

## **НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ**

### **Исследование возможности существования мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации при помощи расчета локальных показателей Ляпунова**

*Е.В. Евстифеев, О.И. Москаленко* ..... 2

### **Влияние шума на характеристики тока, протекающего в полупроводниковой сверхрешетке**

*А.О. Сельский, О.И. Москаленко, А.А. Короновский* ..... 5

### **Исследование влияния импульсных электромагнитных помех на устойчивость формы меандра генераторов тактовой частоты**

*П.С. Глазунов, Е.А. Воробьёва, В.А. Вдовин, А.И. Слепков* ..... 7

### **Рекуррентный анализ потенциала P300 на одиночных временных рядах ЭЭГ**

*Е.Н. Пицик* ..... 10

### **Синхронизация в конкурирующих сетях нейронов Ходжкина-Хаксли**

*А.В. Андреев, В.А. Максименко, В.В. Грубов, А.Е. Храмов* ..... 14

### **Использование солитонной модели для изучения динамики и эволюции цилиндрических ударных волн в сердце методом фонокардиографии**

*С.Т. Белякин* ..... 17

### **О влиянии характеристик шумового сигнала на установление обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора**

*В.А. Ханадеев, О.И. Москаленко* ..... 21

### **Изменение линейной связи между процессами вегетативной регуляции кровообращения и дыхания в процессе здорового старения**

*Е.Г. Сафаров, Е.Ю. Павлова, А.Н. Храмов, В.В. Сказкина, Е.И. Боровкова* ..... 23

### **Снижение когерентности мгновенных фаз процессов вегетативной регуляции кровообращения и дыхания в процессе здорового старения**

*Е.Ю. Павлова, Е.Г. Сафаров, А.Н. Храмов, Д.Д. Кульминский, Е.И. Боровкова* ..... 25

## Исследование возможности существования мультистабильности вблизи границы обобщенной синхронизации при помощи расчета локальных показателей Ляпунова

Е.В. Евстифеев<sup>1,2</sup>, О.И. Москаленко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

<sup>2</sup>Региональный научно-образовательный математический центр «Математика технологий будущего»  
[evstifeev@mail.ru](mailto:evstifeev@mail.ru)

На данный момент широкое внимание исследователей привлекает обобщенная синхронизация – хаотическое явление радиофизики [1, 2], характеризующееся связью между состояниями взаимодействующих систем (генераторов) в форме функционального соотношения (в общем виде – функционала) [2, 3]. Данное нелинейное явление может возникать не только при однонаправленной, но и при взаимной связи и имеет широкую область применения, например, в медицине [4] или при скрытой передаче информации [5]. При небольшом отклонении параметра связи от критического значения вместо полного отсутствия обобщенной синхронизации наблюдается перемежающееся поведение, характеризующееся чередованием временных интервалов синхронной и асинхронной динамики [6].

В ходе проведения исследований обнаружена мультистабильность в поведении однонаправленно связанных хаотических систем вблизи границы обобщенной синхронизации. Данное явление наблюдается при взаимодействии большого количества связанных систем, стартующих с различных начальных условий, когда при определенных значениях параметра связи в один и тот же момент времени часть систем демонстрирует синхронную динамику, в то время как другая часть систем находится в асинхронном режиме. В данной работе исследуется возможность существования мультистабильности как в случае однонаправленной, так и взаимной связи.

В качестве примеров были рассмотрены  $N$  пар систем однонаправленно и взаимно связанных хаотических осцилляторов Ресслера, описываемых следующей системой дифференциальных уравнений [2, 5, 7]:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1^i &= -\omega_1 y_1^i - z_1^i + \varepsilon_1 (x_2^i - x_1^i), \\ \dot{y}_1^i &= \omega_1 x_1^i + a y_1^i, \\ \dot{z}_1^i &= b + z_1^i (x_1^i - c), \\ \dot{x}_2^i &= -\omega_2 y_2^i - z_2^i + \varepsilon_2 (x_1^i - x_2^i), \\ \dot{y}_2^i &= \omega_2 x_2^i + a y_2^i, \\ \dot{z}_2^i &= b + z_2^i (x_2^i - c), \end{aligned} \tag{1}$$

где  $i = 1, 2, \dots, N$  – индекс пары систем,  $a = 0.15$ ,  $b = 0.2$ ,  $c = 10.0$ ,  $\omega_1 = 0.93$ ,  $\omega_2 = 0.95$ . Параметр связи  $\varepsilon_1 = 0$ ,  $\varepsilon_2 = \varepsilon$  в случае однонаправленной связи, и  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ , в случае взаимной. Параметры были выбраны таким образом, чтобы после переходного процесса при любых начальных условиях всегда наблюдался режим перемежающейся обобщенной синхронизации.

Данная система решалась численно при помощи метода Рунге-Кутты 4 порядка с шагом интегрирования 0.001. Во избежание «ловушки численного счета» в управляющий параметр  $\omega_2$  ведомых систем добавлялась слабая расстройка (порядка  $1E-8$ ) с равномерной плотностью распределения вероятности.

Существуют различные методы доступные для анализа мультистабильности. Наиболее часто применяется метод вспомогательной системы [8] в связи с его простотой реализации и высокой точностью в случае однонаправленной связи. К сожалению, данный подход оказывается неприменим в случае взаимной связи [9]. В связи с этим, в данной работе для анализа использовался метод расчета локальных ляпуновских показателей [10, 11]. Ранее этот подход уже использовался нами для исследования характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации в двух однонаправленно и взаимно связанных системах [12].

В качестве меры мультистабильности рассматривалась вероятность детектирования асинхронного (в смысле режима обобщенной синхронизации) участка временной динамики по формуле:

$$P_a \approx 1 - \sum_{i=1}^M \frac{n(\Lambda_2^i)}{M(M-1)}, \quad (2)$$

где  $M \gg 1$  – число осцилляторов, участвующих в рассмотрении,  $\Lambda_2^i$  – второй по старшинству ляпуновский показатель,  $n(\Lambda_2^i)$  – количество систем, находящихся в синхронизме с  $i$ -м осциллятором. В данном случае, под синхронизмом подразумевается выполнение условия  $\Lambda_2^i < \Delta$ , где  $\Delta = 0.008$  – наперед заданная положительная константа [6].

Следует также отметить, что при использовании метода расчета локальных ляпуновских показателей все системы в один и тот же момент времени демонстрируют либо синхронную, либо асинхронную динамику. Вследствие этого, увеличение числа рассматриваемых систем не приводит к более точному результату. Однако, все же желательно рассматривать достаточно большое количество пар, т.к. в таком случае исключается ошибка, если системы рассматриваются при различных начальных условиях.

Сначала была определена зависимость спектра ляпуновских показателей от параметра связи (см. Рис. 1).

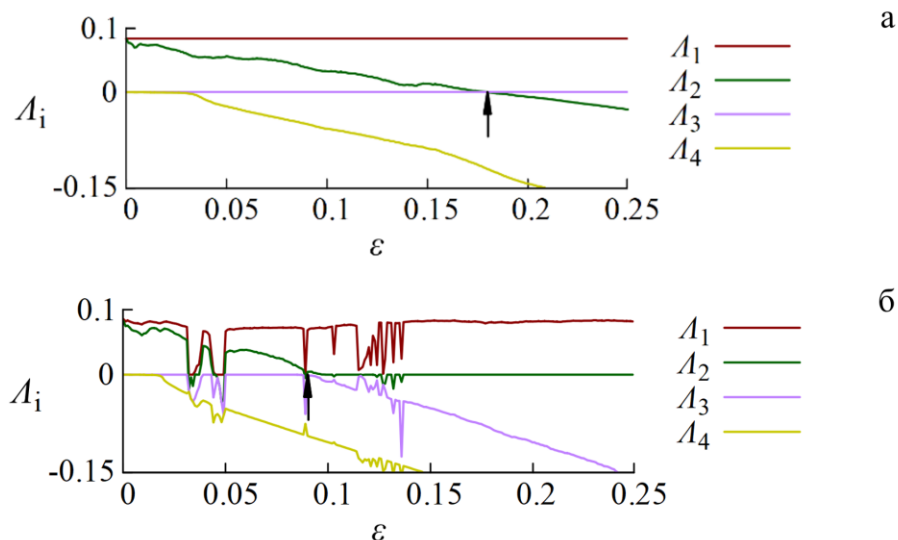


Рис. 1. Зависимость четырех старших ляпуновских показателей от параметра связи  $\varepsilon$  в случае однонаправленной (а) и взаимной (б) связи. Стрелки указывают на критические значения параметра связи, соответствующие установлению режима обобщенной синхронизации ( $\varepsilon_c \approx 0.18$  и  $\varepsilon_c \approx 0.09$  в случае однонаправленной и взаимной связи, соответственно).

Видно, что при определенном критическом значении параметра связи второй по старшинству ляпуновский показатель обращается в ноль. Данный момент и является

возникновением обобщенной синхронизации. Стоит также отметить, что в случае взаимной связи наблюдается множество окон периодичности (при  $\varepsilon \in [0,03; 0,036]$ ,  $\varepsilon \in [0,044; 0,048]$  и т.д.), характеризующиеся нулевым значением старшего показателя Ляпунова.

В ходе работы была получена численная оценка зависимости вероятности наблюдения асинхронного поведения от параметра связи, усредненная по 1000 рассматриваемых пар связанных систем (см. Рис. 2).

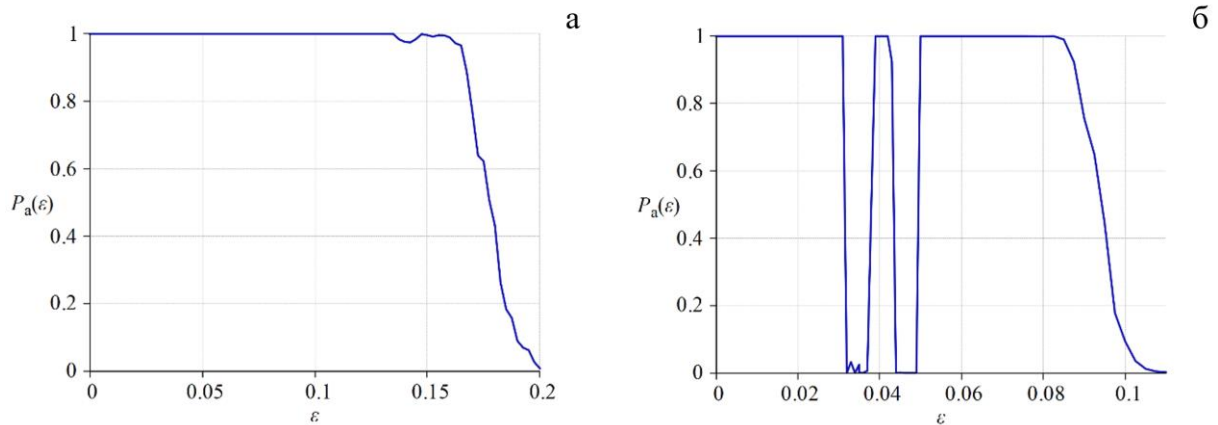


Рис. 2. Зависимость усредненной по времени вероятности наблюдения асинхронного поведения  $P_a$  от параметра связи  $\varepsilon$  в случае однонаправленной (а) и взаимной (б) связи.

Из рисунка следует, что режим мультистабильности возникает не только при однонаправленной, но и при взаимной связи (при  $\varepsilon \approx 0,2$  и  $\varepsilon \approx 0,11$ , соответственно). Также стоит отметить, что на втором графике имеются области периодичности в тех же диапазонах, что и на зависимости спектра ляпуновских показателей от параметра связи.

Таким образом, в ходе данной работы было установлено, что явление мультистабильности может возникать не только в случае однонаправленной связи, но и в случае взаимной. Наблюдается хорошее соответствие полученных результатов с результатами других работ и теоретическими зависимостями [6, 10].

Данный метод можно использовать для анализа мультистабильности при перемежающейся обобщенной синхронизации.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00037).

