

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА

Аттрактор-призрак в неавтономной мигающей системе на цилиндре <i>Н.В. Барабаш, В.Н. Белых</i>	2
Динамика аттрактора Плыкина - Ньюхауса методом Пирагаса <i>С.Т. Белякин, С.А. Шутеев</i>	5
Учет трехмерных эффектов при численном моделировании гравитационно-капиллярных волн <i>А.С. Досаев, Ю.И. Троицкая</i>	7
Применение непрерывного вейвлет-преобразования для определения характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации <i>Е.В. Евстифеев, О.И. Москаленко</i>	10
Корреляционный анализ нестационарных физиологических временных рядов на основе метода DFA <i>А.А. Короновский (мл.)</i>	14
Механизмы инвариантного помехоустойчивого кодирования в импульсных автоколебательных нейронных сетях <i>М.Е. Мазуров</i>	17
Нелинейная динамика и синхронизация нейронных ансамблей при формировании внимания <i>М.Е. Мазуров</i>	21
Обобщенная синхронизация в однонаправлено связанных системах с запаздыванием <i>А.Д. Плотникова, О.И. Москаленко</i>	25
Волновые аналоги сред на основе схем фазовой автоподстройки частоты <i>Б.П. Судеев, А.Р. Сафин</i>	27
Механизмы возникновения перемежаемости на границе обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора <i>В.А. Ханадеев, О.И. Москаленко, А.А. Короновский</i>	30

Аттрактор-призрак в неавтономной мигающей системе на цилиндре

Н.В. Барабаш^{1,2}, В.Н. Белых^{1,2}¹Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород²ННГУ им. Лобачевского, Нижний Новгородbarabash@itmm.unn.ru

В докладе рассматривается неавтономная система на цилиндре, заданная уравнением модифицированного нелинейного осциллятора

$$\ddot{\varphi} + (\lambda - a \cos \varphi)\dot{\varphi} + \sin \varphi = h(t), \quad (1)$$

где φ – фаза осциллятора, $\lambda, a = \text{const}, a > \lambda > 0$ – параметры, а $h(t)$ – случайно переключающийся параметр, принимающий на временном интервале $t \in [t_i, t_i + \tau)$ значения $b = \text{const}$ с вероятностью p и $-b$ с вероятностью $q = 1 - p$. Такое случайное независимое переключение параметра при малых временных интервалах $\tau \ll 1$ в работах [1 - 4] было названо «миганием» (blinking) по аналогии с морганием глаза.

При $h(t) \equiv \gamma = \text{const}$ для системы (1) получено разбиение пространства параметров $D: \gamma, \lambda, a$, области которого соответствуют различным разбиениям фазового пространства [5]. Для фиксированного значения параметра $a = 1$ приводится бифуркационная диаграмма (λ, γ) , обсуждаются фазовые картины, соответствующие различным её областям.

Значения $\gamma = \pm b$, которые принимает функция $h(t)$, были выбраны из областей, соответствующих существованию глобально устойчивых предельных вращательных циклов (Рис. 1.а).

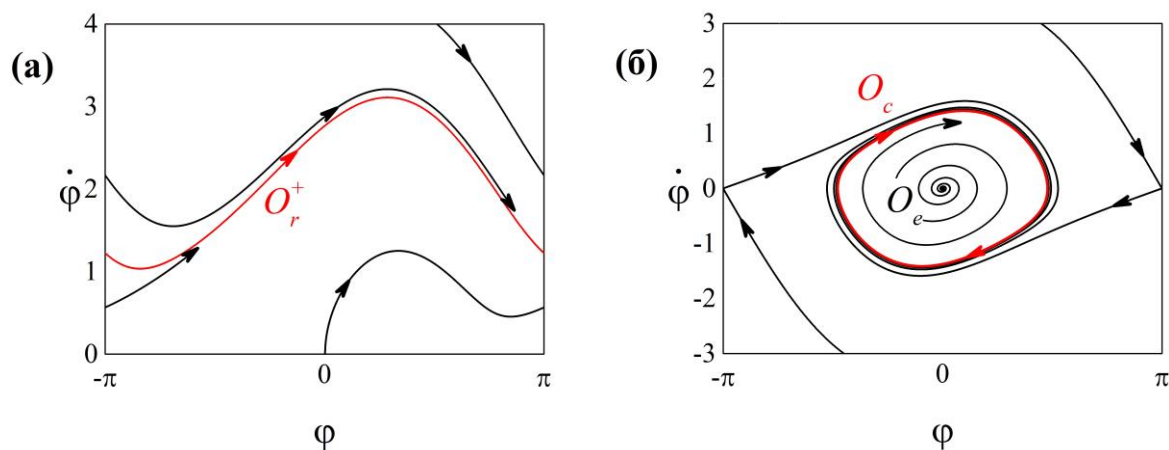


Рис. 1. Фазовые портреты системы (1) при фиксированном параметре $h(t) \equiv \gamma$. (а) При $\gamma = b = 1.2$ система (1) имеет глобально устойчивый вращательный цикл O_r^+ . (б) При $\gamma = 0$, что соответствует усреднённой по времени системе (1), система имеет глобально устойчивый колебательный цикл O_c и неустойчивое состояние равновесия O_e в начале координат. Для обоих случаев (а) и (б) параметры λ, a выбраны равными $\lambda = 0.75, a = 1$.

Поскольку период переключения $\tau \ll 1$ есть малая величина, систему (1) можно усреднить [6] по быстрому времени $t' = \frac{t}{\tau}$ и заменить случайную функцию $h(t')$ её

средним по времени значением $\gamma = \langle h(t') \rangle = 0$. Таким образом, усреднённой системе соответствует случай системы с фиксированным параметром $h(t) = \gamma = 0$. Эта система имеет глобально устойчивый колебательный цикл O_c , охватывающий состояние равновесия (кривая O_c на Рис. 1.б и Рис. 2). Этот цикл отсутствует у обеих автономных систем, имеющих при $\gamma = \pm b$ глобально устойчивые вращательные (в разные стороны) предельные циклы.

При малых интервалах переключения $\tau < \tau_{\text{порог}}$ в мигающей системе (1) появляется глобально устойчивое притягивающее множество, лежащее в окрестности аттрактора усреднённой системы (отмечено синим на Рис. 2). Данный аттрактор, отсутствующий у систем, участвующих в мигании, но определяющий её динамику, является аттрактором-призраком.

Напомним [7], что аттрактором-призраком мигающей системы называется аттрактор (нестационарный) мигающей системы, отличающийся по своей структуре или типу от аттракторов систем, между которыми происходит мигание.

При уменьшении интервала переключения $\tau \rightarrow 0$ аттрактор-призрак неавтономной системы (1) сходится к аттрактору O_c её усреднённой по времени модели (Рис. 2).

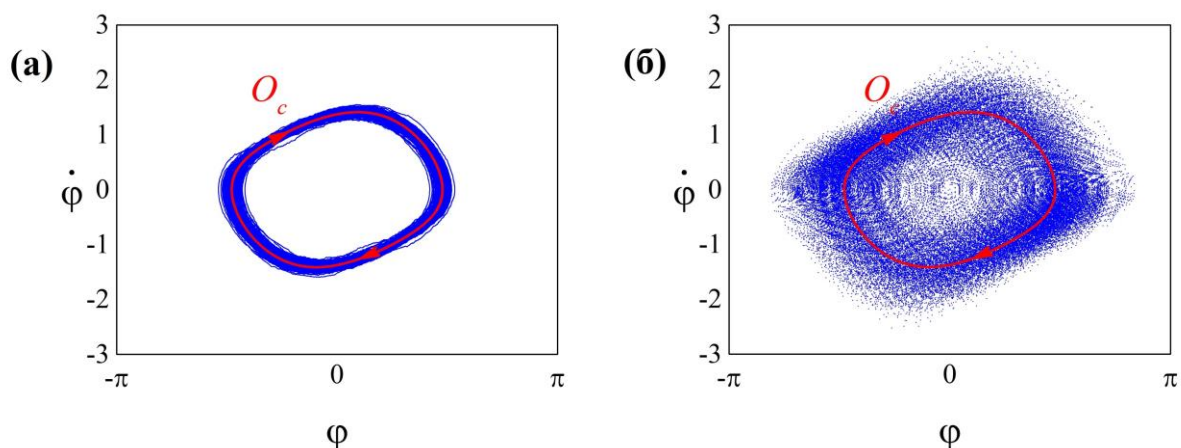


Рис 2. Отображение Пуанкаре для потока системы (1). Синим цветом изображено глобально устойчивое притягивающее множество (аттрактор-призрак) системы при случайном мигании с периодом $\tau = 0.002$ (а) и $\tau = 0.07$ (б). Красная замкнутая кривая O_c является глобально устойчивым предельным циклом усредненной по времени системы (1). Цикл O_c является аттрактором-призраком для системы с миганием при $\tau \rightarrow 0$.

Аналитические результаты поддержаны грантом РФФИ 18-01-00556. Численные результаты поддержаны грантом РНФ 19-12-00367.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. Belykh, V. Belykh, and M. Hasler // Physica D. 2004. V. 195. No 1-2. P. 188.
2. M. Hasler, V. Belykh, and I. Belykh // SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 2013. V. 12. No 2. P. 1007.
3. M. Hasler, V. Belykh, and I. Belykh // SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 2013. V. 12. No 2. P. 1031.
4. N. V. Barabash, V.N. Belykh // Radiophys Quantum El. 2018. V. 60. No 9. P. 761.
5. Л. Н. Белюстина, В.Н. Белых // Дифференц. уравнения. 1973. Т. 9. No 3. С. 403.

6. Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский «Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний» М.: Гос. изд-во физико-мат. лит., 1958.
7. I. Belykh et al. // Eur. Phys. J. Spec. Top. 2013. V. 222. No 10. P. 2497.

Динамика аттрактора Плыкина - Ньюхауса методом Пирагаса

С.Т. Белякин¹, С.А. Шутеев¹

¹Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики
belyakin1962@mail.ru

В настоящей работе рассматривается автономная система, аттрактор Плыкина - Ньюхауса, которая характеризуется наличием гиперболичности. Изучается динамика фазовых портретов в системе с гиперболическим аттрактором посредством обратной связи с постоянной временной задержкой [1].

Множество Λ называется гиперболическим аттрактором динамической системы, если Λ – замкнутое топологическое транзитивное гиперболическое множество и существует такая окрестность $U \supset \Lambda$, что $\Lambda = \bigcap_{t \geq 0} f^t U$. К хорошо известным гиперболическим системам относится аттрактор Плыкина. Гиперболический аттрактор Плыкина располагается на двухмерной области $T = S^2$, где S^2 – единичная окружность. Тогда $f : T \rightarrow T$, $f(x, y, z) = (\cos\phi \sin\phi, \sin\phi \sin\phi, \cos\phi)$, где $k > 2$ и представляет собой подмножество $T \subset R^3$.

Система уравнений представлена в следующем виде [2]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \pi y \left(\frac{\sqrt{2}}{2} z + \frac{1}{2} \right) - \varepsilon x y^2, \\ \dot{y} &= -\sqrt{2} \pi z x - \frac{1}{2} \pi (x + z) + \varepsilon y (x^2 + z^2), \\ \dot{z} &= \pi y \left(\frac{\sqrt{2}}{2} x + \frac{1}{2} \right) - \varepsilon z y^2, \\ 1 &= x^2 + y^2 + z^2. \end{aligned} \quad (1)$$

Применим преобразования для декартовых координат на сфере [3]:

$$W = X + iY = \frac{x(1+y) + iy(1+z)}{(1+y)(1+z)}. \quad (2)$$

Применим следующее преобразование и перейдем от декартовой системы координат к плоской. Используем метод Пирагаса для наблюдения динамики аттрактора Плыкина - Ньюхауса с постоянной временной задержкой.

