

## ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ И ТЕЧЕНИЯ

<b>О влиянии поверхностно-активного вещества на вибрационную неустойчивость вязкого слоя жидкости</b> <i>А.В. Апарнева, Д.Ф. Белоножко</i> .....	2
<b>Формирование весеннего термобара в водоеме со сложным рельефом дна (на примере Ладожского озера)</b> <i>Н.С. Блохина, Д.И. Селин</i> .....	5
<b>Натурные исследования особенностей ветро-волнового взаимодействия при малых значениях разгона волн</b> <i>Г.А. Байдаков, А.А. Кандауров, А.М. Кузнецова, Д.А. Сергеев, Ю.И. Троицкая</i> .....	8
<b>Внутренние волны на шельфе Черного моря</b> <i>И.И. Иванова, В.Д. Шлычков</i> .....	11
<b>О движении жидких частиц при распространении волнового пакета по свободной поверхности жидкости</b> <i>А.А. Очиров</i> .....	14
<b>Волны убийцы в океане, гипотезы, свойства и механизмы</b> <i>М.Е. Мазуров</i> .....	18
<b>Размыв дна канала подковообразными вихрями в потоке воды</b> <i>О.Н. Мельникова, К.В. Показеев</i> .....	22
<b>Генерация волн в атмосфере посредством ионизации</b> <i>С.П. Перов, В.И. Уйбо, В.П. Челибанов, К.В. Показеев, Н.С. Сидоренков</i> .....	26
<b>Синхронизация волн в гелиосфере и геосферах посредством приливов</b> <i>С.П. Перов, Н.С. Сидоренков, А.С. Перов, К.В. Показеев</i> .....	28
<b>Развитие новых подходов к исследованию процесса выноса поверхностно-активных веществ всплывающими в жидкости пузырьками газа в природных и технических системах</b> <i>М.В. Смирнова, И.А. Капустин</i> .....	32
<b>Трехволновой резонанс в двумерной стационарной задаче газовой динамики</b> <i>А.Н. Голубятников, Д.В. Украинский</i> .....	35

## О влиянии поверхностно-активного вещества на вибрационную неустойчивость вязкого слоя жидкости

А.В. Апарнева, Д.Ф. Белоношко

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

[Belonozhko@mail.ru](mailto:Belonozhko@mail.ru)

**Введение.** Анализ поведения поверхности жидкости в вибрационных полях – один из важнейших разделов теории гидродинамических неустойчивостей. В случае горизонтального жидкого слоя, совершающего вертикальные вибрации, принято говорить о неустойчивости Фарадея. В работах по её изучению наиболее пристальное внимание традиционно уделяется роли вязкости [1–3], часто в сочетании с различными дополнительными динамическими эффектами [4–7]. Настоящая работа посвящена аналитическому асимптотическому анализу влияния пленки поверхностно-активного вещества (ПАВ) на условия развития неустойчивости плоской поверхности вязкой жидкости, совершающей вертикальные гармонические колебания.

**Математическая формулировка задачи.** Задача решалась в декартовой прямоугольной системе координат  $Oxyz$  с осью  $Ox$ , направленной горизонтально, вдоль направления распространения волны, и осью  $Oz$ , направленной вертикально вверх, против направления действия поля силы тяжести  $\mathbf{g}$ . Для простоты течение жидкости считалось не зависящим от горизонтальной координаты  $y$ , а сама жидкость полагалась бесконечно глубокой. Равновесная концентрация ПАВ  $\Gamma_0$  и соответствующее ей равновесное значение поверхностного натяжения  $\gamma_0$  на поверхности слоя полагались известными. Эффективность влияния ПАВ на упругие свойства поверхности характеризовалось параметром упругости пленки  $\varepsilon = \Gamma_0(d\gamma/d\Gamma) < 0$ , который пропорционален тангенсу угла наклона изотермы, изображающей зависимость поверхностного натяжения от концентрации ПАВ [8]. Задача состояла в исследовании устойчивости рассматриваемой системы по отношению к малым возмущениям  $z = \xi(t, x)$  поверхности жидкости. В первом приближении по малому параметру, пропорциональному отношению амплитуды возмущения к его длине математическая формулировка задачи имеет вид:

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \vec{U}; \quad (\nabla \cdot \vec{U}) = 0. \quad (1)$$

$$z = 0: \quad \frac{\partial \xi}{\partial t} = v_z; \quad -\frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} = -\frac{\chi}{\nu} \frac{\partial^2 \Gamma_1}{\partial x^2}; \quad \frac{\partial \Gamma_1}{\partial t} + \Gamma_0 \frac{\partial v_x}{\partial x} = 0; \quad (2)$$

$$-\rho \xi \left( 1 - \frac{4a\omega^2}{g} \cos(2\omega t) \right) g + p - 2\rho \nu \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\gamma_0 \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} \right);$$
$$z \rightarrow -\infty: \quad \vec{U} \rightarrow 0 \quad (3)$$

Здесь  $\vec{U} = v_x \vec{e}_x + v_z \vec{e}_z$  – поле скоростей в жидкости,  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_z$  – единичные орты осей  $Ox$ ,  $Oz$ ,  $p$  – давление внутри жидкости,  $\rho$  – плотность жидкости,  $\nu$  – коэффициент кинематической вязкости,  $t$  – время. Слагаемое  $-4a\omega^2 \cos(2\omega t)$  описывает отнесенную к единице массы силу инерции, возникающую благодаря неинерциальности системы отсчета.  $\omega = \pi f$  – половина круговой частоты осцилляций,  $a$  – их амплитуда;  $f$  –

половина циклической частоты.  $\gamma = \gamma(\Gamma)$  – коэффициент поверхностного натяжения,  $\Gamma$  – поверхностная концентрация вещества, представленная слагаемыми нулевого и первого порядка малости  $\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_1$ , где  $\Gamma_1$  – добавка первого порядка малости к равновесной поверхностной концентрации ПАВ, которая равна  $\Gamma_1 = \text{Const} \exp(ikx)$ . На глубине использовалось условие полного затухания движения (3).

**Уравнение первой области устойчивости.** Решение искалось в виде  $\xi = \zeta(t) \exp(ikx)$ ,  $p = P(t, z) \exp(ikx)$ ,  $v_x = h(t, z) \exp(ikx)$ ,  $v_z = w(t, z) \exp(ikx)$ ,  $\Gamma_1 = G(z) \exp(ikx)$ , где  $k$  – волновое число поверхностного возмущения. Амплитудный множитель  $G(z)$  в выражении для  $\Gamma_1$  определялся из закона сохранения вещества [8], он равен  $G(z) = -\Gamma_0 \partial_x v_x = \Gamma_0 \partial_z w$ . После обезразмеривания, в котором  $\rho = g = \gamma_0 = 1$ , и исключения из уравнений и граничных условий горизонтальной компоненты скорости выражения (1) – (3) сводятся к новой системе соотношений:

$$z < 0: \omega \frac{\partial w}{\partial t} = -kp + v \left( \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} - k^2 w \right); \quad (4)$$

$$z = 0: \omega \frac{\partial \zeta}{\partial t} = w; \quad \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + k^2 w = -\frac{\chi}{v} \Gamma_0 k^2 \frac{\partial w}{\partial z}; \quad -4a\omega^2 \zeta \cos(2t) + 2v \frac{\partial w}{\partial z} = -\zeta(1 + k^2) + p; \quad (5)$$

$$z \rightarrow -\infty: w \rightarrow 0. \quad (6)$$

С учетом граничных условий (5) уравнение (4) при  $z = 0$  преобразуется к новому виду (точкой обозначено дифференцирование по времени):

$$\omega^2 \ddot{\zeta} + 2k^2 v \omega \dot{\zeta} + \zeta (k^3 + k - 4ka\omega^2 \cos(2t)) = - \left( 2vk + \chi k^2 \Gamma_0 \right) \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)_{z=0} \quad (7)$$

Соотношение (7), в котором  $w(t, z)$  – решение уравнения (4), представляет собой уравнение на амплитуду поверхностного возмущения  $\zeta(t)$ , подверженного параметрическому воздействию. По схеме, подробно описанной в работе [3], посредством усреднения задачи по бесконечному промежутку времени, определялись условия устойчивого и неустойчивого поведения переменной  $\zeta(t)$ . Выяснилось, что на плоскости параметров  $(\Omega^2, q)$ , где  $\Omega^2 = (k^3 + k)/\omega^2$ ,  $q = 2ak$ , выделяются языкообразные области неустойчивости, подобные тем, что известны из теории уравнения Матье. Для описания границы наиболее важной для практических приложений первой зоны неустойчивости были построены аналитические асимптотические выражения:

$$\frac{q^2}{16\delta^2(1+\beta)^2} + \frac{\sqrt{2}(1+2\beta)}{4\sqrt{\delta}(1+\beta)^2}(-1+\Omega^2) - \frac{(-1+\Omega^2)^2}{16\delta^2(1+\beta)^2} = 1, \quad (10)$$

где  $\delta = vk^2/\omega$ ,  $\beta = \varepsilon k/4v$ ,  $\varepsilon = \chi \Gamma_0$ .

Кривая (10) имеет минимум при  $\Omega^2 = \Omega_*^2$ ,  $q = q_*$ :

$$\Omega_*^2 \approx 1 + 2\sqrt{2}(1+2\beta)\delta^{3/2}; \quad q_* \approx 4(1+\beta)\delta.$$

В отсутствие пленки ПАВ ( $\varepsilon=0$ ) выражения (11) сводятся к соотношениям, полученным в монографии [2] с помощью теории Флоке и подтвержденным в статье [3] расчетами теории усреднения.

**Анализ решения.** При отсутствии вибрации влияние пленки ПАВ сводится к усилению затухания капиллярно-гравитационных волн на поверхности жидкости. На практике за счет постепенного увеличения поверхностной концентрации ПАВ, несложно прийти к значению  $\varepsilon$ , при котором демпфирование капиллярно-гравитационных волн с заданным волновым числом  $k$  оказывается наиболее сильным. Именно для такого значения  $\varepsilon$  анализировался вид границы первой зоны устойчивости (10). Результат сравнивался с условиями появления ряби Фарадея при отсутствии пленки ПАВ. Безразмерная вязкость жидкости полагалась равной  $\nu=0.002$ , что в размерных переменных соответствует вязкости воды.

Кривые вида (10) на плоскости параметров  $(\Omega^2, q)$  анализировались при различных значениях волнового числа  $k$ . Выяснилось, что нанесение пленки ПАВ существенно увеличивает пороговое значение амплитуды вибраций, выше которого возмущения с заданным волновым числом становятся неустойчивыми и трансформируются в рябь Фарадея. Расчеты показали, что этот эффект наиболее сильно выражен для коротких волн ( $k > 1$ ) и ослабевает с переходом в длинноволновую область  $k < 1$ . Для коротких волн пороговое значение амплитуды вибраций в случае жидкости покрытой пленкой ПАВ может оказаться в несколько раз выше значения, соответствующего чистой поверхности.

**Заключение.** С помощью метода усреднения по бесконечному промежутку времени решена задача аналитического асимптотического расчета условий устойчивости совершающей вертикальные гармонические колебания плоской поверхности вязкой жидкости, покрытой пленкой поверхностно-активного вещества. Установлено, что нанесение такой пленки на поверхность жидкости способствует значительному росту пороговой амплитуды колебаний, выше которой её поверхность дестабилизируется с образованием ряби Фарадея. Пленки поверхностно-активных веществ особенно эффективны для подавления коротковолновой ряби, возникающей на поверхности жидкости в вибрационном поле.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E.G.T. Bosch “An experimental investigation of Faraday waves and spatio-temporal chaos”. Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 1995.
2. Д.В. Любимов, Любимова Т.П., Черепанов А.А. “Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях”. М.: Физматлит, 2003.
3. Д.Ф. Белоножко, А.В. Апарнева // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2017. № 6. 1760401
4. M. Bestehorn, A. Pototsky // Phys. Rev. Fluids. 2016. V. 1. 063905.
5. S.V. Diwakar et al. // Phys. Fluids. 2015. V. 27. 084111.
6. Stephen L. Strickland, Michael Shearer and Karen E. Daniels // J. Fluid Mech. 2015. V. 777. pp. 523.
7. А.В. Микисhev, А.А. Непомняшчы // Phys. Fluids. 2013. V 25. N 5. 054109.
8. Д.Ф. Белоножко, А.И. Григорьев // ЖТФ. 2004. Т. 74. Вып. 11. С. 22
9. Ю.А. Митропольский, А.Н. Филатов // Украинский математический журнал. 1972. Т. 24. № 1. С. 30.

## Формирование весеннего термобара в водоеме со сложным рельефом дна (на примере Ладожского озера)

Н.С. Блохина, Д.И. Селин  
Физический факультет МГУ  
[blokhinans@gmail.com](mailto:blokhinans@gmail.com)

Формирование термических и динамических полей в пресных водоемах весной и осенью связано с формированием и развитием в них термобара (ТБ). Термобар представляет собой вертикальный фронтальный раздел от поверхности до дна с температурой максимальной плотности воды (для пресной воды  $T_{\max}=4^{\circ}\text{C}$ ). Весенний термобар формируется у берега водоема при достижении поверхностных вод температуры  $4^{\circ}\text{C}$ . По мере прогрева водоема он распространяется к его центру и исчезает при превышении температуры поверхности водоема  $4^{\circ}\text{C}$ . В глубоких водоемах он может существовать несколько месяцев. Ограничивая обмен веществом и энергией между водами по разные стороны от ТБ, он определяет термодинамическое и экологическое состояние водного объекта. Термический бар определяет временные различия пространственного распределения планктонных сообществ, рыб, птиц и млекопитающих в водоемах. В частности весной нерпа мигрирует в Ладожском озере в наиболее прогретых водах вслед за ТБ. Все это говорит о важности изучения динамики распространения ТБ в водоемах и необходимости прогнозировать его месторасположение по акватории водоема.

Многочисленные изменения на озерах показали, что на и формирование и развитие термобара огромное влияние оказывает не только гидрометеорологическая ситуация, но и форма, размеры и рельеф дна озёрной котловины. Однако влияние морфологических особенностей дна водоема на распространение ТБ ранее не проводилось.

В работе с помощью математического моделирования [1,2] получены зависимости скорости распространения весеннего термобара в озере с учетом глубины и наклона его дна. Это позволило, используя количественные характеристики подводного рельефа (уклонов и глубин дна) Ладожского озера [3] построить изолинии пространственно-временной изменчивости местоположения термобара по акватории водоема.

Исходя из того, что движение вдоль фронта термобара однородно, рассматривалась плоская задача. Для моделирования влияния морфология дна водоема на динамические характеристики термобара исследовалось движение вязкой несжимаемой жидкости в двумерной прямоугольной области с наклонной правой границей. Решалась система уравнений Навье-Стокса в приближении Буссинеска и уравнение теплопроводности в переменных функции тока  $\psi$  и вихря  $\varphi$  (2)-(4) с учетом аномальной зависимости плотности пресной воды от температуры в районе  $4^{\circ}\text{C}$  (1):

$$\rho(T) = \rho_0(4^{\circ}\text{C}) - \rho_0(4^{\circ}\text{C})\gamma(T - 4^{\circ}\text{C})^2. \quad (1)$$

Здесь  $T$  – температура и  $\rho$  – плотность воды;  $\rho_0$  – плотность воды при  $4^{\circ}\text{C}$ ;  $\gamma=0.000085^{\circ}\text{C}^{-2}$ .

