

**СЕКЦИЯ 3
“НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА”**

СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА ГЛАЗАМИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ Д.И. Трубецков	3
ИЗУЧЕНИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ АВТОКОЛЕБАНИЙ ДВУХ СВЯЗАННЫХ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ СИСТЕМ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН А.А. Короновский, П.В. Попов, А.Е. Храмов	4
УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ХАРАКТЕР ПОВЕДЕНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ ФАЗОВОЙ К ЛАГ СИНХРОНИЗАЦИИ А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов	5
УПРАВЛЕНИЕ ХАОСОМ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЕ СО СВЕРХКРИТИЧЕСКИМ ТОКОМ И.С. Ремпен, А.Е. Храмов	6
КОНТРОЛЬ ХАОСА В СИСТЕМЕ ЭНО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ Н.В. Саватеева, А.А. Короновский	8
АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ МОДЕЛИ САМООРГАНИЗАЦИИ КОЛОНИИ НЕСОВЕРШЕННЫХ МИЦЕЛИАЛЬНЫХ ГРИБОВ А.Л. Буляница, Е.О. Цветкова, Л.К. Панина, Е.В. Богомолова	9
ЭВОЛЮЦИЯ КАРТИНЫ СИНХРОНИЗАЦИИ В НЕАВТОНОМНОЙ СИСТЕМЕ ЛОРЕНЦА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРА Ю.С. Айдарова, А.П. Кузнецов, Л.В. Тюрюкина	11
СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ГЕНЕРАТОРА С КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ПОД ВНЕШНИМ ПЕРИОДИЧЕСКИМ МНОГОЧАСТОТНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ А.А. Прохоров, Е.С. Мчедлова	12
ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПОДАВЛЕНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ В ЦЕПОЧКЕ ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С НЕЙРОНОПОДОБНОЙ ДИНАМИКОЙ Л.А. Сконженко, Л.В. Красичков	13
ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПРОСТРАНСТВА УПРАВЛЯЮЩИХ ПАРАМЕТРОВ НЕАВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ	

В.В. Гуреев, Е.С. Мчедлова	15
СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕУСТОЙЧИВОГО ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА КОРОТКИМИ ИМПУЛЬСАМИ	
А.П. Кузнецов, Л.В. Тюрюкина, И.В. Цуканова	16
ДИНАМИКА АНСАМБЛЯ ЦИКЛОТРОННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ	
В.Н. Корниенко, В.А. Черепенин.....	18
ИЗУЧЕНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ПОЛНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ С ДИСКРЕТНЫМ И ПОТОКОВЫМ ВРЕМЕНЕМ	
А.Е. Храмова.....	20
ДИСКРЕТНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЫ	
В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев	21
ФРАКТАЛЬНАЯ АНОМАЛЬНАЯ ДИФФУЗИЯ И ОПЕРАТОРЫ ДРОБНОГО ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ	
А.А. Потапов, Е.Н. Матвеев	23
ДИФФУЗИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДРОБНЫХ ПОРЯДКОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ВО ФРАКТАЛЬНЫХ СРЕДАХ	
А.А. Потапов, Е.Н. Матвеев	25

СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНАЯ ЭЛЕКТРОНИКА ГЛАЗАМИ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Д.И. Трубецков

В настоящей лекции сделана попытка посмотреть на основные идеи, создавшие СВЧ электронику, глазами нелинейной динамики. Лекция построена следующим образом.

1. Сформулированы основные отличия СВЧ электроники от низкочастотной.

Далее последовательно обсуждаются пять основных идей СВЧ электроники.

2. Идея первая. Скоростная модуляция и группирование электронов в пространстве дрейфа. Явление обгона трактуется как опрокидывание простой волны в потоке невзаимодействующих частиц, а их группирование – как образование паттернов. Показано существование уединенных волн пространственного заряда, в частности КдВ–солитонов. На примерах клистронного генератора и виркатора обсуждаются переходы от монохроматических колебаний к хаотическим.

3. Идея вторая. Магнетронное взаимодействие. Обращено внимание на процессы образования спиц как процесс формирования паттернов. Дано объяснение больших шумов в платинотроне с позиций возникновения хаотической автомодуляции.

4. Идея третья. Взаимодействие электронного потока с прямой электромагнитной волной. Обсуждается шумотрон, с которого в эксперименте начались исследования детерминированного хаоса.

5. Идея четвертая. Лампа обратной волны (ЛОВ) как эталонная модель распределенной автоколебательной системы со сложной динамикой. Приведены подробные теоретические и экспериментальные результаты исследования ЛОВ, включая релятивистский карсинотрон (от предгенерационного режима до хаоса).

6. Идея пятая. Взаимодействие непрямолинейного электронного потока с незамедленной электромагнитной волной. Обсуждаются сложные динамические режимы в гиrolампе со встречной волной.

Изложение ведется на фоне истории возникновения каждой идеи и биографии ее создателей, большинство из которых не были профессионалами в СВЧ электронике.

ИЗУЧЕНИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ ХАОТИЧЕСКИХ АВТОКОЛЕБАНИЙ ДВУХ СВЯЗАННЫХ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ СИСТЕМ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН

А.А. Короновский, П.В. Попов, А.Е. Храмов

Исследование явления хаотической синхронизации автоколебаний является в настоящее время одной из важных задач современной теории нелинейных колебаний и волн [1]. Большинство работ в данном направлении посвящено анализу совместных колебаний хаотических систем с малым числом степеней свободы. В представленном докладе рассматриваются совместные хаотические колебания, включая установление режимов хаотической синхронизации, в связанных *распределенных* активных средах электронно-волновой природы с обратной волной. Каждая из активных сред представляет собой систему взаимодействующих встречных электромагнитной и электронной волн с кубичной фазовой нелинейностью и является простой моделью СВЧ-генераторов с обратной волной [2].

Для исследования установления режима хаотической синхронизации была предложена методика, основанная на нахождении непрерывного множества фаз $\varphi(s,t)$ хаотического сигнала [3]. Анализ хаотической синхронизации сводится к исследованию временной динамики фазы $\varphi(s,t)$, вводимой с помощью непрерывного вейвлетного преобразования, на каждом временном масштабе s . Полученные результаты показывают, что с ростом коэффициента связи в связанных активных средах устанавливается режим хаотической фазовой синхронизации, который соответствует синхронной динамике фаз в некотором диапазоне масштабов Δs . С ростом связи в системе наблюдается увеличение области масштабов, в которой наблюдается синхронизация фаз хаотического сигнала. Одновременно имеет место рост величины энергии вейвлетного спектра, приходящейся на синхронизируемые масштабы. Последнее позволило ввести количественную характеристику меры хаотической синхронизации связанных генераторов. В работе также детально изучены физические процессы, сопровождающие установление режима хаотической синхронизации в электронно-волновой системе. В частности, исследована пространственно-временная динамика электронных волн в синхронном и асинхронном хаотическом режиме работы.

Работа поддержана программами CRDF (грант REC-006) и «Университеты России» (проект УР 01.01.051), а также ФНП «Династия» и Международным центром фундаментальной физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Pikovsky, M. Rosenblum, J. Kurths “Synhronization: a Universal Concept in Nonlinear Sciences” Cambridge University Press, 2001.
2. Д.И. Трубецков, А.П. Четвериков // Изв.вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994, Т. 2, № 5, С. 3.
3. А.А. Короновский, А.Е. Храмов // Письма в ЖЭТФ. 2004, Т. 79, № 7, С. 391.

