### КОГЕРЕНТНАЯ И НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА

Фурье-оптика фрактальных структур А.В. Аверченко, Н.Ю. Конопальцева, П.В. Короленко, А.Ю. Мишин
Усиливающая амплитудно-фазовая дифракционная решетка в комбинационно-активной атомной среде В.Г. Архипкин, С.А. Мысливец, П.С. Панкин, И.В. Тимофеев
Стабилизация частот оптической гребёнки, генерируемой в
<b>микрорезонаторах, с помощью атомных переходов</b> И.А. Биленко, Н.О. Нестеров, А.Е. Шитиков, М.Л. Городецкий
Оценка времени наработки поперечно-одномодовых лазерных диодов
по их спектральным характеристикам В.В. Близнюк, В.А. Паршин, О.И. Коваль, А.Г. Ржанов, О.И. Семенова, А.Е. Тарасов
Особенности спектра мощных лазерных диодов при медленной
деградации В.В. Близнюк, В.А. Паршин, О.И. Коваль, А.Г. Ржанов, А.Е.Тарасов 16
Температурные характеристики фотовольтаического преобразователя
с вертикальными кремниевыми ячеиками в условиях монохроматического облучения <i>А.В. Бланк, С.Д. Богданов</i>
Нелинейные процессы при фотопреобразовании мощных когерентных коллимированных лазерных пучков <i>А.В. Бланк, Р.А. Воропаев</i>
Затягивание частоты многочастного лазерного диода модой высокодобротного микрорезонатора <i>P.P. Галиев, Н.М. Кондратьев, Н.Г. Павлов, В.Е. Лобанов, М.Л. Городецкий</i> 26
Динамическая симметрия и квантовое управление динамикой
<b>Ридберговских атомов</b> <i>А.В. Горохов, А.К. Крюков</i>
Пространственные свойства и корреляции фотонов в неклассических
<b>сжатых состояниях света, несущего орбитальный момент</b> <i>Р.В. Захаров, О.В. Тихонова</i>
Обработка информации в измерительных системах с датчиками Фабри-Перо <i>А.М. Зотов, П.В. Короленко, В.А. Яцеев</i>
Теория затягивания лазерного диода микрорезонатором с модами
<b>шепчущей галереи</b> <i>Н.М. Кондратьев, В.Е. Лобанов, А.В. Черенков, А.С. Волошин, Н.Г. Павлов,</i> <i>М.Л. Городецкий</i>

Модуляционная неустойчивость волновых пакетов,
распространяющихся в световоде с дисперсиеи, каскадно зависящей
И.О. Золотовский, В.А. Лапин, Д.И. Семенцов
Пространственное мультиплексирование солитонов в оптических
<b>микрорезонаторах</b> Г.В. Лихачев, Н.Г. Павлов , М.Л. Городецкий
Управление частотой повторения диссипативных керровских
солитонов в оптических микрорезонаторах с помощью модуляции
накачки В.Е. Лобанов, Н.М. Кондратьев, А.В. Черенков, Г.В. Лихачев, М.Л. Городецкий
<b>Дискретная дифракция и оптические плоские зоны</b> <i>А.И. Маймистов</i>
Рассеяние лисперсионных волн на светлых солитонах в срелах с
квадратичной нелинейностью
И.М. Орешников, Р.М. Дрибен, А.В. Юлин 58
Магнитооптические свойства фотонного эха на трионных состояниях тонких текстурированных пленок при регистрации фемтосекундных временных интервалов
И.И. Попов, А.У. Бахооуров
<b>Моделирование процессов в мощных полупроводниковых лазерах</b> <i>А.Г. Ржанов</i>
О вариационном подходе к описанию распространения солитонов в волноводе
С.В. Сазонов
Влияние геометрии планарного волновода на формирование
оптических пуль С.В. Сазонов, А.А. Калинович, Б.Д. Соболев,
М.В. Комиссарова, И.Г. Захарова
Двумерная динамика солитонов в условиях резонанса Захарова-Бенни С.В. Сазонов, Н.В. Устинов
Солитонная динамика векторных электромагнитных импульсов в
<b>микродисперсной неравновесной среде анизотропных молекул</b> <i>С.В. Сазонов, Н.В. Устинов</i>
Управление спектральными свойствами неклассического сжатого света
В.В. Сухарников, О.В. Тихонова
Квазистабилизация оптического импульса, распространяющегося в
режиме ионизации и вынужденного комбинационного рассеяния В.А. Халяпин