В безразмерном виде система уравнений и уравнение замыкания для коэффициента турбулентной вязкости имели вид:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial \varphi}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_3} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} \right) - 2(T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \frac{\partial T}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi}{\partial x_2} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right) = \mu \left( \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_3^2} \right) \quad (3)$$

$$\Delta \psi = \varphi. \quad (4)$$

$$\mu^2 = \frac{C^3}{s} \int_S \left[ 4 \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2 \partial x_3} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_3^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_2^2} \right)^2 - (T - T_4) \frac{\partial T}{\partial x_3} \right] ds \quad (5)$$

Здесь  $\mu = \nu_T / H \sqrt{gH}$  - безразмерный коэффициент турбулентной вязкости,  $T_4$  - безразмерное значение температуры максимальной плотности пресной воды,  $g$  - ускорение свободного падения,  $\gamma$  - коэффициент в формуле (1),  $s$  - площадь области решения задачи,  $C$  - эмпирический коэффициент.

Граничные условия задавались следующим образом. На дне водоема и правой наклонной боковой границе - условия прилипания и непроницаемости для скорости и отсутствия потока тепла соответственно. На левой границе - условие симметрии для всех переменных. На верхней границе задавали условие свободной поверхности для скорости и тепловой поток, состоящий из явного и скрытого потоков тепла, прямой солнечной радиации, длинноволнового излучения. Задача решалась численно.

Рассматривались водоёмы глубиной  $H$  от 8 м до 192 м и шириной  $L_l=4000$  м (половина водоёма). Угол наклона дна водоема  $\alpha$  изменялся от  $0.715^\circ$  до  $11.44^\circ$ . Температура атмосферы принималась равной  $T_a=20^\circ\text{C}$ , а относительная влажность воздуха  $f=60$  и  $95$  %. Поток прямой солнечной радиации, поступающий на поверхность водоема равнялся  $Q_R=700$  и  $500$  Вт/м<sup>2</sup>. Данные параметры соответствуют морфологической характеристике подводного рельефа (уклонов и глубин дна) Ладожского озера, а так же метеорологическим параметрам атмосферы в мае - июне.

Результаты расчетов скоростей  $V$  перемещения термобара для разных глубин водоема и углов наклона прибрежной зоны  $\alpha = 0.715^\circ$  и  $11.44^\circ$  представлены на Рис.1. Аналогичные зависимости при промежуточных углах  $\alpha$  лежат между этими кривыми.

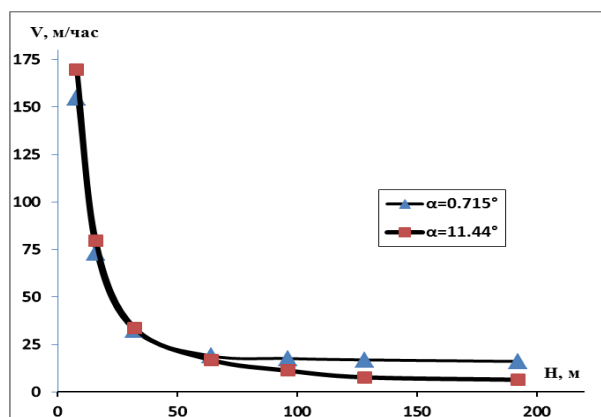


Рис.1. Скорость  $V$  перемещения термобара в зависимости от глубины водоема при углах наклона прибрежной зоны  $\alpha = 0.715^\circ$  и  $11.44^\circ$  и относительной влажности воздуха  $f=60\%$ .

Наблюдается три характерных интервала изменения скорости перемещения ТБ в зависимости от глубины водоема: (1) Линейное увеличение скорости  $V$  до глубин 20 м, (2) квадратичная зависимость - от 20 до 64 м, и (3) линейная область ее изменения в диапазоне глубин от 96 до 192 м.

В интервале рассчитанных углов и при заданных гидрометеорологических параметрах получено, что ТБ быстрее перемещается при малой глубине водоема и большом угле наклоне дна. Разница для максимальных и минимальных  $\alpha$  при  $H=8\text{м}$  составляет 8% (14.9 м/ч). С увеличением глубины водоема, скорости распространения ТБ для разных углов  $\alpha$  приближаются и при глубине  $H=32\text{м}$  они становятся одинаковыми. Дальнейшее увеличение  $H$  приводит к тому, что скорости движения ТБ больше при малых  $\alpha$ . Так при  $H=192\text{ м}$  и  $\alpha = 0.715^\circ$   $V=16,1\text{ м/ч}$ , а при  $\alpha = 11.44^\circ$  в 2.5 меньше раза.

Используя данные о распределении глубин и углов наклона дна [3] и результаты расчетов скорости перемещения ТБ, построены изолинии положения зоны термобара (изотермы  $4^\circ\text{C}$ ) на поверхности Ладожского озера в период с 15 мая по 15 июля. Из-за сложности рельефа дна были усреднены отдельные его участки по глубине. На Рис.2 представлены пространственно-временное расположение изотермы  $4^\circ\text{C}$  по акватории Ладожского озера по результатам расчетов (левая картина) и натурным наблюдениям (правая картина) Видно хорошее качественное согласие результатов моделирования и натурных наблюдений. Расхождения в представленных картинах связаны: (1) с использованием осредненных глубин водоема и наклонов его дна; (2) с использованием при моделировании постоянных значения метеорологических параметров; (3) с не учётом в расчетах ветрового воздействия на водоем, которое может способствовать как увеличению, так и уменьшению скорости распространению ТБ; (4) с представлением на Рис.1 карты среднеголетних расположения ТБ в мае-июне.

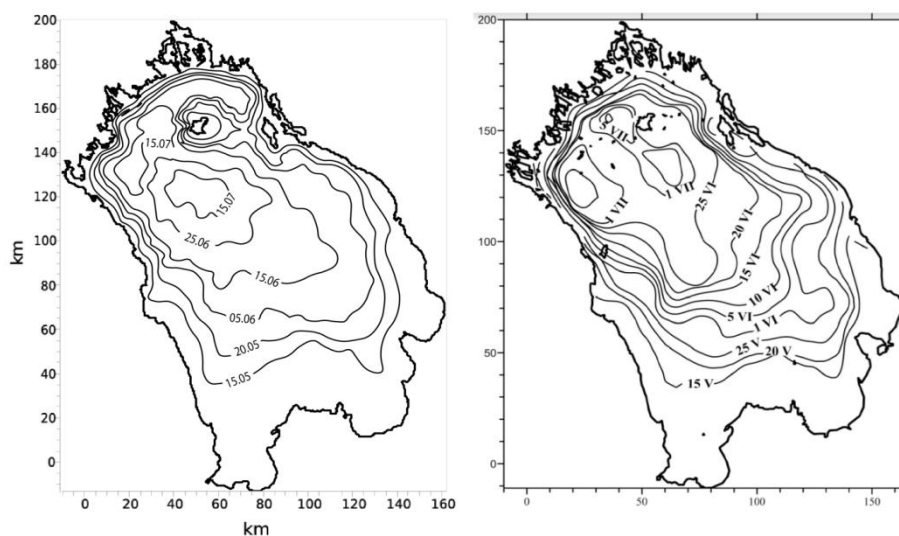


Рис.2. Пространственно-временное расположение термобара (изотермы  $4^\circ\text{C}$ ) по акватории Ладожского озера по результатам расчетов (левая картинка) и среднеголетнее расположение ТБ по данным натурных наблюдений (правая картинка)

## ЛИТЕРАТУРА

1. Н.С. Блохина, А.Е. Орданович, О.С. Савельева // Вод. ресурсы. 2001. 28, № 2. С. 224. (DOI:10.1023/A:1010339919712).
2. Н.С. Блохина, А.В. Овчинникова, А.Е. Орданович // Вестн. Моск. ун-та. Физ. Астрон. 2002. № 2. С. 60.
3. М.А. Науменко // Известия Российской академии наук. Серия географическая. 2013. № 1. С. 62-72.

## Натурные исследования особенностей ветро-волнового взаимодействия при малых значениях разгона волн

Г.А. Байдаков<sup>1,2</sup>, А.А. Кандауров<sup>1,2</sup>, А.М. Кузнецова<sup>1,2</sup>, Д.А. Сергеев<sup>1,2</sup>,  
Ю.И. Троицкая<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной физики РАН

<sup>2</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского  
[baydakov@ipfran.ru](mailto:baydakov@ipfran.ru)

Доклад посвящен серии натурных экспериментов по исследованию особенностей ветро-волнового взаимодействия в условиях коротких разгонов волн. Измерения проводились на акватории Горьковского водохранилища (р. Волга) с мая по октябрь в 2016-2017 годах.

Измерительная аппаратура размещалась на автономной буйковой станции – оригинальной разработке коллектива авторов на базе океанографической вежи Фруда. По сравнению с измерениями, описанными в [1], вежа была модифицирована. Чтобы исключить влияние судна на процесс измерения, измерительный комплекс был автономизирован. Вежа удерживается якорем и неподвижна при стабильном направлении ветра. Резкое изменение направления ветра вызывает движение вежи в радиусе 20-25 м (в зависимости от глубины) от положения якоря на дне со скоростью 0.1-0.3 м/с при скорости ветра  $U_{10} = 9$  м/с.

Оценка показала, что для проведенных экспериментов масштаб Монина-Обухова составлял от 7 до 83 метров, что значительно превышает высоту области измерений (от 0,75м при обработке данных с двух нижних датчиков до 5,27м для всех датчиков скорости). Поэтому в качестве автомодельной функции для аппроксимации профиля скорости ветра была выбрана логарифмическая зависимость

$$U(z) = u_* / \kappa \ln(z / z_0), \text{ Ошибка! Закладка не определена.}$$

где  $\kappa = 0,4$  – постоянная Кармана, а скорость трения  $u_*$  и параметр шероховатости  $z_0$  – параметры аппроксимации.

Была определена зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления водной поверхности  $C_D$  от скорости ветра, приведенной к стандартной метеорологической высоте 10 м –  $U_{10}$ . Полученные результаты были аппроксимированы простой аналитической зависимостью, и предложена параметризация:

$$C_D(U_{10}) = 0.0019U_{10}^{-1} + 0.0004 + 0.000067U_{10} \text{ Ошибка! Закладка не определена.}$$

Для регистрации возвышения водной поверхности использовалась система трех струнных волнографов. Она состоит из трех струнных резистивных датчиков, расположенных в вершинах равностороннего треугольника со стороной 62 мм, частота опроса равна 100 Гц. Каждый волнограф представляет собой две параллельные никелевые проволоки длиной 1,5 м, полупогруженные в воду. Расстояние между проволоками примерно равно 7 мм. Сопротивление системы из двух струн и воды между ними зависит от глубины их погружения, определяемой текущим возвышением взволнованной поверхности. Это сопротивление, включенное в цепь обратной связи усилителя, определяет его коэффициент передачи. Алгоритм обработки сигналов, получаемых с прибора, использует преобразование Фурье и подробно описан в [2] (в [3] приведен аналогичный алгоритм, использующий вейвлет-преобразование).



С применением данного алгоритма были получены пространственно-временные спектры поверхностного волнения. Анализ результатов показал соответствие максимумов спектров  $S(\omega, k)$  дисперсионному соотношению  $\omega = \sqrt{gk}$ . Была проведена оценка ширины углового спектра

$$\sigma_{k,\vartheta}^2 = \frac{\int \vartheta^2 S(k_p, \vartheta) d\vartheta}{\int S(k_p, \vartheta) d\vartheta}, \text{Ошибка! Закладка не определена.}$$

здесь  $S(k_p, \vartheta)$  – угловое распределение для волнового числа, соответствующего максимуму спектра. Она показала, что ширина пика спектра не зависит от скорости ветра и равна  $33^\circ \pm 9^\circ$ . Отметим, что в случае характерного для морских условий (см., например, [4]) углового распределения волновых векторов  $S(k_*, \vartheta) \sim \cos^2 \vartheta$  (здесь  $k_*$  – текущий модуль волнового числа,  $\vartheta \in [-180^\circ; 180^\circ]$ ) вычисленная аналогичным (3) образом ширина составляет  $32.5^\circ$ . Таким образом, ширина углового распределения волновых векторов в условиях водохранилища соответствует значениям, характерным для морских условий

На рисунке 1 показаны типичные примеры одномерных частотных и пространственных спектров. Необходимо заметить, что они имеют асимптотики  $f^{-5}$  и  $k^{-3}$ , что соответствует спектру насыщения Филлипса[5], а не типичному для условий океана спектру Тобы[6]. Отметим, что в океанических условиях при сильных ветрах может наблюдаться два наклона:  $f^{-4}$  в «низкочастотной» (после пика) части спектра и  $f^{-5}$  – в высокочастотной. В условиях водохранилища наклон  $f^{-4}$  не наблюдается, что говорит о сильной нелинейности волн и их основном механизме диссипации – нелинейное ограничении амплитуды за счет обрушения.

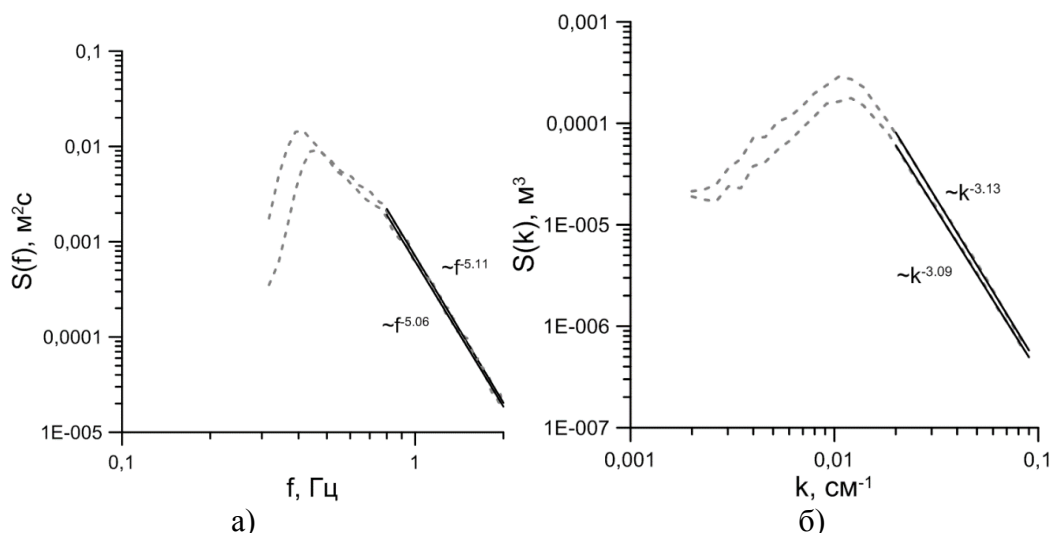


Рис.10.0. Усредненные за 60 минут частотный (а) и пространственный (б) спектры волнения для скорости ветра  $U_{10} = 6-7 \text{ м/с}$ .