УНИВЕРСАЛЬНЫЙ ХАРАКТЕР ПОВЕДЕНИЯ ХАОТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ ФАЗОВОЙ К ЛАГ СИНХРОНИЗАЦИИ

А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов

Явление хаотической синхронизации является одним из фундаментальных феноменов современной теории нелинейных колебаний [1]. Фазовая синхронизация означает захват фаз хаотических осцилляторов в то время, как их амплитуды остаются хаотическими и несвязанными. Лаг-синхронизация систем проявляется как идентичные колебания, сдвинутые друг относительно друга на некоторый интервал времени. Полная синхронизация происходит только тогда, когда взаимодействующие системы идентичны. В случае слабой неидентичности колебания связанных систем, близкие к режиму полной синхронизации, оказываются близки друг к другу (см. [1,2]). В [2,3] показано, что фазовая, лаг и полная синхронизация тесно связаны между собой.

В [1] были рассмотрены две связанные системы Ресслера, находящиеся в режиме винтового хаоса и было установлено, что при малой величине параметра связи они находятся в режиме фазовой синхронизации, а с ростом параметра связи переходят в режим лаг-синхронизации с последующей тенденцией к режиму полной синхронизации. В данной работе исследовалось поведение этой системы при переходе от фазовой к лаг-синхронизации. С помощью преобразования Фурье для каждой спектральной компоненты были введены мгновенные фазы и было показано, что фазовая синхронизация связана с синхронизацией спектральных компонент Фурье-спектров. При увеличении параметра связи все большее число спектральных компонент оказывается синхронизованными. Для характеристики степени синхронизации были введены количественные величины, описывающие степень синхронизации. Для значения параметра связи, соответствующего установлению режима лаг синхронизации, все спектральные компоненты оказываются синхронизованными. По мере дальнейшего увеличения параметра связи временной сдвиг между спектральными компонентами стремится к нулю, а системы, соответственно, стремятся к режиму полной синхронизации.

Следует отметить, что зависимость временного сдвига между основными частотными компонентами Фурье-спектров взаимодействующих хаотических осцилляторов от параметра связи подчиняется степенному закону с показателем -1 . Этот закон имеет место для целого ряда динамических систем и, очевидно, носит универсальный характер.

Работа выполнена при поддержке научно-образовательного центра «Нелинейная динамика и биофизика» при СГУ им. Н.Г. Чернышевского (проект CRDF № REC-006), программы “Университеты России” (УР.01.01.051), фонда “Династия” и Международного центра фундаментальной физики.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky, J. Kurths // PRL, 2002, V. 89, № 26, P. 1.
2. А.А. Короновский, Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов // ДАН, 2004, Т. 395, С.391.
3. А.А. Короновский, А.Е. Храмов // Письма в ЖЭТФ, 2004, Т. 79, № 7, С. 143.

УПРАВЛЕНИЕ ХАОСОМ В РАСПРЕДЕЛЕННОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЕ СО СВЕРХКРИТИЧЕСКИМ ТОКОМ

И.С. Ремпен, А.Е. Храмов

Исследование проблемы управления сложной динамикой распределенных активных систем электронно-волновой природы является в настоящее время весьма важным и актуальным и вызывает большой интерес исследователей [1]. Для систем сверхвысокочастотной электроники решение таких задач связано с поиском путей управления характеристиками выходного излучения СВЧ-устройств.

В работе рассматриваются некоторые методы управления хаосом на основе ряда идей, разработанных для систем с конечным числом степеней свободы [2]. Контроль над сложной динамикой системы осуществляется с помощью схемы непрерывной обратной связи, вводимой путем модуляции потенциала на одной из границ системы сигналом, снимаемым из пространства взаимодействия. В отличие от алгоритма, предложенного в работе [2], нами используется не дискретная, резко изменяющаяся обратная связь, а непрерывный сигнал, что делает такую схему более удобной для управления высокочастотной пространственно-временной хаотической динамикой. Была осуществлена стабилизация неустойчивого однородного состояния равновесия, присутствующего в системе, с помощью цепи обратной связи. Показано, что существует определенный интервал значений амплитуды сигнала обратной связи, при которой возможно подавление хаотической динамики и стабилизация неустойчивого состояния равновесия системы, и величина этого интервала сильно зависит от длительности задержки в цепи обратной связи. При этом амплитуда сигнала в цепи обратной связи невелика (порядка 1% от амплитуды в режиме без стабилизации). Это означает, что в рассмотренной схеме реализуется управление хаосом (стабилизация неустойчивого состояния системы) за счет обратной связи с малым управляющим сигналом.

В качестве характеристики режима, наблюдаемого в системе, рассматривается величина, аналогичная максимальной ляпуновской экспоненте, введенной для сосредоточенных систем. Предложена методика расчета максимального ляпуновского показателя, основанная на алгоритме для конечномерных систем, изложенном в работе [3]. Исследованы зависимость максимального ляпуновского показателя от параметров обратной связи в системе и показана непосредственная связь изменений этой величины с процессами управления хаосом. Также исследована возможность стабилизации системы с помощью непрерывной обратной связи в случае присутствия флуктуаций в системе. Показано, что управляющий сигнал обратной связи направляет систему к требуемому стабилизируемому состоянию даже при достаточно большом уровне шума, сравнимом с амплитудой сигнала. При этом

значение сигнала в цепи обратной связи линейно растет с увеличением амплитуды шума.

Широко распространенным методом управления хаосом в системах с малым числом степеней свободы часто является также метод стабилизации неустойчивых периодических орбит, присутствующих в хаотическом аттракторе [4]. В нашей работе рассматривается структура неустойчивых периодических пространственно-временных состояний, характерных для хаотической динамики электронного потока в гидродинамической модели диода Пирса [5]. Изучена зависимость характеристик набора неустойчивых периодических пространственно-временных состояний от значения главного управляющего параметра системы – параметра Пирса и их изменение при переходе между принципиально различными хаотическими режимами, существующими в исследуемой системе.

Для получения количественной характеристики орбит разного периода были проведены расчеты максимального ляпуновского показателя, с использованием указанной выше методики. Для стабилизации неустойчивых периодических состояний использовалась схема обратной связи с длительностью задержки, равной периоду стабилизируемой неустойчивой орбиты. Было показано, что эта схема является весьма эффективной для стабилизации орбит с невысоким периодом, и после короткого переходного процесса в системе устанавливается регулярная динамика, соответствующая динамике системы вблизи данного неустойчивого периодического состояния. В работе также обсуждены проблемы стабилизации неустойчивых состояний равновесия высших порядков.

Работа выполнена при поддержке CRDF (грант REC-006) и программы "Университеты России" (УР01.01.051).

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.И. Трубецков, А.А. Храмов “Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков., т.1.” М.: Наука. Физматлит. 2003 г.
2. K. Pyragas // Phys. Lett. A, 1992, V. 170, P. 421.
3. G. Benettin, L. Galgani, J.-M. Strelcyn // Phys. Rev. A, 1976, V. 14, P. 2338.
4. K. Narayanan, R.B. Govindan, M.S. Gopinathan // Phys. Rev. E, 1998, V. 57, № 4, P. 4594.
5. А.Е. Нрамов, А.А. Короновский, I.S. Rempen // Nonlinear Phenomena in Complex Systems, 2003, V. 6, № 2, P. 687.

