченко, А.Б. Езерский, С.В. Кияшко
ИПФ РАН

Экспериментально обнаружены новые типы топологических дефектов, возникающие в тетрагональной решетке, образованной двумя стоячими ортогональными параметрически возбуждаемыми капиллярными поверхностными волнами при сильной нелинейности. Выяснено, что с ростом надкритичности при достижении определенного порога происходят качественное изменение в динамике дефектов: появляются новые типы дефектов, которые отличаются от дефектов при малой надкритичности скоростью, траекториями движения, внутренней структурой связанного состояния, скоростью движения. Новые типы дефектов названы нами «Диагональными дефектами» - ДД – т.к. они двигаются под углом 45 градусов к волновым фронтам стоячих волн, в то время как ранее описанные дефекты типа «Climb» - КД – двигаются преимущественно вдоль волновых фронтов. Появление в системе дефектов ДД наряду с КД приводит к многочисленным взаимодействиям между ними, что существенно усложняет динамику системы в целом.

В простейшем случае, когда поле параметра представляет собой роликовую структуру $u(x, y) = A(x, y) \cos(kx + \varphi(x, y))$, о дислокации, или топологическом заряде, говорят, если в одной части пространства на один период больше, чем в другой [1]. Дислокация – это локализованное в пространстве нарушение строгой периодичности структуры. Дислокация характеризуется знаком и принадлежностью к моде (в данном эксперименте двумя модами структуры можно называть две стоячие ортогональные волны). Две дислокации разных знаков могут аннигилировать друг с другом только в том случае, если они принадлежат одной моде. Дислокации одного знака, или разных мод, не могут аннигилировать друг с другом, поэтому они могут образовывать устойчивые связанные состояния - дефекты.

Эксперимент проводился с горизонтальным слоем силиконового масла глубиной 0,5 мм, помещенного в круглую кювету диаметра 16 см. Кювета устанавливалась на вибростенд, который совершал вертикальные осцилляции с частотой $f = 95$ Гц. Длина волны при этом составляла 3,35 мм. Плавное повышение надкритичности с 0,3 до 0,53 позволило обнаружить пространственно-временную бифуркацию перехода КД в ДД, пороговое значение надкритичности составило 0,5. КД менял свою форму, вектор скорости на 45°, скорость движения возрастала приблизительно в

3 раза. Пространственное преобразование Фурье позволило выделить роликовые моды структуры и определить координаты дислокаций (Рис.1).