Керровские частотные гребенки в полосе бриллюэновского рассеяния
А.В. Черенков, Г.В. Лихачев, В.Е. Лобанов,
Н.М. Кондратьев, М.Л. Городецкий
Исследование методов генерации керровских частотных гребенок в оптических микрорезонаторах в области нормальной дисперсии
групповых скоростей
А.Е. Шитиков, В.Е. Лобанов, И.А. Биленко, М.Л. Городецкий

### Фурье-оптика фрактальных структур

А.В. Аверченко<sup>1</sup>, Н.Ю. Конопальцева<sup>1</sup>, П.В. Короленко<sup>1,2</sup>, А.Ю. Мишин<sup>1</sup> <sup>1</sup>Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, Москва <sup>2</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук, Москва pvkorolenko@rambler.ru

Методы фурье-анализа [1] стали в настоящее время необходимым атрибутом разнообразных естественно-научных и гуманитарных исследований. Можно привести многочисленные примеры их использования и в области фрактальной оптики [2]. Однако существуют определенные особенности применения преобразований Фурье к характеристикам фрактальных пространственно-временных структур. Эти особенности обусловлены как специфическими характеристиками фрактальных структур, так и подходами к интерпретации получающихся зависимостей. Существует также специфика методического и методологического обеспечения проводимых расчетов. Результаты этих расчетов обладают определенной эвристической ценностью, что указывает на необходимость более детального анализа возможностей их применения. Целью данной работы является анализ особенностей применения методов фурьеоптики для решения задач, возникающих в ходе исследований масштабноинвариантных апериодических систем. Указанные особенности иллюстрируются на примере рассмотрения свойств апериодических многослойных структур и двумерных изображений фрактальных объектов. Дополнительно на примере хаотических процессов рассмотрены возможности близкой к фурье-анализу методики, опирающейся на вейвлет-преобразования.

Фурье-анализ многослойных структур проводился для систем, в которых чередование слоев с высокими и низкими показателями преломления определялось на основе числовых последовательностей Кантора, Фибоначчи, Морса-Туэ, двойного периода и некоторых других. При численном моделировании такого рода структур использовался блочный метод, сочетающийся с правилом замещения [3]. Все эти структуры обладают внутренней симметрией самоподобия. Это свойство апериодических многослойных систем находит отражение и в структуре их фурьеспектров. Было установлено, что фурье-спектры обладают фрактальными признаками, которые связаны со скейлинговыми параметрами рассматриваемых объектов. Расчеты показали также, что указанным свойством обладают и некоторые системы со скрытыми фрактальными признаками, построенные на основе других принципов. К ним может быть отнесена, в частности, система, построенная с использованием числовой последовательности Колакоски [4]. Ее структура и спектральные характеристики показаны на рис.1.

Приведенный рисунок показывает, что, несмотря на отсутствие визуально наблюдаемых признаков фрактальности в многослойной системе, ее фурье-спектр, как и спектр пропускания, обладают самоподобными свойствами. Области между пиками 1,2 и 3,4 оказываются схожими по своей структуре. Обращает на себя внимание структурное соответствие спектра Фурье и спектра пропускания (ход пунктирных линий на рис. 1 это подтверждает). Этот факт указывает на то, что фурье-преобразование апериодических многослойных структур позволяет получать важные сведения об особенностях пропускания многослойных систем, а также извлекать сведения о скейлинговых характеристиках спектров пропускания и отражения.

