КОГЕРЕНТНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Влияние сильной электромагнитной волны на проводимость β-Ga ₂ O ₃ В.Л. Абдрахманов, Д.В. Завьялов, В.И. Конченков, С.В. Крючков
Фантомная поляриметрия как метод изучения поляризационно- чувствительных объектов Л.П. Агапов, И.А. Беловолов, С.А. Магниикий, А.С. Чиркин
Эффект Тальбота на основе индуцированной рамановской решетки В.Г. Архипкин, С.А. Мысливец, П.С. Панкин, И.В. Тимофеев
Особенности сжатого света в оптических микрорезонаторах С.Н. Балыбин, О.В. Тихонова, А.С. Волошин, В.Е. Лобанов
Индуцированные изменения показателя преломления в поверхностном слое ниобата лития при оптическом формировании канальных волноводных структур <i>А.Д. Безпалый, В.И. Быков, А.Е. Мандель</i>
Имитационное моделирование эффективности матричных концентраторных фотовольтаических преобразователей А.В. Бланк, С.Д. Богданов, Н.А. Сухарева
Солитоны и автоволны в молекулярных системах А.Н. Бугай
Прогнозирование срока службы мощных диодных лазеров по спектру их излучения на начальном этапе эксплуатации В.В. Близнюк, О.И. Коваль, В.А. Паршин, А.Г. Ржанов, А.Е.Тарасов, В.С. Григорьев
Анализ спектральных характеристик лазерных диодов с целью оптимизации их режима накачки В.В. Близнюк, В.А. Паршин, А.Г. Ржанов, А.Е. Тарасов, О.И. Семенова, В.С. Григорьев, К.П. Галстян, А.В. Долгов, Н.В. Морозов
Частичная когерентность излучения лазерных диодов как причина образования в них каналов генерации <i>А.Г. Ржанов</i>
Генерация частотной гребенки многочастотным лазером, затянутым на высокодобротный резонатор <i>Р.Р. Галиев, Н.М. Кондратьев, Н.Г. Павлов, В.Е. Лобанов, И.А. Биленко</i>
Влияние неаддитивности энергетического спектра на распространение уединенной электромагнитной волны в двумерной графеновой сверхрешетке
С.Ю. Глазов, Г.А. Сыродоев

Нелинейные эффекты при распространении мощных наносекундных
видеоимпульсов в слаоопроводящих средах П.С. Глазунов, В.А. Вдовин, А.И. Слепков
Исследование влияния фотоиндуцированного изменения оптического поглощения фотополимерного материала на процесс голографического формирования многослойных неоднородных дифракционных структур Д.И. Дудник, С.Н. Шарангович
Генерация оптико-терагерцовых импульсов в волноводах с квадратичной нелинейностью С.В. Сазонов,И.Г. Захарова, А.А. Калинович
Влияние обратной волны на генерацию и динамику керровских частотных гребенок и диссипативных керровских солитонов в оптических микрорезонаторах <i>Н.М. Кондратьев, А.В. Черенков, В.Е. Лобанов</i>
Модуляционная неустойчивость волновых пакетов, распространяющихся в световоде с различными типами зависимости дисперсии от длины Л А Евссев И О Золотовский В А Лапин Л И Семениов
Нелинейные электромагнитные волны на поверхности топологического изолятора
А.И. Маймистов, Е.И. Ляшко, С.О. Елютин
Формирование запутанных состояний света при распространении в нелинейном многосердцевинном оптическом волокне В.О. Мартынов, В.А. Миронов
Влияние нелинейных стационарных диспергирующих волн на рельеф подстилающей поверхности катастрофических потоков
О.Н. Мельникова, К.В. Показеев
стохастического уравнения шредингера А.В. Павельев, В.В. Семин
Интегрально-оптический двухдоменный жидкокристаллический дефлектор
И.И. Рушнова, О.С. Кабанова, Е.А. Мельникова, А.Л. Толстик
импульсах малофотонного лазерного источника <i>Т.Р. Садретдинов, П.П. Гостев, С.А. Магницкий</i> 76

Аналитические способы исследований динамики солитонов в оптических световодах	
С.В. Сазонов)
Немарковская релаксация трехуровневой системы в двух лазерных полях с шумом	
В.В. Семин	!
Использование нелинейных оптических процессов для селекции частотных мод неклассического сжатого света	1
В.В. Сухарников, О.В. Тихонова	Ļ
Предельно короткие солитоны интегрируемого обобщения редуцированных уравнений Максвелла–Блоха	
С.В. Сазонов, Н.В. Устинов	7
Нелинейные механоэлектрические преобразования в пористых средах: методика лабораторных исследований	
11.А. Казначеев, А.п. Камшилин92	2
Синхронизация мод в лазерах за счет явления самоидуцированной	
прозрачности: новые теоретические и экспериментальные результаты Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.А. Шимко, И. Бабушкин, Н.Н. Розанов	5
Квантовая интерференция неортогональных состояний фотонных СПР пар	
Д.Н. Фроловцев, С.А. Магницкий 100)
Исследование динамики интенсивных импульсов, распространяющихся в фотонно-кристаллическом оптическом	
волокне с градиентом дисперсии групповой скорости В.А. Халяпин	3
Двухкомпонентные оптические пули в средах с комбинированной	
нелинейностью второго и третьего порядков М.В. Комиссарова, М.В. Цыганов	7

Влияние сильной электромагнитной волны на проводимость β-Ga₂O₃

В.Л. Абдрахманов¹, Д.В. Завьялов¹, В.И. Конченков¹, С.В. Крючков^{1,2} ¹Волгоградский государственный технический университет ²Волгоградский государственный социально-педагогический университет kontchenkov@yandex.ru

Оксид галлия В последние несколько лет активно исследуется как экспериментально, так и теоретически, что связано с развитием технологии получения этого материала и широкими перспективами его использования в области силовой в качестве основы для твердотельных излучателей электроники И света ультрафиолетовом диапазоне [1]. Рассматриваемый материал вплоть до значений энергий носителей тока в зоне проводимости порядка нескольких электрон-вольт имеет параболический закон дисперсии, эффективная масса носителей заряда составляет $m = 0.28 m_{a}$ (m_{a} - масса свободного электрона). Анализ экспериментов по исследованию эффекта Холла показывает, что при комнатных температурах основным механизмом, обеспечивающим проводимость β-модификации оксида галлия, является рассеяние на полярных оптических фононах, а при температурах порядка 100 К – рассеяние на заряженных примесях [2].

Создание источников и детекторов излучения, работающих в ультрафиолетовом диапазоне, требует исследования высокочастотных свойств материала, причем следует рассматривать волну, частота Ω которой велика по сравнению со средней частотой столкновений $1/\tau$, т.е. $\Omega \tau >> 1$ (τ - время релаксации импульса электрона). Такая ситуация соответствует области применимости квантового кинетического уравнения [3]. В настоящей работе предпринята попытка численного решения квантового кинетического уравнения, записанного для случая электронного газа с параболическим законом дисперсии, когда вдоль одной из осей (для определенности – вдоль оси Х) постоянное электрическое поле напряженностью E_1 , а также приложено высокочастотное переменное электрическое поле сильной волны с напряженностью $E_0 \sin \Omega t$, причем основным механизмом рассеяния предполагается рассеяние на примесях. Напряженность постоянного электрического поля выбирается равной порядка $10^4 - 10^5$ В/см – при таких значениях, как показывают расчеты [3, 4], вольт-амперная характеристика оксида галлия соответствует закону Ома, а энергетический спектр можно считать параболическим.

Квантовое кинетическое уравнение получено в [5] для электрон-фононной системы, однако формально можно учесть взаимодействие электронов с заряженными примесями, считая такие столкновения упругими. Для случая невырожденного электронного газа в предположении, что фононный газ является равновесным, квантовое кинетическое уравнение принимает вид (1). Здесь $N_{\vec{k}} = 1/(\exp(\hbar\omega_{\vec{k}}/(kT))-1)$ - функция распределения фононов, \vec{k} - импульс фонона, $\varepsilon_{\vec{p}} = p^2/(2m)$ - энергия электрона, $C_{\vec{k}}$ - константа электрон-фононного взаимодействия, $f_{\vec{p}}(t) = \langle a_{\vec{p}}^+ a_{\vec{p}} \rangle_t$ - электронная функция распределения, $a_{\vec{p}}^+$ и $a_{\vec{p}}$ - операторы рождения и уничтожения электрона в состоянии с импульсом \vec{p} , $\langle \rangle_t$ означает усреднение с матрицей плотности, $J_n(x)$ - функция Бесселя первого рода.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f_{\bar{p}}}{\partial t} + e\vec{E}_{1}\frac{\partial f_{\bar{p}}}{\partial \vec{p}} &= -\frac{2\pi}{\hbar}\operatorname{Re}\sum_{\vec{k}}\left|C_{\vec{k}}\right|^{2}\sum_{s,l}J_{s}\left(\frac{e\vec{E}_{0}}{m\hbar\Omega^{2}}\cdot\vec{k}\right)J_{l}\left(\frac{e\vec{E}_{0}}{m\hbar\Omega^{2}}\cdot\vec{k}\right)\exp\left[i\left(l-s\right)t\right]\cdot\\ \cdot\int_{-\infty}^{t}dt'\left\{\left[f_{\bar{p}}\left(t'\right)N_{\vec{k}} - f_{\bar{p}+\vec{k}}\left(N_{\vec{k}}+1\right)\right]\exp\left(\frac{i}{\hbar}\left(\varepsilon_{\bar{p}+\vec{k}} - \varepsilon_{\bar{p}} - \hbar\omega_{0} - l\hbar\Omega\right)\left(t-t'\right)\right) + \right.\\ \left.+\left[f_{\bar{p}}\left(t'\right)\left(N_{\bar{k}}+1\right) - f_{\bar{p}+\vec{k}}N_{\vec{k}}\right]\exp\left(\frac{i}{\hbar}\left(\varepsilon_{\bar{p}+\vec{k}} - \varepsilon_{\bar{p}} + \hbar\omega_{0} - l\hbar\Omega\right)\left(t-t'\right)\right) - \right.\\ \left.-\left[f_{\bar{p}-\vec{k}}\left(t'\right)\left(N_{\bar{k}} - f_{\bar{p}}\left(N_{\bar{k}}+1\right)\right)\right]\exp\left(\frac{i}{\hbar}\left(\varepsilon_{\bar{p}} - \varepsilon_{\bar{p}-\vec{k}} - \hbar\omega_{0} - l\hbar\Omega\right)\left(t-t'\right)\right) - \left.-\left[f_{\bar{p}-\vec{k}}\left(t'\right)\left(N_{\bar{k}}+1\right) - f_{\bar{p}}N_{\bar{k}}\right]\exp\left(\frac{i}{\hbar}\left(\varepsilon_{\bar{p}} - \varepsilon_{\bar{p}-\vec{k}} + \hbar\omega_{0} - l\hbar\Omega\right)\left(t-t'\right)\right)\right]\right\}.\end{aligned}$$

Приведенное уравнение является нелокальным по времени, то есть скорость изменения функции распределения $f_{\vec{p}}$ в текущий момент времени *t* зависит от значений этой функции во все предыдущие моменты времени.

Усредняя (1) по промежутку времени $T >> \Omega^{-1}, \hbar \varepsilon_{\bar{p}}^{-1}$ и считая $f_{\bar{p}}$ медленно меняющейся по сравнению с экспонентами, в предположении $\omega_{-\bar{k}} = \omega_{\bar{k}} = 0$ получаем уравнение для низкочастотной составляющей электронной функции распределения:

$$\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + e\vec{E}_{1}\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} = \frac{2\pi}{\hbar}\sum_{\vec{k}} \left|C_{\vec{k}}\right|^{2} \left(2N_{\vec{k}}+1\right)\sum_{l=-\infty}^{\infty}J_{l}^{2}\left(\frac{e\vec{E}_{0}}{m\hbar\Omega^{2}}\cdot\vec{k}\right)\left[f_{\vec{p}+\vec{k}}-f_{\vec{p}}\right]\delta\left(\varepsilon_{\vec{p}+\vec{k}}-\varepsilon_{\vec{p}}-l\hbar\Omega\right)$$
(2)

Для рассмотрения рассеяния на примесях необходимо в (2) сделать замену

$$\left|C_{\vec{k}}\right|^{2} \left(2N_{\vec{k}}+1\right) \to \frac{n_{ci}}{V} \left(\frac{4\pi Z e^{2}}{\varepsilon_{0}}\right)^{2} \frac{\hbar^{4}}{\left(k^{2}+\eta^{2}\hbar^{2}\right)^{2}},\tag{3}$$

где $\vec{k} = \vec{p} - \vec{p}$ - изменение квазиимпульса электрона в результате рассеяния на примеси, $\eta = 1/r_0$, r_0 - дебаевский радиус экранирования, Ze - заряд примеси, n_{ci} - концентрация примесей. В случае рассеяния на примесях получаем уравнение (2) в следующем виде:

$$\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + e\vec{E}_{1}\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} = \\
= \sum_{\vec{p}'} \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} J_{l}^{2} \left(\frac{e\vec{E}_{0}}{m\hbar\Omega^{2}} \cdot \left(\vec{p}' - \vec{p}\right) \right) \frac{2\pi n_{ci} \cdot \left(4\pi Z e^{2}\right)^{2} \hbar^{4}}{\hbar\varepsilon_{0}^{2} V \left(\left(\vec{p}' - \vec{p}\right)^{2} + \hbar^{2}\eta^{2}\right)^{2}} \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - l\hbar\Omega\right) \right) \left[f_{\vec{p}'} - f_{\vec{p}} \right] \tag{4}$$

Выражение (4) формально можно переписать в виде, соответствующем кинетическому уравнению Больцмана:

$$\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial t} + e\vec{E}_{1}\frac{\partial f_{\vec{p}}}{\partial \vec{p}} = \sum_{\vec{p}'} \left\{ \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} W_{l}\left(\vec{p}',\vec{p}\right) \right) f_{\vec{p}'} - \left(\sum_{l=-\infty}^{\infty} W_{l}\left(\vec{p},\vec{p}'\right) \right) f_{\vec{p}} \right\},\tag{5}$$

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

$$W_{l}(\vec{p},\vec{p}') = W_{l}(\vec{p}',\vec{p}) = J_{l}^{2} \left(\frac{e\vec{E}_{0}}{m\hbar\Omega^{2}} \cdot (\vec{p}'-\vec{p}) \right) \frac{2\pi N_{i} \cdot (4\pi Ze^{2})^{2} \hbar^{4}}{\hbar\varepsilon_{0}^{2} V \left((\vec{p}'-\vec{p})^{2} + \eta^{2}\hbar^{2} \right)^{2}} \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}'} - \varepsilon_{\vec{p}} - l\,\hbar\Omega\right)$$
(6)

Уравнение вида (6) можно решать численно квазиклассическим методом Монте-Карло, при этом $W_l(\vec{p}, \vec{p}')$ можно рассматривать как вероятность электрону рассеяться на *l*-ом канале рассеяния. Тогда следует вычислить полную вероятность рассеяния электрона с квазиимпульсом \vec{p} на *l*-ом типе рассеяния. Перейдем в сферическую систему координат, так что ось Z сонаправлена с вектором \vec{E}_0 , тогда векторы \vec{p} и \vec{p}' будут характеризоваться наборами $\{p', \theta, \phi\}$ и $\{p, \alpha, \beta\}$, соответственно.

$$W_{l}\left(\vec{p}\right) = V_{0}^{\infty} \frac{p^{\prime 2} dp^{\prime}}{(2\pi\hbar)^{3}} \int_{0}^{\pi} \sin\theta d\theta \int_{-\pi}^{\pi} d\varphi J_{l}^{2} \left(\frac{eE_{0}}{m\hbar\Omega^{2}} p^{\prime}\cos\theta - \frac{eE_{0}}{m\hbar\Omega^{2}} \cdot p\cos\alpha\right) \cdot \frac{2\pi n_{ci} \cdot \left(4\pi Ze^{2}\right)^{2} \hbar^{4}}{\hbar\varepsilon_{0}^{2} V\left(p^{\prime 2} + p^{2} - 2pp^{\prime}\cos\left(\vec{p} \wedge \vec{p}^{\prime}\right) + \eta^{2}\hbar^{2}\right)^{2}} \delta\left(\varepsilon_{\vec{p}^{\prime}} - \varepsilon_{\vec{p}} - l\hbar\Omega\right)$$

$$(7)$$

Здесь $\vec{p}^{\wedge}\vec{p}'$ - угол между векторами \vec{p} и \vec{p}' ,

$$\cos \vec{p}^{\wedge} \vec{p}' = \cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha \cos (\varphi - \beta).$$
(8)

После взятия интегралов по модулю конечного квазиимпульса электрона \vec{p}' и по полярному углу φ , перехода в систему СГС и обезразмеривания выражение для полной вероятности принимает вид:

$$W_{l}(\vec{p}) = \frac{2(4\pi)^{3} m n_{cl} (Ze^{2})^{2}}{\Omega(2mkT)^{-3/2}} (p^{2} + l\Omega) \int_{1}^{1} dx J_{l}^{2} \left(E_{0} \left(\sqrt{(p^{2} + l\Omega)} x - p \cos \alpha \right) \right) \cdot \left(x^{2} \cdot 4p^{2} \left(p^{2} + l\Omega \right) - x \cdot 4p \left(2p^{2} + l\Omega + \eta^{2} \right) \sqrt{(p^{2} + l\Omega)} \cos \alpha + \left(2p^{2} + l\Omega + \eta^{2} \right)^{2} - 4p^{2} \left(p^{2} + l\Omega \right) \sin^{2} \alpha \right)^{-1/2},$$
(9)

где введены следующие обозначения:

$$\vec{p} \to \frac{\vec{p}}{\sqrt{2mkT}}, t \to \Omega t, \Omega \to \frac{\hbar\Omega}{kT}, \eta^2 \to \frac{\eta^2 \hbar^2}{2mkT}, \vec{E}_0 \to \frac{e\vec{E}_0\sqrt{2mkT}}{m\hbar\Omega^2}, \vec{E}_1 \to \frac{e\vec{E}_1}{\Omega\sqrt{2mkT}}.$$
 (10)

На рис. 1 показана зависимость вероятности рассеяния $W_l(\vec{p})$ при l=1 и l=-1, соответствующие случаям поглощения и испускания одного фотона. С ростом модуля l вероятность рассеяния быстро убывает. Поэтому при моделировании можно ограничиться некоторым l_{max} , которое зависит от максимального значения импульса электрона.

При квазиклассическом моделировании методом Монте-Карло считаем, что в промежутках между столкновениями электрон движется согласно квазиклассическим уравнениям движения $d\vec{p} / dt = \vec{E}_1$.



Рис. 1. Зависимость вероятности рассеяния на примесях от модуля квазиимпульса электрона (в безразмерных единицах).

Момент столкновения t определяется из уравнения

$$r = \exp\left(-\int_{0}^{t} W(\mathbf{p}(t')) dt'\right), \qquad (12)$$

где *r* - равномерно распределенная на промежутке [0, 1] случайная величина, $W(\vec{p}) = \sum_{l} W_{l}(\vec{p})$ - полная вероятность рассеяния. После определения *t* необходимо определить механизм рассеяния. Для этого сопоставляем каждому механизму рассеяния отрезок, длина которого пропорциональная соответствующей вероятности рассеяния, и располагаем эти отрезки друг за другом. Разыгрывая случайное число *s* из промежутка $[0, W(\vec{p})]$, по номеру отрезка, в пределы которого попала величина *s*, определяем тип рассеяния.

Таким образом, для квантового кинетического уравнения, описывающего низкочастотную часть функции распределения в случае рассеяния носителей тока на заряженных примесях при воздействии на образец постоянного и высокочастотного электрических полей, предложена процедура численного решения с использованием метода Монте-Карло, вычислена зависимость полной вероятности рассеяния от квазиимпульса электрона. Рассматриваемое квантовое кинетическое уравнение применимо к исследованию проводимости β-модификации оксида галлия при температурах около 100 К. Следует отметить, что исследование статической проводимости оксида галлия методом Монте-Карло проводилось в работах [3, 4].

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках проектной части государственного задания, код проекта 3.2797.2017/4.6, и поддержана грантом РФФИ 18-42-340006-р_а.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. S.I. Stepanov et al // Rev. Adv. Mat. Sci. 2016. V. 44. P. 63.
- 2. N. Ma et al // Appl. Phys. Lett. 2016. V. 109. P. 212101.
- 3. K.Ghosh, U. Singisetti // J. Appl. Phys. 2017. V. 122. P. 035702.
- 4. Z.-Ch. Zhang et al // Appl. Phys. A. 2018. V. 124. P. 637.
- 5. Э.М. Эпштейн // ФТТ. 1970. Т. 12. Вып. 12. С. 3461.

Фантомная поляриметрия как метод изучения поляризационночувствительных объектов

Д.П. Агапов, И.А. Беловолов, С.А. Магницкий, А.С. Чиркин Физический факультет и Международный лазерный центр МГУ им. М.В.Ломоносова dimaagapov@mail.ru

Оптическая поляриметрия [1] находит широкое применение в различных областях: медицине, фармацевтике, физических и химических исследованиях и т.д. Недавно предложенная фантомная поляриметрия [2], основанная на объединении принципов поляриметрии и фантомных изображений [3,4], является новым подходом к анализу поляризационных свойств объектов. Объединение преимуществ фантомной оптики и традиционной поляриметрии открывает новые возможности в изучении поляризационно-чувстивтельных объектов.

В работе представлены результаты экспериментов по фантомной поляриметрии (ФП), осуществлённых с двумя видами квазитеплового оптического излучения: 1) поляризованного и 2) неполяризованного. Проведено сравнение схем ФП, основанных на указанных источниках излучения.

Одна из возможных схем для реализации принципа ФП показана на рис. 1. Канал с объектом называют объектным, другой канал, используемый для восстановления изображения объекта, - опорным. Ключевое отличие схемы рис.1 от известных схем фантомных изображений состоит в использовании в опорном канале поляризатора, что позволяет производить сканирование пространственного распределения обеих компонент поляризации опорного пучка в случае неполяризованного излучения. Если же источник обладает выделенной поляризацией, то его состояние контролируется полуволновой пластинкой.



Рис. 1. Схема экспериментальной установки по ФП в квазитепловом поляризованном и неполяризованном излучениях. Д1, Д2 - диафргмы; λ/2 - полуволновая пластинка; Л1, Л2, Л3 - линзы; П – поляризатор; f, F - фокусные расстояния линз; D_{ckah} - CCD- камера.

Параметр связывающий элементы матрицы Джонса образца с корреляционными функциями двух каналов определяется соотношением [2]:

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

$$\eta(\vec{r}) = \frac{G_y(\vec{r})}{G_x(\vec{r})} = \frac{K^{(2)}(\vec{r})}{K^{(1)}(\vec{r})}.$$
(1)

Здесь $G_{x,y}(\vec{r})$ - взаимные корреляционные функции токов объектного плеча и опорного, восстанавливающего (для регистрируемых х и у поляризаций), а $K^{(1,2)}(\vec{r})$ - функция элементов матрицы Джонса объекта.

Для объекта обладающего свойствами поляризатора угол наклона оси выражается следующим образом:

$$\theta(\vec{r}) = \pm \arctan(\sqrt{\eta(\vec{r})}). \tag{2}$$

Формула (2) применима как для схемы с поляризованным, так и неполяризованным излучением. Однако для описания влияния объектов поворачивающих поляризацию в случае неполяризованного излучения нет возможности узнать угол поворота поляризации после взаимодействия с объектом. В поляризованном излучении достаточно поставить поляризатор под определённым углом перед детектором в объектном канале.

В экспериментах источником квазитеплового излучения было лазерное излучения прошедшее через вращающие матовые диски. В качестве объекта исследования использовались пленочный поляризатор с наложенной на него 200-микронной щелью и 4-х секционный образец, в каждой области которого находился поляризатор повернутый под определенным углом.

Из значений экспериментально измеренных корреляционных функций для двух ортогональных поляризационных компонент по формуле (2) определялся угол поворота оси поляризатора. Так, для объекта щель-поляризатор, с углом наклона последнего 50° , значение восстановленного угла составляло 51.4° со статистической ошибкой 2.2° . Получена зависимость значения восстановленного угла поляризатора от его заданной ориентации.

Работа поддержана грантом РФФИ 18-02-00849.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Vizet et al. // Scientic Reports. 7(1), p.2471, 2017.

2. A.S. Chirkin et al.// Laser Physics Letters. 15(11), p.115404, 2018.

3. D.N. Klyshko et al. // Physical Review Letters. 74(18), p.3600, (1995).

4. D.N. Klyshko // Sov. Phys. JETP 67, p.1131, 1988.

Эффект Тальбота на основе индуцированной рамановской решетки

В.Г. Архипкин, С.А. Мысливец, П.С. Панкин, И.В. Тимофеев Институт Физики им. Л.В. Киренского ФИЦ КНЦ СО РАН, ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» avg@iph.krasn.ru

Теоретически изучается эффект Тальбота (ЭТ) на индуцированной рамановской решетке, основанной на пространственной модуляции рамановского усиления в среде. Обсуждаются особенности целого и дробного ЭТ. Показано, что интенсивность дифракционных изображений может возрастать за счет рамановского усиления в решетке. Установлено, что вблизи плоскостей Тальбота существуют плоскости, в которых дифракционные картины пространственно локализуются сильнее, а их интенсивность становится больше. Результаты расширяют возможности применения ЭТ в различных приложениях.

Под эффектом Тальбота понимают многообразие проявлений полного или частичного воспроизведения изображений периодических решеток без использования линз [1] (изображения Тальбота). Самоизображения наблюдаются при дифракции Френеля в ближнем поле и повторяются вдоль направления освещения в плоскостях $z_m=mZ_T$ с периодом $Z_T=2\Lambda^2/\lambda$, который называют длиной Тальбота (m – целое положительное число, Λ – период решетки, λ – длина волны). На расстояниях $z=(p/q)Z_T$, где (p/q – рациональная дробь) дифракционная картина подобна исходной решетке, но ее период отличается от периода решетки (дробный ЭТ). Соответствующие изображения также называют Френелевскими изображениями [2]. Все эти проявления имеют единую природу и возникают в результате интерференции дифрагированных волн в ближнем поле.

Эффект Тальбота известен более 180 лет [3], однако до сих пор представляет большой интерес в различных областях физики и играет важную роль в научных и практических приложениях. Например, при обработке и синтезе изображений, для фотолитографии, оптической метрологии и спектрометрии [1], в электронной оптике и микроскопии [4], рентгеновской фазовой томографии [5] и др. Недавно продемонстрирован нелинейный ЭТ на основе нелинейных фотонных кристаллов [6], где самоизображение формируется генерируемыми волнами второй гармоники вместо основного входного пучка. Обзор, посвященный последним достижениям в области исследования ЭТ и его применениям, приведен в работе [7].

В большинстве существующих работ решетка обычно является реальной Недавно предложен ЭТ с использованием электромагнитно-(материальной). индуцированной решетки (ЕИР) [8-10], основанной на явлении электромагнитноиндуцированной прозрачности (ЭИП) [11] Такая индуцированная решетка приводит к самоизображениям, которые называют электромагнитно-индуцированным ЭТ (ЭИЭТ). В отличие от обычных решеток, в такой структуре можно просто контролировать и экспериментальными параметрами, управлять различными чтобы получить оптимальную конфигурацию для желаемых применений. В работе [12] предложена схема атомной визуализации, основанная на двухфотонном ЭИЭТ второго порядка. Схема формирования изображения без линз на основе на электромагнитной индуцированной голографической визуализации, предлагается в [13].

В данной работе рассматривается другой тип ЭИР на основе индуцированной рамановской решетки (ИРР) в атомной среде [14-16]. Такая решетка возникает при рамановском взаимодействии пробного (рамановского) поля со стоячей волной накачки в атомной среде. В отличие от ЭИР на основе ЭИП, где пространственно модулируется поглощение, ИРР основана на пространственной модуляции рамановского (комбинационного) усиления пробной волны в поле стоячей волны накачки. ИРР может работать как дифракционная решетка, когда пробное поле распространяется перпендикулярно стоячей волне, и здесь интенсивность дифрагированного поля в дальней зоне усиливается при определенных условиях [17]. Мы демонстрируем особенности целочисленного и дробного ЭТ на одномерной ИРР. Показано, что интенсивность поля в плоскостях Тальбота может существенно превышать таковую на входе решетки. Полученные результаты расширяют возможности различных приложений ЭТ и могут представлять интерес для фотолитографии.

Рассмотрим среду, состоящую из ансамбля трехуровневых атомов с двумя метастабильными нижними состояниями $|0\rangle$ и $|2\rangle$ (Рис. 1а). Атомы исходно приготовлены в состоянии $|0\rangle$. Слабое пробное поле с угловой частотой ω_2 взаимодействует со стоячей волной накачки с угловой частотой ω_1 . В случае одномерной решетки поле накачки формируется двумя лазерными пучками, которые распространяются под углом 20 симметрично относительно направления *z*. В области пересечения в результате интерференции создается стоячая волна вдоль направления x с пространственным периодом $\Lambda = \lambda_1/[2 \sin \theta]$, зависящим от угла θ (рис. 1b). Пробное поле распространяется вдоль направления *z* нормально к стоячей волне.



Рис.1. *а*) Энергетические уровни атомной среды, в которой наводится решетка. *b*) Конфигурация лазерных пучков, формирующих стоячую волну накачки.

В приближении тонкой решетки [18] пробное поле на выходной грани атомной среды z=L можно представить в виде

$$E_2(x,L) = E_2(L=0)\exp(-k_2\chi_2^{'}L/2)\exp(ik_2\chi_2^{'}L/2)$$
(1)

Здесь L – длина среды, $k_2 = \omega_2/c$, $\chi_2' = \text{Re}(\chi_2)$, $\chi_2'' = \text{Im}(\chi_2)$.

$$\chi_{2}(\omega_{2}) = \alpha_{r} \frac{\gamma_{12}}{\Omega_{1}^{2}} \frac{G_{1}^{2} \sin^{2}(\pi x / \Lambda)}{\Omega_{20} + i\gamma_{20} + G_{1}^{2} \sin^{2}(\pi x / \Lambda) / \Omega_{1}}$$
(2)

линейная макроскопическая рамановская восприимчивость $\chi_2(\omega_2)$ атомной среды на частоте пробной волны ω_2 [17], $\alpha_r = |d_{12}|^2 N / 2\hbar\gamma_{12}$, G_1 – частота Раби поля накачки в пучности стоячей волны, $\Omega_{1,2}$ – однофотонные отстройки, $\Omega_{20} = \Omega_1 - \Omega_2$ – рамановская

отстройка, γ_{mn} и d_{mn} – частота, полуширина и матричный дипольный момент соответствующих переходов, \hbar – постоянная Планка.

Из (2) видно, что когда $|G_1|^2/|\Omega_1| > \gamma_{20}$ возникает штарковский сдвиг частоты рамановского резонанса Ω_{20} на величину $\Omega_S = |G_1|^2 \sin(\pi x/\Lambda)/\Omega_1$, зависящей от поперечной координаты *x*. Сдвиг максимален в пучностях стоячей волны и уменьшается до нуля в узлах. Поскольку штарковский сдвиг пропорционален G_1 , то амплитуда возмущенного резонанса значительно возрастает по сравнению с невозмущенным. Подчеркнем, что восприимчивость $\chi_2(\omega_2)$ можно эффективно контролировать, варьируя интенсивность и отстройку поля накачки. Из уравнения (2) также следует, что рамановская восприимчивость пространственно периодически модулируются стоячей волной накачки с периодом Λ вдоль направления *x*, т.е. возникает оптически индуцированная решетка. Это приводит к пространственной модуляции рамановского усиления и показателя преломления для пробного поля.

Для численных расчетов использовались параметры атома натрия для D1 линии, нижние уровни соответствуют сверхтонким подуровням основного состояния S_{1/2}, $\gamma_{10}/2\pi=10$ МГц, $\gamma_{10}=\gamma_{21}$, $\gamma_{20}=10^{-3}\gamma_{10}$. Частота Раби и однофотонная отстройка Ω_1 в приводятся единицах γ_{10} , а Ω_{20} – единицах γ_{20} , $\Omega_1 = -100$, длина среды L=10 в единицах длины линейного поглощения пробного поля, период решетки $\Lambda=20\lambda_1$. Типичные зависимости нормированной амплитуды $|T(x,L)|=|E_2(x,y)|/|E_2(L=0)|$ и фазы $\Phi(x,L)$ пробного поля на выходной грани решетки как функция координаты x приведены на Рис.2. Видно, что на выходе атомной среды индуцируется оптическая решетка, на которой дифрагирует пробное поле. Решетка является гибридной, т.е. представляет комбинацию амплитудной и фазовой решеток. Отметим, что нули поля локализованы на краях периода, а пучности в центре. Профиль |T(x,L)| обусловлен штарковским сдвигом рамановского резонанса под действием поля накачки, зависящее от координаты x. Фаза также имеет неоднородное распределение на периоде зависит от G_1 (Рис.2b).