КОНТРОЛЬ ХАОСА В СИСТЕМЕ ЭНО С ИСПОЛЬЗОВАНИЕ
ПАРАБОЛИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ

Н.В. Саватеева, А.А. Короновский

В последнее время большой интерес вызывает задача управления хаосом. На данный момент известно множество методов, позволяющих исключить хаотическое движение различными способами из динамики системы (см., например [1–3]). Одной из особенностей данной задачи является то, что прежде чем траектория, выходящая из произвольной начальной точки, попадает в окрестность стабилизируемой неустойчивой периодической орбиты (и, соответственно, прежде чем будет включено управление), проходит определенное количество времени. Как показано в статье Отто, Гребоджи, Йорка [1], распределение этого времени подчиняется экспоненциальному закону и является одной из характеристик того или иного метода. В настоящей работе предложено использовать нелинейную модификацию OGY-метода для управления хаосом. В данном случае аппроксимация устойчивого многообразия седловой орбиты проводится не линейно, а с учетом квадратичного члена разложения устойчивого многообразия стабилизируемой седловой орбиты. Целью данной работы является нахождение времени, необходимого для стабилизации неустойчивой периодической орбиты модифицированным OGY-методом и сопоставление полученных результатов с классическим OGY-методом. На примере отображения Эно проведен расчет времени, необходимого для осуществления управления для набора произвольных начальных условий, находящихся на хаотическом аттракторе. Сопоставление результатов, полученных для OGY-метода и метода параболической аппроксимации, показывает, что для малых диапазонов возможного изменения управляющего параметра, время, затрачиваемое в методе OGY в несколько раз больше, чем время при использовании OGY-метода с квадратичной аппроксимацией.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (02-02-16351), программы “Университеты России. Фундаментальные исследования” (УР.01.01.051).

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Ott, C. Grebogi, J.A. Yorke // *Phys. Rev. Let.*, 1990, V. 64, P. 1196.
2. W. Just, T. Bernard, M. Ostheimer, E. Reibold, H. Benner // *Phys. Rev. Let.*, 1997, V. 78, P. 203.
3. J. Starrett // *Phys. Rev. E*, 2003, V. 67, P. 056221.

АЛЬТЕРНАТИВНЫЕ МОДЕЛИ САМООРГАНИЗАЦИИ КОЛОНИИ НЕСОВЕРШЕННЫХ МИЦЕЛИАЛЬНЫХ ГРИБОВ

А.Л. Буляница, Е.О. Цветкова, Л.К. Панина, Е.В. Богомолова

В работе описываются два подхода к построению математических моделей эволюции колонии несовершенных грибов. Способность микромицетов к реализации различных стратегий роста (умирание колонии, равномерный рост (образование сплошного газона), формирование регулярных (=зональных, =волновых) и фрактальных структур) рассматривается как одно из проявлений процессов самоорганизации. Последнее обстоятельство очень существенно: базовые принципы самоорганизации являются общими для объектов самой разнообразной природы, что обуславливает возможность использования относительно хорошо изученного прототипа с "переносом" модели на объект, возможно, совершенно другого происхождения. В большей или меньшей степени оба рассмотренных подхода используют указанный принцип "переноса".

Первый из рассматриваемых подходов к построению модели самоорганизации колонии подробно описан в работе [1]. Модель представляет собой систему дифференциальных уравнений с большим (около 20) числом параметров. Базовыми положениями были: 1) оценка пространственно-временного распределения плотности мицелиальных клеток в зависимости от распределения питательного субстрата (активатора) и интегральных продуктов метаболизма (ингибитора роста), 2) динамика распространения активатора и ингибитора роста описывается схемой Тьюринга (нелинейная реакция-диффузия), что позволяет использовать идеологию самоорганизующихся систем, 3) использование в качестве прототипа хорошо изученных популяционных моделей пространственно-временного распределения в бактериальных системах, 4) "перенос" модели на новый объект потребовал модификации классической модели логистического роста Ферхюльста-Пирла. На основе экспериментальных данных об особенностях распространения мицелия были сформулированы специфические правила потребления субстрата, выработки продуктов метаболизма, остановки роста мицелиальной клеточной формы.

Альтернативный подход базируется на интуитивных представлениях о "логике" развития грибной популяции и визуальной аналогии внутренних структур колонии несовершенных грибов и стримерного разряда, которые могут быть охарактеризованы как самоподобные (фрактальные) объекты. При этом подходе вероятностная модель динамики грозового разряда [2] "перенесена" на процесс развития мицелиальной колонии (системы ветвящихся нитей). При этом каждому из параметров базовой модели найден адекватный аналог, используемый при описании развития колонии несовершенных грибов.

Параметры модели косвенно увязываются с характеристиками активатора и ингибитора роста колонии (концентрации, коэффициенты диффузии и т.д.).

Различия двух моделей, объединённых идеей "переноса" иллюстрируется данными таблицы :

	Подход 1	Подход 2
Прототип	бактериальная система (близкий объект)	Стримерный разряд (иная природа объекта)
Тип модели	популяционная (сплошной среды) детерминированная	дискретная вероятностная
Размерность	Пространственно одномерная [1]	Пространственно одномерная и двумерная
Результат	моделируются основные стратегии развития: фрактальный рост, сплошной газон (равномерный рост), "умирание" колонии и кольцевые (волновые) структуры	

Наибольший интерес среди описанных выше представляют кольцевые и фрактальные структуры, образуемые мицелием. Показано, что в рамках первого подхода моделирования реализации зонального роста можно добиться варьированием параметров скорости выработки метаболитов и временной задержки прекращения роста мицелия по отношению ко времени достижения критической концентрации продуктов метаболизма.

Вторая модель (в отличие от первой, рассматривающей колонию как непрерывный сплошной объект) адекватно отображает внутреннюю структуру объекта и описывает возникновение неравномерного распределения плотности мицелия внутри колонии. Однако результаты численных экспериментов не позволяют однозначно утверждать, что наблюдаемые вариации плотности можно интерпретировать как "кольца", образуемые живым мицелием. Возможно, одной из причин является примитивная схема учёта влияния метаболитов на рост мицелия. Для устранения недостатков обеих моделей можно предложить совместить оба подхода, рассматривая мицелий как дискретный объект, распространение которого носит вероятностный характер, описывая динамику концентрации метаболитов при помощи дифференциальных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Л. Буляница, Е.Ю. Быстрова, Е.В. Богомолова, Л.К. Панина, В.Е. Курочкин // Журнал общей биологии, 2000, Т. 61, № 4. С. 400.
2. Дж. Мик, Дж. Крэгс "Электрический пробой в газах" М., 1960.

ЭВОЛЮЦИЯ КАРТИНЫ СИНХРОНИЗАЦИИ В НЕАВТОНОМНОЙ СИСТЕМЕ ЛОРЕНЦА ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ПАРАМЕТРА

Ю.С. Айдарова, А.П. Кузнецов, Л.В. Тюрюкина

В работе рассматривается одна из популярных моделей нелинейной динамики система Лоренца под внешним периодическим воздействием:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= bz + xy + F(t).\end{aligned}\tag{1}$$

Известно, что в автономной системе, при фиксированных значениях параметров σ и b , при увеличении параметра r возникает ряд бифуркаций, приводящих к появлению странного аттрактора Лоренца [1]: при малых r существуют устойчивые точки, при $r=13,927$ возникает неустойчивое множество, которое при $r=24,06$ становится притягивающим (странный аттрактор Лоренца). Оно сосуществует с устойчивыми точками, пока последние не потеряют устойчивость при $r=24,74$ [1]. Таким образом, исследование картины синхронизации, возникающей при воздействии на систему Лоренца внешним периодическим сигналом, и изменение этой картины при вариации параметра r представляет интерес.