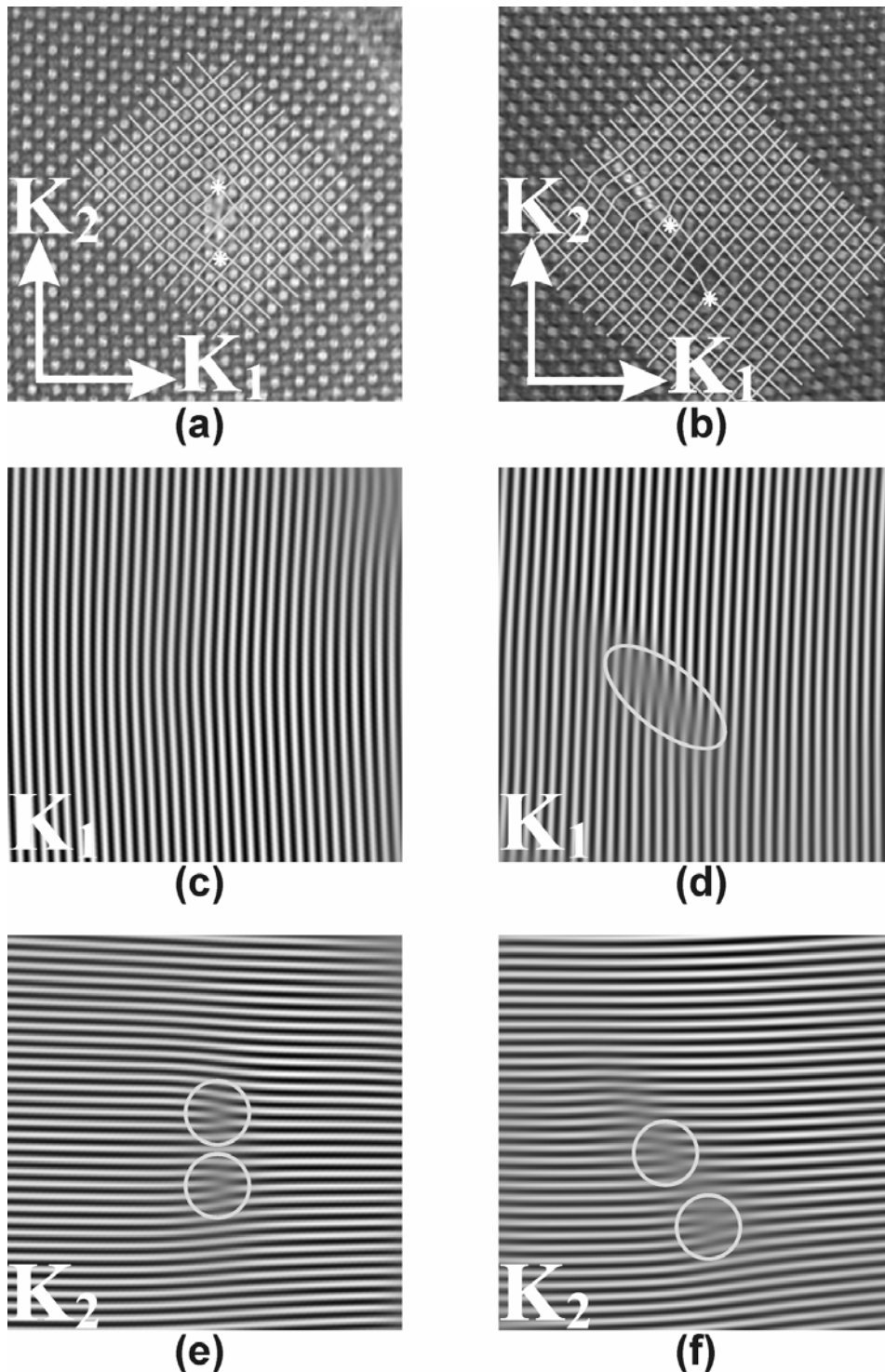


Рис. 1: (a,b). КД при надкритичности $\varepsilon = 0,3$ и ДД при $\varepsilon = 0,53$; белые линии соединяют узлы стоячих волн; координаты дислокаций отмечены звездами. (c,e) отфильтрованные роликовые моды (a); дислокации в моде K2 отмечены кругами. (d,f) отфильтрованные роликовые моды (b); дислокации в моде K2 отмечены кругами, искривления роликов в моде K1 отмечены эллипсом.

Как видно, КД образован двумя топологическими зарядами одного знака в моде 2, расположенными на линии перпендикулярной волновым фронтам, в то время как у ДД эти заряды оказываются смещенными так, что их центры лежат на прямой линии, идущей под углом 45° к фронтам. Кроме того, у ДД в моде 1 появляются сильные искривления роликов, в то время как у КД мода 1 идеальна. Таким образом, при большой надкритичности дефект в одной моде начинает вызывать искажения в другой моде, чего не наблюдается при малой надкритичности. Подобное искажение, которое всегда сопровождает движение ДД, может приводить к актам рождения и аннигиляции пары зарядов разных знаков – локальных дефектов (ЛД). Как следует из названия, локальные дефекты не вносят глобальных изменений в структуру поля – достаточно далеко от ЛД структура «не знает» о существовании искажений. ЛД не обладают длительной временной устойчивостью, однако играют важную роль при взаимодействиях дефектов разных типов и разрушении ДД.