Донная система уравнений будет представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \frac{\pi}{4} Y \left[\sqrt{2} (1 - X^2 - Y^2) + 1 + X^2 + Y^2 + \frac{1 - X^2 - Y^2 - 2X}{1 + X^2 + Y^2} \left(\sqrt{2} \frac{1 - X^2 - Y^2}{1 + X^2 + Y^2} + 1 \right) \right] - \\ &\varepsilon \frac{2XY^2}{(1 + X^2 + Y^2)^2} - K(Y_{t-\tau} - Y_t), \\ \dot{Y} &= \frac{-1}{(1 + X^2 + Y^2 + 2Y)^2} \left[\sqrt{2} 2\pi X (1 - X^2 - Y^2) + \frac{\pi}{2} (1 + X^2 + Y^2) (1 - X^2 - Y^2 + 2X) - \right. \\ &\left. \varepsilon \frac{2Y}{1 + X^2 + Y^2} \left[4X + (1 - X^2 - Y^2)^2 \right] \right] \end{aligned} \quad (3)$$

При использовании метода Пирагаса, при $K = 0 \rightarrow 1$, $\tau = 1.9$, $\varepsilon = 0.72$ наблюдается динамика фазовых портретов для плоской (Y, X) системы координат, представленных в рис.1 и при $-K = 0 \rightarrow 0.4$, $\tau = 1.9$, $\varepsilon = 0.72$ рис.2.

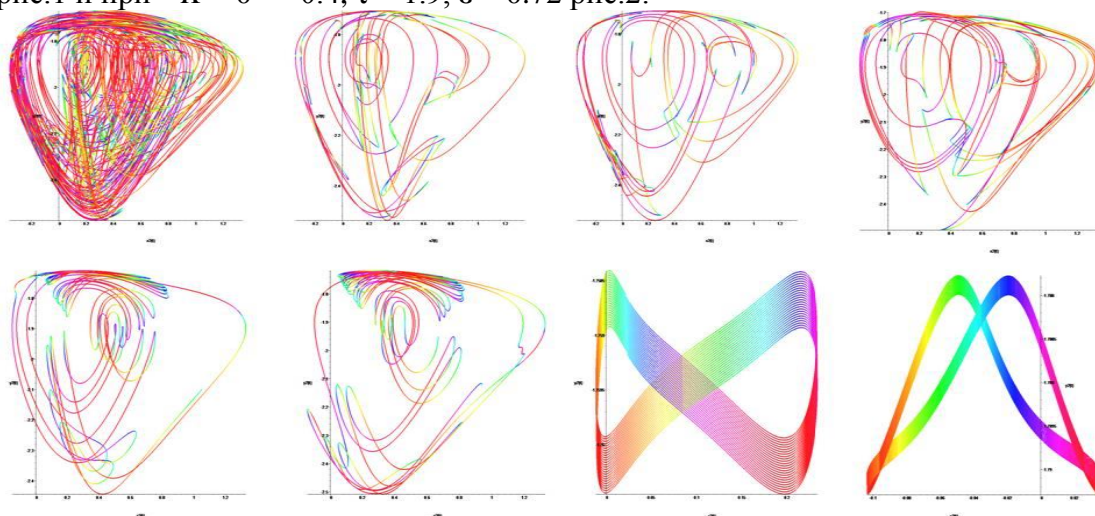


Рис. 1. Фазовые портреты $Y(X)$ аттрактора Плыкина - Ньюхауса при $K = 0 \rightarrow 1$, $\tau = 1.9$, $\varepsilon = 0.72$.

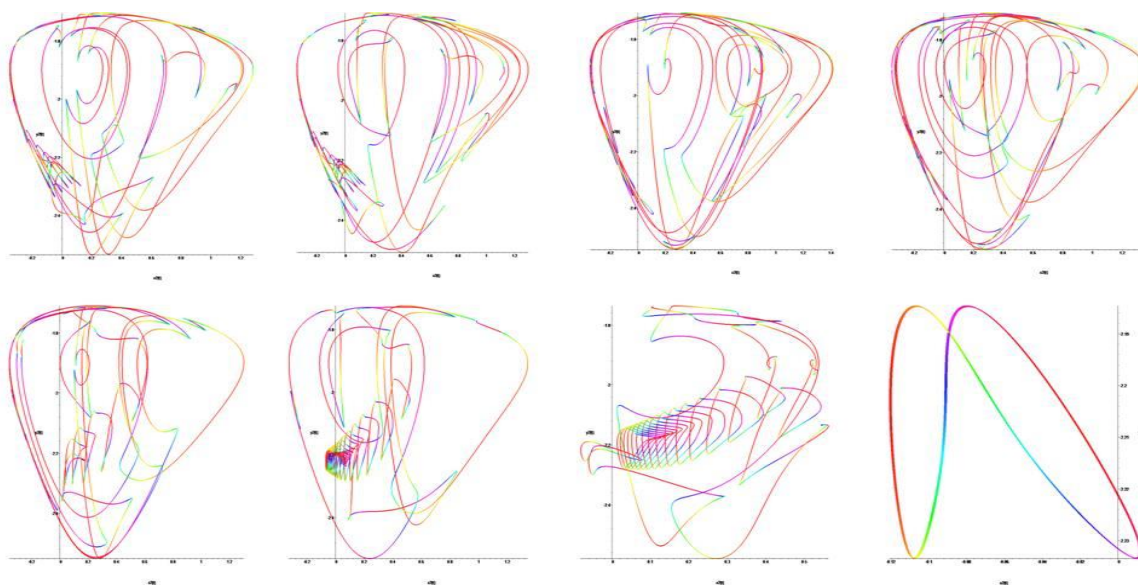


Рис. 2. Фазовые портреты $Y(X)$ аттрактора Плыкина - Ньюхауса при $-K = 0 \rightarrow 0.4$, $\tau = 1.9$, $\varepsilon = 0.72$.

Таким образом, применение метода Пирагаса при постоянной временной задержке, дает возможность наблюдать эволюцию системы гиперболического аттрактора Плыкина - Ньюхауса.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Pyragas. - *Phys. Lett. A* 170, 421,1992.
2. S.P. Kuznetsov. *Nonlinear dynamics* 5: 403–424, 2009.
3. S.T. Belyakin, S.A. Shuteev, S.P. Kuznetsov.// *Jornnals of Nanoscience and Nanotechnology Application* 2,2:1-6, 2018.

Учет трехмерных эффектов при численном моделировании гравитационно-капиллярных волн

А.С. Досаев, Ю.И.Троицкая
Институт прикладной физики РАН
dosaev@appl.sci-nnov.ru

Известно, что крутые гравитационно-капиллярные волны на поверхности воды генерируют на своем переднем склоне локализованный пакет паразитной капиллярной ряби. Понимание динамики ГКВ, механизмов модуляции распределения капиллярной ряби, влияния ряби на форму основной волны важно для интерпретации данных дистанционного зондирования поверхности океана, а также для изучения механизмов ветро-волнового взаимодействия.

Данный доклад посвящен численному моделированию гравитационно-капиллярных волн в рамках модели потенциального течения, дополненной параметризациями эффектов ветровой накачки (майлсовский механизм генерации в соответствии с [1]) и вязкого затухания (в соответствии с уравнениями квази-потенциального приближения [2]).

Для решения задачи об эволюции двумерного течения со свободной поверхностью существуют эффективные методы, основанные на применении конформных преобразований, выпрямляющих границу жидкости. Для трехмерного случая таких методов не известно и точное решение полностью нелинейных уравнений движения требует, как правило, больших вычислительных затрат. Обобщением метода конформных преобразований для трехмерных течений, сохраняющим преимущества двумерных моделей, является квази-трехмерная модель, предложенная В.П. Рубаном [3]. Уравнения данной модели получены в приближении узкой направленности спектра волнения, т.е. в приближении малости параметра $\varepsilon = l_x^2/l_q^2 \ll 1$, где l_x, l_q – характерные масштабы вдоль основного направления распространения волн x и вдоль поперечного к нему «медленного» направления q .

Уравнения квази-трехмерной модели учитывают поправки первого порядка по ε в рамках теории возмущений. При этом в функции Гамильтона отбрасываются поправки второго порядка, что приводит, в частности, к искажению дисперсионного соотношения и нефизичной особенности для волновых векторов, близких к оси q . В работе [4] описывается метод регуляризации уравнений, дающий правильное дисперсионное соотношение на всей плоскости волновых векторов и, соответственно, правильное положение резонансных кривых для нелинейных n -волновых взаимодействий.

Представляет интерес вопрос о границах применимости приближенных уравнений. В частности, может ли в рамках данного подхода быть описано образование подковообразных волн [5]? Подобная модуляция амплитуды коротких гравитационных волн может оказывать влияние на распределение капиллярной ряби. При этом подковообразные волны возникают за счет взаимодействия основной волны с гармониками, для которых $\varepsilon \sim 1$, что формально находится за рамками приближения модели.

Для ответа на вопрос о точности приближенных уравнений мы воспроизводим линейный анализ устойчивости волны Стокса по отношению к трехмерным возмущениям из [6] и сравниваем результаты с точными расчетами из той же работы. Квази-трехмерная модель довольно точно воспроизводит величины инкремента для модуляционной неустойчивости (соответствующей 4-волновым взаимодействиям) – это

является ожидаемым результатом, поскольку модуляционная неустойчивость является по существу двумерным эффектом. На Рис. 1 приведена зависимость максимального инкремента для зоны неустойчивости, соответствующей 5-волновым взаимодействиям, от крутизны основной волны. Полученные в рамках квази-трехмерной модели значения инкремента оказываются достаточно близки к точным значениям. Данный факт не является полностью тривиальным, несмотря на то, что мы используем регуляризованную версию уравнений. Дело в том, что отбрасывание слагаемых высшего порядка по ε приводит в том числе к искажению части функции Гамильтона, квадратичной по трехмерному возмущению.

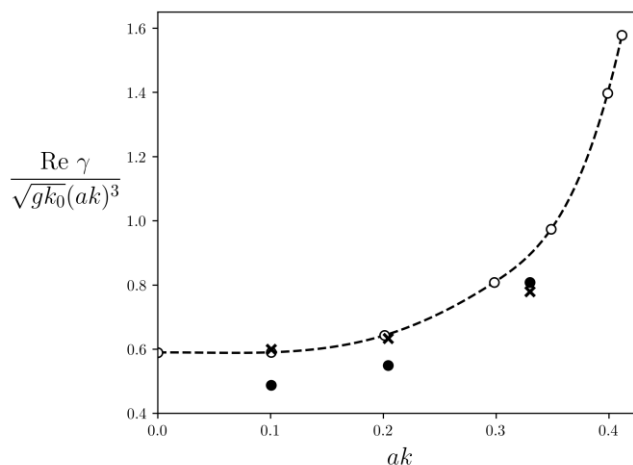


Рис. 1. Максимальное значение инкремента в зоне неустойчивости, связанной с 5-волновыми взаимодействиями. Черные маркеры – измерения в рамках квази-трехмерной модели. Белые маркеры и пунктир – данные из [6].

Короткие гравитационные волны получают энергию от ветра и теряют энергию за счет генерации паразитной капиллярной ряби. При достижении баланса между ветровой накачкой и нелинейным затуханием может формироваться стационарная конфигурация гравитационно-капиллярной волны с «вмороженным» пакетом ряби на переднем склоне, распространяющаяся без изменения формы. Соответствующие профили волн изучались в рамках стационарных уравнений, например, в [7]. В настоящей работе процесс формирования стационарной конфигурации моделировался в рамках эволюционных уравнений, что должно обеспечивать устойчивость получаемых решений. При этом определенные конфигурации с высокими значениями крутизны основной волны, полученные в [7], не могли быть достигнуты в результате эволюции системы из-за развития неустойчивости пакета капиллярных волн, приводившей к обрушениям. Стационарные профили гравитационно-капиллярных волн $\eta(x)$ обладают асимметрией относительно вертикальной оси, которая может быть охарактеризована величиной

$$A\{\eta\} = \langle (H\eta)^3 \rangle / \langle \eta^2 \rangle^{3/2},$$

где угловые скобки обозначают осреднение, H – преобразование Гильберта. Отрицательный знак асимметрии для волн, распространяющихся вправо, соответствует тому, что передний склон волны имеет больший уклон, чем задний.

