

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ЗАДАЧАХ ВОЛНОВОЙ ФИЗИКИ

Исследование формирования поля в рупорной безэховой камере с плоской линзой	
<i>Н.П. Балабуха, Н.Л. Меньших, В.С. Солосин</i>	2
Исследование влияния взаимодействия опоры и объекта на погрешность измерения характеристик рассеяния	
<i>Н.П. Балабуха, Е.Е. Евстафьев, Н.Л. Меньших, Н.Е. Шапкина</i>	5
Исследование влияния выдвигания источника в конической безэховой камере с линзой методом математического моделирования	
<i>Н.П. Балабуха, Н.Л. Меньших, А.Д. Сахно, Н.Е. Шапкина</i>	9
Моделирование конструкции эталона для уменьшения краевых эффектов при бистатических измерениях характеристик рассеяния	
<i>Р.В. Гильмутдинов, С.А. Федоров, Н.Л. Меньших</i>	13
Анализ влияния пространственной дисперсии на поглощение электромагнитной энергии магнитоплазмонными наночастицами	
<i>А.С. Пензарь</i>	15
Помехозащищенность метода градиентной морфологии при оценивании параметров объектов в изображениях	
<i>Е.Н. Терентьев, И.Н. Приходько, П.Е. Алешин, Д.М. Волкова</i>	19
Квадратуры со сверхстепенной сходимостью	
<i>М.А. Тинтул, В.С. Хохлачев, А.А. Белов</i>	22
Регрессия экспериментальных кривых методом ортогонализированных полиномов	
<i>О.И. Топор, А.А. Белов, Л.В. Бородачев</i>	24
Выделение сингулярной части электромагнитного поля в окрестности ребра цилиндра с оживальной формой сечения	
<i>М.М. Шушарин, И.Е. Могилевский, А.Н. Боголюбов</i>	26

Исследование формирования поля в рупорной безэховой камере с плоской линзой

Н.П. Балабуха, Н.Л. Меньших, В.С. Солосин
 Институт теоретической и прикладной электродинамики РАН
 n_bala@mail.ru, n.menshikh@gmail.com, sv515105@yandex.ru

Рупорные безэховые камеры (РБЭК) используются для радиофизических измерений в диапазоне метровых волн. Однако для исследования эффективной площади рассеяния (ЭПР) объектов и диаграмм направленности (ДН) антенн в широком диапазоне частот необходима корректировка фазы с помощью линзы [1]. Т.к. прохождение волны через линзу немного увеличивает неравномерность распределения амплитуды поля в рабочей зоне в следствии дифракционных и других эффектов, то выбор наиболее оптимальной конструкции линзы является важным этапом проектирования РБЭК.

В данной работе рассмотрена диэлектрическая линза в виде плоскопараллельной пластины с переменной диэлектрической проницаемостью [2]. Такая линза может быть выполнена из композитного материала с плавно меняющейся функцией объемной плотности наполнения. Данная линза рассматривается как альтернативный вариант линзы для рупорной камеры, рассмотренной в [3].

Линза установлена в раскрытие рупорной части камеры, имеющей длину 15 м. Фокусное расстояние линзы выбрано больше длины рупора [3-4] и составляет 17 м, чтобы достичь наименьшей неравномерности распределения амплитуды и фазы поля в рабочей зоне диаметром 3 м, центр которой расположен на расстоянии 4 м от линзы. Поперечные размеры линзы составляют 4 м. Толщина пластины 0,5 м. Эти размеры примерно соответствуют гиперболической линзе, исследованной в [3]. Диапазон рабочих частот камеры составляет 100 МГц – 1 ГГц.

Расчет коэффициента преломления $n(r)$ для такой линзы соответствует формуле обобщенной линзы Микаэляна [2] с плоскими поверхностями

$$f + n_0 d = \sqrt{f^2 + r^2} + \int_s n(r) ds \quad (1)$$

где s – оптический путь луча внутри линзы, f – фокусное расстояние линзы, d – толщина линзы, r – текущий радиус линзы. Для исследуемого диапазона частот линза довольно тонкая, потому сделаны некоторые упрощения в оценке оптического пути луча без использования гиперболических функций, а используя более простое полиномиальное представление.

$$f + n_0 d = \sqrt{f^2 + r^2} + n(r)d + \frac{d \sin^2 \varphi(r)}{6n(r)} \quad (2)$$

Здесь $\varphi(r) = \arctg\left(\frac{r}{f}\right)$ - угол вхождения луча в материал линзы на высоте радиуса r .

Решая уравнение (2), получим выражение для коэффициента преломления:

$$n(r) = -\frac{\sqrt{f^2 + r^2} - f - n_0 d}{2d} + \frac{1}{2d} \sqrt{\left(\sqrt{f^2 + r^2} - f - n_0 d\right)^2 - \frac{2d^2 r^2}{3(f^2 + r^2)}}. \quad (3)$$

Рассчитаем зависимость показателя преломления от радиуса линзы, созданной из композитного материала. Используем в качестве материала линзы пенопласт с $\epsilon_m = 1,05$, а в качестве включений маленькие шарики из кварцевого стекла, считая его $\epsilon_{inc} = 4,0$ для нашего диапазона метровых длин волн. В приближении малых концентраций используем формулу Максвелла-Гарнетта для расчета эффективной диэлектрической проницаемости композитного материала

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \varepsilon_m \frac{1 + 2p(r) \frac{\varepsilon_{\text{inc}} - \varepsilon_m}{\varepsilon_{\text{inc}} + 2\varepsilon_m}}{1 - p(r) \frac{\varepsilon_{\text{inc}} - \varepsilon_m}{\varepsilon_{\text{inc}} + 2\varepsilon_m}} \quad (4)$$

Эффективная проницаемость материала линзы будет зависеть от объемной концентрации включений. Возьмем $\varepsilon_{\text{eff}} = 1,6$ для оси линзы, как у прототипа из работы [3]. У края линзы эффективная проницаемость уже может приближаться к проницаемости материала наполнителя, т.е. пенопласта.

Выбираем для функции объемной плотности зависимость от r , соответствующую изменению показателя преломления.

$$p(r) = p_0 - \frac{1,27}{d} (\sqrt{f^2 + r^2} - f) \quad (5)$$

При $p_0 = 0,308$ в центре пластины эффективная диэлектрическая проницаемость как раз равна нужной, $\varepsilon_{\text{eff}} = 1,6$. К краю линзы концентрация включений становится около 1%. Сравнение распределение показателя преломления из формулы линзы (3) и с аппроксимацией по Максвеллу-Гарнетту (4) с использованием объемной концентрации, заданной по (5), приведено на рис. 1.

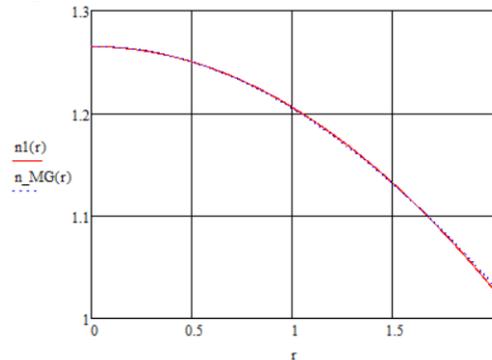


Рис. 1. Изменение показателя преломления материала линзы из формулы обобщенной линзы Микаэляна и из формулы Максвелла-Гарнетта

С данной линзой были проведены расчеты распределения поля в рабочей зоне РБЭК. Расчеты проводились методом моментов в программе ФЕКО. Линза рассматривалась в свободном пространстве, на нее падает поле, сформированной рупорной частью камеры. Т.е. в первой задаче считается только рупорная часть камеры и получается распределение поля в ее апертуре. Во второй задаче полученное поле используется как источник излучения и получаем распределение полей на расстояниях, соответствующих положению рабочей зоны в РБЭК.

Данная линза в численных расчетах моделировалась в виде пластины с кольцевой структурой слоев. Линза имеет 7 слоев. Каждый слой имеет свое постоянное значение диэлектрической проницаемости, рассчитанное как средневзвешенное значение проницаемости в пределах данного слоя. Границы слоев задавались эквидистантным изменением коэффициента преломления в линзе от 1,265 до 1,03 (изменение $n(r)$ по формуле (3) при изменении радиуса от 0 до 2 м). Это означает, что границы слоев задаются радиусами, на которых $n(r)$ изменяется с постоянным шагом, определяемым формулой (3) и количеством слоев.

На рис. 2 приведено распределение амплитуды поля в центре рабочей зоны в E и в H плоскостях для двух частотных точек: 400 и 800 МГц. Неравномерность распределения амплитуды поля в центре рабочей зоне не более 2,6 дБ. Поле плавно спадает к краям зоны, вдоль оси камеры поле совершает колебания, но приемлемой амплитуды.

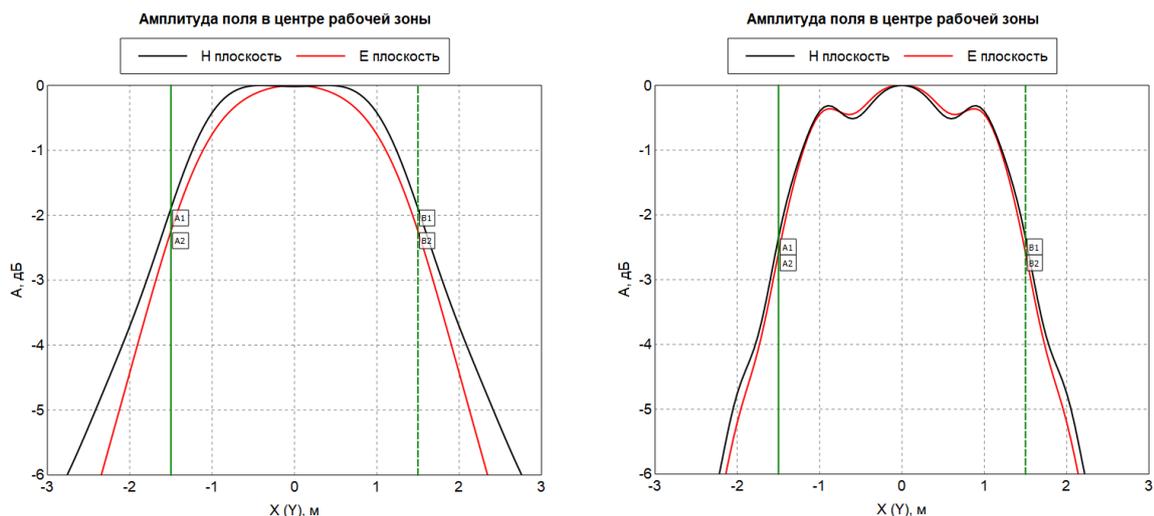


Рис. 2. Распределение амплитуды поля в главных сечениях в рабочей зоне РБЭК с линзой на частоте а) 400 и б) 800 МГц.

На рис. 3 приведено распределение фазы поля в тех же плоскостях и на тех же частотах. Изменение фазы поля в пределах рабочей зоны составляет не более 10° .

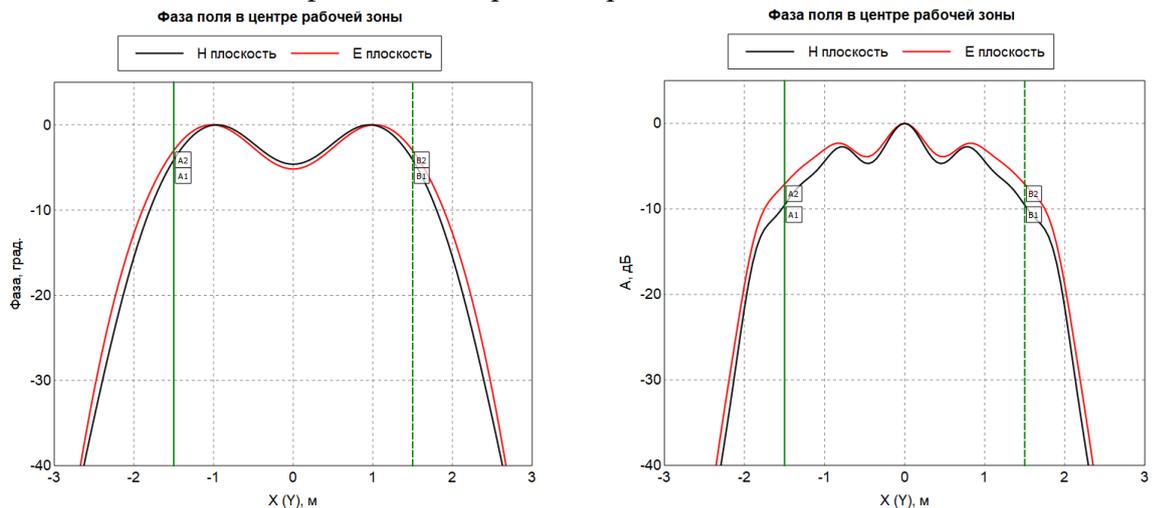


Рис. 3. Распределение фазы поля в главных сечениях в рабочей зоне РБЭК с линзой на частоте а) 400 и б) 800 МГц.

