

**СЕКЦИЯ 1**  
**“РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ И**  
**ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ВОЛН”**

ВЛИЯНИЕ МАСЛЯНЫХ ПЛЕНОК НА ДРЕЙФОВУЮ СКОРОСТЬ <b>Е.В. Боганов О.Н. Мельникова</b> .....	3
ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕНЕВОЙ КАРТИНЫ АКУСТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОГЕРЕНТНОГО ИСТОЧНИКА СВЕТА <b>С.И. Булатицкий, О.А. Сапожников</b> .....	6
ВЛИЯНИЕ МАСЛЯНОЙ ПЛЕНКИ НА ПРОЦЕСС ГЕНЕРАЦИИ И УСИЛЕНИЯ ВОЛН <b>М.М. Корнев, О.Н. Мельникова, Т.А. Нивина</b> .....	9
ВИХРИ И ВОЛНЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ НА ГРАНИЦАХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХСЯ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ <b>О.Н. Мельникова</b> .....	12
ГОЛОВА ВОЛНЫ В СУХОМ РУСЛЕ ПРИ ПРОРЫВЕ ПЛОТИНЫ <b>О.Н. Мельникова, В.Н. Семенюк</b> .....	15
УПРУГИЕ ВОЛНЫ В СИСТЕМЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАНАЛОВ <b>И.В. Лисенков, С.А. Никитов, Р.С. Попов</b> .....	18
НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ В ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ: НОВАЯ ТЕОРИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ <b>И.М. Миндлин</b> .....	21
ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОЙ АПОДИЗАЦИИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПОЛЯ НА НЕЛИНЕЙНО-ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В МОЩНЫХ СФОКУСИРОВАННЫХ ПУЧКАХ <b>О.В. Бессонова, В.А. Хохлова</b> .....	24
ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКОГО АКУСТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА В СРЕДЕ С ПОТЕРЯМИ <b>И.Я. Гущина, В.Н. Корниенко</b> .....	27
РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СИЛЬНО АНИЗОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ <b>Н.В. Поликарпова, В.Б. Волошинов</b> .....	30

РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СФЕРИЧЕСКИ РАСХОДЯЩИХСЯ N-ВОЛН В СРЕДЕ С РЕЛАКСАЦИЕЙ <b>П. Юлдашев, М. Аверьянов, В. Хохлова, С. Оливьер, Ф. Блан-Бенон</b> .....	33
ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЕКТОРА СКОРОСТИ КРОВОТОКА В ПРОЦЕССЕ ТОМОГРАФИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАМЕТРА <b>В.А. Буров, С.Н. Евтухов, О.В. Матвеев</b> .....	36
МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН ПОЧЕЧНЫХ КАМНЯХ <b>Л.А.Трусов, О.А.Сапожников</b> .....	39
МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ ИОНОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ, ГЕНЕРИРОВАННЫХ КОЛЕБАНИЯМИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ <b>В.Е. Куницын, С. Н. Сураев, Р.Р. Ахмедов</b> .....	42
ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФЕКТОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ В ВИХРЕВОЙ ДОРОЖКИ КАРМАНА В СЛЕДЕ ЗА НАГРЕТЫМ ЦИЛИНДРОМ, МЕТОДОМ ДИСТАНЦИОННОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ <b>В.В. Чернов, А.Б. Езерский, П.Л. Соустов</b> .....	45
КОМПРЕССИЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИМПУЛЬСА МНОГОСЛОЙНЫМ ДИСПЕРСИОННЫМ ЗЕРКАЛОМ <b>А.А. Карабутов, С.И. Булатицкий, О.А. Сапожников</b> .....	48
РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКОВЫХ УДАРОВ В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ <b>В.А. Гусев</b> .....	51
ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭТАЛОННЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ИЗ НИОБАТА ЛИТИЯ: ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ <b>В.Ю. Валяев, О.А. Сапожников</b> .....	54
ПОВЕРХНОСТНЫЙ ЗВУКОВОЙ КАНАЛ В ПЕСЧАНЫХ ГРУНТАХ <b>А.М. Мигранова, В.Г. Можяев</b> .....	57
ИССЛЕДОВАНИЕ БРЭГГОВСКОГО РЕЖИМА ДИФРАКЦИИ СВЕТА ЯЧЕЙКЕ С КЛИНОВИДНЫМ ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ <b>А.Н. Вострикова, В.И. Балакший</b> .....	60

## ВЛИЯНИЕ МАСЛЯНЫХ ПЛЕНОК НА ДРЕЙФОВУЮ СКОРОСТЬ

Е.В. Боганов О.Н. Мельникова

*Кафедра физики моря и вод суши физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова*

Прогноз распространения поверхностного загрязнения в океане, решение фундаментальных проблем генерации и усиления волн ветром требуют определения ветрового дрейфового течения. До настоящего времени составляющая дрейфовой скорости  $u_{dr}$ , связанная с силой трения, изучена очень слабо в отличие от волновой составляющей. Ветровые волны на воде обычно возникают одновременно с появлением течения, обусловленного силами вязкости. Условия обтекания волны ветром различны на наветренном и подветренном склоне: в первом случае поток воздуха ускоряется в направлении движения, а во втором - замедляется. В результате замедления течения на подветренном склоне происходит отрыв вихрей, приводящий к снижению силы трения. В [1] показано, что частота отрыва вихрей пропорциональна скорости ветра, продольному градиенту скорости и, соответственно, крутизне волны. Крутизна волны может меняться в широких пределах при заданной скорости ветра. Возможно, что поэтому интервалы измеренных значений дрейфовой скорости для одной и той же скорости ветра весьма широки. Измерения дрейфовой скорости, осредненной по длине волны, в натуральных и лабораторных исследованиях показывают, что отношение  $u_{dr} \cdot u^{-1}$  составляет по разным источникам от 0.008 до 0.05 [2-4]. В [5] проведено исследование дрейфового течения на гладкой поверхности воды. Показано, что отношение дрейфовой скорости к скорости ветра определяется отношением толщины приводного слоя воздуха с линейным вертикальным профилем скорости к толщине такого же слоя в жидкости и отношением динамической вязкости воздуха к динамической вязкости жидкости. Получена зависимость толщины этих слоев от скорости ветра для установившегося течения. В натуральных условиях на развитие дрейфового течения оказывает дополнительное влияние тонкие масляные пленки. Однако влияние масляных пленок на дрейфовую скорость до сих пор исследовано не было.

Целью настоящей работы является изучение дрейфового течения, возникающего на гладкой поверхности воды при наличии тонких масляных пленок в стационарных потоках воздуха в лаборатории. Исследованы пленки, толщина которых не менее чем на порядок меньше толщины вязкого слоя воды.

Исследования проводились в прозрачном канале из органического стекла длиной 3 м, шириной 12.5 см, высотой 40 см, имеющего на выходе резервуар шириной 42 см для гашения возмущений. Высота воздушного слоя над водой на входе в канал равна 10 см. Воздух поступает на вход в

канал через сотовую решетку, служащую для создания параллельного потока воздуха. Решетка состоит из цилиндров диаметром 0.8 см, длиной 1 см. Толщина стенок цилиндра равна 2 мм. Для измерения скорости потока воды использовались шарики полистирола плотностью  $1.05 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$  и пенопласта. Перемещение трассеров снималось на видеокамеру со скоростью 25 кадров в секунду. Малые значения дрейфовой скорости измерялись по перемещению частиц от кадра к кадру. Для исследования скорости воздушного потока использовалось полупроводниковое сопротивление (1 кОм) в виде шарика с диаметром 0.2 мм. Одно сопротивление перегревалось относительно среды и использовалось для измерения скорости. На расстоянии 0.5 см (вдоль поперечной оси) от первого помещалось второе "холодное" сопротивление для измерения температуры окружающего воздуха, так как соотношение между сигналом и скоростью воздуха зависело от температуры среды. Сбор данных проводился на ПК с помощью АЦП платы с входным сопротивлением 100 ом. Доверительный интервал определения скорости воздуха для вероятности 0.67 составлял  $0.1 \text{ см}\cdot\text{с}^{-1}$ . Измерения скорости проводились с шагом 0.1 см по вертикали выше приповерхностного слоя с линейным распределением скорости. Внутри слоя измерения велись с шагом 0.1 мм. Скорость ветра на входе в канал составляла  $1.8 \text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ . Для исследования поля скорости на поверхность воды подавался раствор марганцовки в виде отдельных капель, поступающих по капиллярной трубке с малой скоростью. Дрейфовое течение исследовалось сначала в чистой воде, а затем при наличии масляной пленки (подсолнечное масло) толщиной 50, 100 и 200 мкм. Вертикальные профили скорости, полученные в этих экспериментах, приведены на следующем рисунке.

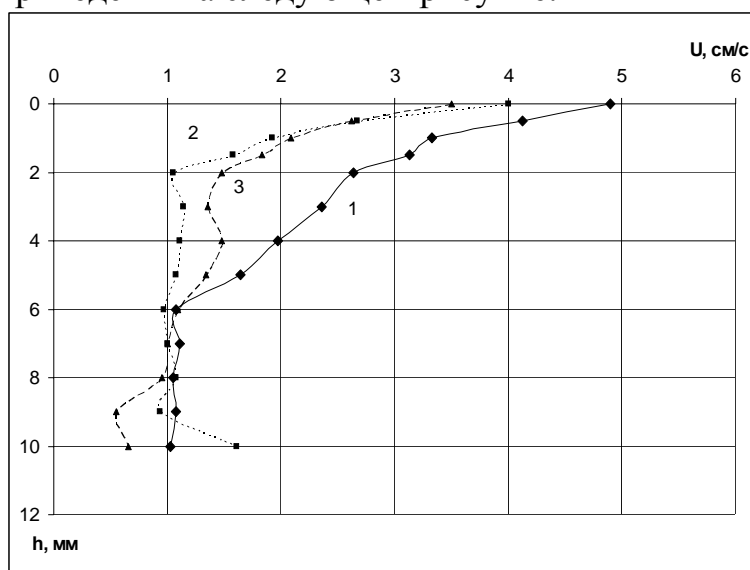


Рис. 1. Вертикальные профили скорости дрейфового течения в чистой воде (1), с пленкой масла 50 мкм (2) и 100 мкм (3)

Полученные в экспериментах результаты, позволяют сделать следующие выводы.

1. Обнаружено, что при наличии испарения с поверхности воды (влажность менее 100%) в поверхностном слое с линейным вертикальным профилем скорости существует конвективное движение. Выше слоя конвекции существует тонкий слой с линейным распределением скорости по вертикали. Получены параметры конвективного движения. На поверхности воды при наличии конвекции скорость дрейфового течения на несколько процентов возрастает по сравнению с течением в чистой воде.
2. Обнаружено, что при наличии на поверхности воды масляной пленки конвекция в приповерхностном слое воды исчезает.
3. При наличии масляной пленки толщина слоя воды, вовлеченного в дрейфовое движение, уменьшается в несколько раз по сравнению с чистой водой. Можно предположить, что длинные органические молекулы, находящиеся под углом к поверхности раздела между маслом и водой (вниз гидрофильной частью), уменьшают силу трения между маслом и водой.
4. Обнаружено, что при наличии масляной пленки зависимость скорости течения является нелинейной функцией глубины во всем приповерхностном слое жидкости. Можно предположить, что нарушение характера движения в вязком слое связано с воздействием длинных органических молекул, которые расположены под углом к поверхности раздела между маслом и водой.
5. Вертикальный градиент скорости в поверхностном слое воды убывает с ростом толщины пленки.
6. Дрейфовая скорость на гладкой поверхности воды снижается при наличии масляной пленки. Уменьшение дрейфовой скорости на поверхности воды пропорционально толщине пленки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. П.Ю. Волков, С.Л. Мартынов, О.Н. Мельникова и др.// Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т.37. № 6. С. 834.
2. G. Caulliez, N. Ricci, R. Dupont "The air-sea interface". Eds. by Donelan M. A., Hui W.H., Plant W.J. The University of Toronto Press. Toronto. 1996. P. 27.
3. N.E. Huang "Nonlinear Dynamics of ocean waves". A.Brandt, S.E. Ramberg, M.F. Shlesinger (eds). World Scientific Press. 2001 Singapore. P. 128.
4. X. Zhang, S. Harrison // Phys. Fluids. 2004. V. 16. N1. P. L5.
5. И.Н. Иванова, О.Н. Мельникова, И.В. Ильгисонис, К.В. Показеев // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. №5. С. 851.

# ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ТЕНЕВОЙ КАРТИНЫ АКУСТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ КОГЕРЕНТНОГО ИСТОЧНИКА СВЕТА

С.И. Булатицкий, О.А. Сапожников  
МГУ, физический факультет, кафедра акустики

## 1. Введение

Многие особенности генерации и распространения акустических волн, такие как вид диаграммы направленности источников, пространственная протяженность импульсов, наличие в акустическом поле фокусов и боковых лепестков, могут быть исследованы по теневым картинам, получаемым при освещении светом исследуемого участка оптически прозрачной среды [1]. Основная идея теневых методов состоит в использовании того факта, что неоднородность показателя преломления света, вызванная акустической волной, приводит к рефракции коллимированного пучка света, посылаемого на исследуемую область. В результате формируется теневая картина, соответствующая проекции акустического поля вдоль направления распространения света. Получаемые изображения акустических импульсов достаточно сложно связаны с полем давления в среде и с параметрами оптической системы. При использовании когерентного источника света (лазера) дифракционные эффекты еще более усложняют интерпретацию изображений. Поэтому важно уметь моделировать процесс формирования таких изображений. В докладе рассмотрен случай визуализации коротких акустических импульсов малой интенсивности. Использованная теоретическая модель позволила предсказать особенности дифракции света на ультразвуковом импульсе и выработать рекомендации по подбору оптимальных параметров шлирен-системы, имеющейся на кафедре акустики физического факультета МГУ, для получения изображений высокого качества.

## 2. Модель установки

Схема моделируемой экспериментальной установки изображена на рис. 1. Плоская световая волна (а), распространяющаяся вдоль оптической оси установки, проходит через исследуемую область (кювета с водой (б)), где имеется акустическое поле (в). Сжатия и растяжения среды приводят к тому, что меняется её

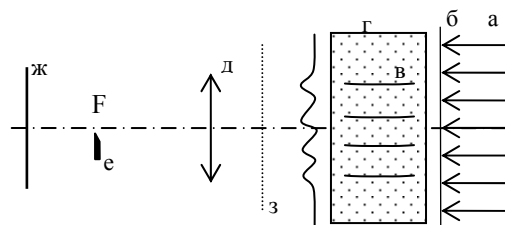


Рис. 1. Модель шлирен-системы. а – падающая плоская световая волна; б – кювета с водой; в – акустический импульс; г – искривлены волновой фронт световой волны; д – линза (F – фокус); е – оптический нож; ж – экран и шлирен-изображение (в); з – плоскость, сопряженная с (ж).

показатель преломления, а значит становится различным набег фаз, получаемый световой волной при распространении вдоль оптической оси установки. В результате фронт световой волны искривляется (г). Свет распространяется дальше до линзы (д), собирается в фокусе (F), где подвергается действию оптического ножа (е), и далее падает на экран (ж), на котором и наблюдается изображение.

При этом свободно варьируемыми параметрами установки являются положения экрана (ж) и оптического ножа (е). Оптический нож, расположенный в фокальной плоскости линзы, изменяет угловой спектр неоднородности, а положение экрана определяет эффективное расстояние от неоднородности до плоскости, в которой наблюдается теневая картина.

### **3. Результаты численного моделирования**

В расчетах исследовалась неоднородность, которую вызывает достаточно слабый акустический импульс с плоским волновым фронтом, направление распространения которого перпендикулярно оптической оси установки. Основные параметры импульса: частота заполнения 5 МГц; длина импульса составляет примерно 4 длины волны; максимальная амплитуда акустического давления 10 кПа.

Правильный выбор параметров системы предполагает получение изображения, максимально похожего на оптическую неоднородность, т.е. на вызывающее её акустическое поле. Кроме того, желательно иметь изображение с максимально возможными яркостью и контрастностью. Исходя из этих требований, нужно выбирать расположение оптического ножа и экрана. В разных условиях оптимальные положения оптического ножа и экрана будут различаться.

Было исследовано, как меняется изображение на экране по мере удаления его от неоднородности. Численный расчет показал, что изображения коротких импульсов меняются следующим образом:

- 1) На небольших расстояниях от области неоднородности волновой фронт волны искривляется, но изображение еще не проявляется (интенсивность света однородна).
- 2) С увеличением расстояния возникает тень акустического импульса, это изображение начинает «фокусироваться», плавно растет его контрастность. Под контрастностью здесь понимается отношение амплитуды колебаний интенсивности в области изображения импульса к интенсивности фоновой засветки.
- 3) На некотором расстоянии изображение импульса оказывается «в фокусе», т.е. оно максимально контрастно и очень похоже на импульс давления.
- 4) С дальнейшим увеличением расстояния изображение импульса «расфокусируется» и начинает раздваиваться, «двойники» расходятся в стороны от истинного положения импульса давления, контрастность изображения несколько падает.

Таким образом, критерием правильной фокусировки является компактность изображения импульса. Заметим, что получаемое теневое изображение - это именно «тень» импульса, поэтому есть некоторая опасность получить неправильное представление о форме импульса, если поместить экран, например, слишком далеко от неоднородности: оно распадется и будет совсем не похоже на породившую ее неоднородность. Это своего рода плата за более высокую интенсивность изображения по сравнению с интенсивностью при использовании шлирен-метода, который предполагает точно наводиться на изображение неоднородности и задерживать часть проходящего света [2].

В случае использования когерентного источника света для получения изображений акустических импульсов может быть выгодно еще и сочетать описанный выше метод подбора расстояния со шлирен-методом. Наблюдение теневой картины в этом случае эквивалентно введению фазового оптического ножа, который будет несколько расфазировать спектр неоднородности и, при правильно подобранных параметрах, может хорошо проявить неоднородность; введением же в фокальную плоскость градиентного фильтра можно повысить контрастность изображения.

#### **4. Выводы**

Вопреки распространенному мнению, что когерентные источники лучше не использовать для шлирен-систем из-за возникающих проблем с дифракцией, оказалось, что для исследования акустических импульсов мегагерцового диапазона волновые свойства света могут быть даже полезны. Дело в том, что длина акустической волны хоть и много больше длины световой волны, но на частотах в несколько мегагерц уже достаточно мала. Поэтому формирование контрастных теневых картин происходит на достаточно маленьких расстояниях от неоднородности (порядка 5 см для импульса с частотой заполнения 5 МГц), что позволяет легко получать эти теневые картины. Кроме того, контрастность получаемого изображения оказывается достаточно высокой из-за интерференции между волной фоновой засветки и волнами, порожденными неоднородностью.

Авторы благодарны М.А. Смагину и А.Е. Пономареву за помощь в эксперименте. Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 05-02-16987 и НШ 4449.2006.2.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Л.А. Васильев “Теневые методы” М.: Наука, 1968.
2. G.S. Settles “Schlieren and Shadowgraph Techniques: Visualizing Phenomena in Transparent Media” Springer-Verlag, Nov. 2001.



## ВЛИЯНИЕ МАСЛЯНОЙ ПЛЕНКИ НА ПРОЦЕСС ГЕНЕРАЦИИ И УСИЛЕНИЯ ВОЛН

М.М. Корнев, О.Н. Мельникова, Т.А. Нивина

Кафедра физики моря и вод суши физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова

Влияние масляных пленок на процесс генерации и усиления волн исследован экспериментально в прозрачном канале длиной 2.5 м, высотой 40 см, шириной 12 см. Высота воздушного канала над водой – 10 см. Исследование проводилось с помощью видеозаписи процесса. Скорость течения в воде измерялась по перемещению частиц от кадра к кадру, скорость волн – по перемещению гребней. Скорость воздушного потока определялась с помощью анемометров со следующими чувствительными элементами: вертушкой и термосопротивлением. В начале эксперимента записывался процесс усиления волн на поверхности чистой воды, а затем, для тех же условий для трех значений толщины масляной пленки: 50 мкм, 100 мкм и 200 мкм. В эксперименте использовалось подсолнечное масло, имеющее следующие характеристики: кинематическая вязкость  $0.044 \text{ см}^2 \cdot \text{с}^{-1}$ , плотность  $0.9 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$ , поверхностное натяжение  $0.035 \text{ н} \cdot \text{м}^{-1}$ .