Фурье-анализ помимо использования при разработке фрактальных оптических систем с уникальными свойствами позволяет по новому осветить некоторые проблемы в гуманитарной области, в частности, найти подход к объяснению феномена красоты

фракталов [5]. Для решения этой задачи можно оттолкнуться от концепции работы [6], где красота фракталов объясняется самоподобием их пространственных спектров, обеспечивающей высокую эффективность частотной фильтрации фрактальных изображений в коре головного мозга. Для подтверждения данной гипотезы был рассмотрен вопрос о взаимосвязи фрактальных свойств изображения объекта и его было уделено устойчивости фурье-спектра. Особое внимание спектральных характеристик детерминированным к случайным изменениям структуры И изображений.



Рис. 1. Характеристики многослойной системы Колакоски. а – структура системы (A, B – слои, различающиеся значением показателя преломления); b – спектральная зависимость коэффициента пропускания T ( $\omega$  — нормированная частота излучения [2]); с – фурье-компоненты  $I_q$  многослойной системы (по интенсивности), q – пространственная частота (величины  $I_q$  и q представлены в условных нормированных единицах).

В процессе выполнения этой работы был получен обширный материал, характеризующий связь изображений фрактальных структур с их пространственными спектрами. Использовались преимущественно представления, развитые в работах [2,7]. Рассматривались различные типы детерминированных и случайных фрактальных и фракталоподобных объектов и процессов и определялись соответствующие им пространственные спектры. Как правило, за редким исключением структуры с фрактальными признаками обладали фрактальными спектрами. Иллюстрацией этой закономерности могут служить распределения, построенные с использованием выражения для двумерной диапазонно-ограниченной функции Вейерштрасса [8].

$$W(x, y) = C \cdot \sum_{n=0}^{N-1} b^{(D-3)n} \sum_{m=1}^{M} \sin\left[K \cdot b^n \cdot \left(x \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot m}{M}\right) + y \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot m}{M}\right)\right) + \phi_{n,m}\right], \quad (1)$$

где *x*, *y* — поперечные координаты; *C* — нормировочная константа; *b*>1 — параметр пространственно-частотного масштабирования; *D* — фрактальная размерность (2<*D*<3); *K* — основное пространственное волновое число; *N* и *M* — число гармоник;  $\phi_{n,m}$  — фаза, заданная в интервале [- $\pi$ ;  $\pi$ ]. В зависимости от распределения этой

величины по заданному или случайному закону приведенная формула будет описывать либо детерминированную структуру объекта, либо — стохастическую. Особое внимание в ходе численного моделирования уделялось фиксации самоподобных свойств пространственных спектров и определению характерных для них коэффициентов скейлинга.

На рис. 1а представлен рассчитанный 3D-график функции  $W^2(x, y)$  при  $\phi_{n,m}=0.785$ , а на рисунке 1b — её фурье-спектр. Использовались следующие значения параметров: *C*=0.038, *b*=1.9, *D*=2.21, *K*=1.0, *N*=15, *M*=15. Структура спектра двумерной функции Вейерштрасса, как видно из его графического представления, состоит из системы спектральных максимумов, формирующих кольцевые распределения на разных расстояниях от нулевой частоты. Эти кольцевые распределения максимумов помечены цифрами 1-4. Количество максимумов в каждом кольце одинаково. Отношение радиусов колец  $\frac{r_i}{r_{i-1}}$ , определяющее величину коэффициента скейлинга, оказывается

равным величине  $\xi$ =1.9, совпадающей со значением параметра *b*. Это указывает на самоподобный характер спектра Фурье двумерной функции Вейерштрасса. Расчеты показывают, что форма распределения спектральных компонент двумерной функции слабо зависит от изменения параметров функции (*C*, *b*, *D*, *K*, *N*, *M*,  $\phi_{n,m}$ ). Так, увеличение фрактальной размерности *D*, хотя и вызывает увеличение степени изрезанности графика функции Вейерштрасса, приводит лишь к появлению некоторого количества дополнительных сателлитов у располагающихся по кольцам спектральных максимумов без изменения общей конфигурации спектрального распределения.