Полученные распределения амплитуды и фазы поля в рабочей зоне РБЭК с такой линзой оказались близки результатам, достигнутому в камере с гиперболической линзой с просветляющим слоем [4]. Из этого следует, что данная линза обеспечивает приемлемую неравномерность распределения амплитуды и фазы поля без использования дополнительных мер снижения влияния дифракционных эффектов, что говорит о необходимости более подробного исследования камеры с плоской линзой.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балабуха Н.П., Меньших Н.Л., Солосин В.С. // Антенны, 2015 №9, с.61-66.
2. Зелкин Е.Г., Петрова Р.А. «Линзовые антенны». М.: Советское радио, 1974.
3. Балабуха Н.П., Меньших Н.Л., Солосин В.С. // Антенны, 2017 №2, с. 42-49.
4. Балабуха Н.П., Меньших Н.Л., Солосин В.С. // Журнал Радиоэлектроники (электронный журнал), 2017, №9.

Исследование влияния взаимодействия опоры и объекта на погрешность измерения характеристик рассеяния

Н.П. Балабуха¹, Е.Е. Евстафьев^{1,2}, Н.Л. Меньших¹, Н.Е. Шапкина^{1,2}

¹ИТПЭ РАН

²МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет

egorezbalka@gmail.com

В последнее время заметно возрос интерес к двухпозиционной радиолокации, и, как следствие, к измерениям двухпозиционных диаграмм рассеяния объектов [1-2]. Данная работа направлена на исследование путей снижения погрешности измерения характеристик рассеяния объектов за счет уменьшения влияния переотражений между объектом и опорно-поворотным устройством.

В работе моделируется измерение характеристик рассеяния эталонных отражателей. При измерениях на стенде исследуемый объект размещается на вспомогательной пенопластовой колонне, установленной на опорно-поворотном устройстве в виде пилона (рис. 1). При моделировании влиянием пенопластовой колонны пренебрегаем ввиду ее радиопрозрачности. Пилон считается идеально проводящим. На объект падает плоская монохроматическая волна линейной поляризации.

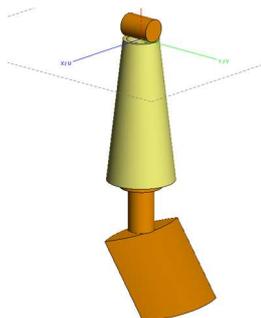


Рисунок 1. Вид объекта, установленного на пилоне (опоре) без укрытий

В качестве объектов измерения выбраны сферические и цилиндрические эталонные отражатели, характеристики рассеяния плоской волны на которых в свободном пространстве можно рассчитать с высокой точностью. Выбраны сферы трёх размеров, чтобы оценить точность получаемых результатов при разных уровнях значений ЭПР: 0.1 м^2 , 0.01 м^2 и 0.001 м^2 , а также цилиндр, который расположен горизонтально.

При проведении экспериментальных исследований характеристик рассеяния сигнал от опоры обычно вычитают, измеряя фоновый сигнал на стенде без объекта [3]. При моделировании измерения, проведенном в программе FEKO с использованием метода моментов, также было проведено векторное вычитание фонового сигнала. Используются значения поля в дальней зоне объекта.

Для повышения точности измерения характеристик рассеяния объектов части опоры укрывают радиопоглощающим материалом (РПМ). Поворотный вал опоры представляет собой вертикальный цилиндр, поэтому вклад от него в рассеянное поле может быть весьма велик. Перед валом часто ставят укрытие из РПМ [4] для снижения этого влияния. Однако, в данной работе ошибки, связанные с неточностью вычитания фона, не рассматривались. Наоборот, для минимизации таких ошибок в расчетах фона и опоры с объектом сетка на опоре не менялась. Укрытие можно дополнить тем, что на дно

пенопластовой колонны (т.е. над поворотным валом) устанавливается пластина из плоского РПМ для снижения взаимодействия объекта с опорой [5].

Укрытие так же позволяет снизить влияние других эффектов на точность измерения ЭПР объекта. Так для сферы с ЭПР 0.1 м^2 (уровень -10 дБ) погрешность определения ЭПР на частоте 3 ГГц без укрытий составляет $0,3 \text{ дБ}$, в то время как с укрытием менее $0,1 \text{ дБ}$. Для этой сферы влияние взаимодействия с опорой велико. Дополнительным фактором является попадание большой сферы в область возмущения распределения поля, вносимого опорой.

Для двух сфер меньшего размера укрытие уже не столь эффективно. Уровни значений ЭПР меньше и помеховые сигналы становятся более значимыми: на частоте 3 ГГц погрешность определения ЭПР что с укрытием, что без него, остается на уровне $0,2 - 0,4 \text{ дБ}$. Пластина на дне пенопластовой колонны не закрывает всю верхнюю часть поворотного вала, остается взаимодействие и с некоторыми другими частями опоры. Появляется зависимость от расположения объекта на опоре [4]. Поэтому укрытие не является универсальным средством снижения погрешности измерения ЭПР объектов.

Рассмотрим второй метод снижения влияния переотражений между объектом и опорой на точность измерения характеристик рассеяния заключается в использовании пластины из РПМ, закрывающей всю верхнюю часть пилона [5-6]. Пластина имеет форму круглого цилиндра, размеры которого выбираются исходя из размеров верхнего торца пилона. Ранее [7-8] проводилась оптимизация толщины слоя РПМ, достаточного для обеспечения приемлемых уровней погрешностей определения ЭПР.

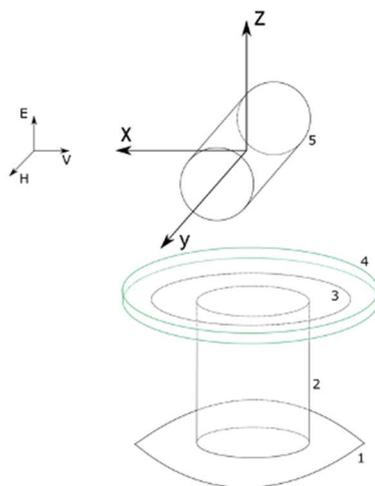


Рисунок 2. Геометрия модели расчета рассеяния волны на пилоне с пластиной из РПМ и объектом

Погрешность определения ЭПР без укрытий составляет $0,3 \text{ дБ}$, в то время как с пластиной $0,06 \text{ дБ}$. Для сферы с ЭПР 0.01 м^2 (уровень -20 дБ) использование пластины уменьшает погрешность измерения ЭПР с $0,2 \text{ дБ}$ до $0,01 \text{ дБ}$. В целом пластина из РПМ хорошо справляется с задачей снижения влияния взаимодействия между опорой и объектом и эффективно повышает точность измерения ЭПР объекта.

Аналогичные измерения проведены для горизонтально расположенного цилиндра. Полученные результаты показали, что оба способа позволяют повысить точность измерения в областях максимумов диаграмм рассеяния, т.е. не только восстанавливается форма двухпозиционных диаграмм, но и повышается точность результатов.

Применение рассмотренных методов позволяет определить погрешности измерений и указать секторы углов двухпозиционных диаграмм рассеяния, в которых сохраняется высокая точность результатов измерения.

Взаимодействие объекта происходит преимущественно с верхним торцом пилона, поэтому в численных экспериментах, описанных выше, вместо пилона учитывалась только верхняя площадка. Для определения степени влияния всей опоры на точность измерения характеристик рассеяния объекта была проведена серия численных расчётов для различных значений высоты оживальной части пилона. Результаты моделирования характеристик рассеяния горизонтально расположенного цилиндра (волна падает на боковую поверхность нормально) при угле места $\theta = 120^\circ$ (отсчитывается от направления вертикально вверх) для случая наличия только верхнего торца пилона и для длины пилона 400 мм на частоте 4 ГГц, вертикальная поляризация волны, представлены на рис. 3.

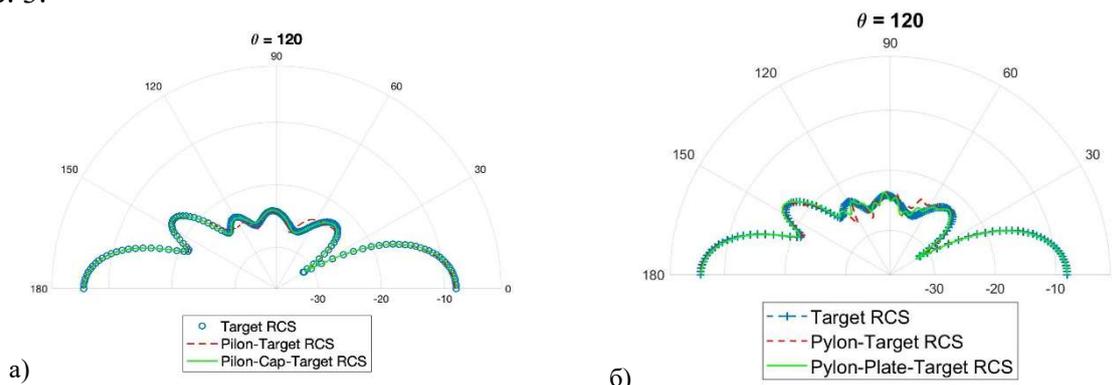


Рисунок 3. Двухпозиционная диаграмма рассеяния цилиндра при отсутствии опоры (а) и при длине опоры 100 мм (б) на частоте 4 ГГц, вертикальная поляризация

Как видно из рисунков, добавление оживальной части пилона не оказывает существенное влияние на диаграммы рассеяния, но тем не менее добавляет дополнительные колебания. На определение моностатической ЭПР объекта влияние практически не оказывается, а вот чем ниже уровни значений ЭПР, тем более заметны отклонения от диаграммы объекта в свободном пространстве, вызванные взаимодействием с опорой.

Применение рассмотренных методов позволяет определить погрешности измерений и указать секторы углов двухпозиционных диаграмм рассеяния, в которых сохраняется высокая точность результатов измерения.

Эти эксперименты показали, что оживальное тело оказывает влияние на полученные результаты. Причем его наличие вызывает не только увеличение ошибки измерений, но также и качественно изменяет полученную диаграмму рассеяния в определенных секторах. На малых углах рассеяния θ на диаграмме наблюдаются флуктуации (рис.3), при увеличении углов могут возникать дополнительные минимумы и максимумы. Возникновение новых “лепестков” диаграммы может сильно повлиять на анализ полученных результатов и привести к неверным выводам.

Поэтому, для уменьшения взаимодействия металлической подложки пластины и оживального тела, было предложено расположить подложку не на нижней грани пластины, а разместить подложку так, чтобы она была покрыта поглощающим материалом с обеих сторон, сверху и снизу. Исследования показали, что при сохранении толщины пластины в 30мм и размещении металлической подложки в середине по толщине пластины несколько увеличивается ошибка в среднем по диаграмме, но

пропадают эффекты, связанные с присутствием оживального тела в эксперименте (рис.4).

