

## АКУСТИКА НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

### **Влияние 3D печати на упругие свойства полимера PLA**

*А.Б. Володарский, А.И. Кокшайский, Н.И. Одина, А.И. Коробов, Н.В. Ширгина,  
Е.С. Михалев* ..... 3

### **Аналитическое решение для дифрагирующего на отверстии интенсивного гауссовского пучка в рамках модели модульной нелинейности**

*В.А. Гусев, Д.А. Жарков* ..... 7

### **Применение метода главных компонент в задаче шумовой интерферометрии при анизотропном положении источников поля**

*К.В. Дмитриев* ..... 11

### **Тестирование методов решения обратной задачи поверхностных волн на численной модели неоднородной среды**

*Д.Л. Загорский, Д.А. Преснов, Р.А. Жостков* ..... 15

### **Оценка сердечно-сосудистой системы эмбрионов *Danio rerio* с помощью высокочастотного ультразвукового сканера**

*Л.А. Зыкова, А.Б. Бурлаков, С.А. Титов, А.Н. Богаченков* ..... 19

### **Моделирование ударно-волновых полей с использованием графических ускорителей на основе нелинейного уравнения Вестервельта**

*Е.О. Коннова, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова* ..... 21

### **Акустические волны в спиральном клине**

*А.И. Коробов, М.Ю. Изосимова, А.А. Агафонов, А.И. Кокшайский* ..... 25

### **Метод прецизионного измерения акустической радиационной силы, действующей на сферический рассеиватель при его облучении фокусированным ультразвуковым пучком**

*Л.М. Котельникова, С.А. Цысарь, Д.А. Николаев, О.А. Сапожников* ..... 27

### **Мультимасштабный энтропийный анализ данных акустического обследования фундаментных плит**

*И.Н. Лозовский, А.А. Чуркин* ..... 31

<b>Использование акустической голографии для анализа колебаний элементов ультразвуковых антенных решёток</b>	
<i>Д.А. Николаев, А.З. Калоев, С.А. Цысарь, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников .....</i>	<i>34</i>
<b>Формирование и применение голограммы широкополосного источника звука в океанических волноводах</b>	
<i>С.А. Пересёлков, В.М. Кузькин .....</i>	<i>38</i>
<b>Особенности ультразвуковой визуализации слоистых объектов</b>	
<i>Ю.С. Петронюк, С.А. Титов, А.Н. Богаченков, В.М. Левин .....</i>	<i>42</i>
<b>Лазерный оптико-акустический метод оценки локальной микротрещиноватости образцов минералов</b>	
<i>Н.Б. Подымова, Ю.Г. Соколовская .....</i>	<i>45</i>
<b>Применение Быстрого Преобразования Лежандра для численного решения эволюционного уравнения Бюргерса</b>	
<i>А.Е. Спивак, С.Н. Гурбатов, И.Ю. Демин .....</i>	<i>49</i>
<b>Квазилинейная модель генерации акустического сигнала разностной частоты подводной параметрической антенной</b>	
<i>А.В. Тюрина, П.В. Юлдашев, И.Б. Есипов, В.А. Хохлова .....</i>	<i>51</i>
<b>Рассеяние волны Рэлея на прямоугольной решётке разрывов поверхностной шероховатости изотропного твёрдого тела и структура акустической лауэграммы решётки на окружности отражения Эвальда</b>	
<i>В.Н. Чуков .....</i>	<i>54</i>

## **Влияние 3D печати на упругие свойства полимера PLA**

А.Б. Володарский, А.И. Кокшайский, Н.И. Одина, А.И. Коробов, Н.В. Ширгина, Е.С. Михалев

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,  
Ленинские горы, Москва, 119991 Россия*  
[sashavolodarski@gmail.com](mailto:sashavolodarski@gmail.com)

Одной из наиболее интенсивно развивающихся и применяющихся в настоящее время технологий производства материалов и изделий является 3D печать, которая используется в том числе для изготовления метаматериалов. В ней применяются как различные металлические сплавы [1-3], так и полимерные материалы [4-8], одним из которых является полимер PLA (polylactic acid, полимолочная кислота). Это биоразлагаемый, биосовместимый полимер, который может производиться как из нефтепродуктов, так и из растительного сырья. В силу своих физических и химических свойств PLA пригоден для изготовления также изделий для пищевой и медицинской промышленности [9-11].

Свойства полимера PLA зависят от его состава и способа изготовления образцов. Наиболее часто для изменения свойств PLA используются добавление химических веществ (модифицирование) и термомеханическая обработка различного вида. В работе [12] были произведены исследования влияния модифицирования на прочность и усталостную долговечность образцов PLA. В работе [13] было проведено исследование механических свойств тонких пленок PLA, изготовленных методом горячего прессования. В работе [14] было проведено исследование влияния комбинированной физической и термохимической обработки (введение модифицирующей примеси, низкотемпературное старение после закалки, ультрафиолетовое облучение в различных комбинациях) на упругие свойства образцов PLA.

В настоящей работе приводятся результаты экспериментальных исследований ультразвуковыми и статическими методами влияния 3D печати на линейные и нелинейные упругие свойства образца PLA марки eSun (широко используемой при 3D печати). Линейные упругие свойства в данной работе исследовались статическим методом (по нагрузочной кривой механическое напряжение  $\sigma$  – деформация  $\epsilon$ ), нелинейные – с помощью модифицированного метода Терстона-Браггера, который заключается в измерении зависимости относительного изменения скорости упругих волн от приложенного внешнего воздействия (в данной работе – растяжения).

Для измерения относительного изменения скорости упругих волн использовалась автоматизированная импульсная ультразвуковая установка, которая была разработана на базе ультразвуковой автоматизированной системы Ritec RAM-5000 [15]. Для генерации и приёма продольных акустических волн, проходящих по образцу, были использованы 2 пьезоэлектрических преобразователя с резонансной частотой 300 кГц, которые прикреплялись подпружиненными зажимами к торцам образца. Для исключения паразитных высокочастотных компонент зондирующий сигнал проходил через фильтр нижних частот. Для управления ходом эксперимента с помощью персонального компьютера и обработки полученных данных использовался специально разработанный пакет программ с графическим интерфейсом. Интерфейс давал возможность одновременного проведения статических и ультразвуковых измерений с дальнейшим их архивированием и обработкой на персональном компьютере.

По результатам экспериментов были рассчитаны линейные и нелинейные упругие параметры (модуль Юнга и нелинейный модуль Юнга, а также нелинейный параметр)

исследуемого образца PLA марки eSun, изготовленного методом 3D печати, и проведено их сравнение с измеренными ранее параметрами исходного материала [15].

Для проведения исследований был напечатан образец из полимера PLA марки eSun, имеющий форму тонкой прямой призмы длиной 118 мм с квадратным основанием шириной 1.8 мм. Печать производилась методом послойного наплавления на самодельном 3D принтере, сходном по параметрам с моделью "3DQ Mini", при температуре 160 °С, 100% заполнении и диаметра сопла 0,05 мм. Дополнительная термическая или иная обработка образца не производилась.

Линейный модуль Юнга  $E$  определялся из нагрузочной кривой механическое напряжение – деформация по формуле:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}. \quad (1)$$

Нелинейный модуль Юнга  $E_N$  определялся из зависимости относительного изменения скорости от приложенного механического напряжения по формуле:

$$E_N = \frac{2E}{\Delta\varepsilon_{cm}} \left( \frac{\Delta V}{V} \right). \quad (2)$$

Также был рассчитан безразмерный акустический нелинейный параметр  $N$  по формуле:

$$N = \frac{E_N}{E}. \quad (3)$$

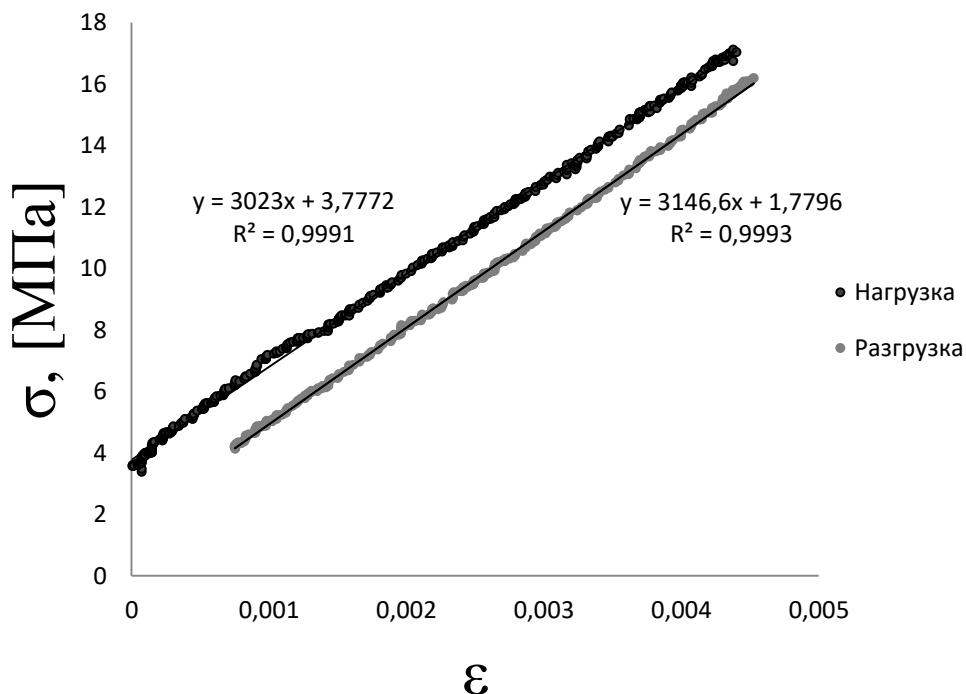


Рис. 1. Экспериментально измеренная нагрузочная кривая для цикла нагрузка-разгрузка

Проведенные экспериментальные измерения зависимости напряжение-деформация (рис.1) позволили рассчитать значения модуля Юнга в исследуемом образце PLA на линейных участках нагрузки и разгрузки образца (Таблица 1). Расчет

производился методом наименьших квадратов. Как видно из таблицы 1, комбинированное термомеханическое воздействие в ходе 3D печати приводит к заметному уменьшению (по сравнению с исходным материалом) модуля Юнга  $E$  в области нагрузки и к незначительному увеличению в области разгрузки.

	$E$ , ГПа (напечатанный образец)	$E$ , ГПа (исходный материал [15])
Область нагрузки	$3,02 \pm 0,01$	$3,48 \pm 0,01$
Область разгрузки	$3,15 \pm 0,01$	$3,10 \pm 0,01$

Таблица 1. Значение модуля Юнга в исследуемом напечатанном образце PLA и в исходном материале.

В ходе эксперимента одновременно с измерением нагрузочной кривой  $\sigma(\varepsilon)$  были измерены зависимости относительного изменения скорости продольной упругой волны ( $\Delta V/V$ ) в образце от величины его статической деформации  $\varepsilon_{ст}$  в процессе нагрузки-разгрузки. Полученные зависимости представлены на графике (рис. 2).

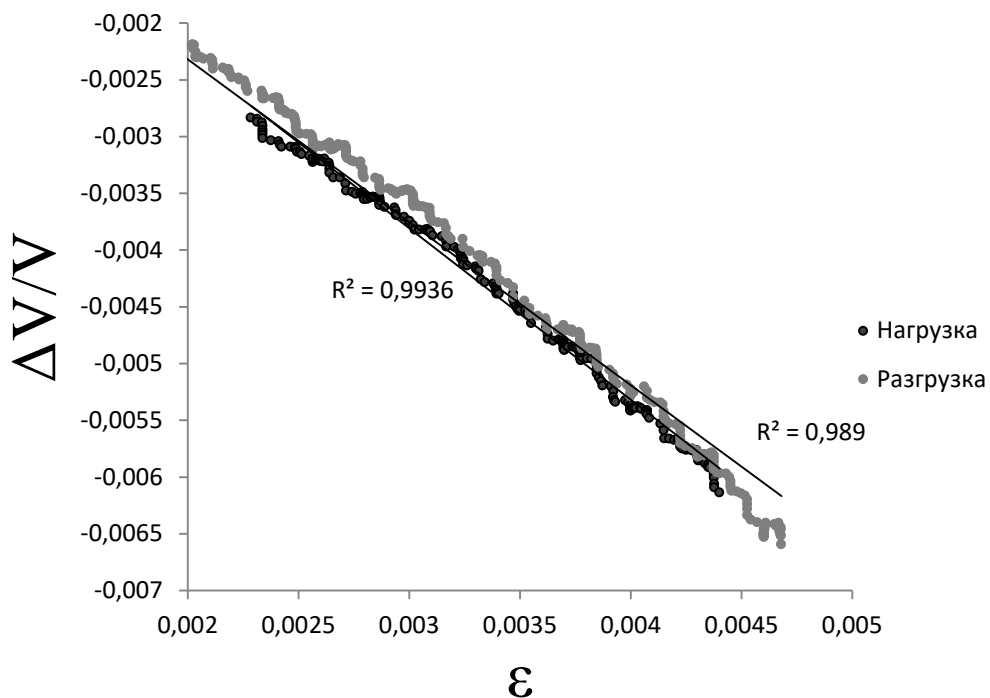


Рис. 2. Зависимость относительного изменения скорости продольной волны от статической деформации

Значения коэффициента упругости третьего порядка  $E_N$  (нелинейного модуля Юнга), рассчитанные по формуле (2) методом наименьших квадратов, представлены в таблице 2, из которой видно, что воздействие процесса 3D печати приводит к заметному увеличению (по сравнению с исходным материалом) коэффициента упругости третьего порядка  $E_N$  в области нагрузки и к незначительному уменьшению в области разгрузки.

	$E_N$ , ГПа (напечатанный образец)	$E_N$ , ГПа (исходный материал, [15])
Область нагрузки	9,36±0,04	8,78±0,04
Область разгрузки	8,93±0,03	9,11±0,04

Таблица 2. Значение коэффициента упругости третьего порядка в исследуемом напечатанном образце PLA и в исходном материале.

Используя полученные значения модулей Юнга второго и третьего порядков, по формуле (3) был также определен акустический нелинейный параметр  $N$ , значения которого представлены в Таблице 3. Обнаружено, что процесс 3D печати значительно увеличивает нелинейные параметры в области нагрузки и несущественно уменьшает их в области разгрузки.

	$N$ , (напечатанный образец)	$N$ , (исходный материал, [15])
Область нагрузки	3,09±0,02	2,52±0,02
Область разгрузки	2,83±0,02	2,94±0,02

Таблица 3. Значение акустического нелинейного параметра в исследуемом напечатанном образце PLA и в исходном материале.

Таким образом, было установлено, что термомеханическая обработка при 3D печати образца полимера PLA приводит к значительному уменьшению величины модуля Юнга  $E$ , к увеличению нелинейного модуля Юнга и нелинейного параметра в области нагрузки и незначительным обратным изменениям в области разгрузки. Полученные результаты дают информацию о линейных и нелинейных упругих свойствах полимера PLA и могут быть применены при создании образцов метаматериалов в технологии 3D печати.

Исследования выполнены за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-12-00098).

## ЛИТЕРАТУРА

1. J.H. Martin et al. // Nature. 2017. V. 549. P. 365–369.
2. C. Ma, Y. Dong, C. Ye // Procedia CIRP. 2016. V. 45. P. 319–322.
3. C. Schulze et al. // Materials (Basel). 2018. V. 11. P. 13–16.
4. C. Schumacher et al. // ACM Trans. Graph. 2015. V. 34. P. 136:1–136:13.
5. J. Cantrell et al. // Advancement of Optical Methods in Experimental Mechanics. 2017. V. 3. P. 89–105.
6. Y. Kao et al. // J. Manuf. Sci. Eng. 2016. V. 139. № 4. P. 041006-041006-6.
7. R. Zou et al. // Compos. Part B Eng. 2016. V. 99. P. 506–513.
8. В.А. Бошняк, А.В. Языков // Наука и Образование. МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2016. С. 311–320.
9. L.T. Lim, R. Auras, M. Rubino // Prog. Polym. Sci. 2008. V. 33. P. 820–852.
10. T. Nakatsuka // Fujikura Tech. Rev. 2011. P. 39–46.
11. S. Farah, D.G. Anderson, R. Langer // Advanced Drug Delivery. 2016. V. 107. P. 367–392.
12. R.D. Averett et al. // Journal of Composite Materials 2011. V. 45(26) P. 2717–2726.
13. S.M. Mirkhalaf, M. Fagerström // Appl. Sci. Manuf. 2011. V. 42. № 6. P. 579–588.
14. G. Zhao et al. // Macromol. Chem. Phys. 2020. V. 221, P.1900475.
15. А.И. Коробов и др. // Акустический журнал 2021. Т. 67. № 4. С. 1–7.

## Аналитическое решение для дифрагирующего на отверстии интенсивного гауссовского пучка в рамках модели модульной нелинейности

В.А. Гусев<sup>1,a</sup>, Д.А. Жарков<sup>1,b</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

E-mail: <sup>a</sup>vgusev@bk.ru, <sup>b</sup>denis.Zharkov2014@yandex.ru

Расчет временных профилей и пространственной структуры акустических волн и полей большой интенсивности необходим во многих практически важных случаях. Для выявления основных качественных особенностей трансформации волн и зависимостей структуры от параметров волн и среды желательнее построение аналитических решений. Такие решения, как точные, так и приближенные, удается построить для многих одномерных задач нелинейной акустики. В то же время реальные источники являются источниками неоднородных волн, которые для своего описания требуют применения уравнений типа Хохлова-Заболотской (ХЗ) (если волну можно считать узкополосным волновым пучком) либо Вестервелта. Возможности получения аналитических решений в этих случаях сильно ограничены. В то же время даже такие классические задачи как дифракция на отверстии на экране и подобные ей для нелинейных волн изучены недостаточно полно. Характер влияния параметров волн и размеров экрана на пространственную структуру поля изучен не до конца. Отметим недавнюю работу [1], в которой был проведен эксперимент по дифракции мощной нелинейной волны на экране. Как оказалось, при дифракции нелинейной волны на узком экране профиль волны сильно меняется, искажается частотный спектр и зависимость амплитуд гармоник от их номера по сравнению с плоской волной. В частности, поле основной частоты плохо проходит через экран, так что в случае узкого отверстия поле дифрагированной волны состоит преимущественно из высших гармоник. Численный анализ на основе уравнения ХЗ в целом подтвердил этот результат. Однако конкретных зависимостей, позволивших бы описать характер изменения поля дифрагировавшей волны в зависимости от параметров задачи получено не было.

Продвинуться в направлении построения аналитических решений, позволяющих получить такие качественные зависимости, удастся при помощи моделей с нелинейностями модульного типа [2]. Такие модели успешно применялись для описания эффектов в кубично-нелинейных средах [3]. Основная идея состоит в замене слагаемого с кубичной нелинейностью на слагаемое с так называемой квадратично-кубичной нелинейностью, т.е. вместо, например, слагаемого вида  $x^3$  записывается слагаемое  $x|x|$ . Легко видеть, что качественное поведение этих двух зависимостей в целом близко. В то же время, вместо уравнения с кубичной нелинейностью получается уравнение с квадратичной нелинейностью, для которого могут быть использованы известные подходы и решения уравнений нелинейной акустики с квадратичной нелинейностью. Аналогичная замена может использоваться и для слагаемых с квадратичной нелинейностью, когда слагаемое вида  $x^2$  заменяется на  $|x|$ . В этом случае получается набор линейных уравнений, каждое из которых формально может быть точно решено. Сложность при этом состоит в сшивании решений этих уравнений и построении разрывных решений. Такой подход был успешно применен для построения решений для поверхностной волны на границе полупространства нелинейной среды [4].

Поле ограниченных акустических пучков большой интенсивности обычно описывают с помощью уравнения ХЗ. Однако для последовательного формулирования

математической модели с модульной нелинейностью удобно исходить более общего уравнения типа уравнения Вестервельта:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = -\frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2}. \quad (1)$$

Здесь  $p$  – акустическое давление,  $\rho_0$  и  $c_0$  – равновесные плотность и скорость звука,  $\varepsilon$  – нелинейный параметр.

Произведем в (1) замену  $\frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} \rightarrow \frac{\varepsilon p^*}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 |p|}{\partial t^2} \equiv \mu \frac{\partial^2 |p|}{\partial t^2}$ , где  $\mu$  – новый

нелинейный параметр среды с модульной нелинейностью. Раскрывая модуль, получим систему линейных волновых уравнений для интервалов различной полярности:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \begin{cases} \mu \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, & p > 0, \\ -\mu \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}, & p < 0. \end{cases} \quad (2)$$

Уравнения (2) могут быть записаны в виде обычного волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 p}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} - \frac{1}{c_{\pm}^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

с эффективной скоростью звука, различной для интервалов разной полярности:

$$c_{\pm}^2 = \frac{c_0^2}{1 \mp \mu c_0^2}, \quad (4)$$

где верхний знак относится к интервалам  $p > 0$ , а нижний –  $p < 0$ . Отметим, что при  $p > 0$  скорость  $c_+$  оказывается выше, чем скорость  $c_0$  в линейной среде, а  $c_-$  – меньше, что наблюдается и в случае квадратичной нелинейности. Таким образом, теперь к уравнениям (3) может быть применены стандартные методы решения и упрощения. В частности, переходя к новым переменным  $\tau_{\pm} = t - z/c_{\pm}$  и применяя метод медленно изменяющегося профиля (ММИП), можно получить линеаризованные уравнения ХЗ (ЛХЗ) для каждой из полярностей:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau_{\pm} \partial z} = \frac{c_{\pm}}{2} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} \right). \quad (5)$$

Таким образом, вклад модульной нелинейности проявляется в двух факторах. Во-первых, импульсы разной полярности движутся с различными скоростями, т.е. профили смещаются относительно друг друга и необходимо проводить разрыв. Во-вторых, дифракционное расплывание импульсов разной полярности будет различным за счет множителя  $c_{\pm}$  в правой части (5). Стоит отметить, что отличие  $c_{\pm}$  от  $c_0$  в правой части (5) играет скорее роль поправки вследствие закладываемой ММИП плавности изменения профиля в поперечном направлении.

Задачу дифракции нелинейной волны можно рассматривать в следующей постановке. Пусть излучается волна с некоторым поперечным распределением. Для простоты можно считать ее плоской. Она испытывает нелинейные искажения и превращается в пилообразную. Затем она падает на экран с отверстием. После экрана распространение волны описывается уравнением (5). Для получения наиболее наглядных результатов удобно рассмотреть не экран с отверстием, а гауссовский пучок, заданный в плоскости  $z = 0$ . Граничное условие зададим в виде  $p(t, z = 0, r) = p_0(t) \exp(-r^2/a^2)$ , причем временной профиль зададим в виде N-волны:



$$p_0 = \begin{cases} -a_0\tau/t_0, & |\tau| < t_0 \\ 0, & |\tau| > t_0. \end{cases} \quad (6)$$

Характерная ширина пучка  $a$  играет роль эффективного радиуса отверстия. Удобство рассмотрения гауссового пучка состоит в возможности получения простых аналитических выражения для дифрагирующего поля.

Решение уравнений (5) на оси пучка для волны с профилем  $p_0(t)$  имеет вид:

$$p = p_0(\tau_{\pm}) - \frac{2cz}{a^2} \int_{-\infty}^{\tau_{\pm}} p_0(t) \exp\left(\frac{2cz}{a^2}(t - \tau_{\pm})\right) dt,$$

для N-волны (6) получаем:

$$p = \begin{cases} 0, & T < -1, \\ \exp(-X(T_{\pm} + 1))(1 + 1/X) - 1/X, & -1 < T < 1, \\ \exp(-XT_{\pm})[(1 - 1/X)\exp(X) + (1 + 1/X)\exp(-X)], & T > 1. \end{cases} \quad (7)$$

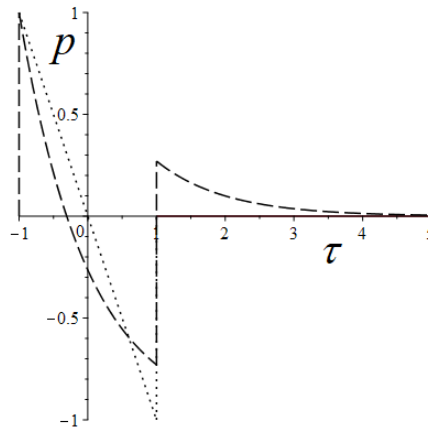


Рис. 1. Профиль решения (7) в линейном случае.

Здесь введены безразмерные величины  $T_{\pm} = \tau_{\pm}/t_0$  и  $X = z/z_d$ , где  $z_d = a^2/2c_{\pm}t_0$  - характерная дифракционная длина. Решение (7) представляет искаженную N-волну, у которой появился «хвост» после заднего фронта. При  $p > 0$  надо брать решение с индексом «+», при  $p < 0$  - индексом «-». Апертура пучка входит в дифракционную длину и, следовательно, в  $X$ , т.е. изменение апертуры интерпретируется как переход к другому безразмерному расстоянию  $X$ . При этом уменьшение апертуры соответствует увеличению  $X$ , т.е. чем меньше апертура, тем сильнее искажение волнового профиля. Отметим, что в  $z_d$  входит также скорость  $c_{\pm}$ , т.е. безразмерные расстояния будут различными для разных полярностей. Поскольку  $c_-$  меньше, чем  $c_+$ , то для отрицательной полярности  $X$  будет немного меньше.