По аналогии с [4] были определены константы насыщения спектров, их зависимость параметра возраста волнения  $U_{10}/c_p$  показана на рисунке 2. Фазовая скорость спектрального пика, входящая в выражение для параметра возраста волнения,

определялась как  $c_p = \omega_p / k_p$ . Кроме этого, на рисунке приведены результаты измерений на Высокоскоростном ветро-волновом канале (ВСВВК) ИПФ РАН [2]. Линиями на графике показаны модельная функция из [4]

$$\alpha = 0.003(U_{10}/c_p)^{0.55} \text{ Ошибка! Закладка не определена.}$$

и аппроксимация данных описываемого натурального эксперимента аналогичной функцией

$$\alpha = 0.004(U_{10}/c_p)^{0.44} \text{ .Ошибка! Закладка не определена.}$$

Функции (4) и (5) имеют малое отличие в области сверх-молодого волнения  $U_{10}/c_p = 10 \div 30$  и одинаково хорошо описывают результаты лабораторного моделирования. Однако, в области  $U_{10}/c_p \sim 1$ , соответствующей полностью развитому волнению либо волнам зыби при стихающем ветре, их отличие составляет 33%.

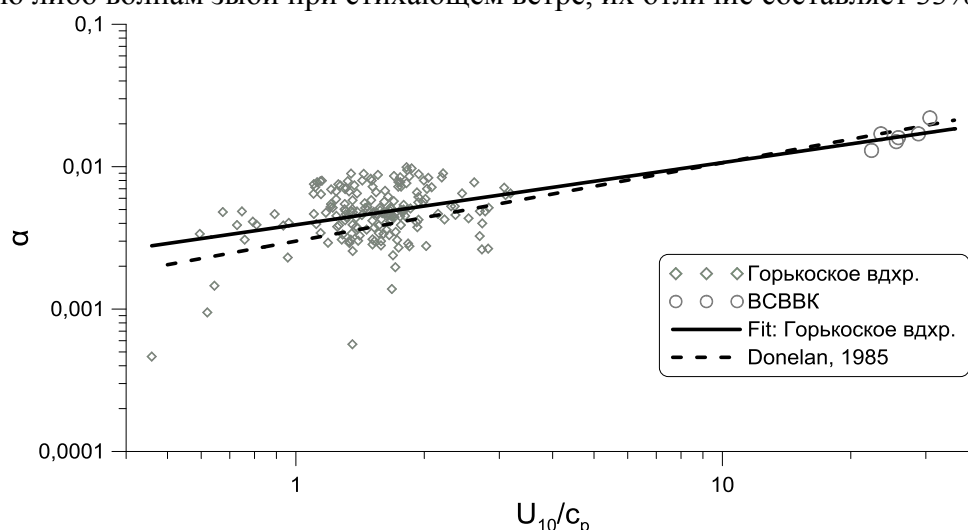


Рис. 2. Зависимость коэффициента насыщения  $\alpha$  от параметра возраста волнения.  $\diamond$  – результаты натурального эксперимента,  $\circ$  – результаты лабораторного эксперимента [2], пунктирная линия – функция (4), сплошная линия – функция (5).

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ (номера проектов 17-05-41117, 18-35-00602). Проведение натурных измерений поддержано грантом РНФ №15-17-20009.

## ЛИТЕРАТУРА

1. A. Kuznetsova et al. // Adv. Meteorol. 2016. Vol. 2016. P. Article ID 8539127, 13 pages.
2. Y.I. Troitskaya et al. // J. Geophys. Res. Ocean. 2012. Vol. 117, № C11. P. C00J21.
3. M.A. Donelan. // J. Phys. Oceanogr. 1996. Vol. 26, № 9. P. 1901–1914.
4. M.A. Donelan, J. Hamilton, W.H. Hui // Philos Trans R Soc -A, 1985. Vol. 315, № 1534. P. 509–562.
5. O.M. Phillips // J. Fluid Mech. 1985. Vol. 156. P. 505–531.
6. Y. Toba // J. Ocean. Soc. Japan. 1972. Vol. 28. P. 109–121.

## **Внутренние волны на шельфе Черного моря**

И.И. Иванова, В.Д. Шлычков

*МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет*

[ivair@yandex.ru](mailto:ivair@yandex.ru)

Внутренние волны в стратифицированных водохранилищах, озерах и морях могут серьезно влиять на структуры полей скорости и параметров состава воды, динамику систем стратифицированных течений и апвеллингов. Внутренние волны - важный элемент динамической структуры океана, они воздействуют на его «среднее» состояние путем перемешивания, горизонтального и вертикального переноса импульса и энергии. Источником их возникновения могут быть приливы, колебания атмосферного давления, воздействие ветра, подводные землетрясения, обтекание течениями неровностей дна, антропогенные воздействия и т.п. [1]. В прибрежных акваториях океанов и приливных морей преобладают внутренние волны, возникающие при взаимодействии приливных течений с краем шельфа. Особый интерес представляет изучение внутренних волн второй моды, которые уникальны тем, что способны переносить массу вдоль границы раздела в стратифицированных жидкостях [2]. Цель данной работы - изучение пространственно-временных характеристик внутренних волн в шельфовой зоне Черного моря, исследование механизма их генерации.

### **Объект, аппаратура и методика исследований**

Измерения производились на стационарной океанографической платформе (пос. Кацевели) Экспериментального отделения Морского гидрофизического института г. Севастополь в августе 2017 г. Температура воды измерялась с помощью 29 метровый термоксы iceТС60/40 с закрепленными на ней 19 датчиками измерения температуры. От поверхности до глубины 11 метров датчики располагались через 1 метр, далее через 2 метра. Всего были получены данные по непрерывному измерению температуры за 30 дней. Одновременно с изменениями температуры рассматривались скорость ветра и его направление в районе полигона.

### **Динамика термоклина.**

При нагонном ветре термоклин заглублялся, при сгонном происходило его поднятие. Длительное воздействие нагонного ветра приводило к однородному распределению температуры во всей толще воды. Действие в течении нескольких дней сгонного ветра восстанавливало стратификацию, при этом наблюдались периодические колебания термоклина. Наиболее значимые колебания термоклина были получены в период в период длительного действия сгонного ветра с 22 по 27 августа. Для определения периодов колебаний самого термоклина и температуры на разных горизонтах использовалось быстрое преобразование Фурье.

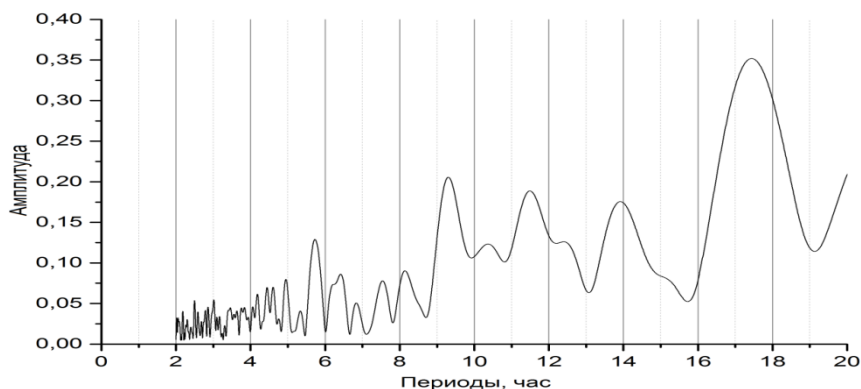


Рис. 1. Фурье-спектр для температуры, измеренной с 22 по 27 августа.

В таб.1 приводятся основные параметры колебаний, которые можно выделить на рис. 1.

Таблица 1

Период колебаний, ч	Глубина залегания термоклина, м	Амплитуда, м
17.5	20	8-10
9	24	5
6	Менялась от 19 до 24	$\leq 3$

Период колебаний термоклина с периодом 17.5 часов соответствует периоду колебаний инерционных волн для Черного моря, который меняется с широтой  $\phi$  как  $12\text{ч}/\sin\phi$ . Однако, амплитуда наблюдаемых квазиинерционных волн оказалась больше, чем было получено в работах других авторов [3]. Волны такой амплитуды можно отнести к интенсивным инерционным волнам.

Более короткопериодные колебания температуры можно объяснить влиянием внутренних волн, генерация которых возможна проходящими фронтами сгонно-нагонного происхождения, наблюдающихся в периоды снятия ветрового напряжения и восстановления нарушенной сгоном или нагоном стратификации. Этот механизм достаточно распространен в прибрежных районах морей.

### Внутренние волны второй моды

Во время наблюдений были зафиксированы внутренние волны второй моды. Волны второй моды в стратифицированном океане характеризуются симметричными колебаниями в слое раздела и могут представлять собой как сужения пикноклина «волны сжатия» второй моды, так и расширение пикноклина «волны растяжения». Такие колебания происходят в противофазе [4,5]. В августе в районе платформы были обнаружены волны второй моды типа «растяжения». На рис.2. они хорошо заметны по изотермам и отмечены четырехугольниками. Следует отметить, что такие «волны растяжения» наблюдались регулярно во время всего цикла измерений. Можно предположить, что внутренние волны второй моды достаточно распространены в реальных условиях Черного моря.

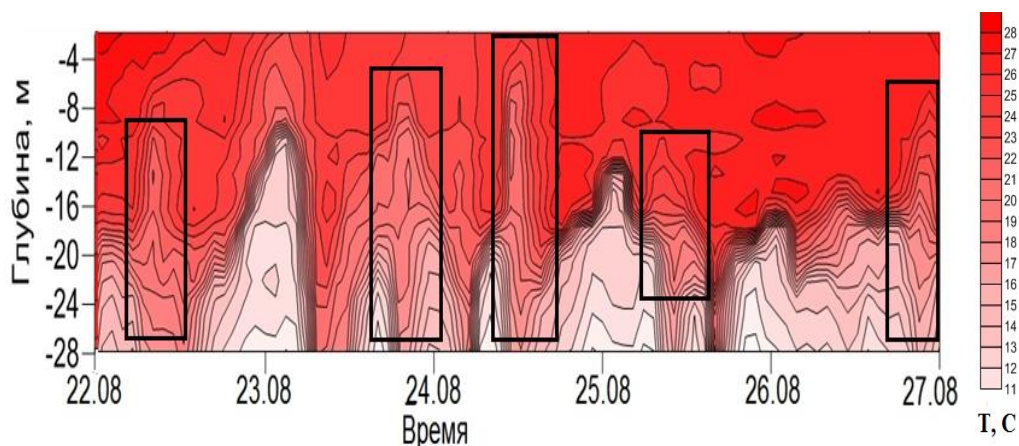


Рис. 2. Временной разрез температуры на разных глубинах.

### Заключение

Во время измерений были зафиксированы инерционные волны, амплитуда которых превышала амплитуды инерционных волн, ранее обнаруженных в этом районе. Выявлены короткопериодные внутренние волны различной амплитуды, механизм генерации которых связан с влиянием сгонно-нагонного ветра. Были обнаружены внутренние волны второй моды типа волны «растяжения», которые наблюдались во время всего цикла измерений.

### ЛИТЕРАТУРА

1. К.В. Коняев, К.Д. Сабинин. «Волны внутри океана». Гидрометеиздат. Санкт-Петербург. 1992 г.
2. А.Н. Серебряный, Е.Е. Химченко // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11. № 3. С. 88–104
3. Н.В. Гаврилов, В.Ю. Ляпидевский, З.А. Ляпидевская // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. 2013. Т. 6, № 2 2013
4. Z.-W. Chen, J. Xie, D. Wang // Journal of Geophysical Research: Oceans. 2014. DOI 10.1002/2014JC010069
5. Y.J. Yang et al. // Nonlin. Processes Geophys., 17, 605–614, 2010

## О движении жидких частиц при распространении волнового пакета по свободной поверхности жидкости

А.А. Очиров

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова  
[otchirov@mail.ru](mailto:otchirov@mail.ru)

**Введение.** В середине 19 века Дж.Г. Стоксом было теоретически обнаружено, что в направлении распространения по поверхности идеальной жидкости простейшей периодической волны неизменной амплитуды происходит медленный по сравнению с фазовой скоростью волны дрейфовый перенос вещества [1] – дрейф Стокса. В 20 веке этому явлению было посвящено множество работ: изучалось влияние диссипации и, в частности, строились модели вязкого пограничного слоя вблизи свободной поверхности жидкости [2 – 7]; оценивался дрейф различного рода пленок на поверхности жидкости [8 – 11]. Помимо оценок средней дрейфовой скорости переноса вещества, в начале 21 века, начиная с работ А. Константина, отдельное внимание стало уделяться расчету траекторий движения индивидуальных жидких частиц, участвующих в волновом движении. А. Константин теоретически доказал, что в пределе идеальной жидкости волновое движение заставляет жидкие частички двигаться по незамкнутым петлеобразным траекториям с систематическим периодическим смещением в направлении распространения волны [12 – 14]. Несмотря на разнообразие подробно рассмотренных частных ситуаций [15 – 18], до сих пор остается слабо освещенным вопрос о закономерностях движения жидких частиц при распространении по свободной поверхности жидкости волнового пакета [19]. Настоящее исследование посвящено построению метода расчета и анализу траекторий движения жидких частиц вблизи свободной поверхности жидкости, возмущенной простейшим волновым пакетом Стокса, образованным наложением двух волн с близкими по значению длинами.

**Математическая формулировка задачи.** В декартовой системе координат  $Oxyz$ , ось  $Oz$  которой направлена вертикально вверх против направления действия сил тяжести  $\mathbf{g}$ , а плоскость  $Oxy$  совпадает с равновесным положением свободной поверхности жидкости рассматривалась идеальная бесконечно глубокая жидкость с плотностью  $\rho$ . Считалось, что по свободной поверхности жидкости распространяется волновой пакет Стокса, состоящий из двух капиллярно-гравитационных волн с одинаковыми амплитудами  $A$  и близкими, отличающимися на малую величину  $2\Delta k \ll k$ , волновыми числами  $k^- = k - \Delta k$  и  $k^+ = k + \Delta k$ . Математическая формулировка задачи определения гидродинамического потенциала  $\varphi$ , давления  $p$  и отклонения свободной поверхности  $z = \xi \equiv \xi(x, t)$  от равновесного положения  $z = 0$  в переменных Эйлера имеет вид:

$$\begin{aligned}
 z < \xi: \quad \Delta\varphi = 0; \quad p = p_0 - \rho g z - \rho \frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\rho}{2} \left( \left( \frac{\partial\varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial\varphi}{\partial z} \right)^2 \right) \quad (1) \\
 z = \xi: \quad \frac{\partial\xi}{\partial t} + \frac{\partial\varphi}{\partial x} \frac{\partial\xi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial z}; \quad p = -\gamma \frac{\partial^2\xi}{\partial x^2} \left( 1 + \left( \frac{\partial\xi}{\partial x} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}}; \quad z \rightarrow -\infty: \quad \nabla\varphi \rightarrow 0;
 \end{aligned}$$

где  $\gamma$  – коэффициент поверхностного натяжения жидкости, а  $p_0$  – атмосферное давление.