В [1] показано, что на поверхности воды под действием горизонтального замедляющегося потока воздуха возникает монохроматическая волна. Генерация происходит при периодическом отрыве цилиндрических вихрей с горизонтальной поперечной осью. Вихри расположены на одинаковом расстоянии друг от друга и вылетают одновременно. Длина и период волны равны расстоянию между вихрями  $s$  и периоду отрыва  $T$  вихрей соответственно:

$$s = Tu_s - \frac{\delta}{2C_f} \ln\left(1 + u_s^2 \frac{C_f}{u_\delta |u_x^\delta| \delta}\right) \quad (1)$$

$$T = \left(\frac{\delta}{u_\delta |u_x^\delta| C_f}\right)^{1/2} \text{arctg}\left(u_0 \sqrt{\frac{C_f}{u_\delta |u_x^\delta| \delta}}\right), \quad u_x^\delta = \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{y=\delta}, \quad u_\delta = 5u_s \quad (2)$$

Здесь:  $u_s$  – средняя скорость на приводной линии тока,  $u_\delta$  – скорость потока на верхней границе придонного слоя толщиной  $\delta$ , с линейным вертикальным профилем скорости,  $u_x^\delta$  – продольный градиент скорости основного течения,  $C_f = 0.01$  – коэффициент трения скольжения воздуха по поверхности воды. В эксперименте с чистой водой  $u_s = 43 \text{ см} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $\delta = 0.05 \text{ см}$ , в начале канала  $u_x^\delta = -1.1 \text{ с}^{-1}$ . В этой зоне вихри отрываются с

периодом  $T=0.13$  с, расстояние между вихрями  $s=3.2$  см. Волны, зафиксированные в этой области канала, имели близкие характеристики (рис.1). При добавлении масла на поверхность воды трение увеличивается: растет коэффициент трения и модуль продольного градиента скорости. В соответствии с (1)-(2) при этом длина волны должна уменьшаться, что и было обнаружено в зоне генерации. С увеличением толщины масляной пленки длина волны уменьшалась. Для пленки 100 мкм продольный градиент скорости составлял  $u_x^\delta = -1.15 \text{ с}^{-1}$ , длина волны соответствовала коэффициенту трения  $C_f^{100} = 0.02$ , а для пленки 200 мкм  $C_f^{200} = 0.044$ . Отношение  $C_f^{200}/C_f = 4.4$  близко отношению значений динамической вязкости подсолнечного масла и чистой воды при  $20^\circ\text{C}$ .

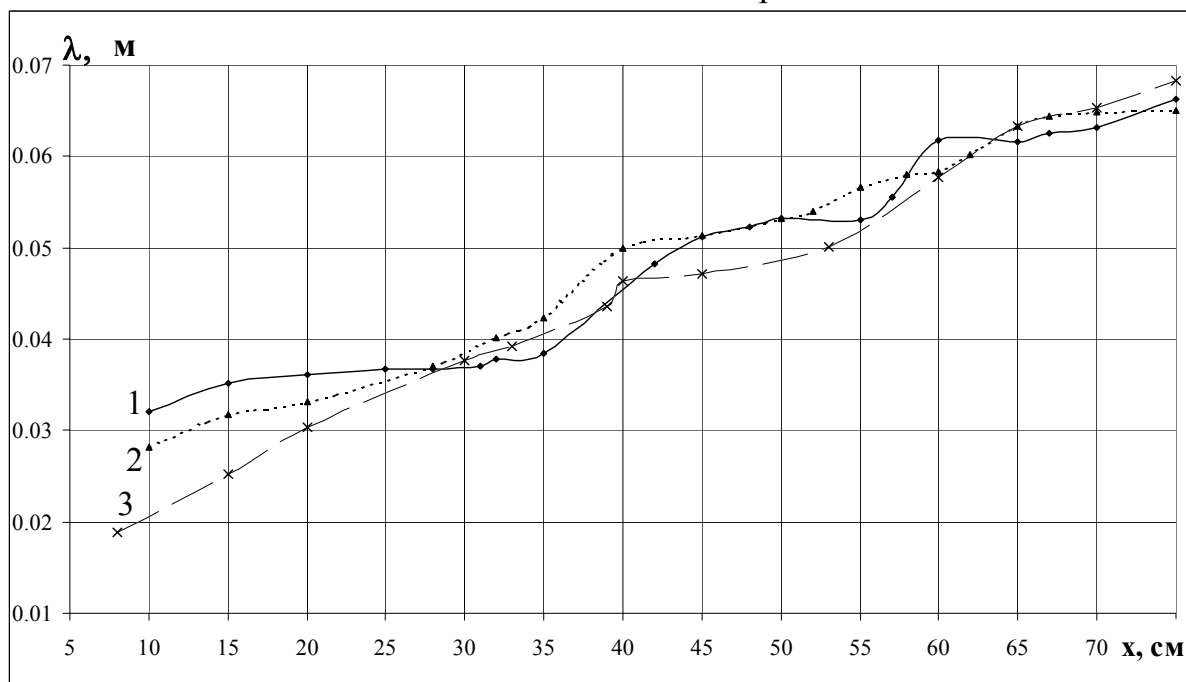


Рис.1. Изменение длины волны вдоль по каналу. 1 – чистая вода, 2 – масляная пленка 100 мкм, 3 – масляная пленка 200 мкм. Линии аппроксимируют экспериментальные точки.

В [2] показано, что усиление волн ветром обусловлено разностью давления воздуха на передний и задний склоны. Давление на передний склон волны меньше, так как здесь скорость воздуха на приводной линии тока отлична от нуля в результате периодического отрыва вихрей в замедляющемся потоке воздуха. Вихри разрушают вязкий слой, что приводит к резкому ускорению течения в момент вылета вихрей. Из (1)–(2) следует, что при увеличении коэффициента трения период вылета вихрей и расстояние между ними уменьшаются. Это приводит к увеличению перепада давления между передним и задним склоном волны. В результате на начальном участке разгона волн  $x < 30$  см  $\lambda < 4$  см быстрее растут волны на воде с масляной пленкой, а скорость роста возрастает с увеличением толщины пленки (рис.1).

При увеличении крутизны волны продольный градиент скорости на склоне растет по модулю. В результате вихри вылетают чаще и расположены ближе друг к другу. Это обуславливает быстрый нелинейный рост волн длиной 3-4 см на поверхности чистой воды. (рис.2).

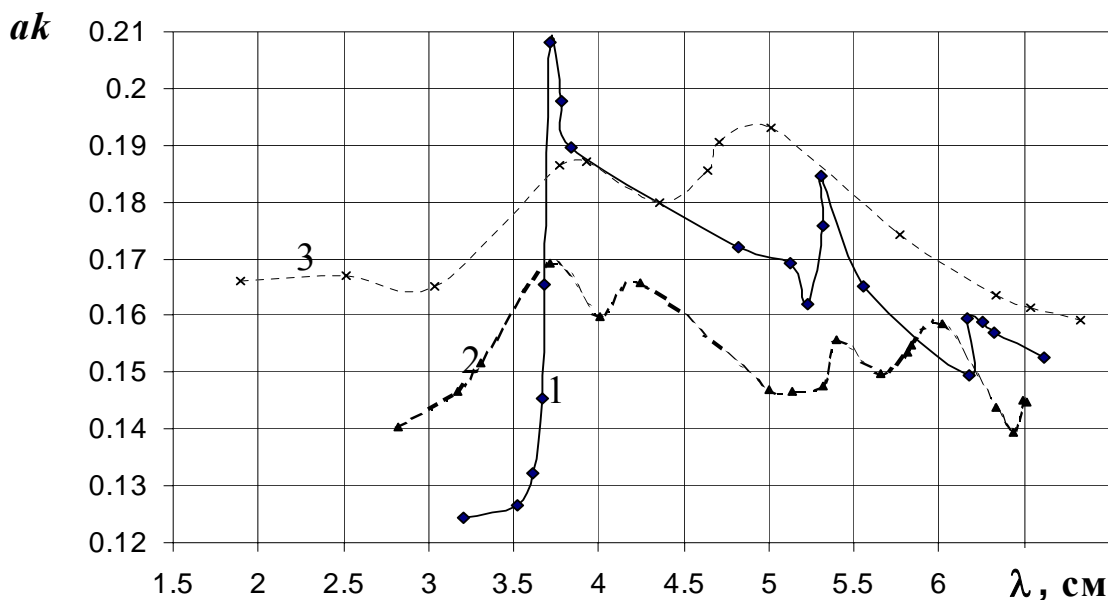


Рис.2. Зависимость крутизны волны от длины. 1 – чистая вода, 2 – масляная пленка 100 мкм, 3 – масляная пленка 200 мкм.

Уменьшение крутизны волн на чистой воде справа от пика обусловлено генерацией второй гармоники. Для воды с масляной пленкой характерно незначительное увеличение крутизны волны во всем диапазоне длин волн. Можно предположить, что это связано с особенностями масляной пленки: длинные молекулы масла имеют гидрофильный и гидрофобный концы. На границе масло–вода молекулы располагаются под углом к поверхности раздела – вверх гидрофобным концом. Опущенные вниз концы молекул разрушают слой трения. Исследование вертикального профиля дрейфовой скорости воды с масляной пленкой показало, что толщина слоя, вовлеченного в движение ветром, в этом случае уменьшается в несколько раз по сравнению с чистой водой. В результате разрушения слоя трения масло соскальзывает с очень крутых и коротких волн, нарушая процесс отрыва вихрей в воздухе.

## ЛИТЕРАТУРА

1. К.В. Достовалова, О.Н. Мельникова // Известия АН. Серия физическая. 1998. Т.62. №12. С.2387.
2. И.Н. Иванова, С.Л. Мартынов, О.Н. Мельникова и др.// Известия РАН, серия физическая. 2004.Т.68. №12. С.1709.

## ВИХРИ И ВОЛНЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ НА ГРАНИЦАХ ЗАМЕДЛЯЮЩИХСЯ ПОТОКОВ ЖИДКОСТИ

О.Н. Мельникова

*Кафедра физики моря и вод суши физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова*

Известно, что медленное течение жидкости близко ламинарному. Но если увеличивать скорость течения, происходит внезапный переход к другой форме течения – турбулентной: жидкость течет столь сложным образом, что создается впечатление, что это движение хаотично. В 80-х годах XIX века Осборн Рейнольдс наблюдал в серии экспериментов ламинарно-турбулентный переход течения жидкости в круглых трубах, варьируя диаметр трубы, напор и вязкость жидкости. Рейнольдс и Релей предположили, что переход к турбулентности наступает вследствие неустойчивости течения жидкости к возмущениям.

Исследования устойчивости решения уравнений к возмущениям позволили решить большое количество важных задач о возникновении новой формы течения, например, о возникновении конвекции. Если уравнения движения и граничные условия соответствуют экспериментальным, то и решения соответствуют наблюдаемым формам движения. Ниже на рисунке приведена фотография конвективных ячеек в вязком поверхностном слое дрейфового потока воды. Конвекция возникает из-за выхолаживания за счет испарения. Выше ячейки существует тонкий слой  $\delta$  с линейным вертикальным профилем скорости. Наличие этого слоя позволяет не учитывать поверхностное натяжение в граничных условиях. Толщина конвективного слоя точно соответствует критическому перепаду температуры, полученному в решении задачи для потока с двумя жидкими границами (критическое значение числа Релея  $Ra_{кр} = 657$ ).

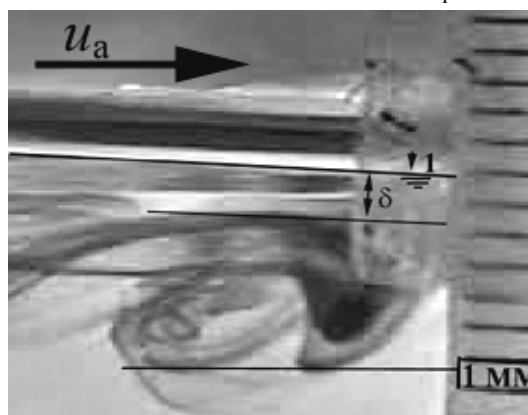


Рис.1. Конвекция в поверхностном слое дрейфового течения. 1 – поверхность воды,  $\delta$  – слой с линейным вертикальным профилем скорости

Решение задачи на устойчивость ламинарного течения к возмущениям в трубе или канале показало, что оно устойчиво при любых числах Фруда. Рассматривалась задача о равномерном движении жидкости, скорость

которой не менялась в направлении движения. На твердых границах задавалось условие прилипания. Долгое время считалось, что это решение не соответствует эксперименту, так как движение в трубах и каналах турбулентно. Однако в рассматриваемых экспериментах не учитывались малые продольные градиенты скорости течения с одной стороны, и процессы, протекающие в вязком слое у границ, с другой стороны. Эксперименты показали, что течение близкое ламинарному, наблюдается в равномерных и ускоряющихся потоках. Амплитуда возмущений в таком течении не превышает 1 – 2 процентов от значения средней скорости. В замедляющихся потоках амплитуда возмущений составляет примерно 10% средней скорости в пристеночной области. В численном решении задачи для тормозящегося пограничного слоя на пластине удалось получить устойчивые возмущения в виде волн Толмина – Шлихтинга и в виде цилиндрических вихрей с горизонтальной поперечной осью. В последнем случае пришлось задавать специфический вид возмущений, имитирующий периодический вдув и отсос жидкости через твердую границу.

Существуют качественные отличия условий генерации возмущений в ускоряющихся и замедляющихся потоках. Если выделить единичный объем жидкости на верхней границе вязкого слоя с линейным вертикальным профилем скорости, то на верхней границе объема действует сила продольного градиента давления, а на нижней – сила трения. Если скорость потока падает вдоль по течению, то обе силы направлены навстречу потоку, что может привести к остановке придонного слоя. В ускоряющемся потоке указанные силы направлены в разные стороны. Эксперимент показал, что в замедляющихся потоках вязкий пристеночный слой периодически останавливается, а внутри слоя возникают вихри с горизонтальной поперечной осью. Вихри располагаются на одинаковом расстоянии друг от друга, расстояние и период вылета вихрей увеличиваются с уменьшением модуля продольного градиента скорости. В равномерном потоке период вылета и расстояние между вихрями равны бесконечности, т.е. вихри не образуются. Решение задачи о торможении объема жидкости, высота которого равна толщине вязкого слоя, показало, что время движения объема от начальной скорости до остановки совпадает с периодом вылета вихрей, а пройденный путь совпадает с расстоянием между вихрями. Вихри под действием давления со стороны окружающей жидкости двигаются по траектории типа циклоиды. Хотя вихри и не могут двигаться хаотически, скорость вихрей отличается от скорости жидкости, т.е. вихри вносят возмущения в поле скорости основного потока. Расчет скорости вихрей показывает, что вклад вихрей в возмущения скорости составляют примерно 90% от измеренного значения.

Вихри воздействуют на размываемое дно канала, вынося песок и формируя гряды. Результаты исследования формирования вихрей в вязком

пристеночном слое впервые позволили создать методы прогноза размыва дна. Генерация волн на поверхности воды ветром – еще одна задача, которую впервые удалось решить, учитывая процесс образования вихрей в вязком слое у границы раздела вода–воздух. Вихри, формирующиеся у поверхности воды, в тормозящемся горизонтальном потоке воздуха, создают периодический перепад давления в местах отрыва вихрей. Перепад давления приводит к генерации поверхностных волн, длина и период которых близки расстоянию между вихрями и периоду отрыва вихрей соответственно. Усиление волн ветром также обусловлено воздействием вихревых цепочек, отрывающихся в воздухе на переднем склоне волны в зоне замедления воздушного потока. Здесь происходит уменьшение давления из-за ускорения течения в вязком слое при вылете вихрей и ненулевой составляющей средней скорости, возникающей на приводной линии тока в результате этого ускорения. При увеличении крутизны волны модуль градиента скорости увеличивается, вихри сближаются, частота вылетов возрастает. Это приводит к увеличению перепада давления на переднем и заднем склонах волны. В результате наблюдается быстрый нелинейный рост крутизны волны. Максимальная скорость роста соответствует коротким капиллярно–гравитационным волнам, для которых характерны максимальные градиенты скорости ветра на склонах. Нелинейный рост волн ограничен крутизной волны, при которой происходит генерация второй гармоники.

Условия в вязком слое на поверхности воды меняются при наличии пленок органических веществ, молекулы которых содержат гидрофильные и гидрофобные части. На границе масло – вода молекулы масла разворачиваются под углом к поверхности гидрофильным концом вниз. Такая борода из длинных молекул резко снижает силу трения и дрейфовую скорость на поверхности воды. На поверхности масло – воздух сила трения увеличивается. В замедляющемся потоке воздуха расстояние между вихрями в вязком слое над масляной пленкой оказывается меньшим, чем над чистой водой, а вихри вылетают чаще. В результате происходит генерация более коротких волн с большей амплитудой. При увеличении крутизны коротких гравитационно–капиллярных волн масло начинает соскальзывать с гребней волны из-за слабой силы трения между маслом и водой. В результате область максимального градиента скорости воздушного потока смещается вниз по склону. Это приводит к уменьшению перепада давления на склонах волны и замедляет усиление волн.

Крупные вихри образуются при торможении переднего фронта волны, возникающей при прорыве плотины в сухом русле. Вихри поднимаются к наклонной поверхности воды и выбрасываются в воздух, обгоняя поток. Вихри получают ускорение на границе из-за разности давления со стороны увлеченных во вращение окружающих вихрь слоев воды и воздуха.

## ГОЛОВА ВОЛНЫ В СУХОМ РУСЛЕ ПРИ ПРОРЫВЕ ПЛОТИНЫ

О.Н. Мельникова, В.Н. Семенюк

Кафедра физики моря и вод суши физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова

При прорыве плотины или сильном наводнении в сухом русле возникает очень опасный поток, смывающий все на своем пути. Головная часть потока имеет форму волны с очень крутым передним фронтом, который часто называют "стеной воды". Натурные наблюдения показали, что в головной части волны крутятся и всплывают крупные куски породы и обломки скал [1], [2]. В ряде экспериментальных работ и натурных наблюдений установлено, что основная часть грунта переносится в голове волны [3], сама голова имеет сложную форму, а скорость фронта меняется во времени [4], [5]. Структура потока в головной части волны до сих пор не исследована. Экспериментальное решение этой задачи и является целью настоящей работы.

Эксперименты проводились в прямом горизонтальном канале длиной 3.5 м, шириной 20 см с прозрачными стенками. Резервуар, отделенный от канала заслонкой, заполнялся водой. После открытия заслонки (время подъема около 0.04 с) возникал поток, который снимался на видеокамеру. Уровень воды в резервуаре составлял  $h_0 = 17$  см. Заслонка у дна поднималась на 7 см. Голова потока представляет собой сложную картину из вихрей.

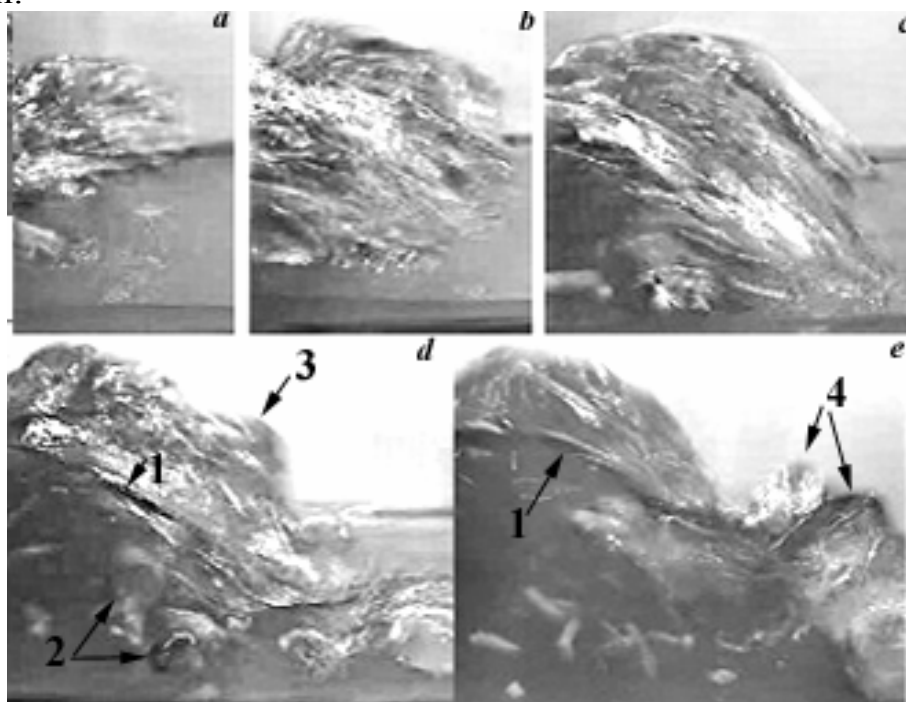


Рис. 1. Образование вихрей в голове потока. 1 – поверхность воды у передней стенки канала, 2 – вихри у дна, 3 – вихрь на границе воды и воздуха, 4 – вихри в воздухе.