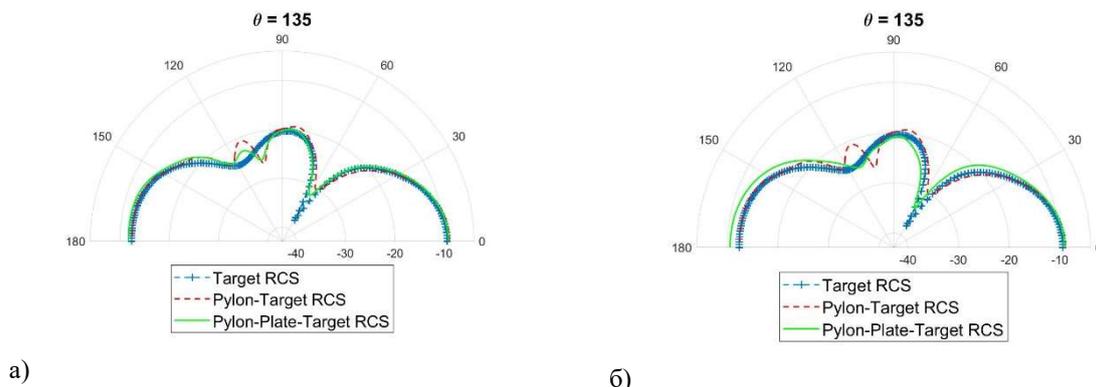


Рисунок 4. Двухпозиционная диаграмма рассеяния цилиндра при 600 мм (а) на частоте 3 ГГц для пластины с металлической подложкой на нижней грани и для пластины с металлической подложкой по центру пластины (б), горизонтальная поляризация

ЛИТЕРАТУРА

1. Potgieter M., Odendaal J.W., Blaauw C., Joubert J. // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 2019. Vol.67. No.4. P.2847.
2. Saleh H., Geffrin J.-M., Eyraud C., Tortel H. // 2017 Mediterranean Microwave Symposium (MMS).
3. Балабуха Н.П., Зубов А.С., Солосин В.С. "Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния" М.: Наука, 2007.
4. Балабуха Н.П., Меньших Н.Л. // Труды школы-семинара "Волны-2021". Математическое моделирование в задачах волновой физики. с. 26-29.
5. P. Chen, X. Xu, Y. Jiang, // School of Electronic and Information Engineering Beihang University Beijing, China.
6. В.К. Chung, С.Н. Tex, Н.Т. Chuan, // PIER 49, 23–38, 2004.
7. Балабуха Н.П., Евстафьев Е.Е., Шапкина Н.Е. // Труды школы-семинара "Волны-2021". Математическое моделирование в задачах волновой физики. с. 56-59.
8. N.P. Balabukha, E.E. Evstafev, N.L. Menshikh, N.E. Shapkina, // PIER 2021, Hangzhou, Nov. 22, 2021.

Исследование влияния выдвижения источника в конической безэховой камере с линзой методом математического моделирования

Н.П. Балабуха¹, Н.Л. Меньших¹, А.Д. Сахно², Н.Е. Шапкина^{1,2}

¹ИТПЭ РАН

²МГУ им. М.В. Ломоносова

sakhno.ad18@physics.msu.ru

Безэховая камера (БЭК) – это специальное помещение, стенки которого покрыты широкополосным радиопоглощающим материалом (РПМ) для устранения отражения от стен и потолка. Целью создания безэховых камер является формирование рабочей зоны – объема, в котором объект изучения будет позиционироваться как в свободном пространстве.

В зависимости от частоты излучения используются БЭК различной формы. Для диапазона метровых длин волн используются камеры в форме рупора [1] (рис. 1). В такой камере лучи, отраженные от ее стенок и приходящие в рабочую зону, не имеют существенной разности фаз по сравнению с прямыми лучами от источника излучения, даже если в качестве источника используется антенна с низкой направленностью. Поэтому поле в рабочей зоне, в отличие от камер прямоугольной формы, имеет слабо выраженную интерференцию [2].

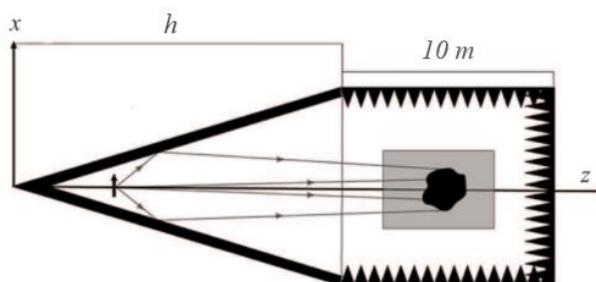


Рис.1. Схема рупорной безэховой камеры

Распределение поля в рупорной БЭК исследовалось в работе [3] с использованием строгого метода интегральных уравнений. В ней было показано, что для покрытия широкого диапазона частот необходима коррекция фазы. Обычно это делается с помощью диэлектрической линзы.

В статье [4] было исследовано влияние выдвижения источника в конической и пирамидальной РБЭК на поле в центре рабочей зоны на частотах 300 и 800 МГц. Было показано, что при выдвижении источника удастся уменьшить неравномерность в рабочей зоне.

Рассматриваемая коническая безэховая камера состоит из рупорной и цилиндрических частей (рис.1). Угол раскрытия рупорной части камеры равен $33,4^\circ$. Поперечное сечение цилиндрической части камеры представляет собой круг радиуса R , равного 5,08 м. Длина h конической части камеры равна 16,93 м. Область камеры с постоянным поперечным имеет длину 10 м.

Для расчета характеристик камер используется вычислительный пакет ФЕКО. В модели рупорная часть – идеально проводящая и покрыта РПМ, который в модели представлен однородным диэлектрическим слоем с потерями. Моделирование проводится на частотах 500 и 800 МГц. Толщина слоя диэлектрика равна 300 мм, диэлектрическая проницаемость составляет $1,43 + 0,62i$ для частоты 500 МГц и $1,37 +$

0,65i - для 800 МГц. Моделируется реальный материал с частотной дисперсией, параметры которого в данной задаче считаются известными с хорошей точностью.

В качестве источника излучения используется диполь. Анализируем выдвижение источника излучения от исходного положения (1.62 м от вершины рупора) на расстояние до двух длин волн для каждой частоты. Исходное положение диполя определяется положением фазового центра антенны, которая используется для данного диапазона, при ее максимально близком положении к устью камеры.

Уравнения Максвелла для поля внутри камеры имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= -i\omega\varepsilon\mathbf{E}, & \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= i\omega\mu\mathbf{H}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

где ε и μ – параметры среды, в которой распространяется волна, ρ – плотность электрических зарядов.

Так как РПМ в расширяющейся части рупорной камеры моделируется слоем диэлектрика, то на поверхности РПМ (обозначим S_1 с нормалью \mathbf{n}_1 направленной во внутреннее пространство камеры) задаются граничные условия равенства тангенциальных компонент поля (E_τ, H_τ) внутри камеры, т.е. в воздухе ($\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$) и в материале на ее стенках ($\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2$). На идеально проводящих наружных стенках камеры (обозначим S_2 с нормалью \mathbf{n}_2 , направленную в область диэлектрика) тангенциальные компоненты поля в диэлектрике приравниваются к нулю:

$$E_{1\tau}|_{S_1} = E_{2\tau}|_{S_1}, \quad H_{1\tau}|_{S_1} = H_{2\tau}|_{S_1}, \quad E_{2\tau}|_{S_2} = 0. \quad (2)$$

В качестве фазового корректора используется гиперболическая линза, представленная в работе однородным диэлектриком. Линза установлена в апертуре рупорной части камеры и имеет следующие параметры: диэлектрическая проницаемость 1.6, диаметр линзы 4 метра, фокусное расстояние 20 метров.

Так как расчет камеры с линзой весьма ресурсоемкий, используется следующая процедура расчета. Линза находится в свободном пространстве, на нее падает электромагнитное поле, заданное на плоскости перед ней. Это поле соответствует полю в апертуре рупорной части камеры. Внешние стенки камеры идеально проводящие, вне камеры поле равно нулю. Таким образом, задана конечная апертура с полем в качестве источника излучения.

Рассмотрим распределение амплитуды и фазы поля в центре рабочей зоны. В данной постановке задачи – на расстоянии 4 метра от апертуры рупорной части камеры в цилиндрической области БЭК. Будем считать приемлемыми неравномерность распределения амплитуды поля 2 дБ и неравномерность фазы $\pi/8$ (или $22,5^\circ$).

Как видно из рис. 2а, для 500 МГц амплитуда значительно меняется только при выдвижении источника на $3\lambda/2$. Причем амплитуда становится настолько равномерной, что в 6-метровой зоне в Н плоскости амплитуда изменяется не больше, чем на 0.3 дБ. Однако, при дальнейшем выдвижении на две длины волны происходит резкий подъем неравномерности.

Для частоты 800 МГц (рис. 2б) можно заметить, что исходное положение является оптимальным с точки зрения распределения амплитуды электромагнитного поля в Н плоскости. Значительные ухудшения распределения происходит при выдвижении на $3\lambda/2$, а при последующем выдвижении на две волны амплитуда поля остается примерно такой же.

Как видно, и на 500, и на 800 МГц при выдвижении источника до λ кривые распределения амплитуды электромагнитного поля в центре рабочей зоны практически неразличимы. Для Е-плоскости в целом наблюдаются все те же самые тенденции

изменения распределения поля при выдвигании источника, только неравномерность поля в этой плоскости немного меньше.

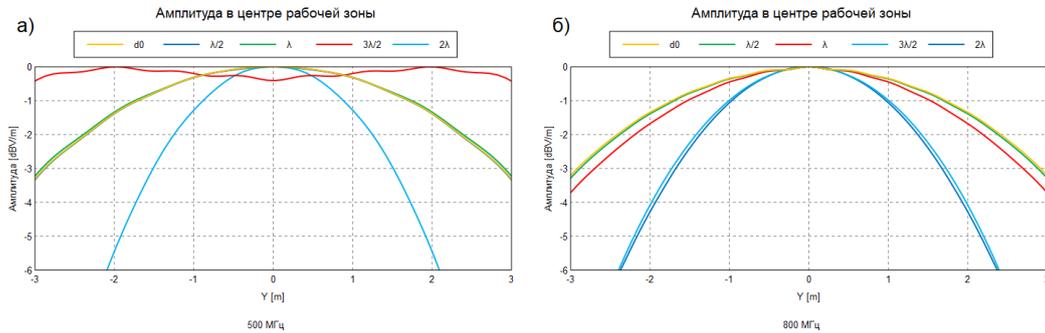


Рис. 2. Распределение амплитуды в N плоскости электромагнитного поля в центре рабочей зоны конической БЭК без линзы на частотах 500 и 800 МГц

Как говорилось ранее, при частотах, на которых проводилось исследование, основное ограничение на размер рабочей зоны конической БЭК без линзы вносит распределение фазы. При выдвигании источника распределение фазы в центре рабочей зоны практически не меняется. Как видно из рис. 3 а, б, неравномерность распределения фазы на частоте 500 МГц значительно меньше, чем на 800 МГц. Из-за фазовой неравномерности не удастся получить рабочую зону больше, чем $2,5 \times 2,5$ м для 500 МГц и $1,9 \times 1,9$ м для 800 МГц.

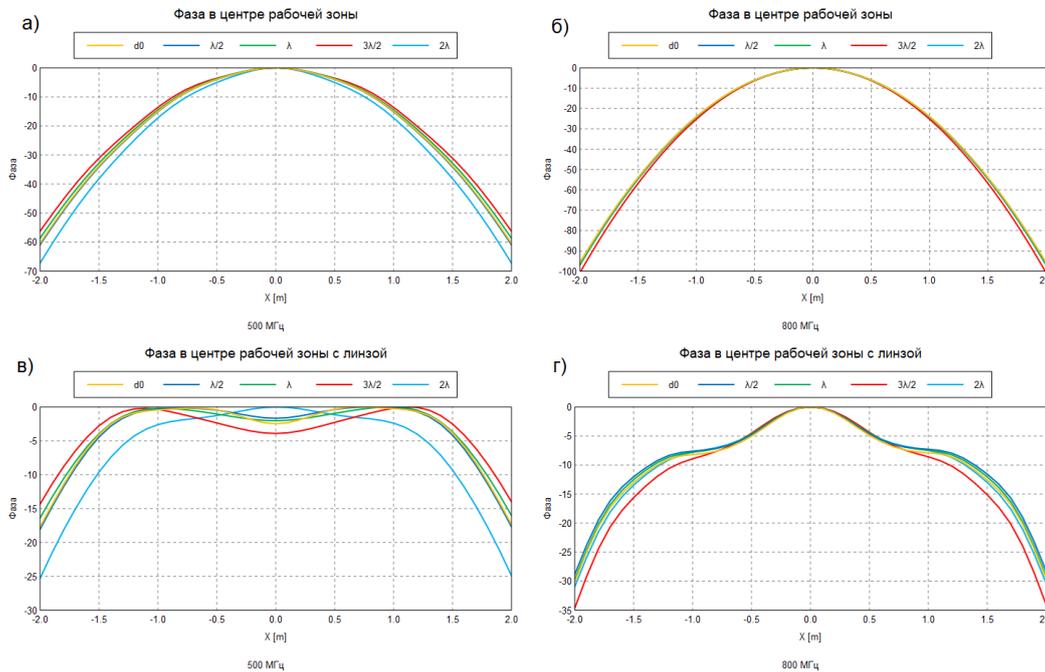


Рис. 3. Распределение фазы электромагнитного поля в центре рабочей зоны конической БЭК без линзы и при использовании линзы на частотах 500 и 800 МГц

Теперь рассмотрим влияние линзы на распределение электромагнитного поля в центре рабочей зоны при выдвигании источника.