Рис. 2. Распределение нормированной амплитуды |T(x,L)| (а) и фазы $\Phi(x,L)$ (b) пробного поля на выходной грани решетки на одном пространственном периоде при значениях параметров $G_1=2$ (*a*) и $G_2=2.5$ (*b*), $\Omega_{20}=40$.

Согласно теории дифракции Френеля-Кирхгофа [19] в параксиальном приближении амплитуда дифрагированного поля в плоскости наблюдения определяется соотношением

$$E_2(X,z) \propto \int_{-\infty}^{\infty} E_2(x,L) \exp\left[-\frac{ik_2}{2z} \left(x-X\right)^2\right] dx,$$
(3)

где x и X – координаты в плоскостях объекта и наблюдения, соответственно. С учетом разложения $E_2(x,L)$ в пространственный ряд Фурье (3) существенно упрощается и принимает вид

$$E_2(X,z) \propto \sum_m C_m \exp\left(i2\pi m X / \Lambda - i\pi m^2 z / Z_T\right), \qquad (4)$$

где C_m – коэффициенты ряда Фурье функции $E_2(x,L)$.

На Рис.За показаны типичные поперечные профили дифрагированной волны на различных расстояниях z от решетки в единицах Z_T . Видно, что их интенсивность может быть существенно больше интенсивности падающего на среду излучения, что обусловлено рамановским усилением на решетке. Численный анализ показывает, что существуют плоскости, в которых дифракционные картины пространственно локализуются сильнее, а их интенсивность примерно в два раза больше, чем в плоскостях Тальбота (Рис.3b) - плоскости максимальной интенсивности.



Рис.3. *а*) Распределение нормированной интенсивности пробного поля $I_2(X)$ на различных расстояниях *z* от решетки при $G_1=2$ и $\Omega_{20}=40$. *b*) Распределение интенсивности $I_2(X)$ в плоскости максимальной амплитуды, отстоящей от плоскости $z=0.25Z_T$ на расстоянии $a=-10^{-3}Z_T$, (штриховая). Для сравнения показан профиль интенсивности в плоскости $z=0.25Z_T$ (сплошная).

Предложена и изучена возможность наблюдения эффекта Тальбота на индуцированной рамановской решетке. В отличие от обычных решеток, здесь интенсивность дифракционных картин (изображения Тальбота) может усиливаться за счет рамановского усиления. Установлено, что вблизи плоскостей Тальбота существуют плоскости, в которых интенсивность больше, чем в плоскостях Тальбота, а степень их пространственной локализации больше.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №19-12-00203).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. K. Patorski // Progress in Optics. (North-Holland, Amsterdam). 1989. V.27. P.1.
- 2. J. Cowley and A. Moodie // Proc. Phys. Soc. London. 1960. V. 76. P. 378.
- 3. H. F.Talbot // Phil. Mag. 1836. V. 9. No. 56. P. 401.
- 4. J. M. Cowley "Diffraction Physics" North-Holland, Amsterdam, 1995.
- 5. F. Pfeiffer et al. // Nature Mater. 2008. V. 7. P. 134.
- 6. X. B. Song et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. 033902.
- 7. J. Wen, Y. Zhan, M. Xiao // Adv. Opt. Photonics. 2013. V.5. P. 83.
- 8. J.M. Wen et al. // Appl.Phys.Lett. 2011. V. 98. 081108.
- 9. J. Sheng et al. // Optics Express. 2018. V. 23. P. 19777.

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

- 10. J. Yuan et al. // Optics Expess. 2019. V. 27, P. 92.
- 11. M. Fleischhauer et al. // Rev. Mod. Phys. 2005. V. 77. V. 633-673.
- 12. Tianhui Qiu, Guojian Yang , Qing Bian // EPL. 2013. V. 101. P. 44004.
- 13. T.Qiu, et al. // Opt. Communs. 2016. V. 358. P. 20.
- 14. V. G. Arkhipkin, S. A. Myslivets // Opt. Lett. 2014. 39. 3223.
- 15. V. G. Arkhipkin, S. A. Myslivets // Phys. Rev. A. 2016. V. 93. 013810.
- 16. V. G. Arkhipkin, S. A. Myslivets // J. Opt. 2017. V. 19. 055501.
- 17. V. G. Arkhipkin, S. A. Myslivets // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. 013838.
- 18. X.Ю. Ling, Y.Q.Li, M.Xiao // Phys. Rev. A. 1998. V. 57. 1338.
- 19. K.Iizuka "Engineering Optics", Springer series in optical sciences, v.35, 1987.

Особенности сжатого света в оптических микрорезонаторах

С.Н. Балыбин^{1,2}, О.В. Тихонова^{2,3}, А.С. Волошин¹, В.Е. Лобанов¹ ¹Международный центр квантовой оптики и квантовых технологий ²Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова ³Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына sn.balybin@physics.msu.ru

Кольцевые высокодобротные микрорезонаторы с модами типа шепчущей галереи (ММШГ), которые позволили создать оптические частотные гребенки, в последние годы притягивают к себе все больший интерес со стороны исследователей. В частности они являются очень перспективными устройствами для генерации пар перепутанных фотонов. До появления микрорезонаторов, наиболее известными способами генерации перепутанных фотонов были процессы спонтанного параметрического рассеяния (СПР) и четырехволнового смешения (ЧВС) в нелинейном кристалле. Такие кристаллы позволили создать излечение нового типа и открыли путь к ряду новых перспективных задач квантовой оптики и квантовых коммуникаций. Для многих приложений оказалось важным создание коррелированных пар фотонных пар с высокой степенью двухмодового сжатия. Этого можно достичь при помощи кристалла большой длины за счет увеличения времени взаимодействия полевых мод в нелинейной среде [1]. Однако такой подход не годится, если речь заходит об интегральных устройствах, поскольку на малом масштабе невозможно увеличивать длину нелинейного кристалла. И поэтому использование ММШГ оказывается хорошим решением [2], где время взаимодействия оказывается достаточно большим благодаря высокой добротности. Недавно уже были продемонстрированы перспективы подобных устройств в задачах квантовой оптики [3], показана высокая эффективность генерации фотонных пар и разработаны схемы для хранения и обработки квантовой информации с помощью микрорезонаторов [4].

Целью нашего исследования был теоретический анализ корреляционных свойств генерируемого сжатого света. На сегодняшний день существует несколько теоретических работ объясняющих нелинейную генерацию в резонаторах [5], результаты которых необходимо было обобщить и разработать подход к описанию ЧВС высокодобротных интегральных микрорезонаторах. качестве результата В В использования данного подхода необходимо было определить оптимальные режимы работы и параметры ММШГ для достижения наибольшей возможной степени двухмодового сжатия.

В данной работе мы анализируем генерацию перепутанных фотонов в кольцевом микрорезонаторе из материала с нелинейной восприимчивостью третьего порядка $\chi^{(3)}$. На Рис. 1 схематично показаны три частотные моды микрорезонатора и схема атомных переходов, соответствующих данной степени нелинейности.



Рис. 1. Структура мод рассматриваемой модели и энергетическая схема процесса спонтанного четырехволного смешения в микрорезонаторе.

Упрощенный гамильтониан системы трех мод квантового поля с учетом их ЧВС и без учета потерь и связи с волноводом выглядит следующим образом:

$$\hat{H} = \hbar \omega \hat{a}^{\dagger} \hat{a} - \frac{1}{2} \hbar g \hat{a}^{\dagger} \hat{a}^{\dagger} \hat{a} \hat{a} + \hbar \omega_{+} \hat{b}_{+}^{\dagger} \hat{b}_{+} + \hbar \omega_{-} \hat{b}_{-}^{\dagger} \hat{b}_{-} - -2\hbar g \hat{a}^{\dagger} (\hat{b}_{+}^{\dagger} \hat{b}_{+} + \hat{b}_{-}^{\dagger} \hat{b}_{-}) \hat{a} - \hbar g (\hat{b}_{-}^{\dagger} \hat{b}_{+}^{\dagger} \hat{a} \hat{a} + \hat{a}^{\dagger} \hat{a}^{\dagger} \hat{b}_{-} \hat{b}_{+}).$$
(1)

Здесь $\hat{a}, \hat{a}^{\dagger}$ обозначают операторы рождения и уничтожения фотонов в моде частоты ω , соответствующие полю накачки, а $\hat{b}_{\pm}, \hat{b}_{\pm}^{\dagger}$ – в скореллированных модах частот ω_{\pm} соответственно. Уравнения Гайзенберга на основании (1) для операторов рождения и уничтожения описывают динамику трехмодовой системы, которая сама по себе не представляет большого интереса. Для описания реальных процессов рассматриваются уравнения Луджиато-Лефевера с учетом потерь внутри микрорезонатора и связи с волноводом.

За счет сложности полученной системы уравнений, степень сжатия получаемого света зависит от большого числа параметров и требует многомерного анализа. В качестве наиболее значимых параметров выступают потери мощности в микрорезонаторе за счет связи с внешним волноводом, материальные потери, амплитуда волны накачки внутри резонанса. микрорезонатора И частотная отстройка ОТ В работе было продемонстрировано, что скореллированность генерируемых фотонов и чистота получаемого неклассического света возрастает с увеличением степени нагружения резонатора. Также было произведено численное сканирование степени двухмодового сжатия при изменении всех имеющихся параметров и найдены оптимальные режимы генерации.

В роли существенного расширения рассмотренного теоретического подхода обсуждается влияние квантовых свойств электромагнитного поля в накачке на качество сжатия поля генерируемых перепутанных фотонов. При этом подвергнуться существенным изменениям может не только полевая структура мод, но и глобальные характеристики получаемой когерентной квантовой гребенки. Это может оказаться интересно для задач квантовой интерферометрии [6].

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №19-42-04105)

ЛИТЕРАТУРА

1. A.M. Pérez, K.Y. Spasibko, P.R. Sharapova, O.V. Tikhonova, G. Leuchs, M.V. Chekhova // Nature Communications 2015 V. 6 P. 7707.

2. T.J. Kippenberg, A.L. Gaeta, M. Lipson, M.L. Gorodetsky // Science 2018 V. 361 P. 567.

3. M. Kues et al. // Nature 2017 V. 546 P. 622–626.

4. S.A. Moiseev et al. // Phys. Rev. A 2017 V. 95 P. 012338.

5. D.V. Strekalov, C. Marquardt, A.B. Matsko, H.G.L. Schwefel, G. Leuchs // Journal of Optics 2016 V. 18 P. 123002.

6. P. Imany, O.D. Odele, J.A. Jaramillo-Villegas, D.E. Leaird, A.M. Weiner // Phys. Rev. A 2018 V. 97 P. 013813

Индуцированные изменения показателя преломления в поверхностном слое ниобата лития при оптическом формировании канальных волноводных структур

А.Д. Безпалый, В.И. Быков, А.Е. Мандель Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники id_alex@list.ru

Введение.

В настоящее время разработка и создание оптических волноводных и элементов являются неотъемлемой дифракционных частью оптических телекоммуникационных устройств, оптоэлектронных и фотонных приборов [1]. Формирование оптических схем дифракционных решеток и канальных волноводов с необходимой топологией возможно в различных кристаллических материалах оптики [2]. Одним из таких материалов является кристалл ниобата лития (LiNbO₃). Благодаря уникальному набору физических и оптических свойств в сочетании с коммерческой доступностью, кристаллы LiNbO₃ широко используются на практике в качестве подложки для оптических переключателей, модуляторов и преобразователей частоты [3]. Наибольший интерес представляют фоторефрактивные свойства кристаллов LiNbO₃, заключающиеся в изменении показателя преломления под воздействием света [4]. Легирование ниобата лития такими примесями, как железо (Fe), медь (Cu) и их комбинации позволяют усилить фоторефрактивные свойства кристалла. Следует отметить, что легирование LiNbO3 осуществляется как по объему, в процессе выращивания кристалла, так и с поверхности, используя технологию твердотельной диффузии, предварительно напылив тонкую металлическую пленку [5]. Однако, поверхностное легирование имеет некоторые преимущества в сравнении с объемным легированием материала. Увеличение концентрации примесей в процессе роста кристалла, ухудшает его механические свойства. При поверхностном легирование возможно увеличить концентрацию примесей в кристаллах LiNbO₃ без ухудшения их механических свойств, усилив тем самым фоторефрактивные свойства материала [6]. Фоторефрактивный эффект позволяет формировать в кристаллических образцах различные оптические схемы на основе фазовых дифракционных и волноводных структуры. Топология таких структур определяется способом их формирования [3]. Так, оптические дифракционные и канальные волноводные структуры и их системы возможно формировать в кристаллических образцах LiNbO₃ при помощи двулучевой схемы или амплитудной маски, либо посредством поточечной экспозиции кристалла фокусированным лазерным излучением [3, 6, 7].

В данной работе представлены результаты экспериментальных исследований изменений показателя преломления в поверхностном слое кристалла LiNbO₃, легированного ионами меди. Индуцирование изменений показателя преломления проводилось в процессе поточечного формирования канальных волноводных структур лазерным излучением с длинами волн 450 нм и 633 нм.

Формирование канальных волноводных структур.

Канальные волноводные структуры формировались внутри поверхностного слоя кристалла ниобата лития Y-среза с размерами $8 \times 1 \times 12 \text{ мм}^3$ по осям X, Y и Z. Источниками излучения послужили твердотельный и He-Ne лазеры, работающие в непрерывном режиме на длинах волн $\lambda = 450$ нм и $\lambda = 633$ нм, соответственно. Плотность мощности для обоих источников излучения составляла ~300 мВт/см². Поляризация обоих источников в различных экспериментах

соответствовала как обыкновенной, так и необыкновенной волнам кристалла. Экспериментальный образец размещался на микрометрическом позиционере с точностью перемещения 5 мкм. Световой пучок фокусировался на поверхность образца микрообъективом с 10× увеличением. Диаметр фокусированного пучка по уровню половинной интенсивности соответствовал ~20 мкм. Для осуществления экспозиции поверхности кристалла, образец находился под воздействием фокусированного светового излучения в течение нескольких секунд. Затем световой пучок смещался вдоль оси X кристалла. Расстояние между центрами экспонирующих пятен составляло 20 мкм. Таким образом, на поверхности кристалла создавались индуцированные области с пониженным показателем преломления в виде прямых полос, состоящих из нескольких последовательно расположенных точек. Формирование канальных волноводных структур осуществлялось путем индуцирования двух таких параллельных полос. Ширина волноводной области в экспериментах изменялась от 5 до 20 мкм. О возможностях формирования таких структур и распространении излучения внутри них сообщалось в работах [7, 8].

Исследование изменений показателя преломления в индуцированных областях.

Исследование изменений показателя преломления в индуцированных областях проводилось с использованием интерферометра Жамена (рис. 1). Для этого предварительно создавались одиночные полосы с пониженным показателем преломления, индуцированные с различным временем экспонирования поверхности кристалла. Время экспонирования одной точки в различных экспериментах изменялось от 1 до 100 секунд для излучения с $\lambda = 450$ нм и от 30 до 300 секунд для излучения с $\lambda = 633$ нм.



Рис. 1. Структурная схема интерферометра Жамена для исследования изменений показателя преломления в индуцированных поточечным методом волноводных структурах: 1 – коллиматор; 2 – зеркало; 3 – кристалл ниобата лития с поверхностным легированным медью слоем; 4 – зеркало; 5 – линза; 6 – ПЗСкамера; 7 – персональный компьютер.

Источником излучения в интерферометре послужил Не-Ne лазер с поляризацией, соответствующей необыкновенной волне кристалла, и выходной мощностью ~1 мВт. Коллимированное лазерное излучение направлялось на зеркало (2), выступающее в роли светоделительного элемента и разделяющее излучение на два световых пучка. Исследуемый образец (3) с индуцированными структурами помещался в одно из плеч интерферометра. Вторым зеркалом (4) интерферометра оба световых пучка сводились, образуя интерференционную картину. Интерференционные картины на выходе интерферометра масштабировались сферической линзой (5) для совмещения с размерами матрицы ПЗС-камеры (6), сопряженной с компьютером (7). После этого полученные интерферограммы регистрировались на экране монитора компьютера (7).

На основе анализа интерферограмм определялась величина изменений показателя преломления Δn при различном времени экспонирования поверхности кристалла. При времени записи от 1 до 100 секунд для обыкновенной поляризации экспонирующего излучения с $\lambda = 450$ нм величина Δn в области индуцированных полос варьировалась в пределах $1 \cdot 10^{-5} \div 6.5 \cdot 10^{-4}$, для необыкновенной – в пределах $1 \cdot 10^{-5} \div 2.5 \cdot 10^{-3}$.

В случае индуцирования структур излучением He-Ne лазера с $\lambda = 633$ нм и обыкновенной поляризацей экспонирующего излучения величина Δn в области индуцированных полос варьировалась в пределах $5 \cdot 10^{-6} \div 3 \cdot 10^{-4}$, для необыкновенной – в пределах $1 \cdot 10^{-6} \div 1 \cdot 10^{-3}$ при времени записи одной точки от 30 до 300 секунд.

Заключение.

Таким образом, экспериментально определены изменения показателя преломления легированного медью поверхностного слоя ниобата лития при поточечном индуцировании канальных волноводных структур. Показано, что при экспонировании поверхности кристалла излучением с обыкновенной поляризацией из синей области спектра ($\lambda = 450$ нм) насыщение $\Delta n_0 \approx 5.5 \cdot 10^{-4}$ достигается в течение 70 секунд облучения. При воздействии излучения из красной области спектра ($\lambda = 633$ нм) насыщение $\Delta n_0 \approx 3 \cdot 10^{-4}$ достигается в течение 80 секунд облучения. Для необыкновенной поляризации излучения с длиной волны $\lambda = 450$ нм уровень насыщения $\Delta n_e \approx 2.5 \cdot 10^{-3}$ достигается после 100 секунд облучения, для излучения с длиной волны $\lambda = 633$ нм насыщение $\Delta n_e \approx 1 \cdot 10^{-3}$ достигается после 300 с облучения.

Работа выполнена в рамках проектной части Госзадания Минобрнауки России на 2017-2019 гг. (проект по заявке № 3.1110.2018/4.6).

ЛИТЕРАТУРА

1. "Интегральная оптика" под ред. Т. Тамира. М.: Мир, 1978.

2. "Photorefractive Materials and Their Applications I. Topics in Appl. Phys." Ed. by P. Günter, J.P. Huignard. Berlin: Springer, 1988. V. 61.

3. Bazzan M. and Sada C. // Appl. Phys. Rev. 2015. V. 2. P. 1-6 (040603).

4. М.П. Петров "Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике" СПб.: Наука, 1992.

5. Kip D. // Appl. Phys. B. 1998. V. 67. P. 131-150.

6. S.A. Davydov et al. // Phys. of Wave Phen. 2010. V. 18. No.1. P. 1-6.

7. A.D. Bezpaly et al. // Ferroelectrics. 2017. Vol. 515:1. P. 34-43.

8. А.Д. Безпалый и др. // Ежемесячный научный журнал «Известия вузов. Физика». 2018. Т. 62. №3. С. 3-8.

Имитационное моделирование эффективности матричных концентраторных фотовольтаических преобразователей

А.В.Бланк, С.Д. Богданов, Н.А. Сухарева

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр. 2. Bogdanov.std@mail.ru, bblankarkadiy@yandex.ru, suhareva@phys.msu.ru

Особенность фотовольтаического преобразования излучения коллимированного волнового пучка, прошедшего протяженную трассу, заключена в его нестационарности и возможной пространственной неоднородности в зоне расположения матрицы ФЭП. Нестационарность присутствует во многих факторах космического эксперимента - механических свойствах фиксаторов положения излучателя и приемника, собственных частотах и характерных амплитудах малых вибраций опор, механизме генерации энергонесущего пучка, типе драйвера термостабилизации полупроводникового элемента и связанной с ним модудяцией диаграммы направленности, рефракционных отклонениях направления распространения энергонесущего пучка за счет термической конвекции в зонах высокой плотности излучения, при размещении лазерного источника в гермообъеме. Для наземного базирования научного оборудования ведущим фактором становится рефракционная модуляция в турбулентной атмосфере.

При выборе типа объединения фотоэлементов в матрицу необходимо добиться максимальной эффективности коллективной работы всех подключаемых элементов [2]. Однако, среди требований максимальной интенсивности есть невыполнимые или противоречивые. Например, требование пространственной однородности распределения плотности мощности на фотоматрице невыполнимо для пучка конечных размеров, требование стационарности температуры фотоматрицы может быть условно выполнено в зависимости от используемой теплоаккумулирующей системы, мощности падающего энергонесущего пучка и времени сеанса энергопередачи. На эффективность общей конструкции влияют эффективность отдельной ячейки, тип соединения этих ячеек, а также параметры контактной сетки, нанесенной на поверхность панели [3]. Также стоит учесть, что в условиях прохождения монохроматического пучка через атмосферу на поверхности фотоприемника возникает частичное затенение, что существенно влияет на общую производительность [4].

Процесс фотопреобразования для отдельного чипа описывается двудиодной моделью, согласно которой вольт-амперная характеристика одиночного фотоэлемента задается уравнением [2]:

$$I = I_{ph} - I_{o1} \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{n_1 kT}} - 1 \right) - I_{o2} \left(e^{\frac{q(V+IR_s)}{n_2 kT}} - 1 \right) - \frac{V + IR_s}{R_{sh}},$$
(1)

где I_{ph} - ток фотогенерации, I_{o1} - рекомбинационный ток на поверхности и внутри элемента, I_{o2} - рекомбинационный ток в переходах между элементами, n_1 , n_2 - диодные факторы идеальности, R_s - последовательное сопротивление элемента, R_{sh} шунтирующее сопротивление элемента. На эффективность чипа влияет рабочая температура поверхности, мощность падающего излучения, материал элемента, размеры и пр.

Геометрия рабочей панели может быть произвольной, наиболее распространены прямоугольная и круглая. Так как лазерный пучок чаще всего имеет круглую форму, круглая геометрия матрицы могла бы обеспечивать наиболее полную засветку и, следовательно, большую эффективность. Однако из-за влияния обратных токов соседних элементов, возможны заметные спады в эффективности. Для имитационных исследований предпочтительнее прямоугольная форма матрицы. Такая матрица наиболее проста в конструкции, а так же позволяет использовать много различных типов соединений.

В первом приближении имитационного моделирования возьмём за основу сценарий численного решения диодного уравнения, предложенный в работе [1]. Моделирование проводилось на базе платформонезависимой среды моделирования и обработки с открытым кодом SciLab с использованием пакета Xcos. Каждый из включаемых в матрицу элементов описывается диодной моделью и имеет однотипные параметры. При однородном освещении матрицы с заданным количеством параллельно и последовательно соединенных элементов можно экстраполировать вольт-амперную характеристику следующим образом:

$$I = N_{p}I_{ph} + N_{p}I_{o}e^{\frac{V_{n_{s}} + I_{n_{p}}}{nV_{t}}} + I_{sh},$$
(2)

Где N_p - число параллельно соединенных элементов, N_s - число последовательно соединенных элементов, I_{sh} - слагаемое, учитывающее вклад шунтирующего сопротивления.

Структурная схема и интерфейс моделирования представлен на Рис. 1.



Рис. 1. Эквивалентная схема однодиодной модели с параллельно-последовательными элементами (слева), Блок-схема реализации численного метода в среде Xcos (справа)

Модель работает с итеративным уравнением, решаемым методом Ньютона:

$$I_{n+1} = I_n - \frac{f(I_n)}{f'(I_n)}$$

$$f(I) = I - N_p I_{ph} + N_p I_o e^{\frac{V_{ns} + I \frac{R_s}{N_p}}{nV_t}} + I_{sh}$$
(3)

Для моделирования фотоэлектрического отклика матрицы ФЭП на профили пучков различной формы и интенсивности разработан интерфейс для определения профиля пучка, позволяющий имитировать однородную засветку матрицы, засветку пучком произвольного профиля и случайную засветку с заданным радиусом корреляции случайного распределения. После определения профиля пучка допускается его перемещение в ортогональных направлениях с шагом, соответствующим линейным размерам чипа ФЭП. Как правило, эта величина соответствует 20 мм или 40 мм в зависимости от направления и структуры матрицы. Интерфейс модели позволяет выставлять необходимые параметры для каждого из элементов и групп элементов - температуру каждого отдельного элемента, мощность излучения, падающего на каждый элемент, количество элементов в матрице, последовательное и шунтирующее сопротивления, типы соединений внутри сегмента и между сегментами элементов. На выходе работы модели можно определять профиль ВАХ и профиль снимаемой мощности. Предусмотрена возможность одновременной работы с различными схемами коммутации [3], упрощающая сравнение результатов. Градация плотности потока излучения, падающего на отдельный чип ФЭП варьируется от 0.5X до 5X. Для произвольно заданного пучка может быть вычислена усредненная плотность потока и получены опорные значения мощности и положения точки генерации максимальной мощности.



Рис. 2. Интерфейс программы-имитатора профиля энергонесущего пучка



Рис. 3. Результаты моделирования зависимость силы тока и снимаемой мощности с матрицы ФЭП от напряжения смещения

В рассматриваемых моделях исключены блокирующие диоды и дополнительные микроконтроллеры, исключающие из последовательных цепочек чипов ФЭП или

сегментов ФЭП элементы с низким уровнем освещенности, элементы в режиме "горячей точки". Рассматривается регулярный режим работы каждого из элементов матрицы по заданной в начальных установках вольт-амперной характеристике с учетом зависимости параметров ВАХ от температуры и освещенности конкретного чипа.

Функционально коммутацию чипов ФЭП в матрице следует рассматривать как трехэтапный процесс:

- на первом этапе проводится «расширение» рабочей площади единичного элемента и сборка сегмента с площадью в 4, 8 или 16 раз больше площади поверхности отдельного чипа и создание сектора. В зависимости от пространственной частоты модуляции распределения интенсивности или профиля пространственной автокорреляционной функции выбирается либо параллельное (сильная неоднородность в пределах одного сектора), либо последовательное (глубина модуляции в пределах одного сектора не превышает 0.7) соединение элементов в секторе;
- на втором этапе выполняется формирование нескольких модулей с параллельным соединением секторов внутри модуля. Элементы модуля отбираются таким образом, чтобы суммарная засветка для модулей была приблизительно одинаковой;
- на третьем этапе все модули выстраиваются в последовательный каскад, число ступеней каскада определяет значение выходного напряжения матрицы ФЭП.

В результате имитационного моделирования установлена зависимость уровня потерь от отношения шага коммутационной сетки в сборке параллельных секций к линейным размерам пучка. Обеспечить уровень потерь менее 15% возможно при выборе шага сетки усреднения не более 0.8 от радиуса корреляции падающего энергонесущего пучка по каждому из ортогональных направлений. Шаг сетки усреднения определяет линейные размеры модулей при создании модульной структуры. Технологическим недостатком обсуждаемых схем коммутации с перестановками-подстановками переходов и объединений элементов следует считать отсутствие резервирования в итоговой цепочке последовательно соединенных сегментов и усложнение модульной сборки, требующей вывода на торцы модуля большого числа контактных групп.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. A. Ranga, B. S. Kirei and M. D. Topa // Acta Technica Napocensis, E. 2017. V. 58, No 3.

2. R.W. Witteck et al. // IEEE Journal of photovoltaics. E. 2016. V. 6. No. 2. P. 432--439.

3. N. Rakesh, T. V. Madhavaram // Front Energy. E. 2016. V. 10. No. 2. P. 227-239.

4. E. Lahcen, L. Mhammed, O. Abdelmajid // International Journal of Renewable Energy Research E. 2018. V. 8. No. 3.

Солитоны и автоволны в молекулярных системах

A.H. Бугай Объединенный институт ядерных исследований bugay_aleksandr@mail.ru

В последние годы наметилась устойчивая тенденция применения хорошо отработанных в теории нелинейных волн методов для исследования молекулярных систем. Во многом этому способствовали ещё пионерские работы А.С. Давыдова [1] и А. Скотта [2] в исследованиях солитонных возбуждений в нелинейных полимерных цепочках. В настоящее время экспериментальные методы исследования таких систем сделали качественный скачок, в результате чего стало возможным наблюдать изменение состояния сложных полимеров в режиме реального времени на пикосекундных и наносекундных временах [3,4], а также проводить манипуляции их структурой приложением локальных деформаций [5]. Это открывает широкие перспективы для молекулярной электроники [6], где макромолекулы предполагается использовать, например, в качестве транзисторов [6,7] или устройств памяти [8]. Настоящая работа посвящена исследованию распространения нелинейных волн в таких системах.

В первой части работы рассматривается динамика одномерных полимерных цепочек. Одной из наиболее хорошо исследованных систем подобного рода является макромолекула ДНК. В соответствующих нелинейных моделях различными группами авторов был получен целый ряд известных солитонных уравнений, таких как уравнение sine-Gordon, уравнения Кортевега-де-Фриза, нелинейное уравнение Шредингера, и т.д. [9]. В рамках настоящей работы рассмотрены два примера более сложных двухкомпонентных моделей нелинейной динамики ДНК. Один из них связан с поперечных деформаций, соответствующих взаимодействием различным внутримолекулярным степеням свободы [10], а второй – с взаимодействием зарядового возбуждения и продольной деформации [11]. В обоих случаях выявлены условия формирования солитонов, являющихся обобщением известной модели Давыдова. В связи с наличием затухания при комнатной температуре данные образования будут обладать небольшим временем жизни. Если же в системе имеется приток энергии (в рассматриваемом случае – это взаимодействие с внешним электромагнитным полем), то возможно образование диссипативных солитонов. С помощью приближенных аналитических методов и численного моделирования выявлены области ИХ устойчивости, зависящие от величины затухания, частоты и интенсивности внешнего электромагнитного поля. Реализация такого механизма стабилизации нелинейных возбуждений в перспективе может быть использована для влияния на структуру ДНК в биологических процессах, а также управления переносом заряда в устройствах молекулярной электроники.

Во второй части работы рассмотрена динамика нелинейных волн в молекулярных системах в нескольких пространственных измерениях. В качестве примера анализируется динамика распространения волн деформации и тока ионов электролита вдоль поверхности микротрубочек. Микротрубочки представляют собой длинные неразветвленные тонкие цилиндры с наружным диаметром около 25 нм и внутренним --15 нм. Их структура образована 13 нитями полимера, называемых протофиламентами, каждый из которых состоит из димеров белка тубулина, соединенных в линейном порядке в направлении оси симметрии микротрубочки. Двумерную решетку из димеров тубулина можно уподобить аналогу системы волноводов, когда нелинейное распространение волн структурной деформации происходит преимущественно вдоль протофиламента, а между соседними нитями существует слабая линейная связь.

Приближенное аналитическое описание данной системы строится на приближении коллективного молекулярного поля субъединиц, обладающих дипольным моментом, которое формирует эффективный двухямный потенциал для волн поверхностной деформации микротрубочки. Соответствующие угловые деформации полимера описываются на основе аналогии с жидкими кристаллами и мембранами [12]. Распространение же токов ионов электролита, сконденсированных на поверхности микротрубочки, и их взаимодействие с колебаниями молекулярных диполей описывается с помощью аналогии с эквивалентной нелинейной линией электрической передачи [13]. В работе с помощью приближенных аналитических методов и численного моделирования выявлены различные режимы распространения автоволн в данной системе. В частности, показано, что деформация в молекулярной цепи способна породить электрический импульс и провзаимодействовать с ним, образуя связанное состояние, что наблюдалось и в других работах [14]. Также рассмотрен механизм параметрического возбуждения деформаций в данных полимерах внешним электрическим полем. Отметим, что приложение деформаций или электромагнитных полей для управления свойствами автоволновых режимов переноса в микротрубочках может быть использовано для реализации различных элементов в системах молекулярной электроники (транзисторов, ячеек памяти, логических затворов и т.д.).

В приведенных примерах рассмотрены ключевые типы солитонных и автоволновых сигналов в макромолекулах, обсуждаются аналогии с некоторыми нелинейными уравнениями и эффектами в нелинейной оптике. Следует подчеркнуть, что в полимерных цепочках при комнатных температурах устойчивые локализованные нелинейные волны имеют автоволновую природу, а формирование «традиционных» солитонов возможно лишь при криогенных температурах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 17-11-01157).

ЛИТЕРАТУРА

1. А.С. Давыдов "Солитоны в молекулярных системах". Киев: Наукова думка, 1984.

2. A. C. Scott, F.Y.F Chu., D.W. McLaughlin // Proc. IEEE. 1973. V. 61. P. 1443.

- 3. A. K. Woźniak, et al. // Proc. Natl. Acad. Sci. USA. 2008. V. 105. P. 18337.
- 4. S. Sahu, et al. // Sci. Rep. 2014. V.4. P.7303.
- 5. S. Kumar, M. S. Li // Phys. Rep. 2010. V. 486. P.1.
- 6. V.D. Lakhno // Int. J Quantum. Chem. 2008. V. 108. P. 1970.
- 7. A. Priel et al //Biophys. J. 2006. V.90. P.4639.
- 8. S. Sahu, et al. // Appl. Phys. Lett. 2013. V. 102. P. 123701.