## ЛИТЕРАТУРА

1. S. Boccaletti et al. // Physics Report. 2002. V. 366, Issue 1-2. P. 1.
2. N. F. Rulkov et al. // Phys. Rev. E. 1995. V. 51 No. 2. P. 980.
3. A.A. Koronovskii et al. // Phys. Rev. E. 2011. V. 84, № 3. P. 037201
4. A. E. Hramov et al. // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. P. 026208.
5. O. I. Moskalenko et al. // Phys. Lett. A. 374. 2010. P. 2925.
6. A. A. Koronovskii et al. // Phys. Rev. E. 2020. V. 102. P. 012205.
7. O. E. Rossler // Phys. Lett. A. 1976. V. 57. P. 397.
8. H. D. I. Abarbanel et al. // Phys. Rev. E. 1996. V. 53, N. 5. P. 4528.
9. O.I. Moskalenko et al. Phys. Rev. E. 2013. V. 87. P. 064901.
10. H. D. I. Abarbanel et al. // Journal of Nonlinear Science. 1991. Vol. 1. P. 175.
11. A. E. Hramov et al. // Phys. Rev. E. 2008. V. 78. P. 036212.
12. A. A. Koronovskii et al. // CHAOS. 2020. V. 30. P. 083133.

## Влияние шума на характеристики тока, протекающего в полупроводниковой сверхрешетке

А.О. Сельский, О.И. Москаленко, А.А. Короновский

<sup>1</sup> Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского  
selskii@yandex.ru

Полупроводниковые сверхрешетки — сложные наноструктуры, состоящие из нескольких чередующихся тонких ( $\sim 10$  нм) слоев различных полупроводниковых материалов, которые возможно использовать для генерации и управления высокочастотными колебаниями [1, 2]. В последнее время большой интерес представляет исследование подобных наноструктур с позиций нелинейной динамики [3, 4]. Ранее было показано, что большое влияние на электронную динамику в сверхрешетках оказывают наклонное магнитное поле [3, 4], температура [5], межминизонное туннелирование [6] и изменение вдоль решетки концентрации легирующей примеси [7]. В настоящей работе рассмотрено, как изменяются характеристики тока при добавлении шума. Данный вопрос исследовался в ряде работ [8, 9], однако, в них основное внимание уделяется динамике электронных доменов, тогда как в настоящей работе проведено исследование амплитуды колебаний тока и порогового значения напряжения, при котором начинается генерация колебаний.

Ток, протекающий через полупроводниковую решетку, рассчитывается из решения следующей системы уравнений [2], шум введен в соответствии с [8, 9]:

$$e\Delta x \frac{dn_m}{dt} = J_{m-1} + D \xi_{m-1} - J_m - D \xi_m, \quad m = 1 \dots N,$$

$$F_{m+1} = \frac{e\Delta x}{\epsilon_0 \epsilon_r} (n_m - n_D) + F_m, \quad m = 1 \dots N, \quad (1)$$

$$J_m = en_m v_d(\overline{F_m}),$$

где  $n_m$  — концентрация электронов в слое,  $J_m$  — плотность тока в слое,  $F_m$  — напряженность электрического тока в слое,  $n_D$  — концентрация легирующей примеси,  $\Delta x$  — ширина слоя,  $v_d$  — дрейфовая скорость электронов при данной напряженности поля,  $D$  — интенсивность шума,  $\xi_{m-1}$  и  $\xi_m$  — случайные величины с распределением гаусса на интервале  $[0;1]$ . Такое введение позволяет учитывать влияние различных шумов (и комбинаций шумов различной природы), не учитывая их физическую природу (может быть несколько составляющих шума).

Дрейфовая скорость в отсутствии магнитного поля находится по формуле Эсаки-Тсу [1]:

$$v_d = \frac{d\Delta}{2\hbar} \frac{\tau \omega_B}{(1 + \tau^2 \omega_B^2)}, \quad \omega_B = eFd/\hbar. \quad (2)$$

В случае если помимо электрического поля к системе приложено наклонное магнитное поле, формула будет некорректной. В этом случае необходимо рассчитать зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля численно [5]. В настоящей работе использовались параметры магнитного поля: индукция магнитного поля  $B=15$  Тл, угол наклона  $\theta=40^\circ$ .

На рисунке 1 приведены вольт-амперные характеристики для случаев с магнитным полем и без для различных значений интенсивности шума. Так как после некоторого значения напряжения (порога генерации) начинается генерация колебаний тока, ВАХ строилась по среднему значению тока за несколько периодов колебаний.

Начало генерации можно отметить по наличию падающего участка. Можно видеть, что небольшие значения шума мало влияют на ток. В случае без магнитного поля порог генерации не зависит от шума, в случае с полем зависит. В случае с магнитным полем требуется большая интенсивность шума для того чтобы был заметен эффект на ВАХ.

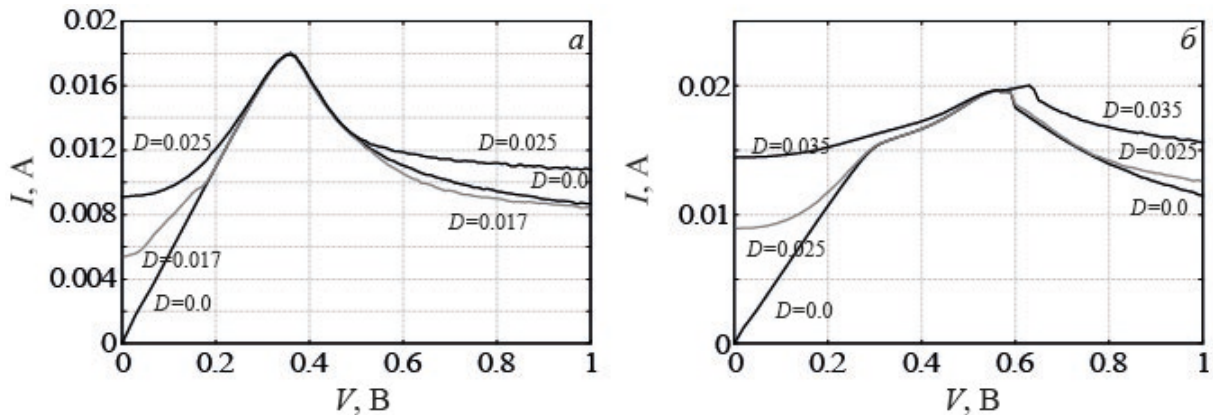


Рис. 1. Зависимость среднего тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, от напряжения, приложенного к ней для разных значений интенсивности шума. *a* – случай без магнитного поля, *б* – случай с магнитным полем.

На рисунке 2 показаны реализации тока при различных шумах и конфигурациях магнитного поля. Видно, что общая динамика в присутствии шума мало меняется.

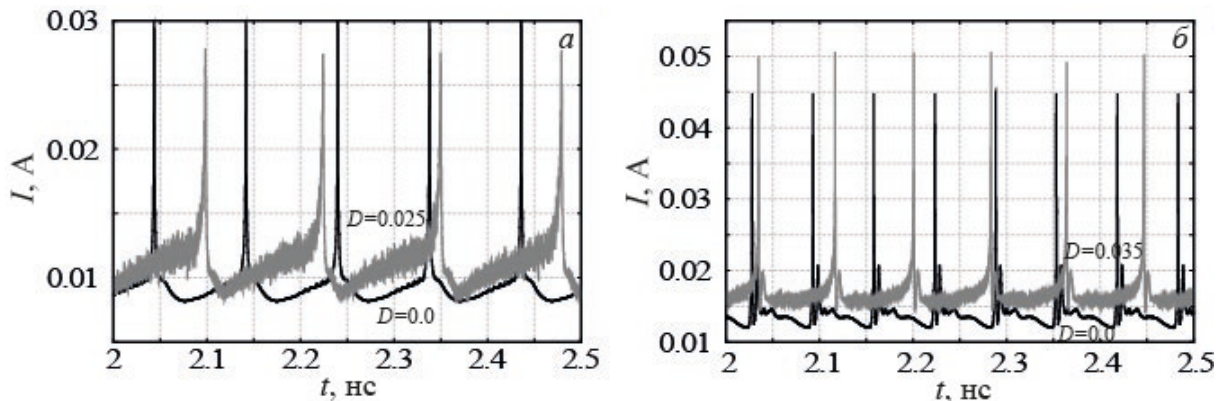


Рис. 2. Реализация тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, для разных значений интенсивности шума. *a* – случай без магнитного поля, *б* – случай с магнитным полем.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проект СП-497.2021.5).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Esaki L., Tsu R. // IBMJ. Res. Develop. 1970. V. 14. P. 61.
2. Wacker A. // Phys. Rep. 2002. V. 357. P. 1.
3. Greenaway M. T., et. al. // Phys. Rev B. 2009. V. 80. P. 205318.
4. Alexeeva N., et. al. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. P. 024102.
5. Selskii A. O., et. al. // Phys. Rev B. 2011. V. 84. P. 235311.
6. Сельский А. О., и др. // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 4. С. 62.
7. Сельский А. О., и др. // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. № 20. С. 3.
8. Stegemann G., Balanov A. G., Scholl E. // Phys. Rev. E. 2005. 71. 016221.
9. Hizanidis J., et. al. // Phys. Rev. Lett. 2006. 96. 244104.

## Исследование влияния импульсных электромагнитных помех на устойчивость формы меандра генераторов тактовой частоты

П.С. Глазунов<sup>1</sup>, Е.А. Воробьева<sup>1</sup>, В.А. Вдовин<sup>2</sup>, А.И. Слепков<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Кафедра общей физики Физического факультета МГУ

<sup>2</sup>ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН

[ps.glazunov@physics.msu.ru](mailto:ps.glazunov@physics.msu.ru)

Нарушение работы электронных устройств, находящихся под воздействием внешних электромагнитных полей, является важной проблемой. Сбои в работе компьютеров и систем автоматизации могут иметь катастрофические последствия в таких отраслях, как энергетика, космическая промышленность, информационная безопасность. Многие современные статьи [1-5] посвящены практическим рекомендациям по обеспечению мер безопасности при работе в сложной электромагнитной обстановке. Однако в большинстве работ описание процессов, приводящих к нарушению функционирования цифровых устройств, рассматривается только на качественном уровне. В связи с этим актуальны теоретические работы, позволяющие выполнять количественные оценки влияния внешних электромагнитных полей на устойчивость функционирования электронной аппаратуры, а также проводить анализ причин её отказа. В качестве типового цифрового устройства мы рассматриваем генератор тактовой частоты, поскольку он является неотъемлемой составляющей всех современных цифровых приборов.

Механизмы воздействия мощных электромагнитных импульсов на радиоэлектронную аппаратуру, согласно [2], условно можно разделить на три группы. К первой группе относятся тепловые воздействия. Ко второй – процессы, обусловленные электрическими разрядами и пробоями. К третьей – сбои и помехи, наведенные электромагнитными импульсами, не приводящие к необратимым повреждениям. В данной работе мы исследуем воздействия третьей группы.

Для описания генератора тактовой частоты было выбрано две модели. Первая модель – осциллятор Ван-дер-Поля с внешней силой [6,7]:

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x = f(t) \quad (1)$$

Уравнение (1) записано в канонической форме. Здесь  $t$  – безразмерное время,  $x = x(t)$  – безразмерное напряжение,  $f(t)$  – функция, описывающая внешнее воздействие, а  $\mu > 0$  – параметр нелинейности, значение которого определяет глубину обратной связи в системе (мы брали всюду  $\mu = 20$ , что соответствует сильной нелинейности). Производная  $d/dt$  обозначается точкой.

Вторая модель – кольцевой генератор, выполненный на основе трех последовательно включенных логических инверторов (рис.1). Каждый логический инвертор моделируется при помощи схемы на основе полевых транзисторов, изображенной на рис. 1. Для описания статических характеристик каждого из транзисторов использовалась ВАХ Шихмана-Ходжеса. Моделирование динамических характеристик транзисторов осуществлялось при помощи учета подзатворных емкостей  $C_{1,2,3}$ . Система дифференциальных уравнений для разностей потенциалов  $U_{1,2,3}$  на емкостях  $n$ -канальных транзисторов выглядит следующим образом:

$$\begin{cases} \dot{U}_1(t)C_1 = I_{ds_3}^n(U_3, U_1 - \xi_3(t)) + I_{ds_3}^p(\xi_0 - U_3, U_1 - E_0 - \xi_3(t)), \\ \dot{U}_2(t)C_2 = I_{ds_1}^n(U_1, U_2 - \xi_1(t)) + I_{ds_1}^p(\xi_0 - U_1, U_2 - \xi_0 - \xi_1(t)), \\ \dot{U}_3(t)C_3 = I_{ds_2}^n(U_2, U_3 - \xi_2(t)) + I_{ds_2}^p(\xi_0 - U_2, U_3 - \xi_0 - \xi_2(t)) \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $I_{ds_i}^n, I_{ds_i}^p$  – ток сток-исток  $n$  и  $p$  канальных транзисторов  $i$ -го инвертора соответственно. Внешнее воздействие при этом задается при помощи трех последовательно включённых в контур импульсных источников ЭДС:  $\xi_1(t), \xi_2(t), \xi_3(t)$ .

