

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Предсказание сложной макроскопической динамики с помощью резервуарных вычислений

А.В. Андреев, А.А. Бадарин, А.Е. Храмов 3

Применение классической теории солитонов для исследования динамики в пассивно-дисперсных и активно-релаксационных средах при формировании скрутки в тороидальной плазме

С.Т. Белякин 5

Изучение глазодвигательной активности человека в процессе продолжительного решения когнитивных задач

Н.А. Брусинский, А.А. Бадарин, А.Е. Храмов 9

Бризеры, бабблы, солитоны и их взаимодействие в ДНК

Е.И. Гераськин, В.Д. Лахно, А.С. Шигаев, А.П. Четвериков 11

Исследование возможности существования мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора

Е.В. Евстифеев, О.И. Москаленко 13

Применение методов корреляционного анализа к процессам с меняющимися во времени характеристиками

А.А. Короновский (мл.) 15

Моделирование синхронизации нейронных ансамблей при формировании когнитивных процессов

М.Е. Мазуров 18

Хаотическая демодуляция на основе оценки времени регистрации синхронного хаотического отклика

Л.В. Савкин 22

Характеристики тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, при различной локализации дефекта решетки

А.О. Сельский, О.И. Москаленко, А. А. Короновский 26

Новый ЭЭГ-маркер эффективности решения когнитивной задачи

Н.М. Смирнов, С.А. Куркин 28

Исследование перемежаемости вблизи границы фазовой синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора

А.А. Тарасова, О.И. Москаленко 31

Исследование возможности существования мультистабильности в режиме перемежающейся фазовой синхронизации в ансамбле онаправленно связанных систем Ресслера

В.А. Ханадеев, А.Д. Плотникова, О.И. Москаленко 33

Предсказание сложной макроскопической динамики с помощью резервуарных вычислений

А.В. Андреев^{1,2}, А.А. Бадарин^{1,2}, А.Е. Храмов^{1,2}

¹Университет Иннополис, Иннополис

²Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

andreevandrej1993@gmail.com

Прогнозирование динамики сложных систем является сложной и важной задачей. Сложные системы характеризуются множественными взаимодействующими пространственно-временными масштабами, которые бросают вызов классическим численным методам в вопросах прогнозирования и управления их динамикой. В реальной жизни мы сталкиваемся с проблемами прогнозирования динамики различной природы, таких как погода, климат [1], нейронаука [2] и т.д. Одной из интересных задач здесь является прогнозирование нейрофизиологических сигналов (например, ЭЭГ) для диагностики и своевременного реагирования на таких негативные явления, как, например, эпилепсия [3]. Рекуррентные нейронные сети (РНС) предлагают потенциальный метод решения этих проблем. Наиболее перспективным типом РНС для решения этой задачи являются резервуарные вычисления (РВ).

РВ продемонстрировали значительный успех в моделировании пространственной динамики полного порядка многомерных хаотических систем [4-6]. Кроме того, РВ также были физически реализованы в виде систем оптической обратной связи, которые могут выполнять прогнозирование хаотической системы с очень высокой скоростью.

В настоящей работе мы рассмотрели вопрос использования резервуарных вычислений для прогнозирования динамики адаптивной сети, топология которой меняется во времени, а усредненный сигнал сети эволюционирует. Аналогичный процесс происходит в нейронной сети мозга, и сигнал ЭЭГ является макроскопическим сигналом группы нейронов, связи которых адаптируются во времени.

Мы исследуем сигнал, усредненный по 100 осцилляторам Курамото с адаптивной связью между элементами [7], что представляет собой аналог сигнала реальной нейронной сети, в которой связи адаптируются с течением времени.

Мы используем конструкцию РВ, которая использует сеть узлов в качестве внутреннего резервуара. У каждого узла есть входные сигналы, получаемые от других узлов в резервуаре или от входных узлов, и каждый вход имеет соответствующий вес. Каждый узел также имеет выход, описываемый дифференциальным уравнением. Выходные данные каждого узла в сети подаются на выходной уровень РВ, который выполняет линейную операцию над значениями узлов для получения выходных данных РВ в целом. Мы используем резервуар из $N = 1000$ узлов и исследуем РВ с разным количеством входных узлов.

Для достижения максимальной корреляции выходного и целевого сигнала мы находим оптимальные параметры резервуара (спектральный радиус, степень узлов, масштабирование входных связей). На рис. 1 (а,б) изображены исходный сигнал и генерируемый резервуаром. Видно, что РВ не может предсказать динамику исходного сигнала, а из 4 частот в спектре он воспроизводит только 2.

Для повышения эффективности прогнозирования динамики проводится оценка размерности фазового пространства исходного сигнала методом ближайших ложных соседей [7] и его восстановление методом запаздывания [8] для увеличения числа исходных сигналов, связанных между собой.

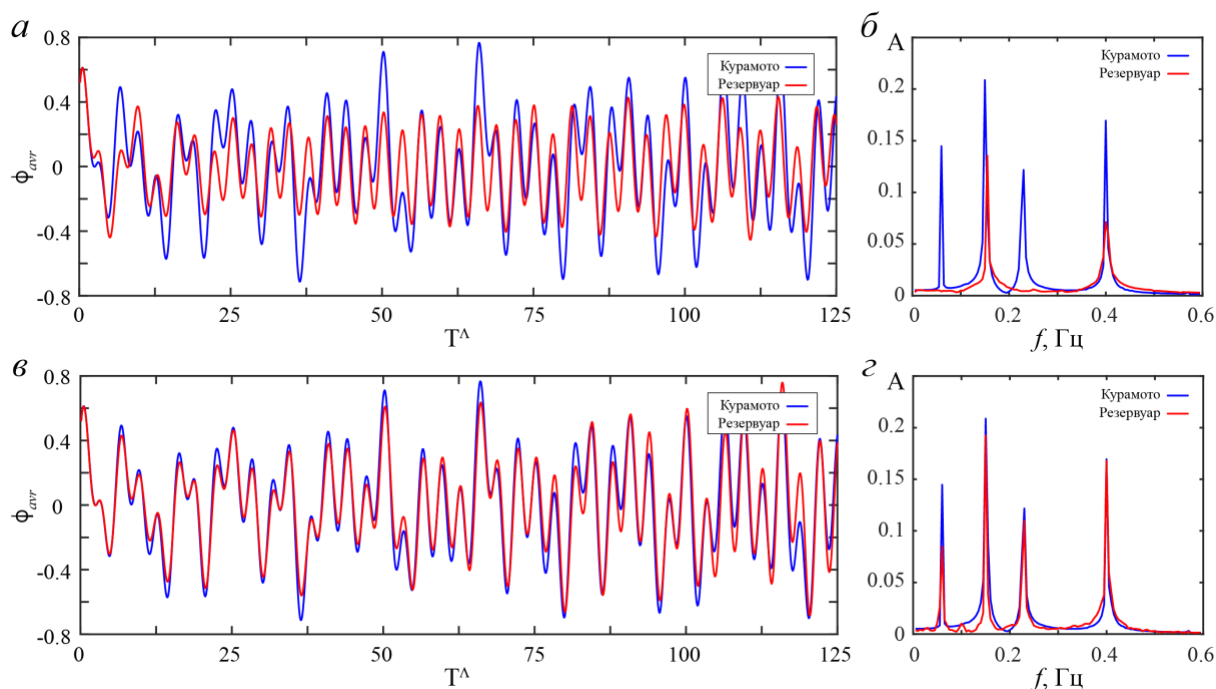


Рис. 1. (а,в) Временные ряды и (б,г) спектры исходного сигнала сети осцилляторов Курамото (синий) и предсказанного резервуаром (красный) для невосстановленного (а,б) и восстановленного (в,г) фазового пространства.

Мы рассчитали, что размерность фазового пространства для нашего макроскопического сигнала равна 2.8, поэтому мы восстанавливаем фазовое пространство до 3. На рис. 1 (в,г) изображен результат предсказания при использовании восстановленного фазового пространства. Как можно видеть, такой подход позволяет существенно увеличить точность предсказания, РВ определяет все 4 частоты исходного сигнала, ошибка в точности воспроизведения присутствует только в амплитуде самой низкой частоты.

Было обнаружено, что дальнейшее увеличение числа входных сигналов путем добавления задержек не приводит к улучшению качества предсказания, но наоборот может приводить к его уменьшению.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (гранты МК-580.2022.1.6 и НШ-589.2022.1.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. A. Weyn, D. R. Durran, R. Caruana // Journal of Advances in Modeling Earth Systems. 2019. V. 11. No. 8. Pp. 2680-2693.
2. D. Bzdok, J. P. Ioannidis // Trends in neurosciences. 2019. V. 42, No. 4. Pp. 251-262.
3. N. S. Frolov et al. // Scientific reports. 2019. V. 9. No. 1. Pp. 1-8.
4. P.R. Vlachas et al. // Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences. 2018. V. 474. No. 2213. P. 20170844.
5. J. Pathak et al. // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2014. V. 28. No. 4. P. 041101.
6. A. Griffith, A. Pomerance, D.J. Gauthier // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, 29, 12 (2019) 123108.
7. V. Makarov, et al. // Chaos, Solitons & Fractals. 2016. V. 84. Pp. 23-30.
8. C. Rhodes, M. Morari // Physical Review E. 1997. V. 55. No. 5. P. 6162.
9. С.П. Кузнецов «Динамический хаос» М.: Физматлит, 2001.

Применение классической теории солитонов для исследования динамики в пассивно-дисперсных и активно-релаксационных средах при формировании скрутки в тороидальной плазме

С.Т. Белякин

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, кафедра общей физики
belyakin1962@mail.ru

Для получения тороидальной плазмы, используются два СВЧ генератора скрещенных ЭМ потоков рис.1. В первой части рис.1. представлена модель создания тороидальной плазмы, во второй части рис.1. представлена экспериментальная установка ТОКАМАК. В третьей части рис.1. представлена скрутка тороидальной плазмы.

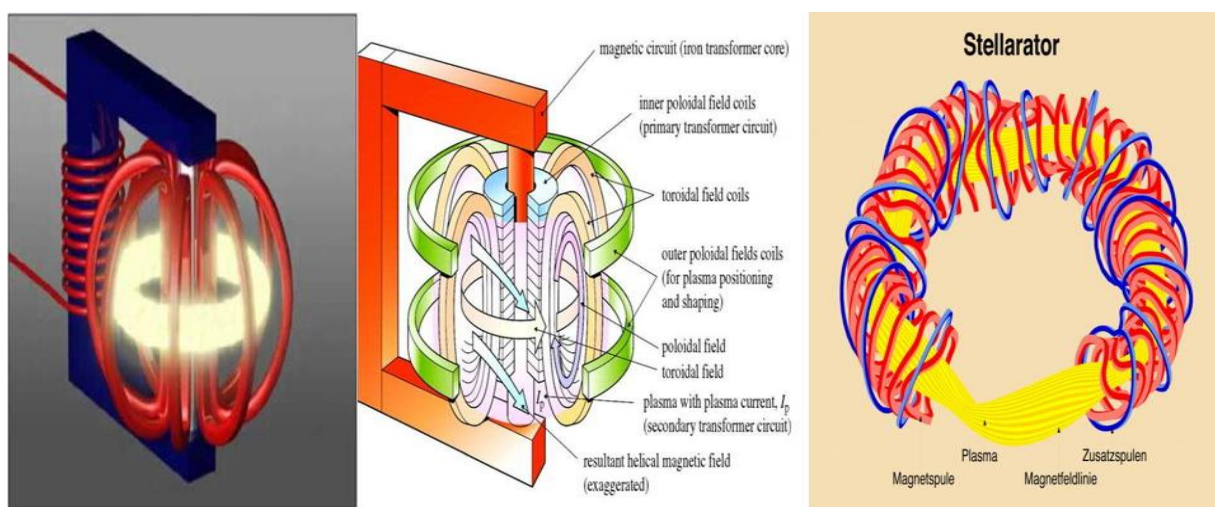


Рис.1. В первой части представлена модель создания тороидальной плазмы, во второй части представлена экспериментальная установка ТОКАМАК. В третьей части представлена скрутка тороидальной плазмы.

Геометрические конструкции гиперболических аттракторов Аттрактор Смале - Уильямса [1,2] представлена в рис.2.

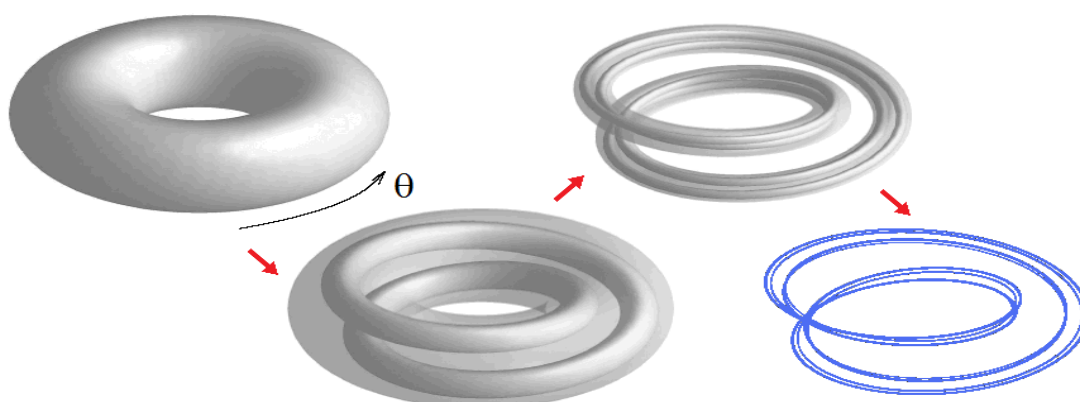


Рис.2. Эволюция странного аттрактора гиперболического типа.

Как реализовать динамику, отвечающую отображению Бернулли $q_{n+1}=\{2q_n\}$, в физической системе [3]. Обратимся к показанной на рис.3 блок-схеме. Это

неавтономная колебательная система, построенная на базе двух автогенераторов с характерными частотами ω_0 и $2\omega_0$. Параметр, управляющий возбуждением одного и другого генератора, медленно изменяется во времени в противофазе с периодом T , который составляет целое число периодов основной частоты: $T = 2\pi N/\omega_0$. Таким образом, по очереди возбуждается то один, то другой генератор. Воздействие первого генератора на второй производится через нелинейный квадратичный элемент. Порождаемая вторая гармоника служит затравкой при возбуждении второго генератора. В свою очередь, второй генератор действует на первый через нелинейный элемент, осуществляющий смещение поступающего сигнала и вспомогательного опорного сигнала на частоте ω_0 . При этом появляется составляющая на разностной частоте. Она попадает в резонанс первому генератору и служит затравкой, когда он начинает генерировать. Оба генератора как бы по очереди передают возбуждение один другому.