На рис. 1 приведен исходный профиль (6) (пунктир) и решение (7) при  $X = 1$  (штриховая линия). Импульс изменяется несимметрично: пиковое положительное значение остается равным 1, а пиковое отрицательное - уменьшается по величине. Интервал положительной полярности уменьшается, а отрицательной - увеличивается.

В среде с модульной нелинейностью волна в интервале отрицательной полярности отстает от волны в интервале положительной полярности. Первый интервал положительной полярности с передним фронтом становится все уже и отрывается от остальной части импульса. На заднем же фронте интервалы различной полярности

наезжают друг на друга и компенсируют пиковые положительные и отрицательные значения. Тем самым, достигаемое пиковое отрицательное значение уменьшается дополнительно. В итоге получаем узкий положительный импульс большой амплитуды и следующий за ним широкий растянутый отрицательный импульс сравнительно небольшой амплитуды. В случае исходной периодической N-волны можно ожидать, что профиль будет близок к последовательности таких узких положительных импульсов. Чем меньше апертура пучка, тем на меньших расстояниях будет проявляться такая динамика. На рис. 2 и 3 приведены временные профили (сплошные линии) на расстояниях  $X = 1$  и  $X = 3$ . В области неоднозначности проведен разрыв на основании правила равенства площадей. Как видно, передний фронт становится все более резким, а плавные участки профиля исчезают. Подчеркнем, что переход от  $X = 1$  к  $X = 3$  можно интерпретировать как уменьшение апертуры пучка в  $\sqrt{3}$  раз.

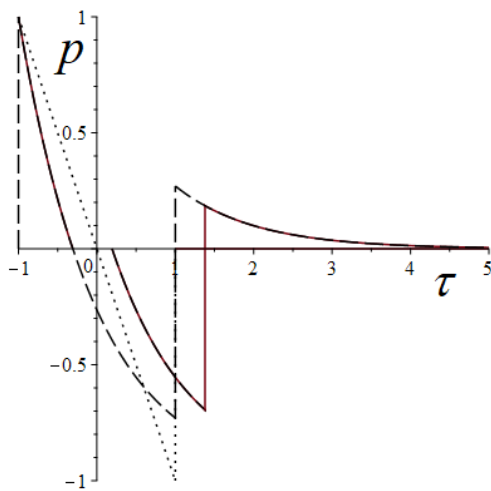


Рис. 2. Временной профиль при  $X = 1$ .

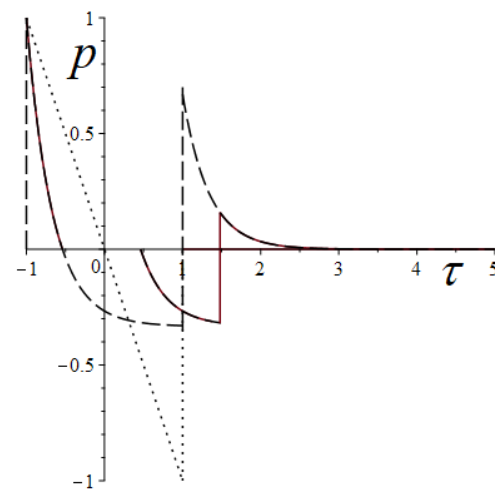


Рис.3. Временной профиль при  $X = 3$ .

Таким образом, в работе развита модель среды с модульной нелинейностью для расчета неоднородных полей ограниченных акустических пучков. Эта модель, в частности, качественно описывает искажение пучков и в классических квадратично-нелинейных средах. Получено точное решение для поля на оси гауссовского пучка в среде с модульной нелинейностью. Проанализировано влияние апертуры пучка на его эволюцию и продемонстрирована тенденция к формированию временного профиля в виде последовательности положительных импульсов большой амплитуды при уменьшении апертуры. Этот эффект качественно совпадает с экспериментальными данными.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-02-00493.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Гурбатов С.Н. // Акуст. журн. 2021. Т. **67**. № 3. С. 235-243.
2. Руденко О.В. // Докл. Акад. наук. 2016. Т. **471**. № 6. С. 451-454.
3. Руденко О.В. // Докл. Акад. наук. 2017. Т. **475**. № 5. С. 503-507.
4. Гусев В.А. // Труды Всероссийской акустической конференции. СПб.: ПОЛИТЕХ-ПРЕСС, 2020. С. 101-105.

## Применение метода главных компонент в задаче шумовой интерферометрии при анизотропном положении источников поля

К.В. Дмитриев

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет  
[kdmtrie@lanat.ru](mailto:kdmtrie@lanat.ru)

Метод шумовой интерферометрии – это пассивный метод определения акустических характеристик среды. Он не требует использования излучателей и использует только регистрацию акустических полей, которые создаются совокупностью присутствующих в среде источников. Данный метод был предложен теоретически [1–2] и затем активно развивался применительно к задачам гидроакустики [2, 3] и геоакустики [4], а также в рамках корреляционного подхода медицинской томографии [5, 6]. В последнем случае он также использовался в сочетании с дополнительной шумовой “подсветкой” [6, 7].

Пусть акустическое поле в среде создается независимыми случайными источниками  $F(\vec{z})$  той или иной природы. В этом случае их функция когерентности равна  $\Gamma_F(\vec{z}', \vec{z}'') = \langle F(\vec{z}')F^*(\vec{z}'') \rangle \delta(\vec{z}' - \vec{z}'') = I_F(\vec{z}')\delta(\vec{z}' - \vec{z}'')$ , где  $I_F(\vec{z})$  – плотность мощности источников; символ  $\langle \bullet \rangle$  означает усреднение по реализациям, а звездочкой обозначено комплексное сопряжение. Для описания поля каждого источника вводятся запаздывающая  $G^+(\vec{z}'', \vec{z}')$  и опережающая  $G^-(\vec{z}', \vec{z}'')$  функции Грина неоднородной среды. Источники создают в пространстве запаздывающие и опережающие поля с потенциалами  $\varphi^\pm(\vec{z}) = \int G^\pm(\vec{z}, \vec{z}')F(\vec{z}')d\vec{z}'$ . Входными данными для метода шумовой интерферометрии являются значения функции когерентности  $\Gamma(\vec{z}', \vec{z}'') = \langle \varphi^+(\vec{z}')\varphi^-(\vec{z}'') \rangle$  этих полей, зарегистрированные в точках расположения приемников. Если распределение источников в пространстве равномерно (или, по крайней мере, изотропно), то можно установить связь между функцией когерентности  $\Gamma(\vec{z}', \vec{z}'')$  и функциями Грина  $G^\pm(\vec{z}'', \vec{z}')$ , которая сводится к виду [1–2]:

$$\langle \varphi^+(\vec{z}')\varphi^-(\vec{z}'') \rangle = iD(G^+(\vec{z}'', \vec{z}') - G^-(\vec{z}', \vec{z}'')) \langle \varphi^+(\vec{z}')\varphi^-(\vec{z}') \rangle. \quad (1)$$

Здесь  $D$  – некоторый безразмерный коэффициент; в правой части в целях нормировки введена мощность  $\langle \varphi^+(\vec{z}')\varphi^-(\vec{z}') \rangle$ , регистрируемая в точке  $\vec{z}'$ . Если поглощение в среде мало, и отсутствуют течения, то допустима перестановка аргументов функция Грина  $G^\pm(\vec{z}'', \vec{z}')$ , и эти функции, а значит, и поля  $\varphi^\pm(\vec{z})$  являются комплексно сопряженными. Тогда соотношение (1) включает лишь запаздывающее поле  $\varphi^+(\vec{z})$ , которое может быть измерено в эксперименте. Это позволяет определять разность функций Грина или, что то же самое, значение  $\text{Im}G^+(\vec{z}'', \vec{z}')$  для всех пар используемых в эксперименте приемников. Далее, для определения характеристик среды эти данные следует обрабатывать одним из алгоритмов решения обратных задач рассеяния.

Преимуществом такого подхода является отсутствие активных источников. Использование их в гидроакустике и геоакустике может быть затруднено из-за ряда причин, например, стоимости оборудования или экологических соображений. При медицинском обследовании также предпочтительно снижать воздействие на пациента внешними полями. К недостаткам следует отнести, во-первых, необходимость длительного накопления сигналов, чтобы оценки функций когерентности обладали

достаточной точностью. Во-вторых, соотношение (1) существенно опирается на равномерное распределение источников и на изотропность создаваемого ими шумового поля, что во многих практических случаях может не выполняться. Причиной такой анизотропии могут служить мощные локализованные источники шума. В представляемой работе исследуются возможности подавить их влияние, чтобы соотношение (1) можно было применить и в этом случае.

Рассматриваются приемные системы, включающие как скалярные приемники акустического давления, так и комбинированные приемники акустического давления и колебательной скорости [8]. Возможность компенсировать влияние мощного источника шума на результат определения разности функций Грина в методе шумовой интерферометрии была рассмотрена в [9]. С этой целью предлагалось использовать комбинированные приемники акустического поля. Наличие нескольких каналов в каждом приемнике позволяет определенным образом сформировать его характеристику направленности, введя для каждого канала амплитудно-фазовые множители. В первом случае максимум этой характеристики ориентировался для каждого приемника в направлении на другой приемник. Во втором случае минимум характеристики ориентировался в направлении на источник шума. Определить такое направление можно, предварительно вычислив вектор Умова-Пойнтинга в каждой точке, где расположены приемники. Хотя в обоих описанных случаях результат улучшается, такая обработка не обладает общностью. В частности, если среда достаточно неоднородна, траектория распространения сигналов между приемниками может отличаться от прямой, и выбранное в первом случае направление окажется неправильным. Во втором случае возникают трудности, если рассматриваемый мощный источник шума не единственный, либо если распространение звука многолучевое, либо если уровень сигнала источника не достаточно превышает остальные шумы, чтобы определение вектора Умова-Пойнтинга было точным.

В представляемой работе предлагается перейти от формирования индивидуальных характеристик направленности отдельных элементов антенной решетки к ее фазировке как целого. Пусть антенная решетка включает в себя  $N$  элементов. Каждый элемент регистрирует значения  $p(t)$  акустического давления (если это скалярный приемник), либо 2 или 3 компоненты вектора  $\vec{v}(t)$  колебательной скорости (если это векторный приемник), либо обе эти характеристики акустического поля (если это комбинированный приемный модуль). Все полученные таким образом данные позволяют сформировать вектор сигналов

$$\vec{U}(t) = \{p_1(t); \rho_0 c_0 v_{1x}(t); \rho_0 c_0 v_{1y}(t); \rho_0 c_0 v_{1z}(t); \dots; p_N(t); \rho_0 c_0 v_{Nx}(t); \rho_0 c_0 v_{Ny}(t); \rho_0 c_0 v_{Nz}(t)\},$$

где  $\rho_0$  и  $c_0$  – средние значения плотности и скорости звука в среде. Таким образом, данные всех каналов имеют одинаковую размерность и учитываются в сквозной нумерации, т.е. не важно, к какому из элементов решетки относится каждый конкретный канал. Дискретизация сигналов во времени переводит этот вектор в матрицу  $\hat{U}$  размером  $T \times N_c$  с элементами  $\hat{U}_{ti}$ , где  $t = 1; 2; \dots; T$  – номер временного отсчета, а  $i = 1; 2; \dots; N_c$  – номер канала данных.

Для дальнейших рассуждений спектр принятых сигналов разделяется на отдельные узкие полосы шириной  $\Delta f$ , каждая из которых имеет центральную частоту  $f$ . Это связано с тем, что, во-первых, от частоты могут зависеть свойства исследуемой среды, а во-вторых, спектр каждого из источников шума тоже зависит от частоты. В результате вместо одной матрицы  $\hat{U}$  ведется раздельная обработка набора матриц  $\hat{U}_f$ . Ширина полосы  $\Delta f$  подбирается для конкретных условий рассматриваемой задачи. С

одной стороны она должна быть достаточно узкой, чтобы в рамках нее свойства среды и спектр источника были постоянны. С другой стороны,  $\Delta f$  связано с пропорциональным  $\Delta f T$  фактором накопления, который определяет точность производимых над матрицами  $\hat{U}_f$  статистических оценок. Значит, ширина полосы  $\Delta f$  должна быть достаточно большой, чтобы свойства среды и источников можно было считать постоянными за время регистрации необходимого числа отсчетов  $T$ .

Идея компенсации влияния мощных источников состоит в том, чтобы выделить сигналы каждого из них на элементах антенной решетки. Для этого используется подход, сходный с хорошо известным методом главных компонент. Матрица  $\hat{U}_f$  представляется в виде своего сингулярного разложения  $\hat{U}_f = \hat{A}_f \hat{\Sigma}_f \hat{B}_f^H$ , где символ « $H$ » обозначает гильбертово сопряжение. Здесь унитарная матрица  $\hat{B}_f$  составлена из собственных векторов матрицы  $\hat{M}_f \equiv \hat{U}_f^H \hat{U}_f$ , которая имеет размер  $N_c \times N_c$  и представляет собой матрицу когерентности принятых сигналов, предварительно отфильтрованных в рассматриваемой полосе частот со средней частотой  $f$ . Матрица  $\hat{\Sigma}_f$  – диагональная и содержит на своей диагонали собственные числа  $\mu_{f,i}$  матрицы  $\hat{M}_f$ , упорядоченные по убыванию. Поскольку унитарная матрица  $\hat{A}_f$  составлена из ортогональных друг другу собственных векторов матрицы  $\hat{U}_f \hat{U}_f^H$ , и матрица  $\hat{\Sigma}_f$  – диагональная, столбцы матрицы  $\hat{A}_f \hat{\Sigma}_f$  также ортогональны друг другу. В результате можно видеть, что исходные сигналы  $\hat{U}_f$  представляются линейной комбинацией некоррелированных между собой сигналов  $\hat{A}_f \hat{\Sigma}_f$ , амплитуды которых определяются собственными числами  $\mu_{f,i}$ . Преобразование между двумя наборами сигналов осуществляется с помощью матрицы  $\hat{B}_f$ .

Метод главных компонент состоит в выделении и работе только с теми собственными векторами матриц  $\hat{U}_f^H \hat{U}_f$  и  $\hat{U}_f \hat{U}_f^H$ , которые отвечают максимальным собственным значениям  $\mu_{f,i}$ . Все остальные собственные значения при этом обнуляются. В рамках исследуемой задачи эти наибольшие собственные значения соответствуют мощным мешающим источникам шума. Поэтому здесь, в противоположность, именно они должны быть скорректированы. Похожая процедура применялась в [10] для улучшения видимости сигналов слабых источников на фоне сильных. Поскольку метод шумовой интерферометрии оперирует матрицами когерентности сигналов, такая обработка может быть произведена только с участием этих матриц. Для этого каждая матрица  $\hat{M}_f$  представляется в виде суммы, содержащей ее собственные векторы  $\vec{m}_{f,i}$  и соответствующие им собственные значения  $\mu_{f,i}$ :  $\hat{M}_f = \sum_{n=1}^{N_c} \mu_{f,i} \vec{m}_{f,i} \vec{m}_{f,i}^H$ . Коррекция означает замену собственных значений  $\mu_{f,i}$  на  $\tilde{\mu}_{f,i}$  и формирование новой матрицы когерентности  $\tilde{M}_f = \sum_{n=1}^{N_c} \tilde{\mu}_{f,i} \vec{m}_{f,i} \vec{m}_{f,i}^H$ .

В связи с описанной процедурой коррекции матриц  $\hat{M}_f$  следует отметить следующие обстоятельства. Во-первых, явное выделение вклада мешающих источников возможно, если соответствующие им собственные числа существенно превосходят остальные. Если это не так, и собственные числа  $\mu_{f,i}$  уменьшаются с

ростом  $i$  плавно, то задача усложняется. В [11] описан возможный статистический подход к ее решению. С другой стороны, такая ситуация означает, что мощность мешающих источников невелика, и можно ожидать, что их наличие не сильно сказывается на матрицах  $\hat{M}_f$ .

Во-вторых, процедура коррекции не сводится к простому обнулению наибольших собственных чисел. Дело в том, что при подобном обнулении антенная решетка оказывается сфазированной таким образом, чтобы подавлять все сигналы из области пространства вблизи мощных источников шума. Поэтому такой результат не соответствует равномерному распределению источников в пространстве. Чтобы избежать этого, можно приравнять корректируемые собственные значения величине, пропорциональной среднему остальных собственных значений. Для определения коэффициента пропорциональности предлагаются следующие эвристические критерии. Первый критерий связан с требованием минимальной дисперсии диагональных элементов скорректированной матрицы когерентности  $\tilde{M}_f$ , что означает примерно равную среднюю мощность регистрируемых шумовых сигналов. Вторым критерием предполагается, что каждый элемент матрицы  $\tilde{M}_\tau$ , полученный после выполнения обратного преобразования Фурье, в отсутствие течений должен быть в силу принципа взаимности четной функцией временного сдвига  $\tau$ .

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Москвы в рамках научного проекта № 21-32-70003.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. K. Wapenaar "Retrieving the Elastodynamic Green's Function of an Arbitrary Inhomogeneous Medium by Cross Correlation" // Phys. Rev. Lett. 2004. Т. 93. N. 25. P. 254301.
2. В.А. Буров, С.Н. Сергеев, А.С. Шуруп "Использование в пассивной томографии океана низкочастотных шумов" // Акуст. журн. 2008. Т. 54. № 1. С. 51.
3. С.Н. Сергеев и др. "Выделение акустических мод во Флоридском проливе методом шумовой интерферометрии" // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 1. С. 73.
4. Р.А. Жостков и др. "Сравнение микросейсмического зондирования и томографического подхода при изучении глубинного строения Земли" // Изв. РАН. Серия Физическая. 2017. Т. 81. №. 1. С. 72.
5. Ю.Н. Барабаненков, В.И. Пасечник "Исследование корреляционных свойств теплового акустического излучения" // Акуст. журн. 1995. Т. 41. № 4. С. 563.
6. В.А. Буров, О.Д. Румянцева "Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. I: Обратные задачи излучения в акустике" М.: ЛЕНАНД, 2020.
7. В.А. Буров, К.В. Дмитриев, О.Д. Румянцева "Создание управляемой анизотропной подсветки в корреляционных схемах акустической томографии" // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 5. С. 591.
8. В.А. Гордиенко "Векторно-фазовые методы в акустике" М.: Физматлит, 2007.
9. Е.В. Медведева, Б.И. Гончаренко, А.С. Шуруп // Изв. РАН. Сер. Физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 278.
10. Г.С. Малышкин "Сравнительная эффективность классических и быстрых проекционных алгоритмов при разрешении слабых гидроакустических сигналов" // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 2. С. 196.
11. V.T. Ermolaev, A.G. Flaksman, A.A. Anurin "Estimation of parameters of signals received by an antenna array" // Radiophysics and Quantum Electronics. 1996. Т. 39, N. 9. P. 765.

## Тестирование методов решения обратной задачи поверхностных волн на численной модели неоднородной среды

Д.Л. Загорский, Д.А. Преснов, Р.А. Жостков

<sup>1</sup>Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук, Москва  
[daniil@ifz.ru](mailto:daniil@ifz.ru)

В последние годы неуклонно растет интерес к использованию фонового сейсмического шума в задаче сейсмической разведки и сейсмического мониторинга месторождений полезных ископаемых. Это обусловлено в первую очередь более низкой стоимостью полевых работ, не требующих транспортировки сейсмического вибратора. Кроме того, оказывают влияние и экологические факторы, в частности использование естественного источника позволяет отказаться от пагубного влияния промышленных генераторов на живые организмы и обнаруживать новые залежи природных ресурсов вблизи городов. В основе пассивных методов сейсморазведки лежит использование поверхностных волн рэлеевского типа, которые формируют фоновое повсеместно присутствующее волновое поле на Земле [1]. На сегодняшний день к перспективным методам сейсмической разведки, следует отнести метод микросейсмического зондирования [2] и метод сейсмоакустической интерферометрии [3]. Первый метод основывается на исследовании относительных спектральных амплитуд шумового сигнала, а второй на анализе частотной зависимости скорости распространения – дисперсионной кривой. Менее исследованный подход заключается в объединении амплитудного и дисперсионного методов в одном алгоритме решения обратной задачи определения параметров геологической среды по наблюдениям поверхностных волн [4]. Целью настоящей работы является изучение работоспособности и оценка ограничений применимости указанных методов в рамках численного моделирования распространения упругих волн в неоднородном твердом теле.

На сегодняшний день наиболее популярным направлением исследований в решении обратных задач сейсморазведки является полноволновая инверсия – метод вычислительного решения обратной задачи, основанный на возможности многократного численного моделирования полной прямой задачи, включающей распространение объемных, обменных и поверхностных волн различной поляризации в неоднородной модели [5]. Несмотря на большое количество публикаций в данной области и широкое применение современных подходов, в том числе методов машинного обучения, на сегодняшний день обсуждаемая технология не применяется на практике по причине сложности и длительности вычислений. Однако для разработки этой проблемы были созданы специальные численные модели геологической среды приближенные к реальным условиям, одна из которых и будет использоваться в настоящей работе. Отметим, что обычно численное исследование методов основанных на применении поверхностных волн проводится на упрощенных моделях, представляющих собой единичные включения в однородном полупространстве [6; 7].

Двумерное численное моделирование проведено нами методом конечных элементов с помощью модифицированного программного обеспечения [8], созданного в пакете COMSOL Multiphysics 5.4 с подключенным модулем «Структурная механика». В рамках линейной теории упругости с использованием уравнения движения Ламэ и закона Гука смоделировано распространение плоской волны Рэлея вдоль границы вакуума и идеального неоднородного твердого полупространства  $(x,z)$ , описываемого скоростью продольных волн  $V_p(x,z)$ , скоростью поперечных волн  $V_s(x,z)$  и плотностью  $\rho(x,z)$ . Для обеспечения диффузного характера моделируемого поля было отдельно

проведено моделирование волн, распространяющихся слева направо и наоборот. Решение производилось в пространстве частот, что соответствует моделированию гармонического источника. Проводя различные реализации для набора частот возможно получить данные о поле поверхностной волны, приближенно соответствующего реальному сейсмическому шуму.

Центральная часть исследуемой области, представлена моделью твердой неоднородной среды глубиной 4 км и горизонтальной протяженностью 18 км (рис. 1), соответствующей месторождению углеводородов в Анголе, которая была получена по комплексным геолого-геофизическим данным, включая поисковое бурение и детальную сейсмическую разведку [9]. Подобная модель использовалась во многих работах, связанных с численными экспериментами по решению обратных задач (см., например, [10 ; 11 ; 12 ]) и является эталонной для проверки методов решения обратной задачи. Целевым горизонтом в рассматриваемой геологической среде является глубина порядка 2,5 км, на которой расположен коллектор углеводородов включающий нефтяные и газовые скопления (рис. 1). В настоящей работе оригинальная модель была несколько модифицирована, в частности был исключен покрывающий слой жидкости. Параметры модели при приближении к боковым и нижней границам плавно переходят к постоянным значениям, соответствующим параметрам среды во внешней области (плотность – 3382 кг/м<sup>3</sup>, скорость продольных волн – 4309 м/с, скорость поперечных волн – 2037 м/с). Это сделано для того, чтобы левый и правый источники, могли быть представлены с помощью задания внутреннего граничного условия на смещения частиц среды, соответствующего аналитическому решению для гармонической волны Рэлея в однородном полупространстве. Для исключения влияния паразитных отражений от границ модели, которые в случае моделирования гармонического источника в пространстве частот приводят к образованию стоячих волн, структура которых катастрофически влияет на применимость данных, используются идеально согласованные слои с поглощением. Задачей численного моделирования было получение распределения спектральных компонент и фазы поверхностных волн, распространяющихся слева направо и справа налево. Данные о фазе и величине сигнала снимались вдоль профиля, соответствующего дневной поверхности центральной области на рисунке 1 через каждый 1 м (всего 20001 пункт наблюдений).

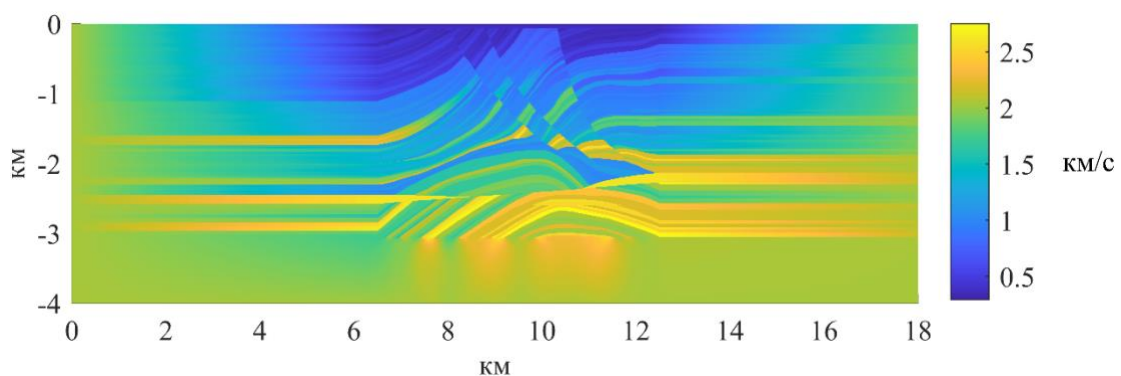


Рис. 1. Распределение скорости поперечных волн в модели месторождения углеводородов.