9. Л.В. Якушевич "Нелинейная физика ДНК". Ижевск: НИЦ Регулярная и хаотическая динамика, 2007.

10. А. Н. Бугай // ЭЧАЯ. 2019. Т. 50. С. 185.

- 11. В.Д. Лахно, А.П. Четвериков// Матем. биология и биоинформ. 2014. Т.9. С.4.
- 12. M.V. Sataric, J.A. Tuszynsky // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. P. 011901.
- 13. A.N. Bugay // Nonlin. Phen. Compl. Syst. 2015. V.18. P. 236.
- 14. D. Havelka, M. Cifra, O. Kučera // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 104. P. 243702.

Прогнозирование срока службы мощных диодных лазеров по спектру их излучения на начальном этапе эксплуатации

В.В. Близнюк¹, О.И. Коваль¹, В.А. Паршин¹, А.Г. Ржанов², А.Е.Тарасов¹, В.С. Григорьев¹ ^{*1*}НИУ «МЭИ»

²Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова 4059541@mail.ru, olgaivanovnakoval@yandex.ru, rjanov@mail.ru, tarasovay01@gmail.com

Мощные полупроводниковые лазерные диоды с квантово-размерными гетероструктурами (ЛД) широко используются в разных областях науки, техники и медицины. К таким лазерам принято относить ЛД с мощностью непрерывной генерации от нескольких сотен миливатт до максимальной достигнутой в настоящее время 20 Вт [1-5]. Исследования показывают, что срок службы ЛД мощностью 0.5 - 2 Вт не превышает 5000 часов [6]. Известны несколько методик прогнозирования срока службы мощных ЛД [5]. Однако их использование связано со значительным расходованием ресурса лазеров, применением дорогостоящей контрольно-измерительной аппаратуры и прерыванием работы ЛД. В связи с этим, актуальной становится задача прогнозирования срока службы мощных ЛД не только за малое время, но и на начальном этапе их работы.

В процессе тестирования партии ЛД, изготовленных в 2012 году, нами наблюдалась трансформация их спектра излучения [7, 8]. Она проявлялась в переходе от трёх ярко выраженных линий, соответствующих трём пространственным каналам генерации в активной области ЛД, к 4-5 линиям, соответствующим 4-5 каналам.

Изменения в спектре прибора мы связываем с пространственными вариациями, которые касаются коэффициента нелинейной рефракции полупроводника квантовой ямы и длины когерентности излучения ЛД. Проведённые нами расчёты [7] показали, что меньшее число каналов генерации соответствует большей степени когерентности излучения ЛД, а увеличение числа каналов $N_{кан}$ эквивалентно уменьшению длины когерентности $L_{\kappa o z}$, т.е. к ухудшению лазерных свойств:

$$L_{\kappa o \mathcal{E}} \approx \frac{n^2 W^2}{\lambda N_{\kappa a \mu}},\tag{1}$$

где n - эффективный показатель преломления лазерного волновода, W - ширина активной области, λ - длина волны излучения.

В настоящее время нами исследуется спектральная характеристика ЛД, изготовленных в 2017 году. Они имеют ту же конструкцию, что и ЛД из предыдущей партии. В первые часы их эксплуатации были зафиксированы две линии генерации. В соответствии с (1) это позволяет заключить, что длина когерентности таких ЛД больше, чем у ЛД из предыдущей партии. По мере наработки (200 часов эксплуатации) в спектре ЛД возникают три линии генерации. Выделение этих линий из суммарной спектральной кривой с определением пиковой частоты в каждой линии: $v_{01} < v_{02} < v_{03}$ - представляет собой отдельную задачу, алгоритм решения которой разработан в рамках настоящей работы.

Особенностью проводимых в рамках настоящей работы исследований является то, что линии генерации на частотах v_{01} , v_{02} , v_{03} анализируются в широком диапазоне значений тока накачки. На рис. 1. приведены спектральные линии излучения при двух характерных значениях тока накачки: 935 и 980 мА. При меньшем из этих значений тока превалирует излучение с пиковой частотой v_{02} . При большем значении тока – излучение, с пиковой частотой v_{01} . Каждую из трех линий можно охарактеризовать своей добротностью, которая определяется отношением пиковой частоты к ширине соответствующей линии излучения. Из анализа трех компонент спектра излучения установлено, что добротность линии с пиковой частотой v_{01} больше добротности линий с пиковой частотой v_{02} . При увеличении тока накачки возникает конкуренция переходов с частотами v_{01} и v_{02} . В конечном счете энергия перекачивается все в большей мере в лазерный переход с частотой v_{01} . Что и объясняет, иллюстрируемую рис. 1. картину трансформации спектра излучения.



накачки: а) $i_{\mu} = 935$ мА, б) $i_{\mu} = 980$ мА

Кроме того из рис. 1.а и 1.б следует, что увеличение тока накачки приводит к возрастанию интенсивности излучения на пиковой частоте v_{03} .

По нашему мнению, каждой линии соответствует пространственный канал генерации в активной области. Анализ формы этих линий показывает, что они, как правило, отличаются от гауссовых кривых с центральными частотами v_{01} , v_{02} , v_{03} и зависят от тока накачки. Согласно методике, описанной в [9], по степени их отличия можно прогнозировать срок службы ЛД.

Именно поэтому актуализируется задача определения оптимального режима питания ЛД.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. А. П. Богатов и др. // Квантовая электроника. 2000. Т.30. № 5. С. 401.
- 2. С. О. Слипченко и др // ФТП. 2009. Т. 43. № 1. С. 119.
- 3. С. О. Слипченко и др // ФТП 2004. Т. 38, № 12. С. 1477.
- 4. А. В. Лютецкий и др. // ФТП. 2009. Т. 43. № 12. С. 1646.
- 5. А.Е.Жуков. "Физика и технология полупроводниковых наноструктур". СПб.: "Элмор". 2007. 304 С.
- 6. Л. Воробьев и др. // Фотоника. 2012. Т.31. №4. С. 20.
- 7. В. В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 12. С. 1666.
- 8. В. В. Близнюк и др. // УЗФФ МГУ. 2018. № 6. С. 1860501
- 9. В.В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1504

Анализ спектральных характеристик лазерных диодов с целью оптимизации их режима накачки

В.В. Близнюк¹, В.А. Паршин¹, А.Г. Ржанов², А.Е. Тарасов¹, О.И. Семенова¹, В.С. Григорьев¹, К.П. Галстян¹, А.В. Долгов¹, Н.В. Морозов¹ ¹НИУ «МЭИ»
²Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова 4059541@mail.ru, rjanov@mail.ru, tarasovay01@gmail.com, grigorev.vladislav04@mail.ru

Оптимизация режима накачки лазерных диодов (ЛД) должна проводиться с учетом обеспечения как можно большего их срока службы [1]. В работе [2] показано, что наибольший срок службы отмечается у ЛД, спектральные характеристики которых описываются функцией, близкой к гауссовой. Примеры спектральной характеристики ЛД, генерирующего на фундаментальной моде, и ЛД с нарушением одномодового режима генерации приведены на рис. 1.



Рис.1. Спектральные характеристики ЛД: а) одномодового; б) с нарушением режима генерации на фундаментальной моде. Пунктирная линия - функция Гаусса.

Для анализа этих характеристик определялся вид функции $f_{\mathfrak{seen}}\left(\frac{\boldsymbol{\nu}-\boldsymbol{\nu}_0}{\Delta \boldsymbol{\nu}}\right)$, описывающей

огибающую спектра излучения ЛД при разных токах накачки, которая задается как массив чисел, где v_0 определяется по формуле:

$$\boldsymbol{v}_{0} = \frac{1}{2} \left(\boldsymbol{v}_{\frac{1}{2}max} + \boldsymbol{v}_{\frac{1}{2}min} \right).$$
(1)

Количественный анализ функции $f_{3\kappa cn}$ (v) осуществлялся путем ее сравнения с гауссовой функцией в пределах ширины огибающей спектра излучения ЛД, для чего нами был введен интегральный спектральный параметр A, являющийся мерой отличия функции $f_{3\kappa cn}$ (v) от гауссовой функции:

$$\boldsymbol{A} = 1 - \int_{\frac{\boldsymbol{v}_{1}}{2}\min}^{\frac{\boldsymbol{v}_{1}}{2}\max} \frac{\left| \boldsymbol{D} \left(\frac{\boldsymbol{v} - \boldsymbol{v}_{0}}{\Delta \boldsymbol{v}} \right) - 1 \right| \boldsymbol{d}\boldsymbol{v}}{\Delta \boldsymbol{v}}, \qquad (2)$$

где Δv - ширина линии генерации, $v_{\frac{1}{2}min}$ и $v_{\frac{1}{2}max}$ - частоты, которые определяются следующим образом:

$$f_{G}\left(\boldsymbol{v}_{\frac{1}{2}min}\right) = f_{G}\left(\boldsymbol{v}_{\frac{1}{2}max}\right) = 0,5,$$
(3)

где использованы обозначения:

$$f_{G}\left(\frac{\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_{0}}{\Delta \boldsymbol{v}}\right) = exp\left[-4\ln 2\cdot \left(\frac{\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_{0}}{\Delta \boldsymbol{v}}\right)^{2}\right]; \qquad D\left(\frac{\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_{0}}{\Delta \boldsymbol{v}}\right) = \frac{f_{\mathcal{H}CR}\left(\frac{\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_{0}}{\Delta \boldsymbol{v}}\right)}{f_{G}\left(\frac{\boldsymbol{v}-\boldsymbol{v}_{0}}{\Delta \boldsymbol{v}}\right)}.$$

Значения параметра A рассчитываются по формулам (1) - (3). Установлено, что при $A \rightarrow 1$ режим генерации одномодовый, а срок его службы близок к максимально возможному для партии приборов, изготовленных в едином технологическом цикле. Таким образом критерий $A \rightarrow 1$ может быть использован для определения оптимального значения тока накачки. В схеме питания ЛД используется драйвер. Известно, что в линейной области ВАХ лазерного модуля ток ЛД равен току на входе драйвера. Характерные ВАХ двух лазерных модулей приведены на рис. 2.



Рис. 2. ВАХ лазерных модулей: а) при генерации ЛД на фундаментальной моде; б) при нарушением режима одномодовой генерации ЛД

На рис. 2 видно, что линейная область ВАХ мала, а ее крутизна имеет большое значение. Если напряжение на драйвере обеспечивает ток накачки, соответствующий линейной части ВАХ, то даже незначительная вариация напряжения на драйвере приводит к существенному изменению тока накачки. Сильные вариации этого тока провоцируют осциляции мощности излучения ЛД, что является крайне нежелательным фактором.Для исключения влияния этого фактора необходио выбирать ток накачки, соответствующий пологому участку ВАХ, при котором уже достигнута стабилизация тока и минимизирован перегрев гетеротруктуры.

ЛИТЕРАТУРА

 А.Е.Жуков. "Физика и технология полупроводниковых наноструктур". СПб.:"Элмор". 2007. 304 С.
 В.В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1504

Частичная когерентность излучения лазерных диодов как причина образования в них каналов генерации

А.Г. Ржанов

Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова

rjanov@mail.ru

Образование каналов генерации в планарных структурах лазерных диодов (ЛД) известно давно [1, 2]. В ранних работах это явление было обнаружено экспериментально в ЛД планарной технологии с двойной гетероструктурой (ДГС) [2]. В работе были исследованы маломощные ЛД (до 1 мВт) с широким контактом (ШК). Под широким контактом в технике ЛД принято условно понимать приборы с шириной активной области более 50 мкм. Появление сильных нелинейностей при небольшой мощности излучения объясняется, прежде всего, несовершенством технологии роста слоёв ДГС (жидкофазная эпитаксия), приводящей к неравномерностям распределения примесей, множественным дислокациям и неоднородностям по толщине активного слоя в пределах ШК. Наличие этих факторов приводило к многоканальной генерации, часто сопровождающейся самосинхронизацией мод внутри каналов, либо пространственновременным хаосом [2]. Современные ЛД с ШК (ЛДШК) и квантовой ямой (КЯ) в качестве активного слоя показывают схожие режимы генерации, но уже при больших мощностях (от 0.5 Вт и выше) [3]. Физические механизмы, заставляющие излучение в мощных ЛДШК группироваться в каналы, остались в основном теми же, что и были ранее в ЛД без КЯ. Особенности КЯ в качестве основы для усиливающей среды проявляются, в том, что, по сравнению с "объёмными" (без квантово-размерного эффекта) активными слоями, ЛД с КЯ имеет спектр излучения на два-три порядка уже (4-6 нм по длине волны), а усиление в максимуме примерно во столько же раз больше при той же накачке. Это обстоятельство приводит к необходимости учитывать влияние нелинейной рефракции, а также пространственной когерентности, на спектральнопространственные характеристики излучения мощных ЛД [4].

В работе [5] отмечено, что "к мощным полупроводниковым лазерам можно отнести лазерные диоды, предназначенные для работы в непрерывном или квази-непрерывном режимах с выходной мощностью несколько десятков мВт с 1 мкм ширины полоска". Таким образом, ЛД с шириной активной области 100 мкм и мощностью излучения более 1 Вт можно относить к мощным.

В 80-х годах прошлого века впервые появились работы по моделированию процессов в ЛД [6, 7], послужившие основой для современных распределённых моделей ЛД. В силу своих особенностей модели для ЛДШК требуют усовершенствованных подходов к математическому моделированию динамики и статики их излучения. Современная базовая модель, описывающая самосогласованное взаимодействие излучения, накачки и многослойной полупроводниковой структуры описана, например, в работах [8, 9]. В основе всех самосогласованных моделей ЛД лежат кинетические (скоростные) уравнения, которые описывают баланс неравновесных носителей и фотонов в активной области лазера. В распределённых моделях ЛД учитывается неоднородное по пространству взаимодействие между лазерным излучением и неравновесными носителями.

От концентрации неравновесных носителей N зависит эффективная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon(N(y))$ [10]. Основу самосогласованной модели ЛД

составляет система дифференциальных кинетических уравнений в частных производных для концентраций носителей N и фотонов S, образующая кинетическую часть модели. модели представляет одномерное Оптическую часть волновое уравнение, преобразованное в уравнение Гельмгольца с учётом зависимости амплитуды поля от времени, латеральной И аксиальной координат v И *Z*., В виде $E(y, z, t) = \psi(y) \cdot \exp(j(\omega t - \beta z))$

$$\frac{d^2 \psi_j(\mathbf{y})}{dy^2} + \left(\frac{\omega_j^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{y}) - \beta^2\right) \psi_j(\mathbf{y}) = 0, \qquad (1)$$

где *с* - скорость света в вакууме, ω_j - частота оптического излучения, β - продольная (по оси *z*) постоянная распространения, $\psi_j(y)$ - латеральные собственные функции (СФ). Зависимость от поперечной (трансверсальной) координаты *x* учитывается путём применения метода эффективного показателя преломления [10].

Изложенный подход, где за основу определения профилей лазерного поля и спектра генерируемых частот берётся единственное уравнение (1), не подходит к моделированию ЛДШК. В этом случае собственными значениями (СЗ) уравнения (1) в случае лазерной задачи являются либо комплексные частоты мод ω_j , либо эффективные показатели преломления $n_{3\phi\phi j} = c\beta/\omega_j$. В такой задаче продольная постоянная распространения β , выбирается для единственной продольной моды с номером M, соответствующим центральной частоте линии усиления лазерного активного волновода [9]:

$$\beta = \frac{M\pi}{L} + \frac{j}{2} \left(\alpha_{_{GHymp}} + \frac{1}{2L} \cdot \ln(\frac{1}{R_1 R_2}) \right), \qquad (2)$$

где *L* - длина резонатора, R_1 и R_2 - коэффициенты отражения зеркал по интенсивности, α_{shymp} - внутренние нерезонансные потери в резонаторе. Решение задачи (1) с учётом (2) даёт усиление поперечных мод $G_j(t) = -2 \operatorname{Im}(\omega_j)$ и их профили $\psi_j(y)$. Видно, что здесь рассматривается приближение для единственного набора C3 в латеральных пределах всего волновода, чего не наблюдается в задачах с каналированием излучения.

Распад излучения на каналы генерации в мощных ЛДШК был показан в [11]. Объяснить этот эффект качественно можно следующим образом. Для того чтобы часть оптического излучения, находящаяся пространственно на краю активной области, могла быть связана по фазе с излучением на противоположном краю этой области, волновому фронту (лучу) необходимо, не теряя когерентности, сделать несколько пробегов от зеркала к зеркалу. Если длина когерентности меньше этого оптического пути, то излучение распадается на нефазированные или слабо связанные между собой каналы. Но это всего лишь один из механизмов. Разделение излучения на каналы генерации можно объяснить совместным действием основных факторов. Во-первых, это - превышение

порога генерации по всей ширине контакта (100-200 мкм). Во-вторых, это - превышение порога в пределах линии усиления КЯ (около 10 мэВ). В-третьих, это - фактор когерентности излучения в пределах одной латеральной моды (при длине когерентности излучения ЛД около 5 см [12, 13]). И, в-четвёртых, это - пространственная самофокусировка, вызванная нелинейной рефракцией. Сочетание этих факторов определяет необходимость пересмотра базовой модели для ЛДШК.

Разберём эти факторы и сделаем оценки для возможной ширины канала генерации в ЛДШК.

1). Превышение порога генерации ЛД означает, что усреднённое по времени поле излучения должно присутствовать на всей ширине активной области *W*. Изменения по интенсивности излучения в этом направлении могут быть заметны только в пределах длины диффузии неравновесных носителей (5-20 мкм). Таким образом, обосновывается само появление пространственных каналов, разделённых в пространстве.

2). Такое же превышение порога подразумевает и плотное заполнение спектральной линии усиления ЛД. Это объясняет разделение каналов по спектру (отсутствие вырождения по частоте), что наблюдается в эксперименте [11, 14].

3). Учёт конечной длины когерентности при использовании теории дифракции для случая конфокального резонатора даёт следующую оценку ширины канала генерации ЛД на фундаментальной поперечной моде *w*₀:

$$w_0 = \frac{\sqrt{\lambda L_{\kappa_{02}}}}{n_{_{3\phi\phi0}}}, \qquad (3)$$

где λ и $L_{\kappa o \epsilon}$ - соответственно, длина волны, и длина когерентности излучения в вакууме, $n_{a \phi \phi 0}$ - эффективный показатель преломления фундаментальной моды.

Это приближение качественно согласуется с результатами работы [7], однако даёт несколько завышенное значение ширины канала в силу того, что в нём рассматривается модель конфокального резонатора.

4). Наиболее близкий к экспериментальным данным [4, 11] результат даёт использование модели резонатора ЛД как планарного волновода, ограниченного плоскими зеркалами. Учёт самофокусировки излучения за счёт нелинейной рефракции позволяет рассмотреть локальный волновод с квадратичным профилем, и также оценить ширину установившегося канала генерации через длину когерентности:

$$w_0 = \sqrt{\frac{\lambda L_{\kappa o 2}}{2\pi n_{s\phi\phi 0}}}$$
(4)

Таким образом, в работе показано, что для моделирования мощных ЛДШК необходим учёт частичной когерентности излучения для расчёта лазерного поля в нефазированных каналах генерации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ж.И. Алферов // ФТП. 1998. Т. 32. № 3. С. 3.
- 2. A.S. Logginov and I. I. Vinogradov // Proc. of SPIE. 1995. V. 2513, P. 799.
- 3. И.С. Тарасов // Квантовая электроника. 2010. Т. 40. №. 8. С. 661.
- 4. В.В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 12. С. 1666.
- 5. А.Е. Жуков. "Основы физики и технология полупроводниковых лазеров". СПб.:
- Изд-во Академ. ун-та. 2016. Гл. 16. С. 291.
- 6. J. Buus // IEEE J. Quant. Electron. 1982. V. QE-18. No. 7. P. 1083.
- 7. J. Buus // IEEE J. Quant. Electron. 1983. V. QE-19. No. 6. P. 953.
- 8. А.Г. Ржанов и др. // Вестн.РУДН.Сер.мат.инф.физ. 2009. Т. З. № 65. С. 69.
- 9. А.Г. Ржанов // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 6.
- 10. "Волноводная оптоэлектроника". п/ред. Т. Тамира. М.: Мир, 1991.
- 11. O.I. Koval et al. // Physics of Wave Phenomena. 2013. V. 21. No. 4. P. 287.
- 12. С.П. Воробьев. 2018. http://www.holography.ru/files/holmich.htm#top (эл.жур.)
- 13. А.В. Лукин. // Оптический журнал. 2012. Т. 79. № 3. С. 91.
- 14. V.V. Bliznyuk at al. // EPJ Web of Conferences. 2017. V. 161. P. 03004-1.

Генерация частотной гребенки многочастотным лазером, затянутым на высокодобротный резонатор

Р.Р. Галиев^{1,2}, Н.М. Кондратьев¹, Н.Г. Павлов^{1,3}, В.Е. Лобанов¹ и И.А. Биленко^{1,2}

¹Российский Квантовый Центр, Сколково, Россия ²Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия ³Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия ramzil.galiev@gmail.com

Компактные лазеры узкой ширины и эффективные генераторы оптических частотных гребенок являются важными инструментами современной оптики, фотоники и спектроскопии. Интересные возможности могут возникнуть при использовании многочастотных диодов в режиме затягивания частоты лазерного излучения модой высокодобротного микрорезонатора, например, микрорезонатора с модами шепчущей галереи. Ранее такая методика успешно использовалась для стабилизации и сужения линии излучения одночастотных лазеров, В TOM числе и предварительно стабилизированных диодных лазеров с распределенной обратной связью [1,2]. В этой работе мы представляем уникальный метод для создания мощного одночастотного излучения с шириной линии 1 кГц [3] благодаря эффекту затягивания [4,5] и генерации солитонной гребенки из компактного многочастотного диодного лазера.

В эксперименте мы использовали многочастотные (но пространственно одномодовые) лазерные диоды InP, излучающие на длине волны 1535 нм со свободным спектральным диапазоном 17,6 ГГц и общей выходной мощностью 200 мВт [Puc.1 (а)]. Излучение лазера от диода через призму связывалось с модами шепчущей галереи высокодобротного резонатора, изготовленного из MgF₂. В данной схеме резонансное обратное рассеяние Рэлея от резонатора обеспечивает обратную связь резонатора с лазером, что способствует затягиванию одной из мод лазера на моду резонатора [3,6]. Было замечено, что в режиме затягивания широкий спектр многочастотного лазера (~10 ГГц) сворачивается в одну линию с шириной линии меньше 1 кГц [Puc.1 (b)]. Из-за явления конкуренции мод общая начальная мощность излучения перераспределяется в пользу затянутой моды (или, в некоторых случаях, в пользу нескольких затянутых мод), обеспечивая одночастотную (или на малом количестве частот) генерацию с узкой шириной линии. Эффект Богатова (асимметричное взаимодействие мод), предсказанный более 30 лет назад, наблюдался и изучался с хорошей точностью в спектре затянутого лазера [3,7].

Для анализа полученных экспериментальных данных мы разработали теорию затягивания многочастотного лазера высокодобротным резонатором, основанную на модели Ямады [8,9] с богатовским асимметричным взаимодействием мод [7] и модели оптической обратной связи Ланга-Кобаяши [10]. Было показано, что эта комбинированная модель обеспечивает адекватное описание динамики и спектров излучения затянутого многочастотного лазера [3]. На основе модели были получены условия для эффективного преобразования многочастотного спектра излучения в одночастотный и получено, что для эффективного преобразования спектра величина обратной связи должна быть больше скорости спонтанного излучения [3].

Численное моделирование на основе разработанной модели [3] показало хорошее согласие между теорией и экспериментом [Рис. 1]. Важно отметить, что асимметрия подавленных мод вблизи затянутой моды определяется эффектом Богатова. Мы также наблюдали экспериментально и описали численно новые режимы управляемой одно-, двух- и многочастотной генерации [3], которые могут быть полезны для создания
диодных лазеров с узкой шириной линии, необходимых для спектроскопии, лидарных применений и телекоммуникаций.



Рис.1. а) Экспериментальный (синяя линия) и рассчитанный (красная линия) спектр излучения многочастотного лазерного диода; b) экспериментальный (синяя линия) и рассчитанный (красная линия) спектр излучения многочастотного лазерного диода, затянутого на резонатор; c) солитонная керровская частотная гребенка, сгенерированная в режиме затягивания.

Мы также продемонстрировали генерацию диссипативных керровских солитонов при накачке многочастотным диодным лазером, затянутым на микрорезонатор [Рис. 1 (c)].

Таким образом, в данной работе показана возможность стабилизации и сужения многочастотных диодных лазеров затянутых на высокодобротный микрорезонатор. В режиме затягивания многочастотный спектр излучения (~ 10 ТГц) сворачивается в одну линию с шириной линии на уровне кГц или ниже, что способствует генерации керровских частотных гребенок. Из-за явления конкуренции мод общая начальная мощность перераспределяется в пользу затянутой моды (или, в некоторых случаях, в пользу нескольких затянутых мод), обеспечивая одночастотный (многочастотный) режим с высокой мощностью излучения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 17-12-01413).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. W. Liang et al. // Opt. Lett. V. 35, № 16. P. 2822 (2010).
- 2. W. Liang et al. // Nat. Commun. V. 6. P. 7957 (2015).
- 3. R. R. Galiev et al.// Opt. Express. V.26, № 23, P. 30509 (2018).
- 4. N. G. Pavlov et. al.// Nat. Phot. V.12, P. 694–698 (2018).
- 5. N.M. Kondratiev et al. // Opt. Express. V.25, № 23, P 28176 (2017).
- 6. M.L. Gorodetsky et al. // J. Opt. Soc. Am. B. V.17, № 6. P. 1051 (2000).
- 7. A.P. Bogatov et al. // Sov. Journ. Quant. El. V. 4, № 10. P. 1275 (1975).
- 8. M. Yamada // Journ. Appl. Phys. V. 66, № 1. P. 81 (1989).
- 9. M. Yamada and Y. Suematsu // Journ. Appl. Phys. V. 52, № 4. P. 2653 (1981).
- 10. R. Lang and K. Kobayashi // IEEE Journ. Quant. El. V. 16, № 3. P. 347 (1980).

Влияние неаддитивности энергетического спектра на распространение уединенной электромагнитной волны в двумерной графеновой сверхрешетке

С.Ю. Глазов^{1,2}, Г.А. Сыродоев¹

¹Волгоградский государственный социально-педагогический университет ²Волгоградский государственный медицинский университет ser-glazov@yandex.ru

Исследована эволюция уединенного электромагнитного импульса (УЭИ) в двумерной (2D) сверхрешетке (СР) на основе графена (ГСР). Выявлено влияние неаддитивности энергетического спектра ГСР на особенности распространения УЭИ вдоль произвольных направлений в плоскости 2D ГСР.

В большинстве предшествующих работ, посвященных эволюции УЭИ, изучается распространение волн вдоль характерных кристаллографических осей (например, поперек оси СР) [1-3]. В данной работе предложена и исследована система уравнений, описывающая распространение УЭИ вдоль произвольных направлений в плоскости 2D ГСР в бесстолкновительном приближении.

Энергетический спектр носителей заряда в 2D ГСР на полосчатой подложке в одноминизонном приближении имеет вид [4,5]

$$\varepsilon(\vec{p}) = \pm \sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_1^2 (1 - \cos(p_x d_1/\hbar)) + \Delta_2^2 (1 - \cos(p_y d_2/\hbar))}, \qquad (1)$$

где p_x , p_y – компоненты квазиимпульса электрона, $d_i = a_i + b_i$ – период ГСР, a_i и b_i – ширины полосок бесщелевого и щелевого графена. Разные знаки относятся к минизоне проводимости и валентной минизоне. Энергетический спектр ГСР неаддитивен, поэтому существует зависимость движения носителей заряда вдоль ортогональных направлений, и непараболичен, что определяет нелинейную зависимость скорости электрона от квазиимпульса и определяет нелинейные свойства таких структур, проявляющиеся уже в сравнительно слабых полях. Эта нелинейность и приводит к возможности распространения в такого рода структурах УЭИ [3].

Плотность электрического тока имеет вид

$$\vec{j} = -e \sum n(\vec{p}) \vec{\upsilon} \bigg(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A}(\vec{r}, t) \bigg), \qquad (2)$$

где $n(\vec{p})$ – невозмущенная функция распределения электронов, $\vec{v}(\vec{p}) = (\partial \varepsilon / \partial p_x, \partial \varepsilon / \partial p_y)$ – скорость электронов, $\vec{A}(\vec{r},t)$ – векторный потенциал поля. Будем считать, что характерная длина, на которой происходит изменение электромагнитного поля, велика по сравнению с де-бройлевской длиной волны электрона и периодом ГСР, а характерное время изменения поля малым по сравнению со временем свободного пробега электрона τ и будем пренебрегать столкновениями электронов с решеткой.

Разложив скорость в двойной ряд Фурье, подставив в (2) и предполагая электронный газ невырожденным, найдем выражение для плотности тока

$$\vec{j} = -\frac{en_0}{a} \left(\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_{nm} \sin(n\varphi_x) \cos(m\varphi_y), \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_{nm} \sin(n\varphi_y) \cos(m\varphi_x) \right), \quad (3)$$

где n_0 – поверхностная концентрация электронов проводимости, a – толщина слоя графена, $\vec{\varphi} = \frac{e}{c\hbar} (A_x d_1, A_y d_2)$ – безразмерный векторный потенциал, $B_{nm} = a_{nm} I_{nm}/I_{00}$, $I_{nm} = \int_{-\pi-\pi}^{\pi} \int_{-\pi-\pi}^{\pi} \cos(nx) \cos(my) \exp[-\sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_1^2 (1 - \cos(x)) + \Delta_2^2 (1 - \cos(y))}/kT] dxdy$, $T = \Delta_1 d_1 \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{1}{2} \sin(x) \sin(nx) \cos(my) dxdy$

температура, $a_{nm} = \frac{\Delta_1 d_1}{2\hbar \pi^2} \int_{-\pi-\pi}^{\pi} \frac{\sin(x)\sin(nx)\cos(my)dxdy}{\sqrt{\Delta_0^2 + \Delta_1^2(1 - \cos(x)) + \Delta_2^2(1 - \cos(y))}}$, C_{nm} определяется аналогично B_{nm} через коэффициенты разложения в ряд Фурье проекции скорости электронов на ось у.

Подставим (3) в уравнение для векторного потенциала

$$\frac{\partial^2 \vec{\mathbf{A}}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{A}}}{\partial y^2} - \frac{1}{\mathbf{V}^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{A}}}{\partial t^2} + \frac{4\pi}{c} \vec{j} = 0, \qquad (4)$$

где V = $c\chi^{-1/2}$ – скорость электромагнитной волны в отсутствии электронов, χ – эффективная диэлектрическая проницаемость. Из-за существенной непараболичности спектра электронов в ГСР ток проводимости есть в общем случае нелинейная функция поля и уравнение (4) является нелинейным. Отметим, что из-за неаддитивности энергетического спектра ортогональные составляющие векторного потенциала оказываются взаимосвязанными, что существенно сказывается на эволюции УЭИ в ГСР.

В работе [5] показано, что с увеличением периода ГСР уменьшается неаддитивность энергетического спектра и при $d > 5 \cdot 10^{-6}$ см, можно с хорошей степенью точности аппроксимировать "истинный" спектр структуры аддитивной зависимостью энергии от квазиимпульса. В нашем случае, увеличение периода ГСР будет приводить к более быстрому уменьшению значений коэффициентов B_{nm} и C_{nm} с ростом индексов. Подбирая периоды d_1 и d_2 можно добиваться разной силы связи между ортогональными направлениями.

Приведем один из частных случаев, соответствующих симметричной сверхрешетке $(d_1=d_2=d\approx 2\cdot 10^{-6} \text{ см}, \Delta_1=\Delta_2=\Delta \approx 0.332\cdot\Delta_{SiC}, \Delta_{SiC}=0.13 \text{ зB})$. В этом случае в разложении скорости в ряд Фурье можно ограничится первыми слагаемыми и приведенная ниже система уравнений для компонент безразмерного векторного потенциала соответствует слабой неаддитивности энергетического спектра

$$\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial \tilde{t}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial \tilde{x}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial \tilde{y}^2} + \sin \varphi_x (1 + \beta \cos \varphi_y) = 0$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial \tilde{t}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial \tilde{x}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial \tilde{y}^2} + \sin \varphi_y (1 + \beta \cos \varphi_x) = 0,$$
(5)

где $\tilde{t} = t \, \varpi / \sqrt{\chi}$, $\tilde{x} = x \, \varpi / c$, $\tilde{y} = y \, \varpi / c$, $\varpi^2 = 2\pi n_0 e^2 B_{10} / a$, $\beta = 2B_{11} / B_{10}$.