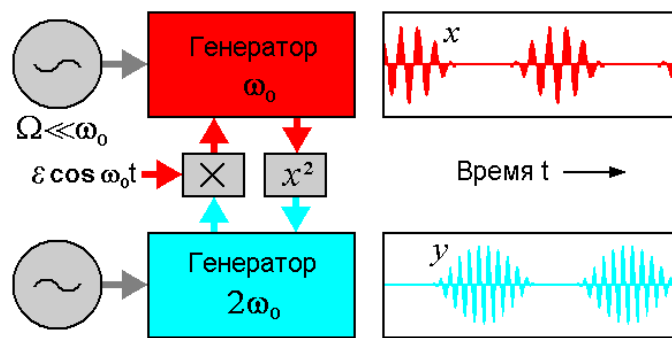


Рис.3. Неавтономная колебательная система, построенная на базе двух автогенераторов с характерными частотами ω_0 и $2\omega_0$.

Для наблюдения описанного механизма численно, рассмотрим систему уравнений (1), двух осцилляторов Ван - Дер - Поля с переменными коэффициентами [4]:

$$\begin{aligned} \ddot{x} - (A_1 \cos 2\pi t / T - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x &= \varepsilon y \cos \omega_0 t, \\ \ddot{y} - (-A_2 \cos 2\pi t / T - y^2)\dot{y} + \omega_0^2 y &= \varepsilon x^2, \\ z &= xyshxshy \sin \omega t \cos \omega t. \end{aligned} \quad (1)$$

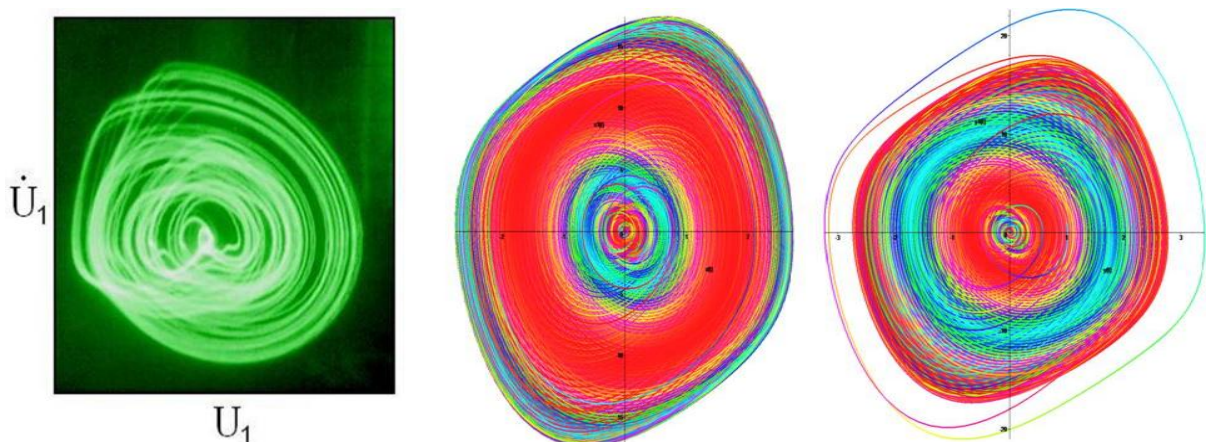


Рис.4. Слева представлена фотография с экрана осциллографа портрета аттрактора в проекции на плоскость динамических переменных первого осциллятора (U_1, \dot{U}_1) . Справа представлены фазовые портреты $(x/\dot{x}, y/\dot{y})$ при значении параметров $N = 10, A = 3, \varepsilon = 0.5, \omega_0 = 2\pi$.

Рис.4 показывает портреты аттрактора в проекции на плоскость, где по осям координат отложены обобщенная координата (напряжение) и скорость (производная по времени от напряжения) для осциллятора при $N = 10$. Цветной портрет аттрактора сфотографирован непосредственно с экрана осциллографа. Два других портрета получены из решения уравнений на компьютере. Они представлены в цветных тонах, где яркость изображения пропорциональна относительному времени пребывания в соответствующих точках.

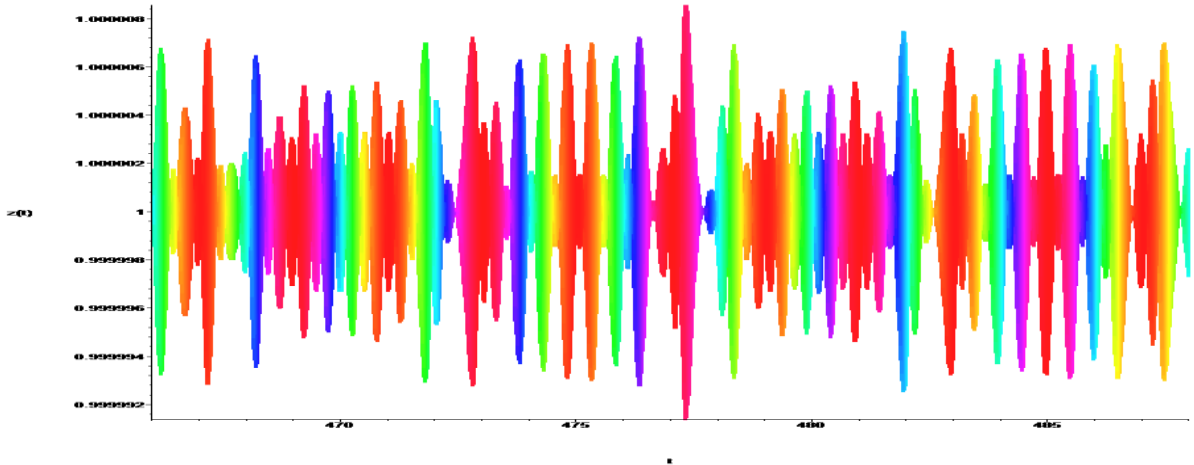


Рис.5. Представлены фазовые портреты $z(t)$ при значении параметров $N = 10, A = 3, \varepsilon = 0.5, \omega_0 = 2\pi$.

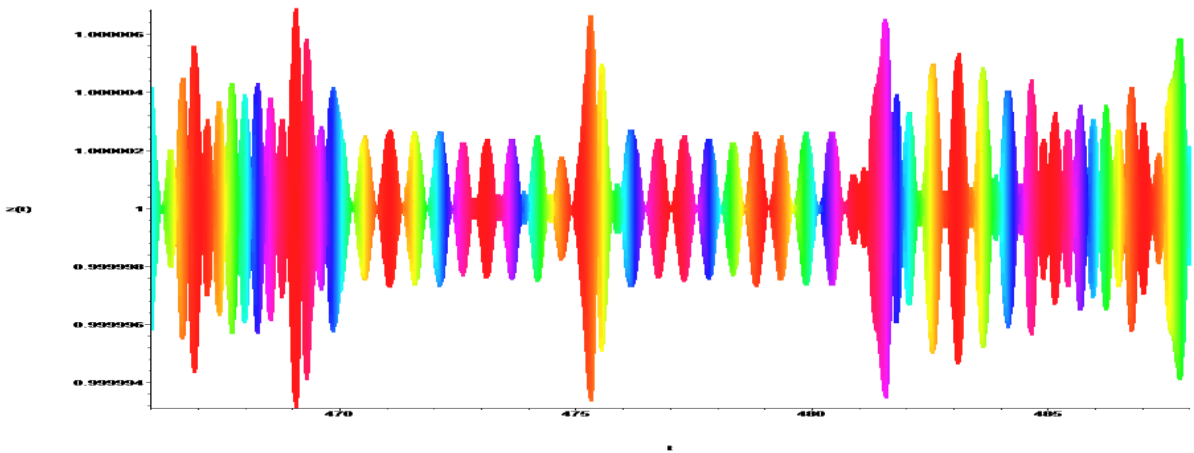


Рис.6. Представлены фазовые портреты $z(t)$ при значении параметров $N = 6, A = 1.5, \varepsilon = 0.5, \omega_0 = 2\pi$.

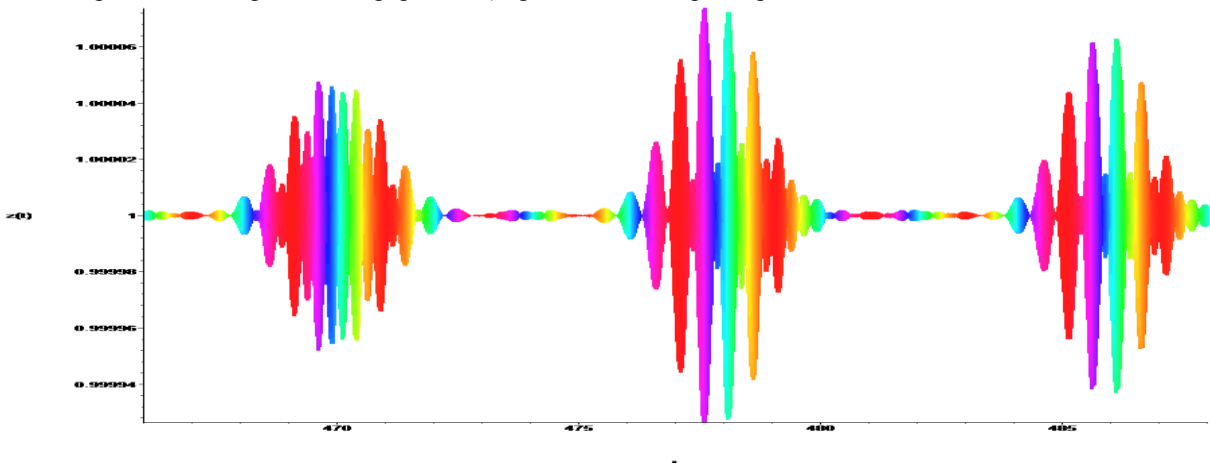


Рис.7. Представлены фазовые портреты $z(t)$ при значении параметров $N = 8, A_1 = 1.5, A_2 = 6, \varepsilon = 0.5, \omega_0 = 2\pi$.

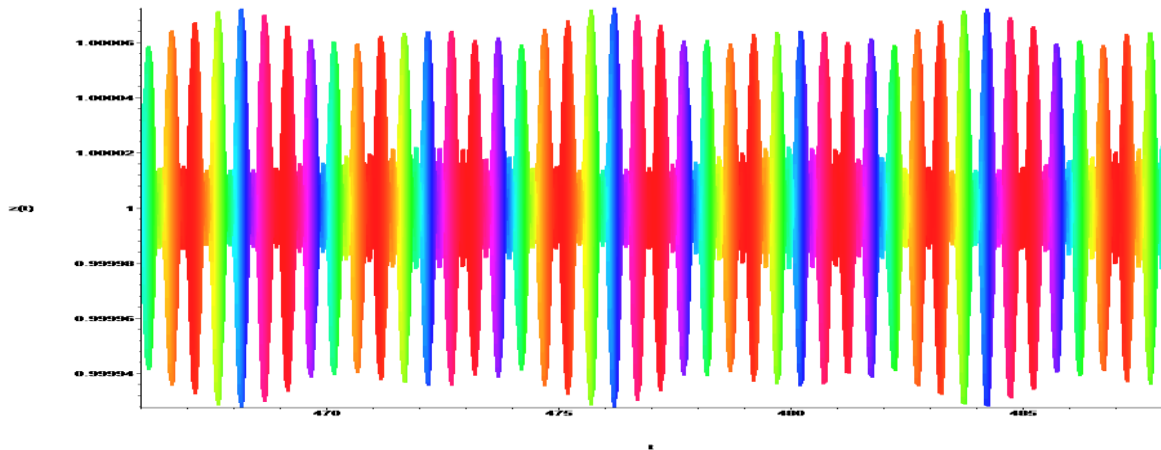


Рис.8. Представлены фазовые портреты $z(t)$ при значении параметров $N = 8, A_1 = 1.5, \varepsilon = 0.5, \omega_0 = 2\pi$.

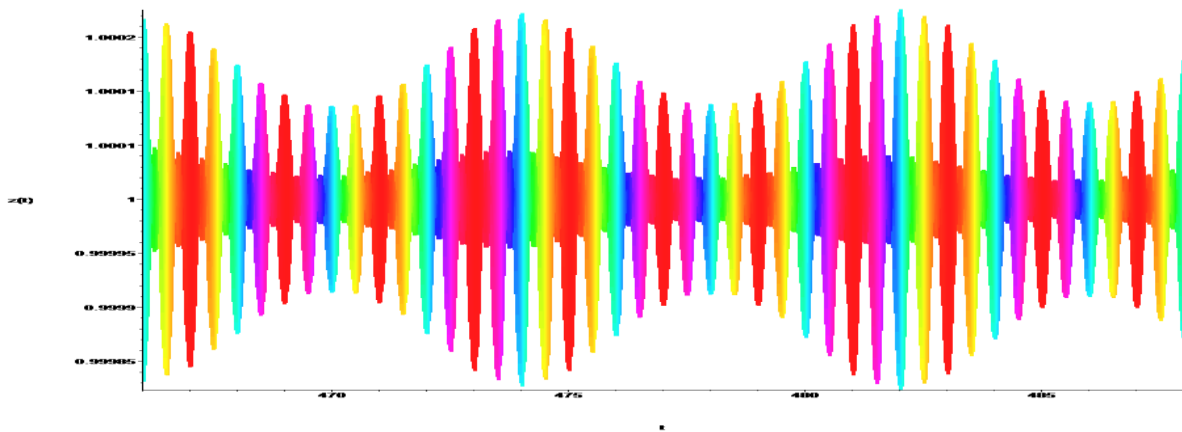


Рис.9. Представлены фазовые портреты $z(t)$ при значении параметров $N = 8, A_1 = 0.8, A_2 = 0.2, \varepsilon = 0.5, \omega_0 = 2\pi$.

Применяя классическую теорию солитонов можем определять состояния плазменного тора [5]. Условия рис. (5-7) соответствуют образованию скрутки тора. Условия рис. (8,9) определяют устойчивую периодическую динамику тора.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.П. Кузнецов “ Динамический хаос и однородно гиперболические аттракторы: от математики к физике.” УФН, 181, 2011, №2, 121-149.
2. S.P. Kuznetsov // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. No 1. P. 144101.
3. S.P. Kuznetsov // Phys. Rev. E. 2006. V. 74. No 1. P. 046207.
4. S.T. Belyakin //Ann. of Rev. and Research. 2020. V. 5. No 4. 555668. P. 0049-0056.
5. S.T. Belyakin // J. of App. Mat. Sci. & Engg. Res. 2020. V. 4. No 4. P. 157- 159.