В работе [8], при помощи численного решения уравнения (1), мы показали, что в случае импульсных помех их влияние на генератор приводит к фазовому сдвигу меандра. Аналогичная ситуация наблюдается и при численном решении системы (2). Фазовый сдвиг происходит за конечный промежуток времени, в течение которого возмущенное импульсным воздействием решение возвращается к предельному циклу.

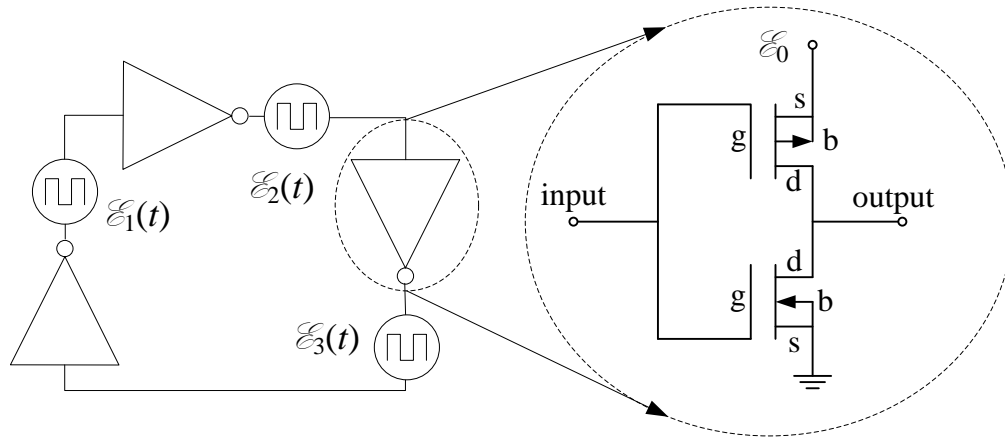


Рис. 1. Схема кольцевого генератора, состоящего из логических инверторов, каждый из которых выполнен на базе MOSFET транзисторов.

В работе [9], мы подтвердили результаты численного моделирования при помощи применения аналитического подхода к модели осциллятора Ван-дер-Поля. Предлагаемый аналитический подход, основанный на законе сохранения импульса, который приближенно справедлив для (1), детально изложен в нашей работе [9]. Для величины фазового сдвига оказывается справедливой формула:

$$\tau = \left( -x_0 \pm \sqrt{x_0^2 - 2\dot{x}_0 S} \right) / \dot{x}_0, \quad (3)$$

где  $S$  – площадь области под графиком функции  $f(t)$ ,  $x_0, \dot{x}_0$  – невозмущенное помехой решение уравнения (1) и его производная в момент времени начала воздействия помехи. При  $x_0 > 0$ , следует выбрать знак плюс, а в противном случае – знак минус. Очевидно, что приведенная формула работает только при  $S \ll x_0^2 / 2\dot{x}_0$ , так как подкоренное выражение в (3) отрицательно при  $S > x_0^2 / 2\dot{x}_0$ .

В данной работе мы представляем усовершенствованный аналитический подход, позволяющий получить выражение фазового сдвига для случая модели кольцевого генератора (2). Приближенная формула для величины фазового сдвига имеет гораздо более сложный вид, поэтому здесь она не приведена.

На рис. 2 изображен график зависимости величины фазового сдвига  $\tau$  от момента времени начала воздействия импульсной помехи  $t_0$  для кольцевого генератора. Сплошная кривая соответствует результатам численного эксперимента, штрихпунктирная кривая – аналитической формуле, пунктирная кривая соответствует невозмущенному импульсной помехой меандру колебаний кольцевого генератора. При моделировании бралась помеха прямоугольной формы, продолжительность которой составляла  $3/100$  периода колебаний генератора. При этом амплитуда помехи составляла  $1/150$  амплитуды колебаний невозмущенного меандра. Из рис.2 видно достаточно хорошее соответствие между результатами численного эксперимента и аналитической формулой.

В результате можно сделать следующие выводы. Используя предложенный

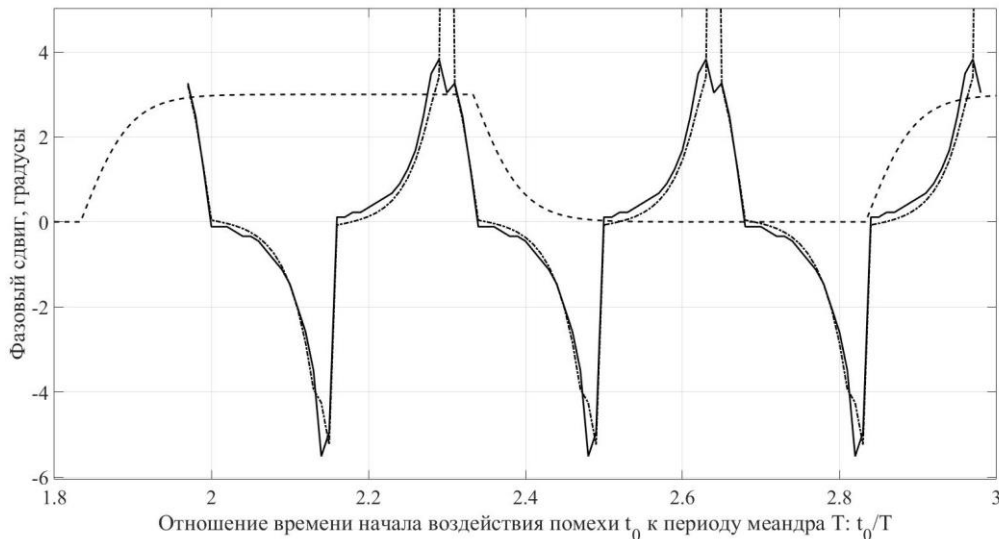


Рис. 2. График зависимости фазового сдвига от момента времени начала воздействия импульсной помехи. Сплошная кривая соответствует результатам численного эксперимента, штрихпунктирная кривая – аналитической формуле, пунктирная кривая соответствует невозмущенному импульсной помехой меандру колебаний кольцевого генератора.

аналитический подход, для обеих моделей можно выделить класс помех, эффект воздействия которых сводится к фазовому сдвигу меандра колебаний. Для генератора Ван-дер-Поля такая помеха должна удовлетворять условию  $S \ll x_0^2/2\dot{x}_0$ , кроме того продолжительность помехи должна быть много меньше периода колебаний осциллятора. Аналитический подход, использованный для кольцевого генератора, также имеет область применимости. Однако для ее нахождения необходим более глубокий анализ применяемого метода.

Работа выполнена в рамках государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Parfenov, et al. // J Electron Test. 2020. V. 36. P.671–676. doi:10.1007/s10836-020-05908-y
2. O. Trabelsi, et al. // 2019 EMC EUROPE. doi: 10.1109/emceurope.2019.8871909
3. Yu. Sakharov, et al. // 2018 EMC EUROPE. doi:10.1109/emceurope.2018.8484992
4. Wu J. et al. // IEEE Transactions on Power Electronics. 2020. V. 36. No. 2. P. 2432 doi:10.1109/tpel.2020.3013984
5. Russer J. A., Haider M., Russer P. //IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. 2018.V. 66. No. 12. P. 5415. doi:10.1109/tmtt.2018.2874985
6. Vdovin V.A., Kulagin V.V., Cherepenin V.A. // Electromagnetic Waves and Electronic Systems. 2003. V.8. No.1., P. 64.
7. Ziglin S.L., Repetskaya L.V., Cherepenin V.A. // Electromagnetic Waves and Electronic Systems. 2008. V. 13, No. 6. P.16.
8. Glazunov P.S, et al. // Journal of Radio Electronics. 2019. No. 11. doi: 10.30898/1684-1719.2019.1
9. Glazunov P. et al. //2020 7th All-Russian Microwave Conference (RMC). IEEE. 2020. P. 273-275. doi: 10.1109/RMC50626.2020.9312353

## Рекуррентный анализ потенциала P300 на одиночных временных рядах ЭЭГ

Е.Н. Пицик

АНО ВО «Университет Иннополис», лаборатория нейронауки и когнитивных технологий  
[e.pitsik@innopolis.ru](mailto:e.pitsik@innopolis.ru)

Рекуррентный анализ (recurrence quantification analysis, RQA) является мощным инструментом изучения поведенческих особенностей динамических систем. Разработанный для анализа временных рядов, RQA зарекомендовал себя как эффективный инструмент в исследованиях климата [1], в естественных науках [2] и в медицине [3]. В последнее время отмечается растущая тенденция использования RQA для анализа сложности биологических сигналов. В частности, известно, что выявляемые с помощью RQA переходы между различными динамическими режимами в биологических сигналах свидетельствуют о присутствии как нормальных реакций на внешние стимулы, так и патологических состояний. Так, RQA был успешно применён для детектирования изменчивости сердечного ритма [4], аритмии [5] и тахикардии [6] с использованием сигнала ЭКГ.

Помимо этого, RQA успешно применяется для анализа сигналов нейрофизиологической природы. К примеру, анализ сложности сигнала ЭЭГ позволяет выявлять паттерны, соответствующие различным фазам сна [7], определять глубину анестезии [8], детектировать эпилептическую активность [9] и функциональные характеристики активности мозга при нейрофизиологических болезнях [10]. Также, меры сложности RQA позволили определить начало движения рукой и отделить два типа движения на основе известного свойства контралатеральности двигательной активности [11].

В рамках данной работы, RQA был применён для детектирования потенциала P300, возникающего на ЭЭГ после звукового стимула, на одиночных временных рядах ЭЭГ. Потенциал P300 возникает как реакция испытуемого на стимул и выражается в положительном отклонении напряжения ЭЭГ-сигнала, возникающем в примерно через 300 мс после предъявления стимула [12]. Потенциал P300 является одним из самых широко используемых маркеров для интерфейсов мозг-компьютер [13]. Также существует множество свидетельств тому, что свойства потенциала P300 варьируются в зависимости от факторов возраста [14,15], нейрофизиологических особенностей [16] и нейродегенеративных заболеваний [17].

Как правило, детектирование P300 происходит на усредненных временных рядах ЭЭГ, однако подобная оценка не всегда эффективна из-за значительного разброса потенциала по времени как на уровне группы испытуемых, так и на уровне одного испытуемого [18,19]. Кроме того, для применения P300 в интерфейсах мозг-компьютер актуальной является задача разработки новых методов и подходов к анализу ЭЭГ, достаточно чувствительных для выявления эффектов на одиночных триалах.

В данной работе для детектирования P300 на одиночных временных рядах предлагается использовать оценку сложности сигналов ЭЭГ с помощью мер RQA. Меры RQA являются количественной оценкой различных структур на рекуррентных диаграммах, которая, в свою очередь является визуализацией фундаментального свойства динамических систем повторять свои состояния в течение времени.

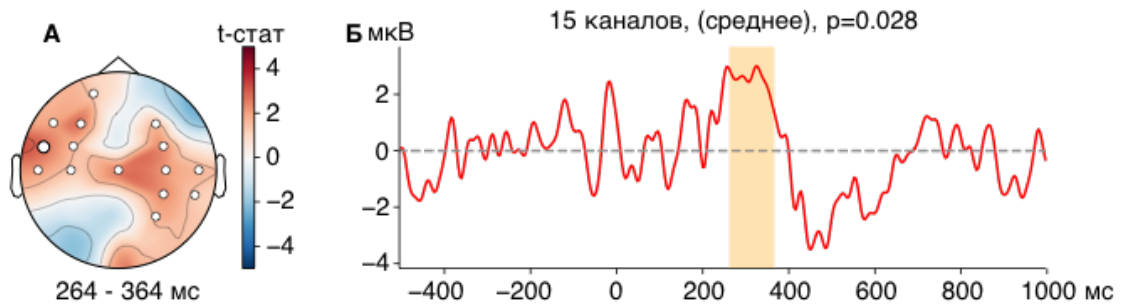


Рис. 1. Результаты пространственно-временного кластерного статистического теста на основе случайных перестановок. А - t-статистика, усреднённая по временному интервалу, соответствующему значимому кластеру. Белыми точками выделены сенсоры ЭЭГ, вошедшие в данный кластер. Большой белой точкой отмечен сенсор Т7 с наиболее высоким значением t-статистики, который был выбран для дальнейшего анализа. Б - временной ряд ЭЭГ, усреднённый по каналам, входящие в значимый кластер. Оранжевой полосой выделен временной интервал, соответствующим наиболее значимому всплеску активности.