Камера двигается со скоростью волны.

Последовательность кадров демонстрирует образование крупных цилиндрических вихрей с горизонтальной осью, направленной вдоль поперечной оси (кадр *c*). Вихрь у дна канала создает подпор потоку воды, и глубина над вихрем увеличивается. Пара вихрей, образовавшаяся у дна, поднимается вверх, достигает поверхности воды и оказывается частично в воздухе (кадр *d*). Затем вихри вылетают в воздух (кадр *e*).

На вихрь в жидкости действует сила обратного градиента давления, обусловленная градиентом скорости в окружающей жидкости. Когда вихрь находится у поверхности воды на крутом склоне волны, силы градиента давления оказываются разными со стороны воды и со стороны воздуха. Если пренебречь вязкостью и считать поток жидкости вне вихря потенциальным, то с помощью уравнения Бернулли получаем выражение для градиента давления вдоль оси  $r$  (ось направлена от центра вихря):

$$\frac{dp}{dr} = -\rho_{\text{ож}} V_{\text{ож}} \frac{dV_{\text{ож}}}{dr} \quad (1)$$

Сила, действующая на элемент поверхности вихря вдоль оси  $r$  равна:

$$\rho_{\text{вих}} \left( \frac{du}{dt} \right)_r = \rho_{\text{ож}} V_{\text{ож}} \frac{dV_{\text{ож}}}{dr} \quad (2)$$

Скорость в окружающей жидкости убывает вдоль оси  $r$ , поэтому сила, действующая на вихрь со стороны окружающей жидкости, направлена к центру вихря. Предположим, что значения градиента скорости в воде и воздухе имеют один порядок. Тогда отношение сил, действующих на вихрь со стороны воды и воздуха (перпендикулярно поверхности воды), равно отношению плотности воды ( $1 \text{ г/см}^3$ ) и воздуха ( $0.00129 \text{ г/см}^3$ ). Отсюда следует, что сила, действующая со стороны воды на вихрь почти на три порядка больше силы, действующей со стороны воздуха. Направлена результирующая сила перпендикулярно поверхности воды в воздух. С переднего склона волны вихрь вылетает в направлении движения потока, а с заднего склона – навстречу потоку.



Рис. 2. Силы, действующие на единицу поверхности вихря со стороны воды и воздуха. Справа на кадре видеозаписи виден вихрь, вылетевший с заднего склона волны навстречу потоку.

За время прохода границы вода – воздух, вихрь приобретает большую скорость и летит далеко вперед, обгоняя поток, как показано на следующих кадрах видеозаписи. Два последовательных кадра сделаны неподвижной камерой, что позволяет определить смещение волны и



смещение вихрей, летящих в воздухе, за интервал времени 0.04 с, соответствующий скорости записи 25 кадров в секунду. Скорость перемещения вихрей оказывается существенно большей, чем скорость волны, измеренной по смещению заднего фронта.

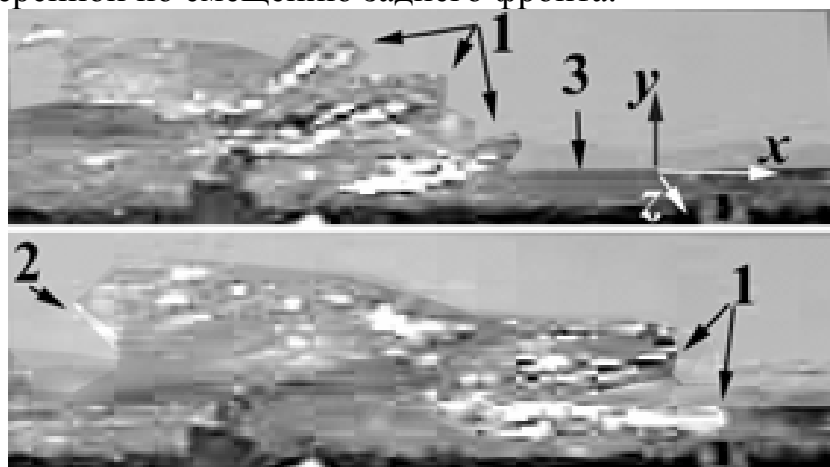


Рис. 3. Вылет вихрей в воздух и смещение вдоль по потоку. 1 – вихри, летящие вперед с переднего склона, 2 – вихри, летящие назад с заднего склона, 3 – дно.

Процесс образования и вылета вихрей происходит периодически, что приводит к колебаниям скорости головы потока во времени и вдоль оси  $x$ . Периодическое колебание скорости головы потока отмечает большинство экспериментаторов. Амплитуда колебаний скорости постепенно уменьшается и приближается к решению  $C_\phi = 2\sqrt{gh_0}$ , полученному Риттером в 1892 г. для одномерной волны в идеальной жидкости с помощью метода характеристик. Снижение амплитуды колебаний скорости потока обусловлено уменьшением крутизны переднего фронта волны, что приводит к выбросу вихрей в вертикальном направлении.

Вихревое строение головы потока позволяет объяснить интенсивный размыв дна и перенос примеси этой структурой, подъем и плавание обломков скал, обнаруженные в натуральных наблюдениях.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. C. Ancey "Debris Flows and Related Phenomena". In "Geomorphological Fluid Mechanics". Ed. N. J. Balmforth and A. Provenzale Berlin: Springer. 2001. P. 528.
2. H. Capart, D.L. Young // J. of Fluid Mech. 1998. V. 372. P. 165.
3. A.A. Khan., P.M. Steffler, R. Gerard // J. of Hyd. Engrg. 2000. ASCE. V. 126. №. 5. P. 375.
4. R. Dressler // Proc. Intl Assoc. of Scientific Hydrology Assemblée Générale. Rome, Italy. 1954. V. 3, No. 38. P. 319.
5. L. Escande, J. Nougare, L. Castex, H. Barthet // J. La Houille Blanche. 1961. № 5. P. 565.

## УПРУГИЕ ВОЛНЫ В СИСТЕМЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КАНАЛОВ

И.В. Лисенков, С.А. Никитов, Р.С. Попов  
Институт радиотехники и электроники РАН

В настоящее время большое внимание уделяется созданию и изучению свойств искусственных сред, представляющих собой тела с периодически повторяющимися свойствами – сверхрешеток. В качестве примера таких сред, могут служить: электронная сверхрешетка, где модуляцию свойств распространения электронов задаёт изменяющаяся периодически ширина запрещённой зоны; а также оптическая сверхрешетка (т.н. фотонный кристалл) [1], в которой электромагнитная волна распространяется в среде с периодическим изменением показателя преломления. Известные искусственные среды имеют уникальные свойства и представляют большой теоретический и практический интерес.

В акустике, аналогом фотонных кристаллов являются упругие неоднородности (отверстия, включения и т.д.). В частности таким примером являются микроструктурные акусто-волокна, названные фононными кристаллами. Фононный кристалл представляет собой систему цилиндрических каналов в однородной изотопной упругой среде, расположенных периодически (в частности с симметрией  $C_6$ ). Акустическая волна распространяется вдоль образующих цилиндров.

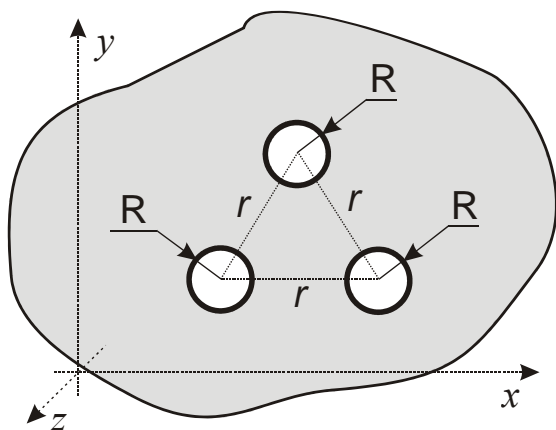


Рис. 1. Поперечное сечение исследуемой структуры.

Целью настоящей работы является исследование законов распространения упругих волн в элементарной ячейке фононного кристалла с симметрией  $C_6$  – в системе, состоящей из трех круговых полых цилиндрических каналов, сделанных в однородной изотропной упругой среде. Центры каналов расположены в вершинах равностороннего треугольника. Геометрия поперечного сечения волновода, образованного каналами, представлена на рис. 1.

Пусть, вдоль волноведущей структуры, поперечное сечение которой представлено на рис. 1, распространяется бегущая волна смещения. Вектор смещения в любой точке исследуемого пространства может быть выражен следующим образом:

$$\vec{u}(x, y, z, t) = \vec{u}_0(x, y) e^{-i(\omega t - k_z z)},$$

где:  $\omega$  - круговая частота волны;  $k_z$  - постоянная распространения волны вдоль оси  $z$ ;  $\vec{u}_0(x, y)$  - функция, описывающая распределение вектора смещения в поперечном сечении волноведущей структуры.

Для получения дисперсионного уравнения использовался классический мультипольный метод [2]. Поле смещения в любой точке поперечного сечения представляется в виде суперпозиции полей, симметричных относительно оси каждого канала. В качестве граничных условий на поверхностях образующих цилиндров применялось условие на свободной границе:

$$\sigma_{rr}|_{S_k} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}|_{S_k} = 0, \quad \sigma_{rz}|_{S_k} = 0,$$

где  $\sigma_{ri}$  - компоненты тензора напряжений на поверхности  $k$ -ого канала ( $S_k$ ),  $r, \varphi$  - координаты цилиндрической системы, связанной с осью  $k$ -ого канала.

Частотные зависимости продольной постоянной распространения, нормированной на постоянную распространения поперечной волны в бесконечном пространстве, для нескольких первых распространяющихся (вышедших из отсечки) типов волн представлены на рис. 2.

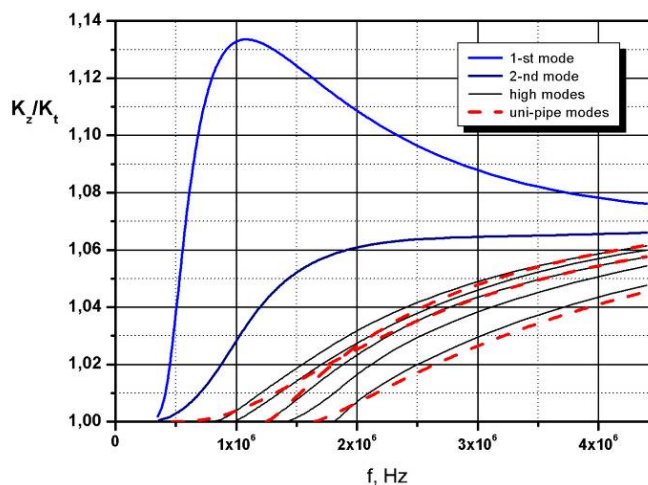


Рис. 2. Зависимости нормированной продольной постоянной распространения от частоты при  $R=1$  мм,  $r=3$  мм, упругая среда –  $\beta$ -кварц.

Для сравнения, здесь же пунктирной линией нанесены дисперсионные зависимости нескольких первых мод одного канала в той же упругой среде, имеющего тот же радиус.

Из рисунка видно, что природа основного типа волны в исследуемой структуре в области низких частот отлична от природы волны, распространяющейся вдоль отдельной цилиндрической поверхности.

Появление этой моды, скорее всего, обусловлено распространением смещения вдоль стержня, имеющего треугольную форму поперечного сечения, образованного границами каналов, прикрепленного за вершины к внешней упругой среде.

В области высоких частот, значения коэффициентов замедления всех типов волн стремятся к величине замедления релеевской волны [3]. Т.е., в этом случае волна удерживается поверхностями каналов, а само смещение распространяется преимущественно вблизи их границ.

Приведенное выше предположение о природе основной волны исследуемой структуры в области низких частот подтверждается рисунком 3. Здесь представлена группа зависимостей коэффициента замедления основной волны от величины радиуса каналов.

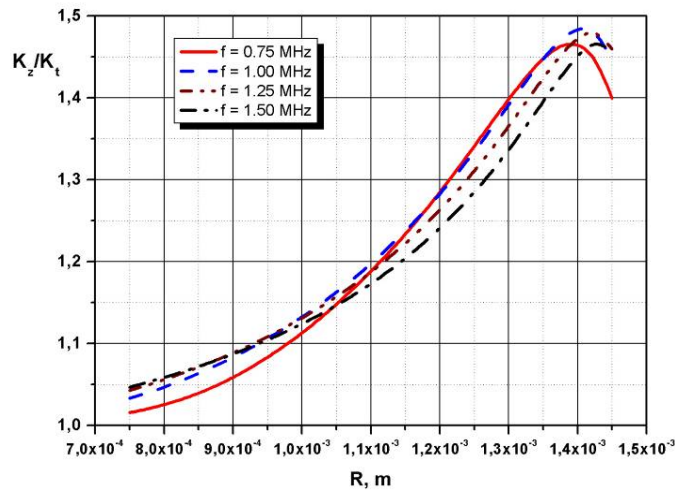


Рис. 3. Зависимость коэффициента замедления основной волны от радиуса каналов при  $r=3$  мм, упругая среда –  $\beta$ -кварц.

Кривые имеют четко выраженные максимумы, причем, положение максимума коэффициента замедления движется в сторону большего значения радиусов каналов (меньших размеров образуемого треугольника), по мере увеличения частоты. Это говорит о наличии резонансного размера, либо самого треугольника, образованного поверхностями каналов, либо перемычек, соединяющих вершины этого треугольника с внешней упругой средой.

Работа поддержана РФФИ, грант № 05-02-17361.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S.G. Johnson, J.D. Joannopoulos “Photonic Crystals” Massachusetts, Kluwer 2002.
2. T. P. White *et al* // J. Opt. Soc. Am. B. 2002. V. 19. № 10.
3. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц “Теория упругости” М.: Наука, 1987.

## НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНЫ В ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ СО СВОБОДНЫМИ ГРАНИЦАМИ: НОВАЯ ТЕОРИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЯ

И.М. Миндлин

*Нижегородский государственный технический университет*

Предлагаются новые постановки и новые решения нелинейных задач с начальными и граничными условиями о волнах, возбуждаемых на эволюционирующих жидких границах различными источниками (внешним давлением, переменным в пространстве и во времени; твердым телом, колеблющимся под поверхностью) либо начальным возмущением поля скоростей.

Основные отличия постановки задач от классической:

а) эволюционирующие жидкие поверхности описываются параметрическими уравнениями, что позволяет описывать «опрокидывающиеся» волны;

б) на бесконечности вдоль этих поверхностей ставятся нетрадиционные граничные условия, которые обеспечивают затухание переходного процесса в любой ограниченной части жидкости, хотя жидкость идеальна;

в) граничные условия ставятся на эволюционирующей жидкой поверхности (условия не переносятся на равновесную горизонтальную плоскость) и на поверхности твердого тела (тело не заменяется конечной системой источников и стоков).

При выполнении ряда условий (давление, создаваемое «компрессором» ограниченной мощности, распределено по достаточно большой площади свободной поверхности; колеблющееся тело удалено от свободной поверхности на расстояние много большее размера тела, и т.п.) аналитически найдены приближенные (с точностью до членов высшего порядка малости) решения поставленных задач. Новизна полученных результатов состоит в следующем:

1. Формулы, описывающие нелинейные волны, возбуждаемые в первоначально покоящейся жидкости, определены на всей неограниченной поверхности и на положительной полуоси времени (формулы классической теории линейных волн не обладают этим качеством);

2. Во всех задачах в явной конечной форме найдено счетное множество решений, которое образует счетное множество функций таких, что при произвольно меняющемся внешнем давлении или произвольных

колебаниях твердого тела возбуждаемая нелинейная волна разлагается в равномерно (на любом конечном интервале времени и во всем пространстве) сходящийся ряд по этим функциям;

3. Предельным переходом при неограниченно растущем времени в решениях начально-краевых задач о вынужденных волнах получены решения типа «опрокидывающихся волн», очевидно, неустойчивых. Отметим, что экспериментальные работы с использованием различных источников возмущения жидких поверхностей показывают, что крупномасштабные разрушения этих поверхностей наступает после образования «опрокидывающихся» волн типа Кельвина-Гельмгольца.

4. Найдены формулы, описывающие нелинейные стоячие волны, имеющие на неограниченной свободной поверхности конечное число узлов.

5. На основе предлагаемой теории изучается задача о распространении цунами в открытом океане и предлагается метод оценки параметров очага цунами. Метод применяется к оценке (по записям мареографов) параметров очагов четырех реально происходивших цунами.

Оцениваются энергия цунами, максимальный подъем воды в очаге цунами, характерные размеры очага, время формирования очага в первоначально спокойном море. Оценки сопоставляются с результатами, полученными (если получены) японскими авторами.

Приведем некоторые результаты. Обозначения:  $E$  – энергия цунами в джоулях ( $E_1$  – для кругового очага цунами с равномерным излучением энергии по всем направлениям,  $E_2$  – для прямоугольного очага с излучением вдоль двух параллельных сторон),  $h$  – максимальный подъем воды в очаге в метрах,  $T$  – время формирования очага в секундах; оценки, полученные другими авторами обозначаются соответствующими символами со звездочкой (например,  $E^*$ ),  $M$  – магнитуда землетрясения .

- 1968 г., апрель, 1, 9 ч 42 мин (время местное, J. S. T.) Сильное землетрясение с очагом между островами Кюсю и Сикоку. Эпицентр:  $32,6^\circ$  с.ш.,  $132,2^\circ$  в.д.,  $M=7,7$  [1]. Возникло цунами умеренной интенсивности: "The moderate tsunamis of... 1968 were observed" [2].

$E_1=1,22 \cdot 10^{13}$  дж ,  $E_2=0,61 \cdot 10^{12}$  дж,  $h=3,43$ м,  $T_1=17,5$  сек,  $T_2=16,4$  сек;  
 $E_1^*=1,3 \cdot 10^{13}$  дж (по Hatori [1]),  $E^*=(1,4 - 2,2) \cdot 10^{12}$  дж (по Aida [1]).

- 1968 г., май, 16, 09 час. 49 мин по местному времени.

Землетрясение в районе Токати, о.Хоккайдо, и Тохоку, о. Хонсю. Эпицентр  $40,9^{\circ}$  с.ш.,  $143,5^{\circ}$  в.д.,  $M=8,2$  [1]. Возникшее цунами характеризуется как довольно сильное: The earthquake was accompanied by a rather strong tsunami [3].

$E_1=3,18 \cdot 10^{14}$  Дж,  $E_2=2,71 \cdot 10^{13}$  Дж,  $h=5,51$  м,  $T_1=25,8$  сек,  $T_2=25,6$  сек.;  $E^*=4,06 \cdot 10^{13}$  Дж [3],  $h^*=5$  м [3].

- 1964 г., май, 7, 16 ч., 58 мин. Сильное землетрясение, в районе к северу от о. Хонсю и юго-западу от о. Хоккайдо. Очаг землетрясения - в 70 км к северо-западу от п-ова Ога. Эпицентр  $40,3^{\circ}$  с.ш.,  $139,0^{\circ}$  в.д.,  $M=6,9$  [1]. Цунами, вызванное землетрясением, не было сильным: "Accompanying this earthquake, a small tsunami was generated" [4].

$E_1=1,44 \cdot 10^{12}$  Дж,  $E_2=7,04 \cdot 10^{10}$  Дж,  $h=0,67$  м,  $T_1=16,7$  сек,  $T_2=16,4$  сек.;  $h^* \approx 1$  м ("According to statistical formula, the wave-height was expected to be about 1m" [4].

- 1964 г., июнь, 16, 13 час. 02 мин по местному времени. Очень сильное землетрясение и умеренное цунами с очагом на шельфе Японского моря, к северо-северо-востоку от Ниигата. Эпицентр  $38,3^{\circ}$  с.ш.,  $139,2^{\circ}$  в.д.,  $M=7,5$  [1].