Рис. 2. График функции  $W^2(x, y)$  (a) и её фурье-спектр  $F(q_x, q_y)$  (b).  $F(q_x, q_y)$  — амплитудные коэффициенты фурье-разложения функции; координаты x, y и пространственные частоты  $q_x$ ,  $q_y$  представлены в условных единицах; фаза  $\phi_{n,m}$  фиксирована.

Существенным образом изменялось структура изображения, когда значение фазы  $\phi_{n,m}$  приобретало случайное распределение в интервале [- $\pi$ ;  $\pi$ ] при сохранении значений других параметров. В этом случае вид изображения приобретал спеклоподобный характер. Однако, несмотря на значительные изменения распределения интенсивности, форма спектра кардинальным образом не менялась.

Дополнительный анализ показал, что спектры характеризуются высокой степенью устойчивости к сильным возмущениям структуры объекта даже при изменении

скейлинговых характеристик. Так, форма спектров сохранялась, если величина Dсчиталась зависящей от координат x и y:  $D(x, y) = D + E \cdot (\sin(2 \cdot \pi \cdot \Omega_x \cdot x) + \sin(2 \cdot \pi \cdot \Omega_y \cdot y))$  (E,  $\Omega_x$ ,  $\Omega_y$  – фиксированные параметры, равные  $E = \Omega_x = \Omega_y = 0.2$ ).

Таким образом, регистрируемая устойчивость формы фурье-спектров и их самоподобных свойств во многом объясняет причины эстетической значимости фрактальных изображений. Одновременно полученные в ходе оптико-физических исследований данные позволяют дать рациональное объяснение высокой эффективности получившей широкое распространение фрактальной арт-терапии, которая основана на созерцании пациентами фрактальных изображений [9].

Очень часто результаты фурье-преобразований могут быть существенно дополнены анализом спектров сингулярностей, которые могут быть построены с использованием картин вейвлет-коэффициентов, рассматриваемых процессов [10]. Полученные в данной работе результаты численного моделирования детерминированного хаоса подтверждают этот тезис. Важно отметить, что оценка формы фурье-спектров сложных стохастических процессов являются одним из надежных и простых методов идентификации развивающегося хаоса.

Характеризуя в целом результаты данной работы, следует указать на те аспекты применения методов фурье- и вейвлет- анализа, которые связаны с идентификацией фрактальных признаков рассматриваемых систем на основе структуры их пространственных и сингулярных спектров и поиском возможностей практического использования самоподобных свойств разнообразных объектов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дж. Гудмен "Введение в фурье-оптику" М.: Мир, 1970.

2. A.M. Zotov, P.V. Korolenko, A.Yu. Mishin // Crystallography Reports. 2010. V. 55. No 6. P. 964-970.

3. E.L. Albuquerque, M.G. Cottam // Physics Reports. 2003. V. 376. P. 225-337.

4. V.I. Fesenko // Waves in Random and Complex Media. 2014. V. 24. No 2. P. 174–190.

5. H.-O. Peitgen, H. Jürgens, D. Saupe "Chaos and Fractals." New Frontiers of Science. Second Edition. N. Y.: Springer Science + Business Media, Inc., 2004.

6. A.A. Kashtanov, P.V. Korolenko, A.Yu. Mishin // Journal of scientific articles "Health and Education Millennium". 2017. V. 19. No 2. P. 90-92.

7. B.B. Mandelbrot "The fractal geometry of nature" N. Y.: W.H. Freeman And Company, 1977.

8. A.A. Potapov // Radioelectronics. Nanosystems. Information technology. 2009. V. 1. No 1-2. P. 64-108.

9. R.P. Taylor // Leonardo. 2006. V. 39. No 3. P. 245-251.

10. А.Н. Павлов, В.С. Анищенко // Известия Саратовского университета. 2007. Т. 7. Сер. Физика, вып. 1. С. 3 – 25.