Рекуррентность оценивается по фазовой траектории временного ряда и рассчитывается согласно формуле:

$$R_{i,j} = \Theta(\epsilon - ||x_i - x_j||), i, j = 1 \dots N \quad (1)$$

где  $N$  - количество состояний  $x_i$ ,  $\epsilon$  - рекуррентный порог, обозначающий размер области, входящие в которую состояния считаются рекуррентными,  $|| \cdot ||$  - норма и  $\Theta$  - функция Хевисайда [20].

Выбор значения  $\epsilon$  является одним из наиболее важных аспектов рекуррентного анализа, поскольку размер области для поиска рекуррентных состояний определяет вид рекуррентной диаграммы и, соответственно, результаты её количественного анализа. В данном исследовании был использован подход, предложенный в работе [21], согласно которому значение  $\epsilon$  было выбрано как 3-й перцентиль распределения матрицы расстояний.

Структуры рекуррентной диаграммы, такие как «чёрные» диагональные и вертикальные линии или «белые» вертикальные линии, количественно оцениваются мерами детерминизма (DET), ламинарности (LAM) и энтропии рекуррентного времени (RTE), соответственно. В представленной работе эти меры были использованы для анализа временных рядов ЭЭГ, соответствующих потенциалу P300.

Анализ был произведён с использованием данных ЭЭГ одного из испытуемых, участвовавших в экспериментах по тренировке сенсомоторной интеграции. Сигналы ЭЭГ были записаны во время предъявления испытуемому коротких аудиосигналов (250 мс). Итоговые 20 триалов длиной 1.5 секунды (500 мс до сигнала и 1000 мс после) были отфильтрованы в диапазоне 1-40 Гц, глазодвигательные и кардио-артефакты были удалены с помощью анализа независимых компонент. На рис. 1 представлен результат пространственно-временного кластерного теста полученного набора данных ( $t_{critical} = 2.528$ ,  $p_{pairwise} = 0.01$ ). Из рис. 1А видно, что область значимых изменений сосредоточена в районе левой моторной области с переходом в правую височную долю. При этом кластерный тест выделил значимый временной интервал 264-364 мс, что соответствует локализации P300 (см. рис 1Б).

На следующем этапе был проведён анализ отдельных временных рядов с помощью мер RQA. Для каждого триала были посчитаны меры RTE, DET и LAM для канала Т7, входящего в значимый кластер и имеющего наиболее высокое значение статистики. Несмотря на то, что меры DET и LAM имели тенденции к наличию

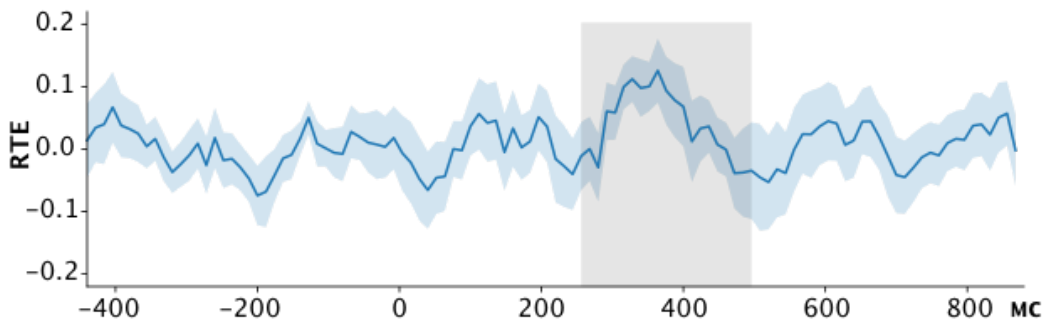


Рис. 2. Усреднённая мера RTE ( $\pm$  SE), посчитанная по ЭЭГ-сигналу, записанному сенсором T7. Серым выделен интервал времени 250-500 мс, в котором ожидался всплеск P300.

эффекта в определённом интервале времени, статистически значимые отличия от ЭЭГ состояния покоя были обнаружены в значениях меры RTE (рис. 2). Видно, что рост значения меры RTE локализован в интервале времени, соответствующем общепринятым представлениям о свойствах потенциала P300. Кроме того, представленный временной ряд был усреднён по триалам, что позволяет судить о воспроизводимости данного эффекта на уровне одного испытуемого и свидетельствует о том, что меры сложности RQA обладают достаточной чувствительностью для анализа потенциалов ЭЭГ на отдельных временных рядах.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A. Bai., S. Hira, S. Deshpande Parag // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. 2017.
2. P. Curtin et al. // *PLoS ONE*. 2017. V. 12 No. 11. P. e0187049p.
3. M. A. Aceves-Fernandez et al. // *Computational and Mathematical Methods in Medicine*. 2019. No. 6408941p.
4. M. K. Moridani et al. // *Biocybernetics and Biomedical Engineering*. 2015. V. 35. No. 4. P. 217-226.
5. W. El-Atabany et al. // *2nd Cairo Int. Biomed. Eng. Conf.* 2014
6. U. Desai et al. // *Journal of Mechanics in Medicine and Biology*. 2016. V. 16. No. 01. P. 1640005.
7. R.K. Tripathy, U.R. Acharya // *Biocybernetics and Biomedical Engineering*. 2018. V. 38. No. 4. P. 890-902.
8. K. Becker et al. // *PloS one*. 2010. V. 5. No. 1. P. e8876.
9. U.R. Acharya et al. // *International journal of neural systems*. 2010. V. 21. No. 03. P. 199-211.
10. R.C. Budzinski et al. // *Physical Review E*. 2019. V. 99. P. 022402p.
11. E. Pitsik et al. // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2019. V. 30. N. 2. P. 023111.
12. T.W. Picton // *Journal of clinical neurophysiology*. 1992. V. 9. No. 4. P. 456-479.
13. J. Jin et al. // *PloS one*. 2012. V. 7. No. 11. P. e49688.
14. V. Pergher et al. // *Frontiers in aging neuroscience*. 2019. V. 11. P. 104.

15. S.M. Kamp // *Psychophysiology*. 2020. V. 57. No. 7. P. e13593.
16. T. Cui et al. // *European child & adolescent psychiatry*. 2017. V. 26. No. 2. P. 177-190.
17. D. Hünenli et al. // *Clinical Neurophysiology*. 2019. V. 130. N. 8. P. 1208-1217.
18. M. Yano et al. // *International Journal of Psychophysiology*. 2019. V. 140. P. 33-40.
19. G. Ouyang et al. // *Neuroscience & Biobehavioral Reviews*. 2017. V. 75. P. 1-21.
20. N. Marwan et al. // *Physics reports*. 2007. V. 438. No. 5-6. P. 237-329.
21. K.H. Kraemer et al. // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. 2018. V. 28. No. 8. P. 085720.

## Синхронизация в конкурирующих сетях нейронов Ходжкина-Хаксли

А.В. Андреев<sup>1,2</sup>, В.А. Максименко<sup>1,2</sup>, В.В. Грубов<sup>1,2,3</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Университет Иннополис, Иннополис

<sup>2</sup>Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград

<sup>3</sup>Саратовский государственный медицинский университет, Саратов

[andreevandre1993@gmail.com](mailto:andreevandre1993@gmail.com)

Применение теории сложных сетей к нейробиологии очень многообещающе для анализа структурных и функциональных связей нейронов мозга. Коллективная нейронная активность играет важную роль в функционировании мозга [1]. Согласно исследованиям функциональной магнитно-резонансной томографии (фМРТ), сетевая активность всего мозга генерируется посредством взаимодействия нескольких функциональных подсетей во время состояния покоя или выполнения задачи [2]. Коллективные процессы, возникающие в результате функционального взаимодействия между удаленными популяциями корковых нейронов, поддерживают когнитивные способности при выполнении сложных задач. Современное понимание нейронной коммуникации подчеркивает жизненно важную роль фазовой когерентности в функциональном взаимодействии между удаленными нейронными ансамблями.

В настоящей работе была разработана модель «сети сетей», состоящей из 1 маленькой входной нейронной сети и 4 больших нейронных сетей. В качестве модели нейрона по результатам прошлого года была выбрана модель нейрона Ходжкина-Хаксли, описываемая следующими уравнениями [3]:

$$C_m \frac{dV}{dt} = -g_{Na} m^3 h (V - V_{Na}) - g_K n^4 (V - V_K) - g_L (V - V_L) + I^{ex} + I^{syn} \quad (1)$$

где  $C_m = 1 \text{ мкФ/см}^3$  – мембранная емкость на единицу площади,  $I^{ex}$  – внешний ток,  $V$  – мембранный потенциал нейрона в мВ,  $g_{Na} = 120 \text{ мС/см}^2$ ,  $g_K = 136 \text{ мС/см}^2$  and  $g_L = 0.3 \text{ мС/см}^2$  обозначают максимальную натриевую, калиевую и утечную проводимость, когда все ионные каналы открыты.  $V_{Na} = 50 \text{ мВ}$ ,  $V_K = -77 \text{ мВ}$  и  $V_L = -54.4 \text{ мВ}$  – обратные потенциалы для каналов натрия, калия и утечки соответственно.  $m$  и  $h$  – активационные и деактивационные переменные открытия каналов натрия,  $n$  – активационная переменная для каналов калия.  $n^4$  и  $m^3 h$  представляют собой средние части открытых калиевых каналов и ионов натрия в пределах мембраны патча. Динамика переменных  $x=m, n, h$  зависящая от функций  $\alpha_x(V)$  и  $\beta_x(V)$  задается как:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha_x(V)(1 - x) - \beta_x(V)x, \quad x = m, n, h \quad (2)$$

где  $I_i^{syn}$  – общий синаптический ток, получаемый  $i$ -м нейроном. Мы рассматриваем связь через химические синапсы. Синаптический ток принимает форму [4]

$$I_i^{syn} = \sum_{j \in \text{neight}(i)} g_c e^{-(t-t_0^j)/\tau_{syn}} (E_{rev} - V_i) \quad (3)$$

где альфа-функция  $\alpha(t)$  описывает временную эволюцию синаптической проводимости,  $g_c$  – максимальная проводимость синаптического канала,  $t_0^j$  – время, когда пресинаптический  $j$ -й нейрон генерирует спайк,  $\tau_{syn} = 3 \text{ мс}$ .

В разработанной модели внешний сигнал постоянной амплитуды  $A = 9 \text{ мкА/см}^2$ , соответствующий режиму непрерывной генерации спайков, подается на входную сеть, состоящую из 5 нейронов, связанных между собой со случайно выбранной силой связи в диапазоне  $0 - 0.15 \text{ мСм/см}^2$ . Каждый нейрон входной сети однонаправленно связан с каждым из  $N_1 = N_2 = N_3 = N_4 = 50$  нейронов четырех больших подсетей возбуждающими синапсами с силой связи  $g_c = 0.05 \text{ мСм/см}^2$  и вероятностью 30%. Все большие подсети

двунаправленно связаны друг с другом тормозящими связями с силой  $g_c^{ex}$  и вероятностью 30%. В соответствии с результатами, полученными в первый год, для данных сетей была выбрана топология «малый мир», сгенерированная с помощью модели Ватца и Строгаца [5] при значении параметров  $\beta = 0.3$ ,  $K = 5$ . Выбор данной топологии сети обусловлен тем, что мы хотим моделировать обработку сигналов в головном мозге как на низком, так и на высоком уровне, то есть на уровне отдельного нейрона и на уровне нейронных ансамблей. Непрерывный стимул, полученный небольшой входной сетью, преобразуется в последовательность нейронных спайков, передаваемых затем в большие сети для обработки сигнала. Нейроны внутри каждой подсети связаны друг с другом с силой связи  $g_c^{in}$ .

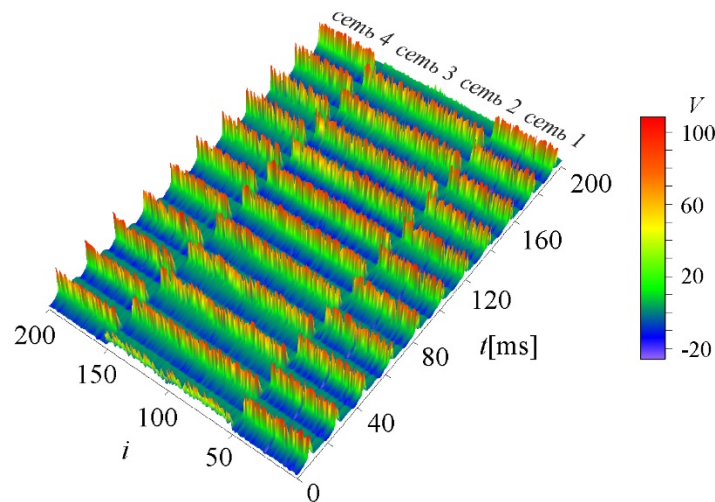


Рис. 1. Пространственно-временная диаграмма мембранного потенциала  $V$  нейронов в первой ( $i = 1, \dots, 50$ ), второй ( $i=51, \dots, 100$ ), третьей ( $i=101, \dots, 150$ ) и четвертой ( $i=151, \dots, 200$ ) подсетях при  $g_c^{ex} = 0.9$ ,  $g_c^{in} = -0.03$ .