Задача (1) решалась методом разложения по малому параметру  $\varepsilon = Ak$ , пропорциональному амплитуде волнового возмущения. Все неизвестные представлялись в виде суммы величин нулевого первого и второго порядков малости. Задачи для величин первого и второго порядков малости имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} z < 0: & \quad \Delta\varphi_1 = 0; & z \rightarrow -\infty: & \quad \nabla\varphi_1 \rightarrow 0; & (2) \\ z = 0: & \quad \frac{\partial \xi_1}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} = 0; & & \quad -\rho g \xi_1 - \rho \frac{\partial \varphi_1}{\partial t} + \gamma \frac{\partial^2 \xi_1}{\partial x^2} = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z < 0: & \quad \Delta\varphi_2 = 0; & z \rightarrow -\infty: & \quad \nabla\varphi_2 \rightarrow 0; \\ z = 0: & \quad \frac{\partial \xi_2}{\partial t} - \frac{\partial \varphi_2}{\partial z} = \xi_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z^2} - \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \cdot \frac{\partial \xi_1}{\partial x}; & (3) \\ & \quad -\rho g \xi_2 - \rho \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} + \gamma \frac{\partial^2 \xi_2}{\partial x^2} = \rho \xi_1 \frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial z \partial t} + \frac{\rho}{2} \left( \left( \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_1}{\partial z} \right)^2 \right). \end{aligned}$$

Здесь нижним индексом 1 и 2 обозначен порядок соответствующей величины.

**Решение задачи.** Представляя неизвестные в виде бегущей волны, несложно построить решение задачи первого порядка малости:

$$\begin{aligned} \xi_1 &= A \cos(\omega^+ t - k^+ x) + A \cos(\omega^- t - k^- x) \\ u_1 &= A \omega^+ \cos(\omega^+ t - k^+ x) \cdot e^{k^+ z} + A \omega^- \cos(\omega^- t - k^- x) \cdot e^{k^- z} \\ v_1 &= -A \omega^+ \sin(\omega^+ t - k^+ x) \cdot e^{k^+ z} - A \omega^- \sin(\omega^- t - k^- x) \cdot e^{k^- z} & (4) \\ \omega^\pm &= \omega \pm \Delta\omega = \omega \pm V_{gr} \Delta k = \sqrt{gk(1+k^2\alpha^2)} \pm \frac{g\Delta k(1+3k^2\alpha^2)}{2\sqrt{gk(1+k^2\alpha^2)}} \end{aligned}$$

Здесь  $u$  и  $v$  – горизонтальная и вертикальная составляющие скорости соответственно,  $\alpha = \sqrt{\gamma/\rho g}$  – капиллярная постоянная жидкости,  $\omega$  – циклическая частота волнового движения, определяемая из известного дисперсионного уравнения  $\omega = \sqrt{gk(1+k^2\alpha^2)}$ ,  $\Delta\omega$  – малое отклонение циклической частоты от значения  $\omega$ , обусловленное отклонением волнового числа  $\Delta k$ , а  $V_{gr}$  – групповая скорость волнового движения. Решение задачи первого порядка малости (4) подставляется в правые части соотношений, образующих задачу второго порядка малости (3).

Жидкие частички участвуют в циклическом движении вокруг некоторого положения равновесия, которое в свою очередь медленно по сравнению с фазовой скоростью дрейфует в направлении распространения волны. В выражении для скорости циклического движения лидирующими являются слагаемые первого порядка малости по амплитуде волны, а в скорости дрейфового движения главные ненулевые слагаемые имеют второй порядок малости. В настоящей модели учитывались только лидирующие слагаемые каждого типа движений.

Выражение для скорости среднего дрейфа  $U_d$ , инициированного пакетом Стокса, строилось по методике, подробно описанной в [19]:

$$U_d = A^2 \left[ e^{2k^+z} (k^+ \omega + kV_{gr} \Delta k) + e^{2k^-z} (k^- \omega - kV_{gr} \Delta k) + 2\omega (ke^{2kz} - \Delta ke^{2\Delta kz}) \cos(2\Delta k (V_{gr} t - x)) \right], \quad (1)$$

а, траектории движения индивидуальных жидких частиц рассчитывались по схеме, представленной в работе [18]. Выяснилось, что волной пакет порождает следующие траектории движения жидких частиц:

$$X = x_0 + A \left[ \frac{e^{zk^-} (-\omega + V_{gr} \Delta k) \sin(k^- x - t(\omega + kU_d - Vg \Delta k))}{\omega + kU_d - Vg \Delta k} + \frac{e^{zk^+} (-\omega - V_{gr} \Delta k) \sin(k^+ x - t(\omega + kU_d + Vg \Delta k))}{\omega + kU_d + Vg \Delta k} \right] + U_d t \quad (2)$$

$$Z = -A \left[ \frac{e^{zk^-} (-\omega + V_{gr} \Delta k) \cos(k^- x - t(\omega + kU_d - Vg \Delta k))}{\omega + kU_d - Vg \Delta k} + \frac{e^{zk^+} (-\omega - V_{gr} \Delta k) \cos(k^+ x - t(\omega + kU_d + Vg \Delta k))}{\omega + kU_d + Vg \Delta k} \right] \quad (3)$$

Формулы (6) и (7) описывают движение жидкой частички согласованное с эволюцией формы свободной поверхности, изменяющейся в соответствии с первым выражением из (4). В работе [19] уже обращалось внимание на уменьшение скорости среднего дрейфа, обусловленного распространением волнового пакета, по сравнению с дрейфом, порождаемым монохроматической волной. Расчеты показали, что жидкие частицы в своем стремлении повторять форму свободной поверхности двигаются по петлеобразным траекториям, с изменяющимся размером петель. Их размер в каждый момент времени в заданном положении определяется отклонением огибающей волнового пакета в соответствующей позиции от нулевого уровня. При этом систематический сдвиг частиц в течении половины периода огибающей (пока амплитуда несущей волны нарастает со временем) совпадает с направлением распространения волнового пакета, а половину этого периода (соответствующего убыванию амплитуды несущей волны) – противоположен ему. Расчеты показывают, что систематический горизонтальный сдвиг в направлении противоположном направлению распространения волны оказывается меньше, чем систематический сдвиг в направлении распространения волнового пакета. За период огибающий формируется сдвиг жидких частиц в направлении распространения пакета, формирующий усредненный по периоду огибающий дрейф, средняя скорость которого примерно вдвое меньше скорости классического дрейфа Стокса, связанного с распространением волны немодулированной амплитуды.

Даже в рамках достаточно простой модели идеальной бесконечно глубокой жидкости, вдоль поверхности которой распространяется простейший волновой пакет Стокса, траектории жидких частиц интуитивно непонятны и в полной мере могут быть осмыслены только после достаточно аккуратного расчета по вышеописанной методике. Движение жидких частиц при распространении волн более сложной конфигурации требует еще более специального рассмотрения.

**Выводы.** Предложена методика асимптотического аналитического расчета, позволяющая установить формы траекторий жидких частиц, участвующих в движении жидкости, вызванном распространением волнового пакета капиллярно-гравитационных



волн. Периодическое нарастание и уменьшение размера витков, описываемых жидкими частицами в процессе распространения пакета, приводят к примерно двукратному уменьшению средней скорости горизонтального массопереноса по сравнению с классическим дрейфом Стокса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. G.G. Stokes, // Transactions of the Cambridge Philosophical Society. 1847, 8: P. 441
2. M.S. Longuet-Higgins // Philosophical Transactions of the Royal Society 1953 V. 245 No 903 P. 535.
3. Ü. Ünlüata and C. C. Mei // J. Geophys. Res., 1970, 75, P. 7611.
4. B.D. Dore // Quart. J. Mech. Appl. Math., 1977. V. 30, P. 157.
5. M.-S. Chang // J. Geophys. Res., 1969. V 74 No 6 P. 1515
6. Д.Ф. Белоножко, А. И. Григорьев // Журнал технической физики. – 2008. – Т. 78. – №. 3. – С. 21.
7. Д.Ф. Белоножко, А.И. Григорьев // Журнал технической физики. – 2007. – Т. 77. – №. 8. – С. 19.
8. J.E. Weber // J. Phys. Oceanogr., 1987 V. 17 P. 2351
9. J.E. Weber and E. Førland // J. Phys. Oceanogr., 1989 V. 19 P. 952
10. J.E. Weber and Ø Saetra. // Physics of Fluids 1995 V. 7 P. 307.
11. Д.Ф. Белоножко А.А. Очиров //Известия Российской академии наук. Серия физическая. – 2018. – Т. 82. – №. 1. – С. 47.
12. A. Constantin //Journal of Physics A: Mathematical and General. – 2001. – V. 34. – №. 7. – P. 1405.
13. A. Constantin // Invent. math. 2006 V. 166: P.523.
14. A. Constantin, G.J Villari // math. fluid mech., 2008. V. 10, P. 1.
15. H.C. Hsu //Nonlinear Analysis: Real World Applications. – 2013. – V. 14. – №. 5.
16. M.B. Abd-el-Malek et al. //Applied Mathematics and Computation. – 2013. – V. 219. – №. 24. – P. 11365
17. J.E. Weber //Wave Motion. – 2018. – V. 77. – P. 186-194..
18. Д.Ф. Белоножко, А.А. Очиров //Журнал технической физики. – 2018. – Т. 88. – №. 5. – С. 675.
19. D.F. Belonozhko, A.A. Ochirov // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. – 2014. – V. 50. – №. 4. – P. 317.

## Волны убийцы в океане, гипотезы, свойства и механизмы

М.Е. Мазуров

Российский Экономический Университет им. Г.В. Плеханова

[email\\_mazurov37@mail.ru](mailto:email_mazurov37@mail.ru)

Долгое время существование волн-убийц ставилось под сомнение. Они считались выдумками мореплавателей. Однако в последнее время эти объекты были обнаружены, получены их фотографии, изучены некоторые их свойства. Принято считать, что блуждающие волны-убийцы – это огромные одиночные волны высотой до 30 метров, которые образуются в океане и обладают нехарактерным для обычных волн поведением. Наблюдения в реальных условиях в океане и фотографии волн-убийц показаны на рис. 1.

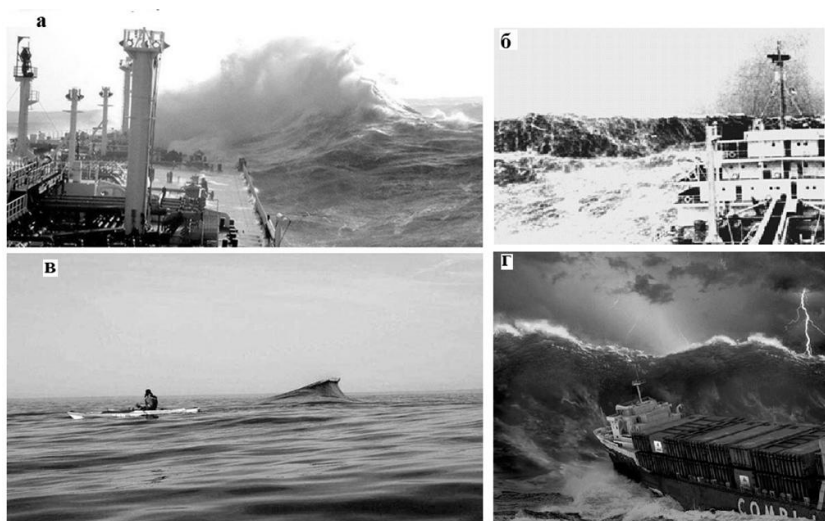


Рис. 1. Наблюдения в реальных условиях в океане и фотографии волн-убийц

Первое достоверное изображение "волны-убийцы", опубликованное в конце 1993 года в *Mariner's Weather Log* // [wikipedia.org](http://wikipedia.org) показано на рис. 1 б. На рис. 1 а показаны волны-убийцы, обрушившиеся на платформу «Дропнер», расположенную в Северном море, у побережья Норвегии. 1 января 1995 года, на нее неожиданно обрушилась волна высотой 25,6 метра, что зафиксировала приборы. Самой платформе был нанесен незначительный урон, но зато ученые впервые заговорили о феномене, который получил название «волна Дропнера». Благодаря этому прецеденту был создан проект *MaxWave*. Вскоре съемки со спутников Европейского космического агентства всего за три недели зафиксировали 10 одиночных волн, высота которых превышала 25 метров.

Ученые подтвердили, что волны-убийцы, или блуждающие волны могут появляться даже при незначительном ветре. На рис. 1 в показана фотография волны у побережья Камчатки, сделанная у мыса Ольга (юг Кроноцкого п-ова, Камчатка) В. Соколовским в июне 2006 г, которая демонстрирует, насколько неординарной может быть волна-убийца. По свидетельству фотографа, он наблюдал несколько подобных одиночных волн, которые появлялись на времена порядка десятка секунд и пробегали около 50 м. Важно, что во многих описаниях волны-убийцы возникают на фоне почти спокойного моря. Фотография на рис. 1 г показывает, насколько серьезную опасность могут представлять волны-убийцы для судов любых размеров.

Конечная цель исследований волн-убийц - определение их параметров и разработка методов прогноза. Как часто возникают такие волны? Установлено, что

волны-убийцы появляются каждые 8-9 часов — это одинокая волна, которая появляется абсолютно внезапно и, в отличие от цунами, без всяких видимых причин. Высота такой волны минимум в два раза превышает среднюю высоту нескольких самых больших волн в данный отрезок времени.

#### **Классификация опасных видов океанических волн.**

Перечислим виды морских волн, которые представляют серьезную опасность: 1) Девятая волна во время шторма; 2) Прибойные волны, возникающие при торможении ветровой волны на прибрежном участке океана. Такая волна может достигать высоты полутора десятка метров; 3) Волны цунами; 4) Морские водовороты различного происхождения, которые можно рассматривать как волны впадины. Примеры этих волн показаны на рис. 2.

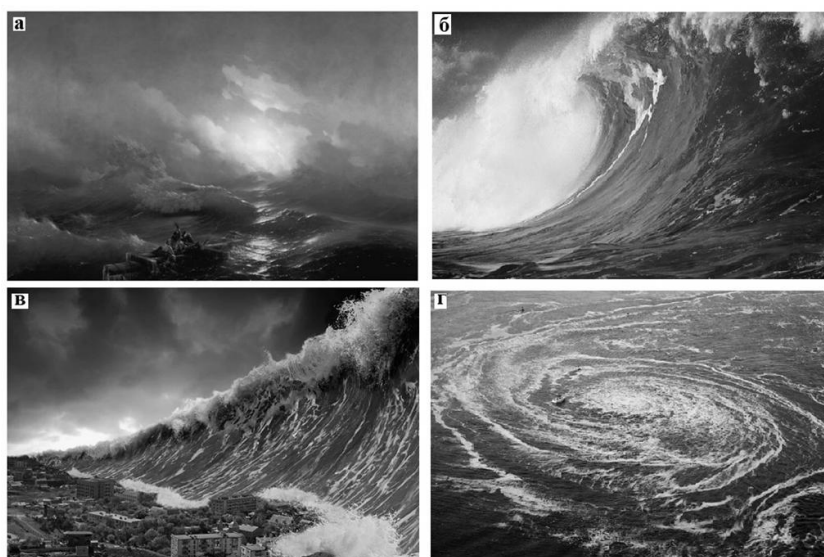


Рис. 2. Фотографии опасных морских волн различных типов.