Сначала в качестве внешнего воздействия выбрана функция $F(t) = \varepsilon \cos(\omega t)$, где ε - амплитуда внешней силы, а ω - ее частота. В работе было изучено изменение картины синхронизации, возникающей в системе (1) с внешним гармоническим воздействием при изменении параметра r . Для этого были построены карты динамических режимов на плоскости амплитуда ε - частота ω внешнего. Исследование показало, что при любых значениях параметра r в системе на картах наблюдаются области синхронизации различных периодов. Однако, если при небольших r они возникают «на фоне» цикла периода 1, то при больших r - «на фоне» хаотического режима. Для более детального исследования возникшей картины синхронизации были построены бифуркационные деревья и проекции аттракторов на плоскость (x, y) .

Далее в качестве внешнего воздействия выбирается периодическая последовательность δ -функций. В этом случае исследуется не только трансформация картина синхронизации, возникающей в системе (1) с импульсным воздействием, при изменении параметра r , но и изменение картины при переходе от гармонического воздействия к периодической последовательности δ -функций.

Работа поддержана грантом РФФИ № 03-02-16074.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.П. Кузнецов. «Динамический хаос» М.: Физматлит, 2001.

СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА ГЕНЕРАТОРА С КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЙ
ВОЛЬТ-АМПЕРНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ ПОД ВНЕШНИМ
ПЕРИОДИЧЕСКИМ МНОГОЧАСТОТНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

А.А. Прохоров, Е.С. Мчедлова

Работа посвящена изучению синхронизации и сложной динамики в модели генератора Чуа [1] под внешним периодическим негармоническим воздействием. Исследуется структура областей динамических режимов в пространстве управляющих параметров, характеризующих внешнее воздействие.

Динамика генератора Чуа описывается системой трех обыкновенных дифференциальных уравнений, которые в безразмерном виде выглядят следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha(y - x - g(x)), \quad \frac{dy}{dt} = x - y + z, \quad \frac{dz}{dt} = -\beta y + F(t),$$

где $F(t)$ – внешнее воздействие, $g(\cdot)$ определяет пятисегментную кусочно-линейную вольт-амперную характеристику нелинейного элемента.

Рассматривается случай синхронизации генератора, находящегося в периодическом режиме, внешним периодическим негармоническим воздействием. В качестве такого сигнала был выбран искаженный гармонический сигнал, у которого участки с отрицательной производной имеют более короткую длительность по сравнению с участками с положительной производной. Отношение длительности искаженного участка с положительным наклоном к длительности исходного примем за параметр нелинейности внешнего воздействия k . При $k=1.0$ такой сигнал совпадает с гармоническим, а при $k=2.0$ превращается в сигнал, в котором гармонический сигнал имеет скачок фазы с $\pi/2$ до $3\pi/2$. Физический смысл имеют значения параметра $0 \leq k \leq 2$. Обнаружено, что при увеличении значения k в системе, которая изначально обладает выраженной мультистабильностью [2], возникает смещение границ бифуркаций динамических режимов, реализующихся вокруг симметричных неподвижных точек в фазовом пространстве. Полученные результаты позволяют предположить, что подобные эффекты возникают и для сигналов другой формы, которые нарушают симметрию структуры фазового пространства рассматриваемой мультистабильной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Proceedings of the IEEE, 1987, V. 75, No 8.
2. А.А. Прохоров, Е.С. Мчедлова // Известия РАН: Серия Физическая. 2003, Т. 67, № 12, С. 1693.

ИССЛЕДОВАНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ ПОДАВЛЕНИЯ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ АКТИВНОСТИ В ЦЕПОЧКЕ ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ С НЕЙРОНОПОДОБНОЙ ДИНАМИКОЙ

Л.А. Сконженко, Л.В. Красичков

В последние десятилетия достигнут значительный прогресс в исследовании поведения биофизических и нейрофизиологических систем на основе методов нелинейной динамики [1,2]. В настоящее время предпринимаются попытки применения результатов, полученных для систем биофизической природы при построении систем обработки и передачи информации [1,3].

Динамика уединенного биологического нейрона характеризуется участками быстрого и медленного изменения переменной состояния. Как правило, на временной реализации биологического нейрона можно выделить три характерных области: покой, берст и спайки [1-3]. В качестве примера модельного нейрона может быть рассмотрена система Розе-Хиндмарш (см., например, [1]), которая описывает берстовое и спайковое поведение уединенного нейрона, а также позволяет эффективно исследовать поведение ансамблей нейронов. Следует отметить, что для модифицированной модели Розе-Хиндмарш создана радиотехническая модель, и показано, что такая система может успешно заменять биологический нейрон омара [2].

В данной работе исследованы особенности распространения импульсов в линии передачи, составленной из модельных нейронов, для случая однонаправленной связи между элементами. Подобное исследование представляет интерес не только с биологической точки зрения (задача о численном моделировании распространения электрических сигналов по нервным волокнам биологических организмов). Исследуемая цепочка элементов может быть интерпретирована как радиофизическая линия передачи с дискретными элементами, динамика которых на качественном уровне совпадает с динамикой биологического нейрона.

Модельный нейрон Розе–Хиндмарш описывается уравнениями:

$$\dot{x} = y + ax^2 - bx^3 - z + I; \dot{y} = c - dx^2 - y; \dot{z} = r(s(x - x^0) - z); \quad (1)$$

где x – переменная, характеризующая мембранный потенциал, y , z – переменные, характеризующие "быстрые" и "медленные" токи соответственно, a, b, c, d, r, s, x^0, I – параметры. В качестве управляющего параметра был выбран параметр I .

В работе показано, что система Розе-Хиндмарш (1) в определенном интервале значений управляющего параметра I демонстрирует бистабильное поведение (в работе использовано значение параметра $I=1.269$). При этом в фазовом пространстве сосуществуют два аттрактора: неподвижная устойчивая точка и предельный цикл. Предельный цикл соответствует периодической активности с определенным числом спайков на берсте. Устойчивая точка

соответствует состоянию, в котором нейрон не генерирует спайков на берсте. Построены бассейны притяжения аттракторов для различных значений управляющего параметра I . При воздействии прямоугольным импульсом заданной амплитуды и длительности на уединенный элемент Розе-Хиндмарш возможен переход между этими двумя аттракторами. Основную роль при переключении активности играет момент внесения внешнего воздействия. Проведены детальные исследования особенностей такого переключения на плоскости "амплитуда импульса – момент внесения импульса". Вышеизложенные результаты обобщены для цепочки модельных элементов (1). Уравнения, описывающие цепочку модельных нейронов Розе-Хиндмарш с однонаправленной связью, имеют вид:

$$\begin{cases} \frac{dx_i}{dt} = y_i + ax_i^2 - bx_i^3 - z_i + I + e(x_{i-1} - x_i), \\ \frac{dy_i}{dt} = c - dx_i^2 - y_i, \\ \frac{dz_i}{dt} = r[s(x_i - x^0) - z_i], \end{cases} \quad (2)$$

где e - параметр связи.

Показано, что, как для уединенного элемента, так и для цепочки (2), динамика может изменяться при воздействии одиночного прямоугольного импульса [3]. В работе исследованы основные режимы колебаний в модельной цепочке в зависимости от величины параметра связи. Показано, что в зависимости от установившегося режима колебаний в модельной цепочке возможны следующие типы распространения сигнала: 1) прямоугольный импульс вызывает затухание колебаний в цепочке; 2) прямоугольный импульс меняет режим колебаний всей цепочки (данное явление основано на бистабильности элементов цепочки); 3) прямоугольный импульс меняет на некоторый интервал времени динамику первого элемента, что практически не влияет на динамику остальных элементов цепочки.