### Усиливающая амплитудно-фазовая дифракционная решетка в комбинационно-активной атомной среде

В.Г. Архипкин<sup>1</sup>, С.А. Мысливец<sup>1</sup>, П.С. Панкин<sup>2</sup>, И.В. Тимофеев<sup>1,2</sup> <sup>1</sup> Институт Физики им. Л.В. Киренского ФИЦ КНЦ СО РАН, <sup>2</sup> ФГАОУ ВПО «Сибирский федеральный университет» avg@iph.krasn.ru

В работе теоретически исследуются одномерные и двумерные дифракционные решетки, основанные пространственной модуляции комбинационного усиления. Решетки индуцируются в четырехуровневой атомной среде полем накачки и стоячей управляющей волной, взаимодействующих с пробным полем, которое распространяется перпендикулярно стоячей волне. Определены условия, при которых усиливается не только нулевой, но и высшие дифракционные порядки. Такая структура может использоваться как оптический многолучевой расщепитель.

Светоиндуцированные решетки могут генерироваться в атомных средах, вводя периодическую пространственную модуляцию атомной нелинейной восприимчивости. Большинство предложенных использовании схем основаны на явления электромагнитно индуцированной прозрачности (ЭИП) [1]. Такие решетки формируются, когда управляющее поле является стоячей волной [2], которая приводит к пространственной модуляции показателя поглощения и преломления. Другой подход основан на пространственной модуляции гигантской кросс-керровской нелинейности при ЭИП [3], когда второе управляющее поле заменяют на стоячую волну. В этом случае имеет место модуляция показателя преломления. Когда пробное поле распространяется перпендикулярно стоячей управляющей волне, такая структура представляет собой амплитудную или фазовую дифракционную решетку, свойства которой можно полностью оптически контролировать (см., например [4,5]). Схемы, на основе сред с комбинационным (рамановским) усилением [6] могут иметь существенные преимущества по сравнению с ЭИП за счет эффекта комбинационного усиления. В работе [7] предложена фазовая дифракционная решетка на основе пространственной модуляции кросс-керровской нелинейности в рамановской усиливающей среде, а в [8] продемонстрирована двумерная решетка в этой схеме. Однако в предложенных схемах усиление получено только для нулевого порядка дифракции. Высшие дифракционные порядки не усиливаются, но их эффективность выше, чем в решетках на основе ЭИП. Мы показываем, что при определенных условиях можно получить усиление высших дифракционных порядков и управлять их интенсивностью.

Схема взаимодействия приведена на рис.1а. В случае 1D решетки управляющая стоячая волна  $E_3(x) = E_3 \sin(\pi x / \Lambda) \exp(-i\omega_3 t)$  с пространственным периодом  $\Lambda$  направлена вдоль оси x и взаимодействует с переходом |2>–|3>. Для 2D решетки управляющая волна представляет собой две скрещенные стоячие волны

$$E_3(x, y) = \left[ E_3 \sin(\pi x / \Lambda_x) + E_3 \sin(\pi y / \Lambda_y) \right] \exp(-i\omega_3 t).$$

Поле накачки и слабое пробное поле  $E_{1,2}(z) = 1/2E_{1,2} \exp[-i(\omega_{1,2}t - k_{1,2}z)]$ ( $|E_2| << (|E_1|)$  распространяются вдоль направления *z* перпендикулярно стоячей волне и взаимодействуют с переходами |0>-|1> u |2>-|1>, соответственно (рис.1).