#### **Математические теории волн-убийц**

Механизмы образования волн-убийц в настоящее время до конца не изучены. Поэтому теории образования волн-убийц, представленные на сегодняшний день, не в состоянии полностью объяснить характер этих явлений. Отметим, что экстремальные волны могут быть как гребнями, так и впадинами, что подтверждается очевидцами. Перечислим известные в настоящее время теории возникновения волн-убийц, механизмы и свойства этих волн. 1. Суперпозиция волн разной длины; 2. Фокусировка волновой энергии в некоторых структурах поверхностных течений; 3. Эффекты нелинейности при суперпозиции в ветровых волнах, способные приводить к образованию небольших групп волн. Характерными особенностями таких групп волн, подтверждающими данную теорию, является то, что они движутся независимо от прочего волнения и имеют небольшую ширину (менее 1 км), причём высоты резко спадают по краям [1,2]; 4. Солитонная теория, волны-убийцы описываются солитонами, теория которых в настоящее время считается достаточно разработанной. В 2010 году впервые экспериментально были получены солитоны-бризеры, являющиеся, по мнению многих учёных, возможным прототипом волн-убийц. Эти солитоны, являющиеся частным решением нелинейного уравнения Шрёдингера, были получены для оптической системы [1,2], однако уже в 2011 году эти же солитоны были получены и для волн на воде. В 2012 году в ещё одном эксперименте учёным удалось экспериментально продемонстрировать генерацию солитона-бризера более высокого порядка, для которого амплитуда в пять раз превышает амплитуду фонового волнения.

Прямое моделирование волн-убийц на основе интерференции и агрегирования более мелких морских волн в более крупные, было предпринято в работе В. Е. Захарова, А. И. Дьяченко, Р. В. Шамина [3]. Численно решалась система уравнений Эйлера, описывающая нестационарное течение идеальной жидкости со свободной поверхностью. Использование этих уравнений позволило проводить вычисления с большой точностью и на больших временных интервалах. В ходе численных экспериментов были получены характерные профили - волнограммы для волн-убийц, хорошо согласующиеся с экспериментальными данными, что иллюстрируется рис. 3.

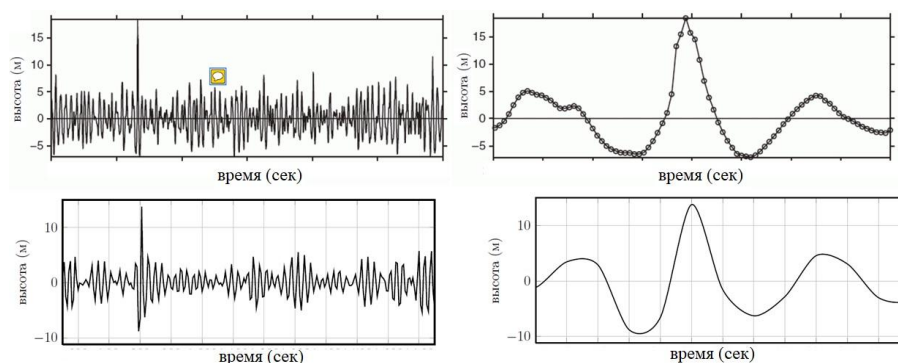


Рис. 3. Характерные профили - волнограммы для волн-убийц, полученные в ходе хорошо согласующиеся с экспериментальными данными.

#### Гипотеза возникновения волн-убийц из вихревых густков

Причиной возникновения волн убийц при любом состоянии водной поверхности могут являться вихревые густки. Такими густками могут быть: 1). Водные торнадо – водяные воронки с направлением движения вверх - «водяные дьяволы»; 2) Тороидальные вихри с различной структурой завихренности; 3). Любые устойчивые парциальные вихри, всплывающие на поверхность; 4). Любые вихри, имеющие хаотическую динамику, и всплывающие на поверхность.

Примеры вихревых густков в виде воронки, тороидального вихря с закруткой по периметру, тороидального вихря, составленного из вогнутой спиральной волны, спирального вихря, составленного вогнутой спиральной волной, показаны на рис. 4.

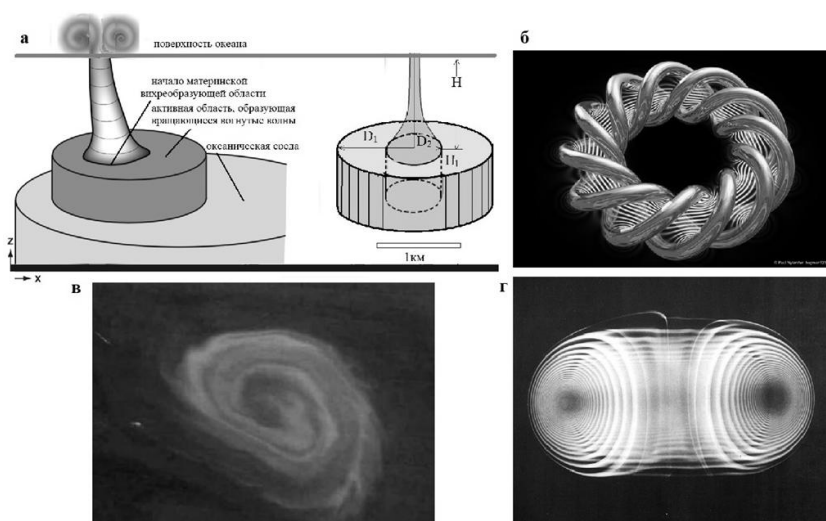


Рис. 4. Вихревые густки в виде: воронки, тороидального вихря с закруткой по периметру, тороидального вихря, составленного из вогнутой спиральной волны, спирального вихря, составленного вогнутой спиральной волной.

Причиной возникновения устойчивых вихревых сгустков, впитывающих энергию, в океане очень много. Перечислим эти причины: 1). Наличие глубоководных течений, например, Гольфстрим и другие; 2). Наличие неравномерно нагретых слоев воды, имеющих перепад по температуре; 3). Наличие противоположных или даже неоднородно направленных течений. Такие механизмы имеют место при встрече разнонаправленных ветров при образовании атмосферного торнадо, что известно из показаний очевидцев. 4). Наличие меандрирующих течений. Имеются обоснованные предположения, что меандрирующие потоки имеют вихревую закрутку вдоль течения, что обеспечивает их определяющую устойчивость и меньшее сопротивление распространению. Однако, при увеличении закрутки возникает неустойчивость в нормальном направлении к потоку. Эта неустойчивость приводит к меандрированию потока. Элементы меандра могут приводить при их частичном замыкании к тороидальным вихрям, отправляющимся в свободное плавание. Всплывая на поверхность океана под неконтролируемыми углами оси к поверхности, они могут вызывать поверхностные волны большой интенсивности, в том числе и волны «убийцы». Образование тороидальных вихрей возможно под кратерами подводных вулканов. Иллюстрация некоторых условий возникновения устойчивых вихревых сгустков, впитывающих энергию, показана на рис. 5.

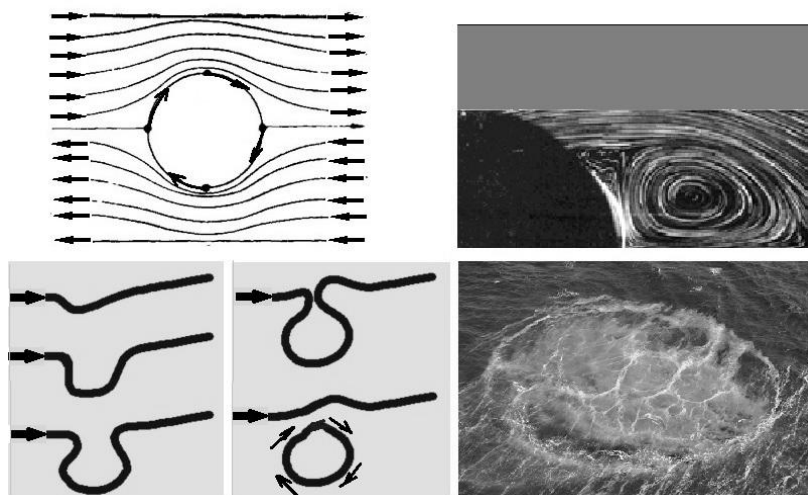


Рис. 5. Иллюстрация некоторых факторов, способствующих возникновения устойчивых вихревых сгустков, впитывающих энергию и инициирующих опасные волны в океане.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.А. Куркин, Е.Н. Пелиновский “Волны-убийцы: факты, теория и моделирование”. Нижний Новгород, 2004.
2. Е.Н. Пелиновский, А.В. Слюняев // Природа. 2007. №3. С. 6-10
3. Р.В. Шамин “Вычислительные эксперименты в моделировании поверхностных волн в океане“ М.: Наука, 2008.

## Размыв дна канала подковообразными вихрями в потоке воды

О.Н. Мельникова, К.В. Показеев

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра  
физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.

[olamel@yandex.ru](mailto:olamel@yandex.ru)

Получены параметры подковообразных вихрей в процессе их деформации в потоке со сдвигом скорости, а также условия формирования и разрушения кольцевого вихря. Представлены результаты экспериментального исследования взаимодействия подковообразных вихрей с размываемой подстилающей поверхностью. Вихрь захватывает грунт через торцы опор. Кольцевой вихрь переносит песок после разрушения опор. Захваченный грунт высыпается при разрушении кольцевого вихря, образуя насыпь на дне.

Наше экспериментальное исследование [1] позволило выявить физический механизм формирования параллельных гряд на размываемом дне прямого канала стационарным замедляющимся в направлении движения (ось  $x$ ) потоком воды при скорости потока  $u < 23.1$  см  $s^{-1}$  (условие плоской свободной поверхности воды). Было показано, что гряды, ось которых направлена по поперечной оси  $z$ , формируются цепочкой цилиндрических вихрей, ось которых параллельна  $z$ . Вихри появляются с периодом  $T$  в одних и тех же местах с шагом  $s$  вдоль  $x$ . Основные характеристики процесса и вихрей получены в [2]. Центральная часть вихрей поднимается к верхней границе вязкого слоя вверх ( $y = \delta$ ), концы вихрей остаются у дна вблизи вертикальных стенок. Диаметр вихрей в центральной части составляет  $d \approx \frac{2}{3}\delta$ . Вертикальный профиль усредненной по времени скорости в вязком слое (исключая очень тонкий слой у поверхности раздела) можно аппроксимировать линейной функцией  $u(y) = u_s + \chi y$ , где  $\chi = \frac{\partial u}{\partial y} = \text{const}$  (начало координат у подстилающей поверхности), а  $u_s \neq 0$  является функцией скорости фонового потока и шероховатости дна канала. Угловая скорость вращения вихря в зоне генерации  $|\omega| = \chi/2$ . В [1–2] получены полуэмпирические зависимости  $T$  и  $s$  от  $u$ ,  $u_x = \partial u / \partial x$ , безразмерного коэффициента трения  $C_f$  и  $\delta$ . Параллельные гряды на размываемой поверхности дна канала формируются в зоне вылета вихрей, а расстояние между грядами в начале процесса размыва равно расстоянию между вихрями  $s$  [1]. Структура гряд нарушается только у вертикальных стенок канала, где располагаются концы цилиндрических вихрей. Если поперечное сечение канала меняется в направлении движения (например, расходящийся канал), то концы коротких вихрей спускаются на дно вдали от вертикальных стенок. Такие изогнутые вихревые нити называют подковообразными или омега-вихрями. После фундаментальной работы [3], в которой Теодорсен визуализировал и зарисовал омегаобразную вихревую нить, был проведен большой ряд экспериментальных и теоретических исследований таких вихрей (обзор работ приведен в [4]). Однако до сих пор остается нерешенным вопрос о связи возникающих структур с параметрами фонового потока и механизме деформации размываемого дна этими структурами. Решению этих задач посвящена настоящая работа.

Эксперименты проводились в прямом горизонтальном канале с прозрачными стенками. Длина канала – 3.5 м, ширина – 20 см. На дне канала лежал слой песка со

средним диаметром песчинки 0.2 мм. Часть экспериментов выполнена в канале с плоским дном из оргстекла. Скорость течения на входе не менялась, глубина воды увеличивалась вдоль канала за счет торможения жидкости о шероховатые стенки канала. Дополнительная конструкция у задней вертикальной стенки имела форму выступа (толщина 2 см) и формировала неоднородность поля скорости по оси  $z$  на рабочем участке, протяженностью 30 см (вдоль  $x$ ). Максимальная в сечении скорость потока (усредненная по времени)  $u < 23.1$  см  $s^{-1}$  (условие плоской свободной поверхности воды). Поле скорости определялось по видеозаписи перемещения сферических шариков из полистирола диаметром 0.05 см и плотностью 1.05 г  $см^{-3}$ . Доверительный интервал величины скорости течения не превышал 10% от измеряемой величины для доверительной вероятности 0.67. Форма вихревых структур фиксировалась на видеокамеру (25 кадров в секунду) при специальной подсветке. Форма вихрей визуализирована песчинками и частичками марганцовки, захваченными вихрем в процессе его формирования.

В настоящей работе экспериментально исследована деформация короткого  $L < 10\delta$  концентрированного цилиндрического вихря в вязком слое тормозящегося потока жидкости вдали от вертикальных стенок канала. Центральная часть вихря поднимается вверх под действием силы Кутта-Жуковского, а концы вихря (опоры) спускаются к подстилающей поверхности. При смещении цилиндрического вихря вдоль циклоидальной траектории опоры растягиваются, а их диаметр уменьшается. Торцы опор сближаются при воздействии подстилающей поверхности с возрастающей скоростью. Верхние части опор, взаимодействуя с цилиндрической частью вихря, тоже смещаются друг к другу. Если вихрь короткий  $L < 2\delta$ , то первыми встречаются верхние части опор. Для более длинных вихрей первыми встречаются торцы опор. При встрече опор формируется кольцевой вихрь, а оставшиеся части опор разрушаются. Зона формирования кольцевого вихря удаляется от начала циклоиды с ростом начальной длины вихря  $L$ . Если  $L \approx 3\delta$  кольцевой вихрь формируется в конце первого перелета вихря вдоль циклоиды. Кольцевой вихрь формируется в горизонтальной плоскости  $xz$ , затем разворачивается при воздействии фонового потока и зависает параллельно вертикальной плоскости  $yz$ . Скорость кольца направлена навстречу фоновому потоку, радиус кольца быстро растет. Нарастающие возмущения приводят к разрушению кольца.

До образования кольцевого вихря происходит захват песка вихрем через торцы опор, погруженных в песок, за счет отрицательного скачка давления внутри вихря. Захваченный песок выпадает при разрушении кольцевого вихря. Место разрушения кольцевого вихря и образования насыпи зависит от длины вихря и глубины слоя воды. Для глубин  $h > 5\delta$  максимальная высота подъема кольцевого вихря меньше глубины слоя воды, кольцевой вихрь разрушается вблизи зоны формирования. Для меньших глубин вихрь подходит к поверхности воды под острым углом, затем кольцо смещается вдоль по течению фонового потока, а угол между плоскостью вихря и горизонтом уменьшается, как было показано в нашей работе ранее [5]. Разрушение вихря и формирование насыпи происходит в этом случае вдали от зоны формирования кольцевого вихря.