Обнаруженные нами новые типы дефектов и взаимодействий, на плоскости параметров {надкритичность-частота накачки} лежат в области, пограничной с пространственно-временным хаосом. При плавном росте надкритичности идеальная периодическая структура последовательно претерпевает фазы рождения «медленных» КД дефектов, затем рождаются «быстрые» ДД дефекты, и, наконец, структура полностью теряет пространственную периодичность. Таким образом, в эксперименте реализуется сценарий перехода к хаосу через рождения и хаотическую динамику топологических дефектов.

Появление ДД объясняется нами тем фактом, что при большой надкритичности возрастает нелинейная связь между ортогональными волнами, образующими тетрагональную структуру, поэтому топологические заряды в одной моде могут генерировать топологические заряды в другой моде, что качественно меняет свойства дефектов и системы в целом.

Работа выполнена при финансовой поддержке благотворительного общественного Фонда содействия отечественной науке.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.V. Ezersky, D.A. Ermoshin, S.V. Kiyashko // Phys. Rev. E. 1995.V. 51. № 4. P. 4411.

КООПЕРАТИВНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ
АНСАМБЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ

В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев, А.А. Ревякин
ИРЭ РАН

Система, называемая стохастическим осциллятором, была введена в работе [1] для пояснения механизма формирования колебательных режимов в потоке пространственного заряда с виртуальным катодом. Вероятностная динамика стохастического осциллятора представляет модификацию известной модели случайных блужданий. Колебательные движения совершает центр масс потока частиц, которые равномерно с интервалом времени Δt инжектируются в точке $z=0$ в пространственный промежуток $0 \leq z \leq 1$. Движение частиц для дискретного времени $t=0,1,2,\dots$ определяется итерационным процессом

$$z_k(t+1) = z_k(t) + v_k(t) \Delta t,$$

где $z_k(t)$ и $v_k(t)$ – координата и скорость k -й частицы в момент времени t . Скорости частиц определяются выражением

$$v_k(t) = v_0 + \Delta v G_k + gW(t)$$

где $v_0 \approx 1$ – постоянная составляющая скорости частиц, $\Delta v < 1/2$ – параметр, определяющий разброс скорости частиц в потоке, G_k – случайная величина, распределенная по нормальному закону с нулевым средним и единичной дисперсией. Множитель g в последнем слагаемом определяет связь потока с волновым полем, возбуждаемым потоком. При переходе через точку $z_c(t)$, определяющую положение центра масс потока, каждая частица может случайным образом изменить направление скорости (отразится). Разделение частиц на пролетные и отраженные определяются вероятностями перехода p и q ($p + q = 1$), которые являются вероятностью движения без изменения скорости при переходе $z_c(t)$ (p) и вероятностью изменения знака скорости (q). Динамика потока определяется гистерезисной зависимостью вероятностей перехода от положения центра масс потока z_c

$$p(z_c) = \begin{cases} p_f, & 0 \leq z_c \leq z_R \\ p_b, & z_L \leq z_c \leq 1, \end{cases}$$

где $z_L < z_R$ - границы гистерезиса, $p_f > 1/2$, $p_b < 1/2$. Если допустить, что разделение частиц на пролетные и отраженные происходит строго в пропорции p/q , для центра масс потока существует стационарная точка $z_0(p)$, определяемая равенством

$$z_0(p) = p(\sqrt{1 + 2q/p} - 1)/2q$$

Двум возможным значениям вероятности перехода соответствуют две точки равновесия $z_0(p_b)$ и $z_0(p_f)$, $z_0(p_b) < z_0(p_f)$. Для случая, когда хотя бы одна точка равновесия находится внутри интервала, определяемого границами гистерезиса, центр масс совершает антиперсистентные