Изучение глазодвигательной активности человека в процессе продолжительного решения когнитивных задач

Н.А. Брусинский¹, А.А. Бадарин^{1,2}, А.Е. Храмов^{1,2}

¹Центр нейротехнологий и машинного обучения, Балтийский федеральный университет им. И. Канта

²Лаборатория нейронауки и когнитивных технологий Центр технологий в робототехнике и мехатронные компоненты, Университет Иннополис

Nikita@brusinski.ru

Изучение принципов и физических закономерностей работы головного мозга является одной из наиболее важных и активно исследуемых задач современной науки. Одним из наиболее перспективных и мощных инструментов для изучения активности головного мозга является окулография (eye tracking) [1,2].

Глазодвигательная активность является важным компонентом психических процессов человека, благодаря которым происходит получение, преобразование и использование зрительной информации. Регистрация и анализ движений глаз позволяет получить доступ к внутренним формам активности, которые протекают быстро и неосознанно.

Сегодня одним из основных направлений исследований с помощью системы трекинга взгляда является изучение быстрых движений глаз (саккад) и морганий. В недавнем исследовании группы профессора Мартина Рольфса было показано, что визуальная информация внутри саккад (след объекта на сетчатке) информирует о характеристиках объекта и позволяет быстро выполнить коррекцию взгляда [2]. В другом исследовании с предъявлением неоднозначного стимула было показано, что моргания и микросаккады не способствуют переключению восприятия, более того, обнаружено, что переключению восприятия напротив предшествует уменьшение движения глаз [3]. Также с использованием технологии слежения за взглядом были выявлены факторы, определяющие высокий уровень обучения младенцев [4].

В данной работе представлены результаты изучения движений глаз в процессе продолжительного решения когнитивных задач.

Был проведен нейрофизиологический эксперимент, в котором принимали участие условно здоровые волонтеры без истории нейрофизиологических заболеваний в возрасте от 19 до 21 года (всего 15 человек). Эксперимент начинается с прохождения испытуемыми теста широко используемого субъективного теста MFI-20[5], направленного на оценку уровня астении. Далее следует основная часть эксперимента, после которой испытуемый проходит тест NASA-TLX[6], оценивая вызванную заданием когнитивную нагрузку, и второй раз тест MFI-20. Основная экспериментальная часть начинается и заканчивается записью фоновой активности в течение 60 секунд. Основная часть эксперимента состоит из четырех одинаковых блоков заданий, перед и после каждого блока заданий испытуемый проходит тест на визуальную субъективную оценку усталости [7]. Каждый блок состоит из 72 заданий заданий в форме теста Стернберга.

Тест Стернберга был реализован в следующей форме. Каждое задание начинается с черного экрана, на котором затем в течение 1.5-2.5 с демонстрируется белый крест, привлекающий внимание испытуемого. Далее появляется стимул в виде набора из 7 символов, в котором от 2 до 7 символов представляют собой заглавные буквы кириллицы, а остальные – «*». Предъявление набора букв происходит в течение 1.5-2.5 с, при этом испытуемому необходимо запомнить показанные буквы. Затем в течение 3-7 с демонстрируется черный экран, после чего на экране предъявляется одна строчная буква и испытуемому необходимо ответить, была ли эта буква в показанном ранее наборе или нет. Отметим, что показ строчной буквы необходим, для того чтобы

удостовериться, что испытуемый запомнил семантическое значение буквы, а не ее визуальный образ. Ответ испытуемому предлагается дать с помощью двух одинаковых пультов, предварительно ассоциированных с наличием и отсутствием буквы в наборе. В каждом блоке содержится всего 72 задания, которые разделены в равной степени между шестью сложностями в зависимости от количества букв в наборе от 2 до 7 букв.

Проведен детальный статистический анализ и обнаружен ряд поведенческих особенностей человека во время прохождения экспериментальных заданий. В частности, обнаружено изменение частоты морганий и субъективной оценки усталости. Проведен корреляционный анализ и обнаружен ряд взаимосвязей между такими параметрами, как количество морганий определенной длительности, их частота, количество ошибок определенной сложности и субъективной усталости. В частности, на рисунке 1 представлены результаты анализа корреляций повторных измерений между субъективной усталостью и частотой морганий.

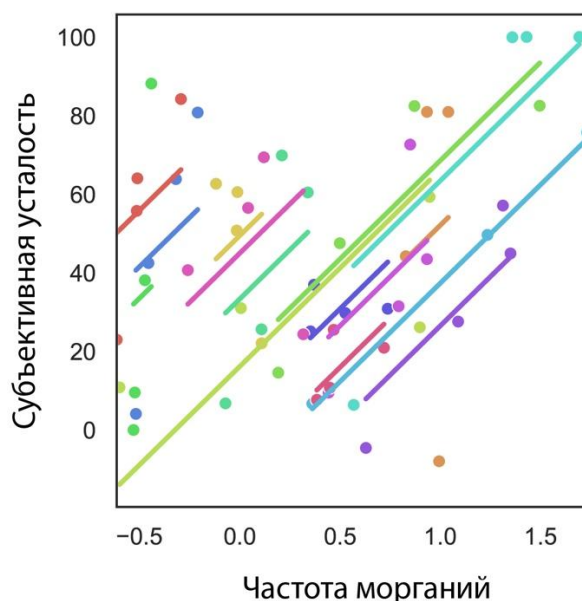


Рис. 1. Результаты анализа корреляций повторных измерений между субъективной усталостью и частотой морганий. Результаты представлены в безразмерном виде.

Таким образом, в ходе анализа экспериментальных данных была обнаружена связь между субъективной усталостью и глазодвигательной активностью человека.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант МК-2142.2022.1.2)

ЛИТЕРАТУРА

1. R. S. Hessels, I. T. Hooge // *Dev. Cogn. Neuro.* 2019. 40.
2. R. Schweitzer, M. Rolfs // *Science Advances.* 2021. V. 7 No 30
3. M. Brych et al. // *Frontiers in psychology.* 2021. V.12.
4. F. Poli et al.// *Science advances.* 2020. V.6 No. 39.
5. E.M.A. Smets et al.// *British journal of cancer.* 1996. V.73 No.2, PP.241-245.
6. S.G. Hart // *Proceedings of the human factors and ergonomics society annual meeting.* V. 50. No. 9. PP. 904-908.
7. K.A. Lee et al. // *Psychiatry research.* 1991 V.36 No. 3. PP. 291-298.
8. J. Klabeš et al.// *Vision.* V. 5. No. 2. P.21.

Бризеры, бабблы, солитоны и их взаимодействие в ДНК

Е.И. Гераськин¹, В.Д. Лахно², А.С. Шигаев², А.П. Четвериков^{1,2}

¹Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

²Институт математических проблем биологии – филиал Института
прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН

gerasijask@yandex.ru

Молекула ДНК и цепочки нуклеотидов [1-4] рассматриваются как главные претенденты на роль проводников электрических зарядов в нанобиоэлектронике. Помимо традиционного поляронного механизма проводимости [5], активно изучается механизм транспорта зарядов, захваченных мобильными бризерами [6,7]. Эффективность такого механизма определяется свойствами этих локализованных нелинейных волн, в частности, их взаимодействиями между собой и взаимодействиями с нелинейными волнами других типов – солитонами [8] и бабблами [9]. В настоящей работе методами численного моделирования исследуются особенности взаимодействия двух встречных мобильных бризеров, взаимодействие бризера с бабблом, взаимодействие встречных солитонов на баббле.

Для описания динамики ДНК (без захваченного электрона) широко применяется приближенная модель Пейрарда-Бишопа-Доксуа [10], в основе которой лежит гамильтониан

$$H_{lat} = \sum_n \left\{ \frac{1}{2} M (\dot{w}_n^2 + \dot{v}_n^2) + V_n(w_n, v_n) + W_n(w_{n,n-1}, v_{n,n-1}) \right\}, \quad (1)$$

где M – масса нуклеотида, w_n и v_n – смещения двух нуклеотидов в n -ой нуклеотидной паре от положений равновесия; нелинейный потенциал Морзе V_n определяет взаимодействие частиц в n -ой нуклеотидной паре, а параболический, с нелинейной добавкой, потенциал межпарного взаимодействия W_n описывает взаимодействие смежных нуклеотидных пар с номерами n и $n-1$.

Модель ПБД использовалась для исследования взаимодействия двух встречных мобильных бризеров, возбужденных у разных зафиксированных концов цепочки, а также взаимодействия двух таких бризеров с бабблом, возбужденным в центре.

Известно, что в цепочке с поперечными колебаниями можно возбуждать мобильные бризеры за счет сжатия цепочки вблизи ее закрепленного конца, которые могут распространяться вдоль цепочки, если величина связи между нуклеотидными парами достаточна велика. Бризеры, распространяющиеся в противоположных направлениях могут сталкиваться и изменять свои характеристики.

Показано, что при встречном столкновении двух мобильных бризеров реализуется 3 сценария, аналогичных наблюдаемым при столкновении мобильных бризеров в системах других типов [11,12]. В частности, в результате столкновения бризеры могут проходить друг через друга, либо проходить частично, либо объединяться в одно локализованное возмущение бризерного типа. Было сделано предположение, что результат столкновения зависит от фаз осцилляций бризеров в момент взаимодействия, которое было подтверждено в специально выполненных компьютерных экспериментах.

В центре цепочки путем отклонения одной или нескольких соседних нуклеотидных пар от положения равновесия можно возбудить баббл в дополнение к мобильным бризерам. Было обнаружено, что как только мобильный или немобильный бризер касается фронта баббла, он трансформируется в солитон, который бежит по поверхности баббла. При этом солитон приобретает скорость, близкую к скорости

фронта баббля. Отметим, что с увеличением уровня нелинейности, скорость солитона растет.

В отличие от результатов взаимодействия бризеров, где возможны разные исходы столкновений, локализованные мобильные возмущения на поверхности баббля (рис.1) всегда проходят друг через друга без деформации, что позволило классифицировать их как солитоны (на поверхности баббля).

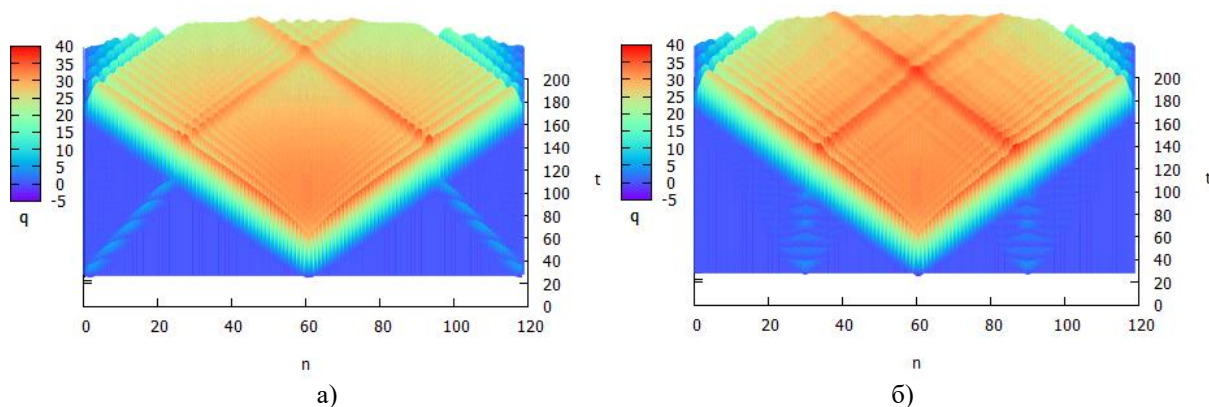


Рис. 1. Столкновение солитонов на поверхности баббля в цепочке ДНК с закрепленными концами. Солитоны возникают при столкновении с бабблем либо (а) мобильных бризеров, возбужденных у концов цепочки, либо б) немобильных бризеров, возбужденных между концами цепочки и ее серединой.

Таким образом, в работе методом компьютерного моделирования исследованы особенности взаимодействия локализованных волн в ДНК в рамках модели Пейрарда-Бишопа-Доксуа и даны интерпретации полученных результатов. Полученные результаты открывают новые возможности использования нелинейных локализованных волн для транспорта заряда в ДНК.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lakhno V.D // International Journal of Quantum Chemistry. 2008. V. 108. P. 1970–1981.
2. Triberis G.P., Dimakogianni M. // Recent Patents on Nanotechnology. 2009. V. 3, P. 135–153
3. Offenhauser A., Rinaldi R. // Springer Science & Business Media. 2009.
4. Lakhno V.D., Sultanov V.B. // International Journal of Quantum Chemistry. 2008. V. 108, P. 1913–1920.
5. Коршунова А. Н., Лахно В. Д. // Математическая биология и биоинформатика. 2020. С. 20-24.
6. Четвериков А.П., Сергеев К.С., Лахно В.Д // Мат. биол. и биоинф. 2018. Т. 13. С. 1-12.
7. Chetverikov A.P. et al. // Physical Review E. 2019. V. 100. P. 052203
8. Zdravković S. et al. // Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science. 2019. V. 29. №. 5. P. 053118.
9. Шигаев А.С., Пономарев О. А., Лахно В. Д. // Математическая биология и биоинформатика. 2013. Т. 8. №. 2. С. 553-664.
10. Dauxois T., Peyrard M., Bishop A.R. // Physical Review E. 1993. V. 47. R44–R47.
11. Kistanov A.A. et al. // The European Physical Journal B. 2014. V. 87. №. 9. P. 1
12. Alvarez A. et al. // The European Physical Journal B. 2009. V. 70. №. 4. P. 543-555.

Исследование возможности существования мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора

Е.В. Евстифеев, О.И. Москаленко

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского»
evstifeev@mail.ru

Обобщенная хаотическая синхронизация – одно из фундаментальных явлений радиофизики [1]. Данное явление характеризуется связью между состояниями взаимодействующих систем в виде функционального соотношения (в общем виде – функционала) [1,2]. Особое внимание исследователей к обобщенной синхронизации обусловлено ее широкой распространенностью и возможностью применения в медицине, при скрытой передаче информации и т.д.