Если $\beta = 0$, то связь между ортогональными компонентами пропадает и уравнения (5) представляют собой хорошо известное двумерное синус-уравнение Гордона.

Учитывая симметрию уравнений (5) и задавая симметричные начальные условия можно получить уравнение, описывающее распространение УЭИ под углом 45° к осям ГСР

$$\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial \tilde{t}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial \tilde{x}^2} + \sin \varphi_x (1 + \beta \cos \varphi_x) = 0.$$
(6)

На рис.1 представлена эволюция УЭИ с начальным условием, соответствующим хорошо известному решению типа бегущей волны с постоянной скоростью *и*

$$\varphi_{x}(\tilde{t},\tilde{x}) = 4 \arctan\left[\exp\left(\frac{\tilde{x} - \tilde{x}_{0} + \tilde{t} u/V}{\sqrt{1 - (u/V)^{2}}}\right)\right].$$
(7)
$$\frac{E}{E_{max}}$$

0.004
0.002
$$\tilde{x}$$

Рис. 1. Форма электромагнитного импульса в моменты времени *a*) $\tilde{t} = 0_{\vec{0}}$ $\tilde{t} = 2.5_{\vec{b}}$ $\tilde{t} = 5_{\vec{c}}$ $\tilde{t} = 10$

УЭИ распространяется устойчиво, амплитуда и в целом основная часть импульса не меняют свою форму. Обнаружено образование «хвоста» за УЭИ, малоамплитудные высокочастотные осцилляции представлены на рис. 1. Появление осцилляций за УЭИ объясняется взаимным влиянием ортогональных компонент векторного потенциала. В системе уравнений (5) возмущение в одном направлении из-за слабой связи проявляется в области малых потенциалов в ортогональном направлении и наоборот. Нужно отметить, что образование «хвоста» за УЭИ отмечается в ряде работ, посвященных структурам на основе графена [6].

В результате можно сделать следующие выводы. 1. Получено уравнение описывающее распространение электромагнитных волн в ГСР в бесстолкновительном приближении. 2. Из-за неаддитивности энергетического спектра ортогональные составляющие векторного потенциала оказываются взаимосвязанными, что существенно сказывается на эволюции УЭИ в ГСР. 3. В условиях слабой неаддитивности энергетического спектра рассматриваемой структуры обнаружена генерация слабых по амплитуде высокочастотных осцилляций за УЭИ, в то время как основная часть импульса не меняет свою форму. 4. Проанализировано распространение в ГСР бризерных импульсов. 5. Возбуждение в ГСР УЭИ позволяет генерировать высокочастотные сигналы вплоть до терагерцового диапазона.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-42-340005 и Минобрнауки России на выполнение государственных работ в сфере научной деятельности в рамках проектной части государственного задания, код проекта: 3.2797.2017/4.6.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. J.F.R. Archilla et al. "Nonlinear Systems, Vol. 2" Springer, 2018.
- 2. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar' // Physica B. 2013. V. 408. P. 188.
- 3. Э.М. Эпштейн // ФТТ. 1977. Т. 19. В. 11. С. 3456.

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

4. S.V. Kryuchkov, C.A. Popov // Journal of Nano- and Electronic Physics. 2017. V. 9. № 2. P. 02013.

5. П.В. Бадикова, С.Ю. Глазов, Г.А. Сыродоев // ФТП. 2019. Т. 7. В. 53. С. 927.

6. Н.Н. Конобеева, М.Б. Белоненко // Оптика и спектроскопия. 2016. Т. 120. № 6. С. 1005.

Нелинейные эффекты при распространении мощных наносекундных видеоимпульсов в слабопроводящих средах

П.С. Глазунов¹, В.А. Вдовин², А.И. Слепков¹ ¹Кафедра общей физики Физического факультета МГУ ²ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН ps.glazunov@physics.msu.ru

Рассматриваются нелинейные эффекты самовоздействия мощных наносекундных видеоимпульсов в слабопроводящих средах, возникающие за счёт индукционного нагрева среды. Изменение температуры материальной среды приводит к изменениям ее электродинамических характеристик, таких как диэлектрическая проницаемость и проводимость (магнитная проницаемость считается постоянной величиной). В работе рассмотрен случай, когда изменения температуры материальной среды крайне малы (что позволяет отнести рассматриваемые нелинейные эффекты к нетепловым воздействиям электромагнитного поля) следовательно, относительные И. изменения eë электродинамических характеристик также незначительны. Однако данные изменения происходят крайне быстро, за счёт чего и возникают нелинейные эффекты. По этой причине зависимость электродинамических характеристик от температуры можно считать линейной. Под слабопроводящими средами понимаются среды, в которых характерная длина волны излучения много меньше толщины скин-слоя, поэтому импульс успевает пройти в среде значительное расстояние.

Для видеоимпульсов наносекундной длительности оказывается справедливым следующее соотношение: $Ta^2/L^2 \ll 1$, где *T*- длительность импульса, *L* - длина импульса, *a* - коэффициент температуропроводности материальной среды. Выполнение этого соотношения позволяет пренебрегать слагаемым, содержащим оператор Лапласа, в уравнении теплопроводности. Данное обстоятельство позволяет проинтегрировать уравнение теплопроводности. Используя предположение о том, что относительное изменение температуры материальной среды мало, можно вывести следующие материальные уравнения:

$$\boldsymbol{D}(t) = \varepsilon \boldsymbol{E}(t) \left(1 + \beta \sigma \int_{\tau=0}^{\tau=t} \boldsymbol{E}^2(\tau) d\tau \right), \, \boldsymbol{j}(t) = \sigma \boldsymbol{E}(t) \left(1 + \alpha \sigma \int_{\tau=0}^{\tau=t} \boldsymbol{E}^2(\tau) d\tau \right)$$
(1)

где є, σ – абсолютная диэлектрическая проницаемость и проводимость среды при начальной температуре, β , α – коэффициенты пропорциональности в линейных зависимостях диэлектрической проницаемости и проводимости от температуры. Подставляя материальные уравнения (1) в уравнения Максвелла, и считая, что электромагнитные поля зависят от одной пространственной координаты и времени, можно получить следующее нелинейное уравнение относительно вектора напряжённости электрического поля:

$$\frac{\partial^{2} E(z,t)}{\partial z^{2}} = \frac{\partial^{2} E(z,t)}{\partial t^{2}} \left[\mu \varepsilon + \mu \varepsilon \beta \int_{\tau=0}^{\tau=t} E^{2}(z,\tau) d\tau \right] + \frac{\partial E(z,t)}{\partial t} \left[\mu \sigma + 4\mu \varepsilon \beta E^{2}(z,t) \right] + \mu \sigma \alpha E^{3}(z,t)$$
(2)

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

Для уравнения (2) можно найти приближённое решение по теории возмущений, где в качестве малого параметра используется отстройка от фазовой скорости распространения импульса в слабо проводящей материальной среде без наличия нелинейностей. Из вида аналитического решения следует, что при определённом соотношении параметров задачи в решении возникает взрывная неустойчивость. Данный случай показан на рис.1, где приведено сравнение аналитического и численного решений.



Рис. 1. График зависимости амплитуды импульса от координаты при разных значениях времени.

Стоит отметить, что нетепловое воздействие микроволнового излучения является недостаточно изученным. Его исследование представляет огромный интерес для широкого класса специалистов, изучающих такие процессы, как нетепловое воздействие электромагнитных импульсов на биологические [1-2] и радиотехнические [3-5] объекты, дезинтеграцию упорных минеральных руд [6-7] и др.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты № 16-29-09581 и № 18-29-02094.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Шпак, В.А. Новиков // Биомедицинская инженерия и электроника. 2017. No.4.

2. Быстров Р.П. и др. // РЭНСИТ. 2014. Т. 6. No. 2.

3. А. М. Ходаков, В. А. Сергеев // Журнал Радиоэлектроники. 2017. No.10.

4. З. М. Гизатуллин и др. // Журнал Радиоэлектроники. 2015.No.6.

5. А. М. Ходаков и др. // Журнал Радиоэлектроники. 2017. No.3.

6. В. А. Вдовин и др. // Радиотехника и электроника. 2005. Т. 50. No. 9. С. 1129.

7. В.А. Чантурия и др. // Физико-технические проблемы обогащения полезных ископаемых. 2001. No 4. C. 95.

Исследование влияния фотоиндуцированного изменения оптического поглощения фотополимерного материала на процесс голографического формирования многослойных неоднородных дифракционных структур

Д.И. Дудник, С.Н. Шарангович Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники <u>drinza10@gmail.com</u>

В настоящее время голографический метод создания наноразмерных периодических дифракционных структур вызывает особый интерес у исследователей, в связи с возможностью их применения в области оптической связи и обработки информации. Свойства объемных пропускающих и отражательных голографических решеток уже изучены различными коллективами исследователей, и показали, что такие решетки имеют большую дифракционную эффективность, а также высокую угловую и спектральную селективность.

Несколько объемных решеток, разделенных оптически однородными промежуточными слоями, характеризуются особыми свойствами, обусловленными интерференцией волн, восстановленных из каждой решетки и предоставляют возможность управления видом селективного отклика.

Таким образом становится актуальным вопрос исследования процесса формирования многослойных неоднородных голографических дифракционных структур (МНГДС) в фотополимеризцющихся материалах (ФПМ).

В работе [1] МНГДС представлены в виде набора слоев из неоднородных голограмм, каждая из которых имеет амплитудный профиль решётки, подобный ослаблению интенсивности света по экспоненциальному закону, однако в работах [2, 3] показано, что в следствии фотоиндуцированного изменения оптического поглощения (ФИП) будет происходить трансформация амплитудных профилей в каждом из них.

Целью данной работы является исследование влияния ФИП на процесс формирования МНГДС в ФПМ.

В данной работе рассматривается пропускающая геометрия записи МНГДС, представленная как падение двух плоских монохроматических волн E_0 и E_1 под углами θ_0 и θ_1 на образец ФПМ (рис. 1).



Рис. 1. Геометрия записи МНГДС

Запишем выражение для распределения интенсивности интерференционной картины светового поля в ФПМ с учетом ФИП на i-ом слое МНГДС:

$$I^{i}(t,\mathbf{r}) = I_{0}^{i}(t,x,y)[1+m^{i}(t,x,y)\cos(\mathbf{K}_{1}^{i}\mathbf{r})], \qquad (1)$$

_{где}
$$m^{i}(t, x, y) = 2\sqrt{I^{0i}(t, x, y)I^{1i}(t, x, y)}(\mathbf{e}_{1}\mathbf{e}_{0})/(I^{0i}(t, x, y) + I^{1i}(t, x, y)) -$$
локальный

контраст интерференционной картины; $I_0^i(t, x, y) = \{I^{0i}(t, x, y) + I^{1i}(t, x, y)\};$ $I^{0i}(t, x, y) = I_0^i(t, x, y) \cdot e^{-\alpha(t, x, y)y/\cos\theta_0}; I^{1i}(t, x, y) = I_1^i(t, x, y) \cdot e^{-\alpha(t, x, y)y/\cos\theta_1}; I_1^i(x) = |E_i(x)|^2;$

$$j = 0,1$$
; **K**₁ = **k**₀' - **k**₁' – вектор решетки; **r** – радиус-вектор; **k**_j' – волновые векторы

записывающих пучков; $i = 1, 2.., i \in \mathbb{N}$ – номер слоя.

Коэффициент поглощения $\alpha(t, x, y)$ в (1) с учетом ФИП представим в виде [2]:

$$\alpha(t, x, y) = \alpha_2 + \alpha_1 \exp\left[-\left(\frac{I_{0n}^i(x)}{\cos \theta_0} + m_{00}^i \frac{I_{1n}^i(x)}{\cos \theta_1}\right) y \frac{t}{T_a}\right],\tag{2}$$

где $I_{jn}^{i}(t, x, y) = I_{j}^{i}(t, x, y) / \max[I_{j}^{i}(t, x, y)] -$ нормированные распределения записывающих пучков; $m_{0}^{i} = \max[I_{1}^{i}(t, x, y)] / \max[I_{0}^{i}(t, x, y)]; \alpha_{2} -$ коэффициент поглощения подложки; $\alpha_{1} = \alpha_{0}K_{0}^{i}; T_{a} = (\varphi\alpha_{0} \max[I_{0}^{i}(t, x, y)])^{-1}; K_{0}^{i} -$ начальная концентрация красителя каждого слоя; α_{0} – поглощение одной молекулы красителя; φ – квантовый выход красителя.

Процесс формирования каждого отдельного слоя МНГДС в ФПМ с красителемсенсибилизатором можно описать в общем виде с помощью кинетических уравнений для концентрации мономера M и показателя преломления n, записанных для случая произвольной степени нелинейности процесса фотополимеризации k [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial M^{i}}{\partial t} = div(D(M^{i}) \cdot grad(M^{i})) - h^{i} \cdot [I^{i}(t,\mathbf{r})]^{k} \cdot M \\ \frac{\partial n^{i}}{\partial t} = \delta n_{p}^{i} h^{i} \cdot [I^{i}(t,\mathbf{r})]^{k} (M^{i} / M_{n}) + \delta n_{i}^{i} \cdot div(D(M^{i}) \cdot grad(M^{i} / M_{n})) \end{cases}$$
(3)

где δn_i^i , δn_p^i изменение показателя преломления вследствие диффузии и полимеризации компонент материала; M_n начальная концентрация мономера; h^i – коэффициент зависящий от внутренних параметров материала; $D(M^i)$ – уравнение фотоиндуцированного изменения диффузии [2].

Решение задачи формирования каждого слоя МНГДС в ФПМ будем искать в виде суммы нулевых и первых гармоник пространственного распределения концентрации мономера M и показателя преломления n:

$$\begin{cases} M^{i}(t,\mathbf{r}) = M_{0}^{i}(t,x,y) + M_{1}^{i}(t,x,y)\cos(\mathbf{K}_{1}\mathbf{r}) \\ n^{i}(t,\mathbf{r}) = n_{st} + n_{0}^{i}(t,x,y) + n_{1}^{i}(t,x,y)\cos(\mathbf{K}_{1}\mathbf{r})' \end{cases}$$
(4)

где $M_0^i(t, x, y)$, $n_0^i(t, x, y)$ – нулевые и $M_1^i(t, x, y)$, $n_1^i(t, x, y)$ – первые гармоники пространственного распределения концентрации мономера M^i и показателя преломления n^i ; n_{st} – показатель преломления ФПМ при t = 0. Используя методику, описанную в [3,4,11], из системы кинетических уравнений (3) после подстановки в них (2), и (4) и разложения $\{I_0^i(t, x, y)[1+m^i(t, x, y)\cos(\mathbf{K}_1\mathbf{r})]\}^k$ в ряд Тейлора, ограниченного первыми тремя членами, как в [2], получим уравнения для

нулевой и первой гармоник концентрации мономера и показателя преломления:

$$\begin{cases} \frac{-\partial M_{0}^{i}}{\partial \tau} = \left\{ \left(1 + L^{i}(\tau, x, y)\right) M_{0}^{i} + \frac{km^{i}(\tau, x, y)}{2} M_{1}^{i} \right\} \frac{2^{k}}{b} I_{0n}^{i}(\tau, x, y), \\ \frac{-\partial n_{0}^{i}}{\partial \tau} = \delta n_{p}^{i} \left\{ \left(1 + L^{i}(\tau, x, y)\right) M_{0}^{i} + \frac{km^{i}(\tau, x, y)}{2} M_{1}^{i} \right\} \frac{2^{k}}{b} I_{0n}^{i}(\tau, x, y); \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{-\partial M_{1}^{i}}{\partial \tau} = b_{1}^{i}(\tau, x, y) M_{1}^{i} + \frac{2^{k}}{b} I_{0n}^{i}(\tau, x, y) \left[km^{i}(\tau, x, y) M_{0}^{i} + \left(1 + 1.5L^{i}(\tau, x, y)\right) M_{1}^{i} \right], \\ \frac{-\partial n_{1}^{i}}{\partial \tau} = \delta n_{i}^{i} b_{m}^{i}(\tau, x, y) \frac{M_{1}^{i}}{M_{n}} + \delta n_{p}^{i} \frac{2^{k}}{b} I_{0n}^{i}(\tau, x, y) \left[km^{i}(\tau, x, y) \frac{M_{0}^{i}}{M_{n}} + \left(1 + 1.5L^{i}(\tau, x, y)\right) \frac{M_{1}^{i}}{M_{n}} \right], \end{cases}$$

$$(5)$$

где $M_{j}^{i} = M_{j}^{i}(\tau, x, y)$, $n_{j}^{i} = n_{j}^{i}(\tau, x, y)$, j = 0, 1, $b = T_{p} / T_{m}$, $T_{m} = 1 / (K_{1}^{2}D_{m}) -$ время диффузии; $\tau = t / T_{m}$ – относительное время; K_{1} – волновое число первой гармоники основной решетки $K_{1} = |\mathbf{K}_{1}|$; $T_{p} = h^{i^{-1}} / (I_{00})^{k}$ – время полимеризации;

 $I_{0n}^{i}(\tau, x, y) = I_{0}^{i}(\tau, x, y) / I_{00}^{i} - \text{нормированная суммарная интенсивность записывающих$ $пучков; <math>I_{00}^{i} = I_{0\text{max}}^{i} + I_{1\text{max}}^{i}, \ b_{m}^{i}(\tau, x, y) = \exp\left[-s\left(1 - \left(M_{0}^{i}(\tau, x, y) + M_{1}^{i}(\tau, x, y)\right) / M_{n}\right)\right],$

 $L^{i}(\tau, x, y) = k(k-1)m^{i^{2}}(\tau, x, y)/4; s$ – параметр характеризующий скорость изменения коэффициента диффузии.

Допуская, что $M_1(\tau, x, y) \ll M_0(\tau, x, y)$, в системе (5) можно пренебречь влиянием первой гармоники на нулевую, и используя начальные условия $M_0(0, x, y) = M_n$, $n_0(0, x, y) = 0$, получим решение для нулевых гармоник:

$$M_{0}^{i}(\tau, x, y) = M_{n}p^{i}(\tau, x, y), \qquad n_{0}^{i}(\tau, x, y) = \delta n_{p}^{i}\left\{1 - p^{i}(\tau, x, y)\right\}, \qquad (7)$$

$$\Gamma_{\text{T}} e^{-\frac{2^{k}}{b}} \int_{0}^{\tau} \left(1 + L^{i}(\tau^{*}, x, y)\right) I_{0n}^{i}(\tau^{*}, x, y) d\tau \right].$$

Имея решение для $M_0^i(\tau, y)$, интегрируя уравнение для $M_1^i(\tau, y)$ из системы (6) с начальными условиями $M_0^i(0, x, y) = 0$, решение для $M_1^i(\tau, x, y)$ представим в виде:

$$M_{1}^{i}(\tau, x, y) = -M_{n} \cdot f^{i}(\tau, x, y), \qquad (8)$$

$$f^{i}(\tau, x, y) = \frac{2^{k}}{b} k_{0}^{\tau} p^{i}(\tau, x, y) \cdot m^{i}(\tau, x, y) I_{0n}^{i}(\tau, x, y) \times \exp\left[-\int_{\tau}^{\tau} \left(b_{m}^{i}(\tau, x, y) + \frac{2^{k}}{b} I_{0n}^{i}(\tau, x, y) \left(1 + 1.5L^{i}(\tau, x, y)\right)\right) d\tau^{*}\right] d\tau^{*}.$$

где

Далее, подставляя выражения (7) для $M_0^i(\tau, x, y)$ и (8) для $n_1^i(\tau, x, y)$ из системы (6) и интегрируя с начальными условиями $n_1^i(0, x, y) = 0$, получим решение для пространственно-временного распределения первой гармоники решетки показателя преломления:

$$n_{1}^{i}(\tau, x, y) = n_{1p}^{i}(\tau, x, y) + n_{1i}^{i}(\tau, x, y), \qquad (9)$$
$$n_{1i}^{i}(\tau, x, y) = \delta n_{i}^{i} \int_{0}^{\tau} f^{i}(\tau^{*}, x, y) b_{m}^{i}(\tau, x, y) d\tau^{*},$$

где

$$n_{1p}^{i}(\tau, x, y) = \delta n_{p}^{i} \frac{2^{k}}{b} \int_{0}^{\tau} I_{0n}^{i}(\tau, x, y) \Big(p^{i}(\tau, x, y) km^{i}(\tau, x, y) - f^{i}(\tau, x, y) \Big(1 + 1.5L^{i}(\tau, x, y) \Big) \Big) d\tau$$

В данной работе, на основании развития модели представленных в [2, 4], получены аналитические решения описывающие пространственные профили амплитуды первой гармоники в каждом слое. Установлено, что каждом слое будут формироваться дифракционные структуры, различающиеся как по амплитуде, так и по виду пространственного профиля.



Рис. 2. Кинетики пространственных профилей первой гармоники с учетом ФИП. а – первый, б – второй, в – третий слой.

На рис. 2 приведены кинетики пространственных профилей первой гармоники с учетом ФИП по глубине решетки для трех первых слоев многослойной неоднородной голографической структуры, при поперечной координате x = 0. Представленные профили рассчитаны для следующих параметров: $C_n = \delta n_p / \delta n_p = 0.01$, s = 1, $2\theta = 20^\circ$ в воздухе, b = 0.25, d = 85 мкм, $\delta n_p = 0.004$, $\alpha_2 = 10^{-4}$ Нп/мкм, $\alpha_1 = 0.016$ Нп/мкм. Из рис.2 видно, что в начальные моменты времени изменение амплитуды первой гармоники по глубине решетки подобно распределению ослабления интенсивности света, но с течением времени, при выходе на стационарный режим, в следствии ФИП происходит трансформация амплитудных профилей до формы, существенно отличной от данного распределения. Степень отличия начального и конечного профилей решетки зависит от времени записи и параметра b, который, в свою очередь зависит от суммарной интенсивности записывающих пучков [4].

В работе было проведено исследование влияния ФИП на формирование МНГДС в ФПМ. Численное моделирование показало, что наличие ФИП приводит к уменьшению степени пространственной неоднородности профилей МНГДС, что приведет к улучшению дифракционных характеристик. Путем подбора концентрации красителя могут быть получены пространственные профили близкие к однородным, в каждом слое неоднородной многослойной структуры. Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

Работа выполнена при поддержке Минобрнауки РФ в рамках выполнения проектной части Госзадания №3.1110.2017/4.6.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е.Ф. Пен, М.Ю. Родионов // Квант. Эл.. 2010 Т. 40. № 10. С. 919-924.

2. Е.А. Довольнов, С.В. Устюжанин, С.Н. Шарангович // Изв. вузов. Физика. 2006. Т.49. № 10. С.81-89.

3. J.T. Sheridan et al. // JOSA A. 2019. V. 36. N. 3. pp. 320-334.

4. А.О. Семкин, С.Н. Шарангович // Изв. вузов. Физика. 2018. Т.61. С. 51-58

Генерация оптико-терагерцовых импульсов в волноводах с квадратичной нелинейностью

С.В. Сазонов¹, И.Г. Захарова², А.А. Калинович²

¹Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» ²Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова sazonov.sergey@gmail.com, zaharova@physics.msu.ru, kalinovich@gmail.com

Все больший интерес вызывают исследования, посвященные методам генерации терагерцового излучения. Принято включать в этот диапазон электромагнитные частоты от 0,1 до 10 ТГц. Сигналы в диапазоне ТГц сегодня находят множество применений в обработке изображений, системах безопасности, астрономии, биологии, медицине и других областях. Один из наиболее эффективных методов генерации такого излучения заключается в использовании механизма оптического выпрямления. В этом случае, спектр ТГц сигнала является широкополосным, т. е. спектральная ширина импульса соизмерима со средней частотой спектра. Ширина генерируемого импульса такова, что он охватывает около одного периода колебаний ТГц диапазона. Таким образом, при оптическом методе генерации ТГц-сигнал обладает свойствами ультракороткого импульса. Это означает, что приближение медленно меняющейся огибающей неприменимо для описания таких импульсов.

Сущность упомянутого выше оптического метода генерации широкополосного ТГц-излучения в квадратично нелинейных средах, основанного на эффекте оптического выпрямления, заключается в следующем: в нелинейную среду подается фемтосекундный оптический импульс, спектр которого содержит частоты, на разности которых может быть сформировано ТГц-излучение. Условие генерации может быть получено из законов сохранения импульса и энергии для элементарных событий рассеяния. Если длительность импульса составляет 3-5 колебаний, то еще можно использовать понятие огибающей. Для описания таких импульсов допустимо использовать уравнения, которые можно рассматривать как обобщение известной системы Ядзима-Ойкавы [1]. Эту систему следует дополнить членами, содержащими высшие производные по времени огибающей оптического импульса и электрического поля терагерцового сигнала для линейной и нелинейной дисперсии, а также дифракции. Поскольку генерируемый терагерцовый сигнал является широкополосным спектральном смысле, т. е. содержит около одного периода электромагнитных колебаний, понятие огибающей к нему больше неприменимо. Поэтому уравнение для терагерцовой составляющей содержит не огибающую, а электрическое поле самого импульса.

В работе [2] продемонстрирована возможность генерации как широкополосных, так и квазимонохроматических терагерцовых сигналов. Выявлены условия, при которых эффективность генерации фазомодулированного наносекундного оптического импульса больше, чем спектрально ограниченного фемтосекундного сигнала. В [3] авторами разработано интегрируемое обобщение системы уравнений Ядзимы-Ойкавы для описания оптической генерации широкополосного терагерцового излучения в квадратично нелинейной среде с учетом влияния фазы оптического импульса на этот процесс. Как показано в работе [4], генерация терагерцового излучения сопровождается филаментацией оптической и терагерцовой составляющих и стабильные оптические терагерцовые пространственно-временные солитоны не образуются. Исследована оптическая методика генерации широкополосного терагерцового излучения в градиентном волноводе [5]. Рассмотрены явления захвата оптических и терагерцовых импульсов в волноводе и показано, что захват происходит в условиях филаментации как с нормальной, так и с аномальной групповой дисперсией оптического сигнала.

Уравнения, описывающие огибающую оптического излучения Ψ и электрическое поле возникающего терагерцового импульса E_T в коллинеарном режиме генерации с учетом малой длительности оптического импульса принимают вид:

$$i\frac{\partial\psi}{\partial z} = -\frac{k_2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2} + i\frac{k_3}{6}\frac{\partial^3\psi}{\partial\tau^3} + aE_T\psi - ib\psi\frac{\partial E_T}{\partial\tau} - i\mu E_T\frac{\partial\psi}{\partial\tau} - \omega g_\omega(x)\left(1 - \frac{i}{\omega}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\psi + \frac{c}{2n_\omega\omega}\left(1 + \frac{i}{\omega}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)\frac{\partial^2\psi}{\partialx^2},$$

$$\frac{\partial E_T}{\partial z} = \alpha\frac{\partial^3 E_T}{\partial\tau^3} - \beta E_T\frac{\partial E_T}{\partial\tau} - \sigma\frac{\partial}{\partial\tau}|\psi|^2 + iq\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\psi^*\frac{\partial\psi}{\partial\tau} - \psi\frac{\partial\psi^*}{\partial\tau}\right) + g_T(x)\frac{\partial E_T}{\partial\tau} + \frac{c}{2n_T}\frac{\partial^2}{\partialx^2}\int_{-\infty}^{\tau} E_Td\tau',$$

$$\tau = t - \frac{z}{v_g} = t - \frac{z}{v_T}, \quad \omega = t$$

несущая частота оптического импульса, $k_{2,3}$ - коэффициенты дисперсии второго и третьего порядка оптического излучения, α - коэффициент дисперсии третьего порядка терагерцового излучения, a, b, μ , β , σ , q - коэффициенты нелинейности, $g_{\omega}(x)$ и $g_T(x)$ - зависимость показателя преломления оптического и терагерцового излучения от поперечной координаты, обусловленная волноводом, c - скорость света, n_{ω} и n_T - показатели преломления оптического и злучения вблизи центра пучка. В

$$g_{\omega,T}(x) = \frac{2\pi}{cn_{\omega,T}} x^2$$

(1)

работе рассматривался параболический профиль волновода:

Для численного решения данная система была обезразмерена:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{\psi}}{\partial \overline{z}} &= iD_{k2} \frac{\partial^2 \overline{\psi}}{\partial \overline{\tau}^2} + D_{k3} \frac{\partial^3 \overline{\psi}}{\partial \overline{\tau}^3} - i\overline{E}_T \overline{\psi} - D_b \overline{\psi} \frac{\partial \overline{E}_T}{\partial \overline{\tau}} - D_\mu \overline{E}_T \frac{\partial \overline{\psi}}{\partial \overline{\tau}} + D_{g\omega} \overline{x}^2 \left(i + \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \overline{\tau}}\right) \overline{\psi} - D_{x\omega} \left(i - \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \overline{\tau}}\right) \frac{\partial^2 \overline{\psi}}{\partial \overline{x}^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{E}_T}{\partial \overline{z}} &= D_\alpha \frac{\partial^3 \overline{E}_T}{\partial \overline{\tau}^3} - D_\beta \overline{E}_T \frac{\partial \overline{E}_T}{\partial \overline{\tau}} - D_\sigma \frac{\partial}{\partial \overline{\tau}} |\overline{\psi}|^2 + iD_q \frac{\partial}{\partial \overline{\tau}} \left(\overline{\psi}^* \frac{\partial \overline{\psi}}{\partial \overline{\tau}} - \overline{\psi} \frac{\partial \overline{\psi}^*}{\partial \overline{\tau}}\right) + D_{gT} \overline{x}^2 \frac{\partial \overline{E}_T}{\partial \overline{\tau}} + D_{xT} \frac{\partial^2}{\partial \overline{x}^2} \int_{-\infty}^{\overline{\tau}} \overline{E}_T d\tau', \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{THe} \quad \psi &= \overline{\psi} \overline{\psi}_0, \quad \mathbf{E}_T = \overline{E}_T \psi_0, \quad \psi_0, \quad \tau = \overline{\tau} \overline{\tau}_0, \quad z = \overline{z} l_{nl}, \quad x = \overline{x} R_0, \quad l_{nl} = 1/(a \psi_0), \quad D_{k2} = sign(k_2) \frac{l_{nl}}{l_{dis2}}, \\ D_{k3} &= \frac{l_{nl}}{l_{dis3}}, \quad l_{dis2} = \frac{2\tau_0^2}{|k_2|}, \quad l_{dis3} = \frac{6\tau_0^3}{k_3}, \quad D_b = \frac{b \psi_0}{\tau_0} l_{nl}, \quad D_\mu = \frac{\mu \psi_0}{\tau_0} l_{nl}, \quad D_{g\omega} = \frac{2\pi \omega l_{nl}}{cn_\omega}, \quad N = \omega \tau_0, \\ D_{x\omega} &= \frac{l_{nl}}{l_D^{\omega}}, \quad D_\alpha = \frac{\alpha l_{nl}}{\tau_0^3}, \quad D_\beta = \frac{\beta \psi_0 l_{nl}}{\tau_0}, \quad D_\sigma = \frac{\sigma \psi_0 l_{nl}}{\tau_0}, \quad D_q = \frac{q \psi_0 l_{nl}}{\tau_0^2}, \quad D_{gT} = \frac{2\pi l_{nl}}{cn_T \tau_0}, \quad D_{xT} = \frac{l_{nl}}{l_D^T}, \\ l_D^{\omega} &= \frac{n_\omega \omega}{\tau_0} R_0^2, \quad l_D^T = \frac{2n_T}{c_T} R_0^2. \end{aligned}$$

 c^{T_0} c^{T_0} u^{T_0} - дифракционные длины оптического и терагерцового излучения, τ_0 и x_0 - начальные длительность и ширина оптического импульса. В наших

расчетах мы положили равными $\tau_0 = x_0 = 1$, то есть расчетные координаты нормированы на начальные длительность и ширину.

Начальный профиль оптического импульс задавался гауссовом в виде $\psi(z=0) = \exp\left(-\bar{x}^2 - \bar{\tau}^2\right)$ Было проведено численное моделирование для случая квазимонохроматического импульса N = 100. Использовались следующие параметры $D_{k2} = 0.05$, $D_{k3} = 0.000166$. $D_b = 0.01$, $D_{\mu} = 0.01$, $D_{g\omega} = -1$, $D_{x\omega} = 0.05$, $D_{\alpha} = 0.001$, $D_{\beta} = 0.01$, $D_{\sigma} = 0.01$, $D_q = 0.0001$, $D_{gT} = -0.1$, $D_{xT} = 0.01$. На рис. 1 представлены результаты моделирования. Терагерцовая компонента генерируется незначительно. Захват солитона в данном случае не произошел, амплитуда пучка затухает с расстоянием. Профили интенсивности далеки от гауссовских.