$E_1=9,39 \cdot 10^{13}$  Дж,  $E_2=4,37 \cdot 10^{12}$  Дж,  $h=4,00$  м,  $T_1=21,8$  сек,  $T_2=20,7$  сек. Эти результаты вполне сопоставимы с результатами численного моделирования, опубликованными в [3]:  $E^*=4,8 \cdot 10^{13}$  Дж,  $h^*=4,5$  м.

Во всех случаях оценки размеров очагов цунами сопоставимы с оценками, содержащимися в цитируемых работах.

Математические основы теории изложены в книге [5] и продолжающей книгу статье [6].

## ЛИТЕРАТУРА

1. С.Л. Соловьев, Ч.Н. Го "Каталог цунами на западном побережье Тихого океана" М.: Наука, 1974, 310 с.
2. T. Hatory // Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo Univ. 1969. V. 47. P. 55.
3. I. Aida // Bull. Earthq. Res. Inst. 1969. V. 47. P. 673.
4. T. Hatori // Bull. Earthq. Res. Inst., Tokyo Univ. 1965. V. 43. P. 149.
5. И.М. Миндлин "Интегро-дифференциальные уравнения в динамике тяжелой слоистой жидкости" М.: Наука\*Физматлит, 1996, 298 с.
6. I.M. Mindlin // ZAMP. 2004. V.55. P. 781.

## ВЛИЯНИЕ НАЧАЛЬНОЙ АПОДИЗАЦИИ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ПОЛЯ НА НЕЛИНЕЙНО- ДИФРАКЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В МОЩНЫХ СФОКУСИРОВАННЫХ ПУЧКАХ

О.В. Бессонова, В.А. Хохлова

*Московский государственный университет, физический факультет,  
кафедра акустики*

Новые медицинские технологии, использующие мощные фокусированные ультразвуковые пучки для воздействия на биологическую ткань, находят всё большее применение в различных современных терапевтических и хирургических приложениях. Многие системы неинвазивной ультразвуковой хирургии работают в режимах, при которых эффекты акустической нелинейности приводят к сильному искажению профиля волны в фокальной области пучка. В результате совместного действия нелинейных и дифракционных эффектов форма образующихся ударных профилей имеет несимметричный вид, длительность фазы разрежения заметно превышает длительность фазы сжатия, а пиковое положительное давление оказывается существенно больше, чем отрицательное [1]. При уровнях интенсивности, когда разрыв формируется вблизи фокуса наблюдается эффект нелинейного усиления коэффициентов концентрации поля в фокусе по пиковому положительному давлению и интенсивности [2]. При дальнейшем увеличении мощности излучателя, разрыв формируется на пути к фокусу, и происходит эффективное поглощение энергии волны, приводящее к насыщению поля в фокусе [3,4]. Эти два классических эффекта могут проявляться различным образом, в зависимости от вида пространственного распределения амплитуды (аподизации) поля на излучателе.

В работах [3,4] были получены приближенные аналитические результаты для уровней насыщения давления в фокусе, которые по-прежнему используются при оценках режимов работы мощных излучателей медицинского ультразвука. Более точные и детальные исследования стали возможными с использованием методов численного моделирования [2, 5]. В данной работе численно исследуются процессы нелинейной фокусировки для двух предельных случаев поршневого (без аподизации) и гауссовского источников с целью предсказания и достижения предельных значений коэффициентов концентрации и предельных уровней различных параметров ультразвукового поля фокусирующих систем.

В предположении одномерного распространения нелинейной сферически сходящейся волны до некоторого заданного близкого к фокусу расстояния (определяемого по равенству амплитуды линейной волны в



фокусе дифрагирующего пучка и линейной сферически сходящейся волны на данном расстоянии) выражение для давления насыщения в фокусе имеет вид [2]:

$$P_{\text{sat}} = \frac{c_0^3 \rho_0}{2\varepsilon f_0 F} \frac{G}{\ln(G)} = \frac{\pi c_0^2 \rho_0}{2\varepsilon} (a_0/F)^2 \frac{1}{\ln(G)} \quad (1)$$

Здесь  $c_0$  - скорость звука,  $\rho_0$  - плотность среды,  $f_0$  - частота,  $a_0$  - радиус и  $F$  - фокальная длина излучателя,  $\varepsilon$  - коэффициент нелинейности,  $G = x_0/F$  - параметр дифракции (линейный коэффициент усиления амплитуды поля в фокусе),  $x_0 = \omega_0 a^2 / 2c_0 F$  - длина дифракции,  $\omega_0 = 2\pi f_0$ . Этот аналитический результат будет использоваться далее для сравнения с результатами численных расчетов. Моделирование проводилось на основе уравнения Хохлова-Заболотской:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[ \frac{\partial P}{\partial z} - NP \frac{\partial P}{\partial \theta} \right] = \frac{1}{4G} \Delta_{\perp} P. \quad (2)$$

здесь безразмерные переменные  $P = p/p_0$  - акустическое давление,  $\theta = 2\pi f_0 \tau$  - время,  $p_0$  - амплитуда волны на источнике;  $z = x/F$  и  $R = r/a$  - координаты вдоль и поперек оси пучка,  $a$  - радиус излучателя,  $x_p = c_0^3 \rho_0 / \varepsilon p_0 \omega_0$  - длина образования разрыва,  $N = F/x_p$  - нелинейный параметр. Проводилось сравнение таких безразмерных параметров акустического поля, как интенсивность ( $I$ ), пиковое положительное ( $P+$ ) и отрицательное давления ( $P-$ ), тепловое поглощение ( $H$ ) для гауссовского и поршневого излучателей в широком диапазоне значений  $N$  и  $G$ .

На рис. 1 показаны зависимости коэффициента усиления в фокусе, нормированного на его линейное значение  $G$ , для пикового

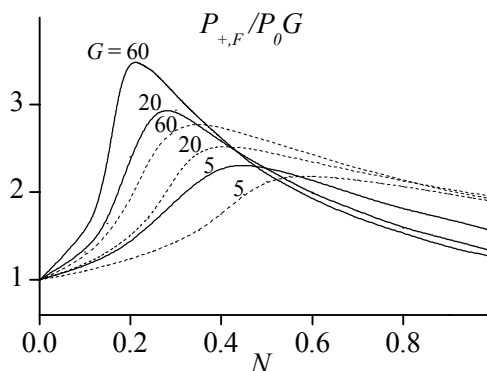


Рис. 1. Зависимость коэффициента усиления по давлению  $P+$  от давления на источнике (сплошная линия - поршневой излучатель, пунктир - гауссовский).

положительного давления от амплитуды давления на источнике ( $N$ ). Как видно, для поршневого излучателя максимальный коэффициент усиления заметно больше по величине и достигается при меньшей амплитуде источника по сравнению с гауссовским. Эффект нелинейного увеличения коэффициента усиления сильнее проявляется при большем коэффициенте линейной концентрации:  $G = 40, 60$ . Анализируя форму волны, можно показать, что максимум коэффициента усиления соответствует формированию разрыва вблизи фокуса.

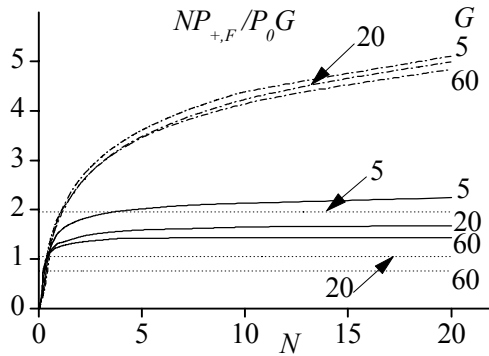


Рис. 2. Зависимость давления  $P_+$  в фокусе от давления на излучателе (обозначения как на рис.1, точки – оценочные значения (1)).

При дальнейшем увеличении амплитуды источника, когда разрывы образуются на пути к фокусу и на них происходит поглощение энергии, в фокусе наступает насыщение параметров поля. Для поршневого излучателя уровень насыщения пикового положительного давления достигается при гораздо меньших значениях  $N$  и при дальнейшем увеличении нелинейности не меняется (рис.2). Для гауссовского излучателя уровни насыщения в 2-2.5 раза выше по

сравнению с поршневым, достигаются гораздо более медленно и превышают примерно в два раза приближенные оценки (1). Уровень насыщения пикового отрицательного давления для поршневого излучателя оказывается ниже оценочного значения (1) приблизительно в 2 раза, а для интенсивности и пикового положительного давления они близки. Следует отметить, что чем больше линейный коэффициент концентрации  $G$  излучателя, тем быстрее наступает насыщение. В некотором интервале значений  $N$  поле в фокусе, хотя еще и не достигло уровня насыщения, оказывается меньше, чем в области предфокального максимума. Было получено также, что при достаточно малых значениях  $N = 0.2 - 0.3$  пиковое положительное давление достигает максимального значения не до фокуса, а в некоторой точке за фокусом. Такое смещение вызвано эффектом самодифракции пучка, происходящей, когда разрыв формируется вблизи фокуса, и профиль волны имеет максимальную асимметрию фаз сжатия и разрежения.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 06-02-16860 и Программы поддержки ведущих научных школ НШ-4449.2006.2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О.В. Руденко, С.И. Соляян "Теоретические основы нелинейной акустики" М.: Наука, 1975.
2. V.A. Khokhlova, M.R. Bailey, L.A. Crum // Proc. 4th International Symposium on Therapeutic Ultrasound. Kyoto, Japan, 2004. P.134.
3. К.А. Наугольных, Е.В. Романенко // Акуст. журн. 1959. Т. 5. № 2. С. 191.
4. D.R. Bacon // Ultrasound Med. Biol. 1984. № 10. P. 189.
5. T. Christopher, E.L. Carstensen // Ultrasound in Med.& Biol. 1996. № 8. P. 1103.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКОГО АКУСТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА В СРЕДЕ С ПОТЕРЯМИ

И.Я. Гущина, В.Н. Корниенко  
ИРЭ РАН

В докладе представлен численный алгоритм определения характеристик нестационарного звукового поля, создаваемого коротким акустическим импульсом, в неоднородных поглощающих средах.

Нестационарное акустическое поле в среде без потерь описывается системой уравнений [1]

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c^2 \operatorname{div} \vec{v}, \quad \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\operatorname{grad} p}{\rho}, \quad (1)$$

где  $p$  - давление,  $\vec{v}$  - скорость колебательного движения частиц среды в звуковой волне,  $c$  - скорость звука,  $\rho$  - плотность среды. В общем случае, скорость звука и плотность среды могут быть функциями координат.

Если на частицы среды действует внешняя сила с объемной плотностью  $\vec{f}$ , то второе уравнение системы (1) примет вид:

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\operatorname{grad} p}{\rho} + \frac{\vec{f}}{\rho} \quad (2)$$

Будем считать, что поглощение звуковой энергии связано с вязкостью среды, в которой распространяется короткий импульс, а сила трения пропорциональна первой степени скорости. Тогда система (1) переходит в

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\rho c^2 \operatorname{div} \vec{v}, \quad \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{\operatorname{grad} p}{\rho} - \frac{k\vec{v}}{\rho}, \quad (3)$$

где  $k$  - коэффициент вязкого трения, который может зависеть от координат.

Система (3) должна быть дополнена граничными условиями. В простейшем случае, когда границы рассматриваемой области представляют собой абсолютно жесткие стенки, нормальная составляющая скорости частиц полагается равной нулю.

Начальное распределение давления и скоростей следует из условий конкретной задачи. При рассмотрении динамики акустического поля, создаваемого в области пространства коротким импульсом, удобно принять нулевые начальные условия для  $p$  и  $\vec{v}$ .

Во многих практически значимых случаях, коэффициент поглощения имеет достаточно сложную зависимость от координат, что существенно затрудняет получение аналитического решения системы (3), и вызывает необходимость использования численных методов.

Используя конечно-разностную аппроксимацию (3), для случая двумерной пространственной области получим:

$$p_{i,j}^{k+1} = p_{i,j}^k - \rho_{i,j} c_{i,j}^2 \Delta t \left( \frac{v_{x\ i+1,j}^{k+1/2} - v_{x\ i,j}^{k+1/2}}{\Delta x} + \frac{v_{y\ i,j+1}^{k+1/2} - v_{y\ i,j}^{k+1/2}}{\Delta y} \right) \quad (4)$$

$$v_{x\ i,j}^{k+3/2} = \frac{\left( 1 - \frac{k_{i,j}}{2\rho_{i,j}} \Delta t \right) v_{x\ i,j}^{k+1/2} - \frac{\Delta t}{\rho_{i,j} \Delta x} (p_{i,j}^{k+1} - p_{i-1,j}^{k+1})}{1 + \frac{k_{i,j}}{2\rho_{i,j}} \Delta t} \quad (5)$$

$$v_{y\ i,j}^{k+3/2} = \frac{\left( 1 - \frac{k_{i,j}}{2\rho_{i,j}} \Delta t \right) v_{y\ i,j}^{k+1/2} - \frac{\Delta t}{\rho_{i,j} \Delta y} (p_{i,j}^{k+1} - p_{i,j-1}^{k+1})}{1 + \frac{k_{i,j}}{2\rho_{i,j}} \Delta t} \quad (6)$$

Здесь верхний индекс обозначает номер шага по времени, а нижние - номера шагов по пространственным координатам  $x$  и  $y$ .

В (4)-(6) учтено, что узлы сетки давления смещены относительно узлов сеток компонент скорости на половину пространственного шага. Кроме того, моменты времени, в которых производится вычисление значений давления, смещены относительно моментов времени вычисления скорости на половину временного шага. Такое расположение пространственно-временных сеток позволяет увеличить точность аппроксимации и сделать численную схему условно устойчивой. Как и для алгоритма расчета акустического поля в средах без поглощения [2], для предложенной явной схемы вычислений существует ограничение на величину соотношения пространственных и временных шагов: если  $c_{\max} \Delta t = \alpha \Delta R$  (здесь  $0 < \alpha < 1$ ,  $\Delta R = \min(\Delta x, \Delta y)$ ,  $c_{\max}$  - максимальное значение скорости звука в области построения решения), то схема является устойчивой. Отметим, что точное значение коэффициента  $\alpha$  определяется эмпирически и для двумерных задач обычно не превышает 0.7.

Алгоритм решения системы (3) позволяет проводить расчет акустического поля внутри одного временного шага независимо для различных участков пространственной сетки. Для этого разделим область построения решения на отдельные блоки таким образом, чтобы границы соседних участков пространственной сетки перекрывались на два узла. Тогда граничный узел одного блока оказывается внутренним узлом соседнего. Значения во внутренних узлах получаются в процессе проведения вычислений одного временного шага. После выполнения таких вычислений происходит обмен информацией между соседними блоками о

значениях в приграничных узлах, и формируются граничные условия на каждом из блоков сетки для следующего шага интегрирования по времени. Такой параллельный алгоритм позволяет проводить вычисления на суперкомпьютерах с архитектурой MIMD. Он был реализован в виде компьютерной программы, написанной на языке Си с использованием библиотеки функций MPI.

В качестве примера использования предложенного алгоритма, рассмотрим задачу определения акустического поля в квадратной области 20x20 метров, ограниченной абсолютно жесткими стенками, создаваемого импульсным точечным источником (центральная частота 100 Гц). Поглотитель расположен в центре области и имеет форму круга с радиусом 5 м. Коэффициент поглощения обратно пропорционален радиусу и имеет в центре круга максимум конечной величины. На рис.1. показано пространственное распределение акустического давления в различные моменты времени (30 и 45 мс) для случая однородной области (а,б) и при наличии поглотителя (в,г).

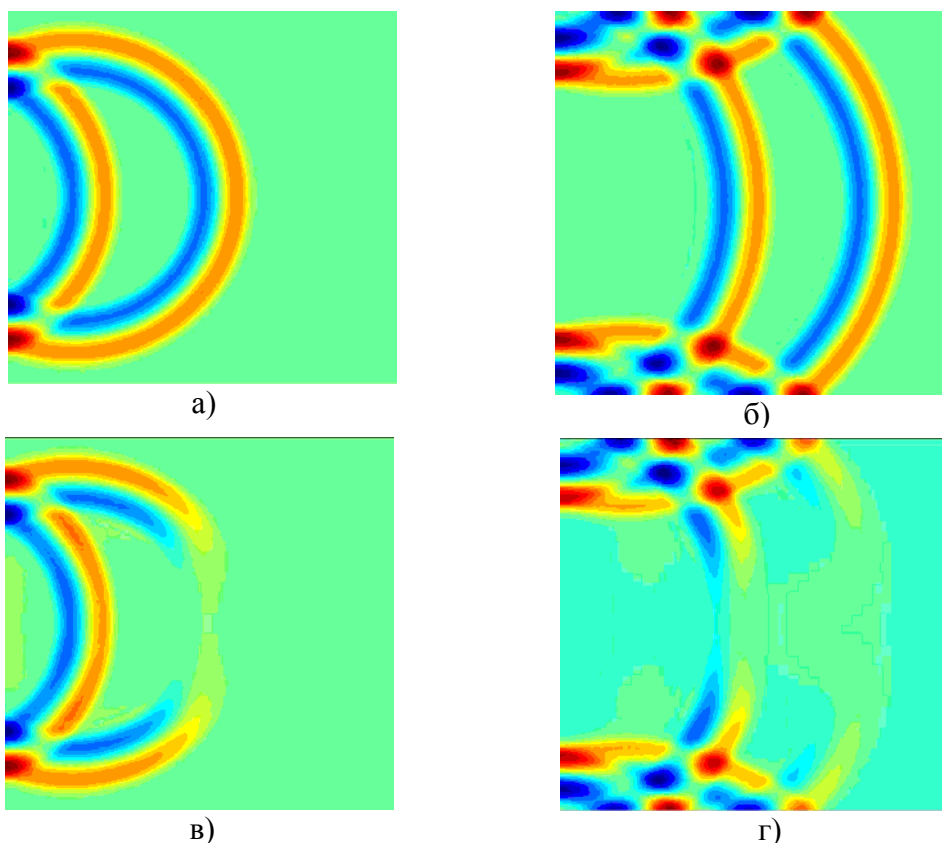


Рис.1.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика: Учебное пособие. В 10 т. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука. 1988.
2. А.А. Данилов, В.Н. Корниенко // Труды школы-семинара "Волны-2004". Секция 1. С. 17.

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ОТРАЖЕНИЕ ОБЪЕМНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В СИЛЬНО АНИЗОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ

Н.В. Поликарпова, В.Б. Волошинов

*Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова*

Основной целью работы является исследование необычных случаев распространения и отражения объемных акустических волн в акустооптическом кристалле парателлурита. Известно, что кристалл парателлурита активно используется в настоящее время в приборах для контроля оптического излучения, таких как модуляторы, дефлекторы и акустооптические фильтры [1, 2].

Этот материал известен своей сильной анизотропией упругих свойств, поскольку, величина фазовой скорости медленной сдвиговой акустической моды в плоскости (001) материала может отличаться в зависимости от направления распространения акустической волны в 5 раз. Сильная анизотропия приводит к распространению упругих волн с очень большими углами между фазовой и групповой скоростью. Таким образом, угол акустического сноса в парателлурите может превышать  $70^{\circ}$  [1 -5].

Оказалось, что в кристалле парателлурита, а также и в некоторых других материалах значительное отклонение направления групповой скорости волны от направления фазовой скорости может явиться причиной необычных эффектов. Эти эффекты проявляются, например, при прохождении волной границы раздела двух сред. Необычным может оказаться и отражение акустических волн от свободной границы в анизотропном кристалле [4,5].

В работе исследованы особенности отражения акустических волн в плоскости XOY для тетрагональных кристаллов в случае скользящего падения акустической волны на свободную, плоскую и однородную поверхность, разделяющую кристалл и вакуум. Для реализации скользящего падения кристалл изготавливается в форме прямоугольной призмы. С помощью пластинки пьезоэлектрического преобразователя, присоединенного к боковой грани призмы, в кристалле возбуждается объемная акустическая волна. Из-за упругой анизотропии материала акустический пучок падает на нижнюю грань призмы, причем угол

падения равен  $90^0$ , так как фронт волны ортогонален границе. Анализ доказывает, что при скользющем падении на границу раздела могут наблюдаться две отраженные акустические волны, причем энергия одной из отраженных волн может распространяться практически навстречу потоку энергии падающей волны. Таким образом, в сильно анизотропных средах при скользющем падении акустической волны на свободную границу раздела кристалл-вакуум может реализоваться явление близкого к обратному отражения энергии.