Как видно из рис. 3 в, г, используемая в работе линза позволила в несколько раз уменьшить неравномерность фазы на обеих частотах. При использовании линзы фазовое распределение немного ухудшается только при выдвигании источника на 2λ на частоте 500 МГц и на $3\lambda/2$ при 800 МГц (впрочем, как и без линзы).

Основным ограничением на размер рабочей зоны камеры с линзой является неравномерность распределения амплитуды поля. Распределение амплитуды электрического поля немного ухудшилось как для 500, так и для 800 МГц (рис. 4). На частоте 500 МГц лучшие результаты опять же получаются для выдвижения источника $3\lambda/2$. В Н-плоскости наблюдается резкий спад равномерности амплитуды при выдвижении на 2λ . На частоте 800 МГц распределение амплитуды в Н-плоскости сильно ухудшается при выдвижении на $3\lambda/2$.

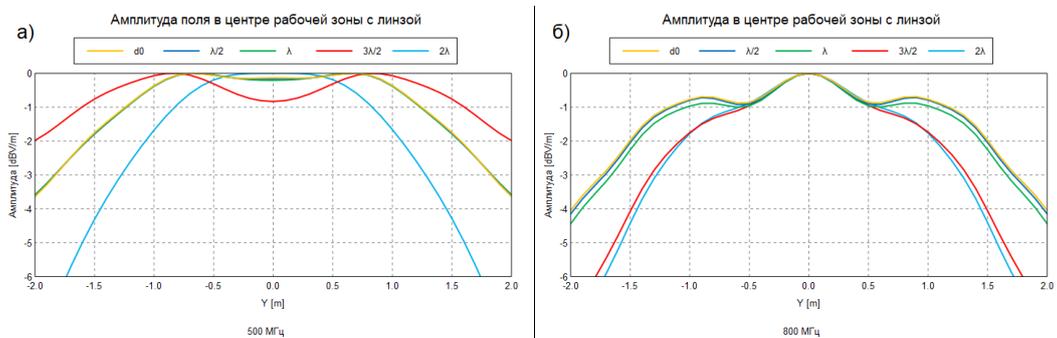


Рис. 4. Распределение амплитуды вдоль оси Y электромагнитного поля в центре рабочей зоны конической БЭК с линзы на частотах 500 и 800 МГц

Несмотря на ухудшение распределения амплитуды при использовании линзы, удалось получить рабочую зону размером более $3,0 \times 3,0$ для обеих частот.

ЛИТЕРАТУРА

1. Emerson W.H. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1973, Vol. 21, N 4. P. 484-490.
2. Н.П. Балабуха, А.С. Зубов, В.С. Солосин. «Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния объектов», М.: Наука, 2007, стр. 281.
3. Н.П. Балабуха, Н.Л. Меньших, В.С. Солосин, Антенны, №2, 42(2017)
4. Н.П. Балабуха, Н.Л. Меньших, Н.Е. Шапкина, ВМУ. Серия 3. ФИЗИКА. АСТРОНОМИЯ. 2021. № 3. С. 12–21.

Моделирование конструкции эталона для уменьшения краевых эффектов при бистатистических измерениях характеристик рассеяния

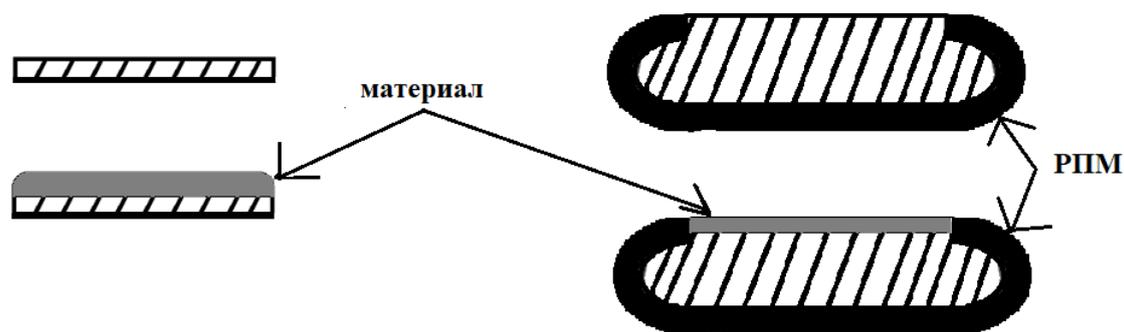
Р.В. Гильмутдинов, С.А. Фёдоров, Н.Л. Меньших
ИТПЭ РАН
gilmutdinov.rv@phystech.edu

В последнее время увеличилось число исследований, посвященных бистатистическим измерениям. При создании современных материалов необходимо учитывать их бистатистические свойства рассеяния.

Для плоского образца материала конечных размеров могут наблюдаться существенные отличия между измеренными характеристиками рассеяния и аналитическими значениями для бесконечного слоя [1]. Это связано с дифракционными эффектами на краях, такими как рассеяние электромагнитной волны на ребре, излучением ползучих волн [2] и др. Влияние этих эффектов определяется геометрией, размерами (в длинах волн) и параметрами материалов образцов.

В данной работе предлагается использовать при проведении измерений модуля коэффициента зеркального отражения (МКО) методом замещения специально разработанный эталонный конструктив. Образец материала или нормировочный образец представляют собой квадрат со стороной 200 мм и размещаются внутри эталона. Форма эталона позволяет уменьшить влияние дифракционных эффектов и получить результаты, наиболее приближенные к значениям МКО материала. В качестве исследуемого материала использовались несколько модельных магнитодиэлектриков без частотной дисперсии. Результаты вычислений, проведенных в программном пакете FEKO методом моментов для эталона и плоского образца, сравнивались между собой, а также с аналитическим расчётом по формулам Френеля [3].

На рис. 1 представлены схемы образца и эталона для квадратных образцов в сечении. Эталон представляет собой прямоугольный параллелепипед обрамлённый двумя полуцилиндрами и покрытый радиопоглощающим материалом (РПМ) с углублением, в которое вставляется исследуемый образец. Такая форма обладает совместимостью с любыми образцами данного размера и позволяет повысить точность измерений.



а) Образец

б) Эталон с встроенным образцом

Рис. 1. Схема плоский образец и образец с эталоном.

На рис. 2 представлены кривые зависимостей значений МКО от угла падения для материалов, расположенных на образце (красная кривая) и на эталоне (синяя кривая), а

также сравнение с аналитическим расчетом. На рис. 2б представлены результаты для материала с ярко выраженным углом Брюстера. Расчеты для каждого материала проводились в диапазоне частот от 3 до 10 ГГц.

Из графика видно, что результаты расчетов, проведенных на ФЕКО, согласуются с аналитическими зависимостями, полученными по формулам Френеля. Кривая значений МКО для материала на образце совершает флуктуации, вызванные первичными краевыми эффектами. При углах близких к нормали на уровне -12 дБ ошибка значений МКО на образце составляет 1 дБ, при этом ошибка на эталоне составляет 0.2 дБ. Ошибка положение угла Брюстера для материала на эталоне намного меньше.

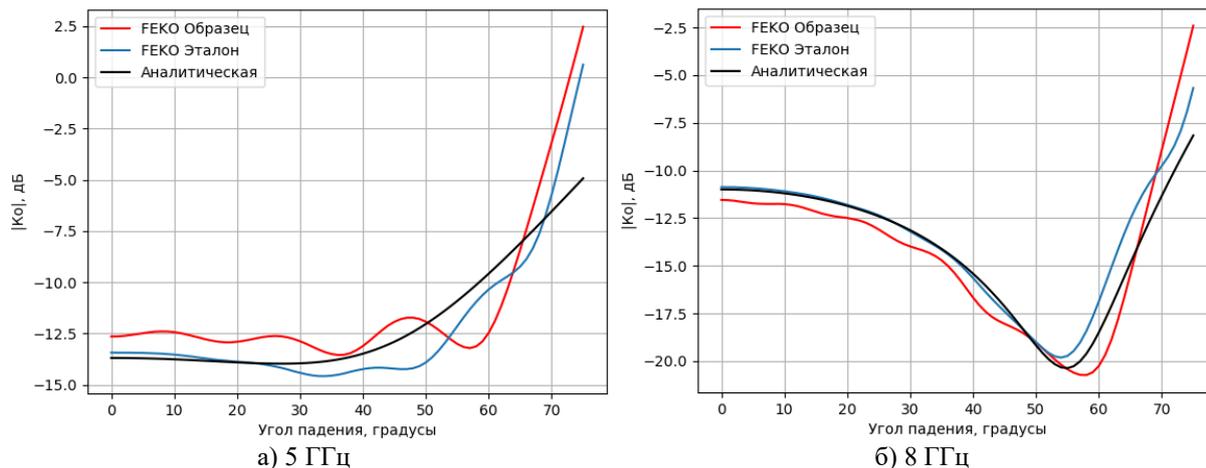


Рис. 2. Графики зависимости коэффициента отражения образца и эталона на различных частотах, горизонтальная поляризация

Результаты численного эксперимента показали, что использование разработанного эталона позволяет уменьшить влияние и первичных, и вторичных краевых эффектов в широком диапазоне углов и частот. Отдельно отметим факт, что при помощи эталона можно довольно точно определить положение угла Брюстера и оценить величину МКО при данном угле.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. P. Balabukha // 2021 Antennas Design and Measurement International Conference (ADMInC), 2021, pp. 54-57, doi: 10.1109/ADMInC54110.2021.9671006.
2. Балабуха Н.П., Зубов А.С., Солосин В.С. "Компактные полигоны для измерения характеристик рассеяния" М.: Наука, 2007.
3. Бреховских Л.М. "Волны в слоистых средах" М.: Наука, 1973. 503 с.

Анализ влияния пространственной дисперсии на поглощение электромагнитной энергии магнитоплазмонными наночастицами

А.С. Пензарь

МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, кафедра математики
sashapenzar@yandex.ru

Благодаря плазмонным эффектам, которые являются следствием гибридизации между поверхностными зарядами и электромагнитными полями, стало возможным получать сверхвысокое усиление поля и его концентрацию в объемах, на порядки превышающих рэлеевский предел разрешающей способности оптического оборудования [1]. В результате появился широкий спектр практических приложений, таких как наноразмерные фотонные схемы, оптические усилители, спектроскопия комбинационного рассеяния поверхности, биосенсирование и др. Одной из моделей, рассматривающих нелокальные эффекты, которые могут возникать в подобных приложениях при наличии металлических наноструктур с размерами порядка десятка нанометров и меньше, является модель обобщенного нелокального оптического отклика (ОНОО) [2], которая и используется в данной работе для описания поведения полей. В рамках этой модели зависящее от размера металлической структуры затухание плазмона возникает естественным образом, благодаря дополнительной составляющей гидродинамического описания индуцированных зарядов в металле, а именно, коэффициенту диффузии электронов. Таким образом, в рамках данной модели существенным образом учитывается влияние электрон-электронного взаимодействия на характеристики наноструктур.

Когда характерный размер частицы становится сравнимым с длиной волны Ферми электронов в металле (5нм для золота и серебра), возникает так называемая пространственная дисперсия металла (также называемая эффектами нелокальности). В этом случае обычных локальных материальных соотношений, включенных в систему уравнений Максвелла, оказывается недостаточно для строгого описания электромагнитных свойств металла. Суть пространственной дисперсии заключается в том, что связь между смещением $\mathbf{D}(\mathbf{M})$ и электрическим полем $\mathbf{E}(\mathbf{M})$ становится нелокальной:

$$\mathbf{D}(\mathbf{M}) = \varepsilon(\mathbf{M})\mathbf{E}(\mathbf{M}) \Rightarrow \mathbf{D}(\mathbf{M}) = \int \varepsilon(\mathbf{M} - \mathbf{M}')\mathbf{E}(\mathbf{M}')d\mathbf{M}'.$$

Следствием эффекта нелокальности (ЭН) является появление внутри металла продольных электромагнитных полей [2]. Таким образом электрическое поле внутри металла перестает быть чисто поперечным ($\text{div } \mathbf{E}^T=0$) за счет формирования объемного заряда и возникает необходимость дополнительного притяжения продольных полей ($\text{rot } \mathbf{E}^L=0$), которые в случае биметаллической частицы могут возникать как внутри ядра, так и внутри оболочки.