На рис. 1 приведена фотография песчаной поверхности канала, деформированная как длинными вихрями  $L > 10\delta$  (цифра 1), так и короткими вихрями (цифры 2-6). Показан рабочий участок канала с неоднородным профилем скорости течения вдоль оси  $z$ , обеспеченным выступом на задней вертикальной стенке канала. Основные параметры течения:  $u_s = 2$  см  $s^{-1}$ ,  $\delta = 0.3$  см,  $C_f = 0.25$ ,  $u_x = 0.06$   $s^{-1}$ ,  $h = 1.8$  см, выполнено условие  $h > 5\delta$ , при котором кольцевой вихрь не поднимается к свободной



поверхности. Неоднородность поперечного профиля скорости течения обуславливает извилистость длинных гряд, сформированных вихрями  $L > 10\delta$ . Рельеф, сформированный коротким вихрем, представлен круглой ямой (цифра 2) и насыпью (цифра 3). Длина вихря  $L = 2.9\delta$  оценена по диаметру ямы. Рельеф образован 10 вихрями на первоначально ровной поверхности. Яма формируется в зоне вылета вихрей, а насыпь – в зоне разрушения кольцевых вихрей. Как было показано выше, вихри длиной  $L \approx 3\delta$  теряют песок при разрушении кольцевого вихря вблизи точки первого приземления при движении по циклоиде на расстоянии  $x \approx 5.5\delta$  от зоны формирования вихря. Расчет дает  $x = 1.7$  см, эксперимент:  $x = 1.9$  см, что соответствует расчету в пределах доверительного интервала (10% от измеряемой величины для доверительной вероятности 0.67 для 10 вихрей). Это подтверждает предложенную физическую модель размыва дна короткими вихрями. На рис. 1 справа видна деформация (цифра 4) созданная вихрем  $L \approx 1.5\delta$ . В месте разрушения кольцевого вихря  $x \approx 0.8$  см на дне формируется насыпь (цифра 5). Для таких коротких вихрей кольцевой вихрь разрушается на первой половине циклоидальной траектории  $x < 2.7\delta$  от зоны формирования цилиндрического вихря. Расчет отличается от экспериментальных данных в пределах доверительного интервала, что подтверждает предложенную модель. Деформация, созданная торцами такого короткого вихря, представляет собой извилистую насыпь с ямами, не лежащими на оси  $z$ , из-за вращения близко расположенных вихрей, начинающих взаимодействовать при  $\Delta x = 1.6d$ . На том же кадре имеется след от торцов нового короткого вихря  $L \approx 1.5\delta$  (цифра 6) в начале формирования. Торцы опор не успевают начать вращательное движение. В результате обе ямы, созданные торцами нового вихря, пока остаются на оси  $z$ .

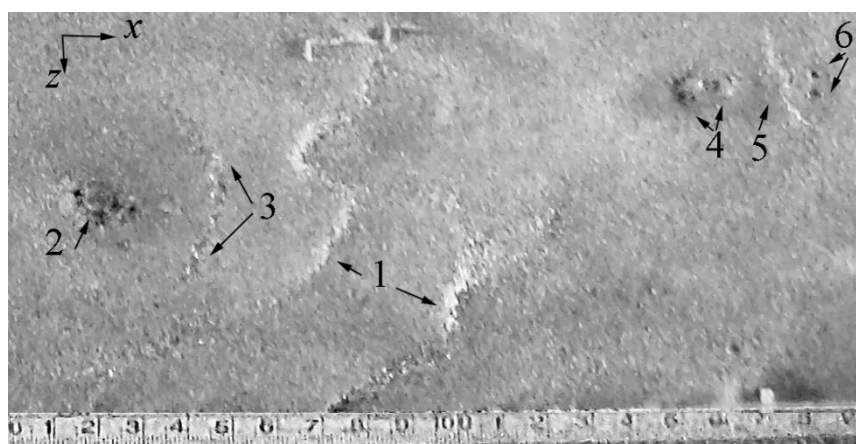


Рис. 1. Размыв дна длинными вихрями (1), короткими вихрями начальной длины  $L = 3\delta$  (2 – яма, 3 – насыпь), и вихрями начальной длины  $L = 1.5\delta$  (4 – яма, 5 – насыпь), тоже в начале процесса (6).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О.Н. Мельникова. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. № 5. С. 682.
2. П.Ю. Волков и др. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37. № 6. С. 834.
3. T. Theodorsen. // Proceedings of the Midwestern Conference on Fluid Mechanics Ohio State University, Columbus, OH. 1952. P. 1.
4. R.J. Adrian. // Phys. Fluids. 2007. V. 19. No 4. P. 041301 (1–16).
5. О.Н. Мельникова, К.В. Показеев. // Известия РАН. Серия физическая. 2018. Т. 82. № 1. С. 78.





## Генерация волн в атмосфере посредством ионизации

С.П. Перов<sup>1</sup>, В.И. Уйбо<sup>2</sup>, В.П. Челибанов<sup>3</sup>, К.В. Показеев<sup>4</sup>, Н.С. Сидоренков<sup>5</sup>

<sup>1</sup>ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА» РАН Москва, Россия

<sup>2</sup>Академия народной дипломатии

<sup>3</sup>ОПТЭК, С-Петербург

<sup>4</sup>МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет

<sup>5</sup>Гидрометцентр России .

[sperov35@mail.ru](mailto:sperov35@mail.ru)

Подводя итоги своей деятельности по важной проблеме управления осадками, в работе 1919 года «Энергия будущего» Никола Тесла писал: «...Энергия, необходимая для того, чтобы вызвать выпадение дождя, по сравнению с его потенциальной энергией, подобна искре, вызывающей взрыв заряда динамита. Если бы эта часть природного процесса сознательно регулировалась человеком, он мог бы преобразить весь земной шар. Для достижения этой цели предлагается немало проектов, ни один из которых, по моим сведениям, не дает ни малейшего шанса на успех. Но я убедился, что с соответствующим оборудованием это чудо осуществимо...»

Природные явления подсказывает, как с помощью относительно слабых воздействий добиться изменения погоды. Имеются в виду сравнительно слабые с энергетической точки зрения воздействия на верхнюю атмосферу солнечных вспышек. Например, зимой в Антарктиде в полной темноте полярной ночи, когда до Земли долетает солнечная плазма от Солнца, температура и ветер на уровне земли могут существенно измениться. Таким образом, сравнительно слабое воздействие может приводить к сильным эффектам.

"Технология Атлант" представляет искусственную ионизацию атмосферы СП принципу «Люстры Чижевского», приводящую к созданию волнового поля в атмосфере. Это – хорошо известные внутренние гравитационные волны, они были зарегистрированы с помощью мюонной диагностики над Москвой в специальных экспериментах. Технология «Атлант» уже более 40 лет используется для коррекции погодных условий в различных климатических условиях. Предполагается, что "ионный ветер" генерируемый Атлантом, управляет последовательными процессами, приводящими к осадкам. Технология была применена в различных местах в России, Корее, Швейцарии, Австралии, Египте, Турции, Объединенных Арабских Эмиратов и Омане, в основном на контрактной основе..

Технология Атлант и результаты ее многолетнего применения были рассмотрены членами международной Оценочной Комиссии и получили одобрение в составленном ими документах и отчете-обзоре. Этот обзор ясно показал, что технология имеет значительный потенциал для изменения погодных условий на местном и региональном масштабе. Технология способна значительно увеличивать вероятность осадков даже при очень сухих условиях, что было продемонстрировано в Объединенных Арабских Эмиратах..

Предлагаются и обсуждаются наиболее важные направления будущих исследований и экспериментов (включая натурные) при использовании новых подходов для анализа и прогноза процессов в атмосфере:

1. Исследования физико-химических и динамических природных процессов для использования известных природоподобных механизмов для искусственного воздействия на окружающую среду.

2. Теоретические, аналитические и эмпирические исследования:

- дальнейшее развитие в метеорологии методологии открытых термодинамических систем с применением феноменологической модели взаимодействия астрономических и геодинамических «осцилляторов»;
- использование в таких моделях накопленных данных наблюдений и анализа о «квантовании» временной изменчивости и появлении связанных с нею определенных квазистабильных пространственных структур;
- анализ временных рядов из баз данных и численное физико-математическое моделирование с учетом процессов синхронизации в гелио- и геосферах;
- нахождение эмпирических закономерностей эволюции рассматриваемых систем (регионов различного масштаба) при использовании результатов обработки «оф лайн» временных рядов различных и, в первую очередь, «определяющих» параметров
- проведение мониторинга «он лайн» и коррекция определяющих параметров в различных прогностических схемах.

Опыт применения рассчитываемых параметров солнечно-лунных гравитационных приливов при обычном и долгосрочном прогнозе погоды накоплен Н.С.Сидоренковым (Гидрометцентр России). Моделирование атмосферных процессов и воздействие на них с помощью технологии Атлант с целью увеличения осадков в региональном масштабе можно проводить на Байкале, в Крыму, используя положительный опыт натуральных экспериментов в Австралии и Омане при аналогичных крымским условиям..

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Борог, С.П. Перов, В.И. Уйбо // Труды 3-й Международной конференции «Экология и космос». СПб 36-73 с. 2011.
2. Л.С. Ивлев и др. “Активный мониторинг природных сред”, СПб: Изд-во ВВМ, 20. – 267 с. 2015.

## Синхронизация волн в гелиосфере и геосферах посредством приливов

С.П. Перов<sup>1</sup>, Н.С. Сидоренков<sup>2</sup>, А.С. Перов<sup>3</sup>, К.В. Показеев<sup>4</sup>

<sup>1</sup>ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА» РАН Москва, Россия

<sup>2</sup>Гидрометцентр России

<sup>3</sup>Университет дружбы народов, медицинский факультет

<sup>4</sup>МГУ им. М.В.Ломоносова, физический факультет

[sperov35@mail.ru](mailto:sperov35@mail.ru)

Для прогнозов погодных и климатических изменений (облачности, температуры и осадков) предлагается учитывать факторы солнечной и геомагнитной активности. Вклад этих факторов (ионизирующего излучения Солнца и высыпающих из радиационных поясов электронов) в современное глобальное потепление выявлен нами ранее на основе анализа трендов изменения глобального облачного покрова и радиационного баланса Земли в последние десятилетия – в период прохождения векового максимума в солнечно-геомагнитной активности [1]. Эволюция этого облачного покрова контролируется, согласно радиооптическому трёхступенчатому триггерному механизму солнечно-магнитосферных – погодноклиматических связей [2], микроволновым излучением ионосферы, спорадически усиливающимся в периоды солнечных вспышек и мировых магнитных бурь. Такое излучение возникает в спонтанных переходах между уровнями тонкой структуры со сравнительно невысоких (с главными квантовыми числами  $n \sim 10$ ) ридберговских уровней, возбуждаемых во верхнеатмосферных газах ударом энергичных ионосферных электронов – фотоэлектронов и оже-электронов при солнечной вспышке, и вторичных и оже электронов при корпускулярных высыпаниях во время мировых геомагнитных бурь. Проникая практически свободно в тропосферу, микроволновое (с длинами волн от мм до дм) излучение способствует образованию конденсационно-кластерной дымки, а далее – оптически тонкой облачности, разогревающей приземный воздух. Поэтому высокая солнечно-геомагнитная активность приводит к потеплению.

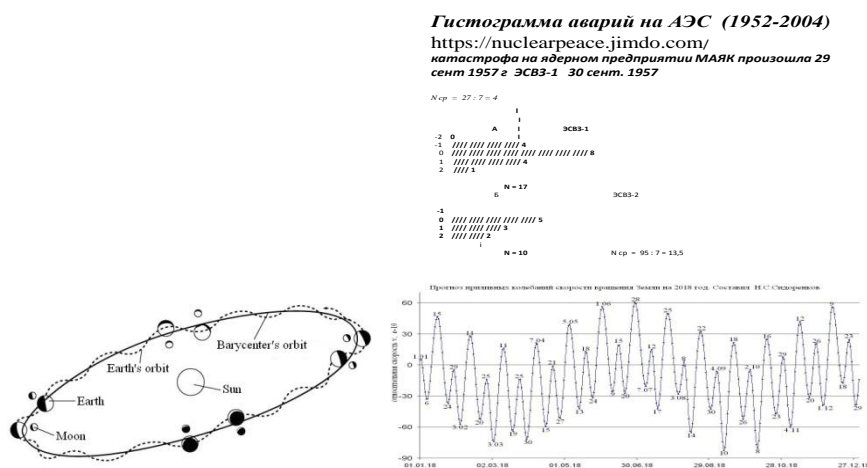


Рис 1. Слева внизу. Схема движения системы Луна-Земля вокруг Солнца. Внизу график расчета скорости вращения Земли на 2018 г. Справа сверху – гистограмма аварий на АЭС, 0 означает совпадение рассчитанных дат экстремумов СВЗ с реальными датами. Справа внизу: прогноз изменчивости скорости вращения Земли (СВЗ, ERR (EarthRotationRate)) / Даты на максимумах и минимумах (экстремумах – Э, Е) ЭСВЗ (EERR) совпадают с изменчивостью погоды; в эти дни первая производная равно нулю (EERR-1); также погода меняется при EERR-2 (точка перегиба, когда вторая производная равна 0). Как показывает анализ это относится не только к параметрам погоды, но и к другим показателям окружающей среды, упоминаемым в тексте.

**Прогноз изменчивости естественных синоптических периодов в 2018 г.** В[3] был опубликован график приливных !скорости вращения Земли СВЗ) в 2018 г .. Читатель может воспользоваться информацией о метеорологических параметрах (температуре, давлении, влажности и ветре), публикуемой регулярно для станций мировой сети на сайте «Данио-Пресс» (<http://hmn.ru>) и убедиться в справедливости привязки реальных изменений погоды с экстремумами периодической кривой (максимумами и минимумами – для этих дат, указанных на графике, первая производная СВЗ равна 0). Замечено также, что в точке перегиба каждого участка кривой между максимумом и минимумом погода также меняется примерно в 30% случаев (вторая производная СВЗ равна 0). Предполагается публикация в журнале «Земля и Вселенная» Президиума РАН статьи о синхронизации лунно-солнечными приливами процессов в других геоферах включая социосферу (!), техно- и биосфере.в направлении полуострова Таймыр. Справа: Трендовые составляющие координат центра масс Земли в период 1993 - 2007 гг. и скачки в значениях его декартовых гринвичских координат, полученные по спутниковым данным системы ДОРИС в период 1997 – 1998 г.