При проведении исследований определялось, каким образом распределяется энергия падающей акустической волны между потоками энергии двух отраженных упругих волн. Для этого по известной методике [2] были рассчитаны коэффициенты отражения, характеризующие энергетические потоки для обычно и необычно отраженных волн ультразвука в тетрагональных кристаллах. Расчет показал, что в парателлурите коэффициент отражения энергии для необыкновенно отраженной волны может быть близок к 100% в большом диапазоне углов среза образцов. Более того, было обнаружено, что существуют такие значения углов среза, при которых энергия падающей волны преобразуется в энергию только одной отраженной волны. По аналогии с оптикой, подобные углы среза кристалла были названы углами Брюстера. Анализ доказал, что при отражении акустических волн в кристалле также возможны ситуации, когда от границы раздела всегда распространяется только одна отраженная волна. Это происходит при значениях угла среза, превышающих критический угол.

Явление аномального отражения было исследовано в кристаллических материалах, обладающих различной степенью упругой анизотропии. Оказалось, что эффект близкого к обратному отражения существует только в материалах с сильной анизотропией упругих свойств, причем интенсивность необычно отраженной акустической волны возрастает с ростом упругой анизотропии материала.

При исследовании основные выводы теоретического рассмотрения были проверены экспериментально в кристаллах парателлурита [5]. Для этого падающий и отраженные акустические пучки были визуализированы акустооптическим методом с помощью дифракции света на ультразвуке.

Эксперимент доказал, что поток энергии одной из отраженных волн распространялся практически в обратном направлении по отношению к потоку энергии падающей акустической волны. Таким образом, эксперимент подтвердил основные теоретические выводы и доказал, что в кристалле парателлурита при скользящем падении акустических волн может произойти эффективное обратное отражение упругой энергии от свободной грани образца.

При исследовании анализировались более общие случаи наклонного падения объемных акустических волн на свободную границу раздела кристалл-вакуум. Проведенное рассмотрение обратного акустического отражения в материалах с различной степенью упругой анизотропии позволило полнее понять общие закономерности волновых явлений в анизотропных средах и выявить ранее не известные особенности отражения волн в средах с сильной анизотропией физических свойств. Можно также предположить, что необычное обратное отражение энергии характерно не только для кристаллов, но также и для таких сред, как плазма, ионосфера, композитные материалы, и. т. д. Анализ доказал, что исследованное явление может быть рекомендовано для применения в науке и технике, например, в акустоэлектронных линиях задержки с малыми размерами кристаллов или в коллинеарных перестраиваемых акустооптических фильтрах [3,4].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Auld “Acoustic Fields and Waves in Solids” Robert Krieger 1990.
2. M.J. Musgrave // Geophysics Journal Royal Astron. Society. 1960. V. 3. No. P. 406.
3. V.B. Voloshinov and N.V. Polikarpova // Acustica-Acta Acustica. 2003. V. 89. P. 930.
4. В.Б. Волошинов, Н.В. Поликарпова, В.Г. Можяев // Акустический журнал. 2006. Т. 52. № 3. С. 297.
5. В.Б.Волошинов, О.Ю. Макаров, Н.В Поликарпова // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31. № 8. С. 79.



## РАСПРОСТРАНЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ СФЕРИЧЕСКИ РАСХОДЯЩИХСЯ N-ВОЛН В СРЕДЕ С РЕЛАКСАЦИЕЙ

П. Юлдашев<sup>1</sup>, М. Аверьянов<sup>1</sup>, В. Хохлова<sup>1</sup>, С. Оливьер<sup>2</sup>, Ф. Блан-Бенон<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет, физический факультет, кафедра акустики

<sup>2</sup>Департамент Механики Жидкостей, Акустики и Энергетики, Высшая Инженерная Школа Лиона

Задача определения параметров ударных импульсов при распространении в средах с релаксацией важна для многих практических приложений. Например, при полетах самолетов на сверхзвуковых скоростях образуются волны звукового удара, которые распространяются в турбулентной и неоднородной по структуре атмосфере. Параметры и пространственная структура акустического поля звукового удара у поверхности земли определяются траекторией полета, эффектами дифракционного рассеяния на неоднородностях атмосферы, нелинейными и релаксационными процессами [1]. Для определения возможного влияния звукового удара на биосферу земли необходимо уметь предсказывать такие параметры акустического поля, как пиковые и средние значения давления, длительность импульса, ширину ударного фронта. Даже в отсутствие неоднородностей среды определение вышеперечисленных характеристик является достаточно сложной задачей. В данной работе экспериментально и теоретически исследуется распространение нелинейных ударных волн в однородной среде с релаксацией.

Для экспериментальных исследований по распространению ударных волн в воздухе была создана лабораторная установка, позволяющая генерировать акустические N-волны малой длительности (30 мкс) и большой амплитуды (1000 Па) [2]. Установка состоит из искрового источника на вольфрамовых электродах, конденсаторного микрофона, расположенного в жестком экране для исключения дифракционных эффектов, усилителя и осциллографа. Акустические измерения сформированных ударных волн проводились на расстояниях от 15 см до 2.5 м от источника в отсутствие неоднородностей.

Для теоретического описания распространения нелинейных сферически расходящихся волн в однородной среде с релаксацией в работе использовалось модифицированное уравнение Бюргерса [3,4], которое в сферической системе координат имеет вид:

$$\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{p}{r} = \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial \tau} + \frac{b}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p}{\partial \tau^2} + \sum_{\nu=1}^2 d_{\nu} \frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{\tau} \exp\left(-\frac{\tau - \tau'}{\tau_{\nu}}\right) \frac{\partial p}{\partial \tau'} d\tau'. \quad (1)$$

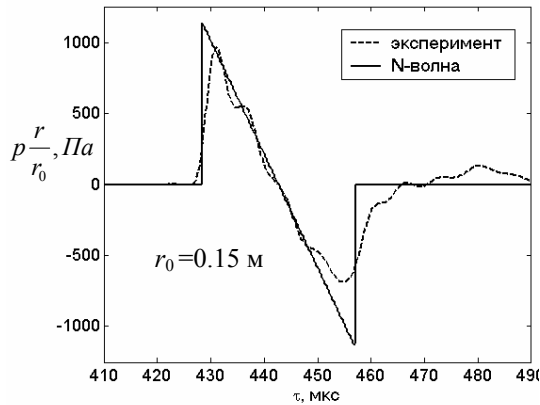


Рис.1. Начальный экспериментальный (на расстоянии  $r_0=0.15$  м) и аналитический профили.

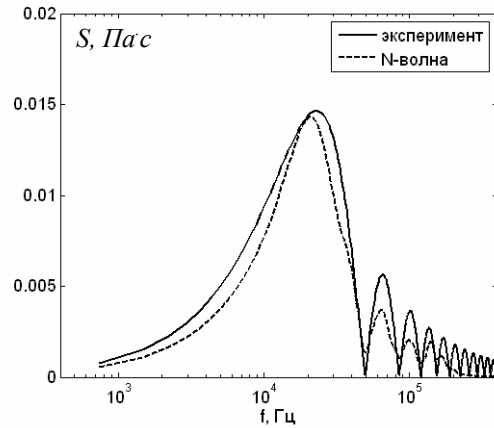


Рис.2.Спектр начального экспериментального и аналитического профилей

Здесь  $p$  - акустическое давление,  $r$  - модуль радиус-вектора,  $\tau = t - (r - r_0)/c_0$  - время в сопровождающей системе координат,  $\varepsilon$ - коэффициент нелинейности для воздуха,  $\rho_0$  - плотность воздуха,  $c_0$  - скорость звука в воздухе,  $b$  – коэффициент вязкости,  $\tau_v$  – время,  $d_v = c_v / c_0^2$  - сила релаксации для  $v$ -го релаксационного процесса.

Уравнение (1) описывает нелинейные эффекты (первое слагаемое в правой части уравнения), вязкое поглощение (второе слагаемое) и релаксационные эффекты, связанные с возбуждением колебательных уровней молекул кислорода и азота (третье слагаемое). Сферическая геометрия задачи учитывается во втором слагаемом левой части уравнения.

Уравнение (1) решалось численно во временном представлении на основе метода разделения по физическим факторам [4]. В расчетах использовались физические параметры для воздуха, соответствующие лабораторным условиям:  $\varepsilon = 1.21$ ,  $b = 18.15 \cdot 10^{-6} \text{ Па} \cdot \text{с}$ ,  $\rho_0 = 1.29 \text{ кг/м}^3$ ,  $c_0 = 343.67 \text{ м/с}$ . Параметры релаксации рассчитывались на основе эмпирических формул при относительной влажности 34%, температуре 293 К, давлении 1 атм, и составили  $c_1 = 0.11 \text{ м/с}$ ,  $c_2 = 0.023 \text{ м/с}$ ,  $\tau_1 = 6.0 \text{ мкс}$  ( $\text{O}_2$ ),  $\tau_2 = 531 \text{ мкс}$  ( $\text{N}_2$ ) [5]. Отметим, что в качестве начального профиля для численного моделирования использовался аналитический сигнал в виде симметричной  $N$ -волны с резким ударным фронтом, длительность и амплитуда которого подбиралась в соответствии с характеристиками экспериментального профиля (рис.1). Данный выбор основан на том, что измеряемый микрофоном сигнал имеет искажения, обусловленные неоднородной частотной характеристики микрофона и дифракционными эффектами на его краях. Длительность  $N$ -волны выбиралась на основе анализа спектра экспериментального сигнала (рис.2) в предположении достаточной плавности амплитудно-частотной характеристики микрофона. В этом случае положение нулей в спектре сигнала, определяемое длительностью  $N$  - волны, меняться не будет (рис.2). Начальная амплитуда

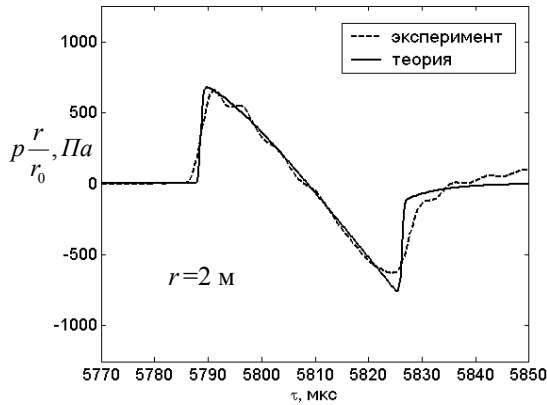


Рис.3. Профили волны на расстоянии  $r = 2$  м от источника.

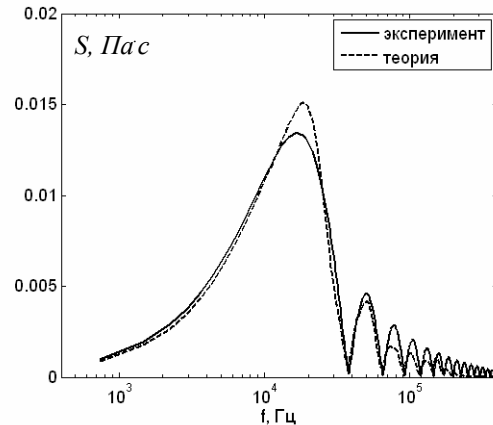


Рис.4. Спектры профилей волн на расстоянии  $r = 2$  м от источника.

импульса выбиралась по сравнению экспериментальных и теоретических зависимостей нелинейного смещения ударного фронта в сопровождающей системе координат и амплитуды импульса от расстояния.

На рис.3,4 представлены результаты моделирования и эксперимента для профиля и спектра сигнала. Уменьшение амплитуды импульса за счет сферической расходимости для наглядности компенсировано путем умножения давления на коэффициент  $r/r_0$ . Видно хорошее согласие длительности и амплитуды, а также совпадение нулей в спектрах расчетного и экспериментального импульсов. Некоторое различие наблюдается в ширине ударного фронта, однако при применении к расчетному профилю частотного фильтра микрофона данное различие практически полностью убирается. Таким образом, представленные в работе численные результаты хорошо согласуются с данными эксперимента, что показывает достаточную точность теоретического подхода и разработанного алгоритма для моделирования нелинейного распространения ударных импульсов в релаксирующих средах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. V.A. Khokhlova et al. // Proc. 2004 IEEE UFFC. 2004. P. 533
2. Ph. Blanc-Benon, S. Ollivier // AIAA-2004-2921, 10th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Manchester, UK, May 10-12, 2004.
3. О.В.Руденко, С.И. Солуян “Теоретические основы нелинейной акустики” М.: Наука, 1975.
4. R.O. Cleveland et al. // J. Acous. Soc. Am. 1996. V. 99. P. 3312.
5. A.D. Pierce “Acoustics: An Introduction to Its Physical Principles and Applications” New York, Acous. Soc. Am., 1989.

## ВОССТАНОВЛЕНИЕ ВЕКТОРА СКОРОСТИ КРОВОТОКА В ПРОЦЕССЕ ТОМОГРАФИРОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОГО ПАРАМЕТРА

В.А. Буров, С.Н. Евтухов, О.В. Матвеев

*Московский государственный университет им. Ломоносова, физический факультет*

В последнее время в задачах медицинской диагностики все больше внимания уделяется нелинейным свойствам среды и методам, основанным на нелинейных эффектах. Во-первых, относительное изменение значений нелинейного параметра для больной и здоровой ткани выше, нежели изменение ее линейных характеристик. Во-вторых, технически удобнее работать в разных диапазонах частот для излучаемых и принимаемых сигналов. И, в-третьих, использование контрастных нелинейных агентов улучшают отношение сигнал/помеха в тысячи раз. В [1] было рассмотрено задачи реконструкции распределения нелинейного параметра  $\epsilon(\mathbf{r})$  в ее волновой постановке, и показана возможность использования эффекта «рассеяния звука на звуке» [2] на примере монохроматических волн, взаимодействующих между собой в присутствии неоднородностей нелинейного параметра. Обобщением работы [1] на случай немонохроматических волн явилась работа [3], в которой использовались широкополосные кодированные сигналы и согласованная фильтрация, что позволило существенно упростить приемно-излучающую систему и сократить время, необходимое для измерений.

Сигналы, возникающие в результате нелинейного рассеяния кодированных волн, содержат большой объем информации об исследуемом объекте. Так, в упомянутой работе кодирование сигналов используется для восстановления распределения нелинейного параметра, причем такое (двумерное) восстановление возможно даже в предельном случае использования всего лишь двух излучателей и одного приемника. Было обращено внимание, что в рассеянных данных также содержится информация о движущихся рассеивателях, т.е. о кровотоке (в случае медицинских приложений). Изучение возможностей предложенной схемы в будущем позволит создать системы акустического томографирования нового поколения, в которых обследование пациента будет непродолжительным, а сигналы, принятые во время обследования, сохраняются. Дальнейшая их обработка с применением тех или иных методов, нацеленных на определенные характеристики, может производиться автономно, не требуя присутствия пациента.

В настоящей работе предлагаются два метода обработки данных, полученных в результате томографирования нелинейного параметра, аналогичного изложенному в [3]. Оба метода нацелены на восстановление картины кровотока, но используют различные подходы и поэтому могут

быть рассмотрены как дополняющие друг друга. На апертурной окружности располагаются два плоских излучателя и плоский приемник. Исследуемый объект располагается внутри области пересечения прожекторных зон излучателей. На излучатели подаются два независимых известных кодированных сигнала. Благодаря нелинейным эффектам происходит взаимодействие первичных волн, результатом которого является рождение комбинационных волн, которые регистрируются одним или несколькими приемниками. Вследствие заранее известного кодирования первичных сигналов, рассеянный сигнал также является кодированным известным образом. Восстановление распределения параметра  $\varepsilon(\mathbf{r})$  производится методом согласованной фильтрации.

В первом методе восстановления картины распределения полного вектора скорости кровотока  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  используется селективная согласованная фильтрация в сочетании с пространственной корреляцией фрагментов спекл-структуры, возникающей при восстановлении пространственного распределения нелинейного параметра. Сначала путем согласованной фильтрации данных рассеяния, полученных в нелинейном режиме, строятся изображения  $\hat{\varepsilon}(\mathbf{r})$ , каждое из которых отражает характер распределения флуктуаций оценки значения нелинейного параметра в определенный момент времени (рис.1а). Далее оценивается собственно вектор  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  на основе результатов взаимной пространственной корреляции фрагментов построенных изображений (рис.1б). Этот прием использовался в [4] при линейном томографировании кровотока. Новым, в рассматриваемом здесь подходе, является присутствие процедуры согласованной фильтрации в сочетании с селекцией движущихся целей.

Второй метод основан на определении доплеровского сдвига частоты путем спектрального анализа мультипликативного сигнала и селекции движущихся целей. За счет эффекта Доплера наблюдаемая комбинационная частота сдвигается на величину  $f_D$ , зависящую от направлений излучения и приема относительно направления локального вектора скорости  $\mathbf{v}(\mathbf{r})$  в данном элементе разрешения, а также от частот первичных и комбинационных волн. Оценка доплеровского сдвига и степени уширения спектра производились путем перемножения аналитических версий ожидаемого и принятого сигналов. Далее проводился частотный анализ этого мультипликативного сигнала. Исходя из оценки доплеровского спектра, строилась картина распределения движущихся рассеивателей, оценивалась скорость их движения и компенсировалось отражение от неподвижных рассеивателей. На рис. 2 приведен пример восстановления средней частоты доплеровского сдвига для кровеносного сосуда шириной четыре длины волны средней суммарной комбинационной частоты ( $\lambda_+^0$ ). Моделируемое значение

скорости течения крови равно 20 см/сек, которой соответствует (при выбранной ориентации излучателей и приемника) частота сдвига 350 Гц.

$$\epsilon(\mathbf{r}) \quad 20 \text{ см/с}$$

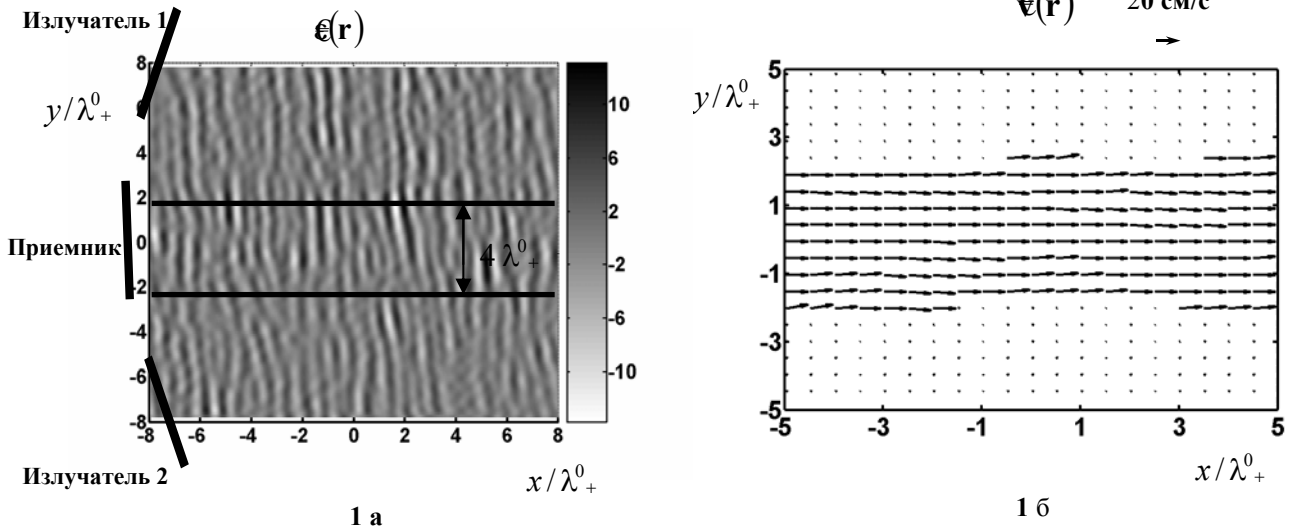


Рис.1. Результат модельного восстановления пространственно-корреляционным методом вектора скорости кровотока  $\mathbf{v} = \text{const}$  в сосуде прямолинейной формы с толщиной  $4\lambda_+^0$  на основе данных нелинейной томографии: спекл-структура, возникающая при восстановлении распределения нелинейного параметра в результате

селективной согласованной фильтрации короткого участка принятого сигнала (а); векторное поле скорости, восстановленное при использовании селекции движущихся целей (б).