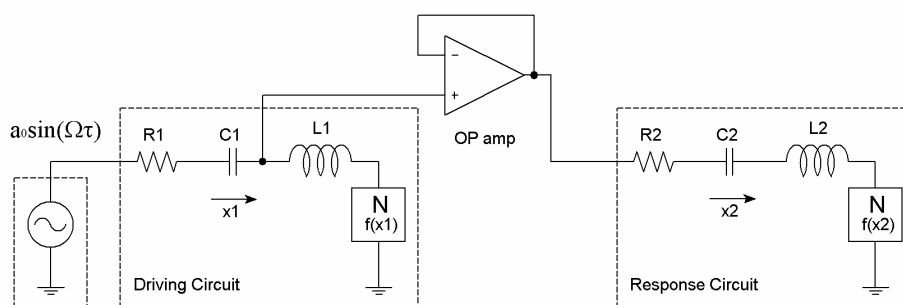
ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Д.И. Абарбанель, М.И. Рабинович, А. Селверстоун, М.В. Баженов, Р. Хуэрта, М.М. Сущик, Л.Л. Рубчинский // УФН, 1996, Т. 166, № 4, С. 363.
2. A. Szucs, P. Varona, A.R. Volkovskii, H. Abarbanel, M.I. Rabinovich, A.I. Selverston // NeuroReport, 2000, V. 11, № 3, P. 1.
3. Л.А. Сконженко, Л.В. Красичков // Известия академии наук. Сер. физ., 2003, Т. 67, № 12, С. 1697.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПРОСТРАНСТВА УПРАВЛЯЮЩИХ
ПАРАМЕТРОВ НЕАВТОНОМНОЙ СИСТЕМЫ
ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ АВТОГЕНЕРАТОРОВ

В.В. Гуреев, Е.С. Мчедлова

Явления синхронизации и динамического хаоса в связанных системах продолжают оставаться актуальными для современного естествознания [1,2]. Настоящая работа посвящена изучению динамики связанных автоколебательных систем под внешним гармоническим воздействием. Каждая из систем была представлена моделью генератора Ван дер Поля с кусочно-линейной аппроксимацией вольт-амперной характеристики (ВАХ) нелинейного элемента, а связь полагалась однонаправленной. Предложенная система связанных генераторов исследовалась в численном и натурном радиофизическом экспериментах. Радиофизическая реализация данной системы связанных генераторов может быть представлена схемой, изображенной на рисунке.



В результате проведенных исследований были построены карты динамических режимов на плоскости управляющих параметров "амплитуда – частота внешнего воздействия" для каждого из генераторов. Выявлен характер зависимости границ областей различных динамических режимов на плоскости управляющих параметров от параметров, характеризующих отдельную парциальную систему – наклона рабочего участка ВАХ, параметров нелинейности и диссипации. Обнаружен эффект наследования границ основных областей синхронизации и линий бифуркаций удвоения периода ведомым генератором в случае значительной расстройки наклонов рабочих участков ВАХ нелинейных элементов отдельных генераторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс. "Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление" М.: Техносфера, 2003.
2. В.С. Анищенко, В.В. Астахов, Т.Е. Вадивасова, А.Б. Нейман, Г.И. Стрелкова, Л. Шиманский-Гайер. "Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах" Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003.

СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕУСТОЙЧИВОГО ПРЕДЕЛЬНОГО ЦИКЛА КОРОТКИМИ ИМПУЛЬСАМИ

А.П. Кузнецов, Л.В. Тюрюкина, И.В. Цуканова

В нелинейной динамике известен широкий круг явлений, связанный с так называемой проблемой управления хаосом [1, 2]. В рамках этих представлений изучаются ситуации воздействия на систему, которые могут стабилизировать неустойчивость. (Например, если в дискретной системе имеется неустойчивый цикл, то, воздействуя на него сигналом, определяемым элементами цикла, можно добиться его стабилизации.) Возникает интересный вопрос: нельзя ли, используя импульсное воздействие, вызвать стабилизацию в системе с неустойчивым режимом и инициировать устойчивые синхронные и квазипериодические режимы? Целью данной работы было показать, что такая схема управления возможна.

В данной работе в контексте указанной задачи рассматривается одна из популярных моделей нелинейной динамики – система типа уравнения Ван-дер-Поля-Дуффинга но с неустойчивым предельным циклом, которая возбуждается периодической последовательностью δ -импульсов [3]:

$$\ddot{x} + (\lambda - x^2)\dot{x} + x + \beta x^3 = B \sum \delta(t - nT), \quad (1)$$

где x - динамическая переменная, λ - управляющий параметр, β - параметр фазовой нелинейности, T – период следования внешних импульсов, B – их амплитуда.

В автономной системе при $\lambda=0$ имеет место обратная бифуркация Андронова – Хопфа, когда неустойчивый фокус становится устойчивым и от него отделяется неустойчивый предельный цикл.

В работе детально исследуется возникающая в системе (1) под действием внешних импульсов картина синхронизации. Для этого построены карты динамических режимов – плоскости параметров период T – амплитуда B внешних импульсов, на которых разными цветами отмечены области существования различных периодических, квазипериодических, хаотических режимов и области убегания траектории на бесконечность. Карты построены для разных значений параметра фазовой нелинейности, при этом управляющий параметр λ для всех иллюстраций равен 1,2. Проведенное исследование показало, что в отсутствие фазовой нелинейности (параметр $\beta=0$) на карте наблюдаются лишь область существования режима периода 1 и область убегания траектории на бесконечность. Первой области отвечают небольшие значения амплитуды внешнего воздействия, а второй – большие. Физический смысл этого понятен. Если начальное значение динамической переменной и скорости ее изменения таково, что изображающая точка лежит внутри неустойчивого цикла автономной системы, то она приближается к устойчивому

фокусу. Далее импульс выбрасывает ее из фокуса и если амплитуда импульса такова, что изображающая точка остается внутри неустойчивого цикла (это возможно лишь при малых амплитудах внешнего воздействия), то она опять вернется в фокус и в системе реализуется цикл периода 1. Если же начальное значение динамической переменной и скорости ее изменения таково, что изображающая точка лежит вне неустойчивого цикла автономной системы или амплитуда внешних импульсов такова, что толчки «выбрасывают» точку за границы неустойчивого цикла, то изображающая точка уходит на бесконечность.

Однако при достаточно больших значениях параметра фазовой нелинейности (например, $\beta=1$) на карте динамических режимов рассматриваемой системы, на границе областей режима периода 1 и убегания траектории на бесконечность, возникает узкая полоса устойчивых периодических и квазипериодических режимов. Эта область карты динамических режимов системы (1) показана на рисунке 1. На нем хорошо

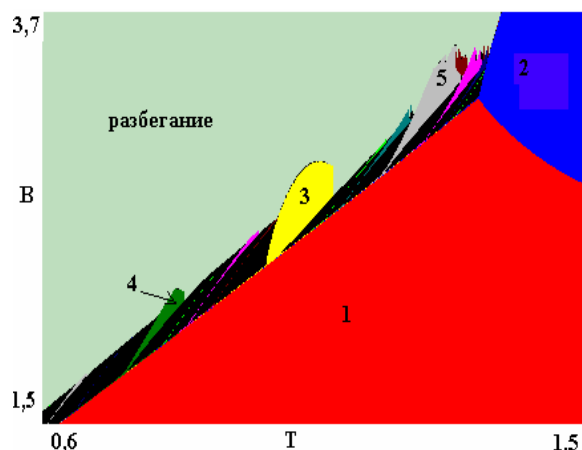


Рис.1 Карта динамических режимов системы (1) на плоскости параметров $B - T$. Цифрами обозначен период возникающего режима.