Рассмотрим задачу дифракции плоской Р-поляризованной электромагнитной волны на биметаллическом бесконечном цилиндре в однородной изотропной среде D_0 . Запишем полную математическую постановку рассматриваемой задачи дифракции, воспользовавшись основным уравнением для напряженности электрического поля в плазмонной среде, условиями излучения и необходимыми граничными условиями [2,3]:

$$\text{rot } \mathbf{H}_i(\mathbf{M}) = ik[\varepsilon_{T_i}\mathbf{E}_i(\mathbf{M}) + \xi_i^2 \text{grad div } \mathbf{E}_{L_i}(\mathbf{M})], \quad \text{rot } \mathbf{H}_0(\mathbf{M}) = ik\varepsilon_0\mathbf{E}_0(\mathbf{M}),$$

$$\text{rot } \mathbf{E}_i(\mathbf{M}) = -ik\mu_i\mathbf{H}_i(\mathbf{M}), \quad \text{rot } \mathbf{E}_0(\mathbf{M}) = -ik\mu_0\mathbf{H}_0(\mathbf{M}),$$

$$\mathbf{E}_i(\mathbf{M}) = \mathbf{E}_{T_i}(\mathbf{M}) + \mathbf{E}_{L_i}(\mathbf{M}), \quad \mathbf{M} \in D_i, \quad \mathbf{E}_0(\mathbf{M}) = \mathbf{E}^S(\mathbf{M}) + \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{M}), \quad \mathbf{M} \in D_0,$$

$$\mathbf{n}_P \times [\mathbf{E}_2(\mathbf{P}) - \mathbf{E}^S(\mathbf{P})] = \mathbf{n}_P \times \mathbf{E}^{inc}(\mathbf{P}), \quad \mathbf{n}_P \times [\mathbf{H}_2(\mathbf{P}) - \mathbf{H}^S(\mathbf{P})] = \mathbf{n}_P \times \mathbf{H}^{inc}(\mathbf{P}),$$

$$\mathbf{n}_P \cdot \varepsilon_{L_2}\mathbf{E}_2(\mathbf{P}) = \mathbf{n}_P \cdot \varepsilon_0\mathbf{E}_0(\mathbf{P}), \quad \mathbf{P} \in S_2,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_P \times [\mathbf{E}_1(P) - \mathbf{E}_2(P)] &= 0, \quad \mathbf{n}_P \times [\mathbf{H}_1(P) - \mathbf{H}_2(P)] = 0, \\ \left[\frac{1}{\omega_{p_2}^2} (\text{rot } \mathbf{H}_2 + i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{L_2} \mathbf{E}_2) \times \mathbf{n}_P \right] &= \left[\frac{1}{\omega_{p_1}^2} (\text{rot } \mathbf{H}_1 + i\omega \varepsilon_0 \varepsilon_{L_1} \mathbf{E}_1) \times \mathbf{n}_P \right], \\ v_{F_2}^2 \varepsilon_{L_2} \text{div } \mathbf{E}_2 &= v_{F_1}^2 \varepsilon_{L_1} \text{div } \mathbf{E}_1, \quad P \in S_1 \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} [\sqrt{\varepsilon_0} \mathbf{E}^S(M) \times \frac{\mathbf{r}}{r} - \sqrt{\mu_0} \mathbf{H}^S(M)] &= 0, \quad r = |M| \rightarrow \infty, \end{aligned}$$

$\{\mathbf{E}^{\text{inc}}, \mathbf{H}^{\text{inc}}\}$ - поле падающей волны, $\{\mathbf{E}^S, \mathbf{H}^S\}$ - рассеянное поле в D_0 , $\{\mathbf{E}_{0,i}, \mathbf{H}_{0,i}\}$ - полное поле в каждой из областей $D_{0,i}$, $i = 1, 2$. ε_0, μ_0 - материальные характеристики среды D_0 .

Параметры, относящиеся к полю \mathbf{E}_L определяются из ОНОО следующим образом:

$$\varepsilon_{L_i} = \varepsilon_{T_i} - \frac{\omega_{p_i}^2}{-\omega^2 + i\gamma_i \omega}, \quad k_{L_i}^2 = \frac{\varepsilon_{L_i}}{\xi_i^2}, \quad \xi_i = \varepsilon_{L_i} \frac{(\beta_i^2 + D_i(\gamma_i + i\omega))}{(\omega^2 + i\gamma_i \omega)},$$

где ω_p - плазменная частота металла, γ - частота столкновений электронов, ω - частота колебания электромагнитного поля, β - гидродинамическая скорость в плазме, связанная со скоростью Ферми: $\beta^2 = \frac{3}{5}(v_F)^2$, D - коэффициент диффузии электронов.

В качестве внешнего возбуждения в данной работе рассматривается плоская Р-поляризованная волна, распространяющаяся вдоль оси x декартовой системы координат:

$$\mathbf{E}^{\text{inc}}(M) = (-\mathbf{e}_x \sin \varphi_0 + \mathbf{e}_y \cos \varphi_0) e^{-ik_0(x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)}, \quad \mathbf{H}^{\text{inc}}(M) = n_0 \mathbf{e}_z e^{-ik_0(x \cos \varphi_0 + y \sin \varphi_0)}$$

Здесь $\{\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z\}$ - базис декартовой системы координат, $n_0^2 = \varepsilon_0 \mu_0$. Пусть $\text{Im } \varepsilon_T, \text{Im } \varepsilon_L \geq 0$ и все среды являются немагнитными. Предполагается также, что выбрана временная зависимость $e^{-i\omega t}$. Тогда будем полагать, что граничная задача дифракции с внешним возбуждением имеет единственное решение.

Задача дифракции на круговом цилиндре допускает аналитическое решение методом собственных функций, тогда как задачу дифракции на эллиптическом цилиндре необходимо решать численно. Одним из наиболее подходящих численных методов является метод дискретных источников (МДИ). В данной работе реализованы оба случая. Для начала рассмотрим и аналитически построим решение задачи дифракции на круговом цилиндре, затем применим МДИ. Для МДИ также проведем анализ влияния вытянутости частицы на поглощение энергии, и кроме того, модифицируем данный метод для случая сильно вытянутых частиц. В конце сравним результаты и проанализируем влияние пространственной дисперсии.

В случае аналитического решения электромагнитное поле можно представить через векторные гармоники в виде следующих разложений [4]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{T_2} &= \mathbf{E}_{T_2}^+ + \mathbf{E}_{T_2}^- = \frac{i}{k_{T_2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_S^+ i^n \mathbf{M}_n^{T^+}(k_{T_2} r) + \frac{i}{k_{T_2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_S^- i^n \mathbf{M}_n^{T^-}(k_{T_2} r), \\ \mathbf{M}_n^{T^+}(k_{T_2} r) &= \nabla \times [\mathbf{e}_z H_n^{(2)}(k_{T_2} r) e^{in\varphi}], \quad \mathbf{M}_n^{T^-}(k_{T_2} r) = \nabla \times [\mathbf{e}_z H_n^{(1)}(k_{T_2} r) e^{in\varphi}] \\ \mathbf{H}_{T_2} &= \mathbf{H}_{T_2}^+ + \mathbf{H}_{T_2}^- = \frac{1}{\omega \mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_S^+ i^n \mathbf{N}_n^{T^+}(k_{T_2} r) + \frac{1}{\omega \mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_S^- i^n \mathbf{N}_n^{T^-}(k_{T_2} r), \\ k_0 \mathbf{N}_n^{T^+} &= \nabla \times \mathbf{M}_n^{T^+}, \quad k_0 \mathbf{N}_n^{T^-} = \nabla \times \mathbf{M}_n^{T^-} \\ \mathbf{E}^S &= \frac{i}{k_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_e i^n \mathbf{M}_n^S(k_0 r), \quad \mathbf{M}_n^S(k_0 r) = \nabla \times [\mathbf{e}_z H_n^{(1)}(k_0 r) e^{in\varphi}], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^S &= \frac{1}{\omega\mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_e i^n \mathbf{N}_n^S(k_0 r), \quad k_0 \mathbf{N}_n^S = \nabla \times \mathbf{M}_n^S. \\ \mathbf{E}_{T_1} &= \frac{i}{k_{T_1}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_i i^n \mathbf{M}_n^T(k_{T_1} r), \quad \mathbf{M}_n^T(k_{T_1} r) = \nabla \times [\mathbf{e}_z J_n(k_{T_1} r) e^{in\varphi}] \\ \mathbf{H}_{T_1} &= \frac{1}{\omega\mu_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_i i^n \mathbf{N}_n^T(k_{T_1} r), \quad k_0 \mathbf{N}_n^T = \nabla \times \mathbf{M}_n^T, \\ \mathbf{E}_{L_2} &= \mathbf{E}_{L_2}^+ + \mathbf{E}_{L_2}^- = \frac{i}{k_{L_2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_L^+ i^n \mathbf{L}_n^{L^+}(k_{L_2} r) + \frac{i}{k_{L_2}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_L^- i^n \mathbf{L}_n^{L^-}(k_{L_2} r), \\ \mathbf{E}_{L_1} &= \frac{i}{k_{L_1}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_L i^n \mathbf{L}_n^L(k_{L_1} r), \quad \mathbf{L}_n^L(k_{L_1} r) = \nabla [J_n(k_{L_1} r) e^{in\varphi}]. \end{aligned}$$

Далее, решив систему уравнений из граничных условий и определив коэффициенты p_e , найдем полные сечения рассеяния и экстинкции по следующим формулам:

$$\sigma_{ext} = -\frac{2}{\pi k_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n+1) \operatorname{Re}(p_e), \quad \sigma_{sca} = \frac{2}{\pi k_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} (2n+1) |p_e|^2$$

Перейдем к построению приближенного решения граничной задачи дифракции на металлическом эллиптическом цилиндре с полуосями a, b ($\mathbf{b} \uparrow \uparrow \mathbf{e}_x$), руководствуясь схемой МДИ для Р-поляризованного излучения. Запишем представления полей, удовлетворяющие системе уравнений Максвелла и условиям излучения, с помощью системы дискретных источников $\{M_n\}$ [5]:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_T^N &= \sum_{n=1}^N p_n^T \left(\operatorname{rot}(\mathbf{e}_z J_0(k_T R_{MM_n})) \right), \quad \mathbf{H}_T^N = \sum_{n=1}^N p_n^T \left(\frac{1}{k_T} \operatorname{rot} \operatorname{rot}(\mathbf{e}_z J_0(k_T R_{MM_n})) \right), \\ \mathbf{E}_L^N &= \sum_{n=1}^N p_n^L \left(\operatorname{grad}(\mathbf{e}_z J_0(k_T R_{MM_n})) \right), \quad \mathbf{E}_S^N = \sum_{n=1}^N p_n^e \left(\operatorname{rot}(\mathbf{e}_z H_0^{(1)}(k_T R_{MM_n})) \right), \\ \mathbf{H}_S^N &= \sum_{n=1}^N p_n^e \left(\frac{1}{k_e} \operatorname{rot} \operatorname{rot}(\mathbf{e}_z H_0^{(1)}(k_T R_{MM_n})) \right), \quad R_{MM_n} = \sqrt{(x-x_n)^2 + (y-y_n)^2}. \end{aligned}$$

Дискретные источники $\{M_n\}$ располагаются на вспомогательной поверхности внутри цилиндра так, чтобы фокусы эллипса находились внутри этой поверхности:

$$x_n = 0.5 \cdot (b_1 + \sqrt{b_1^2 - a_1^2}) \cos \varphi_n, \quad y_n = 0.5 \cdot a_1 \sin \varphi_n, \quad \varphi_n = \frac{2\pi n}{N}.$$

В случае модифицированного МДИ источники располагаются только на оси Ox представления записываются в следующем виде (локальный случай):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_S^N &= \sum_{n=1}^{N/2} p_n^e \left(\operatorname{rot}(\mathbf{e}_z H_0^{(1)}(k_e R_{MM_n})) \right) + \sum_{n=1}^{N/2} q_n^e \left(\operatorname{rot}(\mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial y_n} H_0^{(1)}(k_e R_{MM_n})) \right), \\ \mathbf{H}_S^N &= \sum_{n=1}^{N/2} p_n^e \left(\frac{1}{k_e} \operatorname{rot} \operatorname{rot}(\mathbf{e}_z H_0^{(1)}(k_e R_{MM_n})) \right) + \sum_{n=1}^{N/2} q_n^e \left(\frac{1}{k_e} \operatorname{rot} \operatorname{rot}(\mathbf{e}_z \frac{\partial}{\partial y_n} H_0^{(1)}(k_e R_{MM_n})) \right). \end{aligned}$$

Определив из граничных условий амплитуды дискретных источников с помощью метода коллокаций, легко вычислить диаграмму направленности, которая определяется следующим образом [2,5]:

$$\frac{\mathbf{E}_S^N(M)}{|\mathbf{E}^{inc}(M)|} = \mathbf{F}(\varphi) \cdot \frac{e^{-ik_e r}}{\sqrt{r}} + O\left(\frac{1}{\sqrt{r}}\right), \quad r \rightarrow \infty,$$

На её основе вычислим полное сечение рассеяния:

$$\sigma_{sca} = \int_{\Omega} |F(\varphi)|^2 d\Omega, \quad ,$$

И определим сечение экстинкции, характеризующее количество потерянной энергии плоской волной при дифракции, с помощью следующей формулы:

$$\sigma_{ext} = -2\sqrt{\frac{\pi}{k_e}} (\operatorname{Re}F(\pi - \varphi_0) - \operatorname{Im}F(\pi - \varphi_0)).$$

Результаты моделирования для магнитоплазмонного цилиндра, состоящего из золота и стекла, в аналитическом случае показывают, что учет влияния эффектов нелокальности оказывает значительное влияние на интенсивность рассеяния и незначительное влияние на положение максимума плазмонного резонанса (рис. 1).