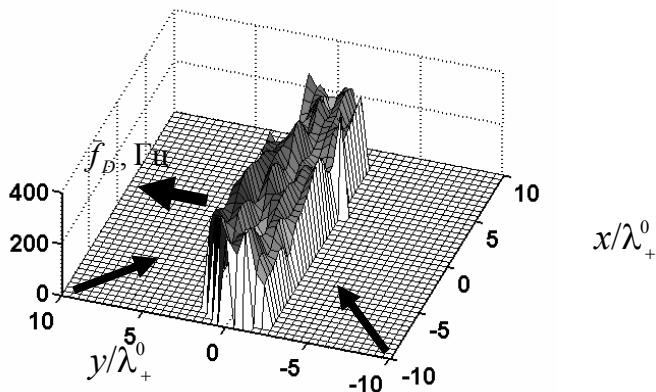


Рис.2. Оценка локальных значений средней частоты доплеровского сдвига. Стрелки, ориентированные внутрь области, указывают направление падения первичных волн;

стрелка, идущая из области – направление приема.

## ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Буров, И.Е. Гуринович, О.В. Руденко, Е.Я. Тагунов // Акустич. журн. 1994. Т.40. № 6. С.922.
2. Л.К. Зарембо, В.А. Красильников “Введение в нелинейную акустику” М.: Изд-во «Наука», 1966, 520 с.
3. В.А. Буров, С.Н. Евтухов, А.М. Ткачева, О.Д. Румянцева // Акустич. журн. 2006. Т. 52.
4. В.А. Буров, О.В. Матвеев, Е.В. Нестерова, О.Д. Румянцева // Акустич. журн. 2006. Т. 52.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В ПОЧЕЧНЫХ КАМНЯХ

Л.А.Трусов, О.А.Сапожников  
МГУ, физический факультет, кафедра акустики

### Введение

Дистанционная ударно-волновая литотрипсия в последнее время является одним из основных средств для лечения мочекаменной болезни. Этот метод был внедрен в медицинскую практику в 1980-х годах. Несмотря на распространённое мнение об абсолютной безопасности метода, примерно в пяти процентах случаев наблюдаются рецидивы той или иной степени тяжести. К основным недостаткам метода относятся повреждение окружающих тканей и неудобный и неточный мониторинг состояния камня. Многие закономерности воздействия ударной волны на камень можно выявить с использованием относительно простых моделей [1, 2].

### Построение модели

В настоящей работе учитывается характерная особенность многих почечных камней – их хрупкость. Это значит, что при некоторых амплитудах проходящей волны, вплоть до момента разрушения, камень с хорошим приближением будет вести себя как линейная среда. Размер камня обычно не превышает одного сантиметра, поэтому нелинейные искажения формы волны в нём не успевают заметно проявиться. Таким образом, можно исходить из линейных уравнений для описания распространения ударной волны в камне и окружающей его жидкости, а именно второго закона Ньютона и закона Гука [3]:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j}$$
$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = \lambda \delta_{ij} \frac{\partial v_k}{\partial x_k} + \mu \left( \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

Здесь  $\rho$  - локальная плотность,  $\sigma$  - тензор напряжений,  $\lambda$  и  $\mu$  - коэффициенты Ламе,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера. В настоящей работе рассматривается исключительно осесимметричный случай, вводятся цилиндрические координаты. Численные эксперименты с камнями произвольной формы потребовали бы огромных машинных ресурсов и длительного времени расчёта. Подробнее о виде уравнений, начальных и граничных условиях можно прочитать в работах [1, 2]. В качестве характеристики, используемой для оценки вероятности раскола камня, было взято максимальное растягивающее напряжение – максимальная компонента тензора напряжений, приведённого к диагональному виду.

## Эффект фокусировки

В ходе моделирования был замечен также эффект усиления напряжений за счёт фокусировки при отражении ударной волны от тыльной поверхности камня. Форма камня выбиралась в виде эллипсоида вращения, в качестве переменного параметра выбирался размер его полуосей. Оказалось, что при соотношении полуосей примерно как 1:2 форма волнового фронта, вошедшего в камень, была подобна задней поверхности камня.

При прохождении волны через такой камень наблюдаются следующие закономерности: фокусировка энергии внутри камня, мощный выброс волны разрежения с амплитудой примерно равной амплитуде исходной волны (но теперь это волна разрежения, что гораздо опаснее)

Таким образом, увеличивается общий эффект разрушения камня за счёт увеличенного максимального напряжения. Наряду с этим, повреждения за камнем также значительно увеличиваются. Это может привести к повреждению окружающих камень тканей.

## Мониторинг состояния камня

В реальной медицинской практике состояние камня определяется с помощью рентгеновской установки. Однако на снимках обычно не видна структура камня: быть может, он уже представляет собой практически

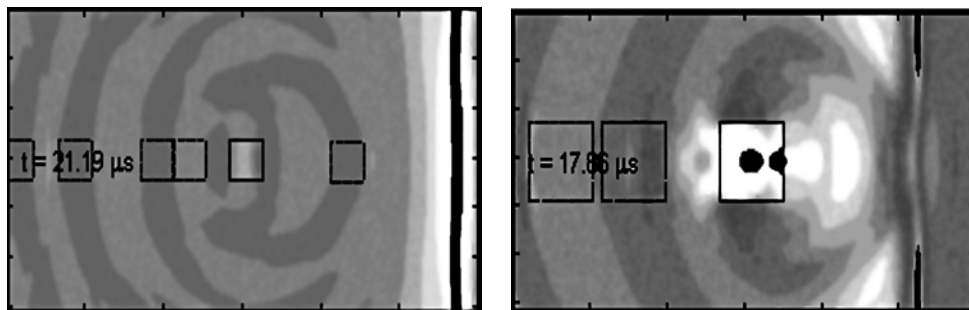


Рис. 1. Ближнее рассеянное поле от двух цилиндрических камней (в центре рисунков) с высотами равными их диаметрам соответственно. На каждом рисунке выделены структуры ближнего поля прямоугольниками, равными по размеру рассеивающему камню. Прослеживается наличие регулярных структур в рассеянном поле.

песок, и пора остановиться. Много о камне можно сказать по рассеянному этим камнем акустическому полю. В качестве иллюстрации на рис.1 приводится рассчитанное рассеянное поле от двух разных камней.

На рисунках цилиндрический камень изображён сплошным прямоугольником и расположен в центре. Далее на каждом рисунке прямоугольниками отмечены регулярные структуры в ближнем рассеянном поле, соответствующие по размеру излучившим их камням.

В работе [4] сообщается о возможности отследить момент, когда камень уже раскололся по изменению рассеянного звука: он становится



глухим. Можно предположить, что связь между рассеянным полем и состоянием камня более строгая, возможно, по звуку можно определить характерные размеры камня или даже его форму. Структура ближнего поля подтверждает это предположение.

Для расчёта дальнего поля на длительных временах наблюдения построенной численной схемы оказалось недостаточно – расчёт занимал недопустимо долгое время. Для решения данной задачи на границе области расчёта были введены идеально согласованные слои - PML. Это позволило сократить окружающую камень среду до минимума, при этом исчезло ограничение на длительность эксперимента.

Дальнее поле рассеянной волны действительно зависит от размеров камня, причём в спектре рассеянного поля от больших камней преобладают более длинные волны. При этом структура поля весьма сложная, однако существует надежда, что данный метод позволит получить информацию о размерах камня.

### **Заключение и выводы**

Предлагаемая модель может помочь разрешить некоторые вопросы, возникающие при ударно-волновой литотрипсии, предсказать результат воздействия разных ударных волн на камни различных форм и размеров, производить мониторинг наличного состояния камня, возможно, весьма подробно вплоть до размеров и формы составляющих его частей.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 05-02-16987 и НШ 4449.2006.2.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. O.A. Sapozhnikov, M.R. Bailey, R.O. Cleveland, and L.A. Crum // Proc. of ISTU3, ed. by J.Y. Chapelon and C. Lafon, INSERM, Lyon, 2003. P. 323.
2. R.O. Cleveland and O.A. Sapozhnikov // J. Acoust. Soc. Am. 2005. V. 118. № 4. P. 2667.
3. Y.H. Chen, W.C. Chew and Q.H. Liu // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 103. № 2. P. 702.
4. F. Fedele, A.J. Coleman, T.G. Leighton, P.R. White, and A.M. Hurrell // Proceedings of the First Conference in Advanced Metrology for Ultrasound in Medicine, Journal of Physics: Conference Series 1, 2004. P. 134.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗЛИЧНЫХ РЕЖИМОВ ВОЗБУЖДЕНИЯ ИОНОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ, ГЕНЕРИРОВАННЫХ КОЛЕБАНИЯМИ ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В.Е. Куницын, С. Н. Сураев, Р.Р. Ахмедов

*кафедра физики атмосферы, физический факультет, МГУ им. М.В.Ломоносова*

Землетрясения, взрывы, волны цунами порождают на границе раздела земля – воздух атмосферные волны. В связи с тем, что плотность атмосферы с высотой падает, амплитуда акустических волн, и особенно внутренних гравитационных волн может значительно возрасти в верхней атмосфере, где эти волны проявляют себя в виде ионосферных возмущений, которые могут быть обнаружены радиотомографическим и др. методами [2]. Представленная работа посвящена численному моделированию генерации и распространения акустико-гравитационных волн (АГВ) от разного типа наземных импульсных источников в двумерной земной атмосфере. Модель строилась на основе системы уравнений сохранения Эйлера [4]. Для двумерной модели на её основе была получена система двухмерных нелинейных гиперболических уравнений гидродинамики. Она решалась относительно возмущений плотности, температуры и скорости. Для численного решения был использован метод корректирующих потоков FCT (Flux Corrected Transport) [5] второго порядка точности по времени и по пространству. Использовались реальные профили плотности и температуры атмосферы в разные времена года. Значения этих параметров атмосферы получены через INTERNET “<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model>”. Вертикальное смещение поверхности земли в первом приближении представлялось в синусоидальной форме по времени и функцией Гаусса по пространству с гауссовским масштабом  $Dx$ , периодом  $P$  и амплитудой  $w_m$ .

Область моделирования составляла по высоте 500 км, а по горизонтали 4000 км, с шагом 5 км как по высоте, так и по горизонтали. Диапазон расчётов по времени составлял 8000с (> 2 часов) с шагом 0,1 сек. Центр возбуждающей функции располагался в точке  $x_c=2000$  км,  $z_c=0$  км. Диапазон изменения периода возбуждающей функции  $P$  составлял от 1с до 4000с, амплитуды функции  $w_m$  от 0.001м/с до 20 м/с, пространственного масштаба функции  $Dx$  от 10 км до 1000 км. Были

промоделированы возмущения атмосферы от источников разнообразной природы, начиная от короткопериодных, локальных импульсных источников и заканчивая крупномасштабными землетрясениями большой силы. Процесс формирования возмущения в верхней атмосфере состоит из нескольких последовательных этапов. Сначала, на первом этапе, от источника вверх поднимается широкий спектр волн со скоростью звука. Амплитуда волн растёт с высотой, в связи с тем, что плотность атмосферы падает. На втором этапе на высоте около 100-150 км и выше рост амплитуды в целом прекращается. От основной области акустического возмущения (располагается прямо над эпицентром землетрясения) наблюдается отделение и расхождение в противоположных горизонтальных направлениях внутренних гравитационных волн (ВГВ). На третьем этапе в течение достаточно продолжительного периода времени (до нескольких часов) над эпицентром наблюдается практически неподвижная область акустического возмущения. Волны ВГВ продолжают двигаться в горизонтальных направлениях с относительно небольшим затуханием. Расчёты показали возможность их обнаружения на горизонтальных расстояниях до несколько тысяч километров от эпицентра.

На Рис. 1 приведены характерные зависимости возмущений горизонтальной скорости от времени в фиксированной точке ( $x=3000$  км,  $z=450$  км) для двух случаев: кратковременного слабого периодического возмущения и длительного сильного воздействия. В обоих случаях данные зависимости имеют характер модулированных колебаний различной частоты, амплитуды и продолжительности.

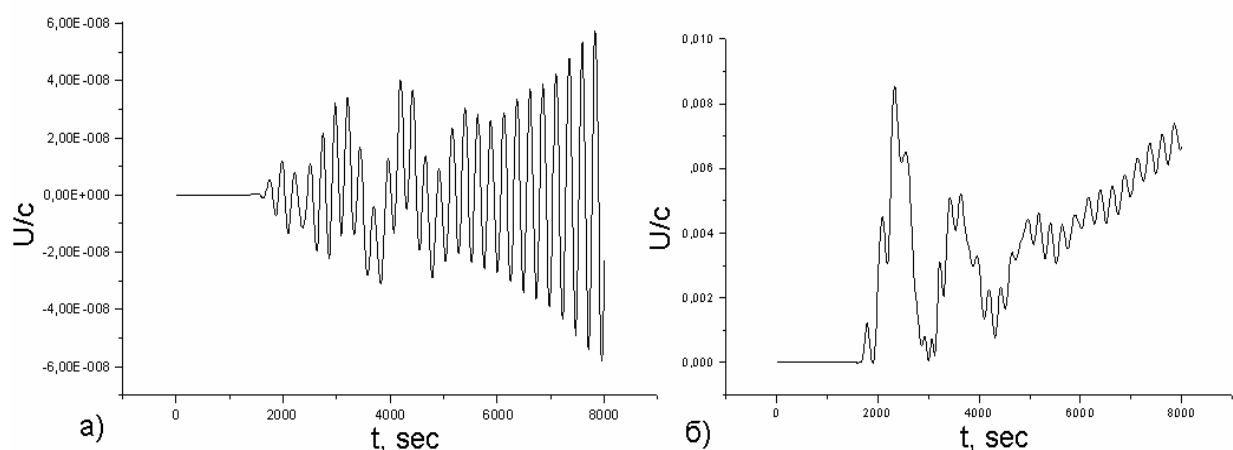


Рис. 1. Зависимость амплитуды горизонтальной скорости  $U(t)$  (нормирована на скорость звука  $c=340$  м/с) от времени в фиксированной точке с координатами ( $x=3000$  км,  $z=450$  км) для возбуждающей функции с периодом и амплитудой а)  $P=10$ с  $w=0,01$  м/с, б)  $P=100$ с  $w=1$  м/с.

На всех полученных временных зависимостях  $U(t)$  и  $W(t)$  можно выделить два вида колебаний. Мелкомасштабные осцилляции с периодами 200-250с. – представляют собой прохождение через точку наблюдения акустических волн. Крупномасштабные осцилляции с периодами 1000-1500с - показывают присутствие внутренних гравитационных волн, распространяющихся через точку наблюдения. Причём, чем более увеличивается период возбуждающей функции, тем более доминируют крупномасштабные осцилляции.

Исследование поведения АГВ в зависимости от амплитуды возбуждающей функции показали, что с увеличением амплитуды возбуждения, амплитуда горизонтальной скорости волн также непрерывно растёт. Кроме того, при малых амплитудах возбуждения ( $<0.001$  м/с) в АГВ преобладает в основном акустическая составляющая (с периодами  $\sim 200$ с), при больших амплитудах ( $>1$  м/с) доминируют волны ВГВ. Таким образом, чем более увеличивается период возбуждающей функции или её амплитуда, тем более отчётливо наблюдаются ВГВ в верхней атмосфере. Кроме того, чем больше амплитуда возбуждающей волны или её период, тем сильнее по сравнению с ВГВ проявляется затухание акустической компоненты волны в верхних слоях атмосферы.

Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными, описанными в [3]. Модель воспроизводит основные этапы возмущения атмосферы импульсными источниками, полученные в этих экспериментах. Разработанная модель может быть использована для выделения и идентификации отклика в ионосфере от различного рода колебаний земной поверхности, наблюдаемых в некоторых случаях перед землетрясениями, зарегистрировать которые трудно традиционными сейсмическими методами.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Р.Р. Ахмедов, В.Е. Куницын Моделирование генерации и распространения атмосферных возмущений, вызванных землетрясениями, ШНАО
2. Е.С. Андреева, М.Б. Гохберг, В.Е. Куницын, и др. // Космические исследования. 2001. Т. 39. № 1.
3. E. Calais, J.V. Minster // Physics of Earth and Planetary Interiors. 1998. V. 105. P. 167.
4. Э. Госсард, У. Хук “Волны в атмосфере: Пер. с англ.” М.: Мир, 1978.
5. Э. Оран, Дж. Борис “Численное моделирование реагирующих потоков: Пер. с англ.” М.: Мир. 1990. 660 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФЕКТОВ, ВОЗНИКАЮЩИХ В  
ВИХРЕВОЙ ДОРОЖКИ КАРМАНА В СЛЕДЕ ЗА НАГРЕТЫМ  
ЦИЛИНДРОМ, МЕТОДОМ ДИСТАНЦИОННОЙ  
АКУСТИЧЕСКОЙ ДИАГНОСТИКИ

В.В. Чернов, А.Б. Езерский, П.Л. Соустов  
ИПФ РАН

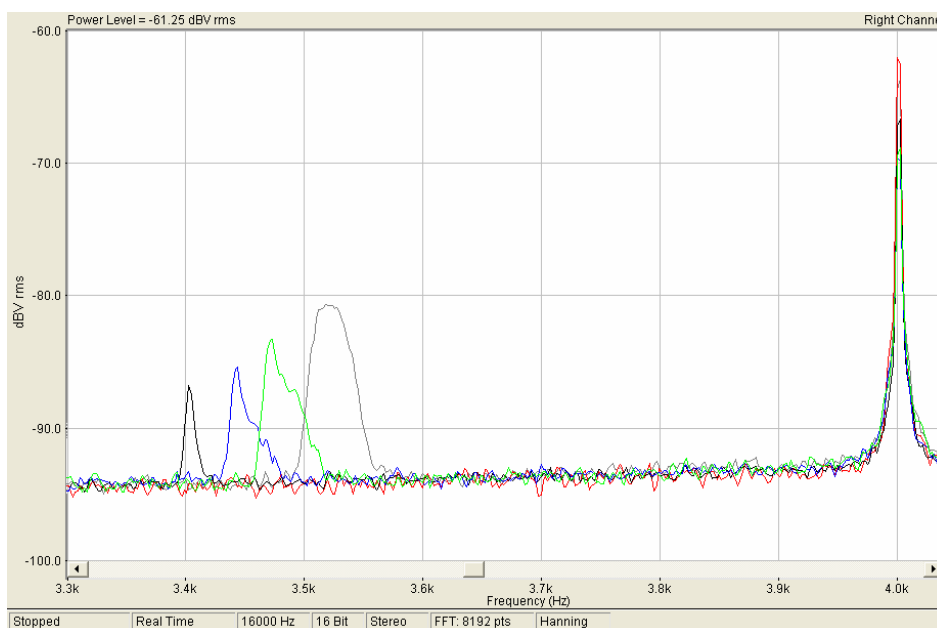
Как показано в [1], в диапазоне чисел Рейнольдса  $45 < Re < 65$  в вихревой дорожке Кармана, образовавшейся за нагретым цилиндром, в определенном диапазоне температур возникает амплитудная и фазовая модуляции, которые нарастают вниз по течению и приводят к формированию т.н. «импульсов затемнения». Под «импульсами затемнения» понимают исчезновение одного периода в верхней в дорожке Кармана. Вывод о существовании этих дефектов делался авторами на основе измерений пульсаций температуры в вихревом следе при помощи термоанемометров.

В нашей работе проведено исследование импульсов затемнения при помощи дистанционной акустической диагностики и визуализации вихрей в дорожке Кармана. В экспериментах по рассеянию использовался ультразвук с частотой  $f_0 = 122.1$  кГц (длина волны  $\lambda_0 = 2.7$  мм). Исследовалось его рассеяние на вихревом течении, образовавшимся за вертикальным цилиндром диаметром  $D = 0.6$  мм и длиной 30 см, который помещался в рабочую часть малотурбулентной (уровень турбулентных пульсаций скорости в набегающем потоке был менее 0.4%) аэродинамической трубы ИПФ РАН с размером рабочей части  $30 \times 30 \times 120$  см. Цилиндр представлял из себя нихромовую проволочку, которая нагревалась от источника постоянного тока. Число Рейнольдса набегающего потока было фиксированным и выбиралось равным  $Re = 65$ . В качестве источника ультразвука использовался пьезокерамический излучатель, помещенный за экраном с квадратным отверстием со стороной  $a = 2$  см. Излучатель располагался на расстоянии 65 см от центра дорожки таким образом, чтобы было выполнено приближение зоны Фраунгофера ( $D_\phi \sim \Lambda^2 / \lambda_0 \sim 30$  см, где  $\Lambda$  - размер излучателя). Для измерения параметров ультразвука в эксперименте применялся высокочастотный микрофон типа 4135 В&К, сигнал с которого при помощи гетеродинирования переносился в диапазон (0 ÷ 20) кГц. Микрофон располагался на подвижной штанге на фиксированном расстоянии 1.6 м от центра рассеивающей области и его положение изменялось в диапазоне углов от 45 градусов до – 45 градусов относительно нормали к направлению срыва вихрей. Измерения спектральных характеристик рассеянного сигнала выполнялись при помощи компьютера.