видно, что внутри узкой полосы квазипериодического режима наблюдаются языки синхронизации периода 2, 3, 4, 5, и т.д. Для всех этих режимов построены портреты аттракторов и их бассейны на фазовой плоскости. Видно, что траектория движется в окрестности неустойчивого предельного цикла автономной системы, и когда она уходит от него импульсы, возвращают ее в эту окрестность. При этом существенную роль играет фазовая нелинейность. Именно она вместе с импульсным воздействием стабилизирует

неустойчивость. Так же в работе даны иллюстрации позволяющие объяснить механизм этого эффекта.

Работа поддержана грантом РФФИ № 03-02-16074.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.П. Кузнецов “Динамический хаос” М.: Физматлит, 2001, 296с.
2. А.П. Кузнецов, С.П. Кузнецов, Н.М. Рыскин “Нелинейные колебания” М.:Физматлит, 2002, 292с.
3. А.П. Кузнецов, Л.В. Тюрюкина // Письма в ЖТФ, 2003, Т. 29, Вып. 8, С. 52.

ДИНАМИКА АНСАМБЛЯ ЦИКЛОТРОННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ВО ВНЕШНЕМ ЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

В.Н. Корниенко, В.А. Черепенин

Известно, что под воздействием собственного поля излучения в ансамбле нелинейных классических осцилляторов возникает группировками его поле излучения становится когерентным (эффект сверхизлучения) [1]. В качестве классической активной среды часто рассматривают поливинтовые электронные пучки, транспортируемые в магнитном поле, в которых начальный разброс поперечных скоростей электронов может носить случайный характер. Как показано в работе [2], этот факт существенно влияет на характеристики формируемого импульса сверхизлучения. Кроме того, было показано [3], что поведение ансамбля циклотронных осцилляторов при наличии проводящих границ зависит от их геометрической формы. Последнее позволило предположить, что на характер группировки существенное влияние оказывает слабое электростатическое поле, напряженность которого не приводит к заметному изменению положения центра циклотронного вращения (за счет дрейфа в скрещенных полях) за время формирования импульса сверхизлучения ансамбля. В представляемой работе методами вычислительного эксперимента проведена проверка сделанного предположения.

Численными методами было проведено решение самосогласованной задачи динамики ансамбля циклотронных осцилляторов и возбуждаемого им электромагнитного поля в двумерной области прямоугольной формы. Значения компонент поля определялись из решения уравнений Максвелла в пространственно-временном представлении с использованием метода конечных разностей. Граничные условия для электромагнитного поля соответствовали условию излучения плоской волны. Для уменьшения влияния на процесс группировки частиц кулоновской неустойчивости предполагалось, что в начальный момент времени в рассматриваемой системе существует только ведущее магнитное поле (случай компенсации пространственного заряда электронного пучка неподвижным ионным фоном). Ансамбль осцилляторов представлял собой набор заряженных частиц, вращающихся в заданном ведущем магнитном поле. Значение внешнего электростатического поля учитывалось только при интегрировании уравнений движения макрочастиц, которое проводилось модифицированным методом "с перешагиванием". Для нахождения значений плотности тока в узлах пространственной сетки в каждый момент времени был использован метод "облако в ячейке", форма и размер макрочастицы совпадали с элементарной ячейкой сетки. Исследование характера группировки пучка проводилось при помощи Фурье-преобразования распределения частиц по фазе циклотронного вращения.

На рис.1. показаны две группы зависимостей амплитуды первой Фурье-гармоники от времени, полученных при следующих параметрах: величина ведущего магнитного поля - 15 кГс, начальная поперечная скорость электронов

- $1/2$ скорости света, размер рассматриваемой области - 2×2 см. В первую группу входят зависимости для случая отсутствия внешнего электрического поля. Отличие в положении и величине первого максимума связано со

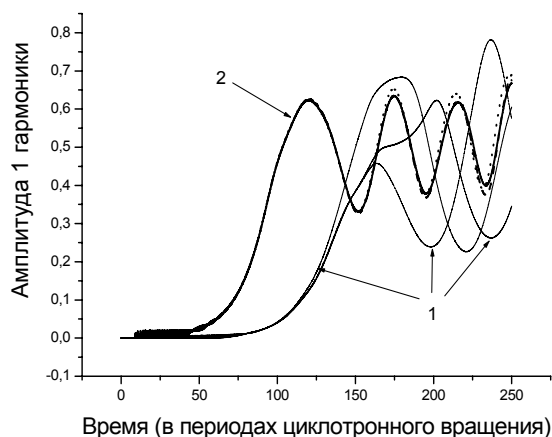


Рис.1.

случайными флуктуациями начальной плотности распределения частиц по фазе вращения. Три кривых второй группы показывают поведение первой Фурье-гармоники при наличии внешнего однородного электростатического поля с напряженностью 2 Гс. Как видно из рисунка, эти кривые с достаточной степенью точности совпадают. Кроме того, первый максимум зависимости достигается за гораздо более короткое время, чем для первого случая. Аналогичные результаты получаются при изменении напряженности внешнего поля в пределах от 1-го до 3-х Гс.

Сокращение времени формирования импульса сверхизлучения при движении ансамбля циклотронных осцилляторов в слабом внешнем электрическом поле связано, по видимому, с появлением дополнительной модуляции плотности распределения частиц по фазе вращения. Хорошее совпадение же кривых второй группы свидетельствует, скорее всего, о том, что дополнительная модуляция имеет детерминированный характер. Таким образом, применение слабых постоянных электрических полей может существенно снизить зависимость формы импульсов сверхизлучения от начальной неоднородности плотности поливинтовых электронных пучков.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Канавец, А.Ю. Стабинис // Вестник Московского университета, 1973, № 2, С. 186.
2. В.Н. Корниенко, В.А. Черепенин // Труды IX Всероссийской школы-семинара "Физика и применение микроволн", Звенигород, Московская обл., 2003, Ч. 1, С. 13.
3. В.Н. Корниенко, А.А. Лютиков // Труды IX Всероссийской школы-семинара "Физика и применение микроволн", Звенигород, Московская обл., 2003, Ч. 1, С.8.

ИЗУЧЕНИЕ РАЗРУШЕНИЯ ПОЛНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМАХ С ДИСКРЕТНЫМ И ПОТОКОВЫМ ВРЕМЕНЕМ

А.Е. Храмова

Синхронизация автоколебаний — одно из фундаментальных явлений в естествознании. Синхронизация регулярных (периодических и квазипериодических) колебаний достаточно хорошо изучена. В настоящее время классические представления о синхронизации автоколебаний обобщены и на хаотический случай. Различают несколько видов хаотической синхронизации: полная синхронизация, lag-синхронизация, фазовая синхронизация, обобщенная синхронизация [1]. При этом о синхронизации хаоса говорят, как о захвате частот или фаз взаимодействующих хаотических осцилляторов. Для систем с дискретным временем (отображений), находящихся в хаотическом режиме, также существует достаточно полная картина возникновения (разрушения) синхронизации. Принято выделять полную, частичную или слабую синхронизацию. Для слабой синхронизации можно отметить такие основные явления, как ридлинг и баблинг, появление которых вызвано бифуркацией прорыва и связанных с ней изменениях бассейна притяжения синхронного аттрактора [2]. Разрушение полной синхронизации в системах с дискретным временем принято толковать с позиций анализа бифуркаций седловых циклов, встроенных в синхронный аттрактор.

Целью настоящей работы является попытка показать определенную связь между различными видами хаотической синхронизации в системах с дискретным и непрерывным временем. Таким образом, кажется интересным применить к отображениям методы частотно-фазового анализа, применяемые к потоковым системам. Результаты исследования дают возможность сопоставить различные классы синхронизации в системах с дискретным и непрерывным временем, и провести между ними четкую аналогию.