колебания вблизи этой точки. Если обе точки равновесия находится вне этого интервала, центр масс совершает персистентный дрейф, направление которого изменяется каждый раз, когда центр масс пересекает одну из границ гистерезиса. При этом в спектральной плотности его реализации для значений p_f , достаточно близких к единице, присутствует интенсивная периодическая компонента. В данной работе рассмотрен вариант параметров модели, для которых z_R незначительно больше $z_0(p_f)$. За счет флуктуаций координата центр масс может оказаться больше z_R и после смены значений вероятностей перехода система начинает дрейфовать в сторону точки равновесия $z_0(p_b)$. Вероятность выхода из аттрактора $z_0(p_b)$ крайне мала в силу того, что выполнено неравенство $z_L \ll z_0(p_b)$. Рассматриваемый осциллятор представляет модель двухуровневой системы, которая может находиться в двух состояниях: “возбужденном”, когда центр масс совершает флуктуационные колебания вблизи $z_0(p_f)$, и “основном”, с колебаниями центра масс около стационарной точки $z_0(p_b)$. Время жизни возбужденного состояния определяется вероятностным процессом первого перехода центра масс через точку z_R .

В работе исследован процесс синхронизации таких переходов в ансамбле осцилляторов, глобально связанных общим волновым полем. Уравнения поля представляют дискретную модификацию известного уравнения Клейна - Гордона. Для волнового процесса на одномерной последовательности точек $0 \leq x \leq N-1$, изменяющихся с единичным шагом, состояние волны в точке x в момент t дискретного времени определяется потенциалом $U(x,t)$. Пространственное и временное поведение волны задает разностное уравнение

$$U(x,t+1) - 2(1-v^2-w^2)U(x,t) + U(x,t-1) - v^2(U(x-1,t) + U(x+1,t)) = gs(x_0, x, M)\Delta z_c(x,t-1),$$

где v – скорость распространения волны в цепочке, w – критическая частота цепочки, $s(x_0, x, M) = 1$ $x_0 \leq x \leq x_0 + M - 1$, $s(x_0, x, M) = 0$ для остальных x , $\Delta z_c(x,t-1) = z_c(x,t) - z_c(x,t-1)$, $z_c(x,t)$ – центр масс осциллятора ансамбля, находящегося в точке x . Номер осциллятора в ансамбле n связан с координатой равенством $n = x - x_0 + 1$ ($1 \leq n \leq M$). Функция $W(t)$, определяющая действие поля на осцилляторы задается выражением $W(t) = \Delta U(x,t)$

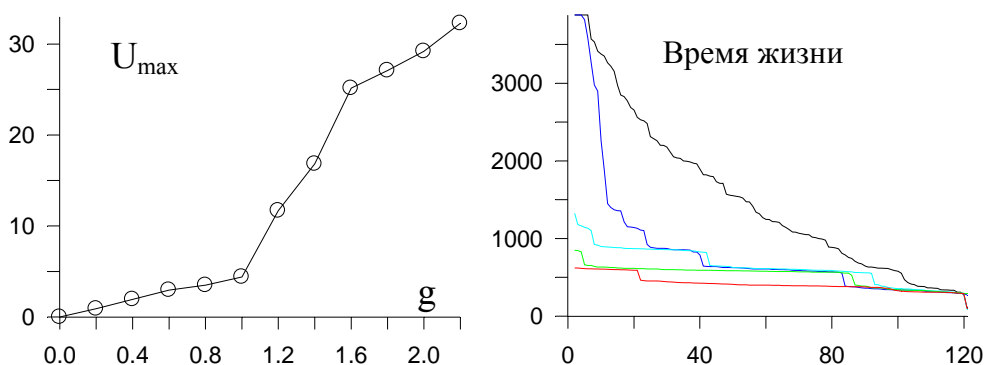


Рис. 1.

Результаты численного моделирования представлены на рис.(1)-(3).