На границе обобщенной синхронизации наблюдается перемежающееся поведение [3,4], для которого характерно проявление мультистабильности: при различных начальных условиях взаимодействующих систем в системе наблюдается чередование фаз синхронного и асинхронного (в смысле обобщенной синхронизации) поведения, однако, состояния этих систем в различные моменты времени оказываются различными. Такое поведение характерно для систем с относительно простой топологией аттрактора (аттрактора ленточного типа) [5], однако, для более сложных систем подобных исследований в настоящее время не проводилось. В то же самое время известно, что механизмы возникновения и характеристики перемежаемости, имеющей место вблизи границы обобщенной синхронизации, сильно зависят от топологии аттракторов взаимодействующих систем [4], что влечет за собой свои особенности в проявлении мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации в данном случае. Поэтому данная работа направлена на изучение вопроса о существовании мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора.

В качестве объекта исследования выбрано большое количество пар систем Лоренца, связанных как однонаправленно, так и взаимно [6]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1,2}^i &= \sigma(y_{1,2}^i - x_{1,2}^i) + \varepsilon_{1,2}(x_{2,1}^i - x_{1,2}^i) \\ \dot{y}_{1,2}^i &= (r_{1,2} + \delta_{1,2}^i)x_{1,2}^i - y_{1,2}^i - x_{1,2}^i z_{1,2}^i \\ \dot{z}_{1,2}^i &= -bz_{1,2}^i + x_{1,2}^i y_{1,2}^i, \end{aligned} \quad (1)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$ – индекс пары систем ($N \approx 4000$), $\sigma = 10$, $b = 2$, $r_1 = 40$, $r_2 = 35$, $\delta_1^i = 0$, $\delta_2^i \in [0, 10^{-10}]$ – случайное число с равномерным распределением в указанном отрезке. Малая расстройка δ_2^i вводится с целью избегания ловушки численного счета. Параметры связи $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$ в случае однонаправленной связи, и $\varepsilon_{1,2} = \varepsilon$, в случае взаимной. Данная система решалась численно при помощи метода Рунге-Кутты 4 порядка с шагом интегрирования 0.001.

Среди различных методов, доступных для исследования, был выбран метод локальных ляпуновских показателей [7,8]. Данный подход применим как в случае однонаправленной связи, так и взаимной.

В ходе работы при помощи метода локальных ляпуновских показателей были получены бассейны притяжения аттрактора второй системы Лоренца (см. рисунок 1). Начальные условия, соответствующие фазам синхронного поведения, определялись исходя из выполнения условия: $\Lambda_2^i < \Delta$, где $\Delta = 0.005$ – наперед заданная положительная

константа. Стоит отметить, что выбор малой величины Δ в достаточно большом диапазоне значений не оказывает значительного влияния на оценку бассейнов притяжения.

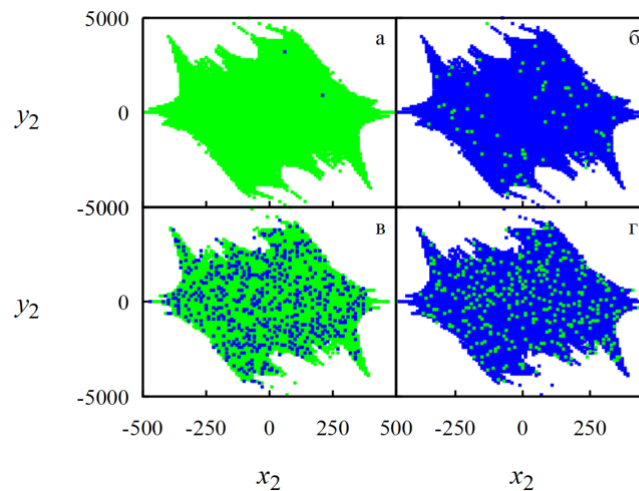


Рис. 1. Бассейны притяжения второй системы Лоренца, полученные при помощи метода локальных ляпуновских показателей в случае однонаправленной (а, б) и взаимной (в, г) связи при различных значениях параметра связи ε и безразмерного времени t . а) $\varepsilon = 9.7$, $t = 40000$; б) $\varepsilon = 9.7$, $t = 60000$; в) $\varepsilon = 5.65$, $t = 60000$; г) $\varepsilon = 5.8$, $t = 60000$. Темный цвет соответствует режиму обобщенной синхронизации, светлый – асинхронным колебаниям, белый – вылету траектории на бесконечность.

Из рисунка 1 видно, что во всех рассмотренных случаях существование фаз синхронного/асинхронного поведения определяется выбором начальных условий, что доказывает существование мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора при однонаправленной и взаимной связи.

Стоит отметить, что при различном типе связи картина, получаемая при оценке бассейнов притяжения, различается. Так, при однонаправленной связи зафиксировав значение параметра связи при изменении безразмерного времени можно наблюдать чередование синхронной и асинхронной динамики в большей части бассейна притяжения. Напротив, в случае взаимной связи в целом соотношение между областями, отвечающими разной динамике, не меняется при изменении безразмерного времени, а зависит от параметра связи. Аналогичные выводы о существовании мультистабильности были получены путем расчета зависимости меры мультистабильности от параметра связи.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – докторов наук (проект № МД-18.2022.1.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. N. F. Rulkov et al. // Phys. Rev. E. 1995. V. 51 No. 2. P. 980.
2. A. A. Koronovskii et al. // Phys. Rev. E. 2011. V. 84, 3. P. 037201
3. A. E. Hramov, A. A. Koronovskii // Europhysics Letters. 2005. V. 70 No. 2. P. 169.
4. A. A. Koronovskii et al. // Phys. Rev. E. 2020. V. 102. No. 1. P. 012205.
5. O. I. Moskalenko et al. // Chaos. 2021. V. 31. No. 8. P. 083106.
6. E.N. Lorenz // J. Atmos. Sci. 1963. V. 20, 2. P. 130.
7. H. D. I. Abarbanel et al. // Journal of Nonlinear Science. 1991. Vol. 1. P. 175.
8. A. E. Hramov et al. // Phys. Rev. E. 2008. V. 78. P. 036212.

Применение методов корреляционного анализа к процессам с меняющимися во времени характеристиками

А.А. Короновский (мл.)

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

alexander.koronovskiy@gmail.com

Нестационарная динамика ограничивает применимость классических методов спектрально-корреляционного анализа, таких как построение автокорреляционной функции, являющейся математической основой для решения задач диагностики функциональных нарушений в структуре сердечного ритма.

По этой причине было предложено несколько альтернативных подходов к исследованию длительных корреляций в экспериментальных данных, среди которых чаще других используется метод анализа флуктуаций относительно тренда (detrended fluctuation analysis, DFA) [1, 2].

Метод DFA имеет две характерные особенности: 1) вместо спадающей корреляционной функции он вводит в рассмотрение возрастающую функцию, которая обеспечивает более надежное оценивание степенных закономерностей для длительных корреляций, особенно при наличии помех и ограничений объема выборки; 2) составной частью алгоритма вычислений являются аппроксимация и последующее устранение низкочастотного тренда, позволяющие применять метод как для стационарных, так и для нестационарных процессов без их предварительной фильтрации.

Эти обстоятельства определили широкое использование DFA, например, при обработке экспериментальных данных в физиологии и медицине [3–5], а также в различных областях физики [6–12]. Несмотря на значительное число опубликованных работ, продолжается дискуссия насчет возможности изучения сильно нестационарных данных на основе DFA.

В базовом варианте построения метода на первом шаге алгоритма проводится суммирование значений временного ряда X_i ,

$$Y_k = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}), \quad (1)$$

Для каждого участка проводится аппроксимация данных методом наименьших квадратов определяется уравнение прямой Z , представляющей локальный тренд в пределах одного сегмента. Далее он устраняется в каждом сегменте путем перехода к разности $Y_k - Z_k$, и проводится анализ среднеквадратического отклонения от локального тренда, то есть вычисляется функция:

$$F(L) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [Y_k - Z_k]^2}. \quad (2)$$

Такие вычисления повторяются для разных масштабов (то есть различных размеров сегментов), чтобы получить зависимость $F(L)$ в широком диапазоне значений параметра L . Обычно с ростом L функция $F(L)$ также возрастает, и линейная зависимость $\lg F(L)$ а от $\lg L$ свидетельствует о наличии свойства масштабной инвариантности (скейлинга), которое проявляется в степенной зависимости

$$F(L) \sim L^\alpha. \quad (3)$$

Принцип метода MF DFA заключается в подсчете каждого значимого статистического момента q -порядка, и построении на их основе мульти-фрактального спектра исследуемого временного ряда (4).

$$F_q = \sqrt[q]{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [Y_k - Z_k]^q}. \quad (4)$$

В рамках метода DFA отличия локальных значений стандартных отклонений, вычисленных для разных сегментов, не учитываются, хотя они могут оказывать существенное влияние на величину функции (3). Поэтому предлагается ввести в рассмотрение дополнительную меру, которая характеризует эффекты нестационарности

$$dF(L) = [F_{loc}(L)] - [F_{loc}(L)], \quad (5)$$

где $F_{loc}(L)$ – локальные среднеквадратичные отклонения профиля сигнала $Y(k)$ от аппроксимации тренда $Y_L(k)$, вычисленные в пределах одного сегмента.

Для стационарных процессов при заданном L разброс значений $F_{loc}(L)$ будет сравнительно небольшим, и величина $dF(L)$ приближается к нулю. При наличии сильной нестационарности $dF(L)$ принимает значения в диапазоне от нуля до $[F_{loc}(L)]$. Обычно наблюдаются изменения значений функции $dF(L)$ при увеличении L , и соответствующая степенная зависимость описывается другим показателем скейлинга

$$dF(L) \sim L^\beta. \quad (6)$$

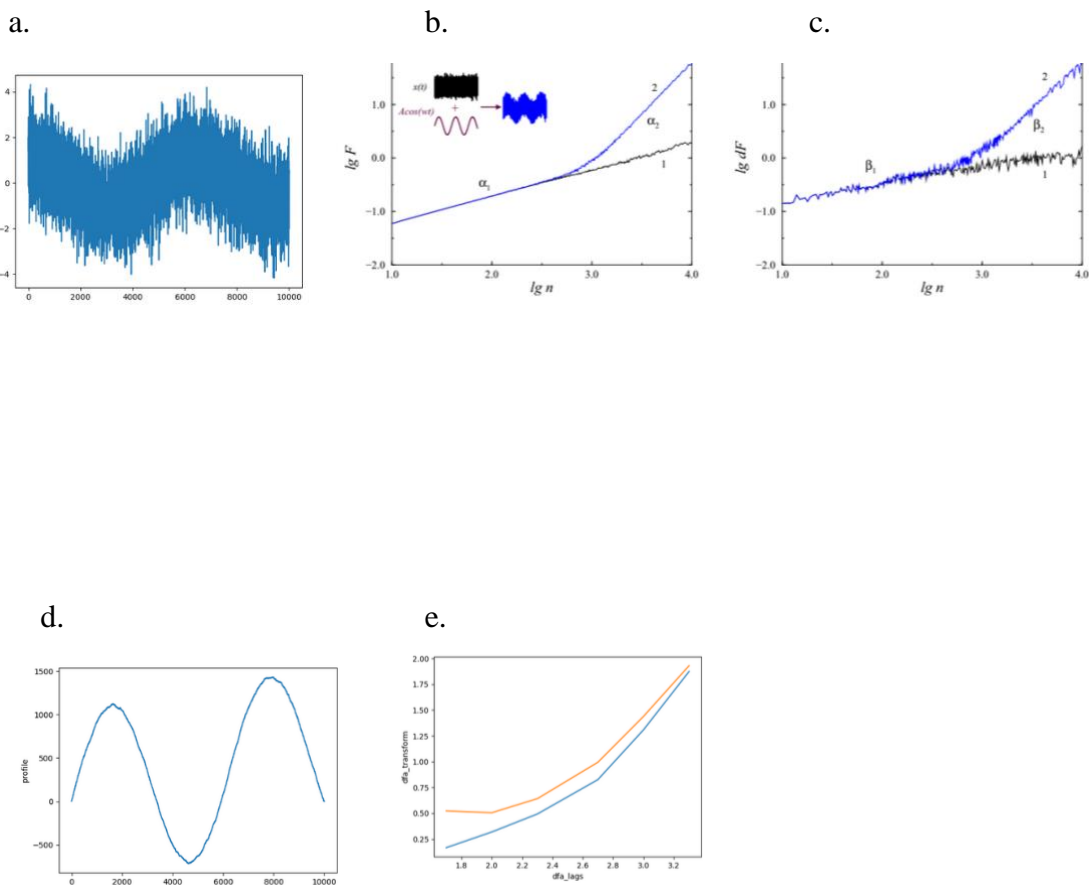


Рисунок 1. Корреляционный анализ временного ряда a , b – профиль, c – показатель скейлинга α , полученный стандартным DFA методом, d – показатель скейлинга β , полученный с помощью метода DFA Extend, e – вид зависимости показателей, линия наклона α обозначена синей линией, β – оранжевой.

В настоящей работе на примере анализа аддитивного шума продемонстрировано различие в работе DFA методов.

Показатель α получен с помощью стандартного DFA метода (3), (4), показатель β – получен с помощью модифицированного метода DFA, полученного по формулам (5) и (6).

Наличие шума влияет на оба показателя, что позволяет детектировать его во временных рядах с аддитивным шумом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lopes R., Betrouni N. (2009). Fractal and multifractal analysis: a review. *Med. Image Anal.* 13, 634–649. doi:10.1016/j.media.2009.05.003
2. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982.
3. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.
4. Peng C.-K., Buldyrev S.V., Havlin S. et al. // *Phys. Rev. E.* 1994. V. 49. N. 2. P. 1685–1689.
5. Peng C.-K., Havlin S., Stanley H.E. et al. // *Chaos.* 1995. V. 5. N. 1. P. 82–87.
6. Bryce R.M., Sprague K.B. // *Scientific Reports.* 2012. V. 2. P. 315.
7. Hu K., Ivanov P.C., Chen Z., Carpena P., Stanley H.E. // *Phys. Rev. E.* 2001. V. 64. P. 011114.
8. Chen Z., Ivanov P.C., Hu K., Stanley H.E. // *Phys. Rev. E.* 2002. V. 65. P. 041107.
9. Shao Y.H., Gu G.F., Jiang Z.Q., Zhou W.X., Sornette D. // *Scientific Reports.* 2012. V. 2. P. 835.
10. Kuznetsov N.A, Rhea C.K. // *PLoS ONE.* 2017. V. 12. N. 3. P. e0174144.
11. Frolov N.S., Grubov V.V., Maksimenko V.A. et al. // *Scientific Reports.* 2019. V. 9. P. 7243.
12. Nolte G., Aburidi M., Engel A.K. // *Scientific Reports.* 2019. V. 9. P. 6339.