Изучение стационарных профилей гравитационно-капиллярных волн производится, как правило, в строго периодической постановке задачи, когда отсутствует пространственная модуляция основной волны. На Рис. 2а показан пример эволюции волны с длиной $\lambda=7$ см при скорости трения ветра $u_*=10$ см/с, приводящей за

время порядка нескольких линейных периодов волны к формированию стационарной конфигурации. Изменение асимметрии профиля этой волны со временем показано на Рис. 2б.

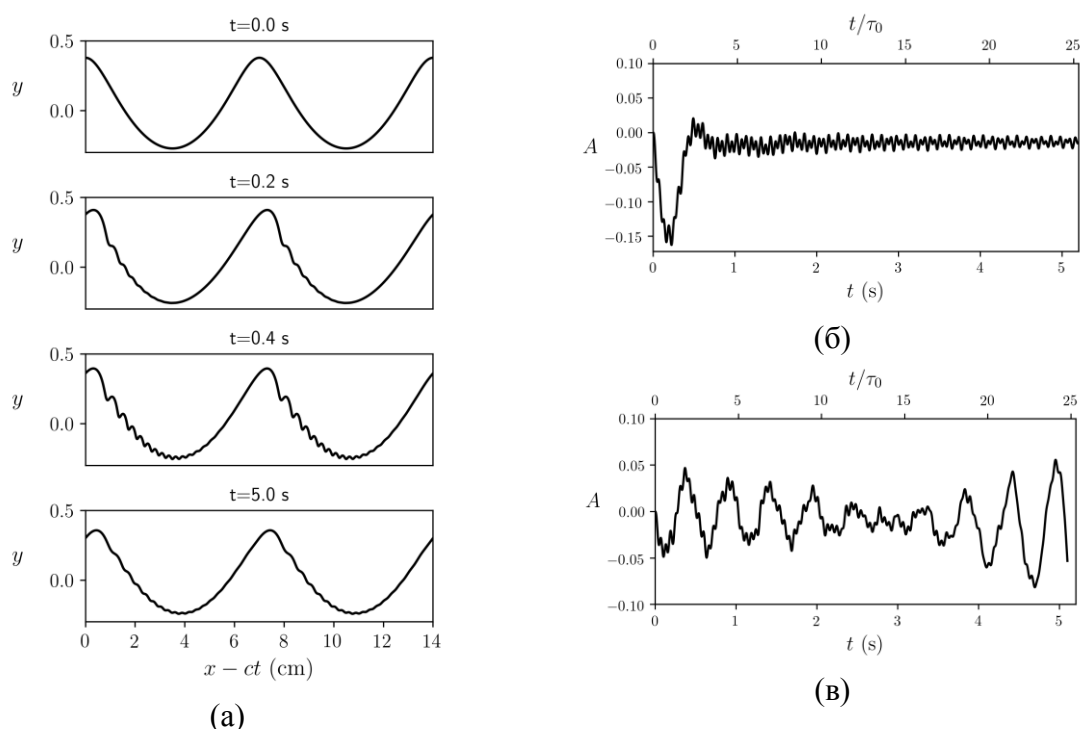


Рис. 2. Эволюция гравитационно-капиллярных волн под действием ветровой накачки; а), б) эволюция профиля и асимметрии строго периодической волны, в) асимметрия модулированного пакета волн.

В более реалистичной ситуации эволюция отдельных гребней в существенной мере определяется как движением огибающей основной волны, так и взаимодействием с более длинными гравитационными волнами. Распространение продольно и поперечно модулированного пакета гравитационно-капиллярных волн для параметров, аналогичных эксперименту на Рис. 2а, было смоделировано в рамках квази-трехмерной модели. Соответствующее изменение асимметрии (измеренной вдоль главного направления распространения x) со временем приведено на Рис. 2в. Как можно видеть, движение огибающей пакета в данном случае препятствует установлению стационарной конфигурации, и гребни волн продолжают осциллировать в направлении распространения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ в рамках проекта № 18-35-00658.

ЛИТЕРАТУРА

1. W.J. Plant // J. Geophys. Research: Oceans. 1982. V. 87 (C3). P. 1961-1967.
2. K.D. Ruvinsky et al. // J. Fluid Mech. 1991. V. 230. P. 339-353.
3. V.P. Ruban // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. 5:055303.
4. V.P. Ruban // Eur. Phys. J. Special Topics 2010. V. 185. P. 17-33.
5. M.-Y. Su // J. Fluid Mech. 1982. V. 124. P. 73-108.
6. J.W. McLean // J. Fluid Mech. 1982. V. 114. P. 315-330.
7. A.V. Fedorov, W.K. Melville // J. Fluid Mech. 1998. V. 354. P. 1-42.

Применение непрерывного вейвлет-преобразования для определения характеристик перемежающейся обобщенной синхронизации

Е.В. Евстифеев, О.И. Москаленко

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

evstifeev@mail.ru

Хаотическая синхронизация является одним из фундаментальных явлений радиофизики [1]. Известно несколько типов хаотической синхронизации: фазовая [2], обобщенная [3] и др. Обобщенная синхронизация представляет наибольший интерес в связи с её широкой распространенностью. Примерами применения обобщенной синхронизации являются исследование взаимосвязи биологических, физических и химических систем [4], скрытая передача информации [5], создание нелинейных антенн терагерцового диапазона [6] и др.

Известно, что при однонаправленной связи двух потоковых хаотических динамических систем с увеличением значения параметра связи устанавливается режим перемежающейся обобщенной синхронизации с перемежаемостью on-off типа [7]. Режим полной обобщенной синхронизации наступает при определенном критическом значении параметра связи. Если параметр связи меньше критического значения, но достаточно близок к нему, то синхронизация (ламинарная фаза) прерывается асинхронным режимом (турбулентной фазой). Если выделить характерные ламинарные фазы и построить распределение их длительностей, то оно будет удовлетворять степенному закону с показателем степени -1.5 [8]. Причем, средняя длительность ламинарной фазы увеличивается по мере приближения параметра связи к критическому значению.

В данной работе было получено распределение длительностей ламинарных фаз для режима перемежающейся обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера [9], описываемых следующей системой дифференциальных уравнений (1):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= -\omega_1 y_1 - z_1 \\ \dot{x}_2 &= -\omega_2 y_2 - z_2 + \varepsilon(x_1 - x_2) \\ \dot{y}_{1,2} &= \omega_{1,2} x_{1,2} + a y_{1,2} \\ \dot{z}_{1,2} &= b + z_{1,2}(x_{1,2} - c), \end{aligned} \quad (1)$$

где $a = 0.15, b = 0.2, c = 10, \omega_1 = 0.99, \omega_2 = 0.95$, ε – параметр связи. Индекс 1 соответствует ведущей системе, а индекс 2 – ведомой. В данной системе полная обобщенная синхронизация устанавливается при параметре связи $\varepsilon \approx 0.11$. Это означает, что если ввести в рассмотрение еще одну ведомую систему (вспомогательную) с иными начальными условиями (но в том же бассейне притяжения, что и у ведомой системы), то в моменты синхронизации ее состояние будет полностью совпадать с состоянием ведомой системой.

Вышеописанный подход, называемый «методом вспомогательной системы» [10], был применен в ходе данной работы. В качестве анализируемых данных выступала разность между первыми компонентами векторов-состояний ведомой и вспомогательной систем $d = x_{aux} - x_2$. Ламинарные фазы поведения определялись

условием: $d^2 < 0.00001$. На рисунке 1а представлена зависимость $d(t)$, где t – безразмерное время.

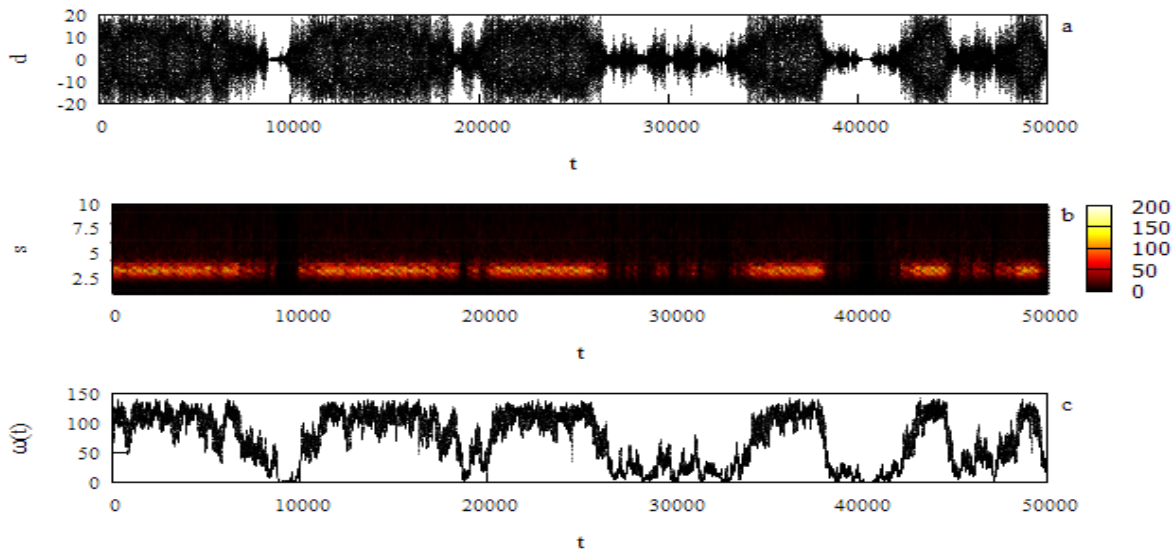


Рис. 1. а – Временная зависимость разности между состояниями вспомогательной и ведомой систем $d = x_{aux} - x_2$. б – Проекция вейвлет-поверхности $|W(s, t)|$ на плоскость (t, s) для зависимости $d(t)$. Градация цвета пропорциональна модулю вейвлет-поверхности. с – Энергия вейвлет-спектра $\omega(t)$, приходящаяся на диапазон характерных временных масштабов $s \in (3.0, 5.0)$. Параметр надкритичности $\varepsilon_{крит} - \varepsilon = 0.004, \varepsilon_{крит} = 0.11$

Из рисунка видно, что флуктуации достаточно велики и для корректного определения характеристик перемежаемости требуется пренебрегать фазами с ультракороткими длительностями (порядка среднего периода колебаний системы).

Более эффективным методом определения характеристик перемежаемости является метод, основанный на непрерывном вейвлет-преобразовании [11, 12]. Сперва проводится непрерывное вейвлет-преобразование сигнала, имеющее следующий вид:

$$W(t, s) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t') \psi \left(\frac{t - t'}{s} \right) dt', \quad (2)$$

где $\psi(\eta) = \pi^{-1/4} e^{j\omega_0 \eta} e^{-\eta^2/2}$ – базисный вейвлет Морле (звездочкой обозначено комплексное сопряжение), s – временной масштаб.

Далее вводится мгновенное распределение энергии по временным масштабам $E(t, s) = |W(s, t)|^2$ (см. рис. 1б). Наконец, требуется рассчитать суммарную энергию вейвлет-спектра $\omega(t) = \int_S E(t, s) ds$ (см. рис. 1с), приходящуюся на выбранный диапазон характерных временных масштабов $s \in S = (s1, s2)$. Это позволяет выделить ламинарные и турбулентные фазы поведения систем при рассмотрении распределения энергии вейвлет-спектра по характерным временным-масштабам.