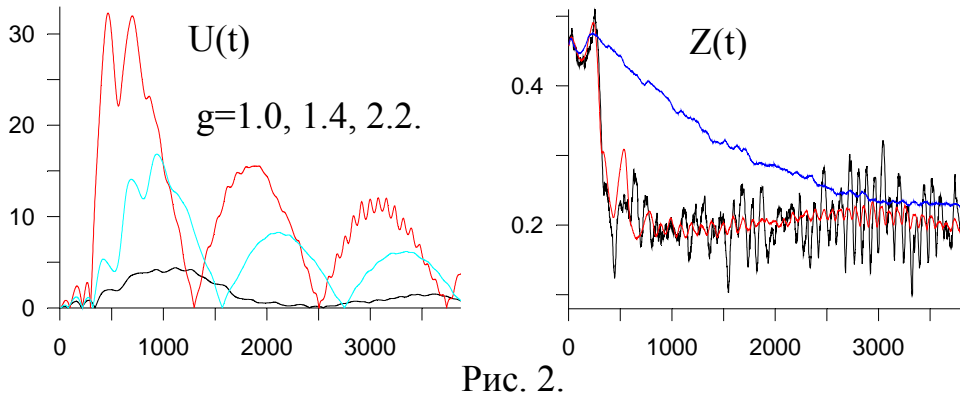
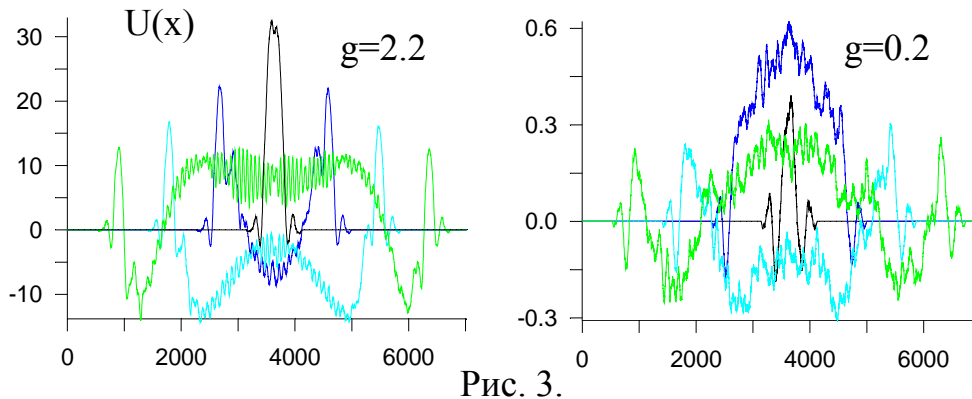


Рис. 1 представляет зависимость максимального значения поля от величины g и распределение осцилляторов ансамбля по времени жизни возбужденного состояния для $g=1.0, 1.2, 1.4, 1.6, 2.2$. С увеличением g время жизни уменьшается, и осцилляторы переходят в основное состояние более синхронно



На рис.2 представлена зависимость от времени модуля поля усредненного по области занятым ансамблем $U(t)$ для различных значений параметра g и зависимость от времени среднего по ансамблю центра масс для $g=0$ и $g=2.2$. Рис. 3 представляет распределение поля по цепочке, записанное для четырех моментов времени с равным интервалом для значений $g=2.2$ и $g=0.2$.

Приведенные результаты получены для следующих значений параметров стохастического осциллятора: $z_L=0.0001$; $z_0(p_b)\approx 0.21$; $z_0(p_f)\approx 0.47$; $z_R=0.4999$.

Приведенное исследование показывает, что в рассматриваемой системе формируется когерентный импульс, природа которого аналогична классическому излучению Дике [2].

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев // РЭ. 2002. Т. 47. № 8. С. 1008.
2. В.И. Канавец, А.Ю. Стабинес // Вестник МГУ. 1973. № 2. С. 186.