Были выполнены измерения амплитуды первой гармоники рассеянного звука в зависимости от температуры нагрева обтекаемого цилиндра. В определенном диапазоне температур перегрева цилиндра  $\Delta T = 300 \div 700^\circ C$  наблюдалась явная асимметрия в спектре рассеянного сигнала которая соответствует фазовой модуляции первой гармоники частоты Струхаля, полностью аналогичной той, которая наблюдалась в [1] при помощи термоанемометра.

Для проверки были проведена визуализация вихревого следа при различных температурах перегрева цилиндра. Визуализация выполнялась при помощи тонкой проволоочки  $d = 0.2$  мм, которая натягивалась параллельно основному цилиндру на расстоянии  $\sim 9D$  вниз по потоку. Проволочка покрывалась маслом, после чего через нее пропусклся постоянный ток. В результате образовывался хорошо видимый дым, после чего производилась съемка визуализированного вихревого следа при помощи цифровой фотокамеры высокого разрешения. При температурах перегрева цилиндра  $< 300^\circ C$ , нагрев приводит к «упорядочиванию» вихревой дорожки и возникновению устойчивого параллельного срыва (что соответствует симметричной гармонике в спектре звука, рассеянного на такой дорожке). При дальнейшем повышении температуры в дорожке отчетливо видны дефекты, связанные с «пропаданием» одного периода вихревой структуры в полном соответствии с [1], при чем кол-во дефектов увеличивается с ростом температуры. В спектре рассеянного звука эти дефекты приводят к асимметричной модуляции гармоники. Дальнейшее увеличение температуры ведет к постепенному снижению кол-ва подобных дефектов в вихревом следе и далее к полному подавлению срыва вихрей.

Рис.1. Спектры рассеянного звука.



Проведенные эксперименты позволили впервые обнаружить подобные дефекты в вихревой дорожке Кармана при помощи метода дистанционной акустической диагностики, а также подтвердить их существование при помощи визуализации.



Рис. 2. Визуализация.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 04-02-17504.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A.V.Ezersky, P.Paranthoen // Int. J. Transport Phenomena. 2005. № 7. P. 45.

## КОМПРЕССИЯ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИМПУЛЬСА МНОГОСЛОЙНЫМ ДИСПЕРСИОННЫМ ЗЕРКАЛОМ

А.А. Карабутов, С.И. Булатицкий, О.А. Сапожников  
Физический факультет МГУ

Существуют несколько способов получения импульсов с большей амплитудой, чем может излучить преобразователь. Наиболее известным и часто используемым является усиление за счет фокусировки сигнала. Ее можно достигнуть различными методами: использовать фокусированный излучатель, фазированную решетку излучателей или акустическую линзу. Наряду с этим существует и другой способ усиления: компрессия сигнала во времени. Этот способ активно применяется в радиофизике и оптике. Он основан на том, что генерируется частотно модулированный сигнал, который заводится в среду с дисперсией, где и происходит сжатие. Например, в оптике по данной схеме происходит генерация фемтосекундных лазерных импульсов.

Можно применить временную компрессию сигнала для увеличения амплитуды давления в плоской акустической волне. В прикладных целях было бы удобно создать прибор, совмещающий в одном блоке плоский акустический преобразователь и «компрессор» сигнала. В данной работе для этих целей предлагается использовать специально подобранную слоистую структуру в качестве тыльной нагрузки излучателя. Применение слоистой структуры, обладающей пространственной дисперсией, обусловлено тем, что в акустике нет сильно диспергирующих сред с ярко выраженной дисперсией, используя которые можно добиться значительного усиления при небольших размерах установки.

Рассмотрим простейший случай системы с плоской геометрией, что позволяет рассматривать одномерную задачу. Модель такой системы изображена на рис. 1. Она состоит из плоской пьезокерамической пластины и слоистой структуры, состоящей из набора твердых пластинок, близких по толщине к половине длины волны. Такие пластинки слабо отражают волны на частотах, близких к резонансной. Слоистая структура заканчивается воздушной прослойкой (в), которая выполняет функцию абсолютно мягкого отражателя. Пространство между пластинами заполнено иммерсионной жидкостью.

Принцип работы такой системы следующий: пьезокерамическая пластинка (а) излучает длинный акустический импульс в обе

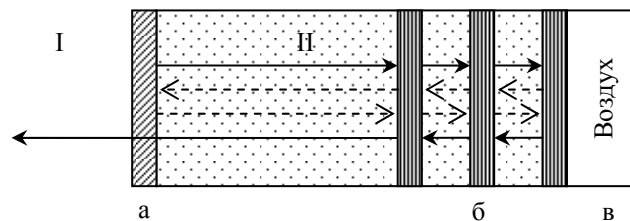


Рис. 1. I) рабочая область. II) тыльная нагрузка.  
а) излучающая пластинка. б) слоистая структура из стеклянных пластинок. в) воздушный отражатель.



стороны (I и II, где I – рабочая область, в которой в итоге должны получить сигнал, а II – сторона тыльной нагрузки). Сигнал, ушедший в рабочую область нас пока не интересует: он является тем самым слабым «шумом», предваряющим резкий всплеск. Сигнал, распространяющийся в сторону тыльной нагрузки, испытывает многократные переотражения внутри слоистой структуры и полностью отражается от нее благодаря воздушной прослойке, проходит через пьезопластинку и выходит в рабочую область. При этом он сжимается и увеличивается по амплитуде.

Чтобы получить значительное усиление, нужно точно подобрать ряд параметров, таких как толщины пластин, их расположение (расстояние между ними), форму излучаемого импульса и т.п. Наиболее просто это можно сделать при помощи метода обращения времени. Суть его заключается в следующем: уравнение распространения акустических волн в среде без поглощения инвариантно относительно изменения знака времени, т.е. если  $p(x,t)$  является решением этого уравнения, то  $p(x,-t)$  тоже является его решением. Применительно к данному случаю это свойство можно использовать так: сначала выбираем желаемую форму импульса (назовем его И2) на выходе из системы (т.е. в области I); затем рассчитываем при помощи метода передаточных матриц импульс (И1), который нужно пропустить через пьезокерамическую пластинку, чтобы получить импульс (И2). Он, в свою очередь, является отражением излучаемого пьезопластинкой импульса (И0) от тыльной нагрузки, поэтому для нахождения искомого сигнала (И0) нужно отразить (И1) от слоистой структуры и обратить результат во времени. (Более подробно ознакомиться с использованным методом расчета отражения импульсов от слоистой структуры можно в [1].)

Приведенный алгоритм позволяет найти форму электрического сигнала, который нужно подать на пьезопластинку, чтобы излучить в среду требуемый короткий акустический импульс. Но за этим импульсом будет следовать еще некоторая последовательность импульсов. Она возникает из-за того, что при падении импульса (И1) на пьезопластинку основная его часть проходит сквозь нее и формирует импульс (И2), но небольшая часть отражается, снова попадает на тыльную нагрузку, отражается от нее, возвращается и снова падает возвращается на пластинку. Соответственно, часть прошедшего импульса проходит в рабочую область, а часть снова отражается и т.д. Однако эта последовательность импульсов будет слабой, поскольку отражение сжатого сигнала от полуволновой пьезопластинки невелико и отраженный сигнал содержит частоты, которые плохо проходят через пластинки, т.е. оставшаяся энергия будет покидать область тыльной нагрузки сравнительно медленно, и ее суммарное количество будет невелико.

Также следует отметить, что такая система, состоящая из пластинок, близких к резонансным, может эффективно усиливать только

узкополосные сигналы, потому что сами пластины являются высокочастотными (в теоретической модели предполагалось, что в среде вообще нет поглощения), а значит ширина резонансной кривой у них очень мала. Спектр используемого сигнала должен укладываться внутрь этого резонанса, иначе те спектральные составляющие, которые из него выходят, будут почти полностью отражаться и не смогут участвовать в образовании конечного короткого импульса, а будут лишь создавать дополнительный шум. С другой стороны, пластинки должны различаться по толщине, иначе они будут не эффективны: нужно вводить некоторую расстройку толщин второй и следующих пластин, чтобы они отражали и основную несущую частоту (которую полуволновая пластинка как раз пропускает), иначе пластинки станут «прозрачными» для импульса, и он будет практически без уменьшения пикового значения проходить через них, и отражение от последующих пластинок будет почти равно нулю. Расстройкой же можно добиться того, что отражения будут примерно одинаковы по амплитуде, и сигнал будет как бы «прямоугольный», т.е. при заданной амплитуде и полной энергии будет максимально коротким. Это достаточно важный параметр, потому что чем больше длительность импульса, тем больше размер прибора.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.Е. Пономарев, С.И. Булатицкий, О.А. Сапожников // Акуст. ж., 2006 (в печати).
2. M. Fink // Physics Today 1997. V. 50. P. 34.
3. В.А. Зверев “Избранные труды” Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2004, 432 с.
4. Л.М. Бреховских “Волны в слоистых средах” М.: АН СССР, 1957.

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКОВЫХ УДАРОВ В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

В.А. Гусев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова  
Физический факультет, кафедра акустики

Повышенное внимание к проблеме звукового удара [1,2] в последнее время вызвано новыми техническими достижениями в сверхзвуковой авиации. Создание новых более удобных и экономически выгодных сверхзвуковых самолетов требует решения и экологических проблем, в том числе, снижение интенсивности ударных волн, генерируемых сверхзвуковым самолетом в полете. Особенно эффективная генерация происходит при прохождении звукового барьера. Одной из важных задач является описание распространения интенсивных волн в реальных средах, таких как турбулентная и стратифицированная атмосфера, а также прохождения звуковых ударов в водную и твердотельную среды.

Анализ таких задач требует решения сложных нелинейных уравнений, аналитические решения которых существуют обычно только для некоторых моделей среды. В то же время эти решения позволили бы проверить справедливость численных расчетов. Одной из эффективных моделей неоднородной атмосферы в задаче звукового удара является бесконечно тонкий фазовый экран [2]. Известно, что наиболее сильные флуктуации параметров атмосферы происходят около земли в граничном слое на высотах порядка 100 метров. Эти расстояния малы по сравнению с обычными высотами полетов. Модель фазового экрана позволяет описать эффекты фокусировки и образования областей повышенного давления, опасного для людей и наземных сооружений, причем может быть рассмотрена как регулярная так и случайная модуляция фронта волны.

Пусть исходная волна давления  $p$  с произвольными начальными временным профилем и пространственной формой  $p_0(t; x, y)$  падает на экран, расположенный при  $z = 0$  и приобретает случайный фазовый сдвиг  $\Psi_0(x, y)$ . Для описания волн со сложными профилями можно использовать уравнение Хохлова-Заболотской или нелинейное волновое уравнение [3, 4, 5]. Будем искать решение этого уравнения в приближении нелинейной геометрической акустики [4,5]  $p = p(T = \tau - \Psi(x, y, z)/c_0; x, y, z)$ , где функция  $\Psi$  описывает искажение формы начального фронта волны  $\Psi_0$ . В результате получим следующую систему уравнений для функций наклона лучей  $\alpha = \partial \psi / \partial x$  и  $\beta = \partial \psi / \partial y$  к поперечным осям  $x$  и  $y$  соответственно:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} + \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \beta \frac{\partial \alpha}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \beta}{\partial z} + \alpha \frac{\partial \beta}{\partial x} + \beta \frac{\partial \beta}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

и уравнение переноса для давления  $p$ :

$$\frac{\partial p}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \frac{\partial p}{\partial T} + \alpha \frac{\partial p}{\partial x} + \beta \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{2} p \left( \frac{\partial \alpha}{\partial x} + \frac{\partial \beta}{\partial y} \right) = 0 \quad (2)$$

Решение системы (1) задается в неявном виде

$$\alpha(x, y, z) = A(x - \alpha z, y - \beta z), \quad \beta(x, y, z) = B(x - \alpha z, y - \beta z) \quad (3)$$

где функции  $A(x, y) = \alpha(x, y, z = 0)$ ,  $B(x, y) = \beta(x, y, z = 0)$  характеризуют углы наклона лучей на экране при  $z = 0$ . Решение (3) остается справедливым вплоть до области пересечения лучей, где решение (3) становится неоднозначным.

Уравнение (2) можно точно решить для любого начального профиля волны  $p_0(\tau - \Psi_0(x, y)/c_0; x, y)$ , его решение

$$p(z, \xi, \eta, T) = \sigma^{-1/2} p_0 \left( \xi, \eta, T + \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^3} p \sigma^{-1/2} \int_0^z \sigma^{-1/2} dz' \right), \quad (4)$$

описывает эволюцию исходного профиля волны вдоль фиксированного луча, выходящего из точки с координатами  $x(z = 0) = \xi$ ,  $y(z = 0) = \eta$ . В решении (4)  $\sigma = 1 + z(A_\xi + B_\eta) + z^2(A_\xi B_\eta - A_\eta B_\xi)$  имеет смысл нормированной площади поперечного сечения лучевой трубки (в частности  $A_\xi = \partial A / \partial \xi$ ) и введены лагранжевы координаты  $\xi = x - \alpha z$ ,  $\eta = y - \beta z$ . Для периодической волны звукового удара с N-образным временным профилем из (4) найдем амплитуду:

$$\frac{a_N}{a_0} = \sigma^{-1/2} \left( 1 + \frac{\varepsilon a_0}{\tau_0 \rho_0 c_0^3} \int_0^z \sigma^{-1/2} dz \right)^{-1} \quad (5)$$

На рис.1 и рис.2 показана эволюция волны прошедшей через периодический фазовый экран с наклонами лучей  $A(x, y) = \cos x \sin y$ ,  $B(x, y) = \sin x \cos y$  (фазовый сдвиг  $\Psi_0 = \sin x \sin y$ ). На рис.1 показаны линии равного наклона лучей к плоскости  $(x, y)$ , рассчитанные по формулам (3) на расстояниях  $z = 0.5$  и  $z = 0.9$ . Темные участки соответствуют лучам, слабо отклоняющимся от оси  $z$ , светлые участки, наоборот, соответствуют лучам, сильно сдвигающимся в поперечной плоскости. В результате образуются области сгущения и разрежения лучей; области сгущения можно определить по сближению светлых областей. На рис.2 показаны соответствующие профили амплитуды волны (5) на тех же расстояниях. Видно, что максимумы амплитуды соответствуют областям сгущения лучей и минимумы – областям разрежения. В областях фокусировок происходит сильный рост амплитуды.

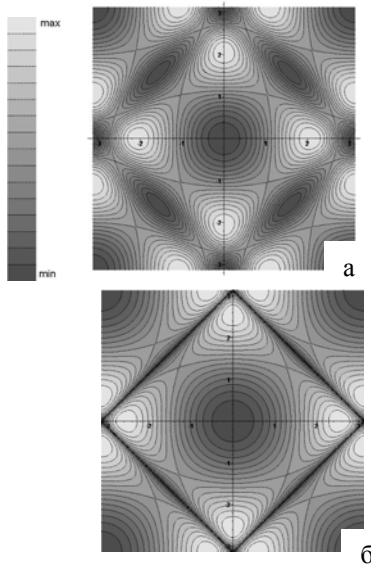


Рис. 1. Линии равного наклона луча на расстояниях (а)  $z = 0.5$  и (б)  $z = 0.9$ .

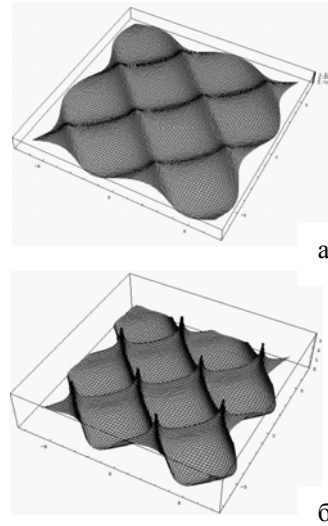


Рис. 2. Амплитуда волны на расстояниях (а)  $z = 0.5$  и (б)  $z = 0.9$ .

Записывая уравнения (1), (2) в полярных координатах, можно найти решение для круглых звуковых пучков. Пусть на экран падает периодическая пилообразная волна  $p = -R(r)\tau/\tau_0$ , где функция  $R(r)$  описывает форму волны в поперечной плоскости. Тогда для амплитуды волны на произвольном расстоянии после экрана получим:

$$\frac{a_N}{a_0} = R\sigma^{-1/2} \left( 1 + \frac{\varepsilon a_0}{\tau_0 \rho_0 c_0^3} R \int_0^z \sigma^{-1/2} dz \right)^{-1} \quad (6)$$

Для гауссовского пучка  $R = \exp(-r^2/d_0^2)$  и  $\sigma = (1 - z/r_0)^2$ ,  $r_0$  – фокусное расстояние, и амплитуда (6) определяется соотношением  $r_0/z_{sh}$ , где  $z_{sh} = (\tau_0 \rho_0 c_0^3)/(\varepsilon a_0)$  – нелинейная длина. При сильно выраженных нелинейных эффектах (малых нелинейных длинах) наблюдается эффект изотропизации излучения – поперечная форма волны слабо зависит от исходной формы, особенно на оси пучка (рис.3).

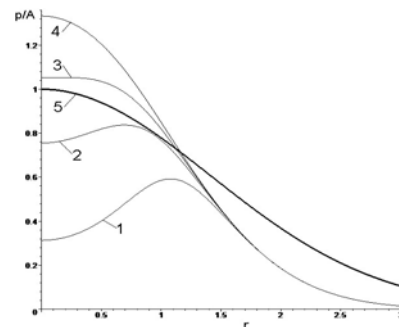


Рис. 3. Поперечная форма волны для значений отношения  $r_0/z_{sh} = 0.1; 0.4; 1; 5$  (кривые 104) и исходная форма (кривая 5).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A.D. Pierce // J. Acoust. Soc. Am. 1968. V. 44. P. 1052.
2. O.V. Rudenko, B.O. Enflo // Acustica. 2000. V. 86. P. 229.
3. О.В. Руденко, С.Н. Солюян “Теоретические основы нелинейной акустики” М.: Наука, 1975.
4. О.В. Руденко, А.П. Сухоруков, А.К. Сухорукова // Акуст. Журн. 1994. № 2. С. 290.
5. В.А. Гусев, О.В. Руденко // Акуст. Журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 3.

## ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭТАЛОННЫЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ ИЗ НИОБАТА ЛИТИЯ: ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

В.Ю. Валяев, О.А. Сапожников  
МГУ им. Ломоносова, кафедра акустики

### Введение

Для определения чувствительности и угловой диаграммы приёма акустического датчика требуется измерение отклика при падении на датчик плоских волн разных направлений и частот. В данной работе изучалась предложенная в работе [1] возможность создания широкополосного источника плоских волн на основе толстого пьезокристалла ниобата лития. Использование толстого активного элемента вызвано тем, что при использовании тонких пластин переотражения сужают спектр излученного сигнала. Более дешёвыми материалами являются пьезокерамики, но их зернистая структура приводит к неконтролируемому искажению сигнала; кроме того, их характеристики обычно известны с невысокой точностью и могут значительно меняться с течением времени. Ниобат лития лишен указанных недостатков и лишь немного уступает пьезокерамикам по эффективности.

Эталонная волна, излучаемая толстым датчиком, не является плоской из-за краевых эффектов, искажающих исследуемые поля. Для их уменьшения необходим правильный выбор размеров элементов преобразователя. Аналитический учет краевых эффектов практически невозможен. В данной работе развит численный алгоритм, который позволяет решить указанную задачу.

### Схема излучателя

Схема исследуемого излучателя представлена на рис.1. Его основой является цилиндрический кристалл ниобата лития z-среза (1). На медную тыльную нагрузку (2) подается внешнее электрическое напряжение  $U(t)$ , корпус и

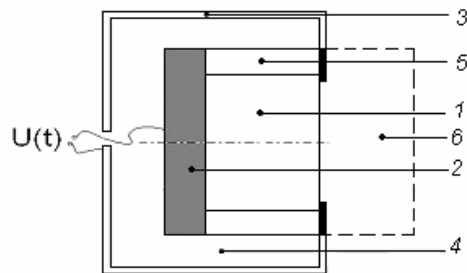


Рис. 1. Схема излучателя.