Рис. 1. Зависимость пиковой интенсивности (а) и профили оптического (б) и терагерцового (в) импульсов на расстоянии z = 50 (сплошные кривые черного цвета), а также их аппроксимация гауссовской кривой (красная и синяя штриховые). Начальная длительность N = 100.

Исходя из того, что более короткий импульс имеет более широкий спектр и генерация терагерцовой компоненты более эффективна, было проведено моделирование распространения такого импульса. Использовалось значение N = 10, то есть начальный импульс имел 10 осцилляций. Параметры моделирования брались следующие: $D_{k2} = 0.05$, $D_{k3} = 0.00166$, $D_b = 0.1$, $D_{\mu} = 0.1$, $D_{g\omega} = -1$, $D_{x\omega} = 0.05$, $D_{\alpha} = 0.01$, $D_{\beta} = 0.1$, D

 $D_{\sigma} = 0.1$, $D_q = 0.01$, $D_{gT} = -0.1$, $D_{xT} = 0.01$. На рис 2 приведены результаты моделирования. Интенсивность оптической компоненты осциллирует, но в целом, импульс распространяется в солитоноподобном режиме. Профили оптической и терагерцовой компоненты на расстоянии z = 200 хорошо аппроксимируются гауссовской формой. Сравнение спектров оптического излучения на начальном этапе и при z = 200 показывает, что спектр смещается в область низких частот. Это легко объяснить тем, что при генерации терагерцового излучения кванты оптического излучения кванты оптического излучения на терагерцовые кванты и оптические кванты более низкой частоты.

Исходя из приведенных расчетов, можно сделать вывод, что генерация терагерцового излучения более эффективна импульсами короткой длительности. При этом происходит некратное понижение оптической частоты.



Рис. 2. Зависимость пиковой интенсивности (а), профили оптического и терагерцового (сплошные кривые черного цвета) импульсов на расстоянии z = 200, а также их аппроксимация гауссовской кривой (красная и синяя штриховые) (б) и спектры оптического излучения при z = 0 и z = 200. Начальная длительность N = 10.

(B)

Исследование выполнено за счет гранта Российского Научного Фонда (проект № 17-11-01157).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. N. Yajima, M. Oikawa, // Prog. Theor. Phys. 1976. No. 56. P. 1719.
- 2. S.V. Sazonov, A.P. Sukhorukov // JETP Letters. 2013. V. 98. No 12. P. 773.
- S.V.Sazonov, A.P Sukhorukov, N.V. Ustinov // JETP Letters. 2015. V. 100. No. 10. P. 620.
- 4. A.N. Bugay, S.V. Sazonov, P.Yu. Shestakov // Proc. of SPIE. 2018. 106841M-1.
- 5. А.Н. Бугай, С.В. Сазонов // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1610.

Влияние обратной волны на генерацию и динамику керровских частотных гребенок и диссипативных керровских солитонов в оптических микрорезонаторах

Н.М. Кондратьев, А.В. Черенков, В.Е. Лобанов Российский квантовый центр noxobar@mail.ru

В последние годы оптические микрорезонаторы, в том числе микрорезонаторы с модами шепчущей галереи (МШГ), нашли широкое применение в различных областях науки и техники. Например, оптические микрорезонаторы с высокой добротностью представляют собой наиболее перспективную платформу для создания миниатюрных, энергоэффективных компонентов оптоэлектроники, фотоники и радиофотоники со скоростью, превышающей традиционные электронные компоненты. Кроме того, высокая добротность и небольшой эффективный объем локализации оптического поля значительно снижают порог проявления различных нелинейных эффектов, что делает микрорезонаторы МШГ уникальной средой для исследования различных нелинейных оптических эффектов.

Значительным прорывом стало открытие возможности генерации керровских частотных гребёнок и диссипативных керровских солитонов в микрорезонаторах [1]. Кроме того, связь высокодобротного микрорезонатора с лазером способствует стабилизации лазера и уменьшению ширины линии его генерации за счет эффекта затягивания [2, 3]. Недавно была продемонстрирована генерация диссипативных керровских солитонов многочастотным лазером, затянутым на высокодобротный микрорезонатор [4]. Интересно, что без каких-либо дополнительных усилий был получен преимущественно односолитонный режим. Однако нет полной теории этого явления.

Эффект затягивания возникает из-за рассеяния Рэлея внутри микрорезонатора и последующей обратной волны, которая возвращается в лазер для обеспечения резонансной обратной связи [5]. Однако эта обратная волна также может нелинейно взаимодействовать с прямой волной и влиять на исследуемую динамику гребенки. Некоторые исследования показали, например, что существует порог связи прямой и обратной волны, дестабилизирующий и разрушающий солитоны [6]. В нашей работе мы разработали модель, позволяющую описать влияние обратной волны на процесс генерации частотных гребенок и динамику солитонов, что в дальнейшем может помочь описать процесс генерации солитонов и платиконов в микрорезонаторе в режиме затягивании.

Первоначально для анализа использовали подход системы уравнений связанных мод (CMES) [7]. Модифицированная система уравнений была получена из уравнений Максвелла с учетом всех членов взаимодействия, включая перекрестную модуляцию и линейную связь. Также метод ускорения БПФ [8] был расширен на нелинейные члены с перекрестной модуляцией. Показано, что в соответствии с разработанной моделью динамика внутрирезонаторного поля зависит как от коэффициента линейной связи прямой и обратной волн, так и от резкости (finess) микрорезонатора $F = D_1 / \kappa$ (отношение свободного спектрального диапазона микрорезонатора D_1 к полной ширине

резонанса на половине максимума к). Мы показали, что до некоторого критического значения резкости динамика системы становится более сложной. При превышении этого критического значения поведение системы становится независимым от этого параметра.

Помимо системы уравнений для связанных мод, удобной для анализа спектральной динамики, были выведены связанные уравнения типа Луджиато-Лефевра:

$$\begin{cases} \frac{\partial \overline{A}}{\partial \overline{\tau}} + \frac{\partial \overline{A}}{\partial \phi} = i \frac{1}{2} \overline{d}_2 \frac{\partial^2 \overline{A}}{\partial \phi^2} + i \left(\left| \overline{A} \right|^2 + 2 \left| \overline{B} \right|^2 \right) A - \left(\frac{1}{2F} + i \overline{\alpha} \right) \overline{A} + i \overline{\beta} B \left(-\phi \right) + \overline{f} \\ \frac{\partial \overline{B}}{\partial \overline{\tau}} - \frac{\partial \overline{B}}{\partial \phi} = i \frac{1}{2} \overline{d}_2 \frac{\partial^2 \overline{B}}{\partial \phi^2} + i \left(\left| \overline{B} \right|^2 + 2 \left| \overline{A} \right|^2 \right) B - \left(\frac{1}{2F} + i \overline{\alpha} \right) \overline{B} + i \overline{\beta} \overline{A} \left(-\phi \right) \end{cases}$$

$$(1)$$

где $\overline{\beta}$ и $\overline{\alpha}$ – коэффициент линейной связи прямой и обратной волны и отстройка резонанса от частоты накачки – нормированы на межмодовое расстояние D_1 , а время нормировано на время обхода $\overline{\tau} = D_1 t$. Проведенный анализ показал, что для больших значений F, характерных для высокодобротных кристаллических микрорезонаторов систему уравнений (1) можно упростить, перейдя в систему, вращающуюся с частотой D_1 ($\phi = \phi - D_1 t$), и усреднив члены нелинейного кросс-воздействия по углу. При этом можно перейти от нормировки времени на время обхода к нормировке на время жизни фотона $\tau = \kappa t/2$, что позволяет существенно сократить время счета:

$$\begin{cases} \frac{\partial A}{\partial \tau} = i \frac{1}{2} d_2 \frac{\partial^2 A}{\partial \varphi^2} + i \left(\left| A \right|^2 + 2 \frac{U_B}{2\pi} \right) A - (1 + i\alpha) A + i\beta B \left(-\varphi \right) + f \\ \frac{\partial B}{\partial \tau} = i \frac{1}{2} d_2 \frac{\partial^2 B}{\partial \varphi^2} + i \left(\left| B \right|^2 + 2 \frac{U_A}{2\pi} \right) B - (1 + i\alpha) B + i\beta A \left(-\varphi \right) \end{cases}$$

$$(2)$$

где $U_A = \int_{0}^{2\pi} |A|^2 d\phi$, $U_B = \int_{0}^{2\pi} |A|^2 d\phi$. Численное моделирование показало, что такой

переход от системы (1) к системе (2) обоснован при величине F порядка 50-100 и эта слегка растёт с β . Так как типичное значение F в высокодобротных кристаллических микрорезонаторах превышает 10^4 , мы остановились на использовании на упрощённой модели (2). Для поиска возможных состояний системы были получены и изучены стационарные решения уравнений:

$$\begin{cases} i(|A_0|^2 + 2|B_0|^2)A - (1 + i\alpha)A_0 + i\beta B_0 + f = 0\\ i(|B_0|^2 + 2|A_0|^2)B - (1 + i\alpha)B_0 + i\beta A_0 = 0 \end{cases}$$
(3)



Рис. 1. Нелинейный (синяя линия) и линейный (красная линия) резонансы в прямой волне при различных значениях коэффициента связи β. Отстройка частоты лазера ζ=-α.

Известно, что в линейной системе наличие связи между прямой и обратной волной приводит к расщеплению резонанса. Решение системы (3) показало, что в нелинейной системе расщепление резонанса происходит более сложным образом. Вначале на обычном нелинейном резонансе возникает «полочка» (см. рис. 1, левая панель), на кончике которой при повышении связи образуется петля. Далее петля отделяется от полочки, спускается вниз (см. рис. 1 в центре), и наконец, отщепляется. При дальнейшем увеличении связи полочка исчезает, а петля превращается во второй, более узкий, резонанс (см. рис. 1, правая панель).

Далее были изучены нелинейные процессы, происходящие при сканировании обеих ветвей, для случая аномальной (см. рис. 2) и нормальной (см. рис. 3) дисперсии групповых скоростей. В случае аномальной дисперсии было показано, что при сканировании верхней ветви (начиная с больших отрицательных значений отстройки α) генерация солитонов возможна до некоторого критического значения коэффициента связи β_{dyn} . Для f = 4, $d_2 = 0.02$ это значение порядка $\beta_{dyn} \sim 1.25$. При значениях коэффициента связи меньше этого значения влияние обратной волны почти незаметно, но при приближении к этому значению наблюдается уменьшение количества генерируемых солитонов и даже односолитонный режим генерации, а при превышении - отсутствие перехода из хаотического режима в солитонный. При достаточном значении коэффициента связи помимо сканирования верхней ветви возможно сканирование и отщепившейся нижней ветви (см. рис. 2, слева). При этом на нижней ветви наблюдается похожая нелинейная динамика, в том числе и генерация первичных боковых линий и хаотический режим, но генерация солитонов отсутствует. В итоге, если расщепление достаточно велико, а сканирование идет с достаточно больших отрицательных значений отстройки, то можно наблюдать два частотных диапазона, где происходит генерация частотной гребенки (см. правую панель на рис. 2).



Рис. 2. Слева – сканирование нелинейного двойного резонанса при аномальной дисперсии: синим – стационарное аналитическое решение, красным и жёлтым – динамическое моделирование с разными начальными условиями. Справа – эволюция спектра (первая ветвь).

Отметим, что поиск стационарных решений системы уравнений (2) показал, что солитоны могут существовать при значениях $\beta > \beta_{dyn}$, причем новое критическое значение β увеличивается с ростом отстройки α . Однако, эти состояния оказываются недостижимы стандартным методом перестройки частоты (т.е. при увеличении α), так

как солитоны начинают образовываться при значениях α для которых порог по β ещё превышен. Из-за этого они затухают, не успев дойти до области существования. Интересно, также, что из-за интегрального члена, описывающего кросс-воздействие, различаются области существования для различного числа солитонов.

Мы также обнаружили, что в режиме нормальной дисперсии при сканировании основного резонанса не происходит генерации дополнительных спектральных компонентов. В то же время на отщеплённом резонансе наблюдается модуляционная неустойчивость, обеспечивающая новый механизм генерации частотной гребенки (см. рис. 3 слева).



Рис. 3. Слева – сканирование нелинейного двойного резонанса при нормальной дисперсии: синим – стационарное аналитическое решение, красным и жёлтым – динамическое моделирование с разными начальными условиями. Справа – эволюция спектра (вторая ветвь).

При сканировании отщепленной ветви при достижении некоторого значения отстройки α сначала появляются первые боковые полосы, а затем за счет невырожденного четырехволнового взаимодействия И остальные частотные компоненты. Затем наблюдается хаотический режим, соответствующий генерации некогерентной гребенки, переходящий затем в устойчивый малоинтенсивный одномодовый режим (см. правую панель на рис. 3). Параметры генерируемой частотной гребенки также зависят от линейного коэффициента связи прямой и обратной волн. Этот эффект был исследован для широкого диапазона параметров и найдены пороговые значения В, при которых возникает модуляционная неустойчивость, а также зависимость частоты появляющихся первых боковых полос от параметров системы. Можно предположить, что такой механизм генерации частотной гребенки в режиме нормальной дисперсии может быть ответственным за генерацию платикона в режиме затягивания [9].

Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 17-12-01413).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. T. J. Kippenberg et al. // Science. V. 361, eaan8083 (2018).
- 2. N. M. Kondratiev et al. // Opt. Express. V. 25. P. 28167 (2017).
- 3. R. R. Galiev et al. // Opt. Express. V. 26. P. 30509 (2018).
- 4. N. G. Pavlov et al. // Nat. Photon. V. 12. P. 694 (2018).
- 5. M. L. Gorodetsky et al. // J. Opt. Soc. Am. B. V. 17. P. 1051 (2000).
- 6. S. Fujii et al. // Opt. Express. V. 25. P. 28969 (2017).
- 7. T. Herr et al. // Nature Photonics. V. 8. P. 145 (2014).

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

- 8. T. Hansson, et al. // Opt. Commun. V. 312. P. 134 (2014).
- 9. V. E. Lobanov, et al. // Opt. Express. V. 23. P. 7713 (2015).

Модуляционная неустойчивость волновых пакетов, распространяющихся в световоде с различными типами зависимости дисперсии от длины

Д.А. Евссев, И.О. Золотовский, В.А. Лапин, Д.И. Семенцов Ульяновский государственный университет rafzol14@mail.ru; LVA2013@yandex.ru; sementsovdi@mail.ru

Модуляционная неустойчивость (МН) – рост малых гармонических возмущений непрерывной волны – эффект, характерный для многих нелинейных систем, поддерживающих распространение локализованных волн, природа которого связана с совместным действием нелинейных и дисперсионных эффектов [1].

Изучение условий существования и динамических характеристик развитой фазы модуляционной неустойчивости представляет интерес не только в связи с фундаментальностью данной задачи, но и благодаря возможностям создания на основе данного эффекта устройств управления лазерным излучением, в частности полностью оптических генераторов высокочастотных последовательностей ультракоротких оптических импульсов [2].

В настоящей работе исследуются условия возникновения и существования модуляционной неустойчивости волновых пакетов, распространяющихся в нелинейном световоде с аномальной дисперсией групповых скоростей, зависящей от длины световода [2, 3], а так же в каскадных таких световодов. Исследованы условия возникновения, область существования, и другие характеристики модуляционной неустойчивости волновых пакетов, распространяющихся в нелинейной среде.

Показана возможность распада квазинепрерывного волнового пакета на последовательность ультракоротких импульсов с меньшей длительностью и большей амплитудой по сравнению с нелинейными световодами, в которых дисперсия не зависит от длины.

Динамика временной огибающей волнового пакета с учетом нелинейности среды керровского типа и зависимости дисперсии от длины волокна *z* в бегущей системе координат описывается следующим уравнением для амплитуды огибающей:

$$i\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{d_2(z)}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + iR|A|^2 A = 0, \qquad (1)$$

где $\tau = t - z / v_g$ – время в бегущей системе координат, $v_g = (\partial \omega / \partial \beta)_{\omega_0}$ – групповая скорость волнового пакета, $d_2 = (d^2 \beta / d\omega^2)$ – параметр дисперсии групповых скоростей, R – параметр нелинейности.

В настоящей работе рассматривался двухсекционный одномодовый световод, состоящий из световода с постоянной дисперсией длиной z_0 и световода с экспоненциальным распределением по его длине ДГС, последовательно соединенных таким образом, что бы обеспечивалась непрерывное распределение ДГС:

$$d_{2} = d_{20} \cdot \begin{cases} 1, & z < z_{0} \\ f(z), & z \ge z_{0} \end{cases},$$
(2)

в котором

$$f(z) = \left\{ \exp(-b_e(z-z_0)) \quad (1-b_l(z-z_0)) \quad (1+b_h(z-z_0))^{-1} \quad \exp(-b_g(z-z_0)^2) \right\}.$$
 (3)



Рис. 1. Зависимости ДГС световода (\mathbf{a} и \mathbf{b}) и максимальной мощности модулированной волны (\mathbf{c} и \mathbf{d}) от продольной координаты z.

На рис. 1 представлены рассматриваемые в работе зависимости дисперсии от длины рис. (а, b) и максимумы временных профилей модулированной волны, распространяющейся в световодах рассматриваемых в работе. Представленные на рисунках с и d энергетические максимумы временных профилей модулированной волны получены при помощи численного решения методом пошаговых преобразований Фурье [1] уравнения (1), определяющего динамику распространения в неоднородном световоде модулированного сигнала вида:

$$A(0,\tau) = \sqrt{P_0} \left[1 + a_m \cos(\Omega_{\text{mod}}\tau) \right]$$
(4)

при следующих значениях параметров световода: глубине модуляции $a_m = 0.01$, начальных значениях ДГС $d_{20} = -10^{-26}$ с²/м и мощности $P_0 = 1$ Вт, параметре нелинейности $R = 10^{-2}$ $(BT \cdot M)^{-1}$, длине однородной секции $z_0 = (0; 500)$ м – рис. (**a**, **c**; **b**, **d**) и частоте модуляции $\Omega_{\rm mod} = \sqrt{2RP_0 / |d_{20}|}$. Параметр неоднородности *b* для всех типов неоднородности выбирался таким, чтобы удовлетворять условию $d_2(L) = 0.1 d_{20}$, в котором L полная длина световода, включающая однородную и неоднородную части. Зависимости, представленные на рис. 1, показывают что при соответствующем выборе профиля ДГС каскадное соединение световода с постоянной аномальной дисперсией со световодом с неоднородным распределением ДГС обеспечивает устойчивую генерацию последовательностей ультракоротких импульсов с большими пиковыми мощностями по сравнению с одиночным неоднородным световодом соответствующей длины. При этом можно заметить, что при рассматриваемых параметрах, что в случае одиночного неоднородного световода наибольшие пиковые мощности достигаются в случаях ДГС, имеющей плавный характер убывания по модулю, (линейная и гауссова зависимости), в то время как в каскадного световоде – в случаях ДГС с более резким убыванием по модулю (экспоненциальная и гиперболическая зависимости). Это связано с тем, что в каскадном световоде в неоднородный сегмент попадает последовательность импульсов уже обладающая небольшой степенью сжатия, в то время как в случае одиночного неоднородного

световода происходит взаимодействие исходной модулированной волны с убывающей по модулю дисперсией.

В ходе проведенного в работе анализа было продемонстрировано, что в световодах с каскадной зависимостью ДГС от продольной координаты z генерируемые ультракороткие импульсы достигают более высоких степеней сжатия по сравнению с одиночными неоднородными световодами, при этом в работе рассмотрены различные зависимости дисперсии от координаты и показано при каких зависимостях возможно достижение максимальных пиковых мощностей генерируемых последовательностей ультракоротких импульсов в одиночных неоднородных и каскадных световодах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-32-00957.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Agrawal "Nonlinear fiber optics Springer", 2007.

2. I.O. Zolotovskii, V.A. Lapin, D.I. Sementsov, A.A. Fotiadi, S. V. Popov // Optics Communications. 2018. V. 426. P. 333–340.

3. У. Г. Ахметшин, В. А. Богатырев, А. К. Сенаторов, А. А. Сысолятин, М. Г. Шалыгин// Квантовая электроника. 2003. Т. 33. № 3. С. 265–267.

Нелинейные электромагнитные волны на поверхности топологического изолятора

А.И. Маймистов, Е.И. Ляшко, С.О. Елютин Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, aimaimistov@gmail.com

Здесь из дисперсионного соотношения для нелинейной моды будет выведено приближенное эволюционное уравнение для двух компонент электрического поля поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы раздела нелинейного диэлектрика и топологического изолятора (ТИ). Для обычных сред поверхностные волны разбиваются на два типа волн, так называемых поперечных электрических (ТЕ) и поперечных магнитных волн (ТМ). Присутствие ТИ перемешивает ТЕ и ТМ волны и поверхностная волна имеет как продольные, так и поперечные компоненты.

Пусть система координат выбрана так, что ось X направлена нормально к поверхности раздела сред. Оси Y и Z лежат в плоскости раздела. Ось Z выбрана вдоль вектора постоянной распространения поверхностной воны. В такой системе координат напряженности всех полей зависят только от переменных X, Z и времени t. Все компоненты магнитного и электрического поля можно выразить через E_y и E_z . Если определить Фурье-компоненты этих полей через медленно меняющиеся огибающие и высокочастотную несущую волну: $E_y = e_y(x, \omega) \exp(i\beta z)$ и $E_z = e_z(x, \omega) \exp(i\beta z)$, то система уравнений для медленно меняющиеся огибающих записывается в области занятой нелинейным диэлектриком в следующем виде

$$\frac{\partial^2 e_y}{\partial x^2} - p^2 e_y + k_0^2 \varepsilon_K |e_y|^2 e_y = 0, \quad \frac{\partial^2 e_z}{\partial x^2} - p^2 e_z + k_0^2 \varepsilon_K \varepsilon_2^{-1} |e_z|^2 e_z = 0, \quad (1)$$

где β – постоянная распространения, $p^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_2 > 0$, ε_2 – линейная часть диэлектрической проницаемости и ε_{κ} – параметр, пропорциональный нелинейной восприимчивости третьего порядка. Аналогичные уравнения в области линейного ТИ выглядят так ж как (1), но в которых ε_{κ} полагается равным нулю и параметр P^2 заменяется параметром $q^2 = \beta^2 - k_0^2 \varepsilon_1 > 0$, в котором линейная часть диэлектрической проницаемости обозначена символом ε_1 . Решения этих уравнений сшиваются на границе раздела при x = 0 с учетом условий непрерывности напряженностей полей и скачков индукций [1,2]. Таким путем получаются нелинейные дисперсионные уравнения для поверхностной волны [3,4]. Существует метод построения эволюционных уравнений по заданному дисперсионному уравнению [5]. Для напряженностей электрических полей поверхностной волны при x = 0 в квазигармоническом приближении можно записать

$$E_{y}(z,0,t) = A(z,t)\exp(i\beta_{c}z - i\omega_{c}t) + E_{z}(z,0,t) = B(z,t)\exp(i\beta_{c}z - i\omega_{c}t)$$

где β_c – постоянная распространения на частоте насущней волны ω_c . Используя нелинейное дисперсионное уравнение из [3,4], можно получить систему эволюционных уравнений для медленно меняющихся огибающих A(z,t) и B(z,t) с учетом дисперсии групповых скоростей любого порядка и свойств диэлектрической среды.

В настоящей работе предполагалось, что оптическая нелинейность описывается моделью Аграновича-Бабиченко-Черняка [7], которая была использована для построения теории нелинейных поверхностных ТМ волн [8]. В приближении отсутствия

дисперсии групповых скоростей система уравнений, описывающая эволюцию медленно меняющихся огибающих A(z,t) и B(z,t) поверхностной волны, как было найден, имеет вид

$$i\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \frac{\partial}{\partial z}\right) A + \mu \left(\alpha_{22}A + \varepsilon_1 \alpha_{12}B\right) |A|^2 = 0, \qquad (2)$$

$$i\left(\frac{\partial}{\partial t} + v_g \frac{\partial}{\partial z}\right)B + \mu(\alpha_{21}A + \varepsilon_1\alpha_{11}B)|A|^2 = 0, \qquad (3)$$

Параметр μ пропорционален ε_{κ} , характеризует нелинейные свойства среды, коэффициенты α_{jl} выражаются из дисперсионного соотношения для линейных поверхностных волн. Причем, α_{12} и α_{21} пропорциональны $(1+2n)\alpha$, где $\alpha = e^2/c\hbar$ – постоянная тонкой структуры и n – целые числа. Эти коэффициенты характеризуют ТИ и были бы равны нулю в случае обычных диэлектриков.

Надо заметить, что система уравнений (2)-(3) имеет решение, которое описывает нелинейную поверхностную волну с постоянной амплитудой, которая была найдена в [4]. Если к постоянным амплитудам добавить малые возмущения и линеаризовать систему (2)-(3) относительно этих возмущений, можно исследовать устойчивость найденных в [4] волн. Оказалось, что эти волны устойчивы, но не асимптотически устойчивы: малые возмущения не затухают, хотя и не растут со временем.

Из-за того, что дисперсия групповых скоростей предполагается отсутствующей, система уравнений (2)-(3) может быть решена точно. Первый интеграл движения есть сохранение плотности энергии: $|A|^2 + |B|^2 = \text{const}$. Отсюда следует, что одновременно обе компоненты электрического поля поверхностной волны не могут обратиться в нуль. Использование второго интеграла движения позволяет найти решение системы уравнений (2)-(3). Это решение описывает периодическое изменение величин $|A|^2$ и $|B|^2$ относительно характеристической переменной $\zeta = (t + z/v_g)/2$. Из полученного явно решения $|A|^2$ (ζ) найден период колебаний напряженностей электрического поля, который оказался зависящим от параметра $(1 + 2n)\alpha$, который характеризует ТИ. Таким образом, в рассматриваемом случае вектор электрического поля вращается вокруг некоторого направления по мере распространения волны.

Исследование выполнено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 18-02-00921).

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Z. Hasan, C. L. Kane // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. P. 3045.

2. A. Karch // Phys.Rev.Lett. 2009. V. 103. P. 171601.

3. А. И. Маймистов, Е.И. Ляшко, // Оптика и спектроскопия. 2016. Т. 121. С. 671.

4. А. И. Маймистов, Е.И. Ляшко, // Известия РАН, сер. физ. 2018. Т. 82. С.27.

5. М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков "Теория волн" М.: Наука, 1990.

6. Н.М. Рыскин, Д.И. Трубецков "Нелинейные волны" М.: УРРС: ЛЕНАНД, 2017.

7. В.М. Агранович, В.С. Бабиченко, В.Я. Черняк, // Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 532.

8. D. Michalache, D. Mazilu // Appl. Phys. B. 1985. V. 37. P. 107; 1986. V.41. P. 1119.

Формирование запутанных состояний света при распространении в нелинейном многосердцевинном оптическом волокне

В.О. Мартынов, В.А. Миронов

Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики Российской академии наук martvo@ipfran.ru

Создание и управление квантовыми состояниями света является актуальной задачей современной физики. Одним из способов решения данной задачи является использование систем связанных световодов [1-4]. Так, например, в [4] рассматривается вопрос формирования запутанных состояний при распространении света вдоль одномерной решетки близко расположенных световодов, обладающих квадратичной нелинейностью. В результате спонтанного параметрического рассеяния накачка, которая заводится в один из световодов, распадается на два фотона более низкой частоты, которые при поперечном распространении формируют запутанные состояние между модами разных световодов. В упомянутой работе система световодов предполагалась выполненной «на чипе». Данный способ позволяет выполнять сложные оптический цепи, но при этом существует ограничение на длину возможного взаимодействия. Альтернативный способ организовать систему связанных световодов является использование многосердцевинных оптических волокон [5]. Исследование возможности формирования запутанных состояний в такой системе как раз является темой данной работы.

Будем рассматривать многосердцевинное оптическое волокно, содержащее K одномодовых световодов. Каждый световод обладает квадратичной нелинейностью и в результате спонтанного параметрического рассеяния происходит распад моды накачки с частотой ω_p на две моды, по частоте близкие к половинной частоте $\omega_p/2$. Предположим, что вероятность распада достаточно низкая, и можно пренебречь истощением накачки. Таким образом накачку можно рассматривать как заданный параметр в системе. Вблизи половинной частоты световое поле описывается набором мод. Каждая мод характеризуется операторами рождения (уничтожения) $\hat{a}_n^{\dagger}(\omega, z)$ ($\hat{a}_n(\omega, z)$), где n - номер определяющий световод, а ω отсчитывается от $\omega_p/2$. Эволюция данных операторов подчиняется уравнениям, которые в безразмерных величинах имеют следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial z}\hat{a}_{n}(\omega) = i(\hat{a}_{n+1}(\omega) + \hat{a}_{n-1}(\omega)) + ig\,\delta_{0n}\hat{a}_{n}^{\dagger}(-\omega), \qquad (1)$$

здесь мы предполагаем, что накачка заводится только в один из световодов, который мы примем за нулевой. Кроме того, будем считать, что на входе волокна состояние поля является вакуумным. Также, для полноты описания, (1) необходимо дополнить периодическими граничными условиями, то есть $\hat{a}_{-K/2-1} \equiv \hat{a}_{K/2-1}$, а $\hat{a}_{K/2} \equiv \hat{a}_{-K/2}$, для четного; $\hat{a}_{-K/2-1} \equiv \hat{a}_{K/2-1}$ и $\hat{a}_{K/2} \equiv \hat{a}_{-K/2}$ для нечетного. Для исследования запутанности, присутствующей в системе, мы будем определять квантовые корреляции между отдельными парами световодов. Таким образом перебирая все возможные пары мы получим распределения, которые и будем анализировать. Для определения запутанности между парами световодов мы будем использовать критерий под названием логарифмическая отрицательность E_N [6]. Для ее вычисления нам необходимо знать средние от квадратичных величин операторов рождения-уничтожения. Для получения необходимых средних мы воспользуемся методом, аналогичным приведенному в [7]. Наконец подчеркнем, что все моды в каждом световоде разбиваются на независимые пары. Для установления общих закономерностей динамики запутанности достаточно рассмотреть какую-нибудь пару. Формально это означает, что в (1) достаточно выбрать произвольное значение \mathcal{O} . Сразу же отметим, что наши расчёты показали, что между модами разных световодов, имеющих одинаковую частоту, запутанности не формируется. Таким образом эту ситуацию мы исключаем из рассмотрения.

Перед тем как перейти к непосредственному обсуждению запутанности остановимся на общих свойствах динамики, следующей из (1). Оказывается, что устойчивость решения зависит от четности числа световодов в волокне. Если К нечетное, то динамика является устойчивой пока g < 2. А если же это число четное, то экспоненциальный рост числа фотонов происходит при любом значении 8. Это обстоятельство является важным, так как мы предположили, что накачка не истощается. Если же решение является неустойчивым, данное предположение рано или поздно нарушится. Здесь занимательным фактом является то, что если мы перейдем к пределу бесконечного числа световодов (имеется ввиду, что на рассматриваемом расстоянии излучения распространяющееся в поперечном направлении в разные стороны не успевает встретиться), то рост числа фотонов будет происходит линейно опять же пока g < 2. В этом случае это можно объяснить тем, что с точки зрения центрального световода весь остальной массив выступает в качестве резервуара. Как и в классической задаче о параметрической неустойчивости, здесь возникает порог генерации, определяемый параметром взаимодействия с резервуаром. В случае же с малым нечетным числом волноводов данное обстоятельство объясняется тем, что, видимо, сделав полный круг излучение приходи в неправильной фазе и это приводит к тому что распад сменяется слиянием.

Теперь перейдем к обсуждению получающихся распределений логарифмической отрицательности. Мы проводили расчёты для волокон с разным числом сердцевин и распределения для случаев 3, 4, 5 приведены на рис.1. С практической точки зрения наибольший интерес представляет запутанность между модами разных световодов. Таким образом, на рис.1 мы представили распределения, полученные для расстояний, наиболее оптимальных с этой точки зрения. На приведенных рисунках сразу бы хотелось бы отметить пик в нулевом световоде. В результате распада, рождающаяся пара фотонов уже является запутанной и как раз обусловливает упомянутый пик. Квантовые корреляции между остальными световодами являются результатом того, что



Рис. 1. Распределение логарифмической отрицательности, вычисленной для различных пар световодов внутри многосерцевинного оптического волокна. Отдельные графики отвечают волокнам с разным числом сердцевин: (a) – 3, (b) – 4, (c) – 5.



Рис. 2. Зависимость логарифмической отрицательности, вычисленной для световодов с номерами 1 и -1, от длины рассматриваемого волокна. Разные типы кривых соответствуют разному число сердцевин: сплошная линия – 3, штрихованная линия – 4, штрихпунктирная линия – 5.