Моделирование синхронизации нейронных ансамблей при формировании когнитивных процессов

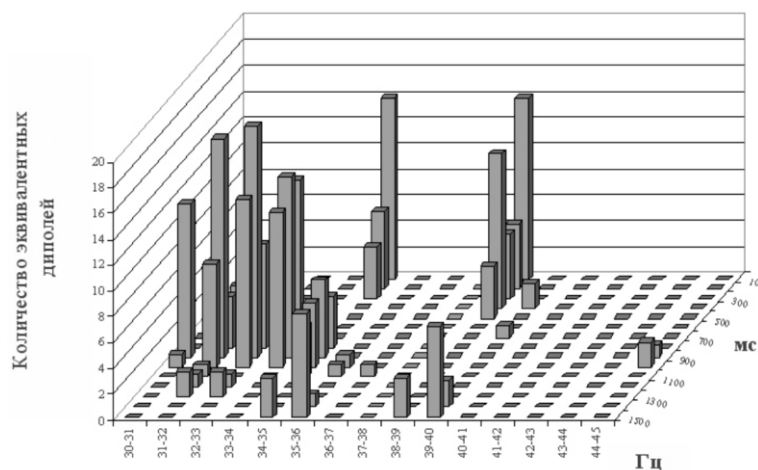
М.Е. Мазуров

Российский Экономический Университет 17997, Москва, Стремянный пер., 36,

E-mail: mazurov37@mail.ru

Современные технологии объемного отображения активности мозга человека, например, функциональная магнитно-резонансная томография (МРТ) предоставляют уникальные возможности для изучения мозговых механизмов когнитивной деятельности. В работе обсуждается механизм возникновения и синхронизации гамма-осцилляций мозга, которые, как показывают исследования последних лет, вовлечены в реализацию самых различных психических процессов: усиление внимания и изменение функционального состояния, перцепцию и рабочую память, узнавание и опознание стимула, сознание, выполнение семантических операций и т. д. [1]. Обсуждаются две гипотезы происхождения гамма-ритма - пейсмекерная и ансамблевая. Для анализа этой проблемы разработан специальный исследовательский метод, основанный на узкополосной частотной фильтрации так называемого вызванного гамма-ритма, локализации его дипольных источников на структурных МРТ срезах мозга. Полученные данные совместимы с пейсмекерной гипотезой [1].

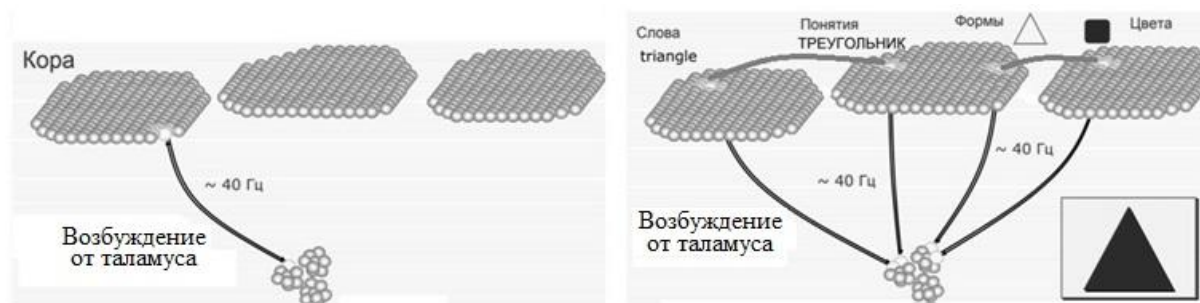
Гипотеза пейсмекерного происхождения гамма-ритма позволяет далее предположить, что в структурах мозга существует множество пейсмекерных нейронов, которые встроены в локальные нейронные сети и при деполяризации будут генерировать гамма-осцилляции на своих частотах. Иллюстрация группы пейсмекерных нейронов, продуцирующих гамма-ритм согласно [1], показана на рисунке ниже.



Системная интеграция пространственно удаленных нейронных сетей осуществляется за счет фазово-частотной синхронизации гамма-осцилляций пейсмекерных нейронов. Нейроны - пейсмекеры локальных нейронных сетей в составе единой системы в результате синхронизации будут иметь общую резонансную частоту. Когерентность гамма-осцилляций в такой системе возникает в результате прихода к ним общего сигнала от таламуса.

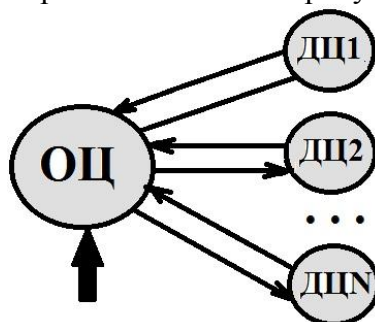
Формирование когнитивных понятий реализуемых с помощью таламуса исследовано в ряде работ, например D. LaBerge [2]. Существенным моментом для реализации этого формирования когнитивных процессов является реализация

синхронизации релаксационных автоколебаний в отдельных участках неокортекса с частотой гамма-ритма. Одним из условий возникновения гамма-ритмов и последующей их синхронизации является наличие режима самоорганизованной критичности [3,4]. Сигнал от таламуса в виде импульсных последовательностей направляются в определенные отделы неокортекса. Этот ритм синхронизирует источники гамма-ритмов в неокортексе. Схематически этот процесс показан ниже [2].



На приведенном рисунке показана схематическая иллюстрация формирования сложного понятия согласно D. LaBerge [2]. Первоначально пятно возбуждения создается в неокортексе путем возбуждения от таламуса. Таламус является не только релейной, избирательной, но и усилительной системой. Он является структурой, которая принимает важное значение при формировании сложных понятий в области сознания. Следует отметить, что в формировании возбуждения в неокортексе принимают участие сигналы, идущие от гиппокампа, ретикулярной формации.

Архитектура модели для исследования формирования процесса синхронизации источников гамма-ритма в неокортексе показана на рисунке ниже.



На рисунке: ОЦ – основной центр ритма, ДЦ1-ДЦN – синхронизируемые центры гамма-ритма. Для исследования синхронизации нейронных ансамблей в ряде работ использовался приближенный метод Курамото [5]. Метод Курамото сформулирован для нелинейных систем, близких к гармоническим, и неадекватен для исследования синхронизации в релаксационных системах.

В работах [6-9] предложен метод получения точных аналитических решений задачи синхронизации, когда уравнения задаются в модифицированной аксиоматической форме, простейшая форма предложена Н. Винером и А. Розенблютом в 1946 году [10]. Аксиоматическая модель релаксационной системы задается в виде

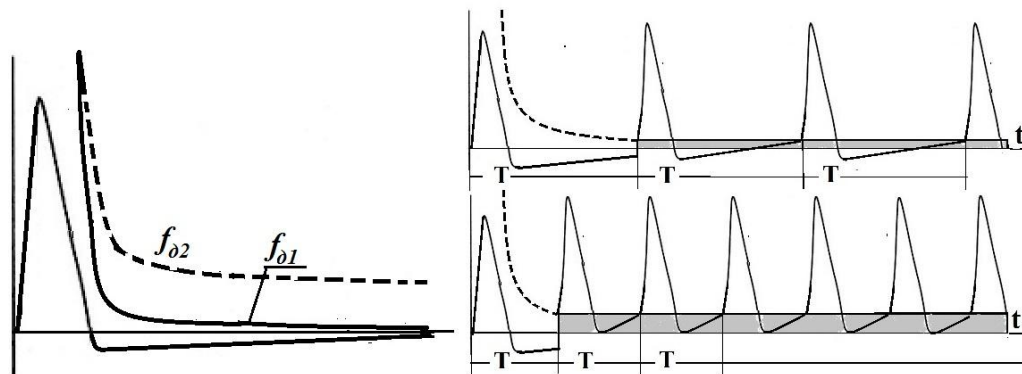
$$f(t) = \begin{cases} f_1(t) & 0 \leq t \leq t_1 \\ f_2(t) & t_1 < t \leq T \end{cases}; \quad f_\theta(t) = \begin{cases} \infty & 0 \leq t \leq t_1 \\ f_3(t) & t_1 < t \leq T \end{cases}; \quad (1)$$

$$f(R) + U_c \geq f_\theta(R); \quad R = t - \text{mod}(t, T_c); \quad (2)$$

$$-\varepsilon < (mT_c - nT) < 0; \quad \varepsilon = f_\theta^{-1}(U_c), \quad (3)$$

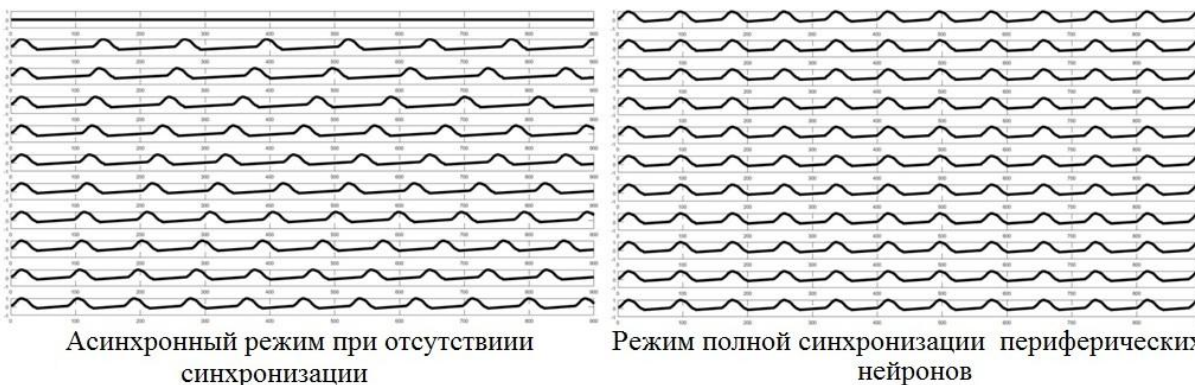
где: $f(t)$ - функция, характеризующая форму релаксационного автоколебания; $f_1(t)$, $f_2(t)$ - функции в интервале «быстрого» и «медленного» изменения релаксационного автоколебания; $f_3(t)$ - динамический порог возбуждения; $f_3(t)$ - функция, характеризующая динамический порог возбуждения для «медленной» фазы; R - функция остаток от деления t на T_c ; $R = t - \text{mod}(t, T_c)$ - функция частное от деления t на T_c ; (3) - неравенство Кронекера, T_c , T - периоды синхронизирующего сигнала и релаксационного осциллятора, $\varepsilon = f_0^{-1}(U_c)$; U_c - амплитуда переднего фронта импульса возбуждения.

Реализована численная компьютерная реализация аксиоматической модели. Используется алгебраическая аппроксимация «быстрой» и «медленной» фаз релаксационного колебания, динамического порога и внешний аппроксимирующий сигнал в виде коротких импульсов. С прикладной точки зрения такая аппроксимация синхронизирующего сигнала является достаточно адекватной. При использовании нейрона в околопороговом режиме возможна синхронизация, реализующая генерацию импульсных потоков с очень низким порогом возбуждения. Уменьшение порога возбуждения за счет положительной обратной связи иллюстрируется рисунком ниже слева.

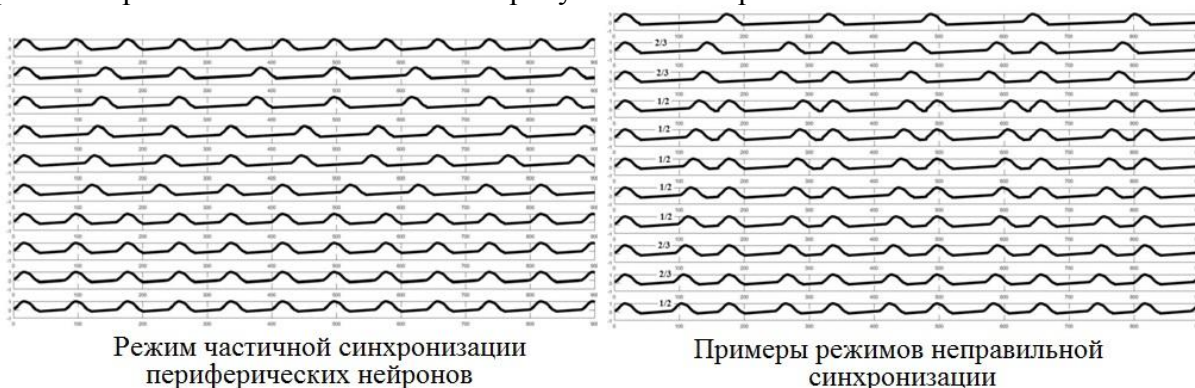


На рисунке слева показаны значения порогов возбуждения в обычном случае $f_{\delta 2}(t)$ и при увеличенной обратной связи $f_{\delta 1}(t)$. Уменьшение порога возбуждения позволяет реализовать эффективное увеличение частоты возбуждения при увеличении амплитуды входного импульса при линейно возрастающем динамическом пороге $f_{\delta 1}(t)$. Этот случай иллюстрируется на рисунке справа. Достоинством предлагаемой математической модели является возможность качественного анализа на основе точных аналитических решений режимов преобразования в потоки импульсов и в вычислительном эксперименте.

Математическая модель синхронизации ансамбля нейронов при формировании синхронизации областей с гамма-ритмом представлена ансамблем периферических нейронов для архитектуры модели, показанной выше. Имитационное моделирование позволило идентифицировать следующие четыре типа динамики модели: 1) асинхронный режим; 2) полная синхронизация; 3) частичная синхронизация; 4) режим «неправильной» синхронизации. Для удобства иллюстрации результатов ограничимся случаем модели с 10 периферическими синхронизируемыми источниками гамма-ритма. Качественно поведение модели с таким уменьшенным числом областей ничем не отличается от модели, содержащей большее число синхронизируемых областей. На рисунке ниже слева показана динамика мембранного потенциала периферических нейронов в случае, когда все связи обнулены. На рисунке справа показан режим полной синхронизации.



Режим частичной синхронизации занимает как бы промежуточное положение между асинхронным режимом и режимом полной синхронизации. В одном из этих возможных режимов нейроны с 7-го по 10-ый срабатывают синфазно с центральной областью, в то время как нейроны с 1-го по 6-ой имеют другие частоты генерации как показано на рисунке ниже слева. В структуре возможных типов синхронизации определенное место занимают режимы «неправильной» синхронизации. Пример таких режимов различного типа показан на рисунке ниже справа.