Рисунок 2. (слева) иллюстрирует фундаментальное геодинамическое явление - вековой тренд ядра со скоростью 2,6 см / год к Таймырскому полуострову. Справа: компоненты тренда центра масс Земли в период с 1993 по 2007 гг. И скачок значений его декартовых

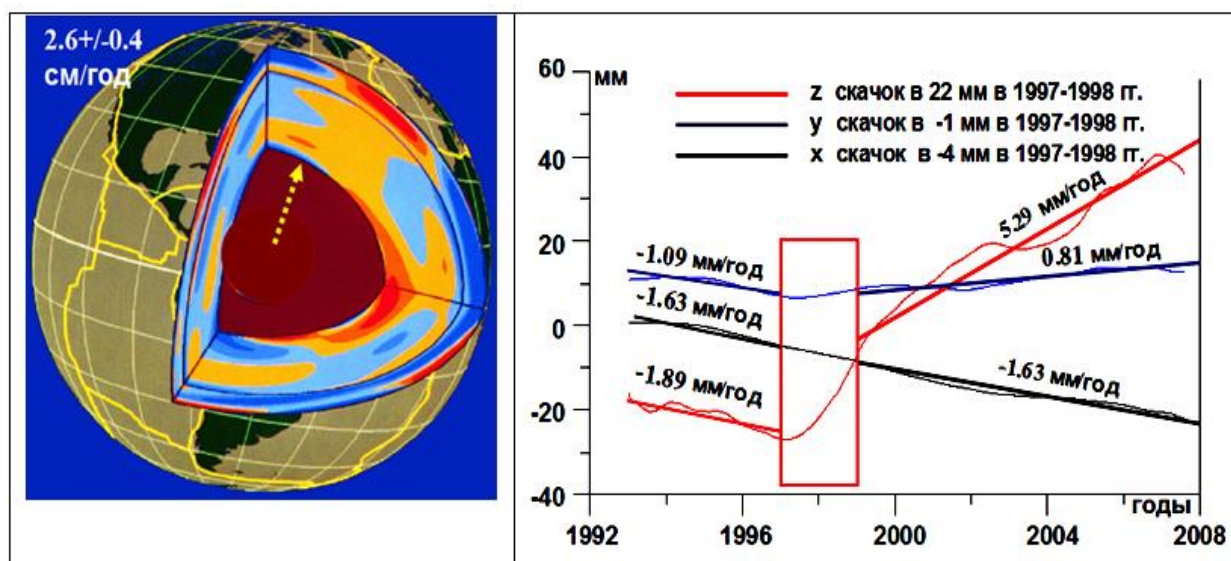


Рис 2. (слева) иллюстрирует фундаментальное геодинамическое явление - вековой тренд ядра со скоростью 2.6 см / год в направлении полуострова Таймыр. Справа: Трендовые составляющие координаты масс в период 1993 - 2007 гг. и скачки в значениях его декартовых гринвичских координат, полученных по спутниковым данным системы ДОРИС в период 1997 - 1998 г.[4]. (справа). Скачок в центре масс Земли соответствует скачку в центре массы ядра относительно мантии примерно на 10,9 см.

Именно резкое смещение избыточной массы ядра привело к наблюдаемому скачку - смещению центра масс Земли. Это повлияло на процессы в океане и атмосфере в период мощного Эль-Ниньо 1997/98 г. Беспрецедентная реакция озонового слоя Земли в период максимума Эль-Ниньо и смещение ядра Земли наблюдалась с орбиты во время 10-дневный уникальный космический эксперимент CRISTA-2 (8-17 августа 1997 г.) [2].

В результате решения задачи теории упругости. определен тензор скоростей деформаций планеты, изучено усреднённое поле температур внутри Земли и определен интегральный тепловой поток Земли.. Это решает энергетический вопрос в эволюции нашей планеты. В частности мощность диссипации упругой энергии мантии для наблюдаемых движений и колебаний центра. масс (и ядра) может составлять 1000-10000 тераватт. Это гигантское значение мощности (см Таблицу 1) с лихвой объясняет всю эндогенную активность Земли. [5,6] и должна учитываться в климатических моделях.

Таблица 1. Энергетический баланс Земли и мощность процессов

Мощность сейсмических колебаний	3.10(10) Вт
Мощность вулканических колебаний	10(10) Вт
Мощность тепловой конвекции	4.4-4.8 10(13) Вт
Тепловой поток	4.10(10) Вт
Приливная диссипация	4.10(11) Вт
Мощность диссипации из-за колебаний ядра и вязко-упругих колебаний мантии	10(14)- 10(15) Вт
Солнечная постоянная	1,2 10(14) Вт

**Замороженная плазма. Натурные эксперименты в средней атмосфере.** Ракетные и зондовые эксперименты в средней атмосфере (10 – 100 км) в различных широтах Земли установили пространственно-временную изменчивость ионосферы, её связь с характеристиками холодной газопылевой атмосферной плазмы и с потоками галактических космических лучей. Отметим вначале, что оцененная плотность ионов в растущих ядрах комет существенно выше термически равновесной[7]. Такой лед представляет собой замороженную неравновесную плазму и обладает избыточной энергии. Ю.А.Брагиным были проведены ракетные измерения концентрации ионов до 90 км, что привело к открытию неизвестного ранее слоя ионов в стратосфере. Формула [8] гласила «Экспериментально установлено ранее неизвестное свойство атмосферы Земли

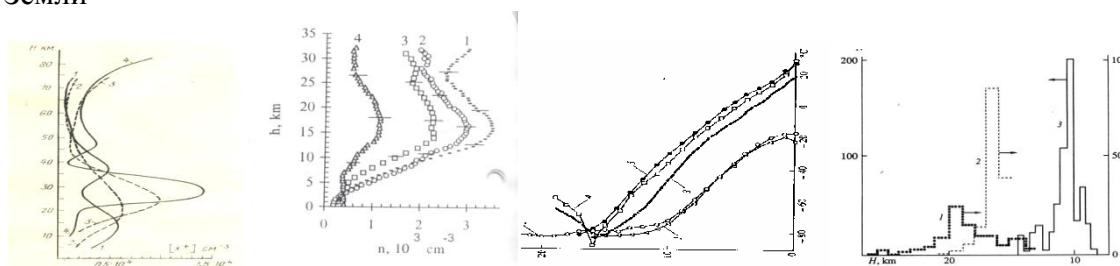


Рис.3 Слева: широтные вариации ионной концентрации. после и перед полуднем (пунктир). 1 – 0°, 178° в.д., 2 – 1° с.ш., 165° в.д., 3 – 35° с.ш., 151° в.д., 4 – средние широты [8]. Слева 2-й: профили концентрации ионов на станциях ракетного зондирования атмосферы ЦАО: с. Молодежная, кривая 1 (0,4 GV), кривая 3, Балхаш (5,3 GV), кривая 4 Тумба (17,3 GV) и аэростатном полигоне ЦАО в Рыльске, кривая 2 (3,3 GV). [2]. 3-й: количество энергонасыщенных аэрозольных частиц N, прошедших через проточный реактор во время парашютирования головной части ракеты М-100 и рассчитанных на 1 км в свободной атмосфере: кривая 1 - 3 декабря 1987 г (день); кривая 2 – 5 декабря 1987 г (ночь); TERLS, Тумба, 8 с.ш.; кривая 3 - 25 августа 1987 г (раннее утро, солнце 10 градусов над горизонтом); Молодежная, Антарктида, 68 ю.ш. 4-й: профили температуры по данным радиозондов: на станции Молодежная (19 и 26 августа 1987 г (кривые 1 и 2); на станции Тумба (25 ноября, 5 и 7 декабря 1987 г (кривые 3,4 и 5 соответственно) [8]

(10–70 км), заключающееся в существовании области повышенной ионизации (с максимумом ионов порядка  $10^4$  в куб. см) на высоте 10–40 км) и области пониженной ионной концентрации (с минимальным количеством ионов, равным или менее  $0,5 \cdot 10^3$  в

куб. см) на высотах 50–70 км» Балонные и дальнейшие ракетные наблюдения уточнили высоту (15-20 км) и концентрацию максимума ( $10^3 \text{ см}^{-3}$ ), установили важную роль аэрозоля разного состава, в т.ч. из непрорекомбинировавших ионов, молекул воды и других составляющих атмосферного воздуха («замороженная» плазма) [7,8] и позволили объяснить расхождение с другими методами. «Активные» частицы могут содержать  $10^6$ -  $10^8$  зарядов / $\text{см}^{-3}$  и/или испускать такое же количество фотонов и играть важную роль в механизме работы глобальной электрической цепи, а также электрических разрядов (спрайтов, джетов, и др.) от грозовых облаков в нижнюю ионосферу. Ракетные эксперименты с тепловыми каталитическими датчиками подтвердили существование слоев энергонасыщенных частиц в стратосфере и мезосфере с максимумом на 15 (спуск), 80 и 95 км (подъем и спуск). Впервые установлено, что грозовая активность и разряды в ионосфере зависят от лунно-солнечных гравитационных приливов. скорости ветра) и геомагнитной активности в глобальном масштабе.

**Закключение.1.** Установлено свойство синхронности процессов во всех оболочках (сферах) Земли, включая биосферу, ноосферу, социальную сферу и все социальные процессы в их глубокой взаимосвязи и полную зависимость от геодинамических процессов. **2** Процессы на Земле (и планетах) синхронизированы с активностью Солнца (А.Л. Чижевский и современные исследования ссылка на Перова). **3** Впервые получены данные о причинно-следственной связи между гравитационно-приливным эффектом системы Земля-Луна и возмущениях на Солнце: они требуют дальнейших исследований (проблема прогностических моделей солнечной системы и Земли). **4.** Все эти явления и их свойства уже получили многочисленные подтверждения в науках о Земле и в планетарных науках. Вариации естественных процессов, циклические и «внезапные», служат в качестве прямых признаков активации и изменений в социальных процессах. **5.** Скачкообразные процессы соответствуют революционным изменениям в обществе. Их прогноз возможен и необходим. Надежность статистической вероятности требует дополнительного исследования. Работа в этом направлении планируется на правительственном уровне.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. С.А. Авакян // Солнечная и солнечно-земная физика, Тезисы докладов.2015.-с.5
2. С.П. Перов // Атмосфера Земли и ее структуры// Труды 8-й Баксанской молодежной школы экспериментальной и теоретической физики. 2008. Т.1. С. 93-114
3. С.П. Перов, Н.С. Сидоренков //Земля и Вселенная, 2018.-,№1.- с.99
4. L.V. Zotov, Yu.V. Barkin, A.A. Lyubushin. //Space Geodynamics and Modeling of the Global Geodynamic Processes, Novosibirsk, Russian Federation, 22-26 September, 2008; Russian Academy of Sciences, Trofimuk Inst. of Petrol. Geol. And Geophys., SB RAS. Novosibirsk: Acad. Publ. House “Geo”, 2009. P. 98–101 2009)
5. Ю.В. Баркин. // Международный сборник научных трудов, посвященный году Германии в России. МОИП (Россия),2012.- МУОР (Германия). с. 7-15.
6. Ю.В. Баркин. // Сб. научных трудов. Физические проблемы экологии (экологическая физика). 2013. Т. 19. С. 54-69.
7. Л.А. Шульман. Ядра комет. Киев- 1987.-197с
8. С.П. Перов, О.К. Костко. // Нижняя ионосферы (нижняя ионосфера). 2016. №1.с. 25-39.



## **Развитие новых подходов к исследованию процесса выноса поверхностно-активных веществ всплывающими в жидкости пузырьками газа в природных и технических системах**

М.В. Смирнова<sup>1</sup>, И.А. Капустин<sup>2,1</sup>

<sup>1</sup>ФГБОУ ВО «Волжский государственный университет водного транспорта», Нижний Новгород,  
Россия,

<sup>2</sup>Институт прикладной физики Российской академии наук, Нижний Новгород, Россия

[igoninam@yandex.ru](mailto:igoninam@yandex.ru)

В настоящее время существуют актуальные задачи фундаментальной и прикладной технической науки, которые в различных приложениях решаются параллельными, не связанными между собой путями. Тем не менее, существует ряд как теоретических, так и экспериментальных предпосылок, указывающих на возможности поиска общих подходов к решению таких задач. Очевидно, что развитие общих подходов позволило бы оптимизировать решение существующих проблем. Одной из таких проблем является изучение процесса выноса поверхностно-активных веществ (ПАВ) из толщи воды всплывающими пузырьками газа. В частности, в природно-антропогенных системах, таких как утечки из подводных газопроводов [1] и следы надводных судов [2], в природных системах, например, выходы метана из донных отложений [3] и в технических системах, например, системы аэрации сточных вод [4], в отдельности существует широкая теоретическая и экспериментальная база.

Настоящая работа нацелена на развитие общих подходов к описанию процесса выноса ПАВ из толщи воды в природных и технических системах. На данном этапе выполнения работы рассмотрены параметры процесса формирования течений и выноса ПАВ под действием пузырькового потока, общие для природных и технических систем: концентрация ПАВ в воде, скорость всплытия пузырьков, концентрация газовой фазы и размер пузырьков.

В работах, посвященных процессам выноса ПАВ в технических системах аэрация воды при малых концентрациях ПАВ не рассматривается, поскольку поверхностная активность этих веществ в области малых концентраций значительно снижается и процесс становится неэффективным. [5]. Поэтому в технических системах аэрации воды принято рассматривать системы с высокими концентрациями ПАВ. Для природных систем, напротив, характерны низкие концентрации ПАВ в воде, которые, однако, позволяют обнаруживать пленки ПАВ радиофизическими методами в районах утечки газа [1].

Вторым важным отличительным параметром природных и технических систем является скорость всплытия пузырьков. Известно, что скорость всплытия пузырьков влияет на скорость попутного потока, а также на эффективность выноса ПАВ [6]. В технических системах, например, в аппаратах водоочистки, подача газа в аэратор осуществляется под давлением, создающим такую скорость всплытия пузырьков, которая позволяет еще и перемешивать содержимое аппарата (например, аэротенки, пневматические флотаторы и др.). Поэтому в технических системах чаще всего скорость подачи газа превышает скорость свободного всплытия пузырьков, в результате чего вокруг факела пузырьков формируется попутный поток жидкости, инициирующий циркуляцию во всем ограниченном объеме аппарата. В природных же системах начальная скорость газовых пузырьков либо отсутствует (как в случае их образования в следах судов), либо вскоре после образования снижается до свободной скорости всплытия при подъеме с большой глубины (как в случае с повреждением подводного газопровода) [6].



Третьим параметром, общим для природных и технических систем, является концентрация газовой фазы в воде. В природных системах отношение объема всех пузырьков будет значительно меньше рассматриваемого объема воды, то есть газосодержание будет низким. В технических системах, где с целью повышения эффективности аппарата необходимо максимально насытить жидкость газом, концентрация газовой фазы может быть высокой и составлять от 3 – 5% (например, в аэротенках) до 70 – 80% (в барботажных колоннах).

Еще одним важным фактором, влияющим на эффективность выноса ПАВ из толщи воды, является размер пузырьков. Чем меньше размер пузырьков, тем больше удельная поверхность газовой фазы, и тем больше соответственно эффективность выноса ПАВ [5].

Для выявления особенностей формирования структуры течений в воде под влиянием описанных выше факторов проведено сопоставление и дополнительный анализ данных двух лабораторных экспериментов [7] и [8], в которых воссоздавались условия, близкие к природным и техническим системам. Измерения течений в толще жидкости проводились с использованием лабораторного акустического доплеровского velocimetра ADV (16-MHz Acoustic Doppler Velocimeter), позволяющего измерять три компоненты скорости жидкости в заданной точке при рассеянии акустического сигнала на специально введенных в воду полимерных частицах нейтральной плавучести со средним диаметром 10 мкм.

Первый эксперимент [7] был направлен на изучение структуры течения, образованного пленой всплывающих пузырьков в неограниченном по ширине объеме жидкости, соответствующем всплытию пузырьков со дна водоема. Для формирования двухмерной картины течений был использован лоток с глубиной воды 300 мм, шириной 300 мм, замкнутый по длине в кольцо (длина кольца 17 метров). В поперечном сечении лотка была сформирована плоская пузырьковая пелена с концентрацией пузырьков порядка 1% и средним диаметром пузырька 4,2 мм. Отсутствие начальной скорости у пузырьков проверялось при горизонтальной ориентации отверстий – пузырьки при этом не имели горизонтальной компоненты скорости. При этом, определялись характеристики самого пузырькового слоя и скорости течения жидкости по объему бассейна. Было установлено, что образованное плоской пузырьковой пленой течение имеет структуру в виде двух симметричных водоворотов, расположенных по обе стороны пузырьковой завесы.