данные пары начинают «блуждать» по массиву. Скорость данного блуждания определяется коэффициентом связи между световодами (в наших безразмерных переменных он равен 1). Если эта скорость недостаточно велика то, запутанные пары будут «накапливаться» в нулевом световоде и пик будет все более выраженным. Тут же стоит отметить роль интерференционных эффектов из-за замкнутой геометрии. Данные эффекты зависят от четности K. Для четного случая подавление запутанности между различными световодами является более выраженным. Для нечетного случая хоть это и не так заметно, но если проследить за эволюцией вдоль волокна (рис. 2), то можно увидеть, что запутанность ведет себя довольно хаотичным образом и даже может пропадать на довольно больших промежутках. Здесь необходимо отметить, что с ростом числа световодов, расстояние, на котором запутанность начинает пропадать постепенно увеличивается. При переходе к пределу бесконечного числа световодов, это расстояние становится бесконечным, а значение логарифмической отрицательности выходит на стационарное значение.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-32-80038.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Peruzzo et al. //Science, vol. 329, no. 5998, pp. 1500–1503, Sep. 2010.

2. J. D. A. Meinecke et al. // Phys. Rev. A, vol. 88, no. 1, p. 012308, Jul. 2013.

3. H. Zoubi and K. Hammerer // Physical Review Letters, vol. 119, no. 12, Sep. 2017.

4. A. S. Solntsev and A. A. Sukhorukov // Rev. in Phys., vol. 2, pp. 19–31, Nov. 2017.

5. E. M. Dianov, S. L. Semjonov, and I. A. Bufetov // Quantum Electronics, vol. 46, no. 1, pp. 1–10, Jan. 2016.

6. G. Vidal and R. F. Werner // Phys. Rev. A, V. 65, No. 3, p. 032314, 2002.

7. V. O. Martynov, V. A. Mironov, and L. A. Smirnov // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys., vol. 50, no. 8, p. 85501, 2017.

Влияние нелинейных стационарных диспергирующих волн на рельеф подстилающей поверхности катастрофических потоков

О.Н. Мельникова, К.В. Показеев

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. olamel@yandex.ru

На поверхности потоков воды, скорость которых меняется вдоль по течению, возникают стационарные волны с неподвижными гребнями. Диспергирующие стационарные волны существуют, если скорость потока u > 23.1 см·с⁻¹, число Фруда $\operatorname{Fr} = u / \sqrt{gh} < 1$, (g – ускорение силы тяжести, h – глубина слоя воды), Крутизна волн $ak = a \frac{2\pi}{\lambda}$, где λ – длина волны, a – амплитуда, растет при увеличении градиента скорости u_x . Нелинейные стационарные волны ak > 0.2 на поверхности потока в канале конечной ширины впервые исследованы нами экспериментально в [1].

В зоне торможения течения (передний склон волны) в вязком слое потока у дна канала происходит интенсивный отрыв цилиндрических вихрей, захватывающих и уносящих частицы грунта, что приводит к образованию подошвы гряды, с расстоянием между гребнями, равным длине стационарной волны (рис.1).



Рис.1. Гряды, сформированные стационарными волнами.

На возникшем рельефе волна усиливается до критического значения крутизны $0.31 < (ak)_{cr} < 0.37$, при котором происходит распад плоской волны на длинные трехмерные волны, с гребнями, расположенными в шахматном порядке. Новые волны имеют ту же фазовую скорость, что и исходная волна по условию фазового синхронизма взаимодействия нелинейных волн: в результате гребни новых волн тоже не двигаются. При воздействии трехмерных неподвижных волн на размываемом дне формируются трехмерные гряды, вытянутые вдоль поперечной координаты *z* и расположенные в шахматном порядке. Плоская волна распадается на две трехмерных волны, длины которых близки при средних числах Фруда. При высоких числах Фруда длины трехмерных волн могут отличаться на 2 порядка, причем амплитуда самой длинной волны максимальна. Эта волна формирует гряду максимальной высоты при пиковых расходах воды. При числах Фруда Fr > 0.73 распад плоской волны на трехмерные волны

не наблюдается. В [1] экспериментально получены зависимости длин трехмерных волн. нормированных на глубину потока, от числа Фруда. Сравнение этих зависимостей с натурными данными показало их хорошее соответствие в том случае, если длина волн нормировалась на глубину потока над гребнем сформированной гряды под впадиной стационарной волны. Хорошее соответствие натурных и экспериментальных данных позволяет использовать найденные соотношения для прогноза размыва речного дна при пиковых расходах воды для заданного числа Фруда. С другой стороны, гряды максимальной длины и высоты, сформированные на пике расхода воды, не деформируются при падении расхода воды, а параметры этих гряд позволяют оценить характеристики потока, сформировавшего эти гряды. Особую ценность эти оценки имеют для катастрофических потоков воды, имевших место в прошлом, например при прорыве искусственных или естественных плотин на горных реках. Мощные потоки многократно возникали на территориях, прилегающих к современному руслу Волги, изза колебаний уровня воды в Каспийском море, достигавших почти 100 м. До сих пор не известно, как эти колебания возникали -медленно, в течение тысячелетий, или же бывали резкие скачки. На прилегающей к Волге территории существуют регулярные возвышения, вытянутые вдоль параллели и расставленные в шахматном порядке (рис. 2).



Рис. 2. Холмы, расставленные в шахматном порядке по берегам низовья Волги.

Такие холмы могла сформировать стационарная волна, возникшая при резком понижении уровня моря. В пользу такой гипотезы говорит регулярность гряд, их шахматный порядок и состав грунта, содержащий останки морской фауны. Проверка этой гипотезы является целью настоящей работы.

Параметры гряд были определены по модельным данным, полученным по космическим снимкам. Были определены расстояния между вершинами гряд, минимальные значения глубин потока, высота неразмываемой части гряд, возможное число Фруда катастрофического потока. Показано, что расчетное и измеренное расстояние между вершинами гряд очень близки и составляют 1000 - 1300 м, а возможная скорость потока составляла 5-6 м/с.

ЛИТЕРАТУРА

1. O.N. Melnikhova, L.N. Rykounov. Sand wave formation by stationary waves // Advances in Water Resources. 1998. V. 21. No 3. P. 193.

Описание низкоразмерных немарковских квантовых систем на основе стохастического уравнения Шредингера

А.В. Павельев, В.В. Семин

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева 44dragon44@rambler.ru, semin@ssau.ru

Описание динамики низкоразмерных квантовых систем имеет важное значение для задач квантовых вычислений, а также описания различных квантовых объектов, таких как квантовые точки [1]. Классический подход, основанный на решении операторнокинетического уравнения для матрицы плотности, не может учитывать эффекты памяти окружения, так как при выводе этого уравнения явно использовалось марковское приближение [2]. Попытки обобщить этот подход на немарковский случай не привели к особым успехам [3], так как модифицированные уравнения часто не сохраняют положительную определенность оператора плотности или приводят к иным нефизическим результатам [2].

В работе [4] было предложено описание динамики квантовых систем низких размерностей на основе решения стохастического уравнения Шредингера (СУШ), который, кроме всего прочего, также предполагает возможность учета немарковости окружения с помощью замены марковского белого шума на некоторый немарковский. При этом гарантируется сохранение физических свойств оператора плотности.

Стохастическое уравнение Шредингера получается из операторно-кинетического уравнения в результате процедуры распутывания. Общий вид такого уравнения:

$$|\psi\rangle = \mathcal{A}(t)|\psi\rangle dt + \sum_{i} B_{i}(t)|\psi\rangle dW_{i}, \qquad (1)$$

где $|\psi\rangle$ – искомая волновая функция, *A*, *B_i* – некоторые операторы, *dW_i* – инкремент стандартного винеровского процесса. Полученное уравнение будет эквивалентно уравнению для матрицы плотности в смысле стохастического усреднения по ансамблю траекторий $\rho = E|\psi\rangle\langle\psi|$.

Для учета немарковости окружения, производится замена белого шума наболее общий процесс, например, процесс Орнштейна-Уленбека:

$$dX_i = -k_i X_i dt + dW_i, \tag{2}$$

где k_i – характерное время скоррелированности с-тым окружением (например, с бозонным термостатом). При $k_i = 0$ уравнение переходит в марковское.

Для придания коэффициентам уравнения физического смысла, необходимо также потребовать выполнение условия мартингальности $E\langle \psi | \psi \rangle = 1$, которое приводит к ограничениям, налагаемым на коэффициенты уравнения[4].Уравнение(1) также можно переписать для нормированного волнового вектора $|\tilde{\psi}\rangle = |\psi\rangle ||\psi||^{-1}$.Каждое решение уравнения представляет квантовую траекторию, окончательная динамика получается усреднением по многим независимым траекториям. Квадрат модуля каждой компоненты $|\tilde{\psi}\rangle$ соответствует диагональному элементу в матрице плотности, то есть вероятности обнаружить систему в одном из чистых энергетических состояний.

Полученная динамика может использоваться также для расчетов вероятности возбуждения различных перепутанных состояний и для определения спектральных характеристик рассматриваемых квантовых систем.

Данный подход мы применили к системе двух диполь-дипольно взаимодействующих атомов и трёхуровневой системы в независимых термостатах.

Уравнение, полученное нами для системы из двух диполь-дипольно взаимодействующих атомов имеет вид:

 $\begin{aligned} d|\tilde{\psi}\rangle &= \left(A - k_1 X_1 (B_1^{\dagger} + B_1) - k_2 X_2 (B_2^{\dagger} + B_2) + \frac{1}{2} \langle \tilde{\psi} | B_1^{\dagger} + B_1 | \tilde{\psi} \rangle + \frac{1}{2} \langle \tilde{\psi} | B_2^{\dagger} + B_2 | \tilde{\psi} \rangle - \\ \frac{1}{8} \langle \tilde{\psi} | B_1^{\dagger} + B_1 | \tilde{\psi} \rangle^2 - \frac{1}{8} \langle \tilde{\psi} | B_2^{\dagger} + B_2 | \tilde{\psi} \rangle^2 \right) | \tilde{\psi} \rangle dt + \left(B_1 - \frac{1}{2} \langle \tilde{\psi} | B_1^{\dagger} + B_1 | \tilde{\psi} \rangle \right) | \tilde{\psi} \rangle d\tilde{W}_1 + \left(B_2 - \frac{1}{2} \langle \tilde{\psi} | B_2^{\dagger} + B_2 | \tilde{\psi} \rangle \right) | \tilde{\psi} \rangle d\tilde{W}_2 , \end{aligned}$ (3)

где операторы и шумы определены следующим образом:

$$A = -\iota \Omega(\sigma_{1}^{+}\sigma_{2}^{-} + \sigma_{1}^{+}\sigma_{2}^{-}) - \frac{1}{2}\gamma_{0}(\sigma_{1}^{+}\sigma_{1}^{-} + \sigma_{2}^{+}\sigma_{2}^{-}),$$

$$B_{1} = \iota \sqrt{\gamma_{0}}\sigma_{1}^{-}, B_{2} = \iota \sqrt{\gamma_{0}}\sigma_{2}^{-},$$

$$d\widetilde{W}_{1} = dW_{1} + \langle \tilde{\psi} | B_{1}^{+} + B_{1} | \tilde{\psi} \rangle, d\widetilde{W}_{2} = dW_{2} + \langle \tilde{\psi} | B_{2}^{+} + B_{2} | \tilde{\psi} \rangle,$$

$$dX_{1} = -k_{1}X_{1}dt + d\widetilde{W}_{1} + \langle \tilde{\psi} | B_{1}^{+} + B_{1} | \tilde{\psi} \rangle, dX_{2} = -k_{2}X_{2}dt + d\widetilde{W}_{2} + \langle \tilde{\psi} | B_{2}^{+} + B_{2} | \tilde{\psi} \rangle.$$

В свою очередь, σ_l^+ - понижающие и повышающие операторы для *l*-го атома, γ_0 – скорость релаксации, Ω -константа диполь-дипольного взаимодействия. В выражениях для шумов учтена их модификация согласно правилам замены вероятностной меры процессов.

Постоянные были выбраны как:

$$\gamma_0 = 1, \Omega = 2.3, k_1 = 0.8, k_2 = 1.6, |\psi(0)\rangle = (1,0,0,0).$$

Для численного решения использовался явный метод Эйлера [7], усреднение проводилось по 100000 траекториям.

На рисунке 1 приведен пример динамики энергетического состояния, когда первый атом находится в возбужденном состоянии, а второй на основном уровне, в системе из двух диполь-дипольно взаимодействующих атомов в марковском ($k_{1,2} = 0$) и немарковском приближениях. Величина погрешности не превышает толщины линии на графике. Видно, что учет немарковости окружений приводит к смене характера динамики и стационарного состояния. Учет немарковости окружения, причем в случае, когда постоянные взаимодействия ($k_1 \neq k_2$) не равны, приводит к тому, что вероятность обнаружить систему в этом состоянии осциллирует. Это соответствует перекачке энергии из одного атома в другой.

Для трехуровневой квантовой системы в двух независимых термостатах нами было получено следующее линейное СУШ:

$$\begin{aligned} d|\psi\rangle &= \left(-\frac{\gamma_1}{2}(N_1+1)J_+J_- -\frac{\gamma_1}{2}N_1J_-J_+ -\frac{\gamma_2}{2}(N_2+1)K_+K_- -\frac{\gamma_2}{2}N_2K_-K_+ - ik_1X_1\sqrt{\gamma_1(N_1+1)}J_- -ik_2X_2\sqrt{\gamma_1N_1}J_+ -ik_3X_3\sqrt{\gamma_2(N_2+1)}K_- -ik_4X_4\sqrt{\gamma_2N_2}K_+ + \right)|\psi\rangle dt + (i\sqrt{\gamma_1(N_1+1)}J_-)|\psi\rangle dW_1 + (i\sqrt{\gamma_1N_1}J_+)|\psi\rangle dW_2 + (i\sqrt{\gamma_1(N_2+1)}K_+)|\psi\rangle dW_3 + (i\sqrt{\gamma_2N_2}K_-)|\psi\rangle dW_4 , \end{aligned}$$

$$(4)$$

где $\gamma_{1,2}$ – постоянные затухания первого и второго термостатов, $N_{1,2}$ – число тепловых фотонов первого и второго термостатов, J_{\pm} , K_{\pm} - повышающие и понижающие операторы для Ξ – системы, в которой запрещен переход между первым и третьим уровнем.



Рис. 1. Зависимость вероятности обнаружить систему во втором энергетическом состоянии от безразмерного времени в марковском (P_2^{mark}) и немарковском ($P_2^{nonmark}$)случаях для системы из двух диполь-дипольно взаимодействующих атомов.

Таким образом, стохастическое уравнение Шредингера представляет из себя мощный подход для моделирования немарковских низкоразмерных квантовых систем, обладающий рядом преимуществ: гарантированная положительность оператора плотности и сохранение нормы волнового вектора (для уровня для нормированного вектора). Независимость каждой траектории позволяет моделировать с любой заданной точностью (среднеквадратичное отклонение уменьшается как квадратный корень из числа траекторий), а также использовать параллельные вычисления при численном решении полученных стохастических уравнений Шредингера.

ЛИТЕРАТУРА

1. M.A. Nielsen "Quantum Computation and Quantum Information» Cambridge, 2000.

2. Ф. Баллаж "Квантовыевычисленияисвязь. Инженерныйподход" М. :Физматлит, 2008.

3. S.M Barnett, S. Stenholm // Phys. Rev. A. 2001. V. 64. P. 033808.

4. A. Barchielli, F. Petruccione // Europhysics Letters. 2010. V. 91. No 2. P. 24001.

5. A. Pavelev, V. Semin // Journal of Physics: Conference Series.2019. V. 1096.P. 012169.

6. A. Pavelev, V. Semin // CEUR Workshop Rroceedings. 2017. V. 1904. P. 43.

7. E. Platen, Numerical Solution of Stochastic Differential Equations with Jumps in Finance Berlin. :Springer.2010.

Интегрально-оптический двухдоменный жидкокристаллический дефлектор

И.И. Рушнова, О.С. Кабанова, Е.А. Мельникова, А.Л. Толстик Белорусский государственный университет Rushnova@bsu.by

Актуальность исследований в области управления характеристиками световых пучков оптическими жидкокристаллическими (ЖК) переключателями обусловлена наличием широкого круга приложений последних, поскольку ЖК переключатели реализуют непосредственное управление светом, без промежуточного преобразования в электронный вид, и отличаются низким энергопотреблением, длительным временем эксплуатации и дешевизной изготовления [1]. Сравнительно недавно группой итальянских исследователей были разработаны прототипы планарных ЖК функционирования переключателей, принцип которых основан на явлениях преломления и отражения линейно поляризованных световых пучков на границе раздела ЖК областей с планарной и гомеотропной ориентациями директора в смежных областях элемента [2]. Однако, согласно литературным источникам по данному направлению, до сих пор не рассматривалась возможность электрически управляемого отклонения света в планарных ЖК ячейках.

Настоящая работа посвящена разработке и созданию двухдоменных нематических ЖК устройств, осуществляющих управление траекторией распространения света. Устройства данного типа работают на эффекте полного внутреннего отражения (ПВО) излучения от электроуправляемой рефрактивной границы раздела двух областей нематического ЖК с разной ориентацией директора.

Разработанный оптический ЖК дефлектор представляет собой планарноориентированную ЖК ячейку сэндвич типа, содержащую на одной из подложек прямоугольный фрагментарный электропроводящий слой из хрома с коэффициентом заполнения поверхности подложки ½, что обуславливает возможность создания ЖК областей с планарной-гомеотропной ориентацией директора при внешнем электрическом воздействии.

При воздействии электрического поля в объеме жидкого кристалла индуцируется рефрактивная граница раздела, вследствие переориентации молекул из планарного в гомеотропное положение в области электропроводящего слоя, при этом в смежной области электропроводящий слой отсутствует, и ориентация директора ЖК молекул остается исходной планарной. Для формирования рефрактивной границы достаточно подать на ячейку напряжение, превышающее пороговое значение $U>U_{nop}$. Увеличение амплитуды действующего на образец напряжения приводит к вертикальной ориентации директора в половине жидкокристаллического образца с электродом, а дальнейший рост напряжения приводит к выходу силовых линий напряженности электромагнитного поля за границу электропроводящего слоя, что обеспечивает переориентацию молекул ЖК в приграничной области, несмотря на отсутствие электропроводящего слоя на второй половине нижней подложки ячейки.

Исследование переориентации ЖК молекул вблизи границы токопроводящего слоя хрома с ростом амплитуды внешнего электрического поля происходило в режиме фотографирования образцов в скрещенных поляроидах. Генератор переменного напряжения ГЗ-112/1 с усилительным блоком обеспечил подачу на ячейку низкочастотного прямоугольного сигнала с амплитудой напряжения в диапазоне от 0 до
32 В. Фиксация изображений экспериментальных образцов проводилась при помощи ПЗС камеры, сопряженной с 20х кратным микрообъективом.

На рисунке 1 представлены экспериментальные фотографии смещения границы ориентаций директора, на которых белой пунктирной линией отмечена краевая область непрозрачного электропроводящего слоя хрома. Полученные фотографии демонстрируют, что с увеличением напряжения происходит уширение светлой зоны (зоны переориентации) в области без электрода и нарастание сдвига дисклинации Δy от линии края хрома. Более светлая зона в окрестности электрода возникает вследствие переориентации молекул из планарного положения в гомеотропное. Сдвиг дисклинации в область ячейки без хрома демонстрирует, что с ростом амплитуды напряжения все большее количество молекул выстраивается по полю, согласно эффекту Фредерикса, и происходит смещение рефрактивной границы раздела гомеотропной и планарной ориентаций директора ЖК.



Рис. 1. Экспериментальные фотографии смещения рефрактивной границы с ростом управляющего напряжения *U*

Анализ экспериментальных фотографий, продемонстрированных на рисунке 1 *б-е*, показал, что с ростом амплитуды напряжения происходит линейный сдвиг границы ориентаций директора ЖК в область ячейки без электрода. Увеличение амплитуды напряжения на 1 В приводит к перемещению границы на 6 мкм.

Геометрия ЖК дефлектора с гомеотропной и планарной ориентациями директора в смежных областях элемента (при вводе излучения со стороны гомеотропной ориентации директора), обеспечивает осуществление ПВО вертикально поляризованной волны ($\mathbf{E} \| OZ$) от рефрактивной границы, поскольку в таком случае световая волна распространяется из области с большим показателем преломления n_e в область с меньшим показателем преломления n_o [3]. Критический угол падения $\alpha_{\kappa p}$ вертикально поляризованной волны на границу раздела планарной и гомеотропной ориентаций директора определяется выражением:

$$\alpha_{\kappa p} = \arcsin \frac{\sqrt{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta}}{n_e}$$
(1)

где θ – угол между директором и осью *OX*.

Для используемого в работе нематического ЖК с показателем преломления для необыкновенной волны $n_e = 1,69$ и обыкновенной – $n_o = 1,53 \alpha_{\kappa p}$ составил $\alpha_{\kappa p} = 64,9^{\circ}$.

Сфокусированное при помощи 10х микрообъектива вертикально (E || OZ) поляризованное излучение гелий-неонового лазера с мощностью светового потока P=100 мкВт вводилось в торец электрически контролируемого ЖК дефлектора под углом $\alpha=82,5^{\circ}$. При помощи генератора прямоугольных импульсов и усилительного блока на ЖК ячейку подавалось напряжение с амплитудой до 30 В. На рисунке 2 представлены экспериментальные результаты по распространению лазерного излучения в ЖК слое в зависимости от величины приложенного напряжения.



Рис. 2. а - Распространение волны ElOZ с ростом управляющего напряжения U; б – график распределение интенсивности светового потока при различном управляющем напряжении U

Из экспериментальных результатов, приведенных на рисунке 2, видно, что в связи с проявлением эффекта смещения границы с ростом амплитуды электрического поля, действующего на ЖК образец, происходило смещение точки отражения вертикальной компоненты лазерного излучения в область ячейки, где электропроводящий слой отсутствовал (6 мкм на 1 В). Вертикальная компонента с ростом напряжения проходила все большее расстояние до границы двух ориентаций директора, где затем испытывала ПВО.

В ЖК ячейках с фрагментарным электропроводящим слоем в форме прямоугольника, увеличение амплитуды прикладываемого поля приводит к параллельному смещению траектории луча, отраженного в условиях ПВО от границы двух ориентаций. Разработка и изготовление электрически управляемых ЖК элементов с фрагментарным проводящим слоем в форме дуги позволили осуществить не только контролируемое смещение отраженной волны с ростом напряжения, но и реализовать ее отклонение на заданный угол.

Под действием внешнего электрического поля в ЖК элементе происходит смещение границы ориентаций ЖК молекул в область ячейки без электрода на нижней подложке, причем граница при этом повторяет форму дуги. С ростом напряжения угол между касательной к границе и волновым вектором падающего светового луча изменяется, как и угол между касательной к границе и волновым вектором отраженного луча.

На рисунке 3 представлены экспериментальные результаты распространения лазерного излучения в ЖК слое с электрически индуцируемой дугообразной

рефрактивной границей в зависимости от величины приложенного напряжения. С увеличением амплитуды электрического поля луч гелий-неонового лазера смещается в область ЖК ячейки без хрома. При этом сумма углов падения и отражения составила 161° при амплитуде напряжения U=10 В, при напряжении U=20 В сумма углов падения и отражения уменьшилась до 159,5°, а при напряжении U=30 В – до 158°. Таким образом, вследствие дугообразной формы электрода (радиус кривизны R=3 см) смещение рефрактивной границы под действием электрического поля позволило реализовать управляемое угловое отклонение отраженной световой волны порядка 0,075° на 1 В. Выбирая кривизну рефрактивной границы и используя эффект смещения границы ортогональных направлений молекул ЖК под действием внешнего электрического поля возможно осуществление пространственно-углового контроля отраженной компоненты излучения.



Рис. 3. Распространение света в двухдоменном ЖК дефлекторе с дугообразной границей в зависимости от амплитуды напряжения

Таким образом, были проведены экспериментальные исследования по распространению линейно поляризованного лазерного излучения в двухдоменных ЖК дефлекторах с фрагментарным токопроводящим слоем, где коэффициент заполнения поверхности подложки составил 1/2, в зависимости от приложенного к элементу внешнего электрического поля. Установлено, что с ростом амплитуды внешнего электрического поля в ЖК элементах происходит линейный сдвиг границы ориентаций директора в область ячейки без токопроводящего слоя. Использование фрагментарного токопроводящего слоя в форме дуги в электрически управляемом НЖК элементе с рефрактивной границей позволило реализовать контролируемое угловое отклонение отраженной в условиях ПВО световой волны.

- 1. B. Li, S.J. Chua "Optical switches: Materials and design" India: Woodhead Publishing Limited, 2010.
- 2. M. Peccianti et al. // Nat. Phys. 2006. V. 2. P. 737.
- 3. I.I. Rushnova et al. // Opt. Commun. 2018. V. 413. P. 179.

Выделение некогерентной составляющей распределения фотонов в импульсах малофотонного лазерного источника

Т.Р. Садретдинов, П.П. Гостев, С.А. Магницкий Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия E-mail: <u>t.sadretdinov@mail.ru</u>

С развитием технологий оптической квантовой коммуникации [1] растет потребность в качественных малофотонных импульсных источниках излучения. В таких источниках в каждом импульсе содержится в среднем несколько фотонов. Для уменьшения ошибок при передаче данных источники должны иметь предсказуемую статистику фотонов. Для анализа таких источников удобно применять детекторы количества фотонов, например, MPPC (Multi-Pixel Photon Counter) [2]. Они позволяют получить статистику фотоотсчетов источника, анализу которой и посвящен данный доклад.

Мы предлагаем новый вычислительный алгоритм, который позволяет восстановить некогерентную составляющую малофотонного импульсного источника из его статистики фотоотсчетов. Данный алгоритм применим к малофотонным когерентным источникам, статистика фотонов в импульсах которых – пуассоновская[3].

Алгоритм включает в себя три крупных этапа:

- 1. Учет темновых шумов МРРС.
- 2. Восстановление статистики фотонов из статистики фотоотсчетов.
- 3. Поиск распределения некогерентного вклада в сигнал, близкий к когерентному

Темновые отсчеты МРРС не зависят от падающего на детектор света. Их распределение можно измерить, отключив исследуемый источник. Независимость распределений фотоотсчетов, вызванных падающим светом источника, и темновых отсчетов позволяет получить общее распределение отсчетов при помощи операции свертки:

$$P^{detected}(m) = \sum_{m'=0}^{m} P^{signal}(m') P^{dark}(m-m')$$
(1)

Здесь *P^{signal}* – статистика фотоотсчетов сигнала, *P^{dark}* – статистика фотоотсчетов темновых шумов.



Рис.1 Разделение распределений фотоотсчетов темновых шумов и сигнала.

Задача первого этапа алгоритма – получение незашумленного распределения фотоотсчетов $P^{signal}(m)$ из экспериментально полученных распределения фотоотсчетов $P^{detected}(m)$ с сигналом и распределения темновых фотоотсчетов $P^{dark}(m)$. Для этого ставится численная задача минимизации выражения $||P^{detected}(m) - P^{signal}(m) * P^{dark}(m)||$.

Второй этап алгоритма – процедура восстановления статистки фотонов $P^{p\Box}(n)$ из статистики фотоотсчетов $P^{signal}(m)$. Обратная задача к приведенной формуле является некорректно поставленной, так как экспериментальные данные неидеальны и ограничены. Решение такой обратной задачи сильно расходится, особенно для детекторов с низкой квантовой эффективностью. Поэтому, в нашем алгоритме мы оптимизируем результат решения прямой задачи.



Рис.2 Статистика фотоотсчетов, восстановленная по ней статистика фотонов и их ошибки

Подбирается такое распределение $P^{p\Box}(n)$, которое даст минимум для выражения $||P^{signal}(m) - T(m,n) \cdot P^{p\Box}(n)||$, где T(m,n) – матрица коэффициентов поглощения. Также в матрицу коэффициентов добавляется строка, которая контролирует сумму восстанавливаемого распределения. Эта сумма должна быть равна единице: таким образом контролируется удовлетворение искомого распределения условию нормировки.

Восстановленная статистика содержит себе когерентный сигнал и информацию о некогерентных отклонениях в источнике, а также об аддитивных оптических шумах. Для следующего шага алгоритма используются предположения:

- 1. Сигнал близок к когерентному, его статистика близка к пуассоновской.
- 2. Распределение фотонов в импульсах сигнала образуется из независимых когерентного и некогерентного вкладов, и потому задается сверткой распределения Пуассона с некогерентным распределением.
- 3. Статистика некогерентного вклада положительно определена.
- 4. Когерентная часть сигнала обладает максимальным средним.

Задача алгоритма - найти оптимальное значение параметра распределения Пуассона, минимизирующее среднее некогерентной составляющей с сохранением положительности его распределения. Для этого перебором находится максимальный

параметр когерентного сигнала, который одновременно обеспечивает малое отличие модельной свертки от реального распределения и малость суммы отрицательных значений восстанавливаемого распределения некогерентной составляющей.

После нахождения оптимальной точки восстановленное распределение шума очищается от ошибок вычисления. Результат работы алгоритма близок к дельтафункции, что говорит о качестве источника и о малости некогерентной составляющей генерируемого им излучения.



Рис.З Выделенное распределение некогерентного вклада, и результат очистки его от ошибок.

Работа поддержана грантом РФФИ 18-02-00849.

- 1. J-P Bourgoin et al. // 2013 New J. Phys. 15 023006
- 2. S. Magnitskiy, P. Gostev, D. Agapov. et. al. "Metrology of photon statistics of pulsed low-photon light sources." In IEEE Conference Publications: 2018 International Conference Laser Optics (LO). IEEE USA USA, 2018.
- 3. Л. Мандель, Э. Вольф "Оптическая когерентность и квантовая оптика" М: Физматлит, 404-406, 2000

Аналитические способы исследований динамики солитонов в оптических световодах

С.В. Сазонов

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» sazonov.sergey@gmail.com

Излагается суть аналитических процедур исследования динамики пространственно-временных солитонов в градиентных световодах. Процедуры основаны на методе усредненного лагранжиана. Найдены критерии устойчивого распространения солитонов различных типов в фокусирующих световодах.

Исследования оптических солитонов берут свое начало с 60-х годов прошлого столетия, т.е. со времени изобретения квантовых генераторов видимого диапазона частот. Различают пространственные, временные и пространственно-временные солитоны.

Пространственные солитоны – это пучки, вытянутые в направлении распространения и ограниченные в поперечных направлениях. Фокусирующая нелинейность стремится сузить пучок в поперечных направлениях. Этому процессу препятствует дифракция. Взаимная компенсация этих эффектов способна сформировать пространственный солитон.

Временные солитоны, напротив, представляют собой импульсы конечной длительности в направлении распространения и бесконечно протяженные в поперечных направлениях. Здесь нелинейное самосжатие импульса компенсируется его дисперсионным расплыванием.

Пространственно-временные солитоны или световые пули можно рассматривать как симбиоз пространственных и временных солитонов. Они представляют собой локализованные во всех направлениях и распространяющиеся с постоянной скоростью устойчивые сгустки световой энергии [1]. Для формирования световых пуль в объемной однородной среде необходима взаимная компенсация таких эффектов, как фокусирующая нелинейность, дисперсия и дифракция. При этом хорошо известно, что фокусирующая керровская (кубическая) нелинейность в купе с дифракцией и аномальной дисперсии групповой скорости (ДГС) неспособна в однородной объемной среде сформировать устойчивую световую пулю [1]. В некоторых случаях к устойчивому равновесию может привести линейная рефракция, создаваемая градиентным световодом с неоднородным распределением в его поперечном сечении линейного показателя преломления. Возникает вопрос о том, как аналитически учесть влияние градиентного световода. Световые пули могут использоваться в системах волоконно-оптической связи. Поэтому аналитические исследования распространения световых пуль в градиентных световодах весьма желательны и актуальны.

Целью работы является теоретический анализ формирования и распространения световых пуль в градиентных световодах на основе метода усредненного лагранжиана [2 – 4]. В качестве основного примера рассматривается солитон нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) при учете координатной зависимости показателя преломления.

Предлагаются вариационные процедуры, смысл которых состоит в усреднении пробных решений.

Сначала анализируется факторизованная зависимость солитонного решения от продольной и поперечных координат. После усреднения по поперечным координатам мы приходим к нелинейному уравнению Шредингера (НУШ) для временного солитона. Это быстро приводит к приближенному решению в виде световой пули. Однако при таком

подходе есть априорное предположение, что поперечный профиль импульса не меняется по мере его распространения в волноводе. Это возможно лишь при условии, что световая пуля устойчива. Ответа на вопрос, какие условия необходимы для устойчивости, такой подход не дает.

Другой подход основан на том, что параметры одномерного (временного) солитона считаются неизвестными функциями координат. В результате усреднения соответствующего НУШ лагранжиана по времени находятся уравнения для солитонных параметров. Полученная система совпадает с нелинейными уравнениями двумерного течения квантовой бозе-жидкости. Показатель преломления, зависящий от поперечных координат, играет роль плотности потенциальной энергии некоего внешнего поля, в которое помещена воображаемая жидкость. Данная квантовая гидродинамическая система с помощью преобразования Маделунга [5] сводится к обобщенному уравнению Гросса – Питаевского [4].