излучающая поверхность пьезоэлемента при этом заземлены. Сигнал излучается в воду (6). Промежуток между корпусом и внутренней частью излучателя заполнен воздухом (4). Диэлектрическое кольцо (5), как показали вычисления, позволяет сгладить неоднородность электрического поля на краях кристалла. При моделировании упругие напряжения рассчитывались только в части корпуса, выделенной на рис. 1 черным. Область, заполненная водой, была обрезана по тому же радиусу. Внешнее напряжение  $U(t)$  считалось заданным, т.е. обратное влияние нагрузки на

источник не учитывалось. Рассматривалась реакция системы на входной сигнал в виде “ступеньки”  $U(t) \sim \text{th}(t/t_0)$ , где  $t_0$  – ширина переходного фронта.

### Модельные уравнения и граничные условия

Пьезоэлектрик описывался уравнениями электроупругости в квазистатическом приближении [2]:

$$D_i = \epsilon_{ij}^T E_j + d_{ij} \dot{\epsilon}_j, \quad (1)$$

$$\partial \dot{\epsilon}_i / \partial t = \epsilon_{ij}^E \dot{\epsilon}_j + \epsilon_{ki} \partial^2 \varphi / \partial t \partial x_k, \quad (1)$$

$$\partial v_i / \partial t = \rho_0^{-1} \partial T_{ik} / \partial x_k, \quad (2)$$

$$\partial D_i / \partial x_i = 0, \quad (3)$$

где  $\mathbf{E} = -\nabla \varphi$  – напряженность электрического поля,  $\varphi$  – электрический потенциал,  $\mathbf{D}$  – индукция,  $\dot{\epsilon}$  – тензор скоростей деформаций,  $\epsilon$  – тензор напряжений,  $\mathbf{v}$  – колебательная скорость,  $\epsilon^T$  – тензор диэлектрической проницаемости при постоянном напряжении,  $\epsilon^E$  – матрица упругости при постоянном электрическом поле,  $\epsilon$  – тензор пьезоэлектрических коэффициентов,  $d$  – тензор пьезоэлектрических модулей. Указанные параметры для ниобата лития известны. По повторяющимся индексам подразумевается суммирование, и применена сокращенная запись тензорных индексов. Выписанная система уравнений является базовой для численного анализа.

Ниобат лития относится к кристаллам типа 3m. Такие кристаллы не обладают полной симметрией относительно поворотов вокруг оси z, поэтому поставленная задача принципиально трехмерна и, как следствие, не может быть промоделирована на обычном компьютере. Однако численные значения компонент матрицы жесткости ниобата лития таковы, что  $c_{14}$  намного меньше остальных ненулевых элементов, т.е. кристалл близок по свойствам к кристаллам типа 6mm (для них  $c_{14} = 0$ ). Кристаллы этого типа обладают полной аксиальной симметрией. Из этих соображений ниобат лития рассматривался в “гексагональном” приближении  $c_{14} = 0$ ,  $d_{22} = 0$ ,  $e_{22} = 0$ . Вопрос о его законности остается открытым.

Уравнения для остальных частей системы получаются подстановкой в (1)-(3) соответствующих материальных констант.

Граница с воздухом, боковая граница цилиндрического слоя воды и поверхность, по которой был обрезан корпус, считались свободными. Это упрощение не влияет на переходную характеристику преобразователя в некотором интересующем нас начальном интервале времени. На внутренних границах специальных граничных условий не ставилось, т.к.

система рассматривалась как неоднородная сплошная среда [3, 4]. Из соображений симметрии, на оси  $v_r = 0$ ,  $T_s \equiv T_{rz} = 0$ ,  $\partial\varphi/\partial r = 0$ .

### Метод расчета

Уравнения (1)-(3) были дискретизованы на смещенных на полшага сетках [3,4]. По времени использован вариант схемы с перешагиванием:  $\hat{t}$  и  $\varphi$  вычисляются на целых шагах,  $v$  - на полуцелых. Решение уравнения для потенциала проводилось методом последовательной верхней релаксации.

### Результаты

По составленному алгоритму была написана программа на языке Matlab и произведен расчёт при различных параметрах системы. На рис. 2 показан вид акустического отклика на оси вблизи преобразователя. Как видно, волна имеет ступенчатый вид с относительно ровным участком, следующим за скачком. На рис. 3 показано распределение текущего значения акустического давления в разные моменты времени. Видно, что в некоторой области вблизи оси волна с высоким приближением является плоской. Такой вид излучаемого сигнала удобен для калибровки гидрофонов.

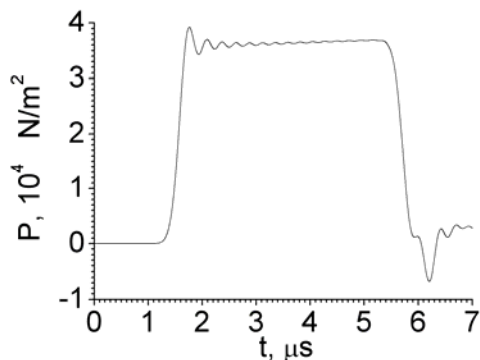


Рис. 2. Форма волны на оси на расстоянии 2 мм от излучателя.

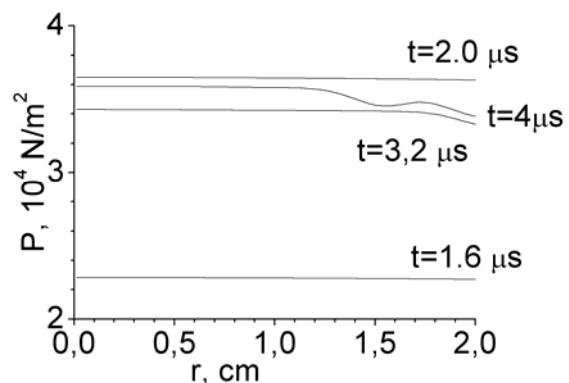


Рис. 3. Радиальные профили давления на расстоянии 2 мм от излучателя.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 05-02-16987 и НШ 4449.2006.2.

### ЛИТЕРАТУРА

1. F. Lakestani «Etude théorique et expérimentale des transducteurs ultrasonores piézoélectriques fonctionnant dans le domaine du mégahertz» Thèse doctorat d'état, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Lyon I, 1984.
2. Н.А. Шульга, А.М. Болкисев “Колебания пьезоэлектрических тел” Киев: Наукова Думка, 1990.
3. J. Vireux// Geophysics. 1986. V. 51. № 4. P. 889.
4. R.O. Cleveland, O.A. Sapozhnikov // JASA. 2005. V. 118. № 4. P. 2667.



## ПОВЕРХНОСТНЫЙ ЗВУКОВОЙ КАНАЛ В ПЕСЧАНЫХ ГРУНТАХ

А.м. Мигранова, В.Г. Можяев

*МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет*

Пески занимают значительную часть поверхности Земли, а также некоторых планет, например, Марса. Достаточно отметить, что около 40% территории Австралии покрыто песчаными дюнами, а площадь пустыни Сахара превышает площадь США. Песок как материал относится к классу гранулированных сред, и вследствие этого он обладает аномальными и уникальными для твердых тел свойствами. К ним относятся и исключительно низкая скорость звука, и весьма сильная нелинейность упругих свойств. Нелинейность упругих свойств песка в условиях статических давлений приводит к быстрому изменению эффективной скорости объемных упругих волн с глубиной вследствие влияния силы тяжести, притом что на поверхности скорость волн практически равна нулю. Аномально низкая скорость упругих волн вблизи поверхности песка может приводить к серьезным проблемам резкого возрастания шума и вибраций при эксплуатации высокоскоростных поездов на путях, проложенных по мягким песчаным грунтам. Вопрос о распространении упругих волн в поверхностном слое песка представляет также интерес для развиваемого в последнее время сейсмического метода поиска мин, зарытых в грунт, и для интерпретации давно известного, но до конца пока непонятого явления поющих песков [1]. Интересный факт, касающийся акустических явлений в песке, установлен биологами. Оказалось, что многие обитатели песчаных пустынь, включая скорпионов, ящериц, пауков, жуков, змей и кротов, используют упругие колебания, распространяющиеся в поверхностном слое песка, для ориентации, поиска пищи и жертв или как средство общения между особями.

Несмотря на важность понимания акустических свойств поверхностного слоя песка для перечисленного круга вопросов, теоретические исследования этих свойств для реального степенного закона изменения скорости упругих волн с глубиной до сих пор не проводились. Более того, отсутствие в литературе даже лучевого анализа данного вопроса привело к тому, что и на страницах таких авторитетных журналов как *Phys. Rev. Lett.* и *Phys. Rev.* [2,3] появились ошибочные утверждения о невозможности горизонтального распространения звука в песке. Исходя из падения эффективной скорости звука до нуля на поверхности песка, следует ожидать локализацию акустического поля вблизи поверхности за счет рефракции волновых лучей к поверхности, их отражения и образования таким образом поверхностного звукового канала. В настоящей работе развивается лучевая модель этого явления, а также

предпринята попытка найти близкие к реальным степенным профили скорости звука, при которых возможно нахождение точных решений волнового уравнения.

Линеаризация герцевского контактного закона взаимодействия для частиц песка, находящихся в поле силы тяжести, приводит к известной степенной зависимости эффективной скорости упругих волн  $v$  от глубины  $z$ :  $v = \gamma \cdot z^{1/6}$ , где коэффициент  $\gamma$  является функцией упругих модулей и плотности материала песчинок. Экспериментально эта зависимость  $v(z)$  подтверждалась в ряде работ, по крайней мере, для поверхностного рыхлого слоя сухого песка. Взаимосвязь сдвиговых и продольных волн в объеме среды и на поверхности не учитывается. На поверхности это оправдано в силу практически перпендикулярного выхода лучей на поверхность из-за падения здесь локальной скорости до нуля. Возникающие вследствие этого поверхностные волноводные моды находятся из условия кратности  $2\pi$  набега фазы по вертикали при движении волн по полному циклу лучевой траектории:

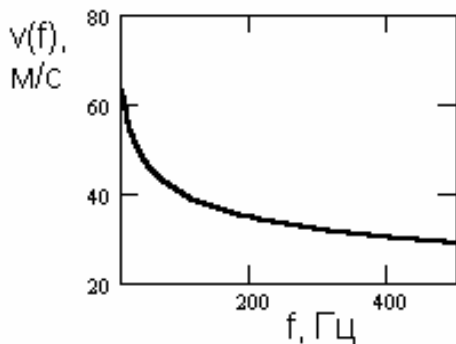
$$2 \int_0^{z_0} k_z dz + \Delta\varphi_c = 2\pi \cdot n,$$

где  $n$  - ноль или целое число,  $\Delta\varphi_c = -\pi/2$  представляет собой дополнительный сдвиг фазы на каустике в точке поворота луча  $z = z_0$  (сдвиг фазы при отражении от поверхности значительно меньше и здесь не учитывается),  $k_z$  - вертикальная проекция волнового вектора,  $k_x^2 + k_z^2 = k^2(z)$ . В случае использования аппроксимации  $k^2(z) = (\omega^2 / \gamma^2) z^{-1/3}$  фазовый интеграл легко вычисляется с помощью замен  $z = t^6$  и  $\sin \psi = (k_x \gamma / \omega) t$  с результатом

$$3(\omega / \gamma)^6 = 4(4n + 1)k_x^5.$$

Из этого соотношения следует, что скорость поверхностных волн  $v_{sw} \approx f^{-1/5}$ , причем отношение групповой скорости к фазовой составляет 5/6. Такая же степенная зависимость следует из приближенной оценки, предложенной в [1], однако входящая в эту оценку скорость объемных волн оказалась на порядок большей той, что требовалась для согласования с экспериментом. Следует отметить, что оценка [1] основана на предположении, что скорость поверхностных волн совпадает со скоростью объемных волн  $v(z)$  на глубине, равной длине волны. Как показывает лучевой расчет, для низшей волноводной моды эта глубина завышена почти в 5 раз. Согласно расчетам эффективная глубина точки поворота для низшей волноводной моды вблизи поверхности составляет  $2/(3\pi)$ , т.е. около 22 % от длины волны, что хорошо согласуется со значением 24% для толщины слоя основной локализации волнового поля, следующим из экспериментальных данных [1]. Учет этого фактора позволяет уменьшить

расчетную скорость, но этого недостаточно для полного согласования с экспериментом. Вторым фактором улучшения согласования является выбор скорости поперечных, а не продольных волн в аппроксимации скорости объемных волн с глубиной. Это уменьшает скорость поверхностных мод, но опять недостаточно сильно. Другими факторами уменьшения эффективной скорости звука являются учет частичного проскальзывания песчинок и учет наличия более мягкого (силикатогелевого) слоя на поверхности кварцевых песчинок. Последний фактор является весьма важным для существования самого явления



поющих песков. Поскольку количественная информация о последних двух факторах отсутствует для песков, исследуемых в работе [1], то была рассмотрена обратная возможность нахождения свойств песка (эффективного значения  $\gamma$ ), позволяющая согласовать данные теории с экспериментом. Такое согласование достигается при выборе  $\gamma = 60 \text{ м}^{5/6} \text{ с}^{-1}$ . На рисунке показана

дисперсионная зависимость фазовой скорости низшей моды поверхностных волн, построенная для этого значения  $\gamma$ . Лучевые траектории находятся из уравнения  $dx/dz = k_x/k_z$ . Это уравнение интегрируется с помощью указанной замены переменных с результатом

$$k_x x = 2\left(n + \frac{1}{4}\right)\left(5\psi - \frac{15}{4}\sin 2\psi + \frac{3}{4}\sin 4\psi - \frac{1}{12}\sin 6\psi\right).$$

Пример расчета лучевой траектории по этой формуле показан ниже:



Очевидно, что именно многократные отражения лучей от поверхности позволяют реализовать условия горизонтального распространения звука в песке, считавшегося ранее [2,3] невозможным.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В. Andreotti // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. No 23. P. 238001.
2. С.-h. Liu, S.R. Nagel // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. No 15. P. 2301.
3. С.-h. Liu, S.R. Nagel // Phys. Rev. B. 1993. V. 48. No 21. P. 15646.

## ИССЛЕДОВАНИЕ БРЭГГОВСКОГО РЕЖИМА ДИФРАКЦИИ СВЕТА В ЯЧЕЙКЕ С КЛИНОВИДНЫМ ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ

А.Н. Вострикова, В.И. Балакший

*МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики колебаний*

Базовым элементом всех устройств, основанных на явлении дифракции света на ультразвуке, является акустооптическая (АО) ячейка [1]. Она представляет собой образец из прозрачного материала, в котором с помощью пьезопреобразователя возбуждается акустическая волна. Традиционно преобразователь изготавливается в виде прямоугольной пластины малой толщины. Волновой фронт акустической волны, возбуждаемой таким преобразователем, является плоскостью, параллельной поверхности преобразователя.

Однако несомненный интерес, как с фундаментальной, так и с прикладной точки зрения, представляет изучение преобразователей переменной толщины [2]. Анализ работы таких преобразователей распадается на две задачи: акустическую и акустооптическую. В рамках акустической задачи необходимо определить эффективность преобразования электрической энергии в акустическую, что связано с проблемой согласования преобразователя с генератором. Для исследования АО взаимодействия требуется рассчитать структуру акустического поля, возбуждаемого преобразователем переменной толщины. В этом случае акустическое поле будет неоднородным как по амплитуде, так и по фазе. Очевидно, что эти неоднородности по разному должны сказаться на амплитудных, частотных и угловых характеристиках АО дифракции. Данная работа посвящена исследованию особенностей брэгговского режима дифракции света в ячейке с клиновидным преобразователем.

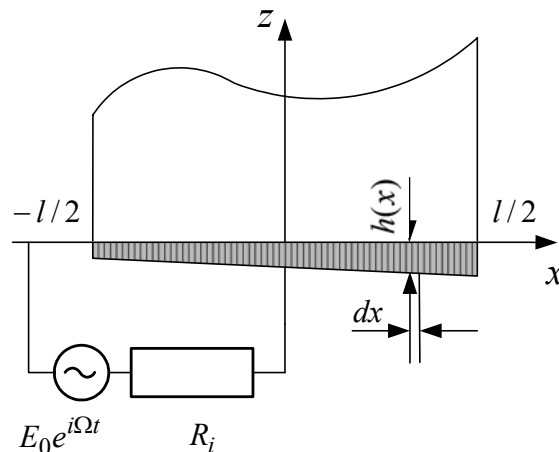


Рис.1. Схема АО ячейки с преобразователем клиновидной формы.

Рис.1 иллюстрирует постановку задачи. Пьезоэлектрическая пластинка клиновидной формы прикреплена к плоской поверхности АО среды. На пластинку подается переменное напряжение от ВЧ генератора с частотой  $\Omega = 2\pi f$ , э.д.с.  $E_0$  и внутренним сопротивлением  $R_i$ . Задача решалась в приближении малых вариаций толщины преобразователя, что соответствует малым углам клина.

Для удобства численного расчета введены следующие безразмерные параметры:  $A = \alpha l/h_0$ ,  $F_0 = \Omega h_0/V_0$ ,  $X = x/l$  и  $F(X) = F_0(1 + AX)$ , где  $\alpha$  - угол клина,  $h_0$  - толщина преобразователя в центре при  $x = 0$ . Используя эти обозначения, можно записать выражение для комплексной проводимости пьезоэлектрической пластины клиновидной формы следующим образом:

$$Y = i\Omega C_0 F_0 \int_{-1/2}^{1/2} \left\{ F(X) - k^2 \cdot \frac{Z_a \sin F(X) + 2i[1 - \cos F(X)]}{Z_a \cos F(X) + i \sin F(X)} \right\}^{-1} dX \quad (1)$$

где  $k$  - коэффициент электромеханической связи,  $Z_a = \rho_1 V_1 / \rho_0 V_0$  - относительный акустический импеданс,  $V_0, V_1$  - скорости звука,  $\rho_0, \rho_1$  - плотности преобразователя и АО среды соответственно,  $C_0 = \epsilon l b / h_0$  - статическая емкость пьезоэлектрической пластины. Расчеты проводились для преобразователя из кристалла ниобата лития X-среза и ячейки из кристалла парателлурита. Установлено, что увеличение угла клина сопровождается расширением частотного диапазона возбуждения ультразвука без ухудшения коэффициента преобразования.

Получено следующее выражение для комплексной амплитуды деформации в акустическом поле вблизи пьезопреобразователя:

$$a(X) = -i \frac{E_0 e \Omega}{\rho_0 V_0^2 V_1 (1 + Y R_i)^{\times}} \frac{1 - \cos F(X)}{F(X) \sin F(X) - 2k^2 [1 - \cos F(X)] + i Z_a [k^2 \sin F(X) - F(X) \cos F(X)]} \quad (2)$$

где  $e$  - пьезоэлектрическая постоянная. Здесь модуль  $|a(X)|$  описывает распределение амплитуды акустической волны вдоль преобразователя, а аргумент  $\arg(a(X)) \equiv \Phi(X)$  показывает распределение фазы.

**В случае неоднородного преобразователя система дифференциальных уравнений, описывающих АО взаимодействие, имеет вид:**

$$\begin{cases} \frac{dC_0}{dX} = \frac{\tilde{q}\xi(X)}{2} C_1 \exp\{i[\tilde{\eta}X - \Phi(X)]\} \\ \frac{dC_1}{dX} = -\frac{\tilde{q}\xi(X)}{2} C_0 \exp\{-i[\tilde{\eta}X - \Phi(X)]\} \end{cases} \quad (3)$$

где  $\tilde{q}$  - коэффициент АО связи, который определяется мощностью акустической волны, параметр  $\tilde{\eta}$  характеризует фазовую расстройку между дифрагированными волнами,  $C_0$  и  $C_1$  - относительные амплитуды дифрагированных волн нулевого и первого порядков, а  $\xi(X) = a(X, A \neq 0) / a(X, A = 0)$ . Расчеты показали, что существует оптимальный угол падения света на АО ячейку, отличающийся от угла Брэгга, при котором происходит наиболее эффективное взаимодействие. Оптимальный угол может в несколько раз отличаться от угла Брэгга, и его зависимость от частоты ультразвука имеет существенно другой характер, чем у угла Брэгга. Исследовано влияние амплитудной и фазовой неоднородности на эффективность дифракции. Показано, что, несмотря на заметную фазовую расстройку, вызванную неоднородным полем, эффективность дифракции при падении света под оптимальным углом может достигать значений, близких к 100%.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь, 1985.
2. V.I. Balakshy // Proc. 5 World Congress on Ultrasonics WCU-2003, Paris, 2003. P. 573.