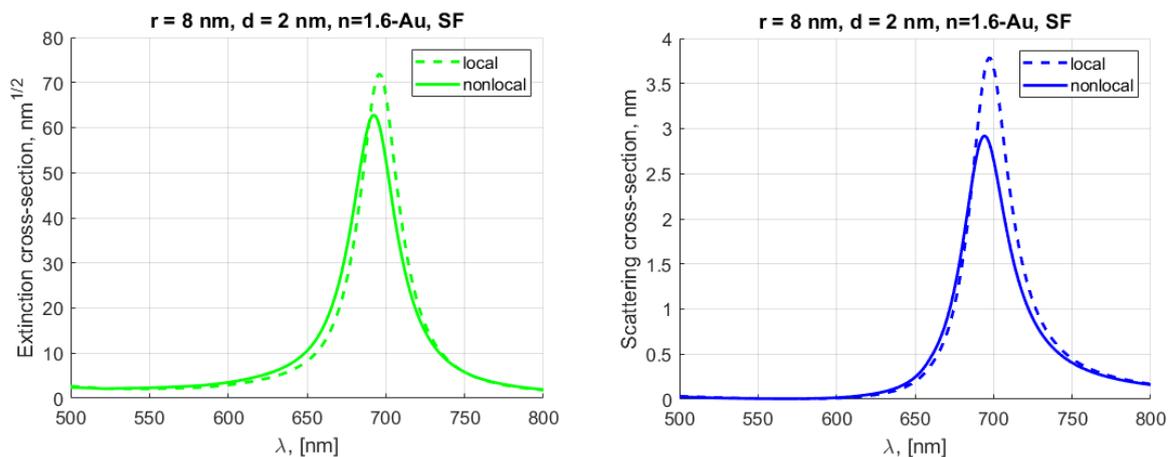


Рис. 1. Зависимость полного сечения рассеяния и экстинкции от длины падающей волны методом собственных функций, локальный и нелокальный случай, радиус внутреннего ядра $r = 6$ нм, толщина золотого слоя $d = 2$ нм.

Также будут представлены результаты метода дискретных источников для анализа рассеяния электромагнитных волн на эллиптическом магнитоплазмонном цилиндре и сравнение с модифицированным методом, в которых продемонстрировано, что изменение геометрии частицы позволяет управлять положением плазмонного резонанса. Будет показано, что модификация метода дискретных источников позволяет рассматривать даже сильно вытянутые частицы. Кроме того, проведено сравнение этих методов с аналитическим методом собственных функций в случае кругового цилиндра, демонстрирующее хорошую степень точности предложенных моделей.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда № 22-21-00110.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Климов "Наноплазмоника" М.: Физматлит, 2009.
2. Ю.А. Еремин, А.Г. Свешников // ЖВМиМФ. 2021. Т. 61. № 4. С. 580-607.
3. A.D. Boardman, R. Ruppin // Surface Science. 1981. V. 112, No 1-2. P. 153-167.
4. S. Raza "Plasmonic Nanostructures: A Hydrodynamic Approach" DTU Fotonik. 2011.
5. Ю.А. Еремин, А. Г. Свешников // Вестник МГУ. Сер. 3. 2016. № 5. С. 31-36.

Секция 12. Математическое моделирование в задачах волновой физики

Помехозащищенность метода градиентной морфологии при оценивании параметров объектов в изображениях

Е.Н. Терентьев, И.Н. Приходько,
П.Е. Алешин, Д.М. Волкова

МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет
en.teren@physics.msu.ru

Аннотация. Методы анализа формы градиентных полей $V = \text{grad } P$ позволяют в изображениях P практически точно локализовать, например, вихри, очаги лесных пожаров, кильватерные следы кораблей в космических изображениях и т.п.

Общая схема метода

Предлагается изображение (скалярное поле) P связать с двумерным векторным полем $V = \text{grad } P$. На точечных объектах в изображении P получаются аномально большие $|\text{grad } P|$. Помехозащищенность метода оценивания параметров объектов связывается с предварительной фильтрацией точечных объектов в изображениях с параметрами pF в диапазоне, как правило, от 0.3 до 0.6.

В основе метода лежит Конечно Мерная Теорема Отсчетов (КМТО) [2], которая позволяет вычислять частные производные от массивов чисел, в частности вычислять градиентное поле $V = \text{grad } P$ от изображения P – светлое кольцо на темном фоне, см. Рис. 1 слева. Предварительная фильтрация с $pF > 0$ обеспечивает помехозащищенность метода.

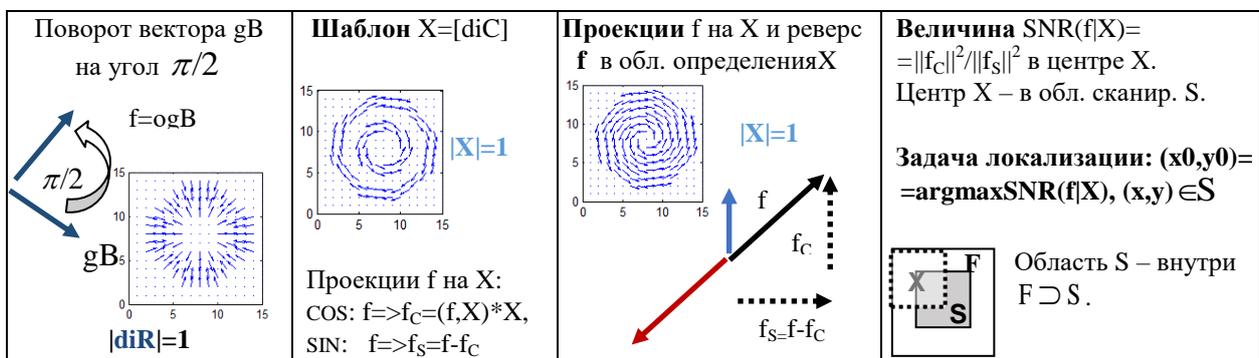
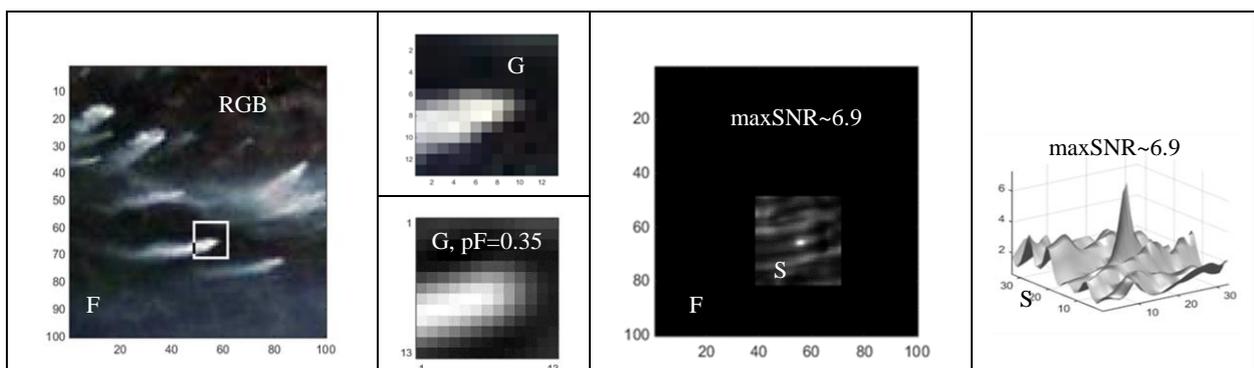


Рис. 1. Операции над векторными полями, шаблоны, проекции, функция SNR и постановка задачи локализации (шаблона X) объекта.

Локализация пожаров по дымовым шлейфам



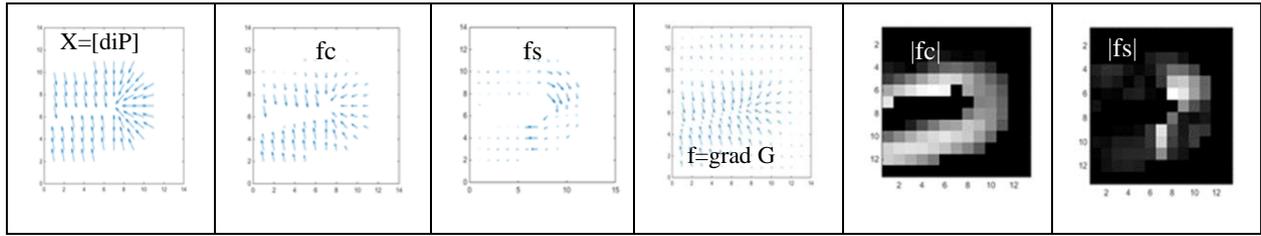


Рис. 2. Локализация дымовых шлейфов, $\rho F=0.35$

Актуальность. В существующих системах обнаружения пожаров из космоса: FIRMS от NASA (firms.modaps.eosdis.nasa.gov/map/) и Российской Сканэкс (scanex.ru/) используют инфракрасные (ИК) снимки и обозначают пожаром то место, где яркость превышает некоторое значение. В нашей работе делаются попытки по автоматизации задач, связанных с космическим мониторингом явлений на Земле на примере задачи локализации пожаров с дымовыми шлейфами, циклонов и вихрей в инфракрасном диапазоне [2].

Оценивание параметров формы кильватерного следа корабля

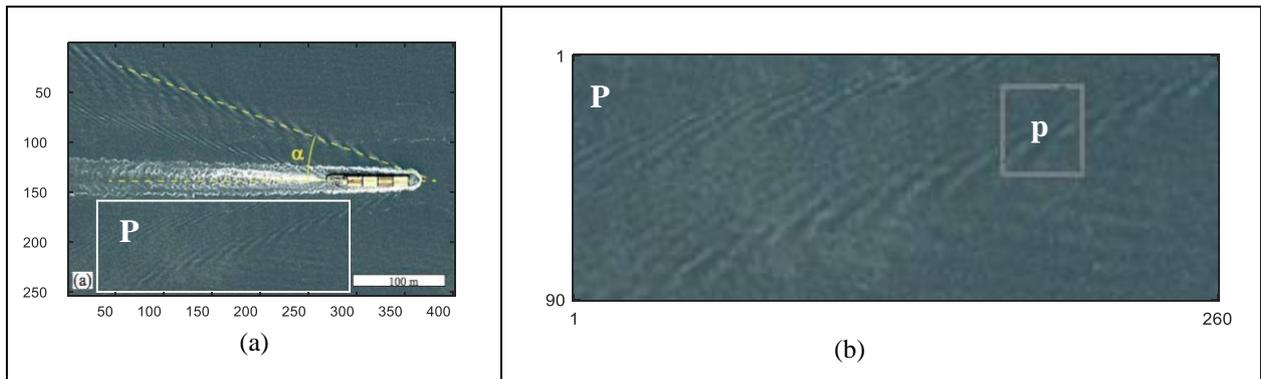
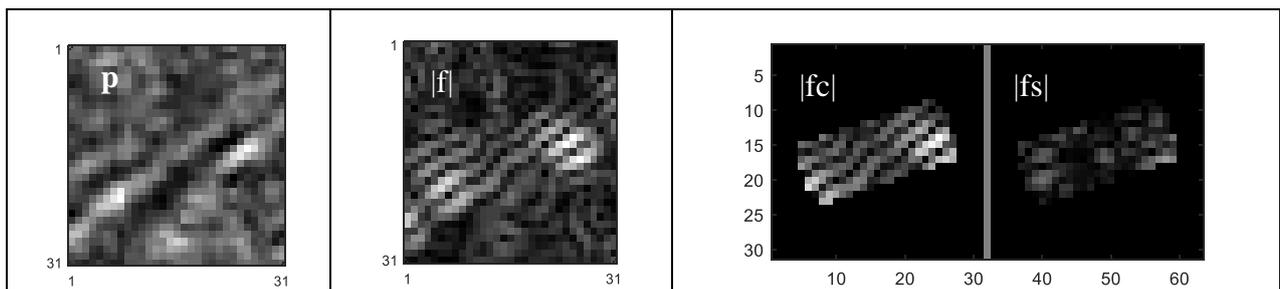
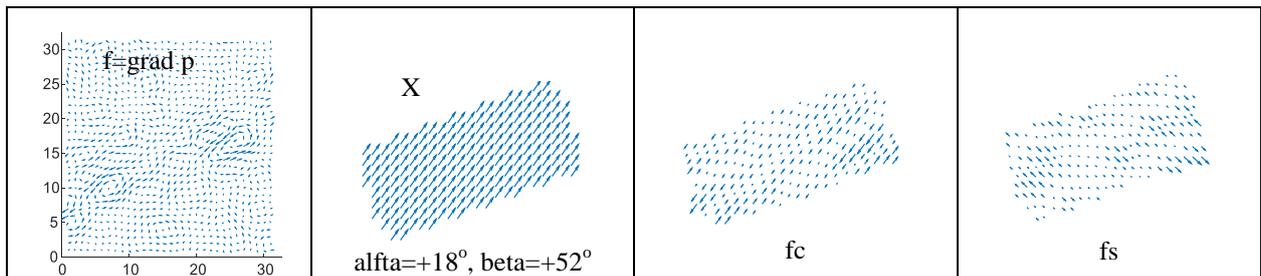


Рис. 3. (a) – Изображение корабля с кильватерными следами и шлейфом, (b) - выделенный фрагмент P и часть кильватерного следа в фрагменте p размером с форму X .