Для разработанной «сети сетей» был проведен анализ ее динамики. Пример характерной временной реализации всего нейронного ансамбля приведен на рисунке 1. Обнаружено, что 4 подсети разделяются на 2 кластера: первая и четвертая сети генерируют спайки синхронно в одинаковые промежутки времени, во то время, как вторая и третья синхронизируются между собой, их активность наблюдается в противофазе к остальным.

Для анализа динамики были рассчитаны индексы синхронизации (SI) между всеми нейронами каждой большой подсети [6,7]:

$$S = \sqrt{\frac{1}{T-t_0} \int_{t_0}^T \xi_n dt}, \quad (4)$$

где  $t_0$  – время переходного процесса, и  $T$  – общее время,  $\xi_n$  – среднеквадратичное отклонение, определяемое как

$$\xi_n = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_n^{(i)})^2 - \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_n^{(i)} \right)^2, \quad (5)$$

где  $N$  – число элементов сети.

Полученные временные ряды были затем отфильтрованы в полосе частот 0.004-0.015 Гц для визуализации медленных изменений. В зависимости от силы связи между подсетями и силы связи между элементами внутри подсетей эти индексы могут находиться в разной степени скоррелированности между собой. Для анализа корреляции был рассчитан линейный коэффициент корреляции Пирсона  $r$  для каждой пары подсетей.

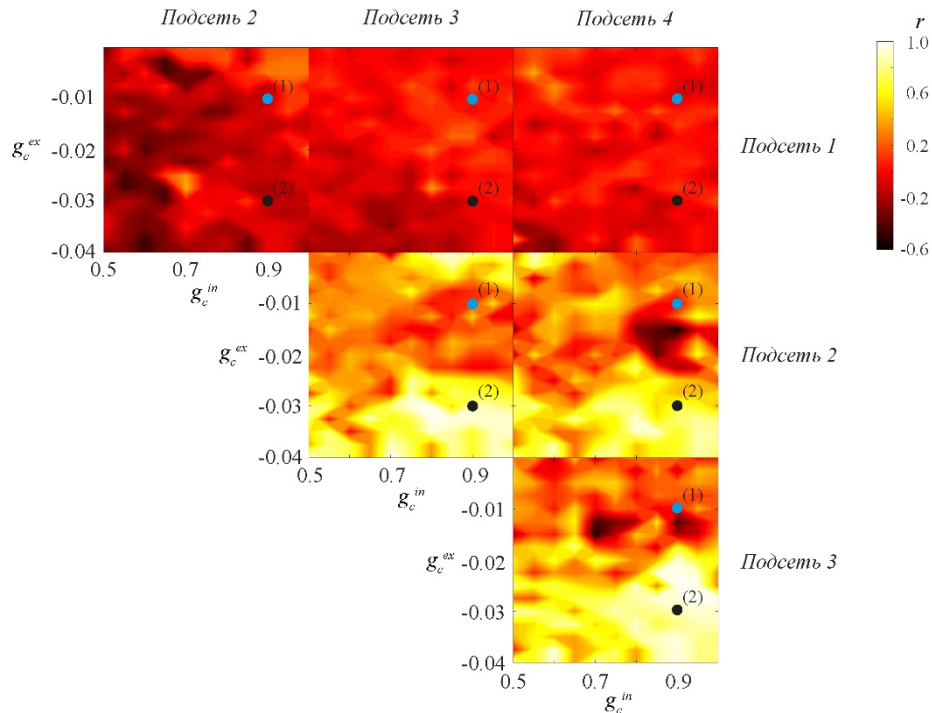


Рис. 2. Двухпараметрические зависимости корреляции  $r$  между индексами синхронизации четырех подсетей в пространстве сил связи между подсетями  $g_c^{ex}$  и между элементами внутри подсетей  $g_c^{in}$ .

Обнаружено, что первая подсеть для всего диапазона рассматриваемых значений сил связи демонстрирует практически нулевую корреляцию со всеми остальными подсетями при низких значениях межсетевой силы связи, которая уменьшается до  $r = -0.2$  с увеличением тормозящих связей (см. рисунок 2(а)). При этом три другие подсети ведут себя совершенно иначе: при слабых межсетевых связях корреляция между их индексами синхронизации близка к 0, но при увеличении этой связи корреляция возрастает вплоть до 1.0. Также следует отметить, что увеличение силы внутрисетевых связей приводит к возрастанию корреляции между всеми сетями.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (грант НШ-2594.2020.2). В.В. Грубов благодарит за поддержку Российский фонд фундаментальных исследований (грант 19-32-60033).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E. Bullmore, O. Sporns. // Nature reviews neuroscience. 2009. V. 10. No. 3. Pp. 186-198.
2. M.P. Van Den Heuvel, H.E.H. Pol // European neuropsychopharmacology. 2010. V. 20. No. 8. Pp. 519-534.
3. A.L. Hodgkin, A.F. Huxley // The Journal of physiology. 1952. V. 117. No. 4. Pp. 500-544.
4. J.A. White, J.T. Rubinstein, A.R. Kay. // Trends in neurosciences. 2000. V. 23. No. 3. Pp. 131-137.
5. D.J. Watts, S.H. Strogatz // Nature. 1998. V. 393. No. 6684. Pp. 440-442.
6. Q. Wang et al. // Physical Review E. 2009. V. 80. No. 2. P. 026206.
7. J.M. Sausedo-Solorio, A.N. Pisarchik. // The European Physical Journal Special Topics. 2017. V. 226. No. 9. Pp. 1911-1920.

## Использование солитонной модели для изучения динамики и эволюции цилиндрических ударных волн в сердце методом фонокардиографии

С.Т. Белякин

МГУ им. М.В. Ломоносова, Физический фак., каф. Общей физики, Россия, 119991, Москва, Ленинские горы 1(2)

[belyakin1962@mail.ru](mailto:belyakin1962@mail.ru)

Ударные волны в плазме аорты представляют интерес как с научной, так и с прикладной точки зрения. Ударная волна вызывает быстрое повышение давления в зоне закрытого клапана. Выделение энергии перед фронтом ударной волны влияет на его скорость и другие характеристики. В ходе эксперимента было установлено, что волновой фронт имеет в структуре две стадии. Внутри левого предсердия наблюдается вторая отраженная волна. В эксперименте вторичная волна формируется на меньших расстояниях от края клапана предсердия, в отсутствие второго фронта [1]. В данной работе представлена динамическая модель солитона. На основе этой модели предполагается исследовать состояние ударной волны и переход этой волны в другое состояние в аорте и левом предсердии. Теория и эксперимент цилиндрических ударных волн представлены в литературе [2,3].

Кроме всем нам известного электрокардиографического метода, последнее время стал набирать интерес к фонокардиографическому.

Использование фонографического метода представлено на рис.1. Метод заключается в снятии с помощью чувствительных звуковых микрофонов сигнала и выделение с помощью усилителя и фильтров основных тонов, их обычно бывает три иногда доходит и до четырех и с помощью сложных алгоритмов шумового спектра.

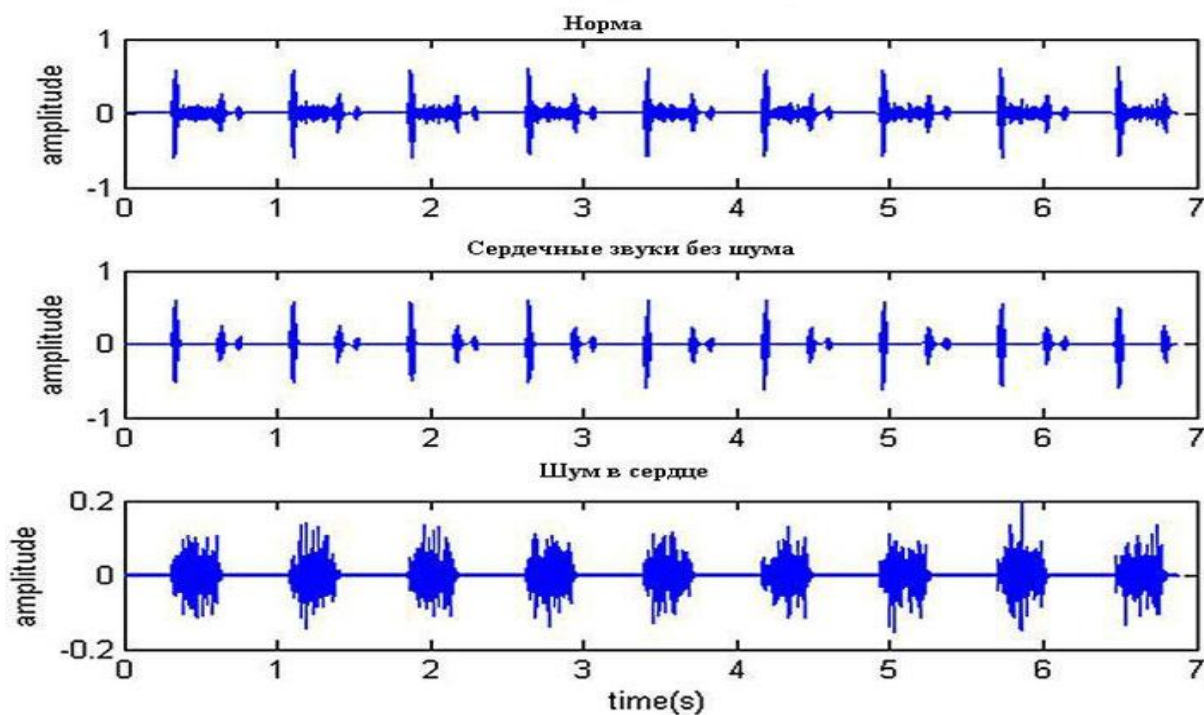


Рис. 1. Фонокардиограмма шумового сердечного цикла.

Цилиндрическая ударная волна за счет дисперсии создает шумовой спектр рис.1, т.о. для изучения данного явления воспользуемся классическим уравнением солитона.

Математическая динамическая модель солитона представлена уравнением (1) [4]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= ax(1 - a_3y - a_1x)(1 + k \sin \omega t), \\ \dot{y} &= by(1 - a_3x - a_2y)(1 + k \cos \omega t), \\ \dot{z} &= xy \operatorname{sch} x \operatorname{sch} y \sin \omega t \cos \omega t. \end{aligned} \quad (1)$$

Математическая классическая модель солитона представлена следующими условиями :  $a = 1.0$ ,  $a_1 = 0.2$ ,  $a_2 = 0.1$ ,  $a_3 = 1.0$ ,  $b = -2.0$ ,  $k = 0.045$ ,  $\omega = 64\pi$ ,

где:  $z$  – классическое уравнение солитона,  $(x,y)$  – определяют хиральность системы,  $(a,b)$  – начальные амплитуды стимуляции,  $k$  – минимальный внутренний потенциал,  $(a_1,a_2,a_3)$  – внутреннее состояние (дисперсия),  $\omega$  – угловая частота цилиндрической ударной волны.

Данные условия описывают активный релаксационный процесс, который наблюдается внутри аксона или на сердечной поверхности.

Для изучения поведения ударных волн в левом предсердии, воспользуемся уравнением (1).

Нормальное состояние систолы определяется следующими условиями рис.2:  $a = \pm 1.0$ ,  $a_1 = 0.2$ ,  $a_2 = 0.1$ ,  $a_3 = 1.0$ ,  $b = \pm 2.0$ ,  $k = 0.045$ ,  $\omega = 64\pi$ .