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ
МАГНИТОСТАТИЧЕСКИХ ВОЛН В СТРУКТУРАХ ТИПА
ФЕРРОМАГНЕТИК-ДИЭЛЕКТРИК-ФЕРРОМАГНЕТИК

М.А. Малюгина, Ю.П. Шараевский

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

Магнитостатические волны, распространяющиеся в ферромагнитных плёнках и интенсивное изучение которых продолжается фактически два последних десятилетия, занимают особое место в физике нелинейных волновых процессов, т.к. они обладают рядом существенных преимуществ перед другими типами волн в твердых телах [1]. Это связано с многообразием нелинейных явлений, сопровождающих распространение МСВ и удобством их экспериментального исследования. Изучение нелинейных свойств этих волн представляет интерес также в связи с возможностью использования их в различных нелинейных СВЧ устройствах: ограничителях мощности, шумоподавителях, фазовых и амплитудных корректорах и др. К настоящему времени накоплен обширный теоретический и экспериментальный материал по исследованию нелинейных явлений на магнитостатических волнах в одиночных волноведущих структурах, характеристики которых, в основном, определяются ферромагнитной плёнкой.

В последние годы начали развиваться исследования, посвященные изучению распространения связанных волн в нелинейных средах, например, волн в плазме, электромагнитных волн, оптических сигналов и т.д. Что касается волн в ферромагнитных связанных структурах, то в настоящее время достаточно хорошо изучены лишь их линейные свойства. Исследованию нелинейных волн в подобных структурах посвящено небольшое число работ, причём направленных, либо на рассмотрение дисперсионных особенностей нелинейных магнитостатических волн (МСВ) в структурах, состоящих из слоёв природы [2], либо на изучение взаимного влияния волн, распространяющихся на разных частотах в одной плёнке [3,4].

Однако, использование связи значительно расширяет функциональные возможности электродинамических систем и в радиофизике всё более широкое применение находят связанные системы в виде длинных линий, волноводов, периодических замедляющих систем и т.д. Таким образом, задачи, посвященные исследованию связанных волн в различных нелинейных системах и средах, в том числе и в ферромагнитных структурах представляют значительный научный интерес.

Анализируемая структура представляет собой два тонких ферромагнитных слоя, разделенных диэлектрическим промежутком толщины d . Подобная структура может рассматриваться как две связанные

линии передачи. Можно также сказать, что в такой структуре распространяются связанные магнитостатические волны.

С использованием различных подходов в работе построены нелинейные модели и получены системы нелинейных уравнений для описания распространения магнитостатических волн в подобной связанной ферромагнитной структуре. В частности, показано, что поведение амплитуды огибающей магнитостатической волны в связанной структуре, состоящей из двух ферромагнитных плёнок, в предположении, что связь носит чисто электродинамический характер и нелинейность каждой из плёнок зависит только от переменной намагниченности этой плёнки, можно описать на основе модели в виде двух связанных нелинейных уравнений Шредингера.

В полученной модели связь приводит не только к изменению значений групповой скорости волн, коэффициентов дисперсии и нелинейности в уравнениях, но и к появлению перекрёстных членов, т.е. к появлению нелинейной связи. Следовательно, кроме линейной связи между волнами в рассматриваемой структуре возникает нелинейная связь, которая приводит к существенному отличию нелинейных эффектов в связанной структуре по сравнению с аналогичными эффектами, которые имеют место в одиночной плёнке.

На основе численного решения системы связанных уравнений в работе рассмотрены основные нелинейные эффекты самовоздействия при распространении прямых объёмных МСВ (ПОМСВ) в нормально намагниченной структуре.

В результате численного моделирования при импульсном возбуждении системы и при величине сигнала больше некоторого порогового значения, а также при параметрах, удовлетворяющих условию модуляционной неустойчивости в одиночной плёнке, выявлены следующие особенности:

– При возбуждении одной нормальной волны в связанной структуре в зависимости от параметров возможно либо формирование уединённых волн, либо расплывание начального профиля (в одиночной нормально намагниченной плёнке всегда имеет место формирование уединённых волн огибающей).