Макроскопическая восприимчивость  $\chi_2(\omega_2)$  для пробного поля  $\omega_2$  имеет вид [9]

$$\chi_{2}(\omega_{2}) = -i\alpha_{r}F(\omega_{2}), \quad F(\omega_{2}) = \frac{\gamma_{12}}{\Delta_{1}} \frac{|G_{1}|^{2} (\Delta_{30}\Delta_{31} + |G_{1}|^{2} - |G_{3}|^{2})}{D}$$
(1)  
$$D = (|G_{1}|^{2} - |G_{3}|^{2})^{2} + (\Delta_{20}|G_{1}|^{2} + \Delta_{31}|G_{3}|^{2})\Delta_{2}^{*} + (\Delta_{31}|G_{1}|^{2} + \Delta_{20}G_{3}^{2})\Delta_{30} + \Delta_{30}\Delta_{20}\Delta_{31}\Delta_{2}^{*};$$
$$D = (|G_{1}|^{2} - |G_{3}|^{2})^{2} + (\Delta_{20}|G_{1}|^{2} + \Delta_{31}|G_{3}|^{2})\Delta_{2}^{*} + (\Delta_{31}|G_{1}|^{2} + \Delta_{20}G_{3}^{2})\Delta_{30} + \Delta_{30}\Delta_{20}\Delta_{31}\Delta_{2}^{*};$$

 $\alpha_r = |\mathbf{d}_{12}|^2 N / 2\hbar \gamma_{12}, \ G_3(x) = G_3 \sin(\pi x / \Lambda), \ G_3 = E_3 d_{10} / \hbar, \ 2G_1 = E_1 d_{32} / \hbar$  - частоты Раби поля накачки и управляющего поля,  $\Delta_1 = \gamma_{10} - i\delta_1, \ \Delta_2 = \gamma_{12} - i\delta_2, \ \Delta_3 = \gamma_{32} - i\delta_3, \ \Delta_{30} = \gamma_{30} - i\delta_{30}, \ \Delta_{31} = \gamma_{31} - i\delta_{31}, \ \delta_{1,2,3} = \omega_{1,2,3} - \omega_{10,12,32} - однофотонные отстройки, \ \delta_{20} = \delta_1 - \delta_2 - рамановская отстройка, \ \delta_{30} = \delta_1 - \delta_2 + \delta_3, \ \delta_{31} = \delta_3 - \delta_2, \ \omega_{mn}, \ \gamma_{mn} \ \mu \ d_{mn} - 4$ астота, полуширина и матричный дипольный момент соответствующих переходов,  $\hbar$  – постоянная Планка. Далее будем считать, что  $|\delta_1| >> \gamma_{10}, G_1 \ \mu \ |\delta_2| >> \gamma_{21}.$ 



Рис. 1. (а) Энергетическая диаграмма четырехуровневой атомной системы N-типа, взаимодействующей с тремя полями: волна накачки (частота  $\omega_1$ ), пробное воле (частота  $\omega_3$ ) и управляющая стоячая волна (частота  $\omega_3$ ). (б) Конфигурация пробного и управляющего поля относительно атомного слоя и дифракционные порядки. Волны  $E_3$ , распространяющиеся под углом друг к другу, формируют стоячую управляющую волну вдоль оси *x*.

При определении (1) предполагается, что среда является линейной по отношению к пробному полю и все атомы остаются в основном состоянии в процессе взаимодействия. Из формулы (1) видно, что поведение  $\chi_2(\omega_2)$  сильно зависит от частот Раби  $G_p$  и  $G_3(x)$  и от частотных отстроек от резонансных частот переходов.