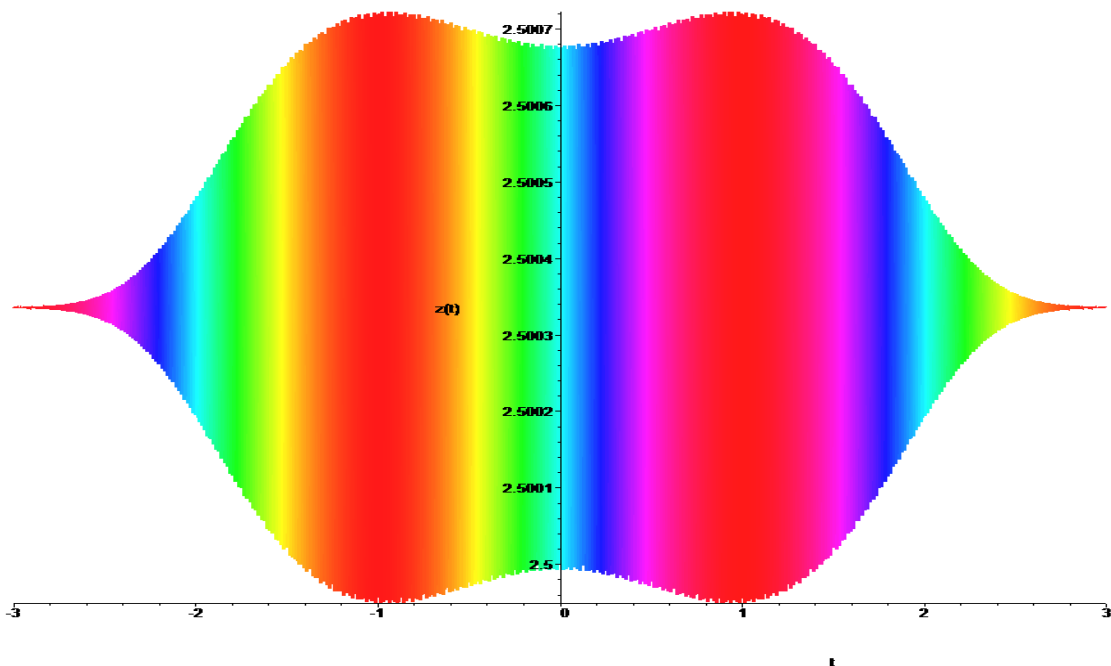


Рис. 2. Нормальное состояние систолы определяется следующими условиями:  $a = \pm 1.0$ ,  $a_1 = 0.2$ ,  $a_2 = 0.1$ ,  $a_3 = 1.0$ ,  $b = \pm 2.0$ ,  $k = 0.045$ ,  $\omega = 64\pi$ .

Нормальное состояние систолы это когда насыщенная кислородом кровь из левого желудочка возвращается в организм.

На рис.1 представлен первый активный отклик, который определяет дальнейший активный процесс в систоле и образования ударной волны в аорте.

Нормальное состояние диастолы определяется следующими условиями рис.3:  $a = -1.0$ ,  $a_1 = 0.2$ ,  $a_2 = 0.1$ ,  $a_3 = 1.0$ ,  $b = 2.0$ ,  $k = 0.045$ ,  $\omega = 64\pi$ .

Нормальное состояние диастолы это когда насыщенная кислородом кровь поступает из легких в левое предсердие.

На рис.1 представлены два следующих отклика определяют активный процесс в диастоле. Первый демонстрирует образование ударной волны в левом предсердии. Второй образование обратной цилиндрической ударной волны, иногда она отражается и дает четвертый сигнал, что иногда наблюдается во время фонокардиографии. Сам метод фонокардиографии представлен в работе [5].

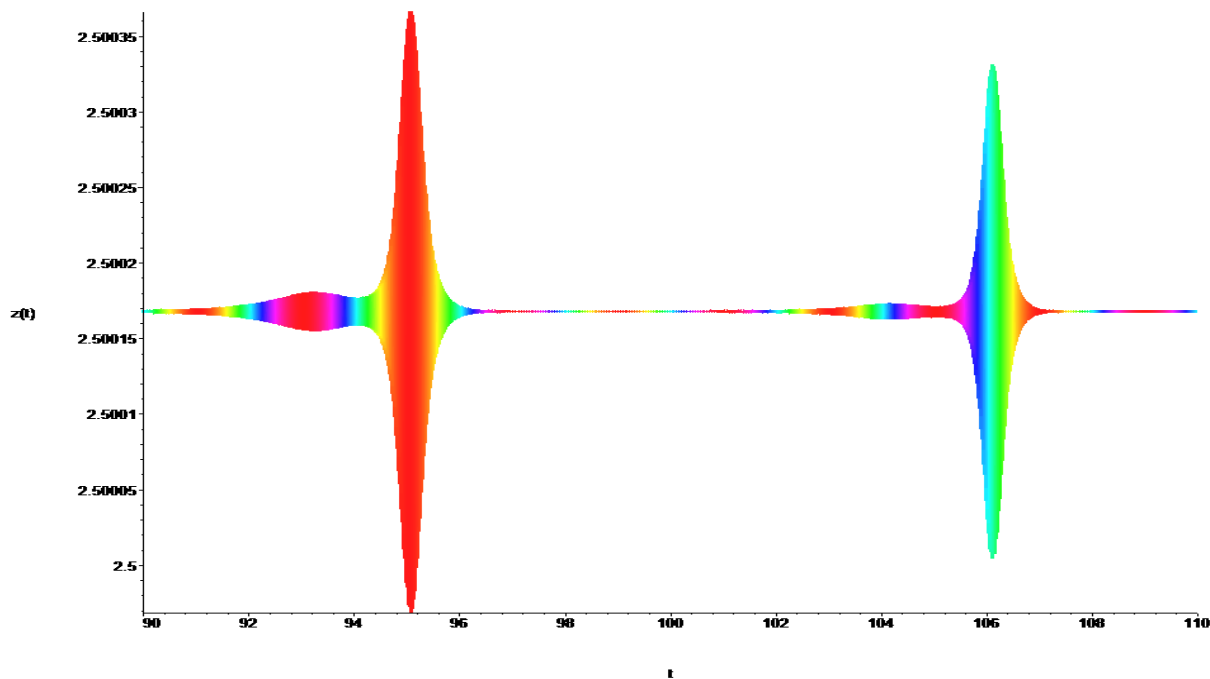


Рис. 3. Нормальное состояние диастолы определяется следующими условиями:  $a = -1.0$ ,  $a_1 = 0.2$ ,  $a_2 = 0.1$ ,  $a_3 = 1.0$ ,  $b = 2.0$ ,  $k = 0.045$ ,  $\omega = 64\pi$ .

Нормальное состояние шума определяется следующими условиями рис.4:  $a = \pm 0.09$ ,  $a_1 = 0.2$ ,  $a_2 = 0.1$ ,  $a_3 = 1.0$ ,  $b = \pm 0.09$ ,  $k = 0.045$ ,  $\omega = 64\pi$ .

Нормальное состояние шума определяется минимальным внутренним потенциалом, что связано с отсутствием внутренней амплитудной стимуляции.

На последнем нижнем рис.1 представлен спектр шума, который выделяется специальными алгоритмами и радиотехническими схемами, это сложный процесс.

Выделенный шум может многое рассказать о состоянии сердца в какой степени он отличается идеального моделированного рис.4.

Более детально и подробно, управление и подавление данного состояния, представлено в работе [6].

Из данной работы следует вывод, математическая классическая модель солитона (1) пригодна для анализа эхо -фоно -кардиографического метода.

Электрокардиограмма способна наблюдать активные процессы передачи электрических падений потенциалов на активной поверхности. В случае фибрилляции при минимальном внутреннем потенциале, кроме стохастического шума на электрокардиограмме не увидим.

Фонокардиографический метод способен выявлять основные тона работы сердца, что не наблюдается на электрокардиограммах. Анализ обработки шума, который проявляется за счет дисперсии связанная с изменением хиральности ударной волны. В одном случае ударная волна образует сплошной фронт, а отразившись меняет хиральность и становится цилиндрической.

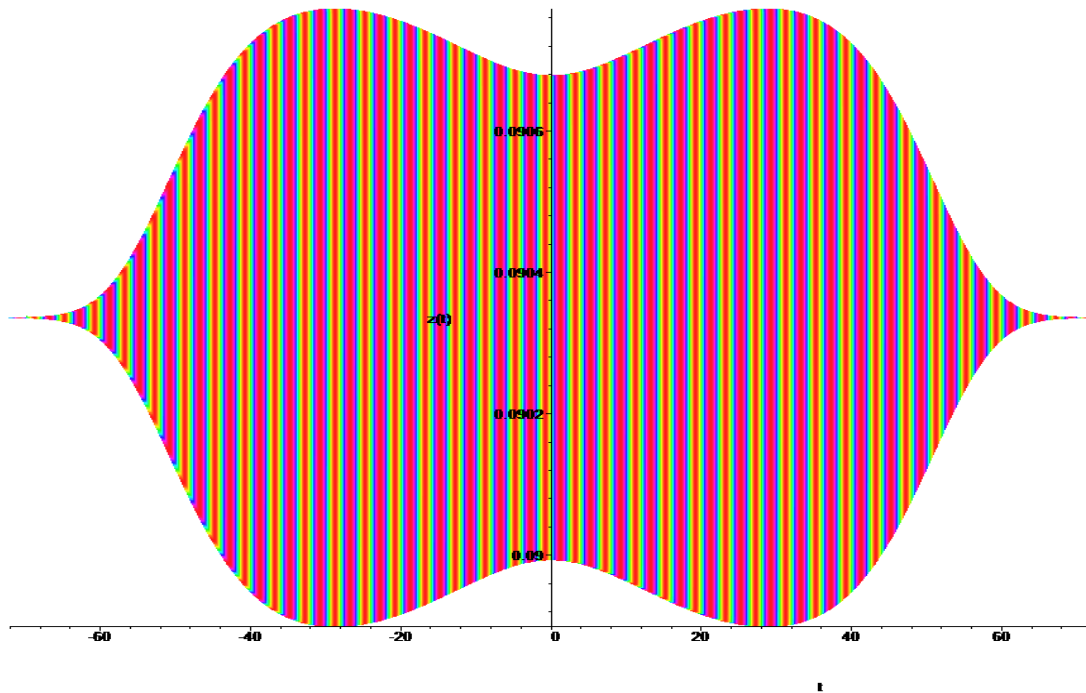


Рис. 4. Нормальное состояние шума определяется следующими условиями:  $a = \pm 0.09$ ,  $a_1 = 0.2$ ,  $a_2 = 0.1$ ,  $a_3 = 1.0$ ,  $b = \pm 0.09$ ,  $k = 0.045$ ,  $\omega = 64\pi$ .

Теоретические работы за 2021 год, по анализу и обработке шума фонокардиограмм, представлены в работах [7,8].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.Л. Ковалевский, Ф.В. Шугаев. // ВМУ 1995. сер.3. том 36. № 5. стр. 88-90.
2. С.А. Шутеев, С.Т. Белякин. // УЗФФ 2016. том 3. № 163604. стр. 1-2.
3. Н.Н. Сысоев, С.А. Шутеев, С.Т. Белякин. // ВМУ 2017. сер.3. № 6. стр. 44-48.
4. S.T. Belyakin et al. // J. of Appl. Mater. Sc. & Eng. Res. 2020. V. 4. No 4. P. 157.
5. S.T. Belyakin et al. // Am. J. of Sc., Eng. & Tech. 2020. V. 10. No 10. P. 11648.
6. S.T. Belyakin et al. // J. of Cardiology Intervention. 2021. V. 2. No 1. P. 1.1006.
7. S.M. Debbal et al. // J. of Cardiology Intervention. 2021. V. 1. No 1. P. 1.1003.
8. S.M. Debbal et al. // J. of Cardiology Intervention. 2021. V. 1. No 1. P. 1.1004.

## **О влиянии характеристик шумового сигнала на установление обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора**

В.А. Ханадеев<sup>1,2</sup>, О.И. Москаленко<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

<sup>2</sup>Региональный научно-образовательный математический центр «Математика технологий будущего»  
[v.a.hanadeev@gmail.com](mailto:v.a.hanadeev@gmail.com)

На данный момент хорошо известно, что шум может по-разному влиять на установление синхронизации между связанными хаотическими системами [1-3]. Шум может как способствовать усилению синхронных режимов, так и приводить к разрушению, например, режимов полной и фазовой синхронизации [1,2]. В то же самое время, режим обобщенной синхронизации оказывается, как правило, устойчивым к шумовому воздействию [3]. Однако, при изучении данного вопроса ранее рассматривались связанные хаотические системы с достаточно простой топологией аттрактора, как, например, у систем Ресслера. Однако, существует еще класс систем с так называемой сложной (двулистной) структурой аттрактора, механизмы установления обобщенной синхронизации в которых отличаются от случая систем с простой топологией аттрактора [4].