Типичная схема эксперимента для решения обратной задачи сейсмологии в случае горизонтально-однородной среды изображена на рис. 2. На поверхности среды размещен сейсмический источник, действие которого инициирует в среде волновой процесс. Волны распространяются вглубь среды, взаимодействуя с вертикальными неоднородностями. Как результат, появляются рассеянные волны, в нашем случае поверхностные волны Рэлея, возвращающиеся к границе и несущие информацию о



строении среды в зоне, недоступной для прямых измерений [13]. Являющиеся функцией координат и времени смещения частиц волны Рэлея регистрируются сейсмическими приемниками, находящимися на поверхности среды. Совокупность зарегистрированных приемниками сигналов используется в качестве исходных данных для решения обратной задачи. Методика полевых измерений отличается простотой и дешевизной, поскольку допускает минимальное число приемников, равное 2. В то время как шаг между пунктами приема равен половине длины волны на преобладающей высокой частоте. Кроме того, предполагается, что кривизна профиля (отклонение от прямой линии по горизонтали) много меньше длины волны на максимальной из анализируемых частот, а длина профиля равна длине волны на низшей частоте исследования. Суть задачи – восстановление упругих параметров среды на глубине по измеренному на поверхности сигналу.

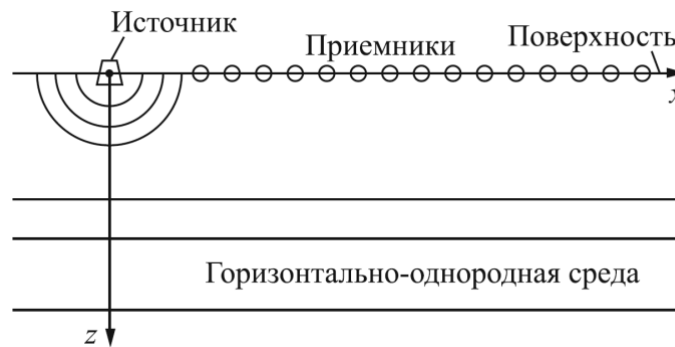


Рис. 2. Схема эксперимента для решения обратной задачи сейсмологии.

При построении решения обратной задачи предполагается, что структура среды в локальной рассматриваемой области горизонтально-однородна, а плотность постоянна, то есть рассматривается только зависимость скоростных параметров от вертикальной координаты  $z$ . Основной особенностью волн поверхностного типа в такой модели является ярко выраженная дисперсия, причем волны с различной длиной волны проникают в среду на различную глубину. С использованием теории обратных спектральных задач [14] существует возможность получения приближенного аналитического выражения, связывающего амплитудный спектр сигнала на поверхности и частотную зависимость скорости пробега сигнала с функцией  $V_S(z)$ , определяющей распределение упругих параметров среды по глубине [15].

$$V_S(z) = \left( V_S(t_0) + \frac{\partial V_S(t_0)}{1! \partial t} (t_1 - t_0) \right) + \frac{\partial^2 \left( V_S(t_0) + \frac{\partial V_S(t_0)}{1! \partial t} (t_1 - t_0) \right)}{2! \partial t^2} (t_2 - t_1)^2 + o(t_2^2) ,$$

где  $t_0, t_1, t_2$  – величина нулевого, 1-го и 2-го сдвига по глубине;  $V_S(t_0)$  – скорость поперечной волны на глубине нулевого сдвига, равная значению фазовой скорости волны Рэлея.

На основе описанного метода решения обратной задачи создан программный код на языке Фортран-90, выполняющий этот алгоритм. Результаты численной реализации в одномерном и двумерном случаях в применении к синтетическим исходным данным подтверждают работоспособность и точность алгоритма.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aurélien Mordret et al// Geophysical Journal International, Volume 221, Issue 1, April 2020, Pages 692–705, <https://doi.org/10.1093/gji/ggaa016>
2. Собисевич А.Л., Преснов Д.А. // Доклады Российской академии наук. Науки о Земле. 2020. Т. 492. № 2. С. 72-76.
3. Тихоцкий С.А. и др. // Акустический журнал. 2021. Т. 67. № 1. С. 107-116.
4. Башилов И.П. и др. // Горный информационно-аналитический бюллетень (научно-технический журнал), no. 9, 2018, pp. 128-139.
5. Tromp, J. Seismic wavefield imaging of Earth's interior across scales. Nat Rev Earth Environ 1, 40–53 (2020). <https://doi.org/10.1038/s43017-019-0003-8>
6. Цуканов А.А. и др. // Акустический журнал, 2020, том 66, № 2, с. 198-205
7. Жостков Р.А. // Акустический журнал, 2019, том 65, № 5, с. 708-720
8. Жостков Р.А. Программа для обработки синтетических и экспериментальных сейсмограмм в соответствии с методом микросейсмического зондирования. Номер регистрации 2018662815. 13.12.2018 Бюл. №12
9. Martin G.S. et. al. // The Leading Edge. 2006. V. 24. № 2. P. 156-166
10. Symes W. W. // Abstracts of EAGE Workshop — Practical Aspects of Seismic Data Inversion. 1990. P. 125–138.
11. Operto S. et al. // Abstracts of EAGE/SEG Workshop — Depth Imaging of Reservoir Attributes. 1998. P. 125–138.
12. Sarmiento C., Cruz J. //Extended abstracts of 11th International Congress of the Brazilian Geophysical Society. Salvador, Brazil. 2009. P. 1–6
13. Боганик Г.Н., Гурвич И.И. Сейсморазведка. Издательство АИС, Тверь, 2006 ., 744 стр.
14. Алексеев А.С. // Изв. АН СССР. Сер. геофиз., 1962, N 11.- С.1523-1531.- Список лит. 15 назв.
15. Загорский Л.С. // Под ред. акад. В. Н. Страхова. — М.: Изд. Дом «Грааль», 2001.

## Оценка сердечно-сосудистой системы эмбрионов *Danio rerio* с помощью высокочастотного ультразвукового сканера

Л.А. Зыкова<sup>1</sup>, А.Б. Бурлаков<sup>2</sup>, С.А. Титов<sup>1</sup>, А.Н. Богаченков<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup>Московский государственный университет М.В. Ломоносова, Москва, Россия

<sup>3</sup>Институт биохимической физики им. Н. М. Эмануэля РАН, Москва, Россия

[lida\\_zykova@mail.ru](mailto:lida_zykova@mail.ru)

Эмбрионы рыб *Danio rerio* в последнее время становятся все более популярными модельными организмами для исследований в области биологии развития и других областях науки. Использование эмбриональной модели в исследовательских работах является весьма перспективным, поскольку они могут применяться для изучения различных сердечно-сосудистых заболеваний человека, например, так их как аритмия.

Для наблюдения процессов развития эмбрионов рыб и контроля состояния сердечно-сосудистой системы широко используются оптические и ультразвуковые методы визуализации [1]. Особый интерес представляют акустические неинвазивные методы исследования. Они позволяют визуализировать структурные изменения глубоко расположенных органов и их движение, в отличие от оптической микроскопии, и оказывают незначительное воздействие на живой организм [2]. Поэтому в данной работе было проведено ультразвуковое исследование сердечно-сосудистой системы эмбрионов рыбы *Danio rerio* с помощью высокочастотного ультразвукового сканера.

Схема экспериментальной установки показана на рисунке 1. Фокусирующий преобразователь 1 излучает ультразвуковые волны, которые распространяются через кювету с иммерсионной жидкостью 2 и падают на исследуемый объект 3. Волны, отраженные назад от эмбриона, принимаются этим же преобразователем. Сигналы, отраженные от объекта, регистрируются электронным блоком экспериментальной установки. Формирование ультразвукового изображения объекта осуществляется за счет механического сканирования преобразователя по координате  $x$  в области сердца. Частотный диапазон преобразователя находился в диапазоне 50–100 МГц, поэтому разрешающая способность при визуализации внутренней структуры объекта составляла приблизительно 20 мкм [3, 4]. В дополнение к этому ультразвуковому устройству для контроля положения эмбриона использовался простой инвертированный оптический микроскоп (не показан на рисунке 1).

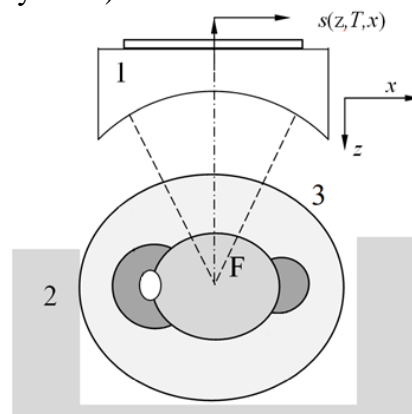


Рис. 1. Схема экспериментальной установки:

1 – ультразвуковой преобразователь; 2 – кювета с иммерсионной жидкостью; 3 – эмбрион.

В ходе эксперимента был получен набор пространственно-временных сигналов, записанных в области сердца. На рисунке 2 показаны М-сканы  $s(t, T)$ , измеренные в трех разных положениях  $x$ , где  $T$  – «медленное» время,  $t$  – задержка сигналов при

распространении волны вдоль оси  $z$  вглубь организма. На кадрах можно наблюдать несколько типичных ультразвуковых откликов С, возникающих при отражении от акустических неоднородностей, таких как внешние и внутренние стенки сердца эмбриона и движущиеся элементы крови. Также можно распознать характерные ультразвуковые сигналы, которые демонстрируют периодичность движения. Видно, что период  $T_0$  увеличивается с течением времени. Так как условия окружающей среды в ходе эксперимента не менялись, то, вероятно, этот эффект обусловлен воздействием анестезии на сердечную деятельность.

По неоднородной структуре сигналов можно понять, что характер движения крови зависит от фазы сердечного ритма. Это позволяет различать периоды систолы S и диастолы D. Помимо того, что изменяется период  $T_0$ , профили сердечных сокращений также не являются стабильными в течение эксперимента. Поэтому можно обнаружить два типа поведения, обозначенных A и B на рисунке 2. В начале измерений эти биения имеют сильное различие, однако со временем разница становится менее выраженной. Сравнение биений A и B показывает, что в начале эксперимента диастола D выглядит стабильной, а систола S имеет недостаток объемного кровотока. Однако через некоторое время кровотоки увеличиваются и аperiodичность исчезает. Следовательно, такую работу сердца можно интерпретировать как сердечную периодическую аритмию, вызванную наркозом.

Полученные результаты показывают, что разработанная экспериментальная установка и методика исследований позволяют оценивать сердечно-сосудистой деятельность эмбрионов *Danio rerio*. Цифровая обработка ультразвуковых кадров дает возможность визуализировать сердце эмбриона, обнаружить движение крови, а также наблюдать аномальное поведение сердца.

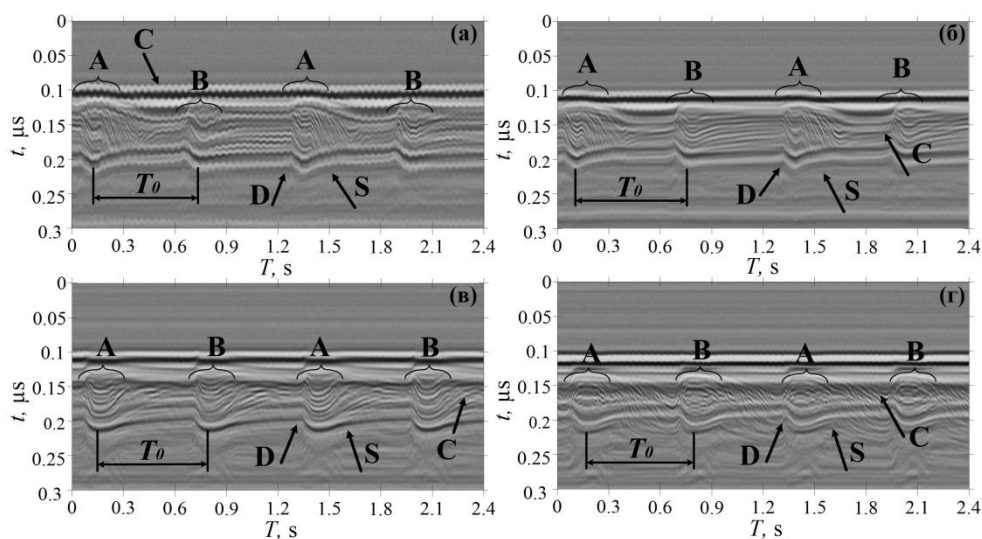


Рис. 2. Ультразвуковые изображения.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда в рамках гранта RSF-MOST 22-49-08012.

#### ЛИТЕРАТУРА

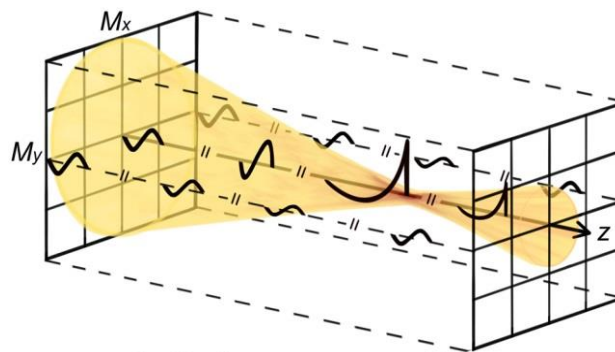
1. A. Schlaeppli et al. // J. Vis. Exp. 2021. V. 174.
2. F.M. Benslimane et al. // Micron. 2020. V. 136.
3. S.A. Titov, A.B. Burlakov, A.N. Bogachenkov // Acoust. Phys. 2021. V. 67. P. 562–570.
4. A.S. Machikhin et al. // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 2127.

## Моделирование ударно-волновых полей с использованием графических ускорителей на основе нелинейного уравнения Вестервельта

Е.О. Коннова<sup>1</sup>, П.В. Юлдашев<sup>1</sup>, В.А. Хохлова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет  
[helen.7aprel@gmail.com](mailto:helen.7aprel@gmail.com)

На сегодняшний день активно развиваются методы неинвазивной хирургии с использованием нелинейных ультразвуковых волн. Нелинейные фокусированные ультразвуковые пучки высокой интенсивности, с помощью которых производится разрушение задаваемых структур внутри тела человека, например, опухолей, являются одним из основных объектов изучения [1]. При проектировании преобразователей для генерации мощного ультразвука возникает задача количественного описания структуры создаваемых ими акустических полей, которая может быть эффективно решена при помощи методов численного моделирования [2]. Как правило, излучатель создает монохроматическую волну, в процессе распространения которой ее спектр обогащается высшими гармониками за счет эффекта акустической нелинейности. В таком случае для проведения расчетов в основном используются волновые модели эволюционного типа, в которых эволюционной переменной является координата вдоль выделенного направления распространения волны, то есть вдоль оси пучка  $z$  (рис. 1).



**Рис. 1.** Диаграмма, иллюстрирующая фокусировку нелинейного ультразвукового пучка, создаваемого HIFU излучателем, и пространственную сетку численного алгоритма.

В данной работе для численного описания мощных ультразвуковых пучков рассматривается уравнение Вестервельта, которое позволяет количественно точно описывать нелинейные ударно-волновые поля, создаваемые фокусированными преобразователями мощного ультразвука в однородных поглощающих средах. В бегущей системе координат данное уравнение можно записать в эволюционной форме как:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = c_0 \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^2} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3}, \quad (1)$$

где  $p(x,y,z,\tau)$  – акустическое давление,  $c_0$  – скорость звука в среде,  $\tau = t - z/c_0$  – время в бегущей системе координат,  $\beta$  – коэффициент нелинейности,  $\delta$  – коэффициент термовязкого поглощения [3]. Дифференциальные операторы в правой части уравнения в порядке слева направо описывают эффекты дифракции, нелинейности и термовязкого поглощения. Численное решение эволюционного уравнения такого типа обычно основывается на использовании метода расщепления по физическим факторам, согласно которому на каждом шаге сетки по оси  $z$  каждый физический эффект,

представленный отдельным оператором в правой части, рассчитывается с помощью наиболее подходящего численного метода.

Для реализации алгоритма численного решения уравнения (1), поле давления  $p(x, y, z, \tau)$  на дискретной сетке представляется в виде трехмерной матрицы, в каждой ячейке которой хранится Фурье-гармоника спектра волны, соответствующая данной пространственной точке в плоскости  $xu$  на равномерной сетке с числом точек  $M_x$  и шагом  $\Delta x$  по оси  $x$  и  $M_y$  с шагом  $\Delta y$  по оси  $y$  (Рис. 1):

$$p(x, y, z, \tau) = \sum_{n=-N}^N p_n(x, y, z) e^{-i\omega_n \tau}. \quad (2)$$

Здесь  $\omega_n = \omega n$  – круговые частоты гармоник с номером  $n$ ,  $\omega$  – круговая частота монохроматического источника,  $p_n$  – комплексные амплитуды гармоник. Вследствие того, что амплитуда второй половины отрицательных частот спектра является комплексно-сопряженной к первой половине положительных частот, в памяти ЭВМ достаточно хранить только первую половину спектра.

Расчеты на основе данной модели имеют высокий уровень сложности, а типовой размер матриц для хранения поля давления может достигать  $M_x = 10000$  на  $M_y = 10000$  для каждой из  $N = 1000$  спектральных составляющих профиля нелинейной волны, поэтому для решения уравнения требуется использование суперкомпьютерных мощностей. Рассматриваемая задача была реализована ранее на ПК и серверах с многоядерными центральными процессорами (CPU) с учетом оптимизаций пространственных распределений гармоник [4]. Однако и в этом случае выполнение одного расчета может занимать до нескольких суток при параллельном исполнении на нескольких ядрах процессора (обычно от 2 до 16). При этом следует учитывать, что для характеристики поля одного излучателя во всем диапазоне мощностей обычно требуется провести несколько десятков расчетов.

Потенциальным способом решения проблемы скорости вычислений является быстро развивающаяся в последнее время технология параллельного программирования на графических процессорах (GPU). В отличие от CPU данные процессоры имеют до нескольких тысяч узкоспециализированных ядер, способных выполнять широкий спектр математических операций и параллельно проводить несложные математические вычисления [5]. Благодаря большому количеству ядер возможно увеличить скорость вычислений за счет соответствующего количества одновременно запускаемых процессов, параллельно обрабатывающих однотипные сегменты данных.

Ранее для данной задачи был реализован алгоритм на GPU, в котором были написаны функции-ядра для вычисления оператора дифракции методом углового спектра, нахождения точного решения для оператора поглощения и решения оператора нелинейности в спектральном представлении методом Рунге-Кутты 4 порядка [6]. Однако при использовании спектрального метода количество вычислительных операций и, соответственно, время вычислений пропорциональны квадрату числа гармоник, включаемых в численный алгоритм. Поэтому данный метод эффективен только при слабом проявлении нелинейных эффектов, когда в спектре волны присутствует небольшое число высших гармоник. В данной работе была реализована удароуправляющая схема во временном представлении, позволяющая эффективно моделировать образование ударного фронта с использованием небольшого количества точек на нем (около 3), а именно консервативная схема типа Годунова [7].

Если рассмотреть в схеме расщепления отдельно шаг моделирования оператора нелинейности в уравнении (1), то в результате получим уравнение простых волн, описывающее нелинейные искажения профиля плоской волны:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial p^2}{\partial \tau}. \quad (3)$$

В трехмерной нелинейной задаче уравнение (3) решается независимо для каждой из  $M = M_x \cdot M_y$  точек пространственной сетки в плоскости  $xu$  (Рис. 1). Так как хранение и запись данных при выполнении каждого из шагов алгоритма вдоль эволюционной координаты производится в оперативной памяти CPU, дополнительное время уходит на обмен данными между центральным и графическим процессорами на каждом шаге алгоритма. В силу рассматриваемых особенностей архитектуры GPU параллельные вычисления организуются путем разбиения общего массива данных на сегменты размером  $L_x \cdot L_y \cdot N$ , где  $L_x$  – это размер буфера вдоль пространственной координаты  $x$ ,  $L_y$  – вдоль пространственной координаты  $y$ , а  $N$  – число гармоник. Такой подход позволяет обрабатывать количество данных, которые необязательно целиком помещаются в объем памяти GPU.

Для перехода к профилям от спектрального представления было сделано БПФ для набора гармоник  $N$  в каждой точке плоскости  $xu$ , которое также было выполнено на GPU. Для построения численного решения уравнение (3) удобно привести к безразмерному виду:

$$\frac{\partial V}{\partial \sigma} = \frac{1}{2} \frac{\partial V^2}{\partial \theta}, \quad (4)$$

Численное решение уравнения (4) на каждом шаге сетки по эволюционной координате  $\sigma$  строилось с помощью схемы типа Годунова [8]. Алгоритм расчета представляет собой явную шеститочечную консервативную схему второго порядка точности по времени и первого порядка точности по координате распространения [7,8]:

$$V_j^{k+1} = V_j^k - \frac{h_\sigma}{h_\theta} \left( H_{j+\frac{1}{2}}^k(\sigma) - H_{j-\frac{1}{2}}^k(\sigma) \right), \quad (5)$$

где потоки  $H_{j+\frac{1}{2}}^k$  через центры ячеек численной сетки на  $k$ -том шаге по координате  $\sigma$  задаются следующим образом

$$H_{j+\frac{1}{2}}^k(\sigma) = -\frac{1}{4} \left( \left( V_{j+\frac{1}{2}}^+ \right)^2 + \left( V_{j+\frac{1}{2}}^- \right)^2 \right) - \frac{a_{j+\frac{1}{2}}^k(\sigma)}{2} \left[ V_{j+\frac{1}{2}}^+(\sigma) - V_{j+\frac{1}{2}}^-(\sigma) \right]. \quad (6)$$

Здесь  $h_\sigma$  – шаг схемы вдоль координаты  $\sigma$ ,  $h_\theta$  – шаг сетки по оси безразмерного времени  $\theta$ , и локальная скорость потока в сеточной ячейке:

$$a_{j+\frac{1}{2}}^k(\theta) = \max \left| V_{j+\frac{1}{2}}^-, V_{j+\frac{1}{2}}^+ \right|. \quad (7)$$

Для получения второго порядка точности в данном алгоритме используется кусочно-линейная реконструкция значений давления  $V(\sigma_k, \theta_j)$  справа  $V_{j+\frac{1}{2}}^+(\sigma)$  и слева  $V_{j+\frac{1}{2}}^-(\sigma)$  от узла численной сетки  $(k, j)$ :

$$\begin{aligned} V_{j+\frac{1}{2}}^+ &= V_{j+1}^k(\sigma) - \frac{h_\theta}{2} \left( \frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_{j+1}^k, \\ V_{j+\frac{1}{2}}^- &= V_j^k(\sigma) + \frac{h_\theta}{2} \left( \frac{\partial V}{\partial \theta} \right)_j^k. \end{aligned} \quad (8)$$

Для большей устойчивости численного алгоритма, задействованные в (7) производные решения по времени на шаге  $k$  по координате  $\sigma$  выбираются таким образом, чтобы их значения были минимальными по модулю из возможных значений производных – правой, левой и центральной с весовым коэффициентом  $1 \leq b \leq 2$ :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial \theta}\right)_j^k = \min \text{mod} \left( \frac{b(V_j^k - V_{j-1}^k)}{h_\theta}, \frac{V_{j+1}^k - V_{j-1}^k}{2h_\theta}, \frac{b(V_{j+1}^k - V_j^k)}{h_\theta} \right). \quad (9)$$

Весовой коэффициент  $b = 2$  соответствует наиболее точному решению с минимальным сеточным поглощением, а  $b = 1$  – более устойчивому численному алгоритму, что достигается за счет увеличения сеточного поглощения. В данной работе величина  $b$  полагалась равной единице. Представленная схема позволяет рассчитывать распространение узких ударных фронтов с большой точностью при использовании всего лишь трех узлов сетки на ударном фронте. Отметим, что при решении трехмерных задач обычно дополнительно вводится искусственное поглощение, которое позволяет размыть ширину ударного фронта до нужных значений (обычно 7-8 точек на фронт) с целью уменьшения больших пространственных градиентов поля давления по поперечным координатам.

Начальное распределение комплексной амплитуды первой гармоники в плоскости  $z = 0$  было получено при помощи интеграла Рэля, рассчитанного для фокусированного преобразователя с равномерным распределением амплитуды колебательной скорости на поверхности, частотой 1 МГц, диаметром 10 см и фокусным расстоянием 9 см. Распределение задавалось на квадратной сетке с общим числом ячеек  $M_x M_y$ , где  $M_x = M_y = 2560$ , с пространственными шагами  $\Delta x = \Delta y = 0.4$  мм [9]. Расчеты проводились при последовательном увеличении амплитуды на излучателе.