В приближении тонкой 1D решетки, когда дифракцией внутри атомного слоя можно пренебречь [2], для плоской пробной волны нормированное распределение интенсивности в дальней зоне (дифракция Фраунгофера) имеет вид

$$I_2(\theta) = |E_2(\theta)|^2 \frac{\sin^2(M\pi\Lambda\sin\theta/\lambda_2)}{M^2\sin^2(\pi\Lambda\sin\theta/\lambda_2)}$$
(2)

где M – число пространственных периодов решетки, облученных пробным пучком,  $\theta$  – угол дифракции по отношению к *z* направлению. *n*-й порядок дифракции определяется соотношением sin $\theta$ = $n\lambda_2/\Lambda$ , *n*=0,1,2. Функция

$$E_2(\theta) = \int_0^1 T(x) \exp(-i2\pi \Lambda x \sin \theta / \lambda_2) dx$$
(3)

описывает дифракцию Фраунгофера на одном пространственном периоде

$$T(x) = \frac{E_2(z=L)}{E_2(z=0)} = \exp[F(\omega_2)L]$$
(4)

где *Т* - функция пропускания, *L* – толщина решетки. В случае 2-D решетки

$$I_{2}(\theta) = |E_{2}(\theta_{x},\theta_{y})|^{2} \frac{\sin^{2}(M\pi\Lambda_{x}\sin\theta_{x}/\lambda_{2})}{M^{2}\sin^{2}(\pi\Lambda_{x}\sin\theta_{x}/\lambda_{2})} \times \frac{\sin^{2}(N\pi\Lambda_{y}\sin\theta_{y}/\lambda_{2})}{N^{2}\sin^{2}(\pi\Lambda_{y}\sin\theta_{y}/\lambda_{2})}$$
(5)

$$E_2(\theta_x, \theta_y) = \int_0^1 T(x, y) \exp(-i2\pi x \Lambda_x \sin \theta_x / \lambda_2 - i2\pi x \Lambda_y \sin \theta_y / \lambda_2) dxdy$$
(6)

Для численного анализа использовались данные, соответствующие D1 линии атомов натрия, а уровни |0> и |2> представляют долгоживущие сверхтонкие подуровни основного электронного состояния  $3S_{1/2}$ . Использовались следующие атомные параметры:  $\gamma_{10}/2\pi=10$  МГц,  $\gamma_{20}=\gamma_{10}/100$ . Частоты Раби и отстройку  $\delta_1$  и выражаем в единицах  $\gamma_{10}$ , а рамановскую отстройку  $\delta_{20}$  в единицах  $\gamma_{20}$ , период решетки  $\Lambda$  в длинах волн  $\Lambda=4\lambda_2$ , ширину решетки D в единицах периода  $D=M\Lambda=5\Lambda$ ,  $\Lambda_x=\Lambda_y=\Lambda$ .

На рис. 2 показано дифракционные пики как функция синуса угла дифракции  $\theta$  при различных значениях параметров. Видно, что интенсивность различных дифракционных порядков зависит от начальных отстроек  $\delta_{20,3}$  и частот Раби G<sub>1,3</sub>.



Рис. 2. Интенсивность  $I_2(\theta)$  дифракционных порядков как функция sin( $\theta$ ) при различных значениях параметров. L=40 (в единицах  $z_0=1/k_2\alpha_r$ ).

Дифракционные порядки усиливаются за счет эффекта комбинационного усиления. Таким образом, варьируя интенсивность поля накачки можно управлять интенсивностью дифракционных порядков, которая может существенно превышать интенсивность пробного поля, падающего на решетку.

На рис. 3 приведена дифракционная картина в случае двумерной решетки, когда поле накачки представляет две скрещенные под углом  $90^{\circ}$  стоячие волны, направленные по оси *x* и *y*, соответственно. Видно, что при определенных условиях высшие дифракционные порядки могут быть усилены. Такую решетку можно рассматривать как многолучевой расщепитель лазерного пучка с контролируемой интенсивностью дифракционных пучков.