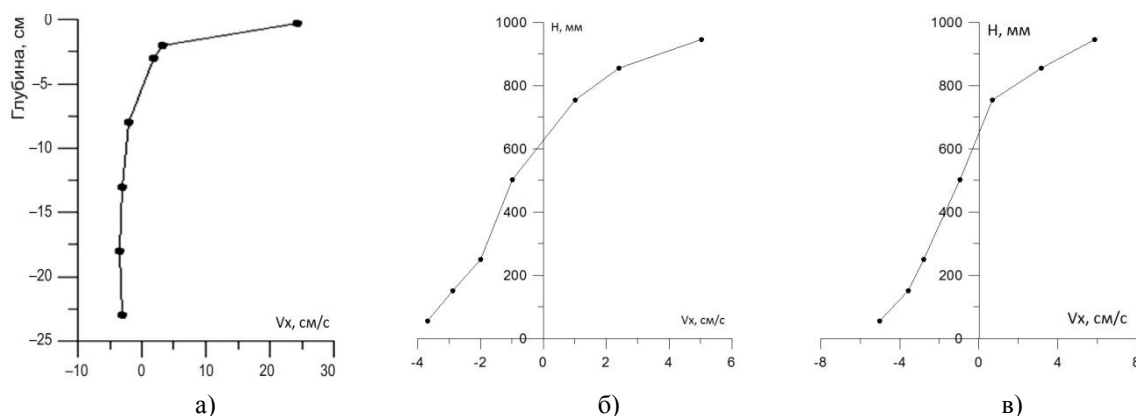


Рис. 1. Распределение горизонтальной составляющей скорости течения по глубине: а) эксперимент в неограниченном объеме со свободным всплытием пузырьков; б) эксперимент в цистерне, скорость выхода пузырьков 18,9 см/с; в) то же, скорость выхода пузырьков 37,7 см/с.

Целью второго эксперимента [8] было исследование распределения скоростей течений, вызванных пузырьковым потоком, в ограниченном объеме жидкости, в условиях, соответствующих техническим системам. Эксперимент проводился в цистерне с размерами 1230x1005x1640мм, на дне которой возле одной из стенок была сформирована плоская пузырьковая пелена с концентрацией пузырьков порядка 5% и средним диаметром пузырька 5,6 мм. Измерения скоростей течений выполнялись при двух наиболее характерных для некоторых технических систем интенсивностях аэрации – 200л/ч и 400л/ч, при этом скорость выхода пузырьков из трубки составляла 18,9 см/с и 37,7 см/с соответственно.

Анализ полученных профилей скоростей течений показал, что в обоих экспериментах течение сильно неоднородно по вертикали с многократным увеличением средних скоростей к поверхности воды, а в случае с ограниченным объемом – еще и ко дну цистерны.

В обоих случаях, независимо от интенсивности аэрации, то есть содержания газовой фазы и начальной скорости всплытия пузырьков, наблюдается циркуляционный поток. Однако, в случае неограниченного объема поток прижат к поверхности воды, а в ограниченном объеме он расположен ближе к центру цистерны и является практически симметричным.

Средние скорости течений, индуцированных пузырьковой пеленой, в эксперименте с неограниченным объемом и нулевой начальной скоростью всплытия пузырьков достигали максимума в 3,5-5 см/с, в толще воды, а в приповерхностном слое скорости, измеренные по плавучим маркерам, достигали 20-25 см/с, то есть порядка скорости всплытия, что и привело к сильной асимметрии водоворотов. В ограниченном объеме при скорости выхода воздуха из отверстий 18,9 см/с и 37,7 см/с средние скорости течений в толще воды достигали максимальных значений в 6,3 и 6,8 см/с соответственно, при этом структура водоворота в целом была близка к симметричной.

Проведенный анализ указывает на существенные различия в динамике двухфазных потоков в природных и технических системах в части структуры течения, но значительное подобие в части концентрации газовой фазы, а, следовательно, и способности к адсорбции ПАВ. Далее в работе проводится проверка данной гипотезы. Работа выполняется при поддержке РФФИ, проект 18-38-00861.

## ЛИТЕРАТУРА

1. М.Г. Булатов и др. // ДАН. 2001. Т. 380. № 6. С. 1–4.
2. S. Ermakov, I. Kapustin, T. Lazareva // Proc. SPIE 9240, Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions 2014, 92400N (14 October 2014); doi: 10.1117/12.2067367; <https://doi.org/10.1117/12.2067367>
3. С.И. Муякшин, Э. Заутер “Океанология”. 2010. Т. 50, № 6. С. 1045–1051.
4. Смирнова (Игонина) М.В., С.В. Васькин // Труды 15-го Международного научно-промышленного форума «Великие реки 2013». Н.Новгород: ВГАВТ, 2013. – с.111-115.
5. А.И. Русанов, С.А. Левичев, В.Т. Жаров, “Поверхностное разделение веществ. Теория и методы”. Л., 1981.
6. А.В. Бялко // Доклады Академии наук, 2011, том 436, № 6, с. 747–752.
7. С.А. Ермаков и др. “Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса”. 2013. Т. 10. № 4. С. 298–307.
8. С.В. Васькин, В.Л. Этин, М.В. Смирнова (Игонина) // Вестник ВГАВТ. Выпуск 48. 2016. с. 73-83.

## Трехволновой резонанс в двумерной стационарной задаче газовой динамики

А.Н. Голубятников, Д.В. Украинский  
Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова  
d.v.ukrainskiy@gmail.com

Трехволновой резонанс является характерной проблемой для нелинейных систем с низшей квадратичной степенью нелинейности [1]. Таким образом, газовая динамика является подходящей областью для исследования этого вопроса. Данная работа посвящена двумерной стационарной задаче. Решение одномерной нестационарной задачи можно найти в [2].

Рассмотрим двумерное стационарное изоэнтропическое потенциальное течение совершенного идеального газа. Введем систему координат  $Oxuy$  и запишем систему уравнений газовой динамики в форме

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \left( h(\gamma - 1) - \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 \right) + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} \left( h(\gamma - 1) - \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right) - 2 \frac{\partial \varphi}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial y} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \left( \left( \frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right) + h = Const, \quad (2)$$

где  $\gamma$  -- показатель адиабаты,  $Const$  -- произвольная постоянная в интеграле Бернулли (2),  $\varphi$  -- потенциал скорости,  $h$  -- энтальпия. Уравнение (1) есть следствие уравнения неразрывности и адиабатичности.

Пусть течение представляет собой относительно малые возмущения постоянного сверхзвукового фона. Фоновое поле скорости параллельно оси  $Ox$ . Тогда  $\varphi$  и  $h$  имеют вид

$$h(x, y) = h_0 + \varepsilon H(x, y, \varepsilon), \quad (3)$$

$$\varphi(x, y) = V_0 x + \varepsilon \Phi(x, y, \varepsilon). \quad (4)$$

где  $h_0$  -- фоновая энтальпия,  $V_0$  -- фоновая скорость. В дальнейшем звездочкой будем обозначать комплексное сопряжение, а штрихом -- операцию дифференцирования по аргументу.

Будем искать возмущения в виде трех гармонических волн, для каждой из которых пары волновых чисел связаны дисперсионным соотношением, соответствующим линейному приближению, а амплитуда и сдвиг фазы медленно изменяются по координате  $x$ . Таким образом, можно записать

$$\Phi = \sum_{j=1}^3 \left( \Phi_j(\varepsilon x) \exp(i\theta_j) + \Phi_j^*(\varepsilon x) \exp(-i\theta_j) \right), \quad (5)$$

$$\Phi_j(\varepsilon x) = \alpha_j(\varepsilon x) \exp(i\beta_j(\varepsilon x)), \quad \theta_j = k_j y - l_j x, \quad l_j = \pm \frac{1}{\sqrt{M_0^2 - 1}} k_j, \quad j = 1, 2, 3. \quad (6)$$

Здесь  $M_0$  -- фоновое число Маха.

После подстановки (5) в отдельное уравнение на  $\Phi$ , получающееся при использовании (3)--(4) в (1)--(2), величины порядка  $\varepsilon$  уйдут в силу выполнения соотношений (6). Потребуем выполнения специального резонансного условия на фазы  $\theta$ :  $\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = 0$ . Тогда для величин порядка  $\varepsilon^2$ , проводя усреднение на интервале,

равном целому числу длин волн, получаем амплитудно-фазовые уравнения взаимодействия

$$\Phi'_j(\xi) = C_j \Phi_m^*(\xi) \Phi_n^*(\xi), \quad \xi = \varepsilon x, \quad j, m, n : cycl, \quad (7)$$

$$C_j = -\frac{M_0^2}{l_j V_0 (M_0^2 - 1)} \left[ \frac{\gamma + 1}{2} (l_m l_n^2 + l_n l_m^2) + \frac{\gamma - 1}{2} (l_m k_n^2 + l_n k_m^2) + k_m k_n l_n + k_n k_m l_m \right].$$

Важно отметить, что коэффициенты этих уравнений вещественны, не одного знака и не равны нулю, а их произведение всегда положительно.

В силу неравенства треугольника, резонансного условия и вида дисперсионного соотношения, аналогичные трехмерные потенциальные нестационарная и сверхзвуковая стационарная задачи газовой динамики всегда вырождаются в одномерную и двумерную соответственно.

Физическая реализация рассматриваемого движения заключается в следующем. Можно считать, что течение задается произвольными значениями  $\Phi_1$ ,  $\Phi_2$  и  $\Phi_3$  в точке  $x = 0$ , а также граничными условиями в виде непротекания через пару поверхностей, в области между которыми рассматриваемое течение и происходит. Формы поверхностей находятся асимптотически, с точностью до величин порядка  $\varepsilon$  и координаты  $x \ll 1 / \varepsilon$  они имеют вид

$$\omega = 1, 2, \quad y_\omega(x) = y_\omega(0) + 2\varepsilon \sum_{j=1}^3 \frac{k_j + y_\omega(0)l_j}{V_0 l_j} \alpha_j(0) \times \\ \times [\cos(k_j y_\omega(0) + \beta_j(0)) - \cos(k_j y_\omega(0) - l_j x + \beta_j(0))].$$

Фактически задача решается полуобратным методом -- принимается вид решения, содержащий некоторые неизвестные функции, которые находятся в процессе решения уравнений, после чего определяется, каким условиям данное решение удовлетворяет, то есть конкретизируется сама постановка задачи.

Таким образом, рассматриваемое нами течение есть решение в среднем уравнений газовой динамики с точностью до малых второго порядка включительно, которое создается из некоторого распределения при обтекании поверхностей специальной формы.

Найдем решение системы нелинейных уравнений (7). Для данной системы можно получить два первых интеграла на медленно изменяющиеся амплитуды

$$\frac{\alpha_j^2(\xi) - \alpha_j^2(0)}{C_j} = \frac{\alpha_m^2(\xi) - \alpha_m^2(0)}{C_m} = \frac{\alpha_n^2(\xi) - \alpha_n^2(0)}{C_n} =: Z(\xi), \quad (8)$$

а также выражения медленно изменяющихся фаз только через амплитуды

$$\beta_j'^2(\xi) = C_j^2 \frac{\alpha_m^2(\xi) \alpha_n^2(\xi)}{\alpha_j^2(\xi)} - \frac{\alpha_j'^2(\xi)}{\alpha_j^2(\xi)}. \quad (9)$$

Интегралы (8) описывают нелинейное взаимодействие трех волн, взаимодействие в виде перекачки энергии и импульса между модами, трехволновой резонанс.

В силу определения функции  $Z$  и того факта, что все коэффициенты амплитудно-фазовых уравнений не одного знака, можно получить оценку ограниченности решения

$$Z \leq \max_{j=1,2,3} \left\{ \frac{\alpha_j^2(0)}{|C_j|} \right\}.$$

Таким образом, для полного решения задачи необходимо определить лишь действительнзначную функцию  $Z$ . Для нее можно получить нелинейное уравнение вида

$$Z'^2 = 4(C_1 Z + \alpha_1^2(0))(C_2 Z + \alpha_2^2(0))(C_3 Z + \alpha_3^2(0)) - 4\alpha_1^2(0)\alpha_2^2(0)\alpha_3^2(0)\sin^2(\beta_1(0) + \beta_2(0) + \beta_3(0)).$$

В общем случае решение этого уравнения выражается через эллиптические функции. Если медленно изменяющиеся фазы постоянны, то решение для амплитуд выписывается в явном виде через функции Якоби (которые могут вырождаться в гиперболические функции при определенных условиях). Для этого нужно воспользоваться соотношениями (8) и (9).

Решение задачи справедливо до значения переменной  $\zeta$  порядка единицы. Трехволновое взаимодействие осуществляется до соответствующего значения координаты  $x$ , если нет других внешних возмущений.

На рис. 1 представлен контурный график плотности при определенных значениях параметров, входящих в задачу. Более светлые области соответствуют большим значениям плотности. На график нанесена координатная сетка. Область рассмотрения ограничена формами поверхностей, образующими канал.

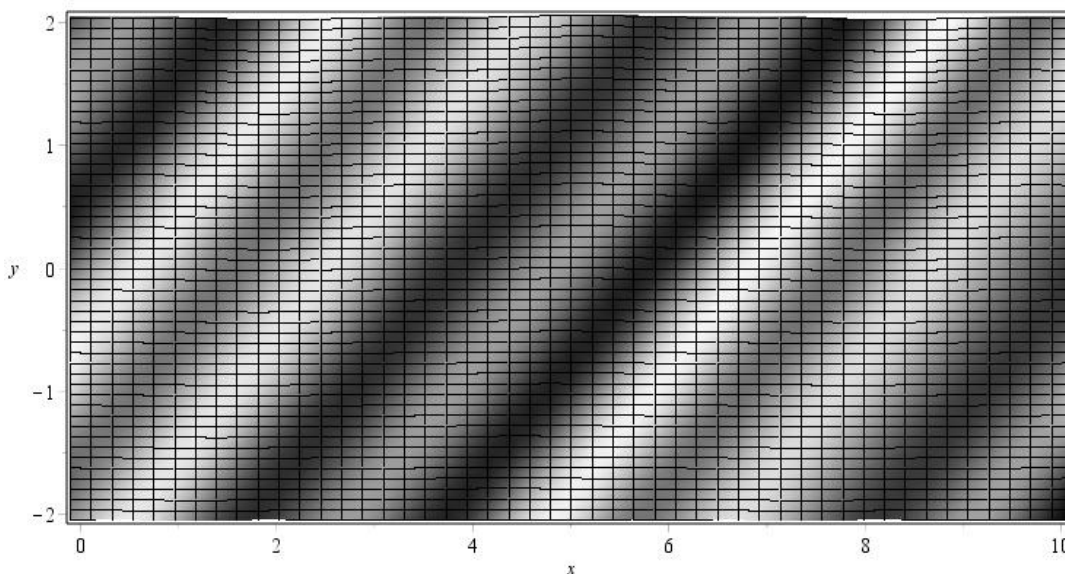


Рис. 1. Распределение плотности в плоском канале при трехволновом резонансе.

Работа поддержана РФФИ (проект 17-01-00037).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. О.М. Филлипс// Под редакцией С. Лейбовича, А. Сибасса. “Нелинейные волны”. М.: Мир, 1977. Стр. 197--220.
2. О.В. Руденко, С.И. Солуян “Теоретические основы нелинейной акустики” М.: Наука, 1975