Вычисления были проведены на GPU видеокарты Nvidia GTX1070, для чего была написана функция-ядро CUDA, которая реализует алгоритм (5)-(9). Число гармоник  $N$  было выбрано равным 100. Распараллеливание производилось по пространственным координатам плоскости  $xu$ . Для сравнения расчеты по данному алгоритму проводились на обычном многоядерном процессоре, а также на GPU с использованием спектрального метода. В результате было получено, что реализация задачи, основанной на методе Годунова, на GPU позволяет ускорить вычисления в десятки раз по сравнению с аналогичным алгоритмом, реализованном на CPU, а также в несколько раз по сравнению с алгоритмом, реализованном на GPU с использованием спектрального метода.

Исследования поддержаны грантом РФФ №20-12-00145.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бэйли М.Р., Хохлова В.А., Сапожников О.А. и др. // Акуст. журн., 2003, Т. 49, № 4, С. 437 – 464.
2. Rosnitskiy P.V., Yuldashev P.V., Sapozhnikov O.A. et al. // IEEE T. Ultrason. Ferr., 2017, V. 64, №. 2, P. 374 – 390.
3. Westervelt P.J. // J. Acoust. Soc. Am., 1963, V. 35, №. 4, P. 535 – 537.
4. Юлдашев П.В., Хохлова В.А. // Акуст. журн., 2011, Т. 57, № 3, С. 337 – 347.
5. Перепёлкин Е.Е., Садовников Б.И., Иноземцева Н.Г. Вычисления на графических процессорах (GPU) в задачах математической и теоретической физики, М: Ленанд, 2014, С. 176.
6. Коннова Е.О., Юлдашев П.В., Хохлова В.А. // Известия РАН, серия Физическая, Т. 85, № 6, С. 811 – 816, 2021.
7. Kirgapanov A. and Tadmor E. // J. Comput. Phys., 2000, V. 160, №. 1, P. 241 – 282.
8. Аверьянов М.В. Экспериментальная и численная модель распространения нелинейных акустических сигналов в турбулентной атмосфере, диссертация, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, 2008.
9. Мездрохин И.С., Юлдашев П.В., Хохлова В.А. // Акуст. журн., 2018, Т. 64, № 3, С. 318 – 329.



## Акустические волны в спиральном клине

А.И. Коробов, М.Ю. Изосимова, А.А. Агафонов, А.И. Кокшайский  
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,  
физический факультет, Москва, Россия  
agafonov.12345@mail.ru

Волны в твёрдом упругом клине были впервые открыты двумя исследовательскими группами в 1972м году с помощью численного моделирования [1-3]. К их особым свойствам относят отсутствие дисперсии, локализацию энергии у ребра клина в небольшой области порядка длины волны. Клиновые волны привлекают интерес исследователей в связи с перспективностью их использования в неразрушающем контроле структур содержащих клин, таких как лопасти, кромки режущих инструментов [4-6] и в других областях науки и техники [7-9]. В том числе, продолжаются исследования особенностей распространения клиновых волн в случае их различных модификаций – например, дефектов, трещин, или изменений геометрии – наличия усечений, особенностей профиля, ненулевой кривизны клина и т.д. [4-7, 9,10, 11].

Для исследования особенностей распространения клиновых волн в образце спиральной формы, использующихся в качестве фрез в токарной и сверлильной обработке материалов, нами использовался образец спирального сверла по металлу диаметром 28 мм. Ширина режущей кромки сверла – 2,7 мм. Длина шага сверла – 160 мм, длина режущей части образца - 192 мм.

Для проведения экспериментальных исследований распространения клиновых упругих волн в сверле была разработана экспериментальная установка, схема которой изображена на рис. 1.

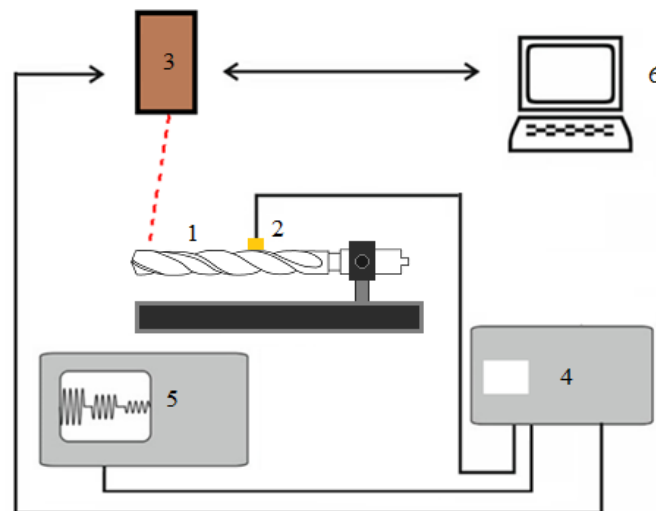


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. 1 - экспериментальный образец на штативе, 2 – излучающий пьезопреобразователь, 3 - Сканирующий лазерный виброметр PSV-300 (Polytec.), 4 – ультразвуковой измерительный комплекс RAM-5000 SNAP SYSTEM (Ritec), работающий в импульсном режиме и используемый для генерации зондирующего сигнала в исследуемом образце, 5 – цифровой осциллограф DS09104A (Agilent), 6 – персональный компьютер.

Возбуждение КУВ в образце сверла (1) осуществлялось пьезоэлектрическим преобразователем (2), прикрепленным на боковую поверхность клина непосредственно у его ребра. Генерация электрических сигналов в пьезопреобразователе (2) осуществлялась с помощью ультразвукового измерительного комплекса RAM-5000

SNAP SYSTEM (Ritec), работающего в импульсном режиме (4). Форма и амплитуда сигналов, поступающих на пьезопреобразователь, контролировалась в режиме реального времени цифровым осциллографом DS09104A (Agilent) (5). Визуализация и измерение параметров упругой клиновой волны в образце осуществлялась с помощью лазерного виброметра PSV-300 (Polytec) (3), управление которым осуществлялось персональным компьютером (6).

Методом лазерной сканирующей виброметрии визуализированы клиновые упругие волны в образце сверла в диапазоне 100 до 580 кГц. В этом диапазоне исследована дисперсия клиновых волн (рис. 2.).

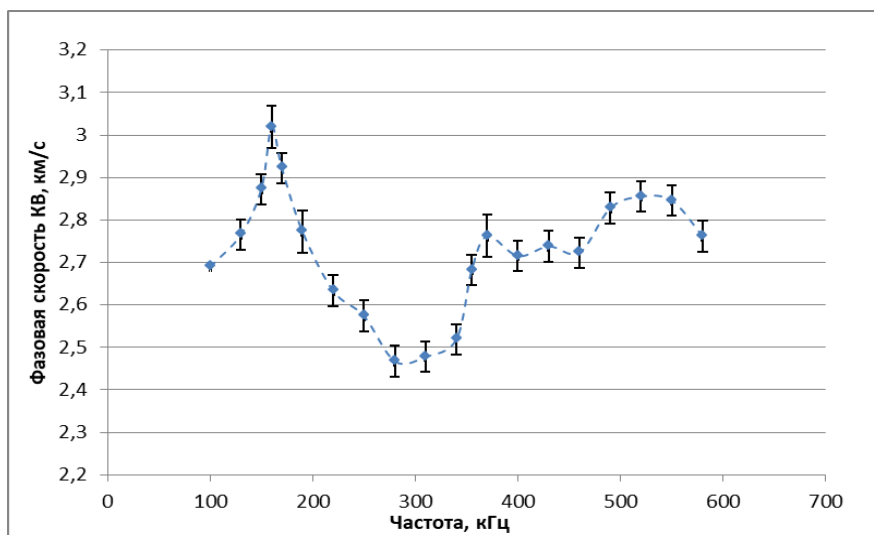


Рис. 2. Дисперсия клиновых волн в образце сверла.

Обнаружено, что в отличие от прямого клина, в образце сверла наблюдается дисперсия, что является следствием наличия размерных параметров в геометрии сверла. Дисперсионные характеристики в образце сверла являются более выраженными и имеют более сложный характер, по сравнению с дисперсионными свойствами цилиндрических клиньев [11], что может быть объяснено наличием нескольких характерных размеров в профиле образца сверла – диаметра, ширины и высоты кромки режущей части, искривления сверла в поперечном сечении и шага сверла в продольном направлении.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. P.E. Lagasse // Electronics Letters. 1972. V. 8. P. 372-373.
2. P.E. Lagasse // J. Acoust. Soc. Am. 1793. V. 53. P. 1116-1122
3. A.A. Maradudin et al. // Phys. Rev. B. 1972. No. 6. P. 1106-1111.
4. В.В. Крылов, А.В. Шанин // Акуст. Журн. 1993. Т. 39. № 2. С. 292-298.
5. I.H. Lui, C.H. Yang // IEEE Int. Ultrason. Symp. Proc. 2010. P. 817-820.
6. M.-I. Chen et al. // Ultrasonics. 2018. V. 82. P. 289-297.
7. T.-H. Yu, Y. Ching-Chung. // Sensors and Actuators A: Physical. 2012. V. 174. P. 144–154.
8. I. Matsuya, et al. // Sensors (Basel, Switzerland). 2017. Vol. 18. № 1.
9. V. Krylov // Moscow University Physics Bulletin, 1990, vol.45, №6, p. 65-69.
10. А.И. Коробов, А.А. Агафонов, М.Ю. Изосимова // ЖТФ. 2018. Т. 88. № 3. С. 385-391.
11. А.И. Коробов и др. // Акустический журнал, 2020, т. 66, № 3, с. 251-257.

## Метод прецизионного измерения акустической радиационной силы, действующей на сферический рассеиватель при его облучении фокусированным ультразвуковым пучком

Л.М. Котельникова, С.А. Цысарь, Д.А. Николаев, О.А. Сапожников

Физический факультет,

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

[kotelnikova.lm16@physics.msu.ru](mailto:kotelnikova.lm16@physics.msu.ru)

Одной из актуальных практических задач является исследование силового воздействия ультразвуковых волн на физические объекты. При падении акустического пучка на рассеивающий или поглощающий объект происходит передача импульса волны данному объекту, в результате чего возникает акустическая радиационная сила. Этот эффект имеет множество практических приложений. Например, в медицине развивается метод бесконтактного выталкивания фрагментов почечных камней [1]. В связи с этим необходимо развитие методов прецизионного измерения малой величины радиационной силы, действующей со стороны ультразвукового пучка на объекты миллиметровых размеров.

Ранее авторами настоящего доклада была предложена оригинальная экспериментальная установка для измерения акустической радиационной силы, оказываемой фокусированным ультразвуковым пучком на упругий шар в жидкости [2]. Рассеиватель крепился в системе тонких натянутых лесок, опирающихся на жесткую конструкцию, взвешиваемую на электронных весах. Недостатком метода являлось появление осцилляций в зависимости силы от расстояния при нахождении рассеивателя в фокальной области излучателя. Данные осцилляции были связаны с возникновением стоячих волн между поверхностями излучателя и рассеивателя. Подобная проблема также встречалась в измерениях силы другими методами [3, 4]. В данной работе для повышения точности измерения радиационной силы представлена модификация электрической части предложенной ранее экспериментальной установки [2] с целью минимизации влияния возникающих стоячих волн. Для этого был использован подход, описанный в работе [5], позволяющий подавить отражение акустических волн от поверхности пьезопреобразователя путем подбора его электрической нагрузки.

Для проведения численного расчета радиационной силы использовался теоретический подход, описанный в работе [6]. Кратко приведем основные используемые соотношения.

Пусть на упругий шар радиуса  $a$  падает монохроматический акустический пучок. Тогда на рассеиватель со стороны пучка будет действовать радиационная сила, осевая компонента которой определяется выражением:

$$F_z = -\frac{1}{4\pi^2 \rho c^2 k^2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n \sum_{m=-n}^n B_{nm} H_{nm} H_{n+1,m}^* \right\}. \quad (1)$$

Здесь  $c$  – скорость звука в иммерсионной жидкости (воде),  $\rho$  – плотность жидкости,  $k = 2\pi f / c$  – волновое число,  $f$  – частота волны,  $\Psi_n$  – коэффициенты, определяющиеся упругими свойствами среды и рассеивателя,  $B_{nm}$  – известные числовые коэффициенты, коэффициенты

$$H_{nm} = \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} dk_x dk_y S(k_x, k_y) Y_{nm}^*(\theta_k, \varphi_k) \quad (2)$$

полностью задают падающее поле, имеющее угловой спектр  $S(k_x, k_y)$ ,  $Y_{nm}(\theta, \varphi)$  – сферические гармоники,  $\theta, \varphi$  – углы сферической системы координат  $(r, \theta, \varphi)$ , угол  $\theta = 0^\circ$  соответствует направлению распространения падающего пучка, начало координат совмещено с центром шара. Выражения для коэффициентов  $\Psi_n, B_{nm}$  и углов  $\theta_k, \varphi_k$  приведены в работе [6].

Введем безразмерную величину радиационной силы [4]:

$$Y_z = \frac{F_z c}{W}. \quad (3)$$

Здесь  $W$  – полная мощность акустического пучка, которая может быть рассчитана по известному угловому спектру  $S(k_x, k_y)$ :

$$W = \frac{1}{8\pi^2 \rho c} \iint_{k_x^2 + k_y^2 \leq k^2} dk_x dk_y \sqrt{1 - \frac{k_x^2 + k_y^2}{k^2}} |S(k_x, k_y)|^2. \quad (4)$$

Угловой спектр давления  $S(k_x, k_y)$  можно рассчитать по измеренной голограмме излучателя (двумерному распределению амплитуды и фазы акустического давления в поперечном сечении пучка) [7] и значению комплексной амплитуды электрического сигнала, подаваемого на излучатель во время измерений радиационной силы. В настоящей работе рассматривался пьезокерамический излучатель, представляющий собой сферическую чашу с радиусом кривизны (фокусным расстоянием) 70 мм, диаметром 100 мм и толщиной около 2 мм. Частота механического резонанса частота была равна 1.072 МГц. По измеренной ранее голограмме излучателя был определен его угловой спектр.

На рис. 1 приведены результаты расчета безразмерной радиационной силы в зависимости от расстояния от излучателя на акустической оси пучка для стального и стеклянного шаров радиусами 3 мм.

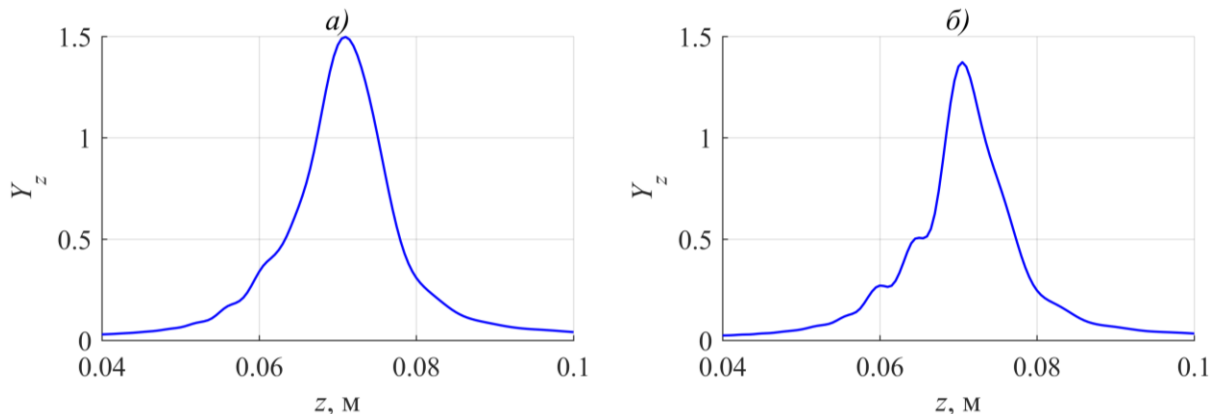


Рис. 1. Численно рассчитанные кривые зависимостей безразмерной радиационной силы от положения на оси излучателя для шаров радиусами 3 мм из а) стали, б) стекла. Расстояние  $z$  отсчитывается от центра излучателя, фокусное расстояние соответствует  $z=0.07$  м.

Чтобы уменьшить влияние переотраженных волн между рассеивателем (шаром) и фокусирующим излучателем, экспериментально была проанализирована возможность минимизации коэффициента отражения звука от поверхности фокусирующего пьезопреобразователя путем изменения величины нагруженного на него электрического импеданса, по аналогии с тем, как это делалось ранее для плоского

пьезопреобразователя и плоского отражателя [5]. В качестве электрической нагрузки в данной работе рассматривалось только активное сопротивление, позволяющее подавить отражение от пьезопреобразователя на частотах, на которых мнимая часть импеданса излучателя обращается в ноль (в данном случае – на антирезонансной частоте). В случае падения на преобразователь акустической волны произвольной частоты, на которой мнимая часть импеданса ненулевая, для минимизации коэффициента отражения необходимо также использовать реактивное сопротивление.

Был проведен эксперимент, в котором упругий шар, закрепленный в системе тонких лесок, располагался в фокусе пьезопреобразователя. С электрического генератора на пьезопреобразователь подавался синусоидальный сигнал амплитудой 5 В, состоящий из 5 периодов, на частоте резонанса пьезопреобразователя 1.072 МГц. Пьезопреобразователь излучал акустическую волну, которая распространялась до шара, отражалась от него и возвращалась назад на излучатель. Затем, после отражения от излучателя, эта волна вновь распространялась до шара и отражалась от него. Для записи электрических сигналов на пьезопреобразователе (соответствующих первому и второму отраженным от шара сигналам) использовался осциллограф. Внутреннее сопротивление генератора составляло 50 Ом. В режиме приема оно играло роль электрического импеданса, нагружающего источник э.д.с., в качестве которого выступал пьезопреобразователь. Дополнительно к указанному внутреннему сопротивлению генератора (последовательно либо параллельно ему) подсоединялись различные электрические резисторы. Это позволяло контролируемым образом варьировать суммарную электрическую нагрузку пьезопреобразователя в диапазоне от 3 до 150 Ом.

Для определения коэффициента отражения от фокусирующего пьезопреобразователя сначала по максимуму отраженного сигнала путем перемещения преобразователя с помощью системы позиционирования проводилась установка шара в точку фокуса. Далее были выделены первый и второй отраженные от шара импульсы и с помощью преобразования Фурье найдены их частотные спектры. Отношение спектров второго и первого отраженных сигналов пропорционально коэффициенту отражения акустической волны от пьезопреобразователя. В величину полученного отношения также входят потери при отражении волны от упругого шара, а также потери, связанные с расходимостью волны.

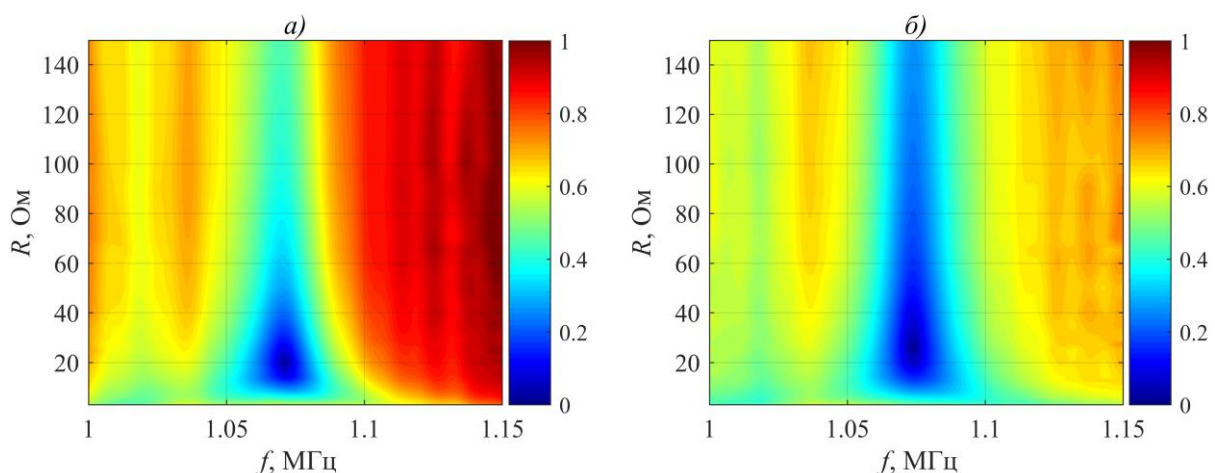


Рис. 2. Отношение спектральных амплитуд экспериментально измеренных второго и первого отраженных от шара сигналов, пропорциональное коэффициенту отражения от фокусирующего пьезопреобразователя, в зависимости от частоты падающей волны  $f$  и суммарного сопротивления  $R$ , включенного между обкладками пьезопреобразователя. Приведены результаты измерений при использовании в качестве рассеивателя а) стального, б) стеклянного шаров радиусами 3 мм.

На рис. 2 приведены экспериментальные зависимости указанного отношения в зависимости от частоты и суммарной электрической нагрузки пьезопреобразователя для двух шаров радиусами 3 мм из стали (рис. 2-а) и стекла (рис. 2-б). При суммарной электрической нагрузке 20 Ом на частоте 1.071 МГц (рис. 2-а) и при нагрузке 25 Ом на частоте 1.074 МГц (рис. 2-б) наблюдаются минимумы, соответствующие минимумам коэффициента отражения от пьезопреобразователя. Значения сопротивлений и частот, при которых происходит максимальное подавление отраженной от пьезопреобразователя волны, являются различными для разных шаров, что объясняется различным вкладом сложной картины рассеянного поля упругих шаров в отношении рассматриваемых выше спектров.

Таким образом, для минимизации влияния стоячих волн во время измерений радиационной силы между фокусирующим излучателем и сферическим рассеивателем необходимо в электрической части установки подсоединять дополнительные сопротивления, чтобы суммарная электрическая нагрузка соответствовала случаю минимального отражения от пьезопреобразователя.

Экспериментальная установка для измерения радиационной силы состояла из закрепленного в системе позиционирования фокусирующего пьезопреобразователя с направленной вертикально вниз акустической осью, сферического рассеивателя, который крепился в системе тонких натянутых лесок, опирающихся на жесткую конструкцию. Вертикальная компонента радиационной силы, действующей со стороны пучка, определялась из взвешивания указанной конструкции на электронных весах. Для подавления влияния гидродинамических потоков над шариком натягивалась тонкая звукопрозрачная мембрана. С генератора через усилитель на излучатель подавался непрерывный гармонический сигнал на частоте около 1.07 МГц, который контролировался с помощью осциллографа. На дне бассейна для подавления отраженных волн располагался акустический поглотитель. Для минимизации коэффициента отражения от пьезопреобразователя параллельно генератору подсоединялись дополнительные сопротивления. Измерения были проведены для значений сопротивлений 33 и 51 Ом при использовании стального и стеклянного шаров в качестве рассеивателей, соответственно. Выявлено уменьшение влияния стоячих волн на результаты экспериментальных измерений радиационной силы на оси пучка по сравнению со случаем отсутствия в электрической части схемы указанных сопротивлений.

Таким образом, в настоящей работе разработан прецизионный метод измерения акустической радиационной силы, оказываемой ультразвуковым пучком на твердотельный сферический рассеиватель. Повышение точности достигнуто за счет модификации электрической части экспериментальной установки с целью подавления стоячих волн, образующихся между поверхностью рассеивателя и излучателем.

Работа поддержана грантом РФФИ № 20-02-00139 и стипендией Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. J.D. Harper et al. // J. Urol. 2016. V. 195. No 4. P. 956.
2. Л.М. Котельникова и др. // Сборник трудов XXXIV сессии Российского акустического общества. 2022. С. 1042.
3. M. Karzova et al. // Proc. Mtgs. Acoust. 2017. V. 32, No 1. P. 045011.
4. A. Nikolaeva et al. // Proc. Mtgs. Acoust. 2019. V. 38. No 1. P. 045009.
5. Л.М. Котельникова и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 1. С. 90.
6. O.A. Sapozhnikov, M.R. Bailey // J. Acoust. Soc. Am. 2013. V. 133. No 2. P. 661.
7. O.A. Sapozhnikov et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. No 3. P. 1515.

## Мультимасштабный энтропийный анализ данных акустического обследования фундаментных плит

И.Н. Лозовский<sup>1</sup>, А.А. Чуркин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Центр геоэлектромагнитных исследований – филиал Института физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН, г. Троицк, г. Москва, Россия

<sup>2</sup>НИИОСП им. Н.М. Герсеванова АО «НИЦ «Строительство», г. Москва, Россия  
[i.n.lozovsky@yandex.ru](mailto:i.n.lozovsky@yandex.ru)

Железобетонные плитные фундаменты служат для передачи нагрузок от зданий и сооружений на грунтовое основание. Помимо локальных и трудоемких прямых методов обследования конструкций, для оценки сплошности плит и условий их контакта с грунтовым основанием применяются методы «технической геофизики» [1], основанные на возбуждении в объекте контроля упругих (в акустическом и ультразвуковом диапазонах частот) или высокочастотных электромагнитных волн [2, 3]. В зависимости от частотного состава возбуждаемых колебаний, геофизические методы характеризуются различной разрешающей способностью и позволяют исследовать интегральные свойства разных объемов изучаемой среды [2]. Выбор метода или комплекса методов диагностики определяется поставленной задачей, конструктивными особенностями объекта контроля, экономическими и организационными факторами.