Рис. 3 - Интенсивность  $I_2(\theta)$  дифракционных порядков двухмерной решетки как функция  $sin(\theta_x)$  и  $sin(\theta_y)$ .  $\delta_{20}=12, \ \delta_3=14, \ G_1=1.2, \ G_3=0.26.$ 

Теоретически исследованы одномерные и двумерные амплитудно-фазовые дифракционные решетки, основанные на пространственной модуляции кросскерровской восприимчивости в условиях комбинационного взаимодействия пробной волны с полем накачки и управляющей стоячей волной в четырехуровневой атомной среде. Показано, что можно эффективно оптически управлять интенсивностью нулевого и высших дифракционных порядков. При соответствующих параметрах интенсивность высших дифракционных порядков может быть больше интенсивности входного пробного пучка, т.е. на выходе будем иметь несколько усиленных пучков с управляемой интенсивностью. Такие решетки могут представлять интерес для оптического переключения, маршрутизации и как многолучевые расщепители света.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. M. Fleischhauer, M.D. Lukin, A. Marangos // J. Rev. Mod. Phys., 2005. V. 77. P. 633.

2. H.Y. Ling., Y-Q. Li, M. Xiao // Phys. Rev. A. 1998. V. 57. P. 1338.

3. L.E.E. de Araujo // Opt. Letts. 2010. V. 35. P. 977.

4. B.K. Dutta, P.K. Mahapatra // J. Phys. B. 2006. V. 39. P. 1145.

5. J. Wu, Ai. Baoquan // J Phys. B. 2015. V. 48. 115504-1 - 115504.

6. R W. Boyd "Nonlinear Optics" London: Academic, 1992.

7. Kuang S-qi, Jin C-s., C. Li Phys. Rev. A. 2011. V. 84. 033831.

8. L. Wang, et al. // Chin. Phys. B. 2016. V. 25. 114205.

9. V.G. Arkhipkin, S.A. Myslivets. J. Opt. 2017. V. 19. 055501.

# Стабилизация частот оптической гребёнки, генерируемой в микрорезонаторах, с помощью атомных переходов

И.А. Биленко<sup>2</sup>, Н.О. Нестеров<sup>2</sup>, А.Е. Шитиков<sup>2</sup>, М.Л. Городецкий<sup>1, 2</sup> <sup>1</sup>Российский Квантовый Центр, Сколково, Россия <sup>2</sup>Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия artficial@yandex.ru

Микрорезонаторы с модами шепчущей галереи (МШГ) могут обладать сверхвысокими добротностями в оптическом диапазоне (>10<sup>9</sup>), что позволяет использовать их для практической реализации многих интересных нелинейных эффектов, в том числе и для генерации керровских частотных гребенок [1]. Оптические гребенки, генерируемые в микрорезонаторах, могут стать основой для создания нового класса компактных приборов для спектроскопии, прецизионных измерений, радиофотонных СВЧ генераторов.

Когерентная оптическая гребенка представляет собой набор эквидистантных частот в видимом или ближнем ИК диапазоне. Ее ширина может составлять до 50% от центральной частоты, а ширина каждой линии может быть 10<sup>-10</sup> и менее от нее. Применение микрорезонаторов с МШГ позволяет получить гребенку при накачке Недостатком такой обычным полупроводниковым лазером. схемы является недостаточная долговременная стабильность, связанная с дрейфом резонансных частот Существенное повышение стабильности на временах, самого микрорезонатора. превышающих 1...10 секунд привязка одной ИЗ дает собственных частот микрорезонатора к частоте атомного перехода. В работе [2] применение дополнительного лазера, вторая гармоника которого была привязана к D2 линии Rb, а первая использовалась для подстройки частоты микрорезонатора позволила достичь величины дисперсии Алана, вычисленной для сигнала биений на частоте 27.5 ГГц между линиями гребенки, формируемой основным лазером, на уровне 10-11. Необходимость использования второго лазера и удвоителя была связана с тем, что когерентные оптические гребенки обычно наблюдаются в области частот с аномальной дисперсией групповых скоростей, в данном случае в близи 1560 нм, в то время, как частоты переходов щелочных металлов, используемые для стабилизации, лежат в диапазоне 700...900 нм. В этом диапазоне дисперсия групповых скоростей для кристаллических микрорезонаторов