Работа выполнена при финансовой поддержке Фонда некоммерческих программ «Династия» и Международного центра фундаментальной физики (г. Москва), НОЦ «Нелинейная динамика и биофизика» при Саратовском госуниверситете (project REC – 006 (CRDF)).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс “Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление” М.: Техносфера, 2003.
2. В.С. Анищенко и др. “Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах” Москва–Ижевск: Институт Компьютерных Исследований, 2003.

ДИСКРЕТНАЯ СТОХАСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЫ

В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев

Спонтанное формирование упорядоченных структур в неравновесных ансамблях взаимодействующих объектов имеет место в большом классе природных явлений и интенсивно исследуется специалистами в различных областях науки. Сложность реальных явлений самоорганизации, встречающихся в природе, делает необходимым использовать при их теоретическом анализе упрощенные модели. В настоящей работе рассмотрены кооперативные эффекты в ансамбле систем, свободное движение которых описывается вероятностным управляющим уравнением и является стохастическим процессом. Рассматривая модель, представляющая модификацию известной схемы случайных блужданий, была введена в работе [1] для описания динамики потока пространственного заряда с виртуальным катодом.

Осциллирующее движение в рассматриваемой модели совершает центр масс потока частиц, которые инжектируются в пролетный промежуток. Вероятностный механизм динамики парциальных подсистем ансамбля, называемых далее осцилляторами, основан на случайном выборе направления движения частиц при прохождении ими через положение центра масс потока. В данной работе параметры модели выбраны так, что реализации свободного движения осцилляторов представляют собой антиперсистентные случайные блуждания. Глобальная связь между ними, понимается как взаимодействие каждого осциллятора с каждым. Эта связь достигается введением в систему линейного звена (резонатора). Резонатор возбуждается каждым осциллятором и действует на все парциальные подсистемы ансамбля. В общем виде реакция резонатора на внешний сигнал, представляется сверткой сигнала и импульсной характеристики резонатора. Для импульсной характеристики δ -образной формы уравнения движения ансамбля и каждой его парциальной подсистемы (осциллятора) могут быть записаны в общей форме

$$T[x_k] = \lambda \sum_{n=1}^N x_n / N \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1)$$

где $T[x_k]$ – является оператором свободного движения k -ого элемента системы, λ - параметр, определяющий степень глобальной связи элементов. Уравнения такого вида использовались в работе [2] при описании самовозбуждения классической активной среды, образованной электронами, совершающими нелинейные колебания в статических управляющих полях, и являются стандартным видом уравнений, описывающих синхронизацию в системах различной природы.

При численных расчетах кооперативные эффекты исследовались для систем двух видов. В первом случае модельные уравнения решались для ансамбля с общим числом $M=179$ осцилляторов. Во втором, называемом далее режимом одиночного осциллятора, рассматривалась система с одним осциллятором $M=1$.

Полученные результаты показывают, что для значений параметра связи, превосходящих критическое значение, происходит интенсивный рост колебаний резонатора связанный с формированием в системе когерентной структуры. Характеристики когерентной структуры в ансамбле и отдельном осцилляторе подобны. В режиме когерентных колебаний происходит полная синхронизация ансамбля. Существенные различия колебаний ансамбля и одиночного осциллятора наблюдаются в области малых значений параметра связи. Переменные одиночного осциллятора демонстрируют в этой области хаотические биения, амплитуды которых плавно растут с ростом λ . В реализациях координаты резонатора для ансамбля осцилляторов формируется острый пик, за ним следует область флуктуаций, время корреляции которых возрастает с ростом параметра связи. Формирование подобного пика излучения в решениях уравнений ансамбля нелинейных осцилляторов, взаимодействующих через поле собственного излучения, было получено в работе [2] при анализе когерентных эффектов при спонтанном излучении классической активной среды. Пики в реализациях координаты резонатора для ансамбля осцилляторов в рассматриваемой модели можно интерпретировать как аналог коллективного спонтанного излучения (классического сверхизлучения Дике)

Проведенные расчеты показали, что рассмотренная в работе модель в целом адекватно описывает явления сопровождающие формирование когерентных структур в неравновесных системах. В публикациях, посвященных анализу работы виркатора с использованием традиционных для СВЧ электроники представлений об излучении зарядов, которые совершают детерминированное колебательное движение в статических полях, присущая динамике виртуального катода, сложность (сочетание порядка и хаоса) выходила за рамки модели. Исследованная в настоящей работе вероятностная модель классической активной среды показывает возможность формирования когерентных структур, естественным образом сочетающих хаотическое и регулярное поведение. Показана возможность спонтанного формирования коротких импульсов упорядоченного коллективного движения составляющих системы, которые можно интерпретировать как аналог классического сверхизлучения Дике.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев // РЭ, 2002, Т. 47, № 8. С. 1008.
2. В.И. Канавец, А.Ю. Стабинис // Вестник МГУ, 1973, № 2, С. 186.

ФРАКТАЛЬНАЯ АНОМАЛЬНАЯ ДИФФУЗИЯ И ОПЕРАТОРЫ ДРОБНОГО
ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

А.А. Потапов, Е.Н. Матвеев

В докладе на основе работ [1-3] изложены принципы применения аппарата дробного интегродифференцирования к описанию процессов переноса в сложных физических системах, управляемых аномальной диффузией и не экспоненциальными законами затухания. При этом удастся последовательно учесть природу нелинейных явлений. Рассматриваемые дробные дифференциальные уравнения выводятся асимптотически из базовой модели случайного блуждания.

Итак, рассмотрим аномальную динамику в сложных нелинейных системах. *Примеры таких систем:* жидкие кристаллы, полимеры, протеины, биополимеры, ядерный реактор, биологические организмы, экосистемы, макроэкономическая динамика и т.д. Они характеризуются рядом параметров, к числу которых относятся и непредсказуемое или аномальное развитие самого процесса с течением времени. Повышение точности измерений в последнее время позволило определить, что затухание в таких системах отклоняется от классического экспоненциального закона Дебая:

$$\Phi(t) = \Phi_0 \exp(-t/\tau), \quad (1)$$

и часто может быть выражено в терминах Кохларауса-Уиллиамса-Уатта в виде [1]:

$$\Phi(t) = \Phi_0 \exp\left(-\left(\frac{t}{\tau}\right)^\alpha\right) \quad (2)$$

для $0 < \alpha < 1$, или с помощью степенного закона

$$\Phi(t) = \Phi_0 \exp\left(1 + \frac{t}{\tau}\right)^{-n} \text{ с } n > 0. \quad (3)$$

В настоящее время нашло широкое подтверждение концепция о том, что диффузионные процессы в различных сложных системах обычно не следуют гауссовой статистике и, таким образом, второй закон Фика для описания поведения процесса переноса не выполняется [1-3]. Особенно хорошо это можно наблюдать на примере отклонения среднего квадрата перемещения от линейной зависимости по времени (броуновское движение):

$$\langle x^2(t) \rangle \sim K_1 t. \quad (4)$$

Вместо этого мы получаем аномальную диффузию для большого разнообразия систем:

$$\langle x^2(t) \rangle \sim K_\alpha t^\alpha. \quad (5)$$

В (5) размерность $[K_\alpha]=\text{см}^2\cdot\text{с}^{-\alpha}$. В зависимости от величины показателя параметра аномальной диффузии α , различают следующие аномальные области процесса переноса:

- $0 < \alpha < 1$ - субдиффузия;
- $\alpha > 1$ - супердиффузия;
- $\alpha = 2$ - баллистическое движение.