При проведении акустического обследования плитоподобных конструкций применяется низкочастотный метод анализа отклика (виброакустический метод, impulse response testing). Вся площадь объекта контроля покрывается сетью пунктов наблюдения. В каждом пункте упругие волны возбуждаются ударным способом и регистрируются с помощью установленного поблизости акселерометра или велосиметра. Для локализации участков конструкции с «аномальным» откликом применяется анализ динамических атрибутов акустических сигналов, количественно характеризующих изменение амплитудно-частотного состава колебаний – энергии, преобладающей частоты, площади нормированного спектра и др. [3, 4].

При этом важной задачей является выработка оптимального ансамбля атрибутов и критериев выделения с их помощью дефектов различного рода. Разработка формализованных алгоритмов обработки и интерпретации результатов измерений – важное требование для нормативной регуляции строительного контроля [1, 3].

В настоящей работе предлагается дополнить набор вычисляемых атрибутов мультимасштабной энтропией (Multiscale Entropy, MSE). Методика расчета мультимасштабной энтропии, впервые предложенная в работах [5, 6], получила широкое распространение в различных областях знаний для оценки «сложности» (непредсказуемости) временных рядов на разных временных масштабах [7, 8]. Методика основана на последовательном выполнении двух процедур для каждого масштабного фактора  $\tau$ :

1) формирование нового временного ряда путем разделения исходного временного ряда на непересекающиеся сегменты (состоящие из  $\tau$  дискретов) и усреднения значений в каждом сегменте;

2) расчет выборочной энтропии (Sample Entropy, SampEn) [9] для полученного временного ряда.

Более подробно ознакомиться с примененным в данной публикации алгоритмом расчета мультимасштабной энтропии можно в работе [10].

Рассмотрим применение MSE-анализа для набора данных, собранного при обследовании фундаментной плиты в основании объекта незавершенного строительства в г. Ульяновске (рис. 1). Размеры плиты в плане – 61.2 x 17.5 м, толщина плиты – 1 м, класс бетона – В25. В основании конструкции залегали плотные мергели, с возможным локальным присутствием выветрелых мергелей пониженной прочности.



Рис. 1. Акустическое обследование фундаментной плиты.

Для возбуждения упругих волн использовалась резиновая киянка (вес бойка – 400 г). Регистрация производилась с использованием сейсмостанции ИДС-1 (ООО "Логические системы"). Взаимное расположение 30 точек наблюдений на поверхности плиты выбиралось из соображения равноудаленности от возможных источников акустических помех – пилонов, колонн, технических отверстий и дренажных приямков. Для борьбы с помехами на каждом пункте наблюдений также производилось накопление сигналов – выполнялось по 10 измерений, инициированных ударами молотка по разные стороны от сейсмоприемника. Для каждого зарегистрированного сигнала был выполнен расчет его атрибутов, при этом за итоговое значение атрибута в точке наблюдения принималось медианное значение.

Карты рассчитанных атрибутов акустического отклика – энергии нормированного сигнала и выборочной энтропии для масштабных факторов  $\tau = 1, 60$  и  $100$  – представлены на рис. 2. На значительной части площади обследованной конструкции поведение акустического отклика плиты сравнительно однородно. Значения выборочной энтропии возрастают при увеличении масштабного фактора, но при этом характер их изменений в пределах площади плиты остается близким. Аномальная зона в левой части плиты согласованно выделяется как для атрибута энергии, так и для оценок энтропии. Выделенная область интерпретируется в качестве ослабления контакта конструкции с грунтом, но не его полного нарушения. Локализованная область соответствует не только расположению визуально обнаруженной зоны размыва грунта, но и участку возможного выклинивания выветрелых пород в основании плиты, т.е. зоне опирания на сравнительно слабый грунт.



Первый опыт применения предложенного подхода к обработке результатов натуральных измерений показал его эффективность – позволил очертить зону ослабления контакта конструкции с грунтом. Оценки энтропии могут дополнить ансамбль атрибутов акустических сигналов, характеризующих состояние контакта плитоподобных конструкций с грунтовым основанием. При этом чувствительность энтропийного анализа к различным типам дефектов требует дополнительных исследований с использованием численного и физического моделирования.

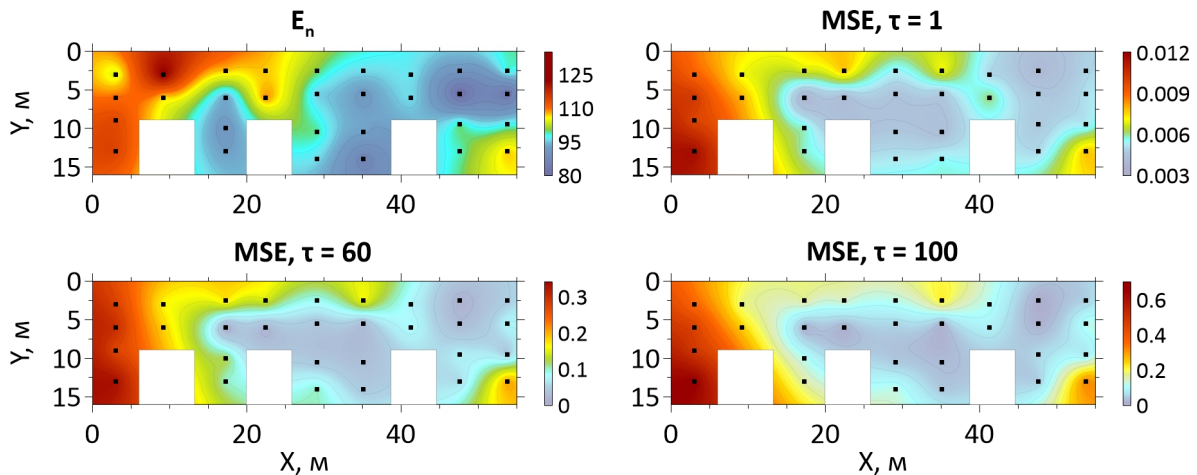


Рис. 2. Карты атрибутов акустических откликов обследованной фундаментной плиты – энергия нормированного сигнала ( $E_n$ ) и выборочная энтропия для масштабных факторов  $\tau = 1, 60$  и  $100$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Чуркин и др. // Геотехника. 2021. № 2. С. 56–70.
2. В.В. Капустин, А.В. Кувалдин // Технологии сейсморазведки. 2015. № 1. С. 99–105.
3. В.В. Капустин и др. // Геотехника. 2021. № 1. С. 68–79.
4. А.А. Чуркин и др. // Изв. ТПУ. Инжиниринг георесурсов. 2021. Т. 332. № 1. С. 129–140.
5. M. Costa et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. P. 068102.
6. M. Costa et al. // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. P. 021906.
7. A. Humeau-Heurtier // Entropy. 2020. V. 22(6). P. 644.
8. О. Цветков “Энтропийный анализ данных в физике, биологии и технике“ СПб: СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2015.
9. J.S. Richman, J.R. Moorman // Am. J. Physiol. Heart Circ. Physiol. 2000. V. 278. P. H2039–49.
10. S.D. Wu et al. // Phys. Lett. A. 2014. V. 378. P. 1369–1374.

## Использование акустической голографии для анализа колебаний элементов ультразвуковых антенных решёток

Д.А. Николаев, А.З. Калоев, С.А. Цысарь, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников  
Физический факультет Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова  
[da.nikolaev@physics.msu.ru](mailto:da.nikolaev@physics.msu.ru)

Ультразвуковые (УЗ) многоэлементные антенные решётки мегагерцового диапазона частот эффективно применяются во многих областях промышленности и медицины. Они состоят из большого количества независимо управляемых пьезоэлектрических элементов, расположенных в определённом порядке на рабочей поверхности излучающего или приёмно-излучающего устройства. Антенные решётки дают широкие возможности по управлению пространственным распределением излучаемого акустического поля. Например, в задачах УЗ терапии они позволяют электронным образом сдвигать фокальный максимум, тем самым воздействуя на требуемую область организма [1]. Кроме того, многоэлементные преобразователи успешно используются для визуализации структурных особенностей сред в задачах неразрушающего УЗ контроля в промышленности и УЗ диагностики в медицине [2].

Указанные возможности антенных решёток достигаются за счёт независимого управления амплитудой и фазой излучаемых пьезоэлементами акустических сигналов. Независимость управления предполагает полное отсутствие перекрёстного влияния элементов друг на друга. Но в реальности существуют две основные причины взаимодействия между элементами. Это взаимодействие питающих элементы электрических каналов за счёт утечки электромагнитного поля в соседние каналы, что в итоге может проявиться в виде паразитного акустического сигнала [3]. Другой вид взаимодействия – это акустическая утечка сигнала механически связанных элементов. Например, при расположении элементов на твёрдом основании взаимное влияние происходит за счёт возбуждения волн Лэмбовского типа.

Степень взаимного влияния элементов антенной решётки может быть исследована с использованием импульсной акустической голографии [4]. Такая методика была применена для характеристики многоэлементной решетки в работе [5]. Голограмма многоэлементного преобразователя измеряется при возбуждении элементов электрическим сигналом с определенной фазой и амплитудой. В общем случае для каждой комбинации фаз элементов следует измерять отдельную голограмму излучателя, что является непрактичным и ограничивает широкое применение метода для характеристики многоэлементных преобразователей. Указанное ограничение можно преодолеть, если модифицировать фазу голограммы антенной решётки путем умножения голограмм отдельных элементов на необходимые фазовые коэффициенты. Для иллюстрации особенностей предлагаемого подхода было проведено моделирование сдвига фокуса многоэлементного фокусирующего излучателя с характеристиками, аналогичными характеристикам реальной терапевтической решетки. Антенная решётка состояла из 12 колец (рис. 1а), расположенных на сферической поверхности с радиусом кривизны  $F=80$  мм. Кольцевые элементы имели одинаковую площадь  $S=5.2$  мм<sup>2</sup>. Зазоры, отделяющие элементы, имели ширину 0.5 мм. При моделировании на поверхности элементов задавалась колебательная скорость единичной амплитуды (рис. 1а). Ввиду аксиальной симметрии фокальный максимум давления можно перемещать электронным образом только вдоль оси излучателя. Для его смещения на величину  $\Delta z$  фаза сигнала, подаваемая на  $n$ -е кольцо с радиусом центральной окружности  $r_n$ , была выбрана исходя из выражения:

$$\varphi_n = \omega/c_0 \times \left( F - \sqrt{F^2 + 2\Delta z \sqrt{F^2 - r_n^2 + \Delta z^2}} \right),$$

где  $\omega$  – циклическая частота сигнала,  $c_0$  – скорость звука в среде,  $n = 1, 2, \dots, 12$ . Был проведен расчёт акустического поля для имитирования измерения голограммы при синфазном излучении элементов данного источника. Для этого с помощью интеграла Рэлея была рассчитана голограмма акустического поля в монохроматическом режиме – распределение комплексной амплитуды акустического давления в параллельной излучателю плоскости на расстоянии  $h=60$  мм от центра решётки. Далее, используя полученную голограмму в качестве граничного условия, была решена задача обратного распространения акустической волны к излучателю с помощью интеграла Рэлея. В итоге было получено распределение комплексной амплитуды давления на исходной поверхности излучателя (голограмма излучателя, рис. 1а). Поскольку при использовании интеграла Рэлея происходит обрезание пространственного спектра, при восстановлении давления на поверхности излучателя исходные резкие перепады сглаживаются. В результате восстановленное акустическое поле не локализуется в пределах поверхности излучающих элементов (рис. 1б). Указанный дифракционный артефакт мал для высоких частот, но усиливается при понижении частоты акустического сигнала.

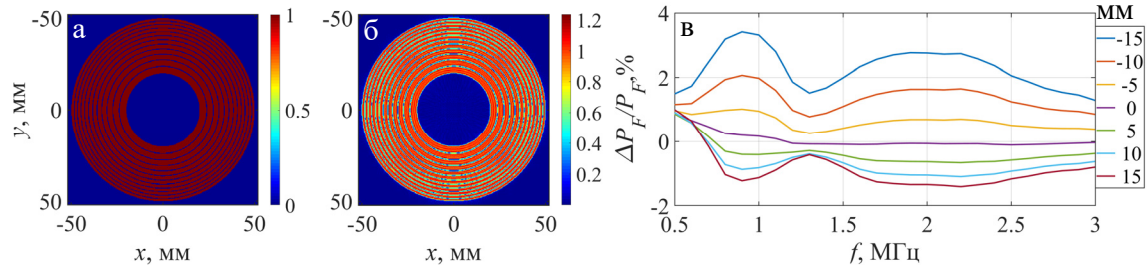


Рис. 1. (а) Распределение амплитуды нормальной компоненты колебательной скорости поверхности излучателя. (б) Амплитудная часть голограммы излучателя на частоте  $f=2$  МГц. (в) Относительное отклонение значения амплитуды давления в фокальном максимуме, рассчитанное из модифицированной синфазной голограммы, от истинной амплитуды. Линии соответствуют различным смещениям фокального максимума; например, «-10» обозначает смещение в сторону излучателя на 10 мм от фокуса.

Следующим этапом в моделировании была модификация полученной синфазной голограммы излучателя (рис. 1б) для описания акустического поля в пространстве при различных «электронных» смещениях фокального максимума. Для этого она «разрезалась» на примыкающие друг другу голограммы отдельных элементов, границы которых выбирались по середине зазоров между элементами. Далее производилось умножение области голограммы  $n$ -го элемента на фазовый коэффициент  $\exp(i\varphi_n)$ . Используя полученное граничное условие, рассчитывалось акустическое поле в пространстве для различных смещений фокального максимума и на различных частотах.

Описанный выше метод подачи фазовых задержек на разделённые в пространстве голограммы элементов фактически предполагает отсутствие взаимного влияния элементов. Как отмечалось ранее, в общем случае это не так. Голография позволяет провести анализ работы антенной решётки и в этом случае, хотя и за счёт большего количества измерений. При подозрении на наличие взаимного влияния элементов следует измерить индивидуальную голограмму каждого элемента, т.е. провести двумерное сканирование акустического поля в случае, когда сигнал от электрического источника подаётся только на исследуемый элемент [6]. Данный способ позволяет не только получить голограмму элемента без наложения поля соседних элементов, но также позволяет количественно определить взаимодействие между элементами. Чтобы

исследовать указанную возможность нахождения нелокализованных голограмм отдельных элементов, для описываемого излучателя была промоделирована поэлементная запись 12-ти голограмм. После этого для задания голограммы излучателя со смещенным фокальным максимумом голограмма  $n$ -го элемента умножалась на фазовый множитель  $\exp(i\varphi_n)$  и все 12 голограмм складывались.

Используя голограммы, полученные описанными выше двумя способами, было рассчитано распределение комплексной амплитуды акустического давления вдоль оси излучателя. Для оценки величины отклонения полученного акустического поля в пространстве в сравнении с реальным полем ранее предлагались различные метрики [7]. Для фокусирующего излучателя наиболее показательной метрикой и наиболее важной в практическом плане является относительное отклонение значения давления в фокальном максимуме. В данном моделировании реальное поле вдоль оси было получено из исходного распределения колебательной скорости (рис. 1а).

На рис. 1в показано относительное отклонение давления в фокальном максимуме, полученного из модифицированной синфазной голограммы кольцевого излучателя, от реального давления для различных частот и смещений фокального максимума. Отклонение зависит не только от частоты излучения, но и от величины смещения фокального максимума, и связано с наложением поля элементов на области расположения соседних элементов из-за дифракционного расплывания. При этом при бóльших смещениях наложенные поля сильнее расфазированы, что приводит к большей ошибке. В случае отсутствия смещения фокуса ( $\exp(i\varphi_n)=1$ ), отклонение минимально (рис. 1в). Ошибка предсказания амплитуды давления в фокальном максимуме при сдвиге в диапазоне от -15 до 15 мм в частотном диапазоне 0.5 – 3 МГц оказалась менее 4%. Отклонение давления от реального при расчете вторым способом (из модифицированной поэлементной голограммы) получилась менее 0.1% для всех частот и смещений фокального максимума; полученные зависимости не приводятся. Пространственное отклонение рассчитанного из голограммы положения фокального максимума от истинного положения в обоих случаях также является незначительным, менее 0.1 мм.

Рассмотренный в описанном выше моделировании идеальный излучатель может плохо описывать поле реального преобразователя, поэтому было проведено также экспериментальное исследование. Использовалась фокусирующая 12-элементная кольцевая антенная решётка (Imasonic, France) (рис. 1а) с центральной рабочей частотой 2 МГц. Была измерена импульсная голограмма в двух режимах: 1) при синфазном возбуждении всех элементов; 2) при фазировке элементов, осуществляющей сдвиг фокуса вдоль оси на расстояние 8 мм в сторону излучателя. На элементы подавался импульсный сигнал в виде одного периода гармонического сигнала на частоте 2 МГц. В каждой точке голограммы (251×251 узлов квадратной сетки с шагом 0.4 мм) с помощью гидрофона HGL-0200 регистрировался временной профиль акустического давления. Далее, используя преобразование Фурье, была рассчитана монохроматическая голограмма на частоте 2 МГц.

Дополнительно были измерены голограммы отдельных элементов. Поскольку измерение 12 отдельных голограмм элементов на практике трудно реализовать, был применён вспомогательный приём, позволивший осуществить запись импульсных голограмм отдельных элементов в процессе одного сканирования. Для этого была измерена одна голограмма при последовательном возбуждении элементов одиночными импульсными сигналами с задержкой (при переходе от одного элемента к другому) равной 8 мкс, которой было достаточно, чтобы разделить во времени акустические сигналы элементов на поверхности решётки. В итоге из одной голограммы

акустического поля был получен набор 12 голограмм элементов. Из полученных голограмм влияние элементов друг на друга не выявлено, что подтверждает хорошую электрическую и акустическую изолированность излучающих каналов.

Способом, описанным выше, модифицировались фазы голограмм элементов излучателя и проводился расчет амплитуды акустического давления вдоль оси на частоте 2 МГц (рис. 2в). Использовались два описанных выше представления для голограмм элементов: (1) голограммы, полученные разрезанием полной голограммы решётки при синфазном возбуждении всех элементов («вырезанные голограммы») и (2) голограммы, измеренные путём отдельного возбуждения элементов («истинные голограммы»). Оба варианта дали хорошее согласие с эталонным распределением, полученным из измеренной голограммы с фазировкой элементов.

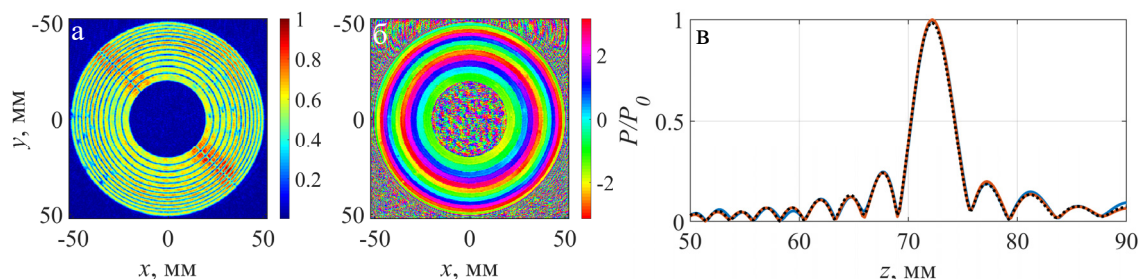


Рис. 2. (а) Амплитуда и (б) фаза акустического давления на излучателе с фазированными элементами на частоте 2 МГц. (в) Распределение нормированной на общий максимум амплитуды давления вдоль оси преобразователя. Пунктирная линия – распределение получено из голограммы со сдвигом фокального максимума, синяя линия – из модифицированной поэлементной голограммы, оранжевая линия – из модифицированной синфазной голограммы.

Представляет интерес оценка точности, с которой использование вырезанных голограмм элементов позволяет описать поле многоэлементного излучателя при различных электронных смещениях фокуса. Для этого из модифицированных путём введения соответствующих задержек вырезанных и истинных голограмм элементов были рассчитаны амплитуды давления в фокальном максимуме и найдена относительная разница между ними. Истинным считалось акустическое давление, полученное из истинных голограмм элементов. Оказалось, что для смещений в диапазоне от -15 до 15 мм отклонение не превышало 3%.

В работе предложен новый метод характеристики многоэлементных антенных решёток. Показано, что с помощью одной измеренной голограммы можно с высокой точностью описать поле в пространстве при электронном сдвиге фокуса в случае отсутствия влияния элементов друг на друга и при относительно высоких частотах, при которых не происходит существенного наложения полей ввиду дифракционного расплывания. Также предложен новый способ записи голограмм элементов, использующий одно сканирование акустического поля при последовательном импульсном возбуждении элементов. Исследования поддержаны грантом РФФ №20-12-00145.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. Payne, et al. // *Medical physics*. 2011. V. 38. No 9. P. 4971–4981.
2. L. Demi. // *Appl. Sci*. 2018. 8. 1544. P. 1–15.
3. E. Martin, et al. // *JASA Express Letters*. 2021. No1(1). P.012001-1–012001-6.
4. О.А. Сапожников и др. // *АЖ* 2006. Т 52. №3. С. 385-392.
5. С.А. Цысарь и др. // *АЖ*. 2021. Т. 67. No 3. С. 328–337.
6. V. Khokhlova, et al. // *Proc. Mtgs. Acoust.* 2017. V. 32. P. 020013-1–020013-4.
7. О.А. Sapozhnikov, et al. // *JASA*. 2015. V. 138, No 3, P. 1515-1532.

## ФОРМИРОВАНИЕ И ПРИМЕНЕНИЕ ГОЛОГРАММЫ ШИРОКОПОЛОСНОГО ИСТОЧНИКА ЗВУКА В ОКЕАНИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДАХ

С.А. Пересёлков<sup>1</sup>, В.М. Кузькин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Воронежский государственный университет  
pereselkov@yandex.ru

<sup>2</sup>Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН

Основываясь на механизме формирования интерферограммы широкополосного источника звука в океанических волноводах [1], предложена голографическая обработка шумового поля, реализующая квазикогерентное накопление спектральной плотности интерферограммы вдоль локализованных полос, которая далее подвергается двумерному частотно-временному преобразованию Фурье. Под интерферограммой понимается модуль квадрата принимаемого сигнала в параметрах частота-время. Изложение обработки сконцентрировано на примере локализации малозумных подводных источников в регулярных волноводах с применением векторно-скалярных приемников (ВСП) [2, 3]. Обработка позволяет с высокой помехоустойчивостью и малой чувствительностью к вариациям параметров океанической среды решать комплексную обратную задачу: обнаружение, пеленгование, определение радиальной скорости (проекции скорости по направлению к приемнику), удаления и глубины источника.

### 1. Формирование интерферограммы

Положим, что на удалении  $r_0$  источника от ВСП положение интерференционного максимума поля приходится на частоту  $\omega_0$ . Тогда при выполнении неравенства

$$\frac{B(\omega_1)}{dB(\omega_1)/d\omega} \gg \frac{|D(\omega_1, r_1)|^2}{d|D(\omega_1, r_1)|^2/d\omega}, \quad (1)$$

влиянием формы и вида спектра излучаемого сигнала на формирование интерферограммы можно пренебречь, считая его спектр равномерным. Интерферограмма определяется только передаточной функцией волновода. Здесь  $B(\omega_1)$  – квадрат модуля спектра источника,  $D(\omega_1, r_1)$  – передаточная функция волновода. В случае шумового источника эффективное отношение с/п  $q_*$  на входе скалярной компоненты ВСП оценивается как

$$q_* = \bar{E}/(\sigma^2 + 0.5\bar{E}), \quad (2)$$

где  $\bar{E}$  – средняя мощность сигнала,  $\sigma^2$  – средняя мощность фоновой помехи.

### 2. Компоненты поля ВСП

Горизонтальные компоненты колебательных скоростей  $V_{x,y}$  и составляющая  $V_r = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$  могут быть представлены суммой мод дискретного спектра

$$V_x = V_r \cos\varphi, \quad V_y = V_r \sin\varphi, \quad V_r = \frac{1}{\rho\omega} \sum_m A_m h_m(\omega) \exp[ih_m(\omega)r], \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность водной среды,  $\varphi$  – угол (пеленг) между осью  $x$  ВСП и направлением на источник в горизонтальной плоскости  $(x, y)$ ,  $h_m$  – постоянная распространения (вещественная часть горизонтального волнового числа)  $m$ -й моды. Компоненты поля давления и горизонтальных колебательных скоростей  $V_{x,y}$  синфазны между собой, а вертикальная компонента  $V_z$  смещена относительно них на фазу  $(-\pi/2)$ .