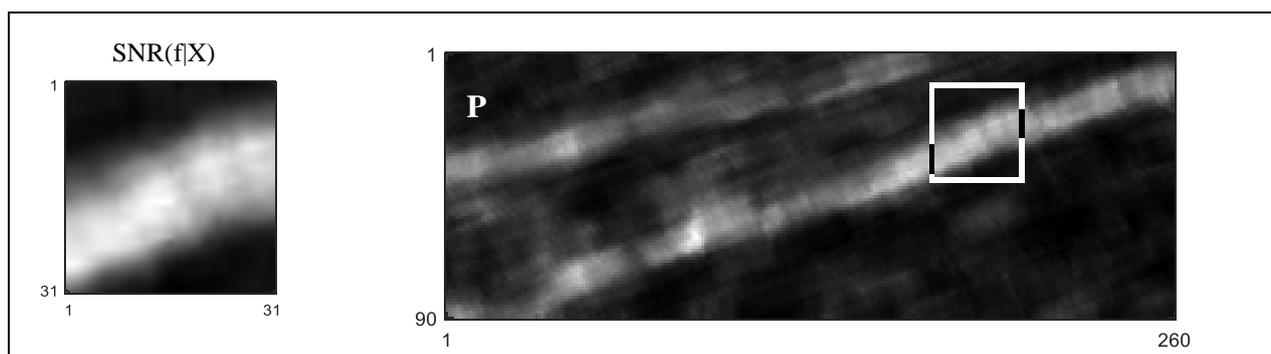


Рис. 4. Операции внутри фрагмента p , $|fc| \sim |f|$, $|fs|$ мало, кильватерные следы в P выделены, $pF=0.52$.

Турбулентно-пенный шлейф за кораблем не имеет устойчивой формы, но оказалось, что его границы можно обозначать множеством ярких точек.

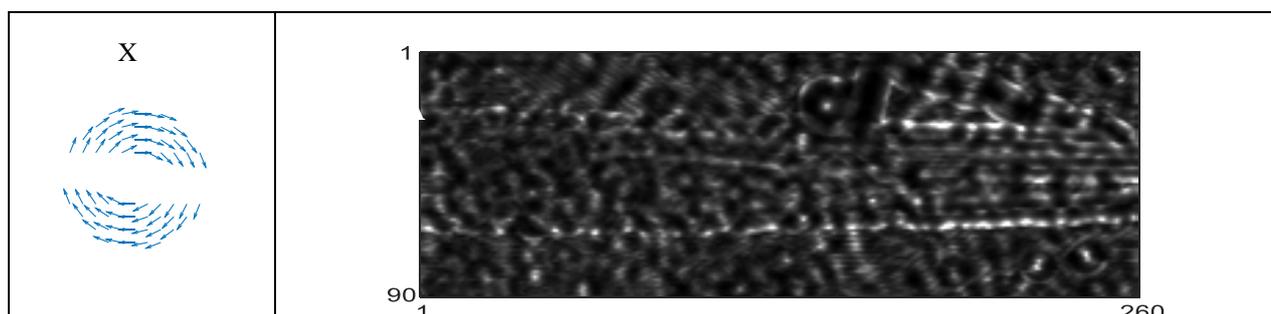
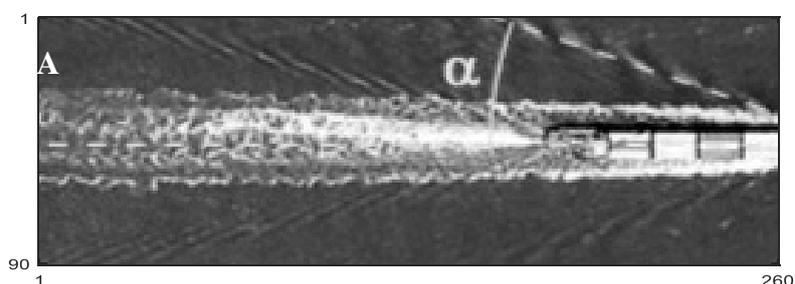


Рис. 5. Функцией $SNR(fX)$ выделены правые кильватерные следы в большом фрагменте P и границы турбулентно-пенного шлейфа в большом фрагменте A , $pF=0.52$.

Обсуждение: Методы градиентной морфологии превосходят на порядок по точности локализации, например, обычные морфологические и корреляционные методы [3].

Выводы: Предложенный подход позволяет определять положение объектов с регулярной и нерегулярной структурой типа Дорожные Знаки [1, 4], вихри [1, 2] кильватерные следы кораблей и т.п.

ЛИТЕРАТУРА

1. E.N.Terentiev, <https://orcid.org/0000-0003-1024-2575>
2. Terentiev, E.N., ..., https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-030-11533-3_30
3. E. N. Terentiev, I. N. Prikhodko, I. I. Farshakova // <https://doi.org/10.1063/1.5133243>
4. Terentiev, E.N., Prikhodko, I.N., Farshakova, I.I.// <https://doi.org/10.1063/1.5140119>

Квадратуры со сверхстепенной сходимостью

М.А. Тинтул^{*}, В.С. Хохлачев^{**}, А.А. Белов^{***}
119991 Москва, Ленинские горы, МГУ, физ. фак-т, Россия

^{*}email: maksim.tintul@mail.ru

^{**}email: valentin.mycroft@yandex.ru

^{***}email: aa.belov@physics.msu.ru

При решении многих практически важных задач в физике требуется умение вычислять одномерные интегралы. Примерами являются прямое и обратное Фурье-преобразование, вычисление некоторых специальных функций (например, функций Ферми-Дирака, распределения Хольцмарка для напряженности микроскопического электрического поля в плазме и т.д.), расчет скорости реакции по заданному сечению и ряд других.

Чаще всего для этого используют метод трапеций на равномерной сетке. Для этого метода известна оценка погрешности $O(h^2)$, где h – шаг сетки. Существуют способы повышения точности (расчет на наборе сгущающихся сеток и экстраполяционное уточнение по методу Ричардсона, уточнение по формуле Эйлера-Маклорена и др.) [1]. Все эти способы дают степенную зависимость погрешности от шага сетки $O(h^m)$.

Если подынтегральная функция является периодической, и интеграл вычисляется по полному периоду, то зависимость погрешности от шага становится не степенной, а экспоненциальной $\sim \exp(-1/h)$ [2]. Это означает, что при уменьшении шага вдвое число верных знаков в ответе примерно удваивается. Такая скорость сходимости намного быстрее степенной.

В данной работе предложена замена переменных интегрирования, которая обеспечивает сходимость, близкую к экспоненциальной. Подынтегральная функция $f(x)$ может быть произвольной (но достаточно гладкой).

Замена переменных выполняется в два этапа. Сначала с помощью дробно-полиномиального преобразования $t(x)$ отобразим отрезок $0 < x < 1$ на луч $t > 0$. Затем отобразим указанный луч на отрезок $0 < y < 1$ (например, с помощью гиперболического тангенса, функции ошибок, арктангенса и т.д.). Итоговое отображение $y[t(x)]$ является практически линейным внутри отрезка $0 < x < 1$, но на его концах производные быстро стремятся к нулю.

После указанной замены подынтегральная функция принимает вид $f\{x[t(y)]\} \frac{dx}{dt} \frac{dt}{dy}$. Поскольку $\frac{dx}{dt}$ быстро стремится к нулю вблизи границ отрезка, то новая подынтегральная функция стремится к нулю вместе со всеми производными и, тем самым, становится периодической.

Отметим, что такая замена уже рассматривалась в литературе (см., например, [3]). После указанной замены у новой подынтегральной функции появляются существенно особые точки, совпадающие с границами отрезка. Считается [3], что в этом случае вычисление квадратуры сталкивается с серьезными трудностями. Характер погрешности, вносимой такой существенно особой точкой, в литературе не исследован. Так, чтобы избежать вычисления функции в особой точке, авторы работы [3] искусственно обрезали отрезок интегрирования, т.е. вместо отрезка $[0,1]$ рассматривали отрезок $[\varepsilon, 1-\varepsilon]$, где ε – некоторое малое число. Это внесло

значительную погрешность в численный ответ и не позволило реализовать сверхстепенную сходимость (см. [3]).

Для решения этой проблемы мы предлагаем использовать формулу средних. В ней не требуется вычислять подынтегральную функцию в граничных точках. Возможно также использование формулы трапеций, если доопределить функцию в граничных точках по непрерывности (имеется в виду правый предел для точки $x=0$ и левый предел для точки $x=1$). Искусственно обрезать отрезок интегрирования не нужно.

В качестве тестового примера был выбран следующий интеграл

$$I = \int_0^1 \frac{e^x}{e-1} dx = 1. \quad (1)$$

Результаты расчета интеграла (1) с помощью квадратурной формулы средних после замены переменных приведены на рис. 1. На нем изображена зависимость десятичного логарифма модуля абсолютной погрешности $\lg |R| \equiv \lg |1 - I_{\text{числ}}|$ от числа точек N . Из графика видно, что погрешность убывает намного быстрее, чем в случае степенной сходимости. Уже при малом числе точек $\approx 10^2$ величина погрешности становится сопоставимой с ошибками округления $\approx 10^{-15}$.

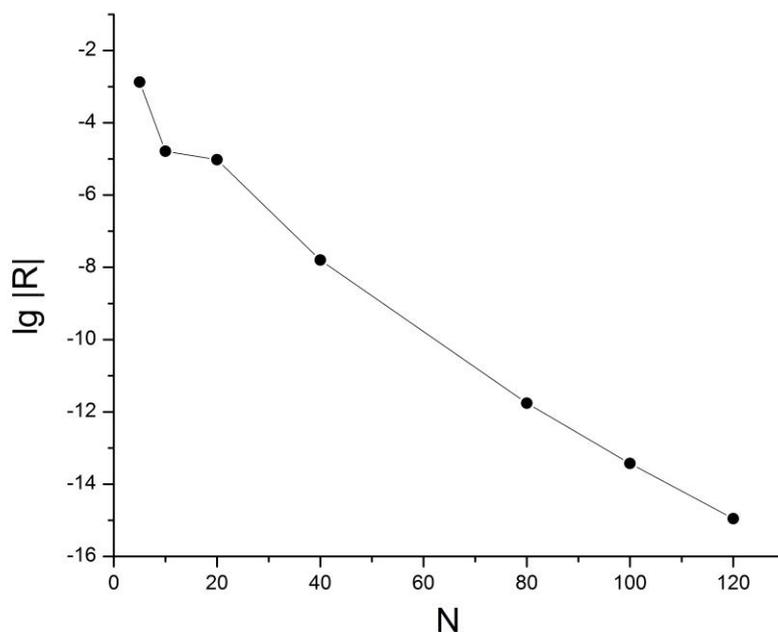


Рис. 1. Логарифм модуля погрешности в зависимости от числа точек.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н. Калиткин, Е.А. Альшина "Численные методы. Том. 1. Численный анализ" М.: Академия, 2013.
2. L.N. Trefethen and J.A. C. Weideman // SIAM Rev. E. 2014. V. 56. No. 3. P. 385.
3. A. Sidi // International Series of Numerical Mathematics. E. 1993. V. 112. P. 359.