На рисунке 2 представлены основные характеристики перемежаемости, полученные обоими методами. Видно, что временная зависимость модуля вейвлет-поверхности получилась более сглаженной по сравнению с исходной, что позволило рассчитать характеристики перемежаемости с большей точностью.

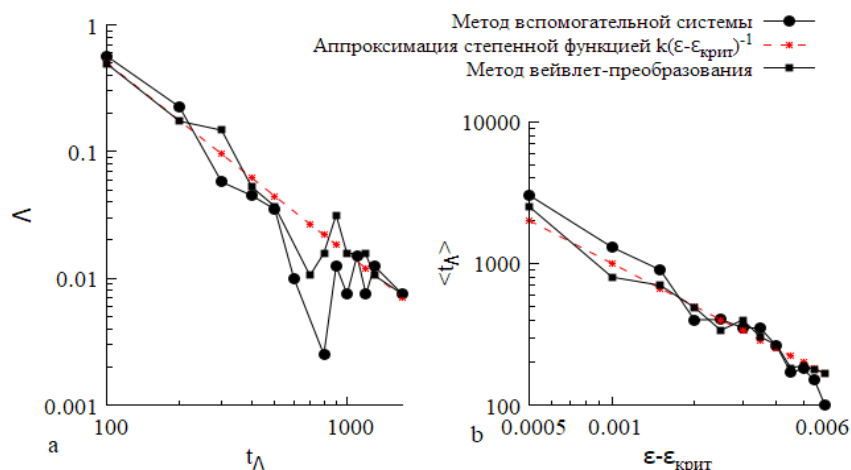


Рис. 2. а – Графики распределения длительностей ламинарных фаз (t_λ) в двойной логарифмической шкале, полученных обоими методами, и их аппроксимации степенной функцией $kt_\lambda^{-3/2}$. б – Зависимости средней длительности ламинарных фаз ($\langle t_\lambda \rangle$) от параметра надкритичности $\varepsilon_{\text{крит}} - \varepsilon$ для обоих методов и их аппроксимации степенной функцией с показателем -1

Кроме распределения рассматривались зависимости средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности (см. рис. 2б). Данные зависимости хорошо аппроксимируются степенной функцией с показателем -1, что, согласно теории, соответствует перемежаемости on-off типа.

Вейвлет-преобразование обеспечивает хорошую устойчивость к шумам и флуктуациям. Это обусловлено тем, что наибольшая доля энергии вейвлет-спектра во время ламинарных фаз и турбулентных всплесков приходится на разные временные масштабы.

Таким образом, в ходе данной работы были определены основные характеристики перемежающейся обобщенной синхронизации для двух однонаправленно связанных осцилляторов Ресслера. Сравнение с результатами, полученными методом вспомогательной системы, показало, что непрерывное вейвлет-преобразование позволило получить более точные характеристики. Результаты обоих методов хорошо согласуются с теоретическими зависимостями.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 19-12-00037).

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Boccaletti et al. // Physics Reports. 2002. V. 366. P. 1.
2. M.G. Rosenblum et al. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76, № 11. P. 1804
5. Koronovskii A. A. et al. // Phys. Rev. E. 2011. V. 84, № 3. P. 037201.
6. M.G. Rosenblum et al. // Fluct. Noise Lett. 2004. V. 4, № 1. P. L53.
7. O. I. Moskalenko et al. // Phys. Lett. A. 2010. V. 374, Issue 29. P. 2925.
8. Meadows B.K. et al. // Proc. IEEE. 2002. V. 90. P. 882.
9. K. Pyragas et al. // Phys. Rev. E. 1996. V. 54. P. 4508.
10. С.П. Кузнецов “Динамический хаос” М:ФИЗМАТЛИТ, 2006.
11. А.А. Короновский и др. // ЖТФ. 2006. Т. 76. Вып. 2. С. 1.
12. H.D. I Abarbanel et al. // Phys Rev E. 1996. Vol. 53, № 5. P. 4528.
13. А.А. Короновский и др. // Изв. вузов «ПНД». 2007. Т. 15, № 4. С. 34.

14. А.А. Короновский // Письма в ЖТФ. 2005. том 31. вып. 21. С. 1.

Корреляционный анализ нестационарных физиологических временных рядов на основе метода DFA

А.А. Короновский (мл.)

¹Саратовский государственный национальный исследовательский университет имени Н. Г. Чернышевского
alexander.koronovskiy@gmail.com

Сердечный ритм является важным физиологическим показателем, отражающим процессы вегетативной, нейрогуморальной и центральной регуляции в сердечно-сосудистой системе и организме в целом [1].

Комплексное взаимодействие факторов, оказывающих влияние на сердечный ритм, обуславливает нелинейный характер изменений его показателей. Для их описания применяются методы нелинейной динамики, в частности различные подходы к анализу сложности экспериментальных данных.

Для исследования факторов, влияющих на показатели сердечного ритма, используем метод DFA (detrended fluctuation analysis) - один из вариантов корреляционного анализа экспериментальных данных.

DFA позволяет проводить изучение структуры различных процессов или сигналов, в том числе и нестационарных, с точки зрения статистического самоподобия. Таким образом, если рассматривать сердечный ритм как фрактальную структуру, то для ее количественного описания можно определить характеристику самоподобия (показатель скейлинга) [2].

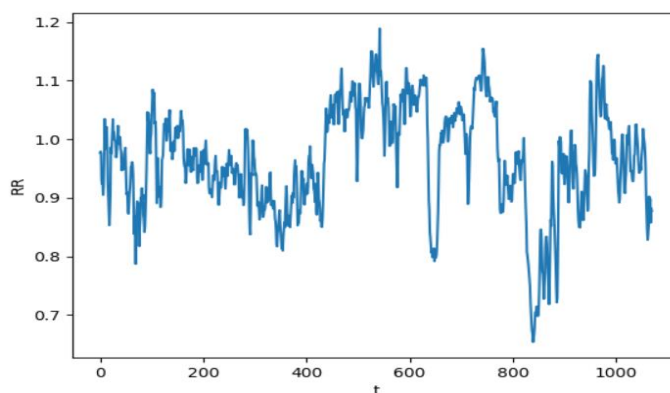


Рисунок 1. Анализируемая последовательность RR интервалов

Расчет этой характеристики по временному ряду проводится таким образом:

1) На первом этапе из временной последовательности кардиоинтервалов X_i составляют кумулятивную сумму Y_k следующим образом:

$$Y_k = \sum_{i=1}^k (X_i - \bar{X}), \quad (1)$$

где \bar{X} - среднее значение X_i .

2) На следующем этапе кумулятивная сумма Y_k разбивается на временные окна равной длины L ; для каждого временного окна проводится аппроксимация тренда с помощью полинома, в случае использования метода DFA первого порядка это кусочно-линейная функция Z .

3) В пределах каждого временного окна вычисляется среднеквадратичное отклонение:

$$F(L) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [Y_k - Z_k]^2}. \quad (2)$$

4) Этапы вычисления 2 и 3 повторяются при различных размерах временного окна L .

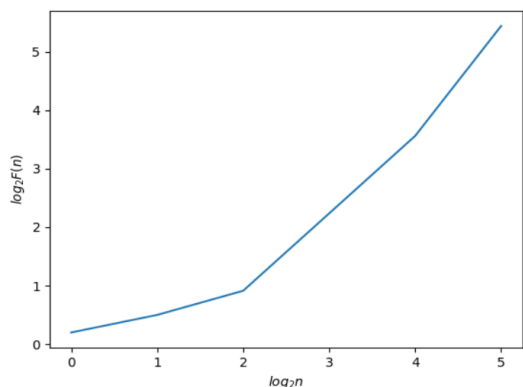
5) Определяют характеристический показатель зависимости $F(L) \sim L^\alpha$ как отношение логарифмов изменения F в зависимости от изменения L .

В зависимости от внутренней структуры изучаемых процессов показатель скейлинга α может принимать различные значения; так для случая белого шума этот показатель равен 0,5, для 1/f-шума, типичного в физиологии, он равен 1, в случае броуновского процесса - 1,5.

В качестве исследуемого сигнала выберем последовательность RR-интервалов электрокардиограммы человека. Покажем на примере этих данных, изображенных на рисунке 1, применение алгоритма метода DFA.

Результат работы алгоритма представлен на рисунке 2.

а)



б)

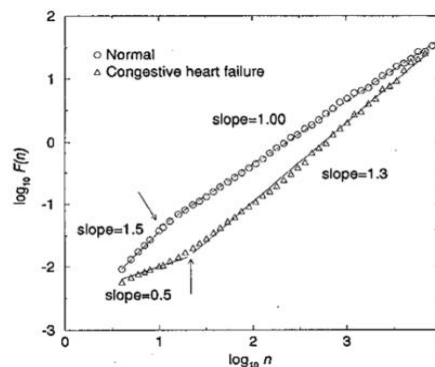


Рисунок 2. а. Результат применения метода DFA к экспериментальным данным, приведенным на рисунке 1. б. Результаты применения метода DFA для диагностики заболеваний сердечно-сосудистой системы, полученные в работе [2]

Значение показателя скейлинга определяется как коэффициент наклона прямой на плоскости зависимости логарифма среднеквадратичного отклонения F от логарифма L . Его значение для приведенного примера экспериментальных данных равно 1.05.

Таким образом, в данной работе был реализован алгоритм метода DFA, с помощью которого проведен анализ последовательности RR-интервалов электрокардиограммы взрослого человека в состоянии нормы.

Полученный результат (близкая к линейной зависимость на рисунке 2а) подтверждает наличие самоподобия в широком диапазоне масштабов. Показатель скейлинга в пределах от 1 до 1.3 свидетельствует о динамике сердечного ритма, находящейся в пределах нормы, что соответствует ожидаемым результатам. В дальнейших исследованиях планируется применить метод DFA и его модификации для диагностики различных типов патологии сердечно-сосудистой системы, а также сопоставить этот подход с методами количественного анализа сложности сигналов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баевский Р.М., Иванов Г. Г. “Вариабельность сердечного ритма: теоретические аспекты и возможности клинического применения” М.: Медицина, 2000. - 295 с.

2. С.К. Peng et al. // Chaos 5, 82 (1995)

Механизмы инвариантного помехоустойчивого кодирования в импульсных автоколебательных нейронных сетях

М.Е. Мазуров

Российский Экономический Университет им. Г. В. Плеханова
mazurov37@mail.ru

Исследована нелинейная динамика, физические процессы и переработка информации в избирательных импульсных нейронных сетях. Рассмотрены: суммирование импульсных входных последовательностей на основе методов теории почти-периодических функций, пороговое нелинейное преобразование с помощью релаксационной автоколебательной системы нейрона. Рассмотрен метод кодирования входной информации, в котором единицей информации является вся импульсная последовательность, интенсивность входного сигнала кодируется синхронным изменением средней частоты импульсных последовательностей. Дано обоснование предлагаемого метода кодирования импульсных последовательностей, показана инвариантность позиционного распознавания относительно изменения интенсивности входного сигнала, приводящего в соответствии с законом Вебера-Фехнера к синхронному изменению частоты импульсных последовательностей.

Нелинейная динамика импульсных потоков в избирательных нейронных сетях

При исследовании кодирования мы используем избирательные нейроны и избирательные нейронные сети, описанные в работах [1-3]. В избирательных нейронах и избирательных нейронных сетях избирательность достигается не за счет подбора весовых коэффициентов, как в известных нейронных сетях, основанных на использовании нейронов МакКаллока-Питтса, а за счет избирательной кластеризации каналов связи по информационным свойствам входных сигналов.