Нормальная броуновская диффузия при $\alpha=1$ расположена как раз между процессами субдиффузии и супердиффузии.

На сегодняшний день список сложных открытых систем, имеющих аномальное динамическое поведение, очень интенсивно расширяется, и уже сейчас включает следующие процессы, а именно: перенос носителей заряда в аморфных полупроводниках, ядерный магнитный резонанс, перколяция в просачивающихся и пористых системах, явления переноса во фрактальной геометрии. Супердиффузия или статистика Леви наблюдается в особых областях вихревых потоков, в групповом скольжении по поверхности твёрдого тела, в слоистых скоростных полях, в квантовой оптике, мономолекулярной спектроскопии и во многих других системах.

Как известно, классическое диффузионное уравнение записывается в виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = K_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, t), \quad (6)$$

в то время как во фрактальных средах в указанных выше системах для описания процессов диффузии в общем случае нужно использовать диффузионное уравнение в виде:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = {}_0D_t^{1-\alpha} K_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, t).$$

Оператор дробного дифференцирования Римана - Лиувилля при $0 < \alpha < 1$ ${}_0D_t^{1-\alpha} = (\partial/\partial t) {}_0D_t^{-\alpha}$ определяется следующим выражением.

${}_0D_t^{1-\alpha} W(x, t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^t \frac{W(x, t')}{(t-t')^{1-\alpha}} dt'$. Этот оператор обладает тем замечательным

свойством, что ${}_0D_t^{1-\alpha} t^p = \frac{\Gamma(1+p)}{\Gamma(p+\alpha)} t^{p+\alpha-1}$, где $\Gamma(\dots)$ – гамма - функция.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Metzler, J. Klafter // Physics Reports, 2000, V. 339, № 1, P. 1.
2. А.А. Потапов "Фракталы в радиофизике и радиолокации". - М.: Логос, 2002.- 664 с.
3. А.А. Потапов // Нелинейный мир, 2003, Т. 1, № 1 - 2, С. 69.

ДИФФУЗИОННЫЕ УРАВНЕНИЯ ДРОБНЫХ ПОРЯДКОВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ ВО ФРАКТАЛЬНЫХ СРЕДАХ

А.А. Потапов, Е.Н. Матвеев

Аномальная диффузия моделируется при наличии и отсутствии внешних силовых полей и полей скоростей различными способами [1 - 3], а именно: 1) дробным или обобщенным броуновским движением, введенным Б. Мандельбротом в 1968 году, 2) обобщенным диффузионным уравнением, 3) моделью непрерывного временного случайного блуждания, 4) уравнением Ланжевена, 5) обобщенным уравнением Ланжевена, 6) обобщенным автомодельным уравнением, 7) обобщенной термостатикой. Для точного воспроизведения памяти системы, подходят только два приближения – третье и пятое.

Первые попытки обобщить стандартное диффузионное уравнение для описания диффузионного процесса во фрактальной геометрии размерности D предприняли О’Шаугнесси и Прокаччио. При этом коэффициент диффузии полагался зависящим от радиуса:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = R^{1-D} \frac{\partial}{\partial R} R^{D-1} K(R) \frac{\partial}{\partial R} W(R, t), \quad (1)$$

где $K(R) = KR^{-\theta}$ - коэффициент диффузии, $\theta = D - 2 + \gamma$, γ - показатель степенного закона фрактального процесса, зависящий от радиуса. Было выведено обобщенное диффузионное уравнение для функции распределения $W(R, t)$. Дальнейшее изучение (1) показало, что асимптотический вид функции распределения для фрактальных сред (например, салфетка Серпинского), имеет вид:

$$W(R, t) \sim A(\alpha, \beta) \xi^\beta \exp(-c\xi^u), \quad (2)$$

где $\xi = R/t^{\alpha/2}$, $u = 1/(1 - \alpha/2)$, $\alpha = 2/(2 + \theta)$, β - величина, не зависящая от статистического характера рассматриваемой системы. Выражение (2) часто называют “растянутым” гауссовым распределением. Для однородных изотропных систем известно, что модель случайного блуждания дает асимптотическое поведение функции распределения:

$$W(r, t) \sim b_0 t^{-\gamma d/2} \xi^\beta \exp(-b_1 \xi^v), \quad (3)$$

где $\xi = d^{1/2} r/t^{\alpha/2}$, $v = 1/(1 - \alpha/2)$, $\beta = -d(1 - \alpha)/(2 - \alpha)$, b_0, b_1 - константы, зависящие от величины α и топологической размерности d .

Стандартное броуновское блуждание схематично можно отобразить в виде скачков через каждый интервал времени Δt наблюдаемой частицы в двумерной решетке с дискретным шагом Δx . Его можно описать с помощью модели уравнения:

$$W_j(t + \Delta t) = \frac{1}{2} W_{j-1}(t) + \frac{1}{2} W_{j+1}(t). \quad (4)$$

При $\Delta t \rightarrow 0$ и $\Delta x \rightarrow 0$ получаем разложение в ряд Тейлора:

$$W_j(t + \Delta t) = W_j(t) + \Delta t \frac{\partial W_j}{\partial t} + O([\Delta t]^2) \quad (5)$$

и

$$W_{j\pm 1}(t) = W(x, t) \pm \Delta x \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{(\Delta x)^2}{2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + O([\Delta x]^3). \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует классическое диффузионное уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial t} = K_1 \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, t). \quad (7)$$

Модель непрерывного случайного временного блуждания, в свою очередь, основана на идее, что длина данного скачка $\lambda(x)$, так же как и время ожидания между скачками $w(t)$, зависит от функции плотности вероятности $\psi(x, t)$ следующим образом:

$$\lambda(x) = \int_0^\infty dt \psi(x, t), \quad w(t) = \int_{-\infty}^\infty dx \psi(x, t). \quad (8)$$

Различные типы случайных непрерывных временных блужданий могут быть подразделены на разные классы с помощью характеристического времени ожидания $T = \int_0^\infty w(t)t dt$ и отклонением длины прыжка $\Sigma^2 = \int_{-\infty}^\infty \lambda(x)x^2 dx$.

Рассмотрим фрактальное случайное временное блуждание, когда характеристическое время ожидания T расходится, а отклонение длины прыжка все еще остается конечным. В этом случае $w(t)$ асимптотически ведет себя следующим образом: $w(t) \sim A_\alpha (\tau/t)^{1+\alpha}$ для $0 < \alpha < 1$. Тогда в пространстве Фурье – Лапласа для функции плотности вероятности $W(x, t)$ верно фрактальное диффузионное уравнение:

$$\frac{\partial W}{\partial t} = {}_0D_t^{1-\alpha} K_\alpha \frac{\partial^2}{\partial x^2} W(x, t) \quad (9)$$

В (9) был введен оператор дробного дифференцирования Римана – Лиувилля ${}_0D_t^{1-\alpha} = (\partial/\partial t) {}_0D_t^{-\alpha}$, определенный для $0 < \alpha < 1$. Тогда вычисленный средний квадрат перемещения принимает вид: $\langle x^2(t) \rangle = \frac{2K_\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} t^\alpha$. Изложенный в

докладе материал служит основой для исследования радиофизических процессов в открытых сложных диссипативных динамических радиолокационных системах и фрактальных средах.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Metzler, J. Klafter // Physics Reports, 2000, V. 339, № 1, P. 1.
2. “Applications of Fractional Calculus in Physics” // Ed. by R. Hilfer. - Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, 2000. - 463 p.
3. В.В. Учайкин // УФН, 2003, Т. 173, № 8, С. 847.