Регрессия экспериментальных кривых методом ортогонализированных полиномов

О.И. Топор¹, А.А. Белов^{1,2}, Л.В. Бородачев¹
¹МГУ им. М.В. Ломоносова
²РУДН

topor.oi15@physics.msu.ru aa.belov@physics.msu.ru borodach2000@mail.ru

Проблема. Задача регрессии экспериментальных кривых реакций является важной частью интерпретации натурального эксперимента. В общем случае задача ставится следующим образом [1]. Пусть имеется набор экспериментальных точек: аргументов x_i и функций $u_i \pm \delta_i$, где δ_i – абсолютные погрешности измерений. Аппроксимация обобщенным многочленом имеет вид

$$\varphi(x) = \sum_{j=1}^n a_j \varphi_j(x) \quad (1)$$

В ряде случаев за счет выбора специальных переменных экспериментальную зависимость удается привести к полиномиальной, в частности – линейной. Примером являются эксперименты по измерению скоростей химических реакций (см., например, [2]).

Традиционно для регрессии таких данных используют аппроксимацию полиномами по методу наименьших квадратов. В качестве базиса выбирают степени x , x^2 , x^3 и т.д. Этот базис является неортогональным. В этом случае хорошо известны классические оценки доверительного интервала аппроксимирующей кривой [1].

В [1,3] был предложен метод аппроксимации с помощью полиномов, ортогонализированных на заданном множестве точек с произвольными весами. В указанных работах были получены оценки доверительных интервалов для коэффициентов регрессии и для аппроксимирующей кривой.

В данной работе проведено количественное сравнение двух способов регрессии: на основе ортогональных и неортогональных полиномов. В качестве теста выбрана модельная задача, имитирующая эксперименты по измерению скоростей химических реакций. Насколько нам известно, такое тестирование ранее не проводилось.

Модельные данные. В химических экспериментах для каждой реакции имеется большое количество экспериментальных работ различных авторов. Диапазон значений аргумента x в них частично перекрывается, а частично различается. Каждая экспериментальная точка характеризуется некоторой случайной и систематической погрешностью. С другой стороны, чтобы провести адекватное количественное тестирование, необходимо иметь не только массив исходных «экспериментальных» данных, но и точную кривую, которая в натурном эксперименте неизвестна.

В данной работе в качестве «экспериментального» материала использовались модельные данные, которые генерировались по следующему правилу. Пусть

$$u = k_0 x + b_0 \quad (2)$$

есть точная кривая. Она определена во всем рассматриваемом диапазоне аргумента x .

Пусть имеется M «лабораторий». Для каждой лаборатории зададим диапазон аргумента $[x_{\min}, x_{\max}]$. В этом диапазоне зададим среднюю кривую данной лаборатории

$$u = kx + b. \quad (3)$$

Здесь k , b есть случайные величины со средними значениями соответственно k_0 , b_0 и стандартными отклонениями соответственно δk , δb . Разница средней кривой (3) и точной (2) есть систематическая погрешность данной лаборатории.

Далее возьмем N точек x_j , равномерно распределенных на отрезке $[x_{\min}, x_{\max}]$. Для каждой точки вычислим u_j по формуле (3) и добавим к этому значению гауссову

случайную величину с нулевым средним и стандартным отклонением δu . Последняя величина есть случайная погрешность отдельного измерения. Полная погрешность каждого измерения определялась как разность u_j и $u(x_j)$ по формуле (2).

Таким образом, совокупность точек $\{x_j, u_j\}$ для всех лабораторий являются исходными «экспериментальными» данными. Для каждой из них известны случайная, систематическая и полная погрешности. Уменьшение величин δk , δb , δu приводит к уменьшению указанных погрешностей.

Результаты. Мы провели серию расчетов с различными значениями параметров δk , δb , δu . Для простоты в каждом расчете эти величины были одинаковыми $\delta k = \delta b = \delta u \equiv \sigma$. В каждом расчете мы строили аппроксимацию двумя способами: а) по неортогональному базису $\{1, x\}$ и б) по ортогонализированному базису $\{1, x - \bar{x}\}$, где \bar{x} - среднее значение аргументов x_j . Эти аппроксимации определялись для всего рассматриваемого диапазона аргумента x .

Для каждого способа вычислялась оценка доверительного интервала аппроксимации. Эту оценку можно трактовать как апостериорную оценку погрешности. Вычислялась также разность аппроксимации и точной кривой (2). Эту разность можно рассматривать как погрешность аппроксимации относительно точной кривой.

На рис. 1 показано отношение среднеквадратичной нормы апостериорной оценки к среднеквадратичной норме фактической точности в зависимости от параметра σ . Чтобы охватить широкий диапазон значений σ , график построен в двойном логарифмическом масштабе. Видно, что для обоих способов аппроксимации апостериорная оценка является завышенной. При этом точность апостериорной оценки для метода ортогонализированных полиномов в 10 и более раз точнее, чем классические оценки для неортогональных полиномов. Это показывает преимущества метода ортогонализированных полиномов.

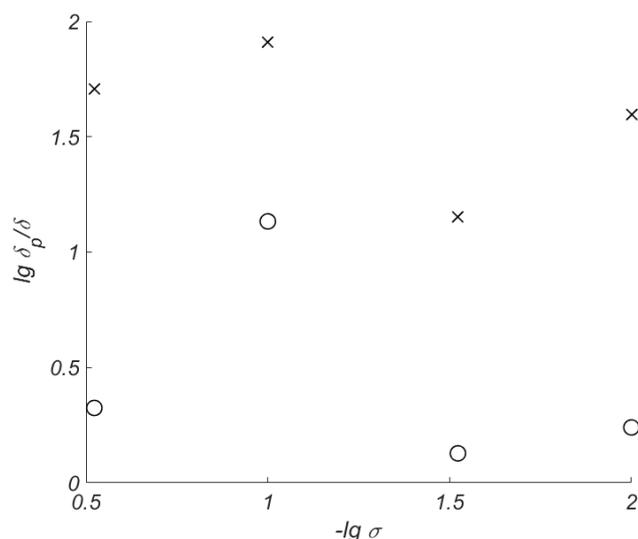


Рис 1. Отношение апостериорной оценки точности к фактической погрешности. Кружки – ортогонализированные полиномы, крестики – неортогональные полиномы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Днестровская Е.Ю., Калиткин Н.Н. Регрессия экспериментальных кривых // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша РАН. № 181, 1987.
2. NIST Chemical kinetics database. Standard reference database 17-2Q98. 1998. -NIST. Gaithersburg. MD. USA. <http://kinetics.nist.gov/kinetics/>
3. Белов А. А., Калиткин Н. Н. Метод обработки экспериментальных данных по скоростям химических реакций в малоатомных газах // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2020. Т. 60, № 7. С. 1239–1247.

Выделение сингулярной части электромагнитного поля в окрестности ребра цилиндра с оживальной формой сечения

М.М. Шушарин, А.Н. Боголюбов, И.Е. Могилевский
Кафедра математики физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова
nirashush1999@gmail.com

Рассеяние волн на оборудовании, необходимом при проведении экспериментального исследования дифракции электромагнитных волн на различных объектах в безэховой камере, может вносить свой вклад в измеряемое поле, ухудшая качество получаемых результатов. К числу такого оборудования относится, например, подставка, на которой размещается изучаемый объект. Она имеет форму слабо сужающегося кверху цилиндра с сечением в виде двугольника (фигура, образованная пересечением двух кругов), расположенного под наклоном в сторону источника излучения. Чтобы повысить точность эксперимента, необходимо исследовать влияние подставки на измеряемое поле. Как известно, наличие ребра на границе области может приводить к появлению сингулярности у электромагнитного поля в его окрестности [1].

В данной работе подставка приближённо предполагается бесконечным цилиндром с двугольником в сечении, на который под некоторым углом падает плоская гармоническая волна произвольной поляризации. Несложно показать, что посредством преобразования Фурье вдоль оси цилиндра эта задача сводится к задаче с источниками излучения, локализованными в ограниченной области вне цилиндра. На боковых границах цилиндра рассматриваются три вида условий: условия идеальной проводимости, импедансные условия и условия сопряжения. Для цилиндра, имеющего описанную выше форму, теоретически исследуется электромагнитное поле в окрестности ребра. В работе используется метод построения асимптотического представления решения эллиптического уравнения в окрестности особой точки границы, разработанный В.А. Кондратьевым [2].

В случаях идеального проводника и диэлектрика, полное поле можно представить как суперпозицию полей электрического и магнитного типов. Учитывая гармоническую зависимость поля от времени и вертикальной координаты, исследуемую задачу можно свести к двум двумерным краевым задачам для уравнения Гельмгольца. На бесконечности для дифрагированного поля справедливы условия Зоммерфельда. На границе для случая идеального проводника поле электрического типа удовлетворяет условиям Дирихле, поле магнитного типа — условиям Неймана. В случае диэлектрика для обеих поляризаций справедливы условия сопряжения одинакового вида.

В случае граничных условий Щукина-Леонтовича решаемую задачу нельзя разбить на две отдельные задачи для двух поляризаций за исключением случая падения волны строго под прямым углом к оси цилиндра. Тем не менее, после ряда преобразований данную задачу также можно свести к двумерной и применить используемый в работе метод аналогично случаям диэлектрика и идеального проводника.

Для выделения сингулярной части электромагнитного поля вводится семейство нормированных функциональных пространств, впервые предложенное в работе В.А. Кондратьева [2]. Нормы этих пространств устроены таким образом, что ограничение на особенность функций, принадлежащих одному из пространств, передаётся через условие ограниченности нормы. Метод, используемый в работе, изначально разработан для эллиптических дифференциальных уравнений в областях с коническими точками. В настоящей работе он применяется для случая двумерной конической точки, то есть угловой точки.

Сперва рассматривается случай бесконечного сектора в сечении цилиндра. Посредством замены радиальной переменной задача в секторе сводится к задаче в полосе. С помощью преобразования Фурье вдоль полосы исходная задача сводится к одномерной краевой задаче с параметром, решение которой строится в виде ряда по собственным функциям. Начальная оценка для решения определяется из условия Мейкснера на ребре. Сингулярная часть решения определяется вычетами в полюсах фурье-образа при обратном преобразовании. При этом, особенность решения, например, для случая идеальной проводимости будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} E_z(r, \varphi) &= \sum_{0 < \frac{\pi n}{\alpha} < 2} C_n r^{\frac{\pi n}{\alpha}} \sin \frac{\pi n \varphi}{\alpha} + R_E(r, \varphi), \\ H_z(r, \varphi) &= \sum_{0 < \frac{\pi n}{\alpha} < 2} C_n r^{\frac{\pi n}{\alpha}} \cos \frac{\pi n \varphi}{\alpha} + R_H(r, \varphi), \end{aligned} \quad (2)$$

где α — угол раствора сектора, первое слагаемое — сингулярная часть решения, а вторая — гладкая часть, для которой получена оценка в норме соответствующего функционального пространства.

В случае задачи для диэлектрика в показателе степени радиальной координаты будут стоять собственные значения задачи Штурма-Лиувилля с условиями сопряжения.

В случае граничных условий третьего рода, можно представить граничные условия, как условия Неймана с неизвестной неоднородностью, и свести их к однородным, используя стандартные приёмы[3]. Однако, из-за вышеперечисленных преобразований в уравнении Гельмгольца появится неоднородность, из-за чего для гладкой части решения оценка станет слабее, а в сингулярной части будет выделено меньше слагаемых.

В угловой точке сингулярная часть поля обращается в ноль, но её первые производные стремятся к бесконечности, а именно через первые производные вертикальной компоненты выражаются горизонтальные компоненты поля.

Для того, чтобы свести задачу в области вне двуугольника к задаче в секторе, используется дробно-линейное преобразование. В новых переменных вид решения будет тем же, что и в бесконечном секторе.

С помощью срезающей функции исходная задача дифракции сводится к рассмотренной задаче в бесконечном секторе.

Полученное представление решения может быть использовано для повышения скорости сходимости численных методов при математическом моделировании безэховой камеры. Поскольку сингулярная часть поля благодаря полученному представлению аппроксимируется точно, проблема сводится к аппроксимации гладкой части.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Г. Свешников, И.Е. Могилевский, Избранные математические задачи теории дифракции, Физический Факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 2012.
2. В.А. Кондратьев, Краевые задачи для эллиптических уравнений в областях с коническими или угловыми точками, Труды Московского Математического Общества, т.16, 1967, с. 227-313.
3. А. Г. Свешников, А. Н. Боголюбов, В. В. Кравцов, Лекции по математической физике, Физический Факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 1993