– При одновременном возбуждении двух волн в связанной структуре всегда имеет место формирование уединённых волн огибающей.

Для случая, когда характеристики ПОМСВ рассчитываются с учётом обменного взаимодействия в плёнках, и при возбуждении системы непрерывным сигналом показано, что [5]:

– Самомодуляция ПОМСВ в связанной структуре наблюдается при любой величине связи независимо от способа возбуждения системы. Величина связи существенно влияет только на значение частоты самомодуляции.

– При разных способах возбуждения системы (возбуждение одной моды либо двух мод) при постоянном уровне входного сигнала и при изменении величины связи возможны различные сценарии развития модуляционной неустойчивости, включая одночастотную и многочастотную модуляцию, а также хаотическое поведение амплитуды огибающей. При возбуждении двух волн и при увеличении связи возможно последовательное изменение характера волновой эволюции в направлении «хаос-порядок-хаос-порядок» (рис.1).

Таким образом, в работе показано, что использование электродинамической связи в слоистой ферромагнитной структуре даёт возможность эффективно управлять различными характеристиками нелинейных процессов при возбуждении магнитостатических волн: параметрами процессов, связанных с образованием уединённых волн; параметрами, характеризующими развитие самомодуляции; характером развития сложной динамики поведения амплитуды огибающей сигнала, в частности, переходом к хаотическому поведению.

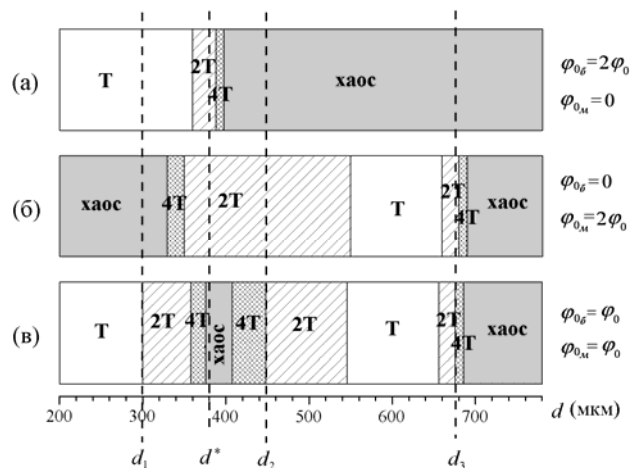


Рис. 1. Различные режимы поведения огибающей сигнала при возбуждении быстрой моды (а); медленной моды (б); при возбуждении обеих мод (в).

Работа выполнена в рамках Программ Федерального агентства на науку и инновациям (№НШ-4167.2006.2) (ЦНТП, грант №2006-РИ-19.0/001/053), Программы Федерального агентства по образованию и фонда CRDF «Развитие научного потенциала высшей школы на 2006-2007 гг.» (Appendix–06-04) и при поддержке РФФИ (гранты № 04-02-16296 и № 05-02-16273).

ЛИТЕРАТУРА

1. А.В. Вашковский, В.С. Стальмахов, Ю.П. Шараевский “Магнитостатические волны в электронике сверхвысоких частот” Саратов: Изд. СГУ, 1993.
2. А.С. Киндяк // ЖТФ. 1999. Т. 69. Вып. 6. С. 119.
3. А.О. Короткевич, С.А. Никитов // ЖЭТФ. 1999. Т. 116. Вып. 6(12). С. 2058.
4. T.Ueda, M.Tsutsumi // IEEE. Intermag2002. 2002. P. BW12.
5. Г.М. Дудко, М.А. Малюгина, Ю.П. Шараевский // Изв. ВУЗов–ПНД. 2004. Т. 12. № 1-2. С. 40-50.