Суммирование импульсных потоков отличается от суммирования бинарных последовательностей в стандартных нейронных сетях [4]. Сумма периодических импульсных последовательностей является равномерной почти-периодической функцией, и их суммирование происходит на основе свойств почти-периодических функций (ППФ).

Согласно теореме Кронекера такая функция имеет сгущения и разрежения импульсов, следующие с интервалами так называемых ε -почти-периодов. Рассмотрим иллюстрацию ε -почти-периодов. Сигналы на входах и на выходах нейронов можно представить в виде суммы почти-периодических функций, как показано на рис.1 слева, суммарный импульсный поток показан выше оси времени на рис. 1 справа.

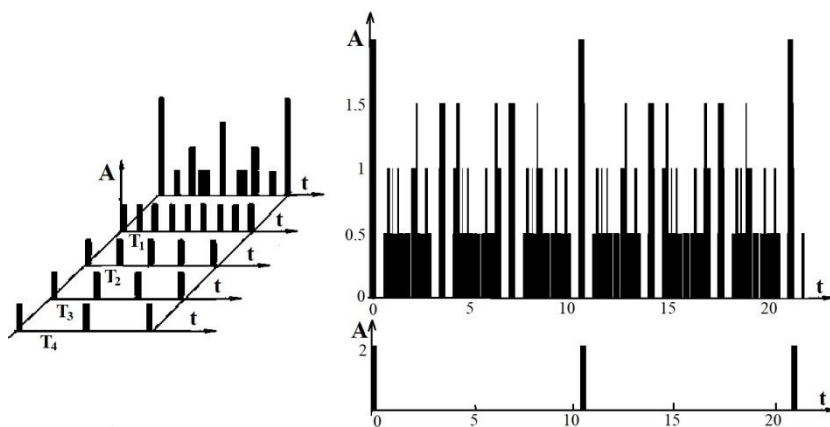


Рис. 1. Суммирование почти-периодических импульсных последовательностей.

Специфическое свойство почти-периодических функций - существование ε -почти-периодов и максимальной суммы импульсов, следующих с интервалом ε -почти-периода, позволяет осуществить избирательную обработку информации, закодированной в импульсных потоках, и сократить избыточность входной информации.

Нелинейная часть импульсного нейрона является импульсной автоколебательной системой, описываемой уравнением $\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{L}\mathbf{y} + \mathbf{x}$, где \mathbf{L} - характеристика нелинейной динамической системы, \mathbf{x} - входной сигнал. Эта система может быть потенциально автоколебательной и генерировать в ответ на входной импульс один ответный импульс на выходе. Возможна генерация периодической последовательности импульсов или пачек импульсов (берст). При этом серии импульсов в пачке обычно имеют убывающий период, но могут иметь примерно одинаковый период следования, или даже хаотическую динамику.

Требования к кодированию импульсных последовательностей в нейронных сетях

Кодирование информации в импульсных нейронных сетях должно выполнять три основные функции: 1) быстро передавать информацию в вышележащие центры от места её возникновения; 2) осуществлять позиционное кодирование, то есть распознавание информации от различных входных объектов или информации от её места расположения; 3) осуществлять кодирование интенсивностью входных воздействий. Первое свойство реализуется нейронными сетями очень хорошо. Выполнение одновременно свойств 2), 3) не обеспечивается ни одним из известных методов кодирования. Из рассмотрения методов кодирования импульсных последовательностей вытекает, что кодирование в нервной системе является не стабильным и не надежным. Оно подвержено значительному влиянию шумов, нестабильности генерации импульсов.

Предлагаемый способ кодирования импульсных последовательностей в нейронных сетях

В данной работе предлагается способ кодирования информации в импульсных нейронных сетях, учитывающий механизмы и свойства импульсных потоков в нейронных сетях. Единицей информации считается вся импульсная последовательность. Для бинарных нейронов МакКаллока-Питтса для сравнения единицей информации является один пиксель изображения на экране монитора или 1 и 0 в бинарной последовательности на входе нейрона. Таким образом, разнообразие структур импульсных последовательностей нейрона, их нестабильность автоматически учитывается. Входной объект определяется кластером импульсных последовательностей, генерируемых входным объектом, например изображением на экране монитора. Операция суммирования входных сигналов реализуется за счет суммирования импульсных последовательностей, благодаря использованию свойств почти-периодических функций.

Принципиальным является следующий вопрос: сохранится ли правильность распознавания при увеличении интенсивности входного сигнала, вызывающего изменения частоты импульсных последовательностей, идущих от объекта. При этом естественно допустить, что все частоты импульсных последовательностей изменяются синхронно при изменении интенсивности

Таким образом, единицей информации является вся импульсная последовательность полностью, то есть 1 это наличие импульсной последовательности это 1; 0 это отсутствие. Иллюстрация единицы информации для биологических нейронных сетей и искусственных бинарных сетей и импульсных нейронных сетей показана на рис. 2.

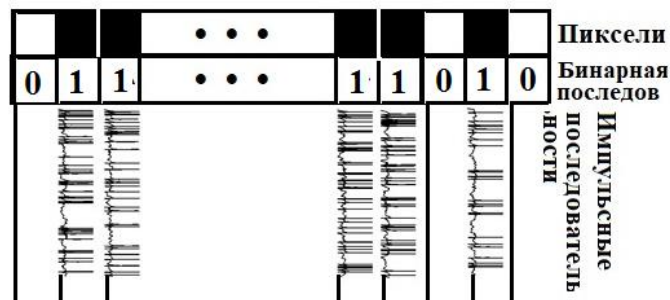


Рис. 2. Иллюстрация единицы информации для биологических нейронных сетей и искусственных бинарных сетей и импульсных нейронных сетей.

Во второй строке сверху показана последовательность нулей и единиц, получаемая при развертке контурного изображения с экрана монитора. Снизу показано предлагаемое кодирование в виде полных импульсных последовательностей. Значению 1 при бинарном кодировании соответствует полная импульсная последовательность при импульсном кодировании, значению 0 в бинарной последовательности при импульсном кодировании соответствует отсутствие или нулевая импульсная последовательность.

Наглядное выполнение операций преобразования входного сигнала в виде совокупности импульсных последовательностей показано на рис. 3.

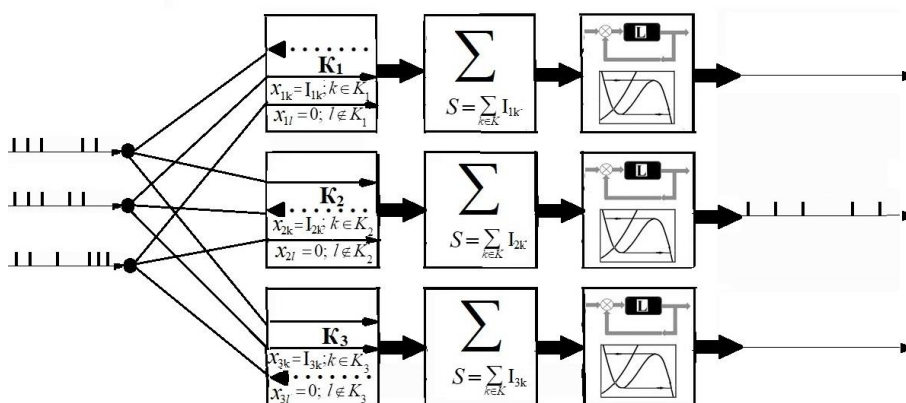


Рис. 3. Наглядное выполнение операций преобразования входного сигнала в виде совокупности импульсных последовательностей с более подробным пояснением избирательных преобразований при образовании кластеров K_1, K_2, K_3 .

Экспериментальное исследование механизма кодирования

Предлагаемый механизм кодирования в ИМНС был исследован в численном эксперименте в задачах распознавания входных объектов: букв и цифр. Распознавание букв было реализовано в учебной нейрообразовательной системе для избирательной нейронной сети. Было использовано распознавание букв L, T, X, формируемых на экране монитора 3x3. Было использовано 3 варианта различных периодов импульсной активности отдельных пикселей на экране. Было показано, что для определенного набора частот импульсных последовательностей, распознавание инвариантно относительно распределения частот по пикселям экрана.

В одном из вариантов задания периодов импульсной активности изменялась интенсивность входных сигналов, что на основании закона Вебера-Фехнера должно было приводить к пропорциональному изменению периодов импульсной активности

пикселей. Периоды импульсной активности менялись в соотношении: 0.5, 0.7, 1.0, 1.5. Результаты вычислительного эксперимента показаны на рис. 4.

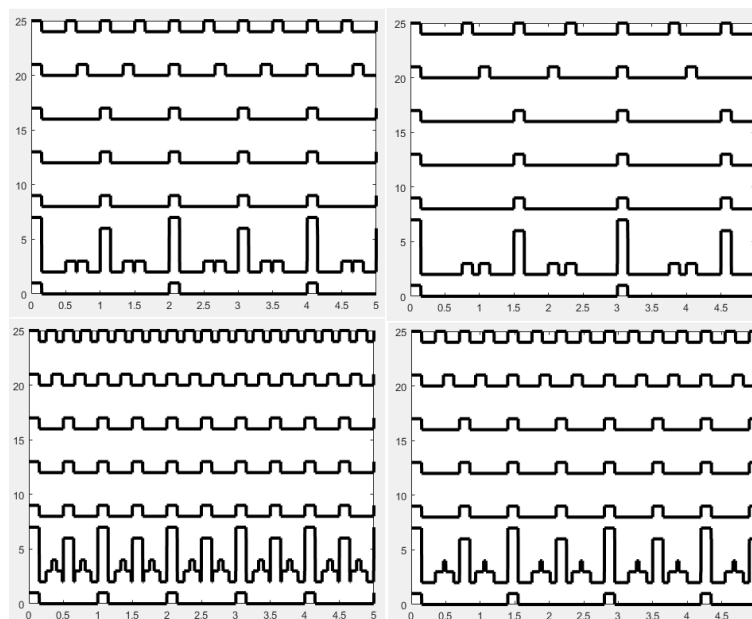


Рис. 4. Результаты вычислительного эксперимента по синхронному изменению частот импульсных последовательностей, характеризующих входные объекты.

На рис. 4 показано суммирование и нелинейное преобразование импульсных последовательностей при распознавании входных объектов и изменении интенсивности входных сигналов, приводящих к изменению частоты следования импульсов.

Из приведенных результатов вычислительного эксперимента видно, что изменения интенсивности входного сигнала и синхронное изменение периодов следования импульсных последовательностей, генерируемых пикселями, не приводит к срыву распознавания входных объектов, а приводит лишь к увеличению частоты следования импульсов на выходе регистрирующего нейрона.

Для проверки эффективности рассматриваемого метода кодирования в избирательных нейронных сетях был реализован на экспериментальном макете. Макет содержал пульт управления с монитором 9x9, на котором можно было набрать буквы L, T, П. Входные импульсные последовательности создавались с помощью 3-х импульсных генераторов, сигналы которых подавались на тройки пикселей экрана.