Следует отметить, что предлагаемый метод исследования синхронизации нейронных ансамблей позволяет эффективно и экономично производить расчеты для большого количества нейронов в ансамблях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н. Данилова // Психология. Журнал Высшей школы экономики. 2006. Т. 3, № 2. С. 62–72.
2. D. LaBerge, and R. Kasevich // Consciousness and Cognition, 2013. 22. 1523–1550.
3. П. Бак “Как работает природа: теория самоорганизованной критичности”. Пер. с англ. URSS. 2013. 276 с.
4. J.A.S Kelso “Dynamic Patterns: The self-organization of brain and behavior” MIT Press, 1995.
5. Я.Б. Казанович “Осцилляторные нейросетевые модели когнитивных функций мозга”. Дисс. на соискание ученой степени д.ф.-м.н. Пущино. 2018. 463 с.
6. М.Е. Мазуров // Изв. РАН Серия физич. 2018. Т. 82. №1. С. 83-87.
7. М.Е. Мазуров // Изв. РАН. Сер. физич. 2018. Т. 82. № 11. С. 1564–1570
8. М.Е. Мазуров // Изв. РАН. Серия физич. 2020. Т.84. №3. С. 451-456.
9. М.Е. Мазуров // Изв. РАН. Серия физич. 2020. Т.84 № 1. С. 90-95.
10. N. Wiener N., A. Rosenblueth // Arch. Inst. Cardiologia de Mexico. 1946. V. 205. № 16. 3-4.

Хаотическая демодуляция на основе оценки времени регистрации синхронного хаотического отклика

Л.В. Савкин

ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН
solaris.rafo@gmail.ru

Все известные на сегодняшний день работы, посвященные построению когерентных хаотических систем связи, основываются на таком фундаментальном физическом явлении, как хаотическая синхронизация. К наиболее популярным из них относят обобщенную, полную и фазовую. Для реализации полной хаотической синхронизации широкое применение находят активные и адаптивные методы синхронизации, отличающиеся тем, что в первом случае все параметры дифференциальных уравнений, описывающих динамическую систему, известны, а во втором, хотя бы один из параметров, – нет.

Кроме них, пожалуй, наибольшую популярность еще в начале 1990-х годов получил метод регистрации синхронного хаотического отклика (СХО) по схеме «ведущий-ведомый» [1, 2]. Сам метод заключается в представлении исходной (ведущей) автоколебательной системы в виде двух взаимодействующих подсистем посредством процедуры декомпозиции [3], в результате чего при незначительном рассогласовании параметров и начальных условий интегрирования между ведущей и полученной ведомой системой образуется СХО, описываемый выражением:

$$e_i = \lim_{t \rightarrow \infty} |x_i - y_i| = 0, i = \overline{1, n},$$

где x_i и y_i – соответствующие переменные ведущей и ведомой систем, n – порядок системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ).

В настоящей работе предлагается метод хаотической демодуляции, основанный на оценке времени регистрации СХО. Речь в данном случае идет о модулировании одного из параметров (т.е., использовании параметрической модуляции сигнала [4]) ведущей системы, однако сам способ выделения полезного сигнала базируется на сопоставлении времени регистрации СХО в решателе приемника с конкретным значением двоичного кода (символа), заранее известного на приемной стороне.

В качестве динамической системы, обладающей хаотической динамикой, выбрана система Томаса [5], которая в общем случае представляет собой циклически симметричную динамическую систему, описываемую системой ОДУ вида:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= G(x_2) - bx_1, \\ \dot{x}_2 &= G(x_3) - bx_2, \\ \dot{x}_3 &= G(x_1) - bx_3, \end{aligned} \quad (1)$$

где $G(\bullet)$ – некоторая гармоническая функция, b – параметр диссипации.

Система (1) в данной работе представляет собой ведущую часть, которая входит в состав передатчика. Начальные условия интегрирования этой системы в процессе численного моделирования по методу Рунге-Кутты 4-го порядка были выбраны следующими: $x_1^0 = 1, x_2^0 = 1, x_3^0 = 0$.

Ведомая система Томаса, в свою очередь, описывается системой ОДУ вида:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= G(y_2) - bx_1, \\ \dot{y}_2 &= G(y_3) - bx_2, \\ \dot{y}_3 &= G(x_1 + n(t)) - bx_3, \end{aligned} \quad (2)$$

где $n(t)$ – белый гауссовский шум, присутствующий в канале передачи данных, но весьма низкого уровня (~ 30 дБ) [7, 8].

Начальные условия интегрирования для системы (2) отличаются от системы (1) и составляют значения: $y_1^0 = 1, y_2^0 = 0, y_3^0 = 0$. Для обеих систем в качестве гармонической функции выступает функция $G(\bullet) = \sin(\bullet)$.

На рис. 1 представлен спектр показателей Ляпунова, соответствующий закрытому интервалу $b = [0; 0.3]$.

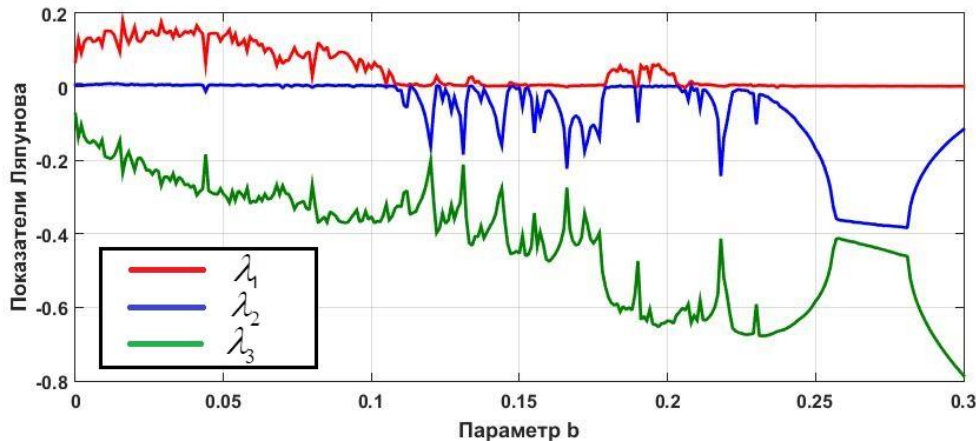


Рис. 1. Спектр показателей Ляпунова системы (1) на интервале $b = [0; 0.3]$

Вместе с тем, поскольку наибольший практический интерес представляют собой значения параметра b , при которых в системе (1) наблюдается хаотическая динамика, для предлагаемого метода демодуляции, здесь рассматривается интервал, на котором старший показатель Ляпунова является почти постоянно положительным, а именно $b = [0; 0.1]$. Слово «почти» употребляется здесь в связи с тем, что в работе [5] было отмечено, что на интервале $b = [0; 0.1]$ имеются окна периодичности, которые возможно идентифицировать при относительно мелком шаге интегрирования ($\sim 10^{-4}$) системы (1) и довольно большом времени численного вычисления ($\sim 10^6$) каждого из показателей.

В таблице 1 приводится экспериментальная оценка времени регистрации СХО t_s при различных значениях параметра диссипации на интервале $b = [0; 0.1]$ с шагом 0.01 и $n(t) \approx 0$.

Таблица 1. Время регистрации СХО в приемнике при различных значениях параметра b и вариант его привязки к двоичной (бинарной) последовательности

b	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.10
t_s	∞	1050	500	400	280	210	130	110	90	75	60
$m(t)$	-	000	001	010	011	100	101	110	111	-	-

Значения $b = 0$ здесь не рассматриваются ввиду консервативной динамики (т.е., когда решения уходят на бесконечность), а значения $b = 0.09$ и $b = 0.1$ исключаются ввиду близости и вычислительной трудности точного расчета значений времени регистрации СХО t_s .

Пример компьютерного моделирования времени расчета СХО при $n(t) \approx 0$ показан на рис. 2. Красными точками здесь обозначена оценка времени регистрации СХО, соответствующая таблице 1. Тут следует обратить внимание на предварительно рассчитанный и откалиброванный «запас» времени интегрирования Δt_s , при котором не будет наблюдаться срыва СХО, или так называемой «on-off» перемежаемости [3, 7].

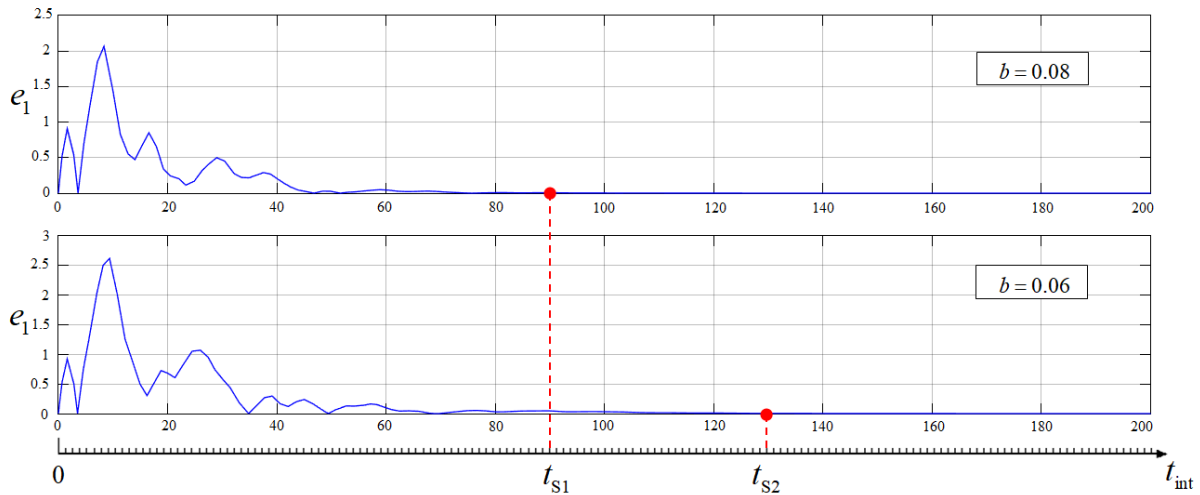


Рис. 2. Пример оценки времени регистрации СХО в процессе численного моделирования при значениях параметра $b = 0.08$ ($t_{S1} = 90$) и $b = 0.06$ ($t_{S2} = 130$)

На рис. 3 представлен один из возможных вариантов схем организации передачи данных с предложенным методом хаотической демодуляции на основе оценки времени регистрации СХО.

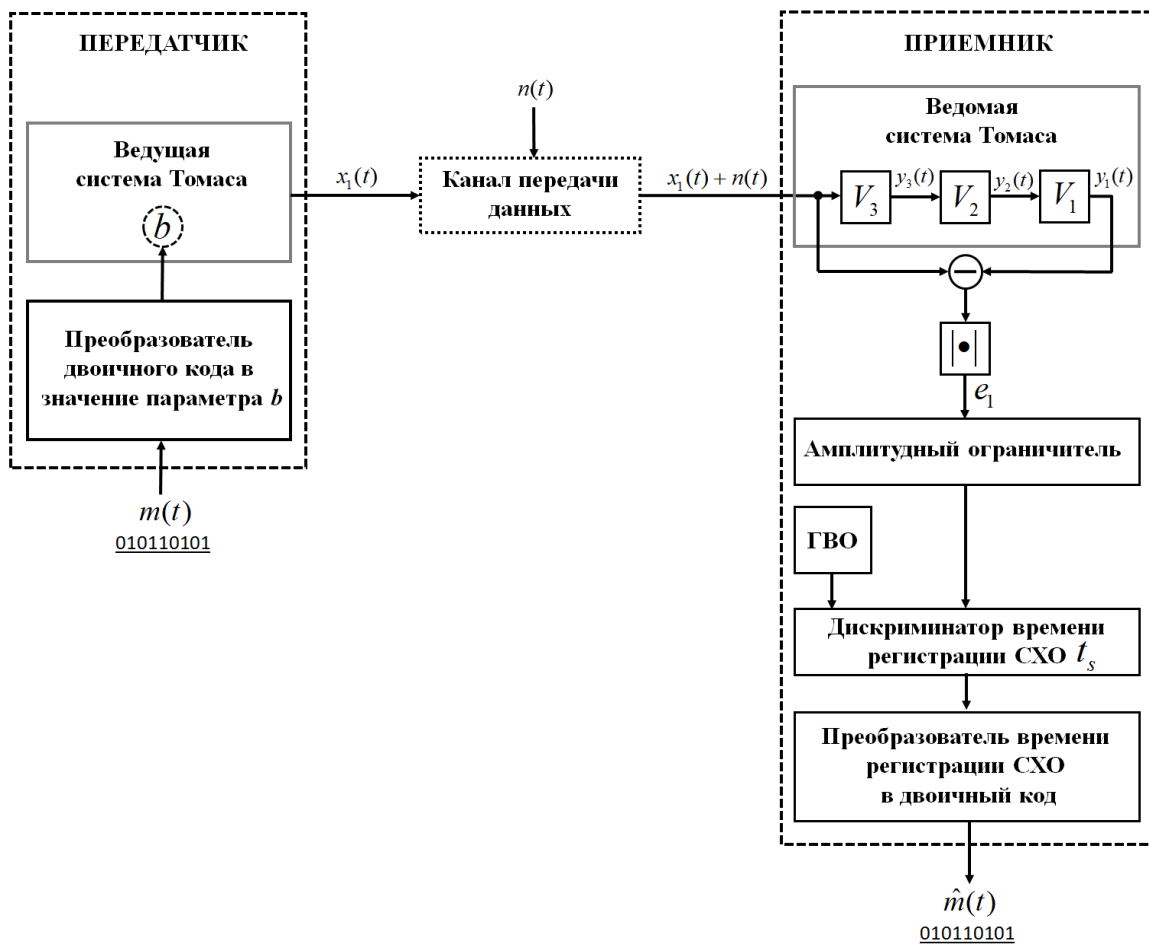


Рис. 3. Схема передачи данных с хаотической демодуляцией на основе оценки времени регистрации СХО

Схема состоит из передатчика, канала передачи данных, в котором присутствует относительно незначительный аддитивный белый гауссовский шум ~ 30 дБ, и

приемника. Ведущая система, входящая в состав передатчика, реализована на базе системы (1). Ведомая система, входящая в состав приемника, реализована на базе системы (2) по принципу декомпозиции, описанному в работе [9], где под V_i обозначены вершины-решатели циркулянтного орграфа, описывающего численное интегрирование системы Томаса и удовлетворяющего (при его аппаратной или программной реализации) решению задачи Коши.

Амплитудный ограничитель необходим, когда значение ошибки e_1 увеличивается при приближении параметра b к нулю. Это связано с уменьшением диссипации систем (1) и (2).