В настоящей работе на примере двух однонаправленно связанных систем Лоренца [5] и систем Чена [6] проводится анализ влияния характеристик шумового сигнала на границу установления режима обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора. Рассматриваются различные типы шумового воздействия – белый шум с гауссовой плотностью распределения вероятностей и цветной шум с равномерной плотностью распределения вероятностей. Для диагностики режима обобщенной синхронизации используются метод вспомогательной системы и расчет спектра показателей Ляпунова.

В ходе проведения исследований установлено, что характер шумового сигнала не оказывает существенного влияния на порог возникновения синхронного режима как в системах Лоренца, так и осцилляторах Чена. Независимо от типа шумового воздействия режим обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора оказывается устойчивым по отношению к шумам в широком, но ограниченном диапазоне изменения интенсивности шумового воздействия.

Подобное поведение однонаправленно связанных систем, находящихся под действием шума, обусловлено слабым влиянием шумового сигнала на структуру аттрактора ведомой системы и величину старшего условного показателя Ляпунова, отвечающего за установление обобщенной синхронизации в таких системах. Для иллюстрации вышесказанного на рисунке 1 приведены зависимости старшего условного показателя Ляпунова от параметра связи, полученные для систем Лоренца при нескольких значениях интенсивности шумового воздействия, и аттракторы ведомой системы при тех же значениях интенсивности шума. Видно, что шум не разрушает двулистную структуру аттрактора ведомой системы, а только приводит к ее зашумлению, при этом величина старшего условного показателя Ляпунова оказывается практически неизменной.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – докторов наук (проект № МД-21.2020.2).

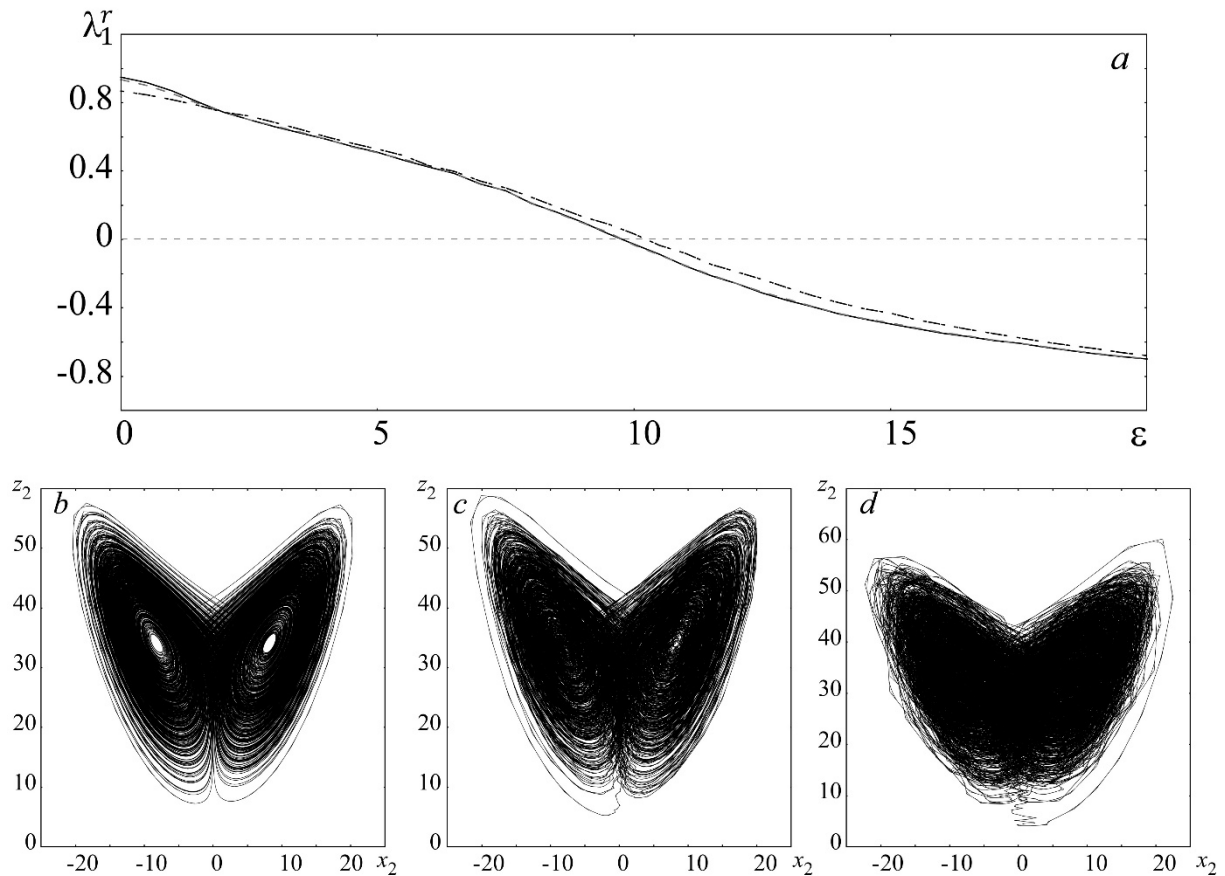


Рис. 1. Зависимости старшего условного показателя Ляпунова  $\lambda_1^r$  двух однонаправленно связанных систем Лоренца  $\dot{x}_{1,2} = \sigma(y_{1,2} - x_{1,2}) + \epsilon(x_1 - x_{1,2}) + D_{1,2}\zeta$ ,  $\dot{y}_{1,2} = r_{1,2}x_{1,2} - y_{1,2} - x_{1,2}z_{1,2}$ ,  $\dot{z}_{1,2} = -bz_{1,2} + x_{1,2}y_{1,2}$ ,  $\sigma = 10$ ,  $b = 2$ ,  $r_1 = 40$ ,  $r_2 = 35$ ,  $\zeta$  – белый гауссов шум,  $\langle \zeta_i(t) \rangle = 0$ ,  $\langle \zeta_i(t)\zeta_j(t') \rangle = \delta_{ij}\delta(t - t')$ ,  $\forall i, j$ ,  $D_1=0$ ,  $D_2=D$ , от параметра связи  $\epsilon$  при различных значениях интенсивности шумового воздействия (a) и фазовые портреты ведомой системы Лоренца при тех же значениях интенсивности шума (b-d):  $D = 0$  – сплошная линия (b),  $D = 2$  – штриховая линия (c),  $D = 8$  – штрихпунктирная линия (d).

## ЛИТЕРАТУРА

1. J.F. Heagy, T.L. Carroll, L.M. Pecora // Phys Rev E 1995. V. 52. No. 2. R1253-R1256.
2. C.S. Zhou, Kurths J., I.Z. Kiss, J.L. Hudson // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89, P. 014101.
3. O.I. Moskalenko, A.E. Hramov, A.A. Koronovskii et al. // Eur. Phys. J. B 2011. V. 82. P. 69–82.
4. A.A. Koronovskii, O.I. Moskalenko, A.A. Pivovarov et al. // Phys. Rev. E V. 102. P. 012205.
5. Z. Zheng, X. Wang, M.C. Cross // Phys. Rev. E. 2002. V. 65. P. 056211.
6. Z. Chen, Y Yang., G. Qi, et al. // Phys. Lett. Sect. A Gen. At. Solid State Phys. 2007. V. 360, No. 6. P. 696–701.

## Изменение линейной связи между процессами вегетативной регуляции кровообращения и дыхания в процессе здорового старения

Е.Г. Сафаров<sup>1</sup>, Е.Ю. Павлова<sup>1</sup>, А.Н. Храмов<sup>1</sup>, В.В. Сказкина<sup>1</sup>, Е.И. Боровкова<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского  
[wertymey@gmail.com](mailto:wertymey@gmail.com)

Исследование взаимодействия между элементами сложных по своей природе биологических систем имеет фундаментальное значение для понимания особенностей их устройства, принципов их функционирования [1] и решения задач персонализированной медицины [2-6].

Главной задачей работы было исследование когерентности между процессами дыхания и парасимпатической регуляцией ритма сердца для пациентов разных возрастных групп в разных стадиях сна и бодрствования.

В ходе работы были проанализированы данные сигналов электрокардиограммы (ЭКГ) и дыхания в трех стадиях: бодрствование, стадия сна с быстрым движением глаз, стадия глубокого сна.

Мы использовали данные 96 здоровых испытуемых, записанные в семи лабораториях сна в рамках проекта Европейского союза SIESTA [7]. Данные испытуемых распределены по следующим возрастным группам: 20-35 лет, 35-50 лет, 50-65 лет, 65-90 лет. Длительность анализируемых участков ограничена 5 минутами. Разметка стадий сна выполнялась согласно рекомендациям [8]. Регистрация сигналов проходила со следующими параметрами: частота дискретизации сигнала ЭКГ 200 Гц, частота дискретизации сигнала дыхания 20 Гц, полоса пропускания ограничена аналоговым фильтром 0.08 – 15 Гц. Сигнал дыхания регистрировался стандартным термисторным ороназальным датчиком.

Из сигнала ЭКГ выделяли последовательность RR интервалов. Для каждой пары сигналов RR-интервалов и дыхания оценивали максимальное значение функции когерентности [9, 10] в частотном диапазоне 0.15-0.50 Гц. Рассчитанное таким способом значение мы назвали индексом когерентности  $C$ .

Результаты анализа испытуемых представлены на рисунке 1.

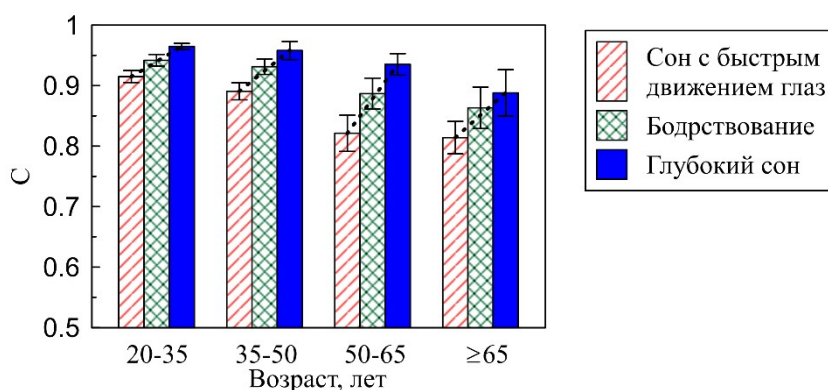


Рис. 1. Картина стратификации стадии сна для различных возрастных групп с помощью индекса когерентности  $C$ . Высота столбцов – оценка средних значений индексов  $C$ , полученных путем их усреднения для каждого субъекта в группе. Полосы ошибок на всех панелях показывают стандартную ошибку. Все возрастные группы демонстрируют одинаковую структуру стратификации с наименьшими значениями индексов во время сна с быстрым движением глаз, более высоким во время бодрствования и самым высоким во время глубокого сна.

Наши результаты показывают, что когерентность между дыханием и процессом парасимпатической регуляции сердца изменяется с переходами между стадиями сна и демонстрирует ярко выраженный паттерн между стадиями сна. Этот паттерн стратификации стадии сна характеризуется более высокой когерентностью во время глубокого сна, более низкой во время бодрствования и сна с быстрым движением глаз. Мы показали, что когерентность между дыханием и процессом парасимпатической регуляции сердца снижается в процессе здорового старения. Однако во всех возрастных группах наблюдается похожая картина стратификации стадий сна, что указывает на влияние переходов стадий сна на когерентность между исследуемыми процессами, несмотря на значительное снижение физиологической чувствительности и вариабельности сердечного и дыхательного ритмов с возрастом [11]. Эти результаты свидетельствуют о том, что влияние регуляции сна на взаимодействие между дыханием и процессом парасимпатической регуляции сердца не нарушается с прогрессирующим старением.

Стадии сна связаны с регуляторными механизмами, характеризующимися различным нейроавтономным тонусом и уровнями симпато-вагусного баланса [12]. Полученные выводы о изменении когерентности в разных стадиях сна и в процессе здорового старения согласуются с изменениями симпато-вагусного баланса. Во время глубокого сна, когда симпатическая активность снижена и парасимпатический тонус доминирует, мы наблюдаем высокую когерентность между исследуемыми процессами. Во время сна с быстрыми движениями глаз и бодрствования, когда симпатический тонус доминирует и парасимпатический тонус снижен, мы наблюдаем низкую когерентность. Снижение когерентности между исследуемыми процессами в глубоком сне у пожилых людей может являться следствием подавления парасимпатического тонуса и доминирования симпатической нервной активности в пожилом возрасте [12].