Таким образом, экспериментальным путем доказано, что при использовании предлагаемого механизма кодирования в импульсных нейронных сетях достигается: инвариантность кодирования месторасположения объектов и интенсивности входного сигнала, устойчивость работы нейронных сетей.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.Е. Мазуров “Импульсный нейрон, близкий к реальному.” Патент на изобретение № 2598298. 09.02.2015.
2. М.Е. Мазуров “Однослойный перцептрон, моделирующий свойства реального перцептрона.” Патент на изобретение № 2597496. 24.02.2015.
3. М.Е. Мазуров // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 83-87.
4. С. [Хайкин С. “Нейронные сети: полный курс. 2-е изд.” М., “Вильямс”, 2006.](#)

Нелинейная динамика и синхронизация нейронных ансамблей при формировании внимания

М.Е. Мазуров

Российский Экономический Университет им. Г. В. Плеханова

mazurov37@mail.ru

Для исследования синхронизации релаксационных автоколебаний используются нелинейные дифференциальные уравнения с малым параметром при старших производных [1]

$$\varepsilon \frac{dx}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \beta_1(t)), \quad \frac{dy}{dt} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \beta_2(t)) \quad (1)$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)$, $\mathbf{y} = (y_1, \dots, y_l)$, $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_k)$, $\mathbf{g} = (g_1, \dots, g_l)$, $\beta_1(t)$, $\beta_2(t)$ - синхронизирующее воздействие. Фазовое пространство R^n ($n = k + l$) системы (1) естественно распадается в прямую сумму k -мерного подпространства X^k и l -мерного подпространства Y^l . При экспериментальной реализации режимов синхронизации были использованы импульсные внешние воздействия периодическое с периодом T_c или периодические релаксационные автоколебаниям.

Математическая теория синхронизации релаксационных автоколебаний, использующая методы равномерных почти-периодических функций

В данной работе используем прямой метод описания синхронизации релаксационных систем, использующий методы теории равномерных почти-периодических функций и основанный на неравенствах Кронекера [1-3]. В этом методе аксиоматически задавались форма релаксационного колебания и пороговая функция, описывающей рефрактерность релаксационного осциллятора - динамический порог возбуждения. В этих работах с помощью методов теории равномерных почти-периодических функций и неравенств Кронекера было показано, что для исследования основных режимов синхронизации типа m/n и определения амплитудно-частотных характеристик стационарной синхронизации релаксационных осцилляторов могут быть использованы соотношения-неравенства Кронекера $-\varepsilon < (n_1 T_1 - n_2 T_2) < 0$, где T_1 , T_2 - периоды синхронизирующего сигнала и релаксационного осциллятора, $\varepsilon = f^{-1}(U)$; $f(T)$ - пороговая чувствительность в фазу относительной рефрактерности. Для описания переходных процессов, предшествующих стационарной синхронизации, могут быть использованы соотношения, включающие неоднородные неравенства Кронекера $-\varepsilon < (T_0 + n_1 T_1 - n_2 T_2) < 0$, В теории чисел последнее неравенство известно как неравенство Чебышева, все возможные решения его неизвестны до настоящего времени. В данной работе рассматривается численная компьютерная реализации предлагаемого метода.

Синхронизация нейронных ансамблей при формировании внимания

Рассматривается задача формирования процесса внимания при синхронизации нейронного ансамбля от центрального нейрона-автогенератора (ЦН). Эта задача имеет большое прикладное значение для понимания механизма когнитивных процессов [4, 5]. Элементами первого слоя являются периферические нейроны (ПН). Они представляют собой детекторы признаков в первичных зонах новой коры, активируемые внешними стимулами. Все взаимодействие между ПН идет через центральный управляющий элемент ЦН. Зрительный объект, представленный ансамблем ПН, работающим

синфазно с ЦН, считается включенным в когнитивный процесс, что интерпретируется как последовательный выбор разных объектов внимания.

Вычислительные методы для исследования синхронизации релаксационных автоколебаний при формировании внимания

Аксиоматическая модель релаксационной автоколебательной системы задается в виде двух различных функций на двух последовательных временных участках [1-3].

$$f(t) = \begin{cases} f_1(t) & | 0 \leq t \leq t_1 \\ f_2(t) & | t_1 < t \leq T \end{cases} \quad f_\theta(t) = \begin{cases} \infty & | \\ f_3(t) & | \end{cases}, \quad (2)$$

где $f(t)$ - функция, характеризующая форму релаксационного автоколебания; $f_1(t)$, $f_2(t)$ - функции, характеризующие релаксационное автоколебание в интервале «быстрого» и «медленного» изменения релаксационного автоколебания; $f_3(t)$ - функция, характеризующая динамический порог возбуждения в интервале «медленной» фазы. Качественная аппроксимация функций $f(t)$ и $f_\theta(t)$ - для типового нейрона показана на рис. 1.

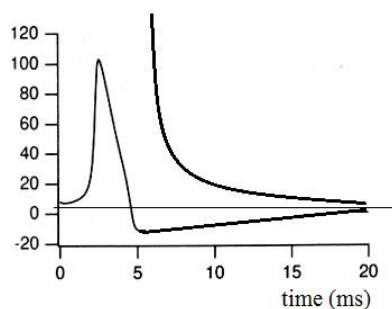


Рис. 1. Качественная аппроксимация функций $f(t)$ и $f_\theta(t)$ - для типового нейрона

Вычислительный алгоритм реализует формулы (2). При численной реализации выделение ε -почти-периодов равномерной почти-периодической функции, получаемой в результате синхронизации, осуществляется путем выделения остатка R от деления текущего времени процесса на период синхронизирующего колебания с помощью встроенной процедуры языка Матлаб $R = \text{mod} \frac{t}{T_c} = \text{mod} \frac{n\Delta t}{T_c}$, где: t - текущее время, Δt - шаг вычислений по времени, n - число шагов. Остаток R равен аргументу алгебраической аппроксимации двух функций «быстрой» и «медленной» фазы релаксационного колебания и динамического порога возбуждения. Далее используется условие, описывающее внеочередное возбуждение релаксационного автоколебания при превышении динамического порога мгновенной суммой, равной значению релаксационного автоколебания и значению амплитуды внешнего синхронизирующего сигнала, имеющее вид $\text{mod} \frac{n\Delta t}{T_c} + U_c \geq f_\theta(\text{mod} \frac{n\Delta t}{T_c})$.

Исследование режимов синхронизации, возможных при формировании внимания

Математическая модель синхронизации ансамбля нейронов при формировании внимания представлена ансамблем периферических нейронов, генерирующих импульсы одновременно с ЦН. Моделирование позволило идентифицировать следующие пять типов динамики модели: 1) асинхронный режим; 2) полная

синхронизация; 3) частичная синхронизация; 4) режим «неправильной» синхронизации; 5) переходный фазодинамический процесс. Численные расчеты проводились в основном для модели, содержащей ЦН и 100 ПН. Для удобства иллюстрации результатов ограничимся случаем модели с 10 ПН.

Асинхронный режим, то есть отсутствие синхронизации, рассчитанный с помощью программы, реализованной на Матлаб 7, показан на рис. 2.

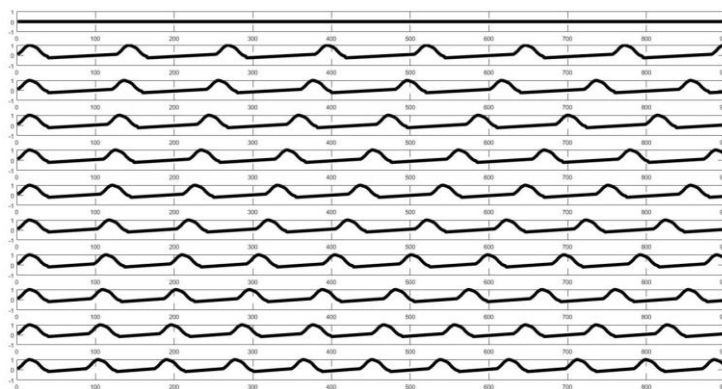


Рис. 2. Асинхронный режим.

Рассмотрена динамика модели, соответствующая режиму полной синхронизации, когда все периферические нейроны имеют одинаковую частоту, равную частоте ЦН. С содержательной точки зрения это означает настройку процесса внимания на один определенный входной объект.

Режим частичной синхронизации занимает как бы промежуточное положение между асинхронным режимом и режимом полной синхронизации. В этом режиме нейроны одной группы срабатывают синфазно с ЦН, в то время как нейроны другой группы импульсов имеют другие частоты генерации. Режим частичной синхронизации нейронов представлен на рис. 3.

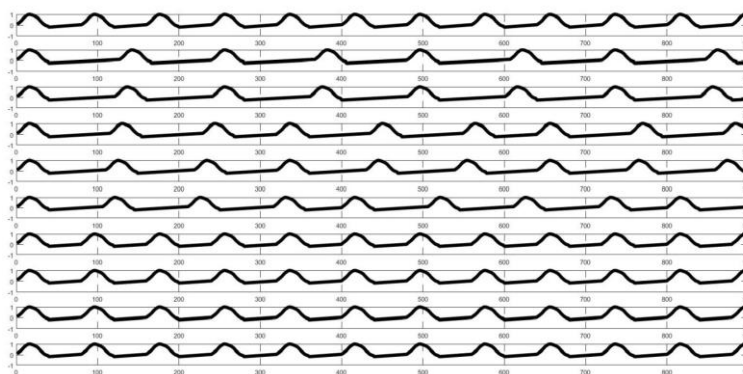


Рис. 3. Режим частичной синхронизации 4-х нейронов, показанных снизу.

Периферические нейроны с номерами от 7 по 10 (последние четыре нейрона) синхронизированы ЦН, частота генерации которой иллюстрируется первым графиком рисунка. Периферические нейроны с 2 по 6 не синхронизированы.

В структуре возможных типов синхронизации определенное место занимают режимы синхронизации, отличные от режима синхронизации типа 1/1, то есть режимы синхронизации типа m/n ($n \neq 1$). Эти режимы называются режимами «неправильной» синхронизации.

Более детально рассмотрены переходные процессы, происходящие от начала синхронизации до установления стационарной.

Переходные процессы при синхронизации релаксационных автоколебаний – фазодинамические переходные процессы

Стационарной синхронизации предшествуют переходные процессы. Установлено, что эти переходные процессы можно разделить на два типа. Это, во-первых, системные переходные процессы и, во-вторых, некоторые специфические переходные процессы, которые будем называть фазодинамическими [1-3]. В начальный момент времени фазы последовательностей импульсов пейсмекера релаксационной автоколебательной системы и синхронизирующего сигнала произвольны; без ограничения общности можно считать их равными T_0 . Условие первой синхронизации короткими импульсами можно найти как минимальное решение неравенством Чебышева [1-3].

Было проведено экспериментальное исследование фазодинамических переходных процессов с помощью компьютерных вычислений. В качестве релаксационной автоколебательной системы использовалась аксиоматическая модель нейрона. Пример одного из таких вычислений показан на рис. 4.

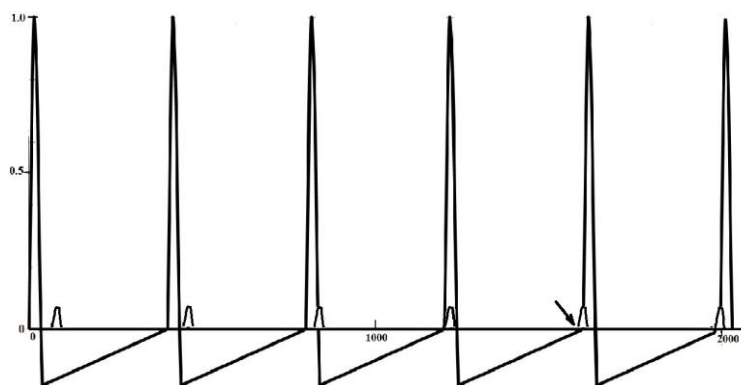


Рис. 4. Фазодинамический переходный процесс.

Фазодинамический переходный процесс длится в течение первых четырех импульсов релаксационных колебаний. Начало стационарной синхронизации показано на рисунке стрелкой. Период автоколебательной активности нейрона равен $T=400$ (условных единиц), период синхронизации $T_c=380$.