Для оценки времени регистрации СХО в состав приемника входит дискриминатор, который на основе данных генератора временных отчетов (ГВО) выдает значения времени t_S . На основе ГВО строятся отчеты времени численного интегрирования (нижняя шкала рис. 2), по которым и осуществляется оценка времени регистрации СХО. Далее значения t_S преобразуются в двоичный код (последовательность), которые известны как на передающей, так и на приемной сторонах, что, в качестве примера и указано в ранее приведенной таблице.

Выводы. Предложенный метод хаотической демодуляции может применяться при тщательной калибровке ведущего и ведомого генераторов в условиях низкого шума, например, в оптоволоконной связи.

Данный подход требует использования прецизионных генераторов хаотических колебаний, причем, поскольку в правой части уравнений содержится функция $\sin(x)$, то при реализации таких систем связи с использованием ПЛИС класса FPGA, обязательным условием является использование алгоритма CORDIC с одинаковыми значениями итераций как для ведущего, так и ведомого генераторов. Это относится к реализации данного алгоритма на основе и фиксированной точки, и плавающей.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.M. Pecora, T.L. Carrol // Phys. Rev. Letters. 1990. Vol. 64, No. 8. pp. 821-824.
2. А.Р. Волковский, Н.В. Рульков // Письма в ЖТФ. - 1993. - № 3. - с. 71-75.
3. А.С. Дмитриев и др. "Генерация хаоса" / Под общ. ред. Дмитриева А.С. - М.: Техносфера, 2012. - 424 с.
4. T. Yang, L.O. Chua // IEEE Transactions on Circuits and Systems: Fundamental Theory and Applications. 1996. Vol. 43, No. 9, pp. 817-819.
5. J.C. Sprott, K.S. Chlouverakis // International Journal of Bifurcation and Chaos, Appl. Sci. Eng., Vol. 17, No. 6, 2007, pp. 2097 – 2108.
6. M. Qiu et al. // International Journal of Bifurcation and Chaos. 2017. Vol. 27, No. 03, (1750040).
7. А.С. Дмитриев, А.И. Панас "Динамический хаос: новые носители информации для систем связи" – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 252 с.
8. Л.Е. Варакин "Системы связи с шумоподобными сигналами" – М.: Радио и связь, 1985. – 385 с.
9. Л.В. Савкин // Успехи современной радиоэлектроники. 2020. Т. 74. № 7. С. 46–54. DOI: 10.18127/j20700784-202007-05.

Характеристики тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, при различной локализации дефекта решетки

А.О. Сельский, О.И. Москаленко, А.А. Короновский

Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
selskii@yandex.ru

Полупроводниковые сверхрешетки — сложные наноструктуры, состоящие из нескольких чередующихся тонких (~ 10 нм) слоев различных полупроводниковых материалов, которые возможно использовать для генерации и управления высокочастотными колебаниями [1, 2]. В последнее время большой интерес представляет исследование подобных наноструктур с позиций нелинейной динамики [3, 4]. Ранее было показано, что большое влияние на электронную динамику в сверхрешетках оказывают наклонное магнитное поле [3, 4], температура [5], межминизонное туннелирование [6] и изменение вдоль решетки концентрации легирующей примеси [7]. В случае изменения концентрации легирующей примеси важным оказывалась не только величина изменения, но и локализация слоя, в котором меняется концентрация [8]. В настоящей статье рассматривается как изменяются характеристики тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, при различной локализации слоя с изменением ширины запрещенной зоны. Ширина запрещенной зоны сильно влияет на динамику электронов в полупроводниковой сверхрешетке, потому ее изменение должно быть небольшим по величине и учитывать изменение дрейфовой скорости электронов в данном слое.

Ток, протекающий через полупроводниковую решетку, рассчитывается из решения следующей системы уравнений [2]:

$$\begin{aligned} e\Delta x \frac{dn_m}{dt} &= J_{m-1} - J_m, \quad m = 1 \dots N, \\ F_{m+1} &= \frac{e\Delta x}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} (n_m - n_D) + F_m, \quad m = 1 \dots N, \\ J_m &= en_m v_d(\overline{F_m}), \end{aligned} \quad (1)$$

где n_m - концентрация в m слое; J_m - плотность тока, протекающая через границу m слоя; F_m - напряженность электрического поля в m слое; $\Delta x = 0.24$ нм - ширина элементарного слоя; e - заряд электрона; N - количество дискретных слоев; $n_D = 3 \cdot 10^{22}$ м⁻³ - равновесная концентрация электронов; ε_0 и $\varepsilon_r = 12.5$ - абсолютная и относительная электрические проницаемости; $v_d(\overline{F_m})$ - зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля. Данная зависимость имеет разный вид для разных внешних воздействий, однако, если не учитывать возможность межминизонного туннелирования, не вводить наклонное магнитное поле, и считать температуру близкой к абсолютному нулю, зависимость принимает относительно простой вид [1]:

$$v_d = \frac{d\Delta}{2\hbar} \frac{\tau \omega_B}{(1 + \tau^2 \omega_B^2)}, \quad \omega_B = \frac{eFd}{\hbar}, \quad (2)$$

где Δ - ширина минизоны, τ - время рассеяния, ω_B - частота блоховских колебаний. В формуле (2) можно видеть где изменение ширины запрещенной зоны оказывает влияние на динамику электронов в сверхрешетке. В случае если помимо электрического поля к системе приложено наклонное магнитное поле, формула будет некорректной. В этом случае необходимо рассчитать зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля численно [5]. В настоящей работе рассматривается присутствие наклонного магнитного поля с индукцией и углом наклона $B = 15$ Тл, $\theta = 40^\circ$, соответственно.

Так как в статье [8] было показано, что существенно отличается влияние на ток при локализации возмущения концентрации легирующей примеси в начале и конце структуры, в настоящей работе также прежде всего рассматривались изменения ширины запрещенной зоны в первом и последнем слоях. Рассматривалось два случая – зона была увеличена на 20% от обычного значения или уменьшена на 20%. На рисунке 1 приведены вольт-амперные характеристики при различных изменениях ширины запрещенной зоны в случае без поля и в присутствии наклонного магнитного поля.

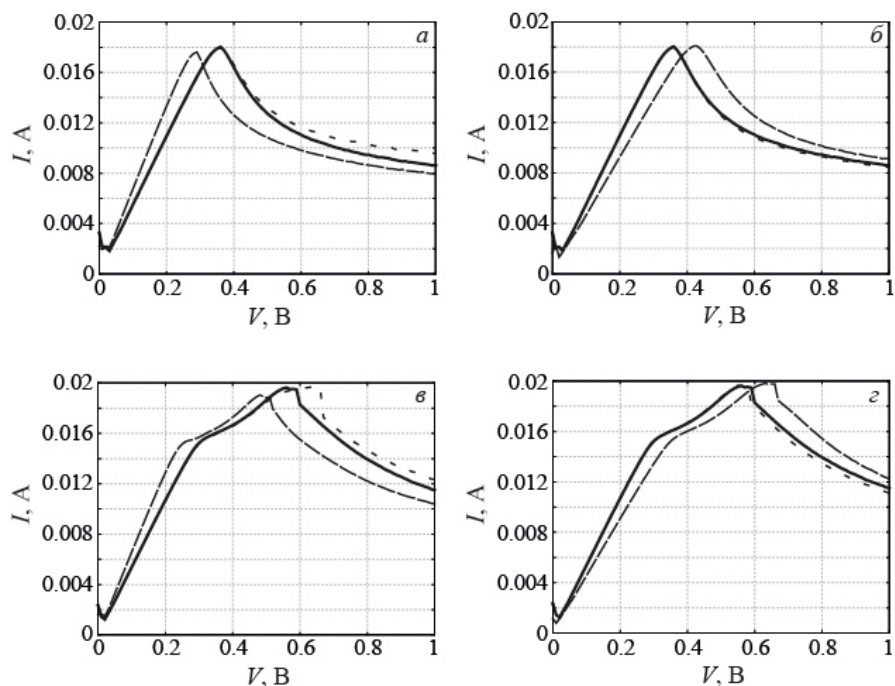


Рис. 1. Зависимость среднего тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, от напряжения, приложенного к ней при разных параметрах магнитного поля (*a*, *б* – магнитного поля нет, *в*, *г* – в присутствии наклонного магнитного поля) при различных значениях (*a*, *в* – ширина запрещенной зоны в одном из слоев уменьшена на 20%, *б*, *г* – увеличена на 20%) и локализации (длинный пунктир – изменения в первом слое, короткий пунктир – в последнем, сплошная линия – одинаковые значения ширины запрещенной зоны во всех слоях сверхрешетки) изменения ширины запрещенной зоны.

Из рисунка следует, что в данном случае локализация оказывается чрезвычайно важна. При изменении ширины запрещенной зоны в первом слое характеристики заметно отличаются от случая без изменений. Стоит отметить что магнитное поле не делает зависимость от локализации ниже.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проект СП-497.2021.5).

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Esaki, R. Tsu // IBMJ. Res. Develop. 1970. V. 14. P. 61.
2. A. Wacker // Phys. Rep. 2002. V. 357. P. 1.
3. M. T.Greenaway, et. al. // Phys. Rev B. 2009. V. 80. P. 205318.
4. N. Alexeeva, et. al. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. P. 024102.
5. A. O. Selskii, et. al. // Phys. Rev B. 2011. V. 84. P. 235311.
6. А. О. Сельский, и др. // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 4. С. 62.
7. А. О. Сельский, и др. // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. № 20. С. 3.
8. А. Г.Баланов, и др. // Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2017. Т. 81. № 1. С. 50-54.

Новый ЭЭГ-маркер эффективности решения когнитивной задачи

Н.М. Смирнов¹, С.А. Куркин^{1,2}

¹Университет Иннополис, г. Иннополис

²Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта
n.smirnov@innopolis.university

Введение: Любая система образования не может существовать без методов оценки эффективности самой системы образования. Данный контроль позволяет проводить анализ качества нынешних методов преподавания и своевременно вносить педагогом или вышестоящей инстанцией коррективы в систему обучения. Сама процедура контроля в том или ином виде существует на каждом этапе обучения. Классическим подходом является проверка усвоения знаний, навыков и умений, а также оценка и анализ психических и личностных качеств учащихся [1, 2], что позволяет в некоторой мере индивидуализировать подход при обучении. Важно заметить, что персонализация обучения стала возможной благодаря аналитике когнитивных способностей обучаемых. Тем не менее, у традиционных подходов в этой сфере есть ряд ограничений, одним из которых является сложность создания индивидуальных методов тестирования.

Развитием классических подходов к оценке когнитивных характеристик являются исследования по анализу активности головного мозга путем регистрации электроэнцефалограммы (ЭЭГ). Сама технология не обладает высокой стоимостью, а данные могут быть анализированы в режиме реального времени. У ЭЭГ есть две основные проблемы, связанных с внедрением этой технологии на практике: долгий процесс подготовки (монтаж электродов) и необходимость использования специальных проводящих гелей. Однако данные барьеры уже являются преодолимыми за счет специальных шапочек для монтажа, технологий сухих электродов и портативных электроэнцефалографов. Поэтому препятствий на пути к использованию ЭЭГ в повседневной жизни практически не осталось.

Существует множество работ, исследующих особенности когнитивных способностей с помощью ЭЭГ [3], однако, большинство из них не подразумевает внедрения полученных результатов в процесс образования. В данной работе мы представляем новую метрику для оценки когнитивной нагрузки с помощью вычисления стандартного отклонения отношения мозговых ритмов.

Методы: Для проведения исследования была собрана группа из 12 учеников второго класса, без проблем со здоровьем. Участники исследования проходили тест "корректирующая проба" с помощью бланка с рядами кириллических букв. В начале каждого ряда была обозначена буква, которую следует отмечать. Основной метрикой являлось среднее время ответа. Для записи ЭЭГ был использован энцефалограф actiSnap, ЭЭГ записывалась с 31 канала с помощью электродов ActiCap с Ag/AgCl датчиками. Электроды размещались по международной схеме 10-10, заземляющий электрод находился на лбу. Один референсный электрод располагался в области правого сосцевидного отростка. Частота дискретизации сигналов ЭЭГ при записи составляла 250 Гц. Сигналы фильтровались полосовым фильтром от 0.16 Гц до 70 Гц и режекторным фильтром 50 Гц для исключения шума от электросетей. Удаление артефактов производилось с помощью метода ICA.

Для получения частотно-временного спектра к сигналам было применено вейвлетное преобразование; в качестве материнского вейвлета был выбран вейвлет Морле. Вейвлетное преобразование осуществлялось по следующей формуле (1):

$$W(n, s) = \sum_{n'=n-\lfloor \frac{T(s)}{h} \rfloor}^{n+\lfloor \frac{T(s)}{h} \rfloor} x_{n'} \psi^* \left(\frac{(n' - n)h}{s} \right) \quad (1)$$

где ψ^* - материнский вейвлет Морле (2):

$$\psi^*(\eta) = \pi^{-\frac{1}{4}} e^{2\pi i \eta} e^{-\frac{\eta^2}{2}} \quad (2)$$

Во избежание краевых эффектов с обоих концов временных рядов было исключено по 125 точек (0.5 секунд).

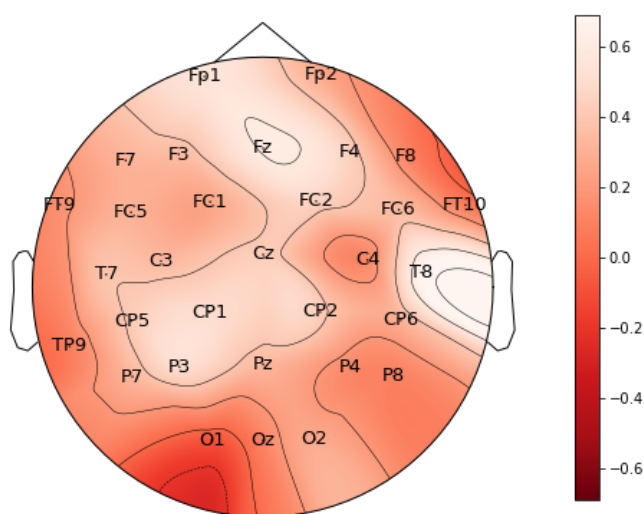


Рис. 1 Топограмма коэффициентов корреляции при размере окна 24 сек.