Работа выполнена при поддержке гранта МК-2325.2021.1.2.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Караваев и др. // Физиология человека. 2017. Т. 43. No 1. С. 70-80.
2. А.Р. Киселев и др. // Кардио-ИТ. 2016. Т. 3. В. 1. С. E0101.
3. А.Р. Киселев и др. // Саратовский научно-медицинский журнал. 2010. Т. 6. No 1. С. 061-072.
4. A.S. Karavaev et al. // Chaos. 2018. V. 28. P. 081102.
5. A.S. Karavaev et al. // Chaos. 2009. V. 19. P. 033112.
6. A.S. Karavaev et al. // Cybernetics and Physics Journal. 2019. V. 8. No 3. P. 128–131.
7. G. Klösch et al. // The SIESTA project polygraphic and clinical database. IEEE Eng Med Biol Mag. 2001. V. 20. P. 51-57.
8. A. Rechtschaffen et al. // A manual of standardized terminology, techniques and scoring system of sleep stages in human subjects. Brain Information Service/Brain Research Institute, University of California, Los Angeles. 1968.
9. R. Quian Quiroga et al. // Physical review E. 2002. V. 65. P. 041903.
10. L.B. White et al. // in IEEE Transactions on Information Theory. 1990. V. 36(4). P. 830-835.
11. D.L. Bliwise // Sleep. 1993. V. 16. P. 40–81.
12. V.K. Somers // N Engl J Med. 1993. V. 328. P. 303–307.

## Снижение когерентности мгновенных фаз процессов вегетативной регуляции кровообращения и дыхания в процессе здорового старения

Е.Ю. Павлова<sup>1</sup>, Е.Г. Сафаров<sup>1</sup>, А.Н. Храмов<sup>1</sup>, Д.Д. Кульминский<sup>2</sup>, Е.И. Боровкова<sup>1,3</sup>  
<sup>1</sup>Саратовский национальный исследовательский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского  
<sup>2</sup>Саратовский филиал Института радиотехники и электроники им. В. А. Котельникова РАН  
<sup>3</sup>Саратовский государственный медицинский университет им. В. И. Разумовского  
[katr1998@bk.ru](mailto:katr1998@bk.ru)

В данной работе исследована когерентность между дыханием и процессом парасимпатической регуляции ритма сердца для пациентов различных возрастных групп при бодрствовании и в разных состояниях сна. В ряде работ показано, что исследование взаимодействия между данными процессами имеет важное значение при моделировании сердечно-сосудистой системы [1] и прикладное значение для решения задач медицинской диагностики [2, 3, 4].

Мы проанализировали данные электрокардиограммы (ЭКГ) и дыхания 96 здоровых испытуемых в возрасте от 20 до 90 лет базы данных SIESTA [5]. Для каждого испытуемого выделялись участки сигналов длительностью 5 минут, соответствующие стадии бодрствования, стадии сна с быстрым движением глаз (БС) и стадии глубокого сна (ГС). Разметку стадий сна осуществляли согласно рекомендациям [6]. Из ЭКГ выделяли последовательность длительностей временных интервалов между двумя последовательными R пиками (RR-интервалов). Выделенную зависимость длительности RR-интервалов от времени появления соответствующих R пиков аппроксимировали кубическими сплайнами и выбирали из нее значения через равные промежутки времени, соответствующие частоте дискретизации 20 Гц. Сигнал дыхания прореживали до частоты 20 Гц, аналогично сигналу RR-интервалов. При дальнейшей обработке использовали эквидистантный временной ряд RR-интервалов и сигнал дыхания, с частотой дискретизации 20 Гц.

Из сигналов RR-интервалов и сигнала дыхания с помощью прямоугольного цифрового полосового фильтра выделили колебания с частотой 0.15–0.40 Гц. С помощью преобразования Гильберта [7, 8] выделили мгновенные фазы сигналов. Парно между фазами колебаний сигналов RR-интервалов и дыхания вычислили индекс когерентности фаз. Участки когерентности мгновенной фазы колебаний сигнала RR-интервалов  $\varphi_x(t)$  и мгновенной фазы колебаний сигнала дыхания  $\varphi_y(t)$  диагностировали по временному ряду разности их мгновенных фаз  $\Delta\varphi(t) = \varphi_x(t) - \varphi_y(t)$ . Участкам когерентности мгновенных фаз должны соответствовать области, на которых разность фаз колеблется около некоторого постоянного значения и выполняется условие  $|\Delta\varphi(t) - C| < const$ , где  $C$  — некоторая константа [9]. Для количественной оценки когерентности мгновенных фаз подсчитывали суммарную длительность всех когерентных участков и выражали ее в долях относительно длительности всей записи. Рассчитанное таким способом значение мы назвали индексом когерентности разности фаз PDC. Индекс PDC принимает значение 1, в случае диагностики когерентности на всей записи, и значение 0, в случае отсутствия найденных участков когерентности. Для поиска участков когерентности исследуемых колебаний мы использовали ранее предложенный в работе [10] алгоритм, основанный на линейной аппроксимации мгновенной разности фаз  $\Delta\varphi(t)$  в скользящем окне, показавший свою эффективность при анализе сигналов биологической природы [11].

Для каждого субъекта вычислили значения индексов PDS в трех состояниях сна. Для каждой стадии сна и для каждой возрастной группы количественную оценку представили как среднее и стандартная ошибка ( $M \pm SE$ ). Для проверки значимости

различий оценок  $M \pm SE$  нескольких групп, мы использовали Kruskal-Wallis test и тест Манна-Уитни.

Разности мгновенных фаз анализируемых сигналов для здорового молодого испытуемого #1 (рис.1а) и здорового пожилого испытуемого #2 (рис.1б) в различных стадиях сна представлены на рисунке 1(а,б). На рисунке 1 для всех разностей фаз видны длинные (десятки и сотни секунд) эпохи, где разность фаз практически постоянна, что соответствует высокой когерентности между фазами сигналов. Эти плато чередуются с интервалами изменения, которые соответствуют некогерентному поведению фаз. Для приведенных примеров мы находим более высокую скорость нарастания фаз во время сна с быстрым движением глаз и во время бодрствования, по сравнению с более низкой скоростью нарастания фаз во время глубокого сна. Мы видим, что у молодого испытуемого разность фаз нарастает медленнее, чем у пожилого испытуемого.

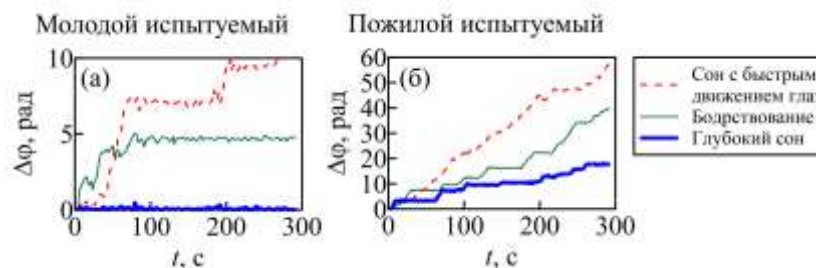


Рис. 1. Разности мгновенных фаз  $\Delta\varphi(t)$  между сигналами дыхания и RR-интервалов здорового молодого испытуемого #1 (а) и здорового пожилого испытуемого #2 (б) в различных стадиях сна. Красная линия – сон с быстрым движением глаз, зеленая линия – бодрствование, синяя линия – глубокий сон.

Анализ данных, полученных от здоровых испытуемых во всех возрастных группах во время сна и бодрствования, показывает изменение степени когерентности дыхания и процесса парасимпатической регуляции сердца в разных стадиях сна. Мы находим более низкие значения индекса когерентности фаз PDS ( $0.80 \pm 0.02$ , среднее по группе  $\pm$  стандартная ошибка) во время сна с быстрым движением глаз и ( $0.87 \pm 0.01$ ) во время бодрствования, по сравнению с более высокими значениями индексов ( $0.91 \pm 0.02$ ) во время глубокого сна. Это указывает примерно на 11% увеличение когерентности мгновенных фаз между исследуемыми процессами с переходом от сна с быстрым движением глаз к глубокому сну (рис. 2). Значимость различий индексов между стадиями сна подтверждается тестом Краскела-Уоллиса ( $H(2) = 40.86$ ,  $p < 0.0001$ ) и тестом Манна-Уитни ( $p < 0.001$ ). Эти результаты показывают чувствительность когерентности исследуемых процессов в ответ на переходы между стадиями сна.

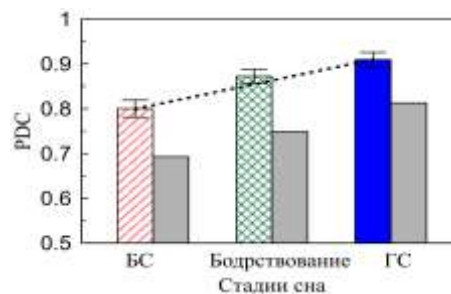


Рис. 2. Изменение степени когерентности дыхания и процесса парасимпатической регуляции сердца в разных стадиях сна. Левые столбцы представляют собой средние значения индексов, полученных путем их усреднения для каждого субъекта в группе. Планки погрешностей показывают стандартную ошибку. Правые полосы показывают среднее индексов, вычисленных по суррогатным данным. Пунктирная линия выделяет паттерн стратификации стадии сна.

Анализ данных, полученных от здоровых испытуемых без дифференциации между стадиями сна, показывает уменьшение степени когерентности дыхания и процесса парасимпатической регуляции сердца с увеличением возраста (рис. 3). Для индекса PDC разница оценки когерентности самой молодой и самой старой групп (тест Манна-Уитни  $p=0.0009$ ) составляет 6%. Эти результаты показывают, что когерентность исследуемых процессов зависит от старения.

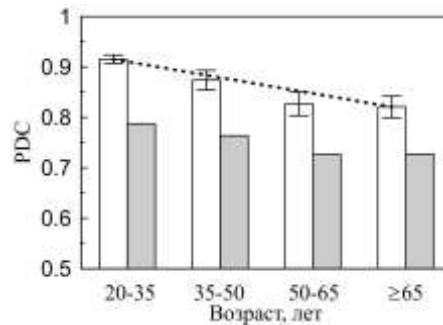


Рис. 3. Уменьшение степени когерентности дыхания и процесса парасимпатической регуляции сердца с увеличением возраста. Левые столбики представляют собой среднее индексов PDC в каждой возрастной группе, полученное путем их усреднения для каждого субъекта без дифференциации между стадиями сна. Планки погрешностей показывают стандартную ошибку. Правые полосы показывают среднее индексов, вычисленных по суррогатным данным. Тест Манна-Уитни, сравнивающий индексы, полученные из реальных данных, с индексами суррогатных данных, дает  $p<0.001$  для обоих индексов для каждой возрастной группы. Пунктирная линия подчеркивает уменьшение когерентности с возрастом.

Мы исследовали когерентность между дыханием и процессом парасимпатической регуляции ритма сердца для пациентов различных возрастных групп при бодрствовании и в разных состояниях сна. Наши результаты показывают, что когерентность между дыханием и процессом парасимпатической регуляции сердца изменяется с переходами между стадиями сна и демонстрирует ярко выраженный паттерн между стадиями сна. Когерентность между дыханием и процессом парасимпатической регуляции сердца снижается в процессе здорового старения.

Работа выполнена при поддержке гранта МК-2325.2021.1.2.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Караваев и др. // Физиология человека. 2017. Т. 43. No 1. С. 70-80.
2. А.Р. Киселев и др. // Кардио-ИТ. 2016. Т. 3. В. 1. С. E0101.
3. А.Р. Киселев и др. // Саратовский научно-медицинский журнал. 2010. Т. 6. No 1. С. 061-072.
4. A.S. Karavaev et al. // Chaos. 2018. V. 28. P. 081102.
5. G. Klösch et al. // The SIESTA project polygraphic and clinical database. IEEE Eng. Med. Biol. Mag. 2001. V. 20. P. 51-57.
6. A. Rechtschaffen et al. // A manual of standardized terminology, techniques and scoring system of sleep stages in human subjects. Brain Information Service/Brain Research Institute, University of California, Los Angeles. 1968.
7. A.S. Pikovsky et al. // Physica D. 1997. V. 104. P. 219.
8. D. Gabor // Radio and Communication Engineering. 1946. V. 93(26). P. 429-441.
9. A. Pikovsky et al. Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences. Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
10. A.S. Karavaev et al. // Chaos. 2009. V. 19. P. 033112.
11. A.S. Karavaev et al. // Cybernetics and Physics Journal. 2019. V. 8. No 3. P. 128–