Среди найденных решений представляют интерес те, которые описывают поступательно-колебательно-вращательную динамику солитонов. В анизотропном световоде траектории солитона могут быть различными. В общем случае «центр масс» солитона распространяется вдоль пространственной спирали При этом в плоскостях поперечных сечений световода «центр масс» солитона описывает фигуры Лиссажу. Частоты колебаний во взаимно перпендикулярных направлениях определяются размерами световода в этих направлениях. Такое распространение сопровождается колебаниями внутренних степеней свободы солитона – его апертуры, длительности, амплитуды и фазовой скорости. Качественный анализ, а также анализ приближенных решений данной системы уравнений позволяет делать выводы об устойчивом или неустойчивом распространении солитонов. При этом в каждом конкретном случае могут быть получены условия на характер неоднородности показателя преломления в поперечном сечении световода, а также на входные условия для солитона, при которых возможно его устойчивое распространение. В рассмотренном примере НУШ формирование пространственно-временных солитонов возможно в двух случаях: 1) при дефокусирующей керровской нелинейности и фокусирующем световоде; 2) при фокусирующей керровской нелинейности и фокусирующем световоде. Последний случай особенно важен, так как именно он чаще всего реализуется в приложениях. При этом мощность солитона должна быть меньше определенного критического значения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 19 – 02 – 00234а).

- 1. H. Leblond and D. Mihalache // Physics Reports. 2013. V. 523. P. 61.
- 2. D. Anderson et. al. // JOSA B. 1992. V.9. P. 1358.
- 3. С.К. Жданов, Б.А. Трубников // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. С.1612.
- 4. С.В. Сазонов // ЖЭТФ. 2006. Т. 130. С. 145.
- 5. C. Rogers and B. Malomed // J. Math. Phys. 2018. V. 59. P. 051506.

Немарковская релаксация трехуровневой системы в двух лазерных полях с шумом

В.В. Семин

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева <u>semin@ssau.ru</u>

В данной работе изучается подход к описанию немарковской релаксации квантовых систем на основе обобщения стохастического уравнения Шредингера. Рассмотрим процесс обобщения стохастического уравнения Шредингера на немарковский случай в общем виде. Хорошо известно [1], что произвольное марковское кинетическое уравнение для оператора плотности может быть эквивалентно преобразовано в стохастическое уравнение Шредингера (СУШ) для волнового вектора с помощью, так называемого, процесса распутывания (unraveling). В общем виде линейное марковское СУШ может быть записано в следующем виде

$$d|\psi\rangle = A(t)|\psi\rangle dt + \sum_{i} B_{i}(t)|\psi\rangle dW_{i}, \qquad (1)$$

где $A(t), B_j(t)$ – некоторые операторы, а W_j независимые винеровские процессы. Отметим следующие свойства СУШ (1). Во-первых, существует взаимно однозначное соответствие между решением уравнения (1) и редуцированной матрицей плотности удовлетворяющей марковскому кинетическому уравнению, которое задается в след виде

$$\rho_S = E|\psi\rangle\langle\psi|,\tag{2}$$

где *Е* обозначает стохастическое усреднение. Во-вторых, размерность стохастического уравнения значительно меньше размерности соответствующего кинетического уравнения, что дает возможность исследовать релаксацию систем с большим числом степеней свободы. В-третьих, поскольку усреднение в (2) по сути, является суммой проекторов, то положительная определенность оператора плотности автоматически гарантируется. Последнее является ключевой особенностью подхода, основанного на СУШ и является отправной точкой для обобщения на немарковский случай.

Прежде чем приступить к построению немарковского СУШ заметим, что всевозможные попытки построения немарковского кинетического уравнения в общем виде не увенчались успехом [2]. На сегодняшний день неизвестна общая форма кинетического уравнения, гарантирующая положительную определенность оператора плотности, что, в конечном итоге, может привести к наличию отрицательных вероятностей возникновения тех или иных физических явлений. Последнее явно говорит о несостоятельности подобных уравнений. Для преодоления трудностей такого рода будем обобщать на немарковский случай СУШ (1). Что в совокупности с соотношением (2) будет гарантировать положительную определенность матрицы плотности.

Для обобщения СУШ (1) на немарковский случай в работе [3] было предложено заменить винеровский процесс на более общий немарковский шум. Самым простым шумом такого рода является процесс Орнштейна-Уленбека, удовлетворяющий следующему стохастическому уравнению

$$dX = -kXdt + dW \tag{3}$$

где *k* некоторая положительная постоянная. Заменяя процессы Винера в (1), соответствующими процессами (3) мы приходим к следующему немарковскому СУШ

$$d|\psi\rangle = (A(t) - \sum_{j} k_{j} X_{j} B_{j}(t)) |\psi\rangle dt + \sum_{j} B_{j}(t) |\psi\rangle dW_{j}.$$
(4)

В уравнении (4) мы должны дополнительно потребовать сохранение нормировки волновой функции в среднем, то есть выполнение свойство мартингальности. Как легко проверить с использованием стохастического исчисления Ито, требование мартингальности ведет к следующему ограничению на структуру коэффициентов уравнения (4)

$$A(t) + A^{+}(t) - \sum_{j} k \gamma_{j} X_{j} \left(B_{j}(t) + B_{j}^{+}(t) \right) + \sum_{j} B_{j}^{+} B_{j} = 0.$$
(5)

Соотношение (5) будет выполнено, если потребовать выполнение равенства

$$(A(t) - \sum_{j} k_{j} X_{j} B_{j}(t)) = -iH\left(X_{j}(t)\right) - \frac{1}{2} \sum_{j} B_{j}^{+} B_{j},$$
(6)

где H(X(t)) эрмитовый оператор. Таким образом, общая форма немарковского СУШ может быть записана в следующем виде

$$d|\psi\rangle = -(iH(X_j) + \frac{1}{2}\sum_j B_j^+ B_j)|\psi\rangle dt + \sum_j B_j(t)|\psi\rangle dW_j.$$
(7)

Таким образом, уравнение (7) представляет собой общее немарковское СУШ управляемое процессов Орнштейна-Уленбека. Заметим, что процесс Орнштейна-Уленбека может быть заменен произвольным немарковским процессом в зависимости от контекста решаемой задачи.

Теперь применим общую идею, изложенную выше к описанию немарковской релаксации трехуровневой V-системы во внешних случайных полях. Кинетическое уравнение для такой системы было получено в работе [4]. Пренебрегая зависимостью релаксации от температуры, марковское СУШ запишем в виде

$$d|\psi\rangle = -(iV_{st} + \frac{\gamma_1}{2}J_+J_- + \frac{\gamma_2}{2}L_+L_-)|\psi\rangle dt + \sqrt{\gamma_1}J_-|\psi\rangle dW_1 + \sqrt{\gamma_2}L_-|\psi\rangle dW_2, \quad (8)$$

где J_{\mp} и L_{\mp} переходные операторы между уровнями $0 \rightarrow 1$ и $0 \rightarrow 2$ соответственно, γ_i – константы релаксации. Гамильтониан взаимодействия системы с внешними шумящими полями имеет вид

$$V_{st} = \xi_1(t) \exp\left(it\left(\Omega_0 + \frac{\omega_0}{2}\right)\right) J_+ + \xi_2(t) \exp\left(it(\Omega_0 + \omega_0)\right) L_+ + \Box. c., \tag{9}$$

где ω_0 и Ω_0 частоты переходов (детали см. в [4]), а $\xi_i(t) = \left(\frac{\Omega_i}{2} + V_i\right) \exp[-i\omega_{Li}t]$ – внешние шумящие поля, с частотами ω_{Li} , частотами Раби Ω_i и дополнительными стохастическим вкладами V_i , которые в данном случае предполагаются независимыми винеровскими шумами.

Для перехода к немарковской теории мы должны преобразовать уравнение (8) включив в него процесс Орнштейна-Уленбека. В данном случае модификация происходит путем добавления к гамильтониану (9) следующих слагаемых

$$\tilde{V}_{st} = V_{st} + k_1 \sqrt{\gamma_1} X_1 (J_+ + J_-) + k_2 \sqrt{\gamma_2} X_2 (L_+ + L_-).$$
(10)

где процессы X_i скореллированы с процессами Винера W_i . Таким образом, искомое немарковское СУШ может быть записано в виде

$$d|\psi\rangle = -(i\tilde{V}_{st} + \frac{\gamma_1}{2}J_+J_- + \frac{\gamma_2}{2}L_+L_-)|\psi\rangle dt + \sqrt{\gamma_1}J_-|\psi\rangle dW_1 + \sqrt{\gamma_2}L_-|\psi\rangle dW_2.$$
(11)

Уравнение (11) является основным результатом данной работы. Заметим следующие его особенности. Первое, уравнение сохраняет нормировку волновой функции в среднем и ведет к положительно определенному оператору плотности (2). Второе, единственно возможный способ обобщения стохастических уравнений на

немарковский случай является включение немарковского шума скорелированного с окруженим в гамильтониан системы. Данный факт показывает, что никакие другие способы обобщения не согласуются со свойством мартингальности стохастического процесса.

Следующий шаг в исследовании уравнения (11) является его прямое компьютерное моделирование. К сожалению линейное СУШ (11) не является удобным для проведения компьютерных экспериментов, поскольку обладает большой дисперсией траекторий. Для проведения расчетов традиционно переходят к нелинейному СУШ, которое обладает ограниченной дисперсией и является хорошим кандидатом для проведения компьютерной симуляции. Детальный процесс такого перехода описан в [1]. Для рассматриваемого случая к уравнению (11) нужно добавить слагаемые

$$\left(\gamma_{1}\frac{m_{1}}{2}J_{-}-\gamma_{1}\frac{m_{1}^{2}}{8}+\gamma_{2}\frac{m_{2}}{2}L_{-}-\gamma_{2}\frac{m_{2}^{2}}{8}\right)|\psi\rangle dt-\frac{\sqrt{\gamma_{1}}m_{1}}{2}|\psi\rangle dW_{1}+\frac{\sqrt{\gamma_{2}}m_{2}}{2}L_{-}|\psi\rangle dW_{2},\quad(12)$$

где $m_1 = \langle \psi | J_- + J_+ | \psi \rangle$ и $m_2 = \langle \psi | L_- + L_+ | \psi \rangle$. Таким образом, уравнение (11) с компенсирующими членами (12) является нелинейным немарковским СУШ, которое удобно использовать для проведения численных расчетов. Средние значения произвольного оператора *F* находятся из следующих соотношений проведения компьютерной симуляции. Детальный процесс такого перехода описан в [1]. Для рассматриваемого случая к уравнению (11) нужно добавить слагаемые

$$\langle F \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \langle \psi^{i} | F | \psi^{i} \rangle, \tag{13}$$

где суммирование ведется по независимым траекториям решения уравнения (11) с компенсирующими членами (12). Несмещенная оценка погрешности вычисления находится по формуле

$$err = \sqrt{\frac{\langle F^2 \rangle - \langle F \rangle^2}{N-1}}.$$
(14)

Таким образом, в работе выведено немарковское нелинейное СУШ, гарантирующее положительную определенность матрицы плотности и сохраняющее нормировку в виде готовом для проведения компьютерного эксперимента.

Благодарности. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ грант № 18-32-00249.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Barchielli, M. Gregoratti "Quantum trajectories and measurements in continuous time: the diffusive case" Berlin: Springer-Verlag, 2009.

2. H.-P. Breuer, F. Petruccione "The theory of open quantum systems" Oxford: Oxford University Press, 2002.

3. A. Barchielli, C. Pellegrini, F. Petruccione // EPL 2010. V. 91. No 2. P. 24001.

4. V.A. Mikhailov, N.V. Troshkin // Proc. of SPIE 2016. V. 9917. P. 991731.

Использование нелинейных оптических процессов для селекции частотных мод неклассического сжатого света

В.В. Сухарников¹, О.В. Тихонова^{1,2}

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, 119991, Москва, Россия ²Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д. В. Скобельцына, 119234, Москва, Россия sukharnikov.vv14@physics.msu.ru

В результате процесса параметрического рассеяния генерируются сжатые состояния неклассического света, которые становятся предметом многочисленных современных исследований и находят множество приложений в различных областях науки из-за их уникальных и важных с практической точки зрения свойств. Например, уменьшенная дисперсия одной квадратуры поля сжатого света используется для преодоления стандартного квантового предела измерений. Кроме того, именно в сжатом вакууме находится большое количество перепутанных между собой фотонов, что привлекательно для исследований в области квантовой информации.

Чтобы полностью использовать все возможности, предоставляемые сжатым светом, нужно уметь управлять его спектральными, временными и пространственными свойствами. К сожалению, использование традиционных методов и обычных оптических устройств приводит к потере неклассических свойств таких состояний из-за внесенного шума и потерь. Именно поэтому для многих приложений требуются полностью квантово-оптические методы, которые сохраняют полезные свойства сжатого света.

Сжатый свет можно представить в виде суперпозиции ортогональных мод Шмидта (рис. 1), каждая из которых несет все свойства сжатого света. Квантовые свойства неклассического света сохранятся, если манипулировать его свойствами в терминах мод Шмидта. Таким образом, необходим «инструмент», пригодный как для управления модовым составом неклассического света, так и для восстановления структуры заранее приготовленных сигналов. Обе эти задачи могут быть решены с помощью квантового импульсного затвора, предложенного в [1] и [2]. Квантовый импульсный затвор основан на процессе генерации суммарной частоты с подсветкой сжатым вакуумом, и позволяет блокировать выделенную временную моду сжатого вакуума [3-5], которая определяется спектром накачки кристалла.



Рис. 1. Веса мод Шмидта (относительное число фотонов в каждой моде) сжатого света, сгенерированного в типичном эксперименте по параметрическому рассеянию в кристалле BBO. Справа соответствующий частотный сигнал сжатого вакуума, нормированный на единицу (по оси абсцисс откладывается безразмерная частота)

Данная работа посвящена дальнейшему развитию идей квантового затвора. Начиная с полного теоретического описания процесса генерации суммарной частоты в терминах частотных мод Шмидта, мы не только уточняем уже известные ранее экспериментальные результаты, но и предсказываем новые эффекты. Предложенная теоретическая модель позволяет рассчитать спектрально-временные свойства сжатого вакуума после взаимодействия с затвором, а также дает теоретическую основу для описания режима, в котором спектр накачки перекрывается с несколькими модами сжатого вакуума из подсветки. Этот режим предоставляет более гибкие возможности для управления как модовым составом сжатого вакуума, так и его спектральными свойствами. К примеру, выделен режим, где квантовый затвор настроен на суперпозицию двух частотных мод, и при котором происходит «обмен» весами (рис. 2). Отметим, что в таком режиме частотный сигнал не зависит от разности фаз перекрывшихся мод Шмидта, но такая зависимость имеет место в дисперсиях квадратур этих мод. В общем случае зависимость частотного сигнала от разности фаз присутствует, что может привести к значительному изменению его формы, и предоставляет возможности для пробирования этих фаз. Мы также показываем, что при полной конвертации выделенной моды Шмидта в моду суммарной частоты, сигнал в сгенерированной моде находится в состоянии сжатого вакуума.



Рис. 2. Веса мод Шмидта после взаимодействия с квантово-оптическим затвором, настроенным на «переключение» весов нулевой и второй моды Шмидта сжатого вакуума. Справа соответствующий частотный сигнал.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 19-42-04105.

- 1. B. Brecht et al. // New. J. Phys. 2011. V. 13. P. 065029.
- 2. A. Eckstein, B. Brecht, and C. Silberhorn // Opt. Express. 2011. V. 97. P. 13770-13778.
- 3. V. Ansari et al. // Optica. 2018. V. 5. P. 534.
- 4. P. Manurkar et al. // Optica. 2016. V. 3. P. 1300.
- 5. V. Ansari et al.// Phys. Rev. Lett. 2018. V. 120. P. 213601.

Предельно короткие солитоны интегрируемого обобщения редуцированных уравнений Максвелла–Блоха

С.В. Сазонов¹, Н.В. Устинов²

¹Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» ²Калининградский институт управления sazonov.sergey@gmail.com

Появление в 1960-х годах мощных импульсных лазеров стимулировало как экспериментальные, так и теоретические исследования нелинейного взаимодействия световых импульсов с веществом. На этом пути было обнаружено резонансное явление самоиндуцированной прозрачности (СИП) [1]. Теоретическое объяснение оно получило на основе понятия оптического солитона.

При теоретическом описании явления СИП к материальным уравнениям и к уравнениям Максвелла применяется приближение медленно меняющихся огибающих (ММО). В результате была получена так называемая система уравнений СИП, содержащая огибающие электрического поля светового импульса и атомного дипольного момента, а также разность населенностей состояний двухуровневого атома [2, 3]. Дальнейшие исследования показали, что эта система уравнений интегрируема с помощью метода обратной задачи рассеяния (МОЗР) [2–4]. В случае точного резонанса между полем импульса и двухуровневыми атомами система СИП переходит в уравнение синус–Гордон (СГ) для интеграла по времени от огибающей электрической компоненты светового сигнала, которое тоже интегрируемо в рамках МОЗР.

Одна из основных тенденций развития лазерной физики заключается в укорочении длительности импульсов, создаваемых в физических лабораториях [5–8]. При этом импульс длительностью в несколько фемтосекунд содержит порядка одного периода оптических колебаний. За такими импульсами прочно закрепился термин «предельно короткий импульс» (ПКИ) [5, 8]. В таком случае понятие огибающей теряет смысл, и уже нельзя использовать приближение ММО.

В 1973 году для описания явления СИП был предложен альтернативный подход, при котором не используется приближение ММО [9]. При этом было использовано приближение однонаправленного распространения, основанное на условии малой плотности двухуровневых атомов. Это позволило редуцировать волновое уравнение для электрического поля импульса от второго порядка к первому относительно производных по координате и времени. Дополнение этого уравнения системой материальных уравнений для элементов матрицы плотности двухуровневого атома привело к системе редуцированных уравнений Максвелла–Блоха (РМБ) [10]. Важно отметить, что система РМБ содержит не огибающие электрического поля импульса и атомного дипольного момента, а само поле и сам дипольный момент. Примечательно, что система РМБ тоже оказалась интегрируемой МОЗР [9, 10].

С одной стороны, система РМБ обладает преимуществом перед уравнениями СИП, так как она описывает распространение не только солитонов огибающей, но также и ПКИ. Однако, с другой стороны, скорость распространения солитонов СИП лежит в широком интервале значений. Скорость же бризеров системы РМБ всегда близка к скорости света в среде из-за предположения о малой концентрации двухуровневых атомов, использованного при ее выводе.

Еще одним очевидным недостатком системы РМБ является то, что в ней используется модель среды, состоящей из двухуровневых атомов. Данная модель

достаточно адекватно описывает распространение резонансных или квазирезонансных солитонов огибающей. Однако, в спектре ПКИ уже трудно выделить несущую частоту в силу большой его ширины. Здесь во взаимодействие с импульсом может вовлекаться большое число квантовых переходов среды. Из-за этого модель двухуровневой среды теряет свою адекватность и требует замены на более реалистичную модель.

В работах [11–16] были использованы модели многоуровневых квантовых сред. При этом использовалось приближение внезапных возбуждений [17]. В этом случае спектром импульса сильно перекрываются все участвующие во взаимодействии квантовые переходы. Поэтому возбуждение среды оказывается сильным, т.е. населенности квантовых состояний при взаимодействии с полем импульса подвержены значительным изменениям [13, 14]. В [13, 14, 18–22] для исключения материальных переменных использовалось приближение оптической прозрачности. Это приближение соответствует относительно слабому возбуждению среды [14, 20].

В [23, 24] многоуровневую среду было предложено аппроксимировать моделью четырехуровневых атомов. При этом к одному выделенному переходу применялось приближение внезапных возбуждений, а к другим разрешенным переходам на удаленные квантовые уровни – приближение оптической прозрачности. В результате, после исключения материальных переменных, для электрического поля импульса было получено обобщенное уравнение СГ. В [24] показано, что это уравнение интегрируемо МОЗР, разработана схема построения его многосолитонных решений. Получены и детально проанализированы двухсолитонные и бризерные решения. Показано, в частности, что столкновение двух солитонов противоположных полярностей способно на короткое время породить волну–убийцу. Заметим, что такое явление отсутствует при столкновении солитонов системы РМБ или уравнения СГ, которые соответствуют модели двухуровневой среды.

При всей привлекательности модели среды, рассмотренной в [24], она обладает одним существенным недостатком. Приближение внезапных возбуждений нельзя применять к электронно-оптическим переходам, соответствующим видимой части спектра, т.к. в противном случае необходимо учитывать процессы ионизации [23]. Однако эти процессы не учитываются: считается, что все рассматриваемые уровни принадлежат дискретному спектру квантовых состояний. Наиболее адекватно такая модель описывает взаимодействие лазерного импульса с туннельными квантовыми переходами протонов между вакантными узлами симметричных молекул [23, 24]. Частоты таких переходов соответствуют терагерцовому диапазону.

Для того, чтобы обсуждаемая четырехуровневая модель имела более широкую область применимости, необходимо отказаться от использования приближения внезапных возбуждений. На этом пути можно прийти к обобщению системы РМБ, исследовать это обобщение на интегрируемость в рамках МОЗР, и, если выведенная система интегрируема, как уравнения СИП, СГ и РМБ, то проанализировать соответствующие солитонные и бризерные решения. Это и составляет суть настоящей работы.

Пусть среда моделируется четырехуровневыми атомами. В силу правил отбора по четности разрешены переходы $1 \leftrightarrow 2$, $1 \leftrightarrow 3$ и $2 \leftrightarrow 4$ (нумерация квантовых уровней соответствует возрастанию энергии). Следует заметить, что квантовые уровни 3 и 4 на самом деле соответствуют совокупности дискретных состояний противоположной четности. Будем считать также, к переходам $1 \leftrightarrow 3$ и $2 \leftrightarrow 4$ применимо приближение оптической прозрачности, вследствие чего они сравнительно слабо взаимодействуют со световым импульсом. В этом случае переход $3 \leftrightarrow 4$ значительно ослаблен и им можно пренебречь [23, 24]. На квантовый переход $1 \leftrightarrow 2$ ограничений не накладывается. Рассмотрение проводится в рамках полуклассического подхода, в котором эволюция квантовых частиц описывается уравнением на матрицу плотности, а динамика поля импульса — волновым уравнением для электрического поля импульса. При этом считаем, что импульс распространяется вдоль оси z, а концентрация атомов мала. Это позволяет провести редукцию волнового уравнения относительно производных, подобно тому, как это было проделано в [9, 14].

Используя приближение оптической прозрачности, проводится процедура исключения элементов матрицы плотности, соответствующих переходам на удаленные квантовые уровни. В результате получена система уравнений, содержащая только электрическое поле импульса и элементы матрицы плотности одного выделенного перехода. Эта система уравнения имеет следующий вид:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = -\left(\omega_0 + \beta \Omega^2\right) V, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \tau} = \left(\omega_0 + \beta \Omega^2\right) U + \Omega W , \qquad (2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = -\Omega V , \qquad (3)$$

$$\frac{\partial\Omega}{\partial z} = -\alpha \frac{\partial}{\partial\tau} \left(U - 2\beta \Omega W \right). \tag{4}$$

Здесь переменные Ω , U, V и W пропорциональны электрическому полю импульса и элементам матрицы плотности, соответствующим выделенному переходу, параметры α и β выражаются через физические параметры рассматриваемой задачи, ω_0 – частота выделенного перехода, τ – «локальное» время.

Параметром β учитывается отклонение от модели двухуровневой среды. Полагая в уравнениях (1)–(4) $\beta = 0$, получим хорошо известную систему РМБ, справедливую для среды двухуровневых атомов.

Из уравнений (1) и (2) видно, что в рассматриваемом приближении вклад квантовых переходов $1 \leftrightarrow 3$ и $2 \leftrightarrow 4$ сводится к динамическому штарковскому смещению частоты ω_0 перехода $1 \leftrightarrow 2$. Кроме того, как следует из (4), переходы на удаленные квантовые состояния вносят нелинейный вклад в динамический поляризационный отклик среды. В то же время, в данном приближении не происходит заселенности удаленных состояний. Вся динамика населенностей происходит между выделенными состояниями 1 и 2.

Важно заметить, что дипольные моменты разрешенных квантовых переходов могут находиться в различных количественных отношениях друг с другом. Поэтому слагаемые в (1), (2) и (4), учитывающие отклонение от модели двухуровневой среды, нельзя рассматривать как всего лишь малые поправки к системе РМБ. Система (1)–(4) представляет самостоятельный полноценный интерес.

Система уравнений (1)–(4) оказалась интегрируемой в рамках МОЗР [25] и связана заменой зависимых и независимых переменных с модифицированными уравнениями РМБ (МРМБ), тоже интегрируемыми с помощью МОЗР. Уравнения МРМБ описывают нелинейную динамику двухкомпонентных электромагнитных и акустических предельно коротких импульсов в анизотропных двухуровневых средах [26–28]. Различные типы солитонных решений уравнений МРМБ были подробно исследованы [26–28].

Связь уравнений МРМБ и системы (1)–(4) позволила подробно исследовать односолитонные, двухсолитонные и бризерные решения последней и выявить их отличительные особенности от соответствующих решений системы РМБ. В значительной степени это касается процесса столкновения солитонов разных полярностей. В отличие от столкновения солитонов РМБ здесь может возникать короткоживущий импульс большой амплитуды, динамика которого схожа с динамикой волны-убийцы.

Таким образом, при отказе от модели двухуровневой среды проведено физическое обобщение системы РМБ. Важно подчеркнуть, что полученная при этом система (1)–(4) также оказалась интегрируемой МОЗР.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 17–11–01157).

ЛИТЕРАТУРА

1. S.L. McCall, E.L. Hahn // Phys. Rev. 1969. V. 183. P. 457.

2. G.L. Lamb // Rev. Mod. Phys. 1971. V. 43. P. 99.

3. G.L. Lamb, Jr, "Elements of Soliton Theory" New York: John Wiley & Sons, 1980.

4. В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский "Теория солитонов: Метод обратной задачи" М.: Наука, 1980.

5. T. Brabec, F. Krausz // Rev. Mod. Phys. 2000. V. 72. P. 545.

6. A.I. Maimistov // Quantum Electron. 2000. V. 30. P. 287.

7. F. Krausz, M. Ivanov // Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81. P. 163.

8. H. Leblond, D. Mihalache // Phys. Rep. 2013. V. 523. P. 61.

9. J.C. Eilbeck, J.D. Gibbon, P.J. Caudrey, R.K. Bullough // J. Phys. A. 1973. V. 6, P. 1337.

10. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис "Солитоны и нелинейные волновые уравнения" М.: Мир, 1988.

11. S.V. Sazonov, A.Yu. Parkhomenko // J. Exp. Theor. Phys. 1998. V. 87. P. 864.

12. A. Nazarkin // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. P. 163904.

13. E.M. Belenov, A.V. Nazarkin // JETP Lett. 1990. V. 51. P. 288.

14. E.M. Belenov, A.V. Nazarkin, V.A. Ushchapovskii // Zh. Eksp. Teor. Fiz. 1991. V. 100. P. 762.

15. S.V. Sazonov // JETP Lett. 2015. V. 102. P. 834.

16. S.V. Sazonov // Optics Communications. 2016. V. 380. P. 480.

17. D.W. Robinson // Helv. Phys. Acta. 1963. V. 36. P. 140.

18. I.V. Melnikov, D. Mihalache, F. Moldoveanu, N.-C. Panoiu // Phys. Rev. A. 1997. V. 56. P. 1569.

19. S.A. Kozlov, S.V. Sazonov // J. Exp. Theor. Phys. 1997. V. 84. P. 221.

20. S.V. Sazonov // J. Exp. Theor. Phys. 2001. V. 92. P. 361.

21. S.V. Sazonov, A.F. Sobolevskii // J. Exp. Theor. Phys. 2003. V. 96. P. 1019.

22. H. Leblond, S.V. Sazonov, I.V. Melnikov, D. Mihalache, F. Sanchez // Phys. Rev. A. 2006. V. 74. P. 063815.

23. S.V. Sazonov // J. Exp. Theor. Phys. 2014. V. 119. P. 423.

24. S.V. Sazonov, N.V. Ustinov // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. P. 063803.

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

- 25. N.V. Ustinov // J. Math. Phys. 2019. V. 60. P. 013503.
- 26. N.V. Bakhar, N.V. Ustinov // Proc. SPIE. 2006. V. 6181. P. 61810Q.
- 27. S.V. Sazonov, N.V. Ustinov // Theor. Math. Phys. 2007. V. 151. P. 632.
- 28. S. V. Sazonov, N.V. Ustinov // Phys. Solid State. 2008. V. 50. P. 1122.

Нелинейные механоэлектрические преобразования в пористых средах: методика лабораторных исследований

П.А. Казначеев, А.Н. Камшилин Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН p_a_k@mail.ru

Известно, что в пористых флюидонасыщенных средах (в том числе - горных породах) могут происходить явления, связанные с преобразованием энергии упругого (сейсмического) поля в энергию электрического поля [1, 2]. Такие явления носят сейсмоэлектрического эффекта 2-го рода, противоположность название В сейсмоэлектрическому эффекту 1-го рода, который описывает изменение электрических параметров пористых сред при упругом воздействии без возбуждения вторичного электрического поля. Для сейсмоэлектрического эффекта 2-го рода на основе теории распространения упругих волн в двухфазных средах и теории электрокинетических эффектов было построено аналитическое описание для разных типов сред [3, 4, 5]. В основе описания лежат положения о линейной связи между величинами в базовых уравнениях, описывающих упругое и электрическое поле. В то же время существуют теоретические и экспериментальные предпосылки, позволяющие говорить о возможных нелинейных сейсмоэлектрических преобразованиях в пористых флюидонасыщенных средах (например, [6, 7]).

В основе описания сейсмоэлектрического эффекта лежит система уравнений, следующая из соотношения Онзагера для потока зарядов в пористой среде, закона непрерывности полного тока и закона для плотности потока флюида относительно твердого скелета породы (пористой среды), следующего из уравнений Био [8]:

$$\vec{j}^{\Sigma} = L_{11} \cdot \nabla \varphi + L_{12} \cdot \nabla p + L_{13} \cdot \nabla C \tag{1}$$

$$\vec{j}^{\Sigma} = \vec{j} + \vec{j}^{ex} \tag{2}$$

$$\vec{w} = i \cdot \omega \cdot \phi \cdot (\vec{u}_s - \vec{u}_f) \tag{3}$$

где \vec{j}^{Σ} – плотность полного электрического тока, \vec{j} – плотность тока проводимости, \vec{j}^{ex} – плотность стороннего электрического тока, обусловленного электрокинетическими процессами; $\nabla \phi$ – градиент электрического потенциала, ∇p – градиент порового давления, ∇C – градиент концентрации растворенных в жидкой фазе веществ, L_{11} , L_{12} , L_{13} – коэффициенты Онзагера, связывающие указанные величины; \vec{w} – поток движения поровой жидкости относительно твердого скелета горной породы; ω – круговая частота; ϕ – пористость среды; \vec{u}_s и \vec{u}_f – смещения твердой и жидкой фаз среды, соответственно. В [8] уравнения (1)–(3) преобразованы к системе уравнений:

$$\vec{j}^{\Sigma} = \sigma(\omega) \cdot \vec{E} + L(\omega) \cdot \vec{p}_{fs}$$
⁽⁴⁾

$$\vec{w} = L(\omega) \cdot \vec{E} + \frac{k(\omega)}{\eta} \cdot \vec{p}_{fs}$$
⁽⁵⁾

где $\vec{p}_{fs} = (-\nabla p + \omega^2 \cdot \rho_f \cdot \vec{u}_s)$, причем ρ_f – плотность жидкой фазы (флюида); $\sigma(\omega)$ – электрическая проводимость в частотнозависимом виде; $L(\omega)$ – электрокинетический коэффициент (зависит от пористости, дзета-потенциала жидкой фазы, толщины двойного электрического слоя, концентрации растворенных в жидкой фазе веществ, размера пор); $k(\omega)$ – проницаемость пористой среды в частотнозависимом виде; η – вязкость жидкой фазы (флюида). Поиск решения в системы (1) ведется в предположении о малости обратного воздействия электрического поля на механическое движение среды, т.е. первым слагаемым в (5) пренебрегается. В реальной среде это условие может и не выполняться. Тогда описание сейсмоэлектрического эффекта требует решения самосогласованной задачи согласно (4)–(5) и возможно нарушение линейных законов, связывающих базовые параметры возбуждающего поля [7]. То есть, если учитывать сейсмоэлектрические преобразования в геофизической среде (и только их), то при возбуждении электрического поля нарушение, например, закона Ома, а при возбуждении упругого поля – закон Гука. Разумеется, нарушение, например, закона Ома не связано с неверностью фундаментальных положений электродинамики. Оно связано с тем, что в пористой флюидонасыщенной среде возникает такое взаимное преобразование энергии электрического и упругого полей, которое приводит к нарушению линейной связи между измеряемыми параметрами электрического поля – напряженностью электрического поля \vec{E} и плотностью тока \vec{j} , которое выражается законом Ома для классической электродинамики:

$$\vec{j} = \sigma \cdot \vec{E} \tag{7}$$

Такое нарушение очевидно из прямого рассмотрения уравнений (4)–(5), если понимать следующее. Плотность полного тока \vec{j}^{Σ} и плотность тока проводимости \vec{j} можно различить, только отделив сторонний ток \vec{j}^{ex} . Это можно сделать, измерив раздельно напряженность поля по его действию на заряды, а плотность полного тока – по его магнитному действию, что вполне реализуемо для геофизической среды [9].