Из частотно-временного спектра были рассчитаны усредненные по частоте энергии в диапазоне альфа (8-15 Гц) и бета (15-30 Гц). Для вычисления средней дисперсии отношения ритмов были применены и проанализированы два подхода: 1) разделение временного ряда энергий в выбранных диапазонах на окна с выбранной шириной и 2) деление временного ряда на определенное количество окон. Это было сделано с целью подобрать наиболее подходящую ширину окна. В окнах проводилось усреднение по времени. Получившийся ряд значений энергий в альфа диапазоне был затем поэлементно поделен на энергии в бета диапазоне, после чего было рассчитано стандартное отклонение значений получившегося ряда. Данное число является характеристикой каждого участника эксперимента. Полученные значения были затем скоррелированы со значениями среднего времени ответа по следующей формуле (3):

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \quad (3)$$

где n - количество участников эксперимента, x_i - среднее время ответа участника с номером i , \bar{x} - общее среднее время ответа, y_i - среднее значение стандартного отклонения соотношения энергий в альфа и бета диапазонах участника с номером i , \bar{y} - общее среднее отклонение. Для проверки нулевой гипотезы о том, что данные не

скоррелированы, была использована следующая функция плотности вероятности индекса r (4):

$$f(r) = \frac{(1 - r^2)^{n/2-2}}{B(\frac{1}{2}, \frac{n}{2} - 1)} \quad (4)$$

где B - это β -функция. Для расчета уровня значимости корреляции нами был применен двусторонний f -тест.

Результаты: Независимо от типа разбиения на окна, значимая корреляция появляется в правой височной и реже - в левой фронтальной долях (рис. 1), что сходится с похожими исследованиями [4]. Самая высокая скоррелированность наблюдается в канале Т8 (рис. 2), который относится к правой височной доле. Таким образом, полученные результаты дают основания полагать, что предложенная метрика отражает эффективность выполнения школьником задания, и в перспективе может использоваться как объективный маркер для оценки когнитивной нагрузки.

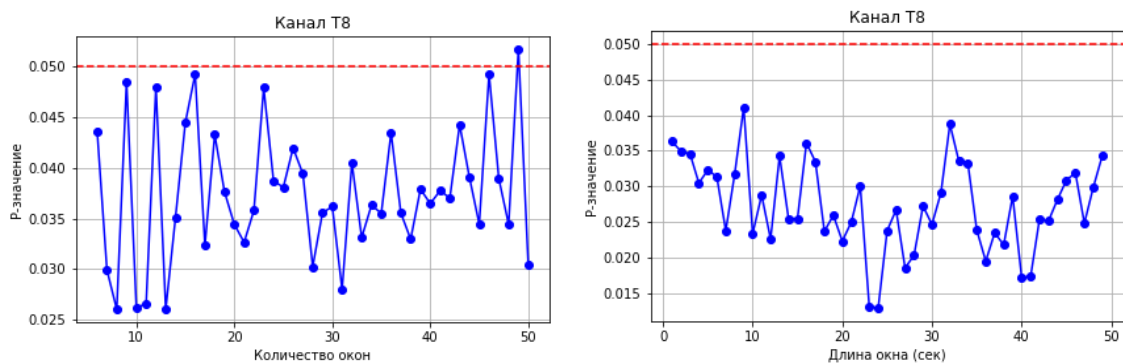


Рис. 2 Значимость корреляции при окнах с фиксированной шириной (слева), при фиксированном количестве окон (справа)

Работы выполнена при поддержке РФФИ (проект № 19-29-14101). С.А.К. благодарит за поддержку Совет по грантам Президента Российской Федерации (грант МД-590.2022.1.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Bernacki M. L., Walkington C. "The role of situational interest in personalized learning. Journal of Educational Psychology", 2018, Vol. 110, № 6, p. 864.
2. Л. С. Выготский "Мышление и речь" М., Лабиринт, 1999, 352 с.
3. W. Klimesch, "EEG alpha and theta oscillations reflect cognitive and memory performance: a review and analysis", Brain Research Reviews, Vol. 29, Issues 2–3, 1999, P. 169-195
4. P. Antonenko et al., "Using Electroencephalography to Measure Cognitive Load", Educational Psychology Review, Vol. 22, P. 425-438, 2010

Исследование перемежаемости вблизи границы фазовой синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора

А.А. Тарасова, О.И. Москаленко

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени

Н.Г. Чернышевского»

tarasova121200@gmail.com

Фазовая синхронизация является одним из важнейших явлений современной теории нелинейных колебаний. Она означает, что происходит захват фаз хаотических сигналов, при этом амплитуды этих сигналов остаются несвязными друг с другом и выглядят хаотическими [1]. Изучение фазовой синхронизации является актуальной темой, т.к. затрагивает многие области исследования, такие как, например, химия, биология, медицина, информационно-телекоммуникационные системы.

Вблизи границы фазовой синхронизации имеет место перемежающееся поведение, которое в случае относительно слабой расстройки между системами классифицируется как перемежаемость типа «игольное ушко». В данном случае анализируемый сигнал, представляющий собой разность фаз $\varphi_{1,2}$ взаимодействующих систем, выглядит как чередование очень длинных фаз синхронного поведения (ламинарных фаз) и краткосрочных турбулентных всплесков (асинхронных фаз), во время которых разность фаз скачкообразно меняется на величину 2π . Для перемежаемости «игольного ушка» характерен экспоненциальный характер распределения длительностей ламинарных фаз, а зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности подчиняется закономерности:

$$\langle l \rangle \sim \exp\left(k|\varepsilon - \varepsilon_c|^{-\frac{1}{2}}\right), \quad (1)$$

где k – некоторая положительная константа, ε_c – критическое значение управляющего параметра (параметра связи ε), соответствующее границе фазовой синхронизации [2,3]. Такое поведение характерно для систем с относительно простой топологией аттрактора, однако, для систем с более сложной структурой подобные исследования до настоящего времени не проводились. Поэтому целью настоящей работы является исследование характеристик перемежающегося поведения, имеющего место на границе фазовой синхронизации в системах со сложной (двулистной) топологией аттрактора.

В качестве исследуемых систем выступают две однонаправленные связанные системы Лоренца:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{1,2} &= \sigma(y_{1,2} - x_{1,2}) - \varepsilon_{1,2}(x_{2,1} - x_{1,2}) \\ \dot{y}_{1,2} &= r_{1,2}x_{1,2} - y_{1,2} - x_{1,2}z_{1,2} \\ \dot{z}_{1,2} &= -bz_{1,2} + x_{1,2}y_{1,2} \end{aligned} \quad (2)$$

где $\sigma = 10$, $b = \frac{8}{3}$, $r_1 = 40$, $r_2 = 35$ – управляющие параметры; $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$ – параметры связи. Для численного решения данной системы был использован метод Рунге-Кутты 4-го порядка.

В силу того, что при выбранных значениях управляющих параметров аттракторы исследуемой системы имеют достаточно сложную структуру, для введения фаз обеих взаимодействующих систем необходимо перейти к новой системе координат $(z_{1,2}, u_{1,2})$,

где $u_{1,2} = \sqrt{x_{1,2}^2 + y_{1,2}^2}$, в которой траектории будут вращаться уже вокруг точек $(z_{1,2}^0, u_{1,2}^0)$ [1], а именно (39;12.49) и (33.86;11.7) для первой и второй

взаимодействующих систем, соответственно. В новой системе координат с использованием найденных устойчивых точек фазы взаимодействующих систем вводились следующим образом:

$$\varphi_{1,2} = \tan^{-1} \left(\frac{u_{1,2} - u_{1,2}^0}{z_{1,2} - z_{1,2}^0} \right) \quad (3)$$

и анализировалось изменение их разности с течением времени при различных значениях параметра связи ε . С использованием метода выделения ламинарных и турбулентных фаз, предложенного в работе [4], были рассчитаны распределения длительностей ламинарных фаз и зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра связи. Параметр связи принимал значения от 15 до 21, что соответствует области, где наблюдается перемежающееся поведение в системе. Показано, что при всех рассмотренных значениях параметра связи распределения длительностей ламинарных фаз подчиняются экспоненциальному закону, а для зависимости средней длительности ламинарных фаз $\langle l \rangle$ от параметра надкритичности имеет место закономерность (1).

На рисунке 1 представлена зависимость средней длительности ламинарных фаз $\ln(1/\langle l \rangle)$ от параметра надкритичности $|\varepsilon_c - \varepsilon|^{-1/2}$, полученная для системы (2), и ее аппроксимация закономерностью (1). Видно хорошее соответствие численно полученных данных и теоретической закономерности.

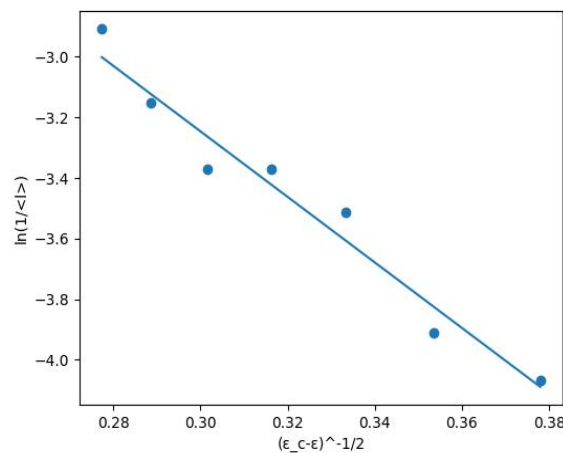


Рис.1 - Зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности, полученная для двух однонаправленно связанных систем Лоренца (2)

Полученные результаты свидетельствуют о том, что в двух однонаправленных связанных системах Лоренца на границе фазовой синхронизации наблюдается перемежаемость типа «игольное ушко».

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – докторов наук (проект № МД-18.2022.1.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Pikovsky A. et al. // Physica D. 1997. V. 104, No. 4, P. 219 - 238
2. Москаленко О.И. // Письма в ЖТФ. 2007. Т. 33. В. 19. С. 72–79
3. Куровская М.К. // Письма в ЖТФ. 2008. Т. 34. В. 24. С. 48–54
4. Журавлёв М.О., Куровская М.К., Москаленко О.И. // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36, В. 10. С. 31.

Исследование возможности существования мультистабильности в режиме перемежающейся фазовой синхронизации в ансамбле однонаправленно связанных систем Ресслера

В.А. Ханадеев, А.Д. Плотникова, О.И. Москаленко

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»
v.a.hanadeev@gmail.com

Перемежаемое поведение является распространенным явлением, встречающимся в системах различной природы. [1] Под перемежаемостью понимают чередование регулярного (периодического или стационарного) и нерегулярного (хаотического) поведения или чередование различных хаотических режимов. Явление перемежаемости может возникать при переходе от периодических колебаний к хаотическим, а также наблюдаться на границах наступления синхронных режимов. Таким образом, можно выделить перемежающиеся полную синхронизацию, синхронизацию с запаздыванием, обобщенную синхронизацию, фазовую синхронизацию и т.д. [2-4]. При этом, стоит учитывать, что механизмы возникновения и статистические характеристики у всех типов перемежаемости оказываются различными.

Для корректного определения характеристик и механизмов возникновения перемежаемости важную роль играют методы выделения характерных фаз динамики систем. Самым распространенным методом, который можно использовать для изучения перемежающейся обобщенной синхронизации в однонаправленно связанных системах, является метод вспомогательной системы [3]. С помощью данного метода можно достаточно точно определять наличие и характерные длительности ламинарных и турбулентных фаз, а следовательно, и тип перемежаемости, реализуемый в исследуемой системе. Однако, недавно было установлено, что при анализе перемежающегося поведения на границе обобщенной синхронизации важную роль играет выбор начальных условий для ведомой и вспомогательной систем: при одном и том же состоянии ведущей системы в зависимости от выбора начальных условий ведомой системы в один и тот же момент времени может диагностироваться как синхронная, так и асинхронная динамика, т.е. иметь место мультистабильность [5].

Так как различные типы синхронного поведения, наблюдающиеся в однонаправленно и взаимно связанных хаотических системах, являются частными проявлениями режима синхронизации временных масштабов [6], можно предположить, что мультистабильность будет иметь место и на границах других типов хаотической синхронизации. В настоящей работе данный вопрос исследуется в контексте режима перемежающейся фазовой синхронизации в однонаправленно связанных хаотических системах. В работе предложен метод выделения характерных фаз поведения систем, основанный на вычислении вероятности наблюдения синхронного режима по ансамблю связанных систем. Метод основан на рассмотрении относительно большого ансамбля связанных систем и вычислении вероятности наблюдения ламинарной фазы поведения в зависимости от времени.

В качестве объекта исследования был выбран ансамбль однонаправленно связанных систем Ресслера, находящихся в режиме ленточного хаоса, с различной величиной расстройки параметров взаимодействующих систем:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_d^i &= -\omega_d y_d^i - z_d^i \\
 \dot{y}_d^i &= \omega_d x_d^i + a y_d^i \\
 \dot{z}_d^i &= p + z_d^i (x_d^i - c) \\
 \dot{x}_r^i &= -\omega_r y_r^i - z_r^i + \varepsilon (x_d^i - x_r^i) \\
 \dot{y}_r^i &= \omega_r x_r^i + a y_r^i \\
 \dot{z}_r^i &= p + z_r^i (x_r^i - c),
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

где индексы d и r относятся к ведущей и ведомой системам, соответственно, индекс $i = 1 \dots N$ соответствует рассматриваемой паре осцилляторов, $a = 0.15$, $p = 0.2$, $c = 10$, $\omega_r = 0.95$ - управляющие параметры, значения которых выбраны фиксированными, а управляющий параметр ω_d , характеризующий собственную частоту колебаний ведущей системы, принимал значения равные 0.93 и 0.99, определяя относительно слабую и относительно большую расстройку между взаимодействующими системами; ε - параметр связи. Начальные условия для ведущей системы всегда выбирались фиксированными, а для ведомых систем - всегда различными. Как показали проведенные исследования, независимо от выбора начальных условий ведомых систем при выбранных значениях управляющих параметров и $\varepsilon \geq 0.041$ в системе (1) наблюдается режим фазовой синхронизации.

Рассмотрен вопрос о влиянии расстройки параметров взаимодействующих систем на существование мультистабильности, а также проанализировано влияние количества систем в ансамбле на поведение меры мультистабильности. Показано, что и в случае относительно большой и относительно малой расстройки частот мера мультистабильности практически не зависит от числа рассматриваемых систем.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых - докторов наук (проект № МД-18.2022.1.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Берже, И. Помо, К. Видаль, Порядок в хаосе Мир, М., 1991.
2. S. Boccaletti, D.L. Valladares // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. No 5. 7497.
3. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii // Europhys. Lett. 2007. V. 70. No. 2. 169.
4. A.S. Pikovsky et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. No. 1. 47.
5. O.I. Moskalenko et al. // CHAOS. 2021. V. 31. No. 8. 083106.
6. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii // CHAOS. 2004. V. 14. No. 3. P. 603.