ЛИТЕРАТУРА

5. М.Е. Мазуров “Нелинейная синхронизация и ритмогенез в электровозбудимых системах сердца.” Диссертация на соискание ученой степени д.ф.-м.н. Пушино. 2007. 273 с.
6. М.Е. Мазуров // ИВУЗ. сер. Математика. 1989. №7. С.13-20.
7. М.Е. Мазуров // Изв. РАН Серия физическая 2018 т.82 № 1 с. 83-87.
8. Г.Н. Борисюк, Р.М. Борисюк, Я.Б. Казанович и др. // Успехи физических наук. 2002. 172(10). 1189-1214.
9. Я.Б. Казанович “Осцилляторные нейросетевые модели когнитивных функций мозга.” Диссертация на соискание ученой степени д.ф.-м.н. Пушино. 2018. 463 с.

Обобщенная синхронизация в однонаправлено связанных системах с запаздыванием

А.Д. Плотникова, О.И. Москаленко

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Одним из наиболее интересных типов хаотической синхронизации является обобщенная синхронизация, так как этот режим может наблюдаться в двух связанных совершенно разных динамических системах, в том числе и с различной размерностью фазового пространства [1, 2].

Для исследований синхронных режимов в радиофизических системах одними из самых универсальных и эффективных являются резонансные автогенераторы СВЧ-диапазона с запаздывающей обратной связью на основе многорезонаторных клистронов, отличающихся высоким уровнем мощности и КПД, что делает их наиболее перспективным для практического применения [3].

В данной работе представлено исследование особенностей режима обобщенной синхронизации на примере двух моделей однонаправлено связанных систем, широко распространенных в разделе радиофизики. Первая из них представляет собой два радиотехнических генератора с запаздыванием, предложенных в работе [4]:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + k_1 f(x_1(t - \tau)), \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) + k_2 f(x_2(t - \tau)) + k_3 (f(x_1(t - \tau)) - f(x_2(t - \tau))),\end{aligned}\quad (1)$$

где $x_1(t)$ и $x_2(t)$ – переменные, характеризующие поведение ведущей и ведомой систем, соответственно, k_1 и k_2 – параметры, относящиеся аналогичным образом к первому и второму генераторам, k_3 – параметр связи, $f(x) = a - x^2$ – нелинейная функция, a – управляющий параметр, τ – время запаздывания.

Второй пример основан на двух связанных уравнениях Маккея-Гласса [5] с диссипативным слагаемым:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= f(x_1(t - \tau)) - \gamma_1 x_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= f(x_2(t - \tau)) - \gamma_2 x_2(t) + \gamma_3 (x_1(t) - x_2(t))\end{aligned}\quad (2)$$

где $f(x(t - \tau)) = ax(t - \tau)/(1 + (x(t - \tau))^b)$. Изначально уравнение Маккея-Гласса было введено в качестве модели выработки красных кровяных клеток для пациентов с лейкемией. Позже эта модель стала популярной в теории хаоса как система с большим количеством положительных показателей Ляпунова, которое, к тому же, можно варьировать. Электронный аналог этой системы был предложен в работе [6].

Системы с запаздыванием характеризуются бесконечномерным фазовым пространством, и, соответственно, спектр показателей Ляпунова содержит бесконечное число показателей. Следовательно, варьируя параметры, в данном случае k_1 и k_2 и γ_1 и γ_2 , соответственно, можно наблюдать различные режимы в автономных ведущей и ведомой системах, в частности, хаотическую и гиперхаотическую динамику. Таким образом, комбинируя данные величины, можно исследовать разнообразные варианты влияния ведущей системы на ведомую.

Для определения порога режима обобщенной синхронизации, были использованы метод вспомогательной системы [7] и расчет спектра показателей Ляпунова. При помощи метода расчета спектра показателей Ляпунова для систем с запаздыванием, предложенного в работе [8], были получены зависимости 9 старших показателей Ляпунова от параметра связи. Установлено, что при увеличении параметра связи

происходит последовательный переход условных (отвечающих ведомой системе) положительных показателей Ляпунова в область отрицательных значений, в то время как положительные показатели Ляпунова, принадлежащие ведущей системе, остаются неизменными. В момент перехода старшего условного показателя Ляпунова в область отрицательных значений наступает режим обобщенной синхронизации.

Для подтверждения полученных результатов использовался метод вспомогательной системы. Получена зависимость среднего расстояния d между состояниями ведомой и вспомогательной систем от параметра связи, из которой четко видно, что величина d обращается в ноль в момент перехода в режим обобщенной синхронизации. Важно отметить, что пороги установления режима обобщенной синхронизации, полученные путем расчета спектра показателей Ляпунова и при помощи метода вспомогательной системы, в точности совпадают друг с другом.

Аналогичное исследование было проведено для системы (2).

Таким образом, в данной работе были изучены особенности режима обобщенной синхронизации в однонаправлено связанных системах с запаздыванием. В качестве моделей были выбраны связанные радиотехнические генераторы и два уравнения Маккея-Гласса. Рассмотрено несколько случаев взаимодействия систем, характеризующихся различным числом положительных показателей Ляпунова. Установлено, что порог возникновения синхронного режима сильно зависит от степени хаотичности взаимодействующих систем.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (проект № МК-531.2018.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. N.F. Rulkov et al. // Phys. Rev. E. 1995. V.51. No 2. P. 980.
2. O.I. Moskalenko et al. // Phys. Rev. E. 2012. V.86. No 3. P. 036216.
3. Б.С. Дмитриев и др. // Изв. Вузов «ПНД». 2008. Т. 16. В 2. С. 131.
4. В.И.Пономаренко, М.Д.Прохоров // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. В 16. С. 37.
5. M.C.Mackey, L.Glass // Science. 1977. V. 197. P. 287-289.
6. A.Kittel, J.Parisi, K.Pyragas // Physica D. 1998. V. 112. No 4. P. 459.
7. H.D.I.Abarbanel, N.F.Rulkov, M.Sushchik // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. No 5 P. 4528.
8. А.Д.Колоскова, О.И.Москаленко, А.А.Короновский // Письма в ЖТФ. 2018. Т.44. В 9. С. 19.
9. А.А.Короновский, О.И.Москаленко, А.Е.Храмов // ЖТФ. 2006. Т. 76. В 2. С. 1.

Волновые аналоги сред на основе схем фазовой автоподстройки частоты

Б.П.Судеев¹, А.Р. Сафин^{1,2}

¹Национальный исследовательский университет «МЭИ»

²Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

bsudeev@mail.ru

В данной работе рассматривается возможность создания устройства переменной задержки радиосигналов на базе каскадно-включенных колец системы фазовой автоподстройки частоты.

Системы фазовой синхронизации (СФС) широко применяются в различных устройствах формирования и обработки радиосигналов с угловой модуляцией [1,2]. Типовая СФС представляет собой обычно одномерную систему фазового управления с одной входной и одной выходной координатами (рис. 1а). Текущие фазы $\varphi_{in}(t)$ и $\varphi_{out}(t)$ колебаний подстраиваемого генератора (ПГ) и входного сигнала сравниваются между собой в фазовом дискриминаторе (ФД), а цепь управления (ЦУ) с операторным коэффициентом передачи $K(p)$ (оператора $p \equiv \frac{d}{dt}$) служит для придания системе необходимых динамических свойств.

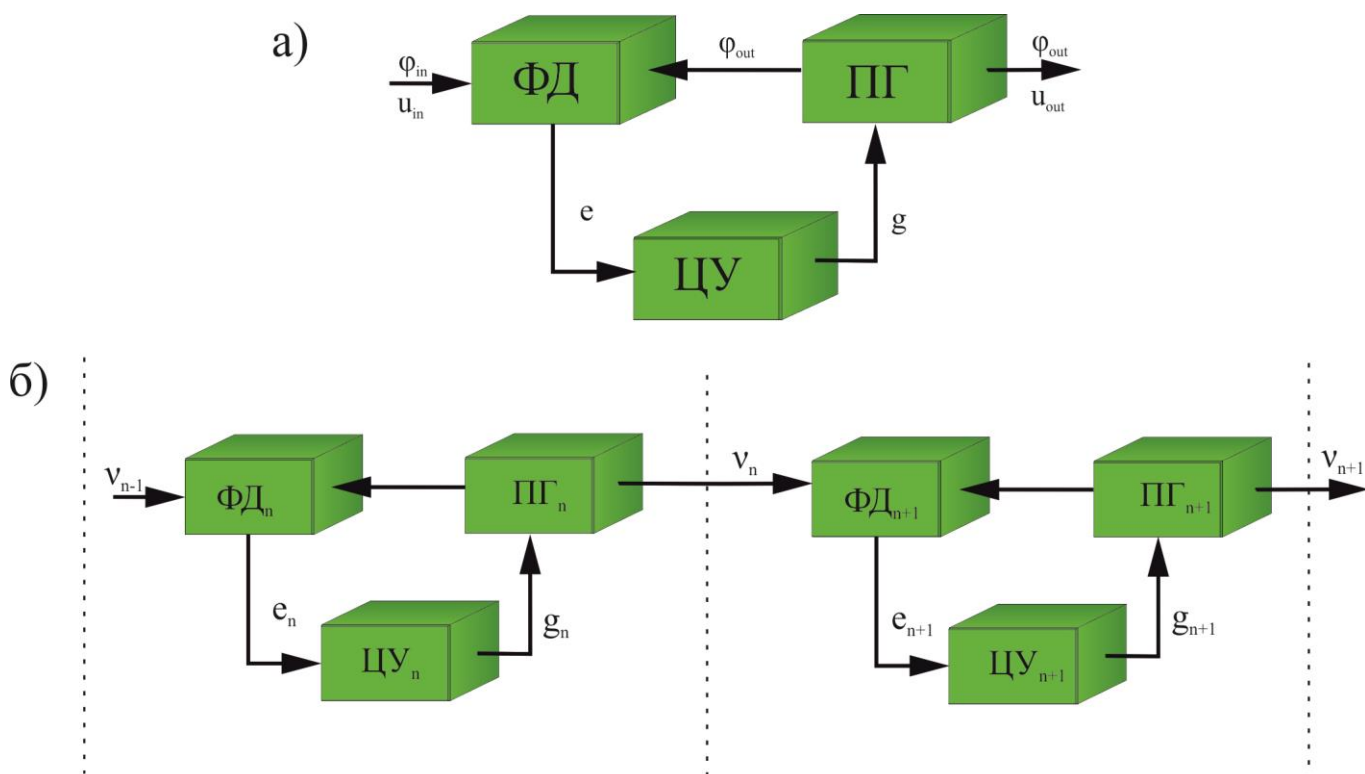


Рис. 1. Структурные схемы одномерной (а) и многомерной (б) СФС.

Вводя текущую разность фаз $\varphi(t) = \varphi_{out}(t) - \varphi_{in}(t)$ на фазовом дискриминаторе и обозначая через $F[\varphi]$ его безразмерную 2π -периодическую

характеристику, можно получить стандартную [2] запись дифференциального уравнения СФС по схеме Рис.1а .

$$p\varphi + \Omega \cdot K(p)F[\varphi] = \omega_0 - p\varphi_{in} \quad (1)$$

Для практических приложений главное достоинство СФС перед способом непосредственного захватывания автогенератора внешним сигналом состоит в наличии цепи управления, позволяющей превратить напряжение ошибки $e(t)$ в любой желаемый сигнал управления $g(t)$ (рис.1а).

Однако простейшим СФС, построенным по одноконтурной схеме типа Рис.1а, присущи противоречия при попытке удовлетворить различным требованиям к характеристикам системы – большой полосе захвата, малой вероятности срыва слежения, высокому быстродействию, малой шумовой полосе и т.д. [1,2]. Среди многих предлагавшихся в литературе [1-5] путей ослабления указанных противоречий наиболее перспективным является целенаправленный переход к коллективному фазовому управлению ансамблем многих подстраиваемых автогенераторов. Такое управление использует общие, повторяющиеся свойства отдельных ПГ и позволяет устранить некоторые из перечисленных ограничений, свойственных одноконтурным СФС.