Отсюда следует концепция методики лабораторного исследования нелинейных сейсмоэлектрических (и более общо – механоэлектрических) преобразований. Действительно, для определения главного результата сейсмоэлектрического преобразования – стороннего тока \vec{j}^{ex} , необходимо определять каждый из токов \vec{j}^{Σ} и \vec{j} так, как было сказано выше.

При традиционном подходе изучения сейсмоэлектрических явлений [10, 11] использовалась следующая схема лабораторной установки (рис. 1, *слева*). Измеряемая между электродами разность потенциалов не зависит напрямую от плотности стороннего тока j^{ex} , а определяется распределением j^{ex} по длине образца (связанным с поглощением упругой волны) и током I_{meas} , отводимым во внешнюю измерительную электронную схему. При допущении $I_{meas} \ll j^{ex} \cdot S_{samp}$, где $S_{samp} - площадь$ поперечного сечения образца, имеем $j^{\Sigma} = j + j^{ex} \approx 0$, что уже не соответствует реальной среде, где в общем случае $j^{\Sigma} \neq 0$ [5].

Также необходимо отметить, что в такой установке при небольшом поглощении (если упругая волна успевает ослабнуть на длине образца не более чем на порядок) наблюдается интерференция основной упругой волны, возбуждаемой излучателем, и отраженной от противоположного торца образца. Амплитуды смещения частиц среды и потока флюида относительно каркаса оказываются зависящими от результата интерференции. Возникают стоячие упругие волны, их длины напрямую определяются длиной образца и скоростью волны в породе. Эффективность выявления сейсмоэлектрического эффекта оказывается напрямую связанной с тем, насколько близко частота возбуждения оказывается к частотам стоячих волн.

С учетом этого была предложена схема лабораторной установки (рис. 1, *справа*). Она позволяет, во-первых, обеспечить ненулевой полный ток $\vec{j}^{\Sigma} \neq 0$, во-вторых, обеспечить возможность независимого измерения полного тока и тока проводимости, и в третьих, минимизировать влияние стоячих волн.



Рис. 1. Традиционная (слева) и предложенная (справа) схема лабораторной установки для исследования механоэлектрических преобразований.

В работе рассмотрены особенности предлагаемой методики и установки по сейсмоэлектрических исследованию общем нелинейных И, В случае, механоэлектрических преобразований. Определены условия соответствия лабораторной условиям возбуждения предложенной схемы И наблюдения сейсмоэлектрического эффекта в реальной геофизической среде.

Исследование выполнено при финансовой поддержке в рамках научного проекта РФФИ № 18-35-00698 и темы гос. задания ИФЗ РАН № 0144-2014-0096.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Г. Иванов // Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз. наук. 1940. № 5. С. 699.

2. В.Г. Терентьев // Записки Горного института. 1992. Т. 130. С. 13.

3. Я.И. Френкель // Изв. АН СССР, сер. географ. и геофиз. наук. 1944. № 4. С. 133.

4. M.A. Biot // J. Acoustic. Soc. Amer. 1956a. Vol. 28. P. 168.

5. B.S. Svetov, V.P. Gubatenko // Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 1999. Vol. 35. No 10. P. 854.

6. A.V. Gul'yel'mi et al. // Transactions (doklady) of the USSR Academy of Sciences. Earth science sections. 1989. Vol. 309. No 6. P. 19.

7. B.S. Svetov // Izvestiya. Physics of the Solid Earth. 2015. Vol. 51. No 6. P. 910.

8. Б.С. Светов "Основы геоэлектрики" М.: ЛКИ, 2008.

9. П.А. Казначеев и др. // Вестник МЭИ. 2011. № 5. С. 57.

10. Г.Я. Черняк "Электромагнитные методы в гидрогеологии и инженерной геологии" М.: Недра, 1987.

11. O.A. Ageeva et al. // Russ. Geology and Geophysics. 1999. Vol. 40. No 8. P. 1251.

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

12. П.А. Казначеев, А.Н. Камшилин // Труды VI-й междунар. науч.-практ. конф. «Индикация состояния окружающей среды: теория, практика, образование»: сб. статей. М.: Буки-Веди Москва, 2018. С. 114.

Синхронизация мод в лазерах за счет явления самоидуцированной прозрачности: новые теоретические и экспериментальные результаты

Р.М. Архипов^{1,2}, М.В. Архипов^{1,2}, А.А. Шимко¹, И. Бабушкин^{3,4}, Н.Н. Розанов^{2,5,6} ¹ Санкт-Петербургский государственный университет, 199034, Санкт-Петербург, Россия ² Университет ИТМО, 197101 Санкт-Петербург, Россия

³Institute of Quantum Optics, Leibniz University Hannover, 30167, Hannover, Germany ⁴Max Born Institute 12489, Berlin, Germany

⁵Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова, 199053 Санкт-Петербург, Россия ⁶Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, 194021 Санкт-Петербург, Россия <u>arkhipovrostislav@gmail.com</u>

Лазеры с пассивной синхронизацией мод (ПСМ) являются источниками коротких импульсов с высокой частотой повторения [1-4]. Такие импульсы находят многочисленные применения в спектроскопии, нелинейной оптике, оптических линиях связи, метрологии и.т.д [1-4]. Для практической реализации режима ПСМ в резонаторе лазера размещается секция с насыщающимся поглотителем, пропускание которого падает с ростом интенсивности излучения. Поэтому, режим ПСМ возникает за счет насыщения поглощения в поглотителе и насыщения усиления в усилителе. Длительность импульсов в лазерах с ПСМ не может быть короче времени релаксации поляризации T2 внутрирезонаторных сред.

Если длительность импульса генерации тр меньше времени релаксации поляризации, тр < T2, то взаимодействие света с резонансной средой является когерентным, и импульс в поглощающей среде может распространяться без потерь в режиме самоиндуцированной прозрачности (СИП) [5, 6]. Такой импульс называется 2π импульсом. Режим ПСМ, основанный на когерентном взаимодействии света с веществом и явлении СИП, принято называть когерентной синхронизацией мод (КСМ) [7-16]. В отличие от лазеров, где режим ПСМ основан на эффекте насыщения поглощения, и длительность импульса не может быть меньше T2, в лазерах с КСМ, такое ограничение снимается. Данный режим интересен тем, что в принципе, он позволяет генерировать импульсы с длительностью вплоть до одного цикла колебаний непосредственно из компактного лазерного источника [10].

Несмотря на указанные выше достоинства, на сегодняшний день режим КСМ изучен только теоретически [7-11,13,14], и до настоящего времени не было ни одного экспериментального подтверждения режима КСМ. Теоретический анализ режима КСМ, проведенный в работах [7-9,11,13,14], был проведен для случая длинных импульсов генерации в приближениях медленно-меняющихся амплитуд и вращающейся волны. При этом усиливающая и поглощающая среда были размещены в кольцевом резонаторе в режиме однонаправленной генерации. В таком подходе не учитывается влияние стоячих волн (решеток инверсии) на режим КСМ и форму генерируемых импульсов.

В данном докладе мы приводим результаты наших последних теоретических и экспериментальных работ по исследованию режима КСМ.

Теоретически нами изучалась возможность генерации предельно-коротких импульсов с длительностью вплоть до одного цикла колебаний за счет КСМ в лазере с линейным резонатором крайне малой длины. В такой ситуации длительность импульса короче времени релаксации поляризации, и режим КСМ возникает только за счет когерентного взаимодействия света с веществом.

Моделирование динамики режимов генерации предельно-коротких импульсов было проведено с использованием волнового уравнения и уравнений для компонент

матрицы плотности двухуровневой системы без указанных выше приближений. Большую реалистичность расчетам давало моделирование зеркал с металлическими слоями конечной ширины, отражение которых было обусловлено наличием свободных электронов по модели Друде.

Пример генерации одноцикловых импульсов в двухсекционном лазере со сверхкоротким резонатором приведен на рис.1.



Рис.1. Результаты расчета напряженности электрического поля на выходе лазера от времени, внесение поглотителя приводит к генерации одноцикловых импульсов. (а) – расчет для лазера без поглотителя в резонаторе. (b) - пример генерации предельно коротких импульсов при размещении поглотителя в резонаторе, режим КСМ. В примере длина резонатора 6.3 мкм, длина усилителя 2.45 мкм, поглотителя 2.1 мкм, длина волны перехода в усиливающей и поглощающей средах 700 нм.

Явление СИП на сегодняшний день хорошо изучено теоретически и экспериментально в различных средах [5,6]. Однако, эксперименты по получению СИП

довольно-таки сложны, что позволило сделать вывод о трудном или даже невозможном экспериментальном наблюдении КСМ за счет явления СИП. В предыдущих экспериментах авторов наблюдалась синхронизация мод в лазере на красителе с когерентным поглотителем (ячейки с парами молекулярного йода) [12,15]. Однако, в тех экспериментах синхронизация мод возникала за счет формирования импульсов «нулевой площади» (0π импульсов) в поглотителе [15], а не 2π импульсов СИП.

В недавней работе [16] нам удалось экспериментально показать существование режима синхронизации мод за счет явления СИП.

Для экспериментальной демонстрации был собран титан-сапфировый лазер, содержащий поглощающую ячейку с парами рубидия. Длину волны генерации при помощи спектральных селекторов (внутрирезонаторный фильтр Лио и эталон Фабри-Перо) настраивали на D1 и D2 линии рубидия. Результаты экспериментов показали существование режима синхронизации мод в титан-сапфировом лазере на линиях поглощения рубидия за счет формирования импульсов СИП в ячейке с парами рубидия. Пример осциллограммы импульсов генерации приведены на рис.2.



Рис. 2. Пример осциллограммы режима КСМ в титан-сапфировом лазере с поглощающей ячейкой с парами рубидия

Длительность импульсов генерации зависела от выходной мощности. С увеличением мощности генерации она сокращалась от 2 нс до 80 пс. Минимально зарегистрированная на данный момент длительность импульса примерно на три порядка меньше времени релаксации поляризации Т2 паров рубидия (54 нс). Совокупность экспериментальных данных позволила сделал вывод о том, что режим синхронизации мод возникал за счет явления СИП в парах рубидия, а не за счет влияния керровской линзы, характерного для титан-сапфирового лазера, или некогерентного насыщения поглощения в парах рубидия. Проведенные нами эксперименты, по нашим сведениям, являются первой экспериментальной демонстрацией режима синхронизации мод за счет явления СИП, которая до сих пор обсуждалась только теоретически [7-11,13-14].

В докладе подробно приводится схема экспериментальной установки, и описываются результаты наших экспериментов, часть из которых содержится в еще не вышедшей публикации авторов [16].

Данное исследование входит в план работ заявки на грант РНФ **19-72-00012 Р.М. Архипова.**

Эксперименты проведены с использованием оборудования ресурсного центра Научного парка СПбГУ «Оптические и лазерные методы исследования вещества».

- 11. H.A. Haus // IEEE Journal of Sel. Top. in Quant. El. 2000. V.6. P.1173.
- 12. E.U. Rafailov et al. // Nat. Phot. 2007. V. 1. 2007. P. 395.
- 13. U. Keller // Appl. Phys. B. 2010. V. 100. P. 15.
- 14. П.Г. Крюков // УФН. 2013. Т.183. С.897.
- 15. S. L. McCall, E.L. Hahn. // Phys. Rev. 1969. V.183, P. 457.
- 16. Л. Аллен, Дж. Эберли. Оптический резонанс и двухуровневые атомы М.: Мир, 1978.
- 17. V. V. Kozlov // Phys. Rev. A. 1997. V. 56. P. 1607.
- 18. V.P. Kalosha et al. Opt. Lett. 1998. V. 23. P. 117.
- 19. M. A. Talukder, C. R. Menyuk // Phys. Rev. A. 2009. V. 79. P. 063841.
- 20. V.V. Kozlov et al. // Phys.Rev. A. 2011. V.84. P. 053810.
- 21. Р.М. Архипов и др. // письма в ЖЭТФ. 2015. Т.101. No 3. С. 164.
- 22. М.В. Архипов и др. // письма в ЖЭТФ. 2015. Т.101. No 4. С. 250.
- 23. R. M. Arkhipov et al. // Opt. Comm. 2016. V. 361. P. 73.
- 24. R. M. Arkhipov et al. // Opt. Lett. 2016. V. 41. P. 737.
- 25. M.V. Arkhipov et al. // Las. Phys. Lett. 2018. V.15. No 7. P. 075003
- 26. М.В. Архипов, Р.М. Архипов, А.А. Шимко и др. // письма в ЖЭТФ.2019. Т.109. No 10, в печати.

Квантовая интерференция неортогональных состояний фотонных СПР пар

Д.Н. Фроловцев, С.А. Магницкий Международный лазерный центр и Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова e-mail: frolovtsev@yandex.ru

Работа посвящена квантовой интерференции двух неортогональных сепарбельных поляризационных состояний фотонных пар. Теоретически и экспериментально получено, что перепутанность получаемых фотонных пар зависит от фазы между интерферирующими состояниями. Показано, что при определенном значении фазы перепутанность имеет максимально возможное значение, равное 1.

Квантовая интерференция – одна из центральных концепций квантовой механики. Интерференция двух поляризационных состояний («путей» рождения фотонной пары) наблюдается в том случае, если эти пути кроме как по поляризации фотонов принципиально ничем не отличаются.

Хорошо известно, что с помощью квантовой интерференции можно получить перепутанное состояние. Для этого берут два неразличимых в упомянутом выше смысле поляризационного состояния, например, $|HH\rangle$ и $|VV\rangle$, в которых каждый их фотонов пары имеет горизонтальную или вертикальную поляризацию, соответственно, и проводят их интерференцию[1]. Таким образом можно получить состояния, имеющие максимальную степень поляризационной перепутанности.

Хотя использование ортогональных состояний для получения перепутанного состояния давно является рутиной, интерференция неортогональных состояний и их перепутанность в научной литературе широко не обсуждалась, и вопрос о том, из каких квантовых состояний можно получить перепутанное состояние, нельзя считать полностью решенным.

Состояние $|\Psi\rangle$, получаемое путем интерференции состояний $|\Psi_1\rangle$ и $|\Psi_2\rangle$, можно выразить как

$$|\Psi\rangle \propto |\Psi_1\rangle + e^{i\phi}|\Psi_2\rangle \tag{1}$$

где ϕ – фаза между интерферирующими состояниями. В настоящей работе мы остановились на частном случае $|\Psi_1\rangle = |DD\rangle$ и $|\Psi_2\rangle = |VV\rangle$, где $|D\rangle = (|H\rangle + |V\rangle)/\sqrt{2}$ – линейная поляризация под 45° к горизонтальной и вертикальной поляризации. Соответствующие поляризационные состояния фотонной пары могут быть получены с помощью экспериментальной установки, схема которой показана на Рис. 1.

Фотонная пара с определенной поляризацией получается в результате спонтанного параметрического рассеяния (СПР) света в нелинейном кристалле BBO. Используется неколлинеарное вырожденное по частоте взаимодействие первого типа (еоо). Угол неколлинеарности составляет 0.7°. Рассеянные фотоны имеют обыкновенную поляризацию, и она может быть задана путем ориентации нелинейного кристалла. Если два нелинейных кристалла расположить последовательно, то можно добиться, чтобы рассеянные фотоны из обоих кристаллов распространялись вдоль одинаковых лучей, и состояния, генерируемые в нелинейных кристаллах, интерферировали. В силу того, что фаза генерируемого состояния определяется фазой накачки, путем изменения эллиптичности накачки можно менять фазу между интерферирующими состояниями. В качестве нелинейных кристаллов были использованы два кристалла Newlight Photonics BSBBO5025-405(I) толщиной 250 мкм. В качестве накачки используется излучение лазера Ondax LM-405-40, имеющего мощность 40 мВт и длину когерентности ~40 см, излучение которого последовательно проходит через сине-зеленый светофильтр C3C-21, телескоп из двух линз, коллимирующий излучение до расходимости порядка 1 мрад, призму Глана, полуволновую пластинку и фазовую пластинку, регулирующую ее эллиптичность. Далее оно может быть отражено от съемного зеркала для измерения параметров Стокса и определения фазовой задержки между состояниями, получаемыми в нелинейных кристаллах. При снятом зеркале накачка проходит через пластинку, компенсирующую двулучепреломление в первом нелинейном кристалле, и проходит через нелинейные кристаллы.

Матрица плотности получаемого поляризационного состояния фотонной пары определяется методом квантовой томографии[2]



Рис. 1. Схема экспериментальной установки для измерения зависимости поляризационного состояния бифотонной пары и его характеристик от фазы составляющих его интерферирующих состояний. ВВО – два нелинейных кристалла, ориентированных как показано на вставке (ВВО-1 и ВВО-2), Comp. plate – компенсатор двулучепреломления накачки в первом нелинейном кристалле, Phase plate – кварцевая пластинка, регулирующая эллиптичность накачки, $\lambda/2$, $\lambda/4$ и P – полуволновая, четвертьволновая пластинка и призма Глана, соответственно, PD – фотодиод, SPAD – детектор одиночных фотонов, TDC – время-цифровой преобразователь, SZS-21 и FBH810-10 –светофильтры, f=-30mm и f=100mm – линзы

Полученные результаты представлены на Рис. 2. В качестве меры перепутанности была выбрана Concurrence[3]. Некоторое уменьшение измеренной Concurrence по сравнению с теоретической объясняется наличием механизмов декогеренции[4], уменьшающей степень чистоты состояния и уменьшающей его перепутанность. Так же декогеренция приводит к уменьшению Fidelity. Тем не менее, экспериментальные результаты наглядно демонстрируют, что перепутанность зависит от фазы интерферирующих состояний (изменяется в около 2.7 раз). При этом в случае, если интерферирующие состояния находятся в противофазе, получается максимально перепутанное состояние (для чистого состояния)

Работа была выполнена при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики «Базис» (стипендия №18-2-6-189-1) и частично РФФИ (грант №18-02-00849)



Рис. 2. Зависимость меры перепутанности Concurrence (зеленый – эксперимент, синяя кривая – теория для чистого состояния) от фазы между интерферирующими состояниями. Оранжевыми точками обозначена Fidelity

- 1. P.G. Kwiat et al // Phys. Rev. A. 1999. V. 60. R773
- 2. D.F. James et al // Phys. Rev. A. 2005. V. 64. P. 052312
- 3. W.K. Wooters // Quant. Inf. & Comp. 2001. V. 1. No 1. P. 27
- 4. J.B. Altepeter et al // Opt. Expr. 2005. V. 13. No 22. P. 8951
- 5. D. Frolovtsev, S. Magnitskiy // Phys. Wave Phen. 2017. V. 25. No 3. P. 1
- 6. S. Magnitskiy, D. Frolovtsev et al // J. Russ. Las. Res. 2015. V. 36. No 6 P. 618

Исследование динамики интенсивных импульсов, распространяющихся в фотонно-кристаллическом оптическом волокне с градиентом дисперсии групповой скорости.

В.А. Халяпин.

ФГБОУ ВПО «Калининградский государственный технический университет», БФУ им. И. Канта slavasxi@gmail.com

В настоящей работе предложен подход описания динамики импульсов, распространяющихся в среде при учете вынужденного комбинационного саморассеяния (ВКС), туннельной ионизации, дисперсии третьего порядка и поглощения. Соответствующее уравнение получено в работах [1,2]

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \tau^2} - \frac{\beta_3}{6} \frac{\partial^3 \psi}{\partial \tau^3} - i\gamma \psi |\psi|^2 + \frac{\gamma}{\omega} \frac{\partial}{\partial \tau} (\psi |\psi|^2) + i\gamma T_R \psi \frac{\partial |\psi|^2}{\partial \tau} + \left(\alpha_1 + \frac{\beta}{2|\psi|^2} \partial \Theta(\delta)\right) \psi + i\eta \psi \int_{-\infty}^{\tau} \partial \Theta(\delta) d\tau = 0.$$
(1)

Здесь ψ — медленно меняющаяся огибающая, z- ось, вдоль которой распространяется сигнал, $\tau = t - z/v_g$ – время в сопутствующей системе координат, v_g – групповая скорость импульса на его центральной частоте ω , η – коэффициент, характеризующий туннельную ионизацию, $\delta = |\psi|^2 - |\psi|_{th}^2$, Θ – функция Хевисайда, $|\psi|_{th}^2$ – величина, пропорциональная пороговой интенсивности туннельной ионизации, α_1 – характеризует поглощение волновода, β – описывает нелинейное поглощение, сопровождающее ионизацию, β_2 – коэффициент дисперсию третьего порядка γ – коэффициент кубической нелинейности, T_R – характеризует вклад вынужденного комбинационного рассеяния. Коэффициент β_2 положителен, если центральная частота импульса лежит в области нормальной дисперсии групповой скорости и отрицателен в противоположном случае.

Анализ динамики параметров импульса проводился на основе метода моментов. В работе рассматривался случай солитонного распространения, когда огибающая импульса сохраняет форму гиперболического секанса

$$\psi = B \sec h \left(\frac{\tau - T}{\tau_p} \right) \exp \left[i \left(\varphi + \Omega \left(\tau - T \right) - C \frac{(\tau - T)^2}{2\tau_p^2} \right) \right], \tag{2}$$

где B-амплитуда сигнала, τ_p -его длительность, C-параметр, определяющий частотную модуляцию, T-временное запаздывание, ϕ -фаза и Ω -смещение центральной частоты сигнала. Все параметры зависят от координаты z. Определим моменты импульса, следуя [3]

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 d\tau, \qquad (3)$$

$$\widetilde{C} = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\tau - T\right) \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau}\right) d\tau, \qquad (4)$$

$$\sigma^{2} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T)^{2} |\psi|^{2} d\tau , \qquad (5)$$

$$T = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T) |\psi|^2 d\tau , \qquad (6)$$

$$\Omega = -\frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} \right) d\tau \,. \tag{7}$$

Здесь *E* – параметр, пропорциональный числу фотонов, $\tau_p^2 = 12\sigma^2 / \pi^2$, $C = 12\tilde{C} / \pi^2$.

Дифференцируя (3)–(7) по координате z и используя (1), получаем систему уравнений, из которой с учетом (2) находим

$$E_{z} = -2\alpha_{1}E - \beta \psi_{th}^{2} \tau_{p} \left(2 \left(\frac{B}{\psi_{th}} - 1 \right)^{3/2} \right), \tag{8}$$

$$\frac{d\Omega}{dz} = \frac{4\gamma E}{15\tau_p^3} \left(T_R - \frac{5C}{4\omega} \right) - \frac{\eta E}{3\tau_p} \left(1 - \frac{\psi_{th}^2}{B^2} \right)^{3/2},\tag{9}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\beta_2 \Omega + \frac{\beta_3}{2} \left(\frac{\left(1 + \pi^2 C^2 / 4\right)}{3\tau_p^2} + \Omega^2 \right) + \frac{\gamma E}{2\omega \tau_p}, \qquad (10)$$

Труды школы-семинара «Волны-2019». Когерентные и нелинейные волновые явления

$$\frac{d\tau_p^2}{dz} = 2C(\beta_2 - \beta_3 \Omega).$$
(11)

$$\frac{dC}{dz} = \left(\beta_2 - \beta_3 \Omega\right) \left(\frac{4/\pi^2 + C^2}{\tau_p^2}\right) + \frac{2\gamma E}{\pi^2 \tau_p} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega}\right),\tag{12}$$

Будем искать эволюцию параметров τ_p и Ω с помощью метода последовательных приближений. Используя (11) и полагая производную от *C* нулю, получаем из (12)

$$\Omega = \frac{|\beta_2|}{\beta_3} \left(\frac{\gamma \tau_p E}{2|\beta_2|} - 1 \right).$$
(13)

Поскольку на входе в среду начальное смещение частоты равно нулю ($\Omega_0 = 0$), то из (13) следует, что начальная энергия импульса E_0 соответствует известному значению для солитона НУШ $E_0 = 2|\beta_2|/\gamma\tau_0$. Будем учитывать зависимость коэффициента групповой дисперсии, от координаты z. Технически это осуществляется путем контроля за радиусом центрального отверстия волновода при его изготовлении [4]. Таким образом можно конструировать волокна с заданным профилем $|\beta_2|$, что используется как для компенсации поглощения [4], так и в системах компрессии импульсов [5]. Учитывая вышесказанное и подставляя (13), (8) в (9), получаем

$$\tau_{p}^{3} \frac{d\tau_{p}}{dz} = \frac{8\beta_{3}T_{R}}{15} - \frac{2\beta_{3}\eta\tau_{p}^{2}}{3\gamma} \left(1 - \frac{\psi_{th}^{2}}{B^{2}}\right)^{3/2} + \tau_{p}^{4} \left(2\alpha_{1} + \frac{\beta\psi_{th}^{2}\tau_{p}}{E} \left[2\left(\frac{B}{\psi_{th}} - 1\right)\right]^{3/2}\right) + \frac{2\tau_{p}^{3}}{\gamma E} \frac{\partial|\beta_{2}|}{\partial z}.$$
 (14)

Из (14) видно, что уменьшение групповой дисперсии $(\partial |\beta_2| / \partial z < 0)$ ведет к продольному сжатию сигнала. Рассмотрим режим, когда интенсивность импульса не значительно превышает пороговое значение туннельной ионизации. Пренебрежем так же ионизационным поглощением и собственным поглощением волновода, что справедливо на малых длинах распространения. Рассмотрим волновод, с профилем групповой дисперсии вида

$$\left|\beta_{2}\right| = \left|\beta_{20}\right| \left(1 - \frac{z}{L}\right),\tag{15}$$

где $|\beta_{20}|$ – определяет групповую дисперсию на входе в среду(z=0), L – характерная длина. Подставляя (15) в (14), получаем

$$\frac{d\tau_p}{dz} = F\left(\tau_p\right),\tag{16}$$

где

e $F(\tau_p) = \left(a - b\tau_p^2 \left(1 - \tau_p / \tau_{th}\right)^{3/2} - 2\left|\beta_{20}\right| \tau_p^3 / L\gamma E\right) / \tau_p^3, \qquad \tau_p / \tau_{th} = \psi_{th}^2 / B^2 \le 1$ и

 $a = 8\beta_3 T_R / 15$, $b = 2\beta_3 \eta / 3\gamma$. Из (16) можно получить условие стабилизации сигнала. Для этого нужно приравнять правую часть к нулю и определить соответствующее значение для длительности импульса. В этом режиме не сложно получить значения и других параметров, используя систему (8)-(12).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 19 – 02 – 00234а.

- 1. P. Hölzer et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 203902.
- 2. P. Hölzer et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 203901.
- 3. J. Santhanam, G. Agraval // Opt.Commun. A. 2003. V. 222. P. 413.
- 4. K. Tajima // Opt. Lett. 1986. V. 12. P. 54.
- 5. S.V. Chernikov, P.V. Mamyshev //Opt.Soc. Am. B. 1991. V. 8. P.1633.

Двухкомпонентные оптические пули в средах с комбинированной нелинейностью второго и третьего порядков

M.B. Комиссарова, М.В. Цыганов Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова cyganov.mv15@physics.msu.ru komissarova@physics.msu.ru

Расплывание оптических импульсов во времени и пространстве при распространении в среде, а также компенсация этих эффектов продолжает являться одной из самых актуальных проблем при изучении вопросов создания систем передачи информации.

В нелинейной оптике эта проблема часто решается при помощи использования сред с комбинированной нелинейностью. В качестве примера можно привести среды с конкурирующими фокусирующей и дефокусирующей нелинейностями [2, 9-10] без учета параметрического взаимодействия [11], в которых допускается распространение локальных структур, сохраняющих форму – солитонов.

В данной работе анализируется возможность формирования двухкомпонентных оптических пуль и их свойства в средах с комбинированной нелинейностью. Нами рассмотрены среды с нелинейностью второго и третьего порядков. Исследование проводится с помощью численного решения параболических уравнений, описывающих многочастотное взаимодействие электромагнитных волновых пакетов (параметрическое взаимодействие, самовоздействие) при одновременном учете дифракции, дисперсии и нелинейного отклика на внешнее поле.

Солитоны представляют из себя уединенные волны со специфичными, частицеподобными свойствами. Эти объекты вызывают существенный интерес среди ученых в последние несколько десятилетий. Одна из причин для подобного интереса возможность создания самоподдерживающихся полностью локализованных волн, пространственно-временные известных как солитоны, которые свободно распространялись бы в нелинейной среде. Такие саморзамкнутые двумерные и трехмерные моды являются результатом взаимодействия конкурирующих нелинейной самокомпрессии поля волны и линейных эффектов дифракции и дисперсии, служащих причиной расплывания волнового пакета в пространстве и во времени. В литературе оптические пространственно-временные солитоны часто называют "световыми пулями". Они могут иметь большое значение как для теоретических исследований, так и для практических приложений, таких как сверхбыстрые полностью оптические схемы вычислителей с тактовой частотой порядка нескольких терагерц[1].

В отличие от как правило стабильных одномерных солитонов, световые пули, будучи обычно двумерными или трехмерными, обладают довольно сильной нестабильностью в средах с Керровской (кубической) нелинейностью[3]. Эта самовоздействующая нелинейность за конечную дистанцию распространения приводит к формированию сингулярности, известной как критический и сверхкритический коллапс в двумерной и трехмерной геометрии соответственно. Тем не менее, существует множество механизмов, которые могут предотвратить дестабилизирующий волновой коллапс, например: нелокальная нелинейность[4], нелинейное насыщение[5], конкурирующие нелинейности[6], учет высших порядков дифракции и дисперсии[7], дисперсионная связь[8]. В настоящей работе мы анализируем воможность формирования и стабильного распространения световых пуль в средах с комбинированной квадратичной и кубичной нелинейностью для обеих гармоник (на основной и удвоенной частоте, предполагая малость эффекта самовоздействия на утроенной частоте).

В работе проводится численное решение (2D+1) параболических нелинейных уравнений, описывающих поведение огибающей импульса при его распространении вдоль выбранного направления. Фактически, решается следующая задача:

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + i \frac{c}{2n\omega} \frac{\partial^2 A_1}{\partial x^2} - i \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 A_1}{\partial \tau^2} = i \gamma A_1^* A_2 + i A_1 (\gamma_{11} | A_1|^2 + \gamma_{13} | A_2|^2)$$
(1)

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + i \frac{c}{4n\omega} \frac{\partial^2 A_2}{\partial x^2} - i\beta_2 \frac{\partial^2 A_2}{\partial \tau^2} = i\gamma A_1^2 + iA_2(\gamma_{31} | A_1|^2 + \gamma_{33} | A_2|^2)$$
(2)

Начальные условия:

$$A_{1}(z=0) = A_{0}ch^{-2}\left(\frac{x}{2R_{0}}\right)ch^{-2}\left(\frac{\tau}{2\tau_{p}}\right)$$
(3)

$$A_{2}(z=0) = \frac{A_{0}}{2}ch^{-2}\left(\frac{x}{2R_{0}}\right)ch^{-2}\left(\frac{\tau}{2\tau_{p}}\right)$$
(4)

Получены результаты для нормальной и аномальной дисперсии с самофокусирующей и самодефокусирующей нелинейностью третьего порядка.

- 1. R. McLeod et al. // Phys. Rev. A 52, 3254 (1995).
- 2. S. V. Sazonov et al. // Phys. Rev. E 96, 022208, (2017).
- 3. L. Bergé, Phys. Rep. 303, 259 (1998).
- 4. S. K. Turitsyn // Theor. Math. Phys. 64, 797 (1985).
- 5. D. E. Edmundson et al. // Opt. Lett. 17, 586 (1992).
- 6. D. Mihalache et al. // Phys. Rev. Lett. 88, 073902 (2002).
- 7. G. Fibich et al. //
- 8. Y. V. Kartashov et al. // Opt. Lett. 40, 1045 (2015).
- 9. Yuri S. Kivshar, Govind P. Agrawal "Optical solitons" Academic Press, (2003).
- 10. D. Mihalache // Rom. Journ. Phys., Vol. 57, Nos. 1–2, P. 352–371, Bucharest, (2012).
- 11. D. Mihalache et al. // Physical Review E 66, 016613, (2002).
- 12. D. Mihalache et al. // Physical Review Letters, vol.88 №7, (2002).