### 3. Голограмма движущегося источника

Спектр источника полагается равномерным и опускается. Для интерферограмм введем обозначения  $I = |P(\omega, t)|^2$ ,  $X = V_x(\omega, t)V_r^*(\omega, t)$ ,  $Y = V_y(\omega, t)V_r^*(\omega, t)$ ,  $R = |V_r(\omega, t)|^2$ , где  $P$  – давление (скалярная компонента ВСП). Интерферограммы и голограммы скалярной и векторных компонент поля когерентны и различаются

помехоустойчивостью [3]. Ограничимся скалярной компонентой поля. Голограмма (двумерное преобразование Фурье интерферограммы) определяется выражением

$$F(\tilde{\nu}, \tau) = \int_0^{\Delta t} \int_{\omega_0 - \frac{\Delta\omega}{2}}^{\omega_0 + \frac{\Delta\omega}{2}} I(\omega, t) \exp[i(\tilde{\nu}t - \omega\tau)] dt d\omega = \sum_m \sum_n F_{m,n}(\tilde{\nu}, \tau), \quad (4)$$

$$F_{m,n}(\tilde{\nu}, \tau) = \exp \left[ i \left( \frac{\tilde{\nu}\Delta t}{2} - \tau\omega_0 \right) \right] \exp \left\{ i \left[ (m-n)\alpha \left( \frac{\Delta t}{2} w + r_0 \right) \right] \right\} \times \\ \Delta\omega \Delta t w A_m A_n^* \frac{\sin \left\{ \left[ (r_0 + wt_*) (m-n) \frac{d\alpha}{d\omega} - \tau \right] \frac{\Delta\omega}{2} \right\} \sin \left\{ [w(m-n)\alpha + \tilde{\nu}] \frac{\Delta t}{2} \right\}}{\left[ (r_0 + wt_*) (m-n) \frac{d\alpha}{d\omega} - \tau \right] \frac{\Delta\omega}{2} [w(m-n)\alpha + \tilde{\nu}] \frac{\Delta t}{2}}. \quad (5)$$

Здесь  $\tilde{\nu} = 2\pi\nu$ ,  $\tau$  и  $\omega$ ,  $t$  – циклическая частота, время голограммы и интерферограммы соответственно;  $\Delta t$  – время наблюдения;  $r_0$  – удаление источника от приемника в начальный момент времени  $t = 0$ ;  $w$  – радиальная скорость источника;  $\alpha = dh_l(\omega_0)/dl$ ,  $l$  – номер моды, в окрестности которой моды синфазны;  $t_*$  – выделенный момент времени на интервале наблюдения  $\Delta t$ ,  $0 < t_* \leq \Delta t$ . Верхний индекс «\*» обозначает комплексно-попряженную величину. Введение величины  $\alpha$  полезно при интерпретации голограммы. В действительности,  $(d\alpha/d\omega)(m-n) = (dh_{mn}(\omega_0)/d\omega)$ ,  $\alpha(m-n) = h_{mn}(\omega_0)$ .

Спектральная плотность (4) локализована в форме фокальных пятен. Они расположены в первом и третьем квадрантах, если радиальная скорость  $w < 0$ , т.е. источник приближается к приемнику и во втором и четвертом квадрантах ( $w > 0$ ), когда источник удаляется от приемника. Область локализации содержит  $(M-1)$  основных максимумов с координатами  $(\tau_\mu, \tilde{\nu}_\mu)$ , расположенными на прямой  $\tilde{\nu} = \tilde{\epsilon}\tau$ , где  $M$  – число мод, формирующих поле,  $\mu = \overline{1, M-1}$  – номер фокального пятна. Ближайший к началу координат пик, обусловленный интерференцией соседних мод, расположен в точке  $(\tau_1, \tilde{\nu}_1)$ . Координаты соседнего пика, вызванного интерференцией мод номеров  $(m, m+2)$ , –  $(\tau_2, \tilde{\nu}_2)$  и т.д. Координаты пика, обусловленного интерференцией первой и последней моды –  $(\tau_{M-1}, \tilde{\nu}_{M-1})$ . В точках с координатами  $(\tau_\mu, \tilde{\nu}_\mu)$  суммируются  $(M-\mu)$  основных пиков. На рис. 1 приведены результаты обработки одного из натуральных экспериментов.

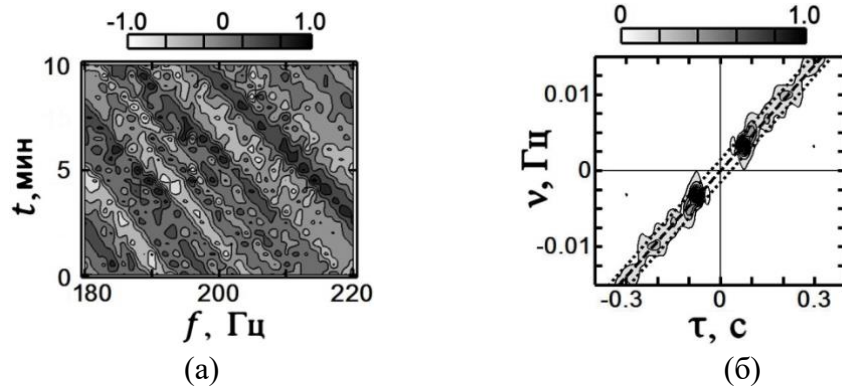


Рис. 1. Нормированные интерферограмма (а) и голограмма (б), измеренные в натурном эксперименте при входном отношении с/п  $q \approx 25.5$  [2].

Положения максимумов фокальных пятен пропорциональны радиальной скорости и начальному удалению источника от приемника

$$\dot{w} = -\kappa_{w\mu} \tilde{\nu}_\mu, \quad \dot{r}_0 + \dot{w}t_* = \kappa_{r\mu} \tau_\mu, \quad (6)$$

$$\kappa_{w\mu} = \left[ h_{m(m+\mu)}(\omega_0) \right]^{-1}, \quad \kappa_{r\mu} = \left[ dh_{m(m+\mu)}(\omega_0)/d\omega \right]^{-1}, \quad (7)$$

где  $h_{m(m+\mu)} = h_m - h_{m+\mu}$ . Оценки параметров источника, получаемые в результате анализа наблюдаемого процесса обозначены точкой сверху. Черта сверху означает усреднение по номерам мод. Компонента  $\dot{w}t_*$  является неконтролируемой ошибкой.

Координаты основных максимумов  $(\tau_\mu, \tilde{\nu}_\mu)$ , считая  $\dot{w}t_* \ll \dot{r}_0$ , расположены на прямой  $\tilde{\nu} = \tilde{\xi}\tau$  с угловым коэффициентом

$$\tilde{\xi} = -\frac{\dot{w}k_{r\mu}}{\dot{r}_0k_{v\mu}}. \quad (8)$$

Спектральная плотность (10) преимущественно сосредоточена в полосе, ограниченной прямыми линиями

$$\tilde{\nu} = \tilde{\xi}\tau + \delta\tilde{\nu}, \quad \tilde{\nu} = \tilde{\xi}\tau - \delta\tilde{\nu}, \quad (9)$$

где  $\delta\tilde{\nu} = 2\pi/\Delta t$ . Вне этой полосы спектральная плотность практически подавлена.

#### 4. Обнаружение источника

В качестве критерия предельной дальности  $r_{\max}$  обнаружения источника принимается условие, согласно которому максимум функции углового распределения спектральной плотности голограммы (функции обнаружения)

$$G[\tilde{\chi}, q(r)] = \int_0^{\Delta\tau} |F[\tau, \tilde{\nu}(\tau), q(r)]| \sqrt{1 + \tilde{\chi}^2} d\tau \quad (10)$$

в направлении  $\tilde{\chi} = \tilde{\xi}$  расположения пиков фокальных пятен сигнала в два раза превышает помеховые пики в направлениях  $\tilde{\chi} \neq \tilde{\xi}$ ,

$$G[\tilde{\xi}, q(r_{\max})] = 2G[\tilde{\chi}, q(r_{\max})]. \quad (11)$$

Здесь  $\Delta\tau$  – линейный размер области локализации по оси времени  $\tau$ ;  $\tilde{\chi}$  – варьируемое значение углового коэффициента;  $q$  – входное отношение с/п [2]. Информация о гидроакустических параметрах акватории не требуется.

#### 5. Пеленгование источника

Остановимся на изложении алгоритма пеленгования с использованием одного ВСП [4]. Применим к интерферограммам  $R = V_r V_r^*$ ,  $X = V_x V_r^*$ ,  $Y = V_y V_r^*$  двумерные преобразования Фурье. Голограммы  $F_X$ ,  $F_Y$  интерферограмм  $X$  и  $Y$  с точностью до множителей  $\cos\varphi$  и  $\sin\varphi$  воспроизводят голограмму  $F_R$ .

На первом шаге определяется отношение максимумов функций обнаружения

$$|\operatorname{tg}\varphi(q)| = \frac{G_Y[\dot{\xi}(q)]}{G_X[\dot{\xi}(q)]}. \quad (12)$$

Определение направления на источник неоднозначно: значения пеленгов  $\pm\varphi$ ,  $\pi \pm \varphi$  неразличимы. На втором шаге области голограмм  $F_X$ ,  $F_Y$  за пределами зоны фокусировки очищаются от помехи, и выполняется обратное двумерное преобразование Фурье для восстановления интерферограмм  $X$ ,  $Y$ ,  $R$ . Неоднозначность пеленга автоматически устраняется при определении в фиксированный момент времени отношения интерферограмм

$$\frac{X(f)}{R(f)} = \cos\varphi, \quad \frac{Y(f)}{R(f)} = \sin\varphi. \quad (13)$$

Если  $\cos\varphi > 0$ ,  $\sin\varphi > 0$ , то источник расположен в I-м квадранте ВСП; если  $\cos\varphi < 0$ ,  $\sin\varphi > 0$  – во II-м квадранте; если  $\cos\varphi < 0$ ,  $\sin\varphi < 0$  – в III-м квадранте; если  $\cos\varphi > 0$ ,  $\sin\varphi < 0$  – в IV-м квадранте.

#### 6. Определение глубины

Информация о глубине источника  $z_s$  заключена в собственных функциях мод  $\psi_m(z_s, f)$ , т.е. содержится в амплитудах мод  $A_m$ . На голограмме локализованная спектральная плотность сигнала вырезается и по отношению к ней применяется обратное двумерное преобразование Фурье. Восстановленная интерферограмма подвергается



одномерному преобразованию Фурье, восстанавливая огибающую сигнала. Оценка глубины  $\dot{z}_s$  источника сводится к решению уравнения [5]

$$\Phi_{m(m+1)}(\dot{z}) = \left| \phi_{m(m+1)}(\dot{z}) - \beta_{m(m+1)} \right|, \quad (14)$$

где

$$\phi_{m(m+1)}(z) = \frac{\Psi_m(z, f_0)\Psi_m(z_q, f_0)}{\Psi_{m+1}(z, f_0)\Psi_{m+1}(z_q, f_0)}, \quad \beta_{m(m+1)} = \frac{A_m}{A_{m+1}}. \quad (15)$$

Решение неоднозначное. Для избавления от некорректности выполняется совместная оценка глубины для разных пар отфильтрованных мод. Оценкой глубины будет значение, которое является общим для выбранных комбинаций. Методу оценки глубины источника свойственна слабая чувствительность к вариациям собственных функций и ошибкам измерений отношения амплитуд мод.

### 7. Помехоустойчивость обработки

Голографическая обработка характеризуется предельным входным отношением с/п  $q_{\text{lim}}$ , когда для значений с/п на входе  $q_{\text{вх}} \geq q_{\text{lim}}$  реализуется квазикогерентное накопление спектральной интенсивности вдоль интерференционных полос [2, 3]. В случае изотропной помехи для скалярной компоненты поля источника  $q_{\text{lim}} = b/J^2$ . Здесь  $b \approx 1$  и  $b \approx 1.5$  относятся к детерминированному и шумовому источникам,  $J$  – число временных интервалов, на которых реализуются квазикогерентные накопления

$$J = \frac{\Delta t}{T + \delta T}, \quad (16)$$

где  $T$  – длительность шумовой реализации;  $\delta T$  – интервал между отсчетами.

Уменьшение входного отношения с/п  $q_{\text{вх}}$  влечет за собой увеличение числа интервалов  $J$ , которое при фиксированном времени наблюдения  $\Delta t$  сверху ограничено минимальной длительностью  $T_{\text{min}}$  реализации сигнала [6]

$$T_{\text{min}} = 5r|dh_{1M}(\omega_0)/d\omega|, \quad (17)$$

так что с увеличением расстояния  $r$  и средней частоты спектра  $\omega_0$  минимальное время регистрации сигнала возрастает и уменьшается соответственно. Максимальное число временных интервалов, согласно (16), (17), оценивается как

$$J_{\text{max}} = \frac{\Delta t}{5r|dh_{1M}(\omega_0)/d\omega|}. \quad (18)$$

Для входного отношения с/п  $q_{\text{вх}}$  оценка удаления  $r$  источника, согласно (18), равна

$$r \leq r_{\text{max}} = \sqrt{\frac{q_{\text{вх}}}{b}} \frac{\Delta t}{5|dh_{1M}(\omega_0)/d\omega|}. \quad (19)$$

Характерной чертой соотношения (19) для предельного удаления шумового источника является то обстоятельство, что в него входят параметры передаточной функции волновода и поэтому их физическое содержание различно в зависимости от выбора акватории. Для низкочастотного диапазона мелководных акваторий, если задаться значениями  $\Delta t = 100$  с,  $q_{\text{вх}} = 10^{-3}$ ,  $r_{\text{max}} \approx 9$  км.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (проекты № 19-29-06075, № 19-38-90326).

### ЛИТЕРАТУРА

1. С.Д. Чупров. Интерференционная структура звукового поля в слоистом океане. М.: Наука, 1982. С. 71-82.
2. Г.Н. Кузнецов и др. // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 406.
3. И.В. Казначеев и др. // Акуст. журн. 2018. Т. 64. № 1. С. 33.
4. G.N. Kuznetsov et al. // Phys. Wave Phenom. 2019. V. 27. N. 3. P. 237.
5. G.N. Kuznetsov et al. // Phys. Wave Phenom. 2016. V. 24. N. 4. P. 310.
6. E.S. Kaznacheeva et al. // Phys. Wave Phenom. 2019. V. 27. N. 1. P. 73.

## Особенности ультразвуковой визуализации слоистых объектов

Ю.С. Петронюк<sup>1,2</sup>, С.А. Титов<sup>2</sup>, А.Н. Богаченков<sup>1</sup>, В.М. Левин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля Российской академии наук  
<sup>2</sup>Научно-исследовательский центр уникального приборостроения Российской академии наук  
[jps7@mail.ru](mailto:jps7@mail.ru)

В настоящее время пленки, слои и покрытия являются неотъемлемыми элементами устройств, используемых для различных целей в электронной, инженерной, оптической, ядерной, космической и других областях применения. Производительность, функциональные характеристики и структурные свойства устройств зависят от адгезии между пленкой и подложкой. Существует очевидная потребность в надежных и количественных методах измерения прочности адгезии пленки к подложке [1].

Кроме того, существует необходимость в неразрушающих, количественных и доступных методах контроля таких слоистых структур. Начиная с 70-х годов прошлого века [2, 3] акустическая визуализация высокого разрешения применяется и развивается в качестве безопасного и информативного инструмента как для изучения упругих свойств новых функциональных материалов [4] и наблюдения биологических процессов [5], так и в качестве неразрушающего метода для контроля качества разнообразных контактных соединений и покрытий, в том числе в микроэлектронике [6].

Длина волны зондирующего ультразвука в современных системах визуализации варьируется в диапазоне от нескольких единиц (1 ГГц) до сотен микрон (1 МГц), что позволяет наблюдать и исследовать структуру толстых пленок ( $> 1$  мкм) и объемных покрытий ( $> 25$  мкм).

Нужно отметить, что волновые процессы, возникающие в слое материала неразрывно связаны как со структурными особенностями и свойствами самой среды, так и с условиями на границах слоев. Коэффициенты прохождения и отражения волнового фронта на границах слоя определяются соотношением акустического импеданса смежных сред, а также качеством контакта между ними.

Для узкоапертурных ультразвуковых пучков может быть использована модель принимаемого сигнала в виде последовательности эквидистантно задержанных и ослабленных импульсных откликов измерительной системы  $p(t)$ :

$$s(t) = p(t) * \sum_{n=1}^{\infty} h_n \cdot \delta(t - n\tau), \quad (1)$$

где  $\tau$  – время двойного прохождения волны через слой,  $h_n$  – амплитудный коэффициент, равный:

$$h_n = T_{12} T_{21} R_{23} \cdot (R_{21} R_{23})^n \quad (2)$$

где  $T_{12}$ ,  $T_{21}$  – коэффициента прохождения волны через верхнюю границу слоя,  $R_{21}$ ,  $R_{23}$  – коэффициенты отражения волн, падающих из слоя на верхнюю и нижнюю границы, соответственно, а индексы 1, 2, 3 относятся к иммерсионной среде (воде), слою и подложке, соответственно. Коэффициенты отражения  $R_{21}$ ,  $R_{23}$  могут быть оценены по импедансам соответствующих сред  $Z$  по известной формуле [7]:

$$R_{21} = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_2 + Z_1}; \quad R_{23} = \frac{Z_3 - Z_2}{Z_2 + Z_3} \quad (3)$$

Таким образом, отношение амплитуд импульсов, возникающих при многократном последовательном отражении упругих волн в слое, оценивается с помощью коэффициента  $\gamma = R_{21}R_{23}$ .

На рис. 1 представлены изображения пленки из пиролитического графита толщиной 40 мкм на стеклянной подложке. На изображении поверхности (рис. 1а) наблюдается довольно однородная структура пленки, однако изображения на глубине демонстрируют наличие некоторой структуры, контраст которой может быть связан как с особенностями ориентации зерен кристаллитов графита, так и с наличием локальных областей потери адгезии между пленкой и стеклянной подложкой (рис. 1б, в).

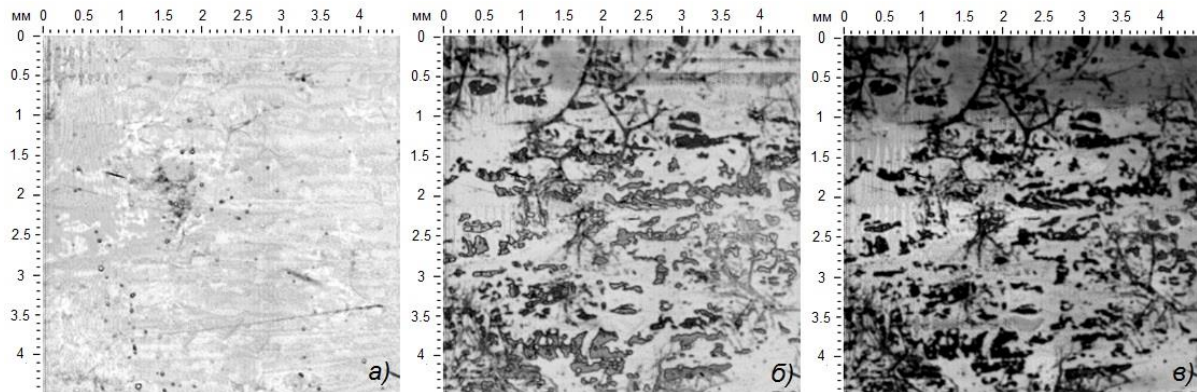


Рис. 1 Акустические изображения пленки пиролитического графита толщиной 40 мкм на стеклянной подложке: а) – поверхность ( $t = 6.07-6.09$  мкс), б) – изображение границы слоя с подложкой ( $t = 6.10-6.12$  мкс), в) – граница «слой-подложка» ( $t = 6.12-6.14$  мкс).

Акустические изображения были получены на импульсном акустическом микроскопе с помощью узкоапертурного иммерсионного фокусирующего объектива с номинальной рабочей частотой 200 МГц. Эксперименты показывают, что о наличии того или иного механизма формирования акустического контраста свидетельствует наличие ревербераций упругих волн в пленке (рис. 2). Отражение объёмной упругой волны от границы с воздухом даёт максимальную величину коэффициента отражения и приводит к многочисленным переотражениям внутри графитового слоя (рис. 2в). Затухание этих осцилляций зависит от соотношения импедансов на обеих границах и угла падения волнового фронта зондирующего излучения. Поскольку в эксперименте используется узкая апертура ультразвукового зондирующего пучка, фокальная перетяжка представляет собой узкую область с волновым фронтом близким к плоскому. В приближении плоской волны в случае с графитовой пленкой амплитуда сигнала падает в соответствии с выражением (2).

В эксперименте период ревербераций волн в графитовом слое составил  $\tau \approx 11$  нс, что соответствует скорости объёмных упругих волн продольной поляризации, распространяющимся перпендикулярно атомным плоскостям в графите  $c = 3.6$  км/с. Акустический импеданс слоя при этом оказывается приблизительно равен  $Z_2 = \rho \cdot c \approx 2.25 \cdot 3.6 = 8.1 \cdot 10^6$  кг/(м<sup>2</sup>·с). Считая, что импеданс воды равен  $Z_1 = 1.5 \cdot 10^6$  кг/(м<sup>2</sup>·с), а стеклянной подложки  $Z_1 = 15 \cdot 10^6$  кг/(м<sup>2</sup>·с) [8], получаем оценку коэффициента затухания для случая контакта со стеклянной подложкой –  $\gamma = 0.2$ . В случае отсутствия контакта коэффициент отражения на границе с воздухом  $|R_{23}| = 1$ , тогда коэффициент затухания оказывается равным  $\gamma = 0.69$ . Полученное значение соответствует величине  $\gamma = 0.7$ , полученной экспериментальным путем из отношения амплитуд отдельных эхоимпульсов данной реверберации, что оценивалось по пяти точкам её огибающей и варьировалось от 0.64 до 0.78.

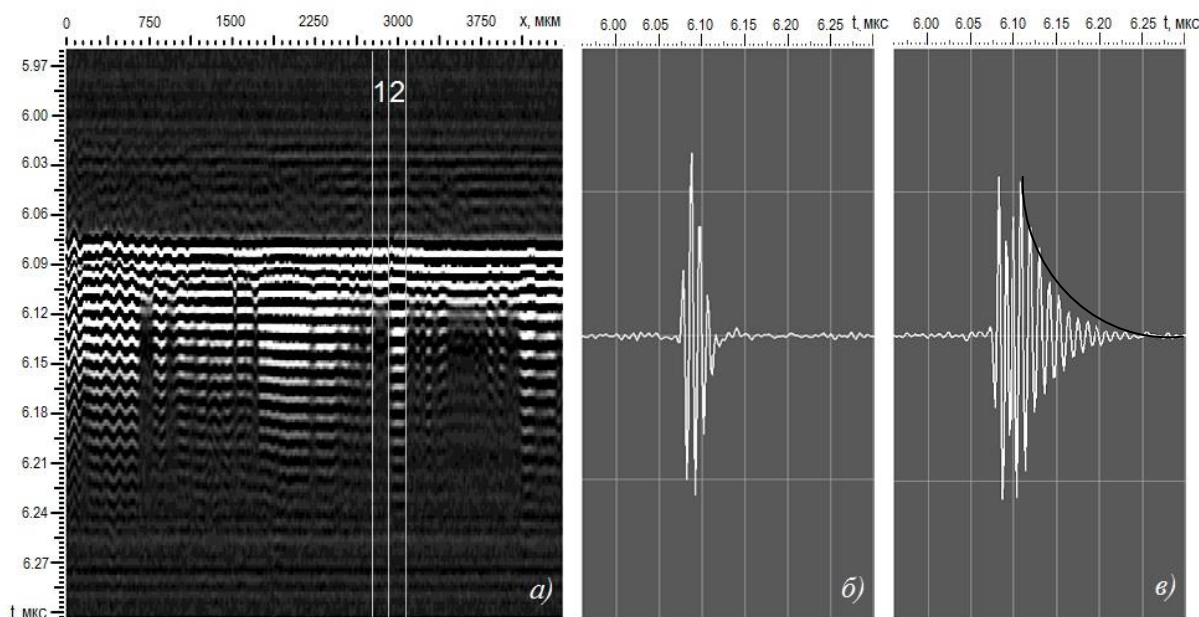


Рис. 2 Акустические изображения пленки пиролитического графита толщиной 40 мкм на стеклянной подложке: а) – поверхность ( $t = 6.07-6.09$  мкс), б) – изображение границы слоя с подложкой ( $t = 6.10-6.12$  мкс), в) – граница «слой-подложка» ( $t = 6.12-6.14$  мкс).

Можно также отметить, что при наличии реверберации наблюдается естественное усиление контраста при формировании акустических изображений в области контакта покрытия с подложкой. Кроме того, данное явление может быть полезным для правильной интерпретации наблюдаемой структуры покрытия и оценки акустических импедансов покрытия и подложки.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. А. Романенко, и др. Патент РФ RU 2 740 252 C1, 2021.01.12
2. R. A. Lemons, C. F. Quate // Acoustic Microscopy, in Physical Acoustics, Academic Press., London. 1979. P. 1-92.
3. С. И. Березина, В. Е. Лямов, И. Ю. Солодов // Вестник МГУ. Сер. Физика-астрономия. 1977. Т. 18. № 1, С. 3-18.
- 4 S. Bellucci, et al. // AIP Advances. 2015. V.5. 067137.
5. Y. S. Petronyuk, et al. // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2020. 84(6). P. 653.
6. G. Pfannschmidt // Advances in Acoustic Microscopy, Briggs, A. and Arnold, W. Plenum Press, New York. 1996. P. 1-38.
7. Г. Кайно // Акустические волны: Устройства визуализация и аналоговая обработка сигналов. Москва, Изд-во «МИР». 1990.
8. A. S. Birks, R. E. Green, P. McIntire // Ultrasonic Testing (Nondestructive Testing Handbook), 1991, P. 839.

## **Лазерный оптико-акустический метод оценки локальной микротрещиноватости образцов минералов**

Н.Б. Подымова, Ю.Г. Соколовская

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия*

[npodymova@physics.msu.ru](mailto:npodymova@physics.msu.ru)

Диагностика разномасштабных структурных неоднородностей минералов и горных пород является весьма актуальной для широкого круга прикладных задач (сейсморазведка и поиск полезных ископаемых, мониторинг технического состояния инженерных сооружений, разработка моделей возникновения очагов разрушения под действием механических нагрузок и т.п.) [1]. Наличие разномасштабных трещин в геоматериалах, а также их поведение под действием внешних нагрузок играет ключевую роль в структурной механике и геофизике при определении эффективных упругих свойств и прочности таких материалов [2]. Хорошо известно, что микротрещины являются первичными источниками инициации развития макротрещин и последующего процесса разрушения массивов горных пород и конструкций из геоматериалов. Исходное распределение микротрещин по объему образцов или конструкций определяет как их деформационную стабильность, так и характер разрушения под действием внешних нагрузок. Таким образом, необходимы методики неразрушающего контроля, которые позволят выявлять локальные области повышенной микротрещиноватости (локальной концентрации микротрещин) в минералах и горных породах, причем такие методики должны позволять проводить диагностику структуры образцов непосредственно в процессе их нагружения.

В настоящее время для исследования анизотропии упругих свойств геоматериалов, возникновения очагов микротрещин и их ориентации при приложении различных нагрузок широко используют методики измерения скоростей акустических волн различных типов [3]. Хорошо известно, что для достижения максимальной чувствительности скорости и затухания ультразвуковой волны к структурным неоднородностям материала, длина этой волны должна быть порядка характерных размеров таких неоднородностей (например, зерен или микротрещин в минералах и горных породах). Поскольку в образцах геоматериалов, исследуемых в лабораторных условиях, размеры трещин варьируются, как правило, от десятков микрометров до нескольких миллиметров, для их исследований целесообразно использовать мощные зондирующие ультразвуковые импульсы в спектральном диапазоне от сотен килогерц до десятков мегагерц.

Для получения таких импульсов в системе диагностики локальной микротрещиноватости минералов в настоящей работе предлагается использовать лазерное термооптическое возбуждение широкополосных импульсов продольных ультразвуковых волн (оптико-акустический эффект) [4]. Основная идея предлагаемого лазерного оптико-акустического метода заключается в анализе спектральной эффективности обратного рассеяния ультразвуковых сигналов на локальных микротрещинах, распределенных по всей толщине образца в области прозвучивания (так называемого «структурного шума»), и установлении корреляции между уровнем мощности структурного шума и локальной концентрацией микротрещин. Лазерно-ультразвуковой метод измерения временных или спектральных характеристик структурного шума позволяет преодолеть существенное ограничение при измерениях скоростей распространения ультразвуковых волн, а именно, требование плоскопараллельности входной и выходной граней исследуемого образца.

Для возможности обнаружения локальных очагов скопления микротрещин и оценки их концентрации в образцах минералов, в которых невозможно напрямую возбудить ультразвуковые сигналы лазерным излучением из-за его слабого поглощения, лазерно-ультразвуковой преобразователь, использованный в [5], был модифицирован следующим образом (рис. 1). На лицевую сторону призмы из оргстекла приклеена пленка из черного полиэтилена, которая служит так называемым лазерным источником ультразвука. При поглощении лазерного излучения в его приповерхностном слое происходит неоднородный нестационарный нагрев этого слоя и его последующее тепловое расширение. Результирующее термоупругое напряжение в полиэтилене преобразуется в два одинаковых импульса продольных ультразвуковых волн, распространяющихся в противоположных направлениях. Амплитуда и временной профиль (частотный спектр) этих импульсов определяются оптическими и теплофизическими свойствами полиэтилена, временным профилем интенсивности поглощенного лазерного импульса и соотношением акустических импедансов оргстекла и полиэтилена. Один импульс, обозначенный цифрой  $0$  на рис. 1, распространяется назад в призму к пьезоприемнику и не используется в измерениях, другой импульс  $1$  распространяется вперед в иммерсионный слой дистиллированной воды между полиэтиленом и исследуемым образцом и далее в образец (зондирующий ультразвуковой импульс). При этом он частично отражается на границе раздела вода-образец и распространяется назад через воду, полиэтилен и призму, и также регистрируется пьезоприемником (импульс  $2$  на рис. 1). Зондирующий импульс  $1$ , распространяющийся в образце, частично рассеивается на неоднородностях его структуры, например, трещинах и инородных включениях. Серия ультразвуковых импульсов  $3$  соответствует сигналам, обратно рассеянными на неоднородностях структуры образца, которые распределены по всей глубине прозвучивания и формируют структурный шум. Для исследования локальной концентрации микротрещин в прозвучиваемом участке образца регистрируются временной трек совокупности импульсов  $2$  и  $3$ , а также аналогичный трек от однородной пластины плавяного кварца, которая ставится на место исследуемого образца. Временное окно зарегистрированных сигналов соответствует времени пробега зондирующего импульса до тыльной поверхности образца и обратно к границе раздела образец-вода.

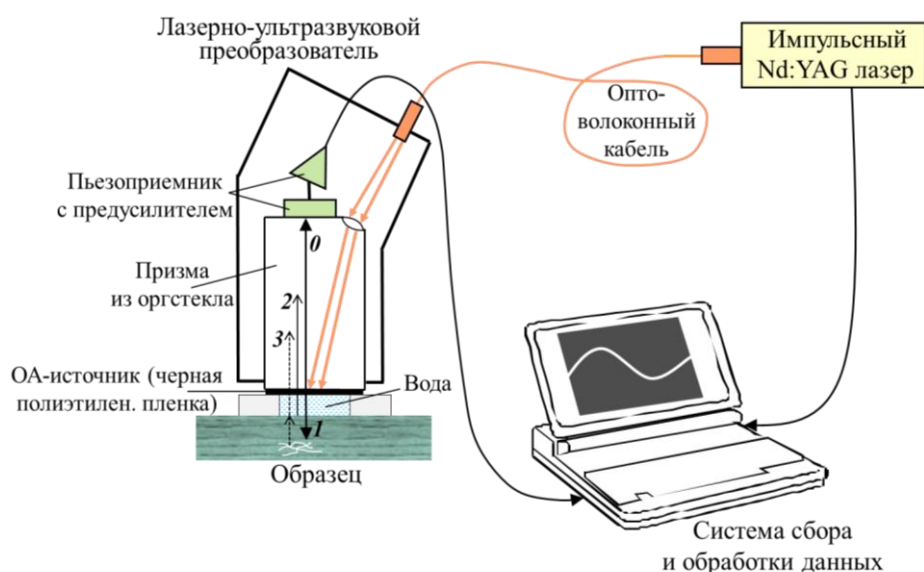


Рис. 1. Схема лазерно-ультразвукового преобразователя.

Амплитудный спектр  $S(f)$  ультразвукового сигнала от образца представляет собой совокупность спектра зондирующего импульса и нерегулярной «осциллирующей» части. Спектр зондирующего импульса  $S_0(f)$  соответствует спектру сигнала от кварцевой пластины, поскольку мы считаем, что в кварце структурный шум отсутствует. Информация о локальной концентрации микротрещин в прозвученном участке образца содержится именно в нерегулярной части спектра, определяемой рассеянными назад сигналами или структурным шумом. Мы полагаем, что увеличение амплитуды этих сигналов и, соответственно, амплитуды осцилляций в спектре  $S(f)$ , определяется увеличением концентрации микротрещин в исследуемом участке образца. Величина

$$W = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} [S(f) - S_0(f)]^2 df \bigg/ \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} S_0^2(f) df \quad (1)$$

представляет собой интегральную нормированную мощность структурного шума,  $f_{\min} = 0.2$  МГц и  $f_{\max} = 15$  МГц соответствуют границам рабочего спектрального диапазона лазерно-ультразвукового преобразователя. Величина  $W$  определяется амплитудами импульсов, рассеянных всеми микротрещинами различных размеров, расположенных в зоне прозвучивания образца.

В качестве исследуемых минералов были взяты образцы полевых шпатов: ортоклаза  $K[AlSi_3O_8]$  и плагиоклаза (член изоморфного ряда  $NaAlSi_3O_8 - CaAl_2Si_2O_8$ ). Полевые шпаты различных типов образуют доминирующую минеральную группу в земной коре, а также являются одним из основных компонентов гранитов и других природных строительных материалов. Основная структурная особенность полевых шпатов заключается в тонко-слоистом строении и наличии локализованных скоплений трещин с характерными размерами от десятков до сотен микрометров. Поверхностные микротрещины достаточно легко визуализируются с помощью оптического микроскопа, а скопления микротрещин в объеме образцов миллиметровой толщины могут быть качественно определены при их просвечивании видимым светом.

Для подтверждения того, что именно микротрещины влияют на величину мощности структурного шума в различных участках исследуемых образцов, в этих же участках были проведены измерения коэффициента затухания продольных ультразвуковых волн методом широкополосной акустической спектроскопии с лазерным источником ультразвука [6]. Поскольку микротрещины являются весьма эффективными рассеивателями ультразвуковых волн и для полевых шпатов характерно практическое отсутствие твердых инородных включений и зерен с шероховатыми нерегулярными границами, увеличение коэффициента затухания ультразвука в исследуемом участке образца объяснялось повышенной концентрацией микротрещин в этом участке. Затем была проанализирована корреляция между величиной коэффициента затухания ультразвука и величиной  $W$  в рабочем спектральном диапазоне лазерно-ультразвукового преобразователя (0.2–15 МГц). На рис. 2 представлены примеры измеренных частотных зависимостей коэффициента затухания продольных ультразвуковых волн  $\alpha(f)$  в четырех участках образцов ортоклаза и плагиоклаза. В этих же участках предварительно были визуализированы выходы микротрещин на поверхность образца, а затем измерена мощность структурного шума  $W$ , значения которой также указаны на рис. 2 для каждого участка. Было показано, что в участках с видимым локальным скоплением микротрещин на поверхности наблюдается существенное возрастание  $\alpha(f)$  во всем рабочем частотном диапазоне

(участок 3 для образца ортоклаза и участок 4 для плагиоклаза). Также видно, что чем выше коэффициент затухания ультразвука в исследуемом участке образца, тем больше значение  $W$  в этом участке. Таким образом, можно считать, что увеличение мощности структурного шума обусловлено возрастанием локальной концентрации микротрещин в исследуемом участке образцов полевых шпатов.

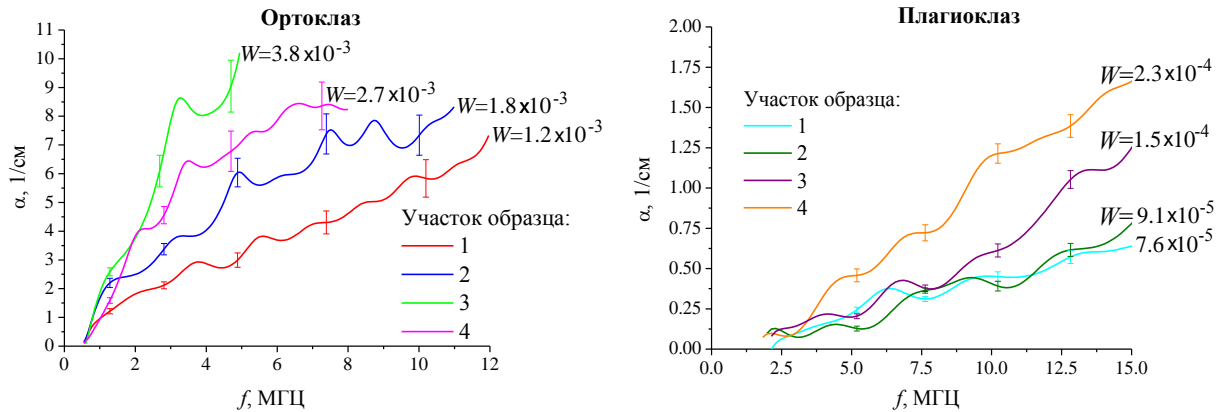


Рис. 2. Частотные зависимости коэффициента затухания продольных ультразвуковых волн и соответствующие значения мощности структурного шума  $W$  в двух образцах полевых шпатов.

Обнаруженная прямая корреляция между микротрещиноватостью образцов и мощностью структурного шума может служить основой для разработки системы неразрушающего ультразвукового контроля возникновения и эволюции локальных микротрещин в образцах минералов и горных пород под действием различных внешних нагрузок. Предложенный лазерный оптико-акустический метод может быть полезен для экспериментальной верификации количественных моделей сейсмических источников на основе результатов исследований эволюции микроповрежденности образцов горных пород под действием динамических нагрузок и возникновения очагов макроразрушения. Масштабирование таких моделей на натурные условия является неотъемлемой составляющей при решении задач оценки сейсмической опасности.

## ЛИТЕРАТУРА

1. J.A. Franklin, M.B. Dusseault "Rock engineering" N.Y.: McGraw-Hill, 1989.
2. M. Kachanov // Adv. Appl. Mech. 1993. V. 30. P. 260.
3. K. Aki, P.G. Richards "Quantitative seismology. Theory and Methods" UK: W.H. Freeman&Company, 1980.
4. В.Э. Гусев, А.А. Карабутов "Лазерная оптоакустика" М.: Наука, 1991.
5. Н.Б. Подымова, И.Е. Калашников, Л.И. Кобелева // Дефектоскопия. 2020. № 12. С. 3.
6. А.А. Карабутов, Н.Б. Подымова // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 3. С. 265.



## Применение Быстрого Преобразования Лежандра для численного решения эволюционного уравнения Бюргера

А.Е. Спивак, С.Н. Гурбатов, И.Ю. Демин

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет  
им. Н.И. Лобачевского  
[strigino831@gmail.com](mailto:strigino831@gmail.com)

Задача исследования эволюции нелинейных случайных волн в средах без дисперсии, является важным направлением современной физики. Данный факт определяется тем, что большая часть источников интенсивных акустических полей носят шумовой характер (турбулентности, двигатели самолетов, источники квазимонохроматических колебаний). Нелинейность среды в сочетании с отсутствием дисперсии приводят к эффективному взаимодействию всех спектральных составляющих сигнала. Следствием этого является лавинообразный рост числа гармоник и сильное искажение фронта волны. Данные эффекты описываются уравнением Бюргера для поля скорости с граничным условием (одномерный случай, безразмерные переменные):

$$\frac{\partial v}{\partial x} - v \frac{\partial v}{\partial t} = \mu \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad v(t,0) = v_0(t) \quad (1)$$

решение которого в пределе исчезающее малой вязкости может быть записано следующим образом [1]:

$$v(t, x) = \frac{t - \tau^*(t, x)}{x}, \quad (2)$$

где  $\tau^*$  - координата абсолютного максимума функции  $\Phi(x, \tau, t)$ :

$$\Phi(\tau, t, x) = s_0(\tau) - \frac{(\tau(t, x) - t)^2}{2x}, \quad v_0(t) = -\frac{ds_0(t)}{dt}. \quad (3)$$

Аналитическое вычисление поля скорости в случае случайного начального возмущения является чрезвычайно сложной математической задачей, таким образом, становится очевидной необходимость применения численного моделирования для решения поставленной задачи.

В настоящем докладе представлены результаты исследования статистических свойств интенсивных импульсов с шумовым заполнением. При распространении таких импульсов существенное влияние на характеристики оказывает форма огибающей, которая влияет на вероятностные распределения координаты  $\tau^*$  абсолютного максимума. Предполагалось, что импульсы имеют два пространственных масштаба (масштаб внутреннего заполнения и масштаб огибающей). Начальное поле скорости моделировалось следующим образом:

$$v_0(t) = m(t)f(t), \quad (4)$$

где  $m(t)$  – модулирующая функция, а  $f(t)$  – шумовое заполнение.

Численный анализ решения эволюционного уравнения Бюргера (1-3) был проведен с использованием алгоритма Быстрого Преобразования Лежандра (БПЛ) [2], который позволяет сократить число операций, требуемых для получения результата. Сокращение временных затрат позволяет увеличить число реализаций, для которых вычисляется поле скорости, а это в свою очередь увеличивает точность получения статистических характеристик исследуемого сигнала. Код программы был реализован в среде программирования MATLAB. В качестве модулирующей функции взяты прямоугольная, треугольная и гауссова огибающие, шумовое заполнение – случайный процесс с нормальным распределением, нулевым средним и единичной дисперсией. Длина сформированной начальной реализации была 3000 точек. На рис.1 представлена эволюция шумового импульса с гауссовой огибающей.

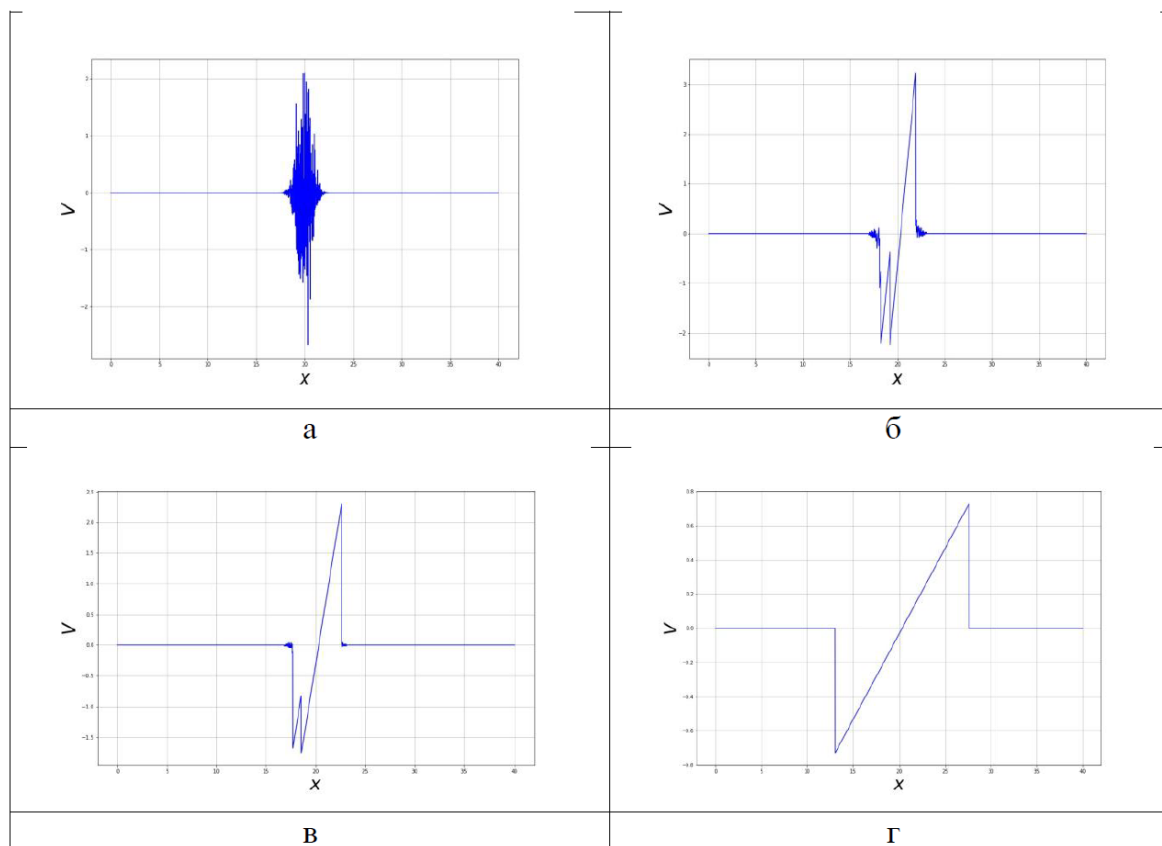


Рис.1. Эволюция гауссового импульса на временах: а –  $t = 0$ , б –  $t = 0.5$ , в –  $t = 1$ , г –  $t = 10$ . Длина реализации 3000 точек.

Также представлены результаты по определению эволюции среднего поля скорости, его дисперсии и энергии. Усреднение выполнялось для 10000 реализации импульсов с шумовым заполнением.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ, проект 19-12-00256.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С.Н. Гурбатов, О.В. Руденко, А.И. Саичев “Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. Приложения к нелинейной акустике” М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008.
2. A.Noullez, M.Vergassola // Journal of Scientific Computing. 1994. V. 9. No 3. P. 259.

## Квазилинейная модель генерации акустического сигнала разностной частоты подводной параметрической антенной

А.В. Тюрина<sup>1</sup>, П.В. Юлдашев<sup>1</sup>, И.Б. Есипов<sup>2</sup>, В.А. Хохлова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет

<sup>2</sup>Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина

[tiurina.av@physics.msu.ru](mailto:tiurina.av@physics.msu.ru)

Параметрические излучатели низкочастотного звука, основанные на нелинейном взаимодействии двух интенсивных высокочастотных волн накачки с близкими частотами, широко применяются в различных приложениях современной подводной и воздушной акустики [1-3]. В ряде практических задач удобной численной моделью для описания поля волны разностной частоты служит уравнение Вестервельта [4, 5], которое при условии малости углов расходимости пучка можно заменить на уравнение Хохлова-Заболотской-Кузнецова [6].

В работе развит квазилинейный подход к решению задачи о генерации волны разностной частоты дифрагирующими волнами накачки в параболическом приближении. Реализация метода рассмотрена на примере работы подводной параметрической многоэлементной антенны, используемой в экспериментальных исследованиях [7]. Предварительный анализ линейного поля антенны на основе решения полной дифракционной задачи показал, что углы расходимости пучков волн накачки не превышают нескольких градусов, что позволяет использовать параболическое приближение. В численной модели заданы реалистичные граничные условия, соответствующие рассматриваемой антенне.

Теория квазилинейного приближения подразумевает, что поле волн накачки удовлетворяет линейному параболическому уравнению с термовязким поглощением:

$$\frac{\partial P_{1,2}}{\partial z} = \frac{i}{2k_{1,2}} \left( \frac{\partial^2 P_{1,2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_{1,2}}{\partial y^2} \right) - \frac{\delta \omega_{1,2}^2}{2c_0^3} P_{1,2}, \quad (1)$$

а поле волны разностной частоты – квазилинейному уравнению с функцией нелинейных источников в правой части:

$$\frac{\partial P_{\text{dif}}}{\partial z} = \frac{i}{2k_{\text{dif}}} \left( \frac{\partial^2 P_{\text{dif}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_{\text{dif}}}{\partial y^2} \right) - \frac{\delta \omega_{\text{dif}}^2}{2c_0^3} P_{\text{dif}} - \frac{i\beta \omega_{\text{dif}}}{2c_0^3 \rho_0} P_1 P_2^*. \quad (2)$$

В уравнениях (1) и (2)  $P_{1,2}(x, y, z)$  – комплексные амплитуды давления  $p_{1,2} = P_{1,2}(x, y, z)/2 \cdot \exp(-i\omega_{1,2}\tau) + \text{к. с.}$  волн накачки с частотами  $f_{1,2} = \omega_{1,2}/2\pi$  и волновыми числами  $k_{1,2} = \omega_{1,2}/c_0$ ;  $P_{\text{dif}}(x, y, z)$  – комплексная амплитуда давления  $p_{\text{dif}} = P_{\text{dif}}(x, y, z)/2 \cdot \exp(-i\omega_{\text{dif}}\tau) + \text{к. с.}$  волны с разностной частотой  $f_{\text{dif}} = |f_1 - f_2| = \omega_{\text{dif}}/2\pi$  и волновым числом  $k_{\text{dif}} = \omega_{\text{dif}}/c_0$ ;  $z$  – выделенное направление распространения волны,  $c_0$  – скорость звука,  $\rho_0$  – плотность среды,  $\beta$  и  $\delta$  – коэффициенты нелинейности и термовязкого поглощения в среде.

Численное моделирование уравнений (1), (2) проводилось с помощью метода расщепления по физическим факторам на каждом шаге  $\Delta z$  вдоль выделенного направления распространения волны [8-10]. При этом дифракционный оператор для обоих уравнений рассчитывался методом конечных разностей с использованием схемы переменных направлений [11], оператор поглощения – с использованием точного экспоненциально затухающего решения, а рост амплитуды волны разностной частоты за счет волн накачки рассчитывался прибавкой к  $P_{\text{dif}}$  среднего арифметического функции источников, вычисленной в начале и в конце шага, умноженного на  $\Delta z$ .

Граничные условия для уравнений (1) и (2) задавались на эллипсоидальном полосовом излучателе с характерными размерами  $D = 18.85$  см вдоль оси  $x$  и  $L = 31.8$  см вдоль оси  $y$  (рис. 1, левый столбец) [7]. Одна половина прямоугольных по форме элементов излучала на фиксированной частоте  $f_1 = 150$  кГц, а вторая половина – на меняющейся в диапазоне 135-145 кГц частоте  $f_2$ . Поле давления сначала рассчитывалось методом интеграла Рэлея на плоскости на расстоянии  $z = 1$  м от решетки, распространялось назад методом углового спектра на плоскость  $z = 0$  и дополнительно сглаживалось пространственным фильтром с частотой среза на  $k_{1,2}/2$ .

Начальная амплитуда давления на излучателе  $p_0 = 0.06$  МПа составляла 10% от максимально возможной амплитуды давления, создаваемой реальной антенной. При этом расстояние образование разрыва  $l_{sh} = \rho c_0^3 / (\beta \omega_1 p_0)$  для волны с выбранной амплитудой  $p_0$  составляет 17 м, что позволяет использовать квазилинейное приближение. В качестве параметров среды и характерных частот были взяты следующие значения:  $f_1 = 150$  кГц,  $f_2 = 145, 140$  и  $135$  кГц,  $c_0 = 1502.25$  м/с,  $\rho_0 = 996.81$  кг/м<sup>3</sup>,  $\beta = 3.5$  и  $\delta = 4.42 \times 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с [7, 12]. Характерные длины дифракции поля волн накачки  $l_{d,x} = \pi f_{1,2}(D/2)^2/c_0$  и  $l_{d,y} = \pi f_{1,2}(L/2)^2/c_0$  составляют 2.8 и 2.7 (2.6, 2.5) м в направлении оси  $x$  и 7.9 и 7.7 (7.4, 7.1) м в направлении оси  $y$  для волн накачки с частотами  $f_1 = 150$  кГц и  $f_2 = 145$  (140, 135) кГц, соответственно.

На рис. 1 представлены одномерные нормированные на  $p_0$  распределения амплитуд поля давления волн накачки  $|P_{1,2}|$  (центральный столбец) и нормированные на  $np_0$  распределения амплитуд поля волны разностной частоты  $|P_{dif}|$  (правый столбец) для трех случаев взаимодействующих пар частот  $f_1 = 150$  кГц,  $f_2 = 145$  ( $n = 1$ ), 140 ( $n = 2$ ) и 135 кГц ( $n = 3$ ). Как видно из рис. 1, распределения давления для всех волн накачки достаточно близки, а углы расходимости высокочастотных пучков в дальнем поле, рассчитанные на уровне 0.5 от максимальной амплитуды, действительно малы и составляют  $4^\circ$  и  $2.5^\circ$  в направлении осей  $x$  и  $y$ , что подтверждает возможность использования параболического приближения. Амплитуда волн накачки на оси достигает максимума на расстоянии порядка 2 м, меньшем длины дифракции по оси  $x$ , после чего убывает, асимптотически приближаясь к зависимости  $1/z$  согласно закону расходящейся сферической волны.

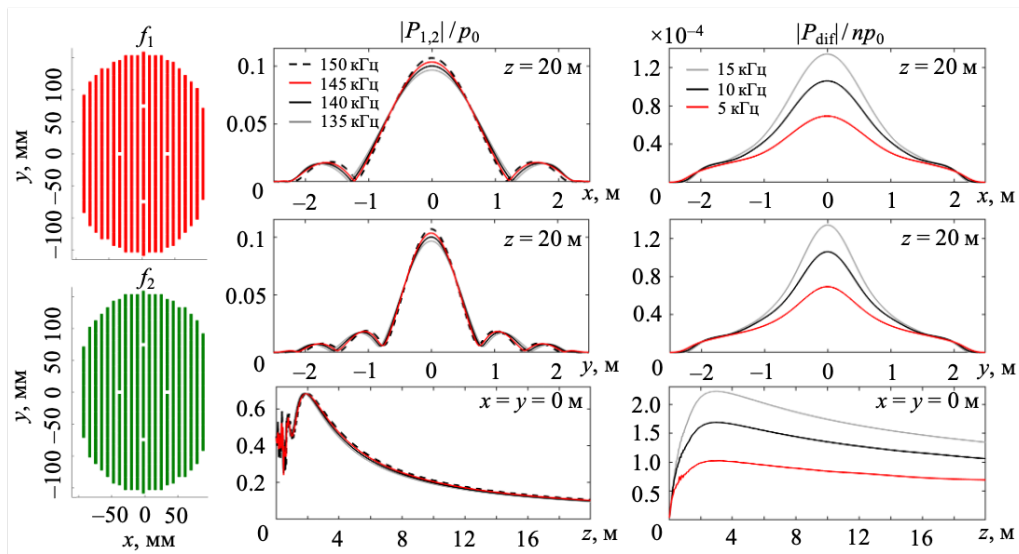


Рис. 1. Диаграмма расположения полосовых излучающих элементов на поверхности эллипсоидальной антенны (левый столбец); одномерные нормированные на  $p_0 = 0.06$  МПа распределения амплитуд давления волн накачки  $|P_{1,2}|$  (центральный столбец); одномерные нормированные на  $np_0$  распределения амплитуд волны разностной частоты  $|P_{dif}|$  (правый столбец) для трех случаев взаимодействующих волн накачки с частотами  $f_1 = 150$  кГц,  $f_2 = 145$  ( $n = 1$ ), 140 ( $n = 2$ ) и 135 кГц ( $n = 3$ ).

Как видно из рис. 1, поле волн разностной частоты также имеет узкую направленность с полными углами расхождения пучка  $5.2^\circ$  ( $4.7^\circ$ ,  $4.5^\circ$ ) и  $4.6^\circ$  ( $4.0^\circ$ ,  $3.7^\circ$ ) в направлении осей  $x$  и  $y$  для  $f_{\text{dif}} = 5$  (10, 15) кГц, рассчитанными на уровне 0.5 от максимальной амплитуды. При этом направленность волны разностной частоты возрастает с увеличением  $f_{\text{dif}}$ , так как при увеличении частоты дифракционные эффекты проявляются слабее. На расстояниях меньших длины дифракции волны накачки вдоль оси  $x$  для всех трех выбранных значений  $f_{\text{dif}}$  амплитуда волны разностной частоты на оси возрастает при увеличении расстояния  $z$ , затем достигает максимума на расстоянии порядка 3 м, больше, чем для волн накачки, и, далее, убывает. Уменьшение амплитуды волны разностной частоты происходит за счет дифракционных потерь, а также уменьшения вклада, вносимого в нее от волн накачки из-за уменьшения их амплитуды, обусловленного дифракционной расходимостью высокочастотных пучков.

Максимальная амплитуда волны разностной частоты возрастает при увеличении частоты  $f_{\text{dif}}$  и составляет 0.010, 0.034 и 0.069% от максимального давления на излучателе  $p_0$ . В отличие от приближения плоских волн, где эффективность генерации волны разностной частоты пропорциональна величине  $f_{\text{dif}}$ , в рассматриваемом случае дифрагирующих пучков эффективность увеличивается быстрее, чем по линейному закону, за счет ослабления дифракции волны с большей разностной частотой.

Таким образом, в работе на примере подводной параметрической антенны [7] исследована квазилинейная дифракционная задача о генерации волны разностной частоты при двухчастотном взаимодействии близких высокочастотных волн накачки для трех случаев величины разностной частоты. Показано, что в данной задаче может быть использовано параболическое приближение в силу малости углов дифракции высокочастотных волн накачки. Проанализированы направленность и эффективность генерации поля волны разностной частоты в зависимости от величины  $f_{\text{dif}}$  и показано, что, чем больше величина  $f_{\text{dif}}$ , тем более узконаправленное и интенсивное излучение генерируется параметрической антенной. Результаты, полученные в работе, служат основой для дальнейшего решения полной нелинейно-дифракционной задачи в случае более интенсивных волн накачки, когда приближение квазилинейности неприменимо.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 20-02-00676 и фонда "БАЗИС" 20-2-2-21-1.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Б.К. Новиков, В.И. Тимошенко "Параметрические антенны в гидролокации" Л.: Судостроение, 1990.
2. H. Zhou, S.H. Huang, W. Li // Sensors. 2020. V. 20. P. 1–19.
3. E. Skinner, M. Groves, M. K. Hinders // Appl. Acoust. 2019. V. 148. P. 423–433.
4. P.J. Westervelt. // J. Acoust. Soc. Am. 1963. V. 35. No 4. P. 535–537.
5. M. Cervenka, M. Bednarik. // J. Acoust. Soc. Am. 2013. V. 134. No 2. P. 933–938.
6. M.A. Averkiou, Y.-S. Lee, M.F. Hamilton. // J. Acoust. Soc. Am. 1993. V. 94. No 5. P. 2876–2883.
7. И.Б. Есипов, О.Е. Попов, В.Г. Солдатов. // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 4. С. 490–498.
8. J. Tavakkoli et al. // J. Acoust. Soc. Am. 1998. V. 104. No 4. P. 2061–2072.
9. R.J. Zemp, J. Tavakkoli, R.S.C. Cobbold. // J. Acoust. Soc. Am. 2003. V. 113. No 1. P. 139–152.
10. П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова. // Акуст. журн. 2011. Т. 57. № 3. С. 337–347.
11. W.H. Press et al "Numerical recipes" N.Y.: Cambridge University Press, 2007.
12. A.D. Pierce "Acoustics: an introduction to its physical principles and applications" L.: Springer, 2019.

## Рассеяние волны Рэлея на прямоугольной решётке разрывов поверхностной шероховатости изотропного твёрдого тела и структура акустической лауэграммы решётки на окружности отражения Эвальда

В.Н. Чуков

*Институт Биохимической физики им. Н.М. Эмануэля РАН,*

*Лаборатория Акустической микроскопии*

[vchukov@mail.ru](mailto:vchukov@mail.ru)

Физические явления рассеяния волн на различных неоднородностях среды играют важную роль в природе, науке и в промышленных технологиях [1]–[41]. Новые топологические законы получены в [42]–[45] для рассеяния поверхностной акустической волны Рэлея [1,3,16,23] на цилиндрически симметричной шероховатости изотропного твёрдого тела, занимающей область поверхности конечного радиуса. Шероховатость такой формы широко используется в науке и технологиях [19,20,21], [26]–[35]. Вызывает интерес аналогичная задача рассеяния на поверхностной шероховатости, имеющей форму одномерной прямоугольной полосы с длиной  $L_1$  и шириной  $L_2$  вдоль осей  $x_1$  и  $x_2$  прямоугольной декартовой системы координат соответственно. Разрывы шероховатости параллельны оси  $x_2$  и расположены вдоль оси  $x_1$ , они образуют периодическую решётку. Структура шероховатости вдоль оси  $x_2$  - наличие только двух разрывов параллельных оси  $x_1$  и являющихся боковыми сторонами шероховатой полосы, имеет важное значение: именно она нарушает классические условия Лауэ [6]–[14], [39] для резонансов рассеяния или, в более общем смысле, законы Лауэ-Брэгга-Вульфа [40,44,45] для коротковолнового рассеяния [24] на периодических структурах, когда длина волны много меньше периода структуры. Это нарушение обусловлено влиянием амплитудного форм-фактора поперечной решётки, расположенной вдоль оси  $x_2$  и состоящей из одной элементарной ячейки. Амплитудный форм-фактор есть зависимость разности левого и правого предельного значения шероховатости в точке разрыва от номера разрыва в решётке. Данный амплитудный форм-фактор не был учтён ни в классических условиях Лауэ, то есть, в законах Лауэ-Брэгга-Вульфа, ни в работах последующих исследователей за сто лет со времени открытий М. Laue, W. Friedrich, P. Knipping [6]–[8] и W.L. Bragg [9], G.V. Wulff [13]. Амплитудный форм-фактор рассматриваемой решётки из одной элементарной ячейки такой, что амплитуды разрывов на обеих сторонах одинаковы по абсолютной величине, но имеют противоположный знак. Поэтому этот амплитудный форм-фактор переворачивает фазу волны, рассеянной на одной стороне полосы, по сравнению с фазой волны, рассеянной на другой стороне шероховатой полосы, и тем самым кардинально нарушает закон рассеяния Лауэ-Брэгга-Вульфа с точностью до наоборот, так как он является условием синфазного рассеяния [25]. Условие Лауэ-Брэгга-Вульфа становится условием не резонанса, а минимума рассеяния. При этом предполагается, что амплитудный форм-фактор продольной решётки разрывов шероховатости, расположенной вдоль оси  $x_1$  и состоящей из произвольного числа элементарных ячеек, такой, что амплитуды всех разрывов одинаковы, что не влияет на классический закон Лауэ-Брэгга-Вульфа [6]–[14].

В настоящей работе проведено исследование картины рассеяния, определяемой индикатрисой рассеяния волны Рэлея в зависимости от отношения длины волны к размеру элементарной ячейки решётки и соотношения продольных и поперечных размеров решётки при фиксированном значении угла рассеяния именно для указанных амплитудных форм-факторов продольной и поперечной решёток.

Для исследования противоположной конфигурации рассеяния, когда отношение длины волны Рэлея к размеру элементарной ячейки решётки постоянно, а индикатриса рассеяния зависит от угла рассеяния и конфигурации решётки, и поэтому получаемая картина рассеяния является акустической лауэграммой [6]-[14], [25] шероховатости, в настоящей работе использована концепция сферы отражения Эвальда [15]. Вследствие упругого характера рассматриваемого рассеяния и стационарности неоднородности частота рассеянной волны не изменяется, волновые векторы падающей и рассеянной волн имеют одинаковое абсолютное значение, но разное направление. Сфера отражения Эвальда есть сфера с радиусом равным модулю волнового вектора падающей волны и с центром в его начале. Волновой вектор падающей волны выбирается направленным вдоль оси абсцисс в пространстве волновых векторов, координатные оси которого совпадают с декартовой системой, и исходит из её начала. Произвольные точки на сфере Эвальда есть направления распространения рассеянных волн. В пространстве волновых векторов строится обратная решётка [25,45], оси которой совпадают с базисными векторами [6]-[8], [25] рассеивающей решётки. Волновой вектор падающей волны как радиус сферы Эвальда заканчивается в одном из узлов обратной решётки, являющемся началом её системы координат. Необходимым и достаточным условием того, что произвольная точка на сфере отражения Эвальда соответствует резонансному направлению рассеяния является совпадение этой точки с узлом обратной решётки. При этом волновой вектор, переданный при рассеянии и равный разности волновых векторов рассеянной и падающей волн, начинается и заканчивается в узлах обратной решётки. Его скалярное произведение с каждым из базисных векторов рассеивающей решётки удовлетворяет обоим условиям резонанса в рассматриваемом случае прямоугольной решётки. Это условие для продольной решётки совпадает с классическим условием Лауэ, а для поперечной решётки противоположно ему из-за влияния амплитудного форм-фактора решётки. Обратная решётка построена таким образом, что описывает резонансы рассеяния с учётом данного амплитудного форм-фактора решётки [45]. Рэлеевская падающая волна является плоской, а рассеянная рэлеевская волна – цилиндрической. Волновые векторы обеих этих волн лежат в плоскости поверхности твёрдого тела, поэтому для рассеяния рэлеевской волны в рэлеевскую сфера Эвальда превращается в окружность отражения Эвальда. Чем больше узлов обратной решётки лежит на окружности отражения Эвальда, тем больше резонансов содержит лауэграмма рассеивающей решётки, полученная с помощью рассеяния волны Рэлея определённой частоты, определяющей радиус окружности Эвальда. Другие узлы обратной решётки не принадлежат физическому процессу рассеяния волны Рэлея данной частоты. Ему соответствует только окружность отражения Эвальда.

Впервые решена задача о радиусе окружности отражения Эвальда, содержащей произвольное, заданное наперёд, число узлов обратной решётки - резонансов рассеяния, соответствующих произвольным, заданным наперёд, углам рассеяния на рассмотренной выше прямоугольной полосе шероховатости в случае, когда все амплитуды разрывов продольной решётки одинаковы, а закон Лауэ-Брэгга-Вульфа нарушается только амплитудным форм-фактором поперечной решётки, состоящей из одной ячейки. Получены аналитические формулы для указанных радиусов окружности отражения Эвальда с помощью решения системы уравнений, связывающих целые числа волн или полуволн, входящие в условия резонансов для продольной и поперечной решёток соответственно. Ранее концепция сферы отражения Эвальда не рассматривала и не решала данную задачу. Получено, что увеличение числа узлов обратной решётки, лежащих на окружности отражения Эвальда, для произвольных углов рассеяния с необходимостью сопровождается увеличением радиуса окружности Эвальда, то есть, частоты рэлеевской волны.

Исследована полная структура лауэграммы рассеяния, а не только положения на окружности Эвальда резонансов рассеяния. Для этого рассмотрены вещественные значения указанных выше чисел из условий резонансов, которые соответствуют произвольным нерезонансным точкам на окружности отражения Эвальда и удовлетворяют связывающему их уравнению, отражающему их положение на окружности Эвальда и присутствие в реальном физическом процессе, на лауэграмме. С помощью указанной концепции и впервые решённой аналитически задачи о числе узлов обратной решётки, лежащих на окружности Эвальда, получена возможность и соответствующие формулы для усиления и ослабления рассеяния и задания определённого спектра рассеяния как во всём диапазоне углов рассеяния, так и в определённом направлении, например, направлении рассеяния назад, которое, как известно из литературы [18], является физически выделенным из-за фронтального падения волны на решётку и даёт гигантский максимум рассеяния.

Получены формулы для индикатрисы и картина рассеяния для предельных случаев рассеяния по длине рэлеевской волны в сравнении с шириной прямоугольной полосы, в частности, для случая, когда рассеяние на продольной решётке является коротковолновым рассеянием Лауэ-Брэгга-Вульфа, а рассеяние на поперечной решётке – длинноволновым рассеянием Рэлея. В последнем случае физически рассеяние становится чисто одномерным, так как падающая волна не чувствует поперечную структуру решётки в предположении, что не рассматриваются специальные формы решётки, нарушающие законы рассеяния Рэлея в соответствии с новыми топологическими законами [44,45].

В настоящей работе впервые получено, что амплитудный форм-фактор рассеивающей решётки разрывов шероховатости, рассмотренный выше, сильно влияет на структуру акустической лауэграммы. Впервые получено, что произвольное число, заданное наперёд, резонансов рассеяния волны Рэлея, то есть, узлов обратной решётки, для произвольных углов рассеяния, заданных наперёд, может быть помещено на окружность отражения Эвальда без изменения её радиуса, то есть, частоты волны Рэлея, с помощью задания определённого амплитудного форм-фактора продольной решётки. Это явление достигается за счёт амплитудного фазирования решётки без изменения положения её узлов, подобно эффекту бифуркаций, полученному впервые в [44] для цилиндрически симметричной шероховатости с радиально расположенными круговыми разрывами. Волна чувствует не только наличие разрывов, но и их амплитуду [44,45].

Теоретические результаты настоящей работы могут быть использованы в экспериментальных и теоретических исследованиях [4,17], [22]-[24], [34,40] физических явлений рассеяния волн в неоднородных средах [32,33], [36]-[38], в частности, для изучения рассеяния X-лучей Рентгена [5,21,39], имеющего волновую природу, и для моделирования заданных наперёд спектров рассеяния, используемых в науке и технике: акустоэлектронике [20,21,26,27,35], акустической микроскопии [28]-[31].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Lord Rayleigh // Proc. Lond. Math. Soc. 1885. V. 17. P. 4.
2. Lord Rayleigh // Proc. Roy. Soc. London A. 1907. V. 79. P. 399.
3. Lord Rayleigh "The theory of sound" vols. I, II, New York: Dover, 1945.
4. F. M. Schwerd "Die Beugungerscheinungen Aus Den Fundamentalgesetzen der Undulationstheorie" Mannheim, 1835.
5. I. Stark // Phys. Z. 1912. V. 13. P. 973.
6. M. Laue, W. Friedrich, P. Knipping // Ber. Bayer. Akad. 1912. V. 363. P. 303.
7. M. Laue, W. Friedrich, P. Knipping // Annalen der Physik 1913. V. 41. P. 971.



8. M. Laue, W. Friedrich, P. Knipping in G.E. Bacon (Ed.) "X-Ray and Neutron Diffraction" (in English) Pergamon Press, 1966.
9. W.L. Bragg // Proc. Camb. Philos. Soc. 1913. V. 17. P. 43.
10. M. Laue "History of physics" New York: Academic Press Inc. 1950.
11. A.Ph. Ioffe // J. Russ. Physico-Chemical Society (in Russian) 1912. V. 44. P. 324.
12. G.V. Wulff // Priroda (in Russian) 1913. V. 1. P. 27.
13. G.V. Wulff // Physikalische Zeitschrift 1913. V. 14. P. 217.
14. J.M. Bijvoet, W.G. Burgers, G. Hagg (Eds.) "Early Papers on Diffraction of X-Rays by Crystals" v. I Springer, 1969, v. II Springer, 1972.
15. P.P. Ewald // Acta Cryst. 1969. V. A25. P. 103.
16. L.D. Landau, E.M. Lifshitz "Theory of Elasticity" Elsevier, 1986.
17. F.A. Jenkins, H.E. White "Fundamentals of Optics" McGraw-Hill, 2001.
18. S.V. Biryukov, Yu. V. Gulyaev, V.V. Krylov, V.P. Plesskii "Surface acoustic waves in inhomogeneous media" Springer-Verlag, 1995.
19. D. Morgan, E.G.S. Paige "Surface acoustic wave filters" Elsevier, 2007.
20. R.M. Schimpe "Cylindrical Diffraction Grating Couplers and Distributed Feedback Resonators for Guided Wave Devices" Patent US4743083A, 1985.
21. M.V. Kheteev, E.M. Kheteeva, Device for Radiotherapy, Patent RU2219980C2, 2002.
22. R.G. Newton "Scattering Theory of Waves and Particles" Springer, 1982.
23. A.A. Maradudin, E.R. Mendez, T.A. Leskova "Designer Surfaces" Elsevier, 2008.
24. V.M. Babich, A.P. Kisel'ev "Elastic waves. High-frequency theory" (in Russian) Saint-Petersburg: BHV-Petersburg, 2014.
25. A.M. Prokhorov (Ed.) "The physics encyclopedia" Moscow, 1988.
26. Zh.I. Alferov et al // Sov. Phys. Tech. Phys. 1976. V. 21. P. 857.
27. A.A. Spikhalskii // Optics Communications 1986. V. 57. P. 84.
28. R.G. Maev "Acoustic Microscopy. Fundamentals and Applications" Wiley-VCH, Weinheim, 2008.
29. P.V. Zinin // Experimental Methods in the Physical Sciences 2001. V. 39. P. 135.
30. V.M. Levin et al. "Acoustic Microscope Visualization" Proc. IEEE Ultrason. Symp. 1996. V. 2. P. 785.
31. S.A. Titov, R.G. Maev, A.N. Bogachenkov // Russian Technological Journal 2016. V. 4. P. 25.
32. A.A. Karabutov (junior), Yu.A. Kosevich, O.A. Sapozhnikov // Acoust. J. 2013. V. 59. P. 158.
33. M.I. Kupreichik, V.I. Balakshy // Appl. Opt. 2018. V. 57. P. 5549.
34. V.E. Pozhar, L.A. Chernozatonskii "On increase of parametric generation efficiency in periodical media" Fizika Tverdogo Tela 1985. V. 27. P. 682.
35. S.N. Antonov // Acoust. J. 2018. V. 64. P. 432.
36. I.V. Timofeev et al. // Opt. Lett. 2017. V. 42. P. 3602.
37. E.N. Savchenkov, S.M. Schandarov et al. // JETP Letters 2019. V. 110. P. 165.
38. A.A. Maznev, A.G. Every // Phys. Rev. B 2018. V. 97. P. 014108.
39. I.K. Robinson, D.J. Tweet // Rep. Prog. Phys. 1992. V. 55. P. 599.
40. M.I. Ryazanov et al. // Sov. Phys. JETP 1989. V. 69. P. 17.
41. V.N. Chukov // Physics of the Solid State 1997. V. 39. No 4. P. 233.
42. V.N. Chukov // Solid State Communications 2009. V. 149. P. 2219.
43. V.N. Chukov // Ultrasonics 2012. V. 52. P. 5.
44. V.N. Chukov "Topological laws of the Rayleigh wave scattering". Lambert Academic Publishing, 2018. ISBN: 978-613-9-84837-9.
45. V.N. Chukov // J. Phys.: Conf. Ser. 2021, V. 2103. P. 012157.