Результатом работы является теоретико-волновой подход к коллективу взаимодействующих СФС, позволяющий отыскать такие волновые его аналоги, которые характеризовали бы коллективную СФС не как дискретный ансамбль, а как сплошную (распределенную) среду.

Центральное выражение работы, описывающее распространение процесса возмущения фазы колебаний $v(t)$ подстраиваемых автогенераторов вдоль цепочки парциальных систем, и позволяющее построить «волновой аналог» однонаправленной (без цепей взаимного управления) каскадной структуры СФС:

$$[K(p, n) + \tau(n)p] \frac{\partial^2 v(t, n)}{\partial n^2} + t(n)p \frac{\partial v(t, n)}{\partial n} = 0 \quad (2)$$

Это уравнение справедливо и для неоднородной по координате n структуры цепочечной СФС.

Отметим, что полезность волновых аналогов каскадных СФС для построения практических устройств состоит в возможности целенаправленного подбора типа оператора $K(p)$ и значения постоянной времени t парциальной СФС для достижения желаемого вида дифференциального уравнения. Это уравнение характеризует каскадную СФС как сплошную среду, в качестве устройства переменной задержки для радиосигналов с угловой модуляцией, а его вид определяет характеристики такой среды.

В работе найдены не только волновые аналоги каскадного СФС, не содержащего цепей взаимного управления, но и решения уравнений волновых аналогов. Выбирая в цепи управления фильтры с различными выражениями коэффициента передачи, можно получать самые разнообразные типы сплошных сред или волновых аналогов цепочечных структур СФС с различными волновыми свойствами.

Работа выполнена при финансовой поддержке базовой части Государственного задания РФ № 8.8109.2017/БЧ, гранта РФФИ № 18-07-00485 и гранта Президента для молодых кандидатов наук № МК-283.2019.8

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Линдсей «Системы синхронизации в связи и управлении». Пер. с англ. /Под ред. Ю.Н. Бакаева, М.В. Капранова. М.: Сов. Радио, 1978.
2. В.Н. Акимов и др. «Системы фазовой синхронизации». Под ред. В.В. Шахгильдяна, Л.Н. Белюстиной. М.: Радио и связь, 1982.
3. М.В. Капранов «Каскадные системы фазовой автоподстройки частоты. Динамика систем» 1976. Вып. 11. С.76-85.
4. М.В. Капранов «Системы коллективной фазовой автоподстройки частоты». Труды МЭИ. 1978. Вып. 355. С.3-9.
5. М.В. Капранов «Коллективная синхронизация в каскадных взаимосвязанных системах ФАП». Труды МЭИ. 1979. Вып. 418. С. 3-8.

Механизмы возникновения перемежаемости на границе обобщенной синхронизации в системах со сложной топологией аттрактора

В.А. Ханадеев, О.И. Москаленко, А.А. Короновский

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

v.a.hanadeev@gmail.com

Перемежаемость является хорошо известным явлением в нелинейной науке [1]. Данное явление подразумевает чередование регулярного (периодического или стационарного) и нерегулярного (хаотического) поведения или чередование различных хаотических режимов. Перемежаемость наблюдается в разных динамических системах, в том числе физических, медицинских и биологических. В случае наличия перемежающегося поведения на границе синхронизации связанных хаотических систем обычно говорят о перемежающейся синхронизации. Среди различных видов перемежающейся хаотической синхронизации можно выделить перемежающуюся обобщенную синхронизацию [2], перемежающуюся синхронизацию с запаздыванием [3], перемежающуюся фазовую синхронизацию [4] в зависимости от типа синхронного режима.

В настоящей работе исследуются характеристики перемежающегося поведения, имеющего место на границе обобщенной синхронизации, на примере системы двух однонаправленно связанных осцилляторов Чена [5,6], имеющих сложную (двулистную) структуру аттрактора. Для изучения перемежаемости в однонаправленно связанных системах подходит метод вспомогательной системы [7]. Для данного метода необходимо создать вспомогательную систему, которая будет идентична ведомой системе по управляющим параметрам, но будет иметь небольшое отклонение в начальных условиях. Известно, что при наличии в исходной системе обобщенной синхронизации ведомая и вспомогательная системы будут иметь полностью одинаковые траектории, в то время как в отсутствие синхронного режима эти траектории будут достаточно сильно отличаться друг от друга. Исходя из этого, если построить временную зависимость разницы одной из координат ведомой и вспомогательной систем, то по присутствию чередования нулевой разности (ламинарная фаза) и резких скачков (турбулентные фазы) можно судить о наличии перемежающегося поведения. Построив зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности и распределения длительностей ламинарных фаз при фиксированных управляющих параметрах, станет возможным определить тип перемежаемости.

Исследуемая система описывается следующими обыкновенными дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(y_1 - x_1) + ey_1z_1, & \dot{x}_2 &= a(y_2 - x_2) + ey_2z_2, \\ \dot{y}_1 &= cx_1 - dx_1z_1 + y_1 + u_1, & \dot{y}_2 &= cx_2 - dx_2z_2 + y_2 + u_2, \\ \dot{z}_1 &= x_1y_1 - bz_1, & \dot{z}_2 &= x_2y_2 - bz_2, \\ \dot{u}_1 &= -k_1y_1 + \varepsilon(x_2 - x_1), & \dot{u}_2 &= -k_2y_2, \end{aligned} \quad (1)$$

где x_1, y_1, z_1, u_1 – координаты ведомой системы, x_2, y_2, z_2, u_2 – координаты ведущей системы, $a = 35$, $b = 4.9$, $c = 25$, $d = 5$, $e = 35$, $k_1 = 110$, $k_2 = 190$ – управляющие параметры, ε – параметр связи. Также вспомогательная система описывается следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{x}}_1 &= a(\tilde{y}_1 - \tilde{x}_1) + e\tilde{y}_1\tilde{z}_1, \\
 \dot{\tilde{y}}_1 &= c\tilde{x}_1 - d\tilde{x}_1\tilde{z}_1 + \tilde{y}_1 + \tilde{u}_1, \\
 \dot{\tilde{z}}_1 &= \tilde{x}_1\tilde{y}_1 - b\tilde{z}_1, \\
 \dot{\tilde{u}}_1 &= -k_1\tilde{y}_1 + \varepsilon(x_2 - \tilde{x}_1),
 \end{aligned} \tag{2}$$

где \tilde{x}_1 , \tilde{y}_1 , \tilde{z}_1 , \tilde{u}_1 – координаты вспомогательной системы. Значения управляющих параметров были подобраны так, чтобы в автономном режиме ведомая система находилась в гиперхаотическом режиме с двумя положительным показателем Ляпунова, а ведущая система в хаотическом режиме с одним положительным показателем Ляпунова. Для системы (1) был рассчитан спектр показателей Ляпунова, из которого следовало, что режим обобщенной синхронизации наступает при $\varepsilon = 165$.

На границе обобщенной синхронизации наблюдается перемежающееся поведение, характеристики которого представлены на рисунке 1. На рисунке 1a различными типами точек показаны распределения длительностей ламинарных фаз, полученные численно для системы (1)-(2) при различных значениях параметра связи. Аналогично на рисунке 1b точками представлена зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра связи.

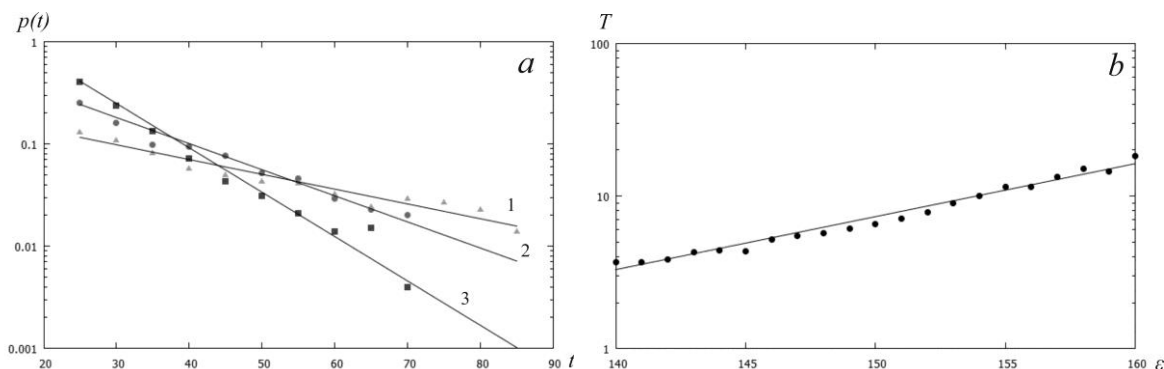


Рис. 1 – Распределения длительностей ламинарных фаз (a) и зависимость средней длительности ламинарных фаз (b) от параметра связи ε , полученные численно для системы (1,2), и их аппроксимации закономерностями (3) и (4), соответственно. Параметры аппроксимации выбраны следующими: (a) 1 – $\varepsilon = 140$, $K = 50$, $T = 10$, 2 – $\varepsilon = 150$, $K = 18$, $T = 17$, 3 – $\varepsilon = 160$, $K = 8$, $T = 30$; (b) $K = 0.000045$, $\alpha = 0.08$.

Полученные численные закономерности аппроксимированы экспоненциальными законами, характерными для режима индуцированной шумом перемежаемости [8,9]: распределение длительностей ламинарных фаз – экспоненциальным законом

$$p(t) = \frac{K}{T} \exp\left(-\frac{t}{T}\right) \tag{3}$$

где T – средняя длительность ламинарных фаз при фиксированных значениях управляющих параметров, а зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности – экспоненциальной закономерностью

$$T = K \exp(\alpha\varepsilon) \tag{4}$$

где ε – параметр надкритичности (в данном случае параметр связи), K и α – некоторые положительные константы. Возможность применения данной теории для систем с двулистной структурой аттрактора, находящихся вблизи границы обобщенной

синхронизации, обсуждена в работе [9]. Из представленных результатов видно хорошее соответствие данных теории и численного моделирования.

Таким образом, в настоящей работе установлено, что на границе режима обобщенной синхронизации в системе двух однонаправленных систем Чена действительно присутствует перемежающееся поведение. Используя метод вспомогательной системы, были построены распределения длительностей ламинарных фаз и зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра связи. Полученные экспериментальные данные удалось аппроксимировать экспоненциальными зависимостями.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых (проект № МК-531.2018.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Berge P., Pomeau Y., Vidal C.* // Order within chaos. New York: John Wiley and Sons; 1984.
2. *Hramov A.E., Koronovskii A.A.* // Intermittent generalized synchronization in unidirectionally coupled chaotic oscillators. *Europhysics Letters*. 70, 2 (2005) 169-175
3. *Boccaletti S., Valladares DL.* // Characterization of intermittent lag synchronization. *Phys Rev E* 20 0 0;62(5):7497–500 .
4. *Chen JY, Wong KW, Zheng HY, Shuai JW.* // Intermittent phase synchronization of coupled spatiotemporal chaotic systems. *Phys Rev E* 2001;64(1):016212 .
5. *Chen Z., Yang Y., Qi G., Yuan Z.* // *Physics Letters A* **360** (6) (2007) 696-701.
6. *Москаленко О.И., Ханадеев В.А., Короновский А.А.* // Письма в ЖТФ **44** (19) (2018) 87-95.
7. *Abarbanel H.D.I., Rulkov N.F., Sushchik M.M.* // *Phys. Rev. E.* **53** (5) (1996) 4528-4535
8. *Moskalenko O.I., Koronovskii A.A., Zhuravlev M.O., Hramov A.E.* // *Chaos, Solitons & Fractals.* **117**, (2018) 269-275
9. *Москаленко О.И., Короновский А.А., Ханадеев В.А.* // *ЖТФ.* **89**, 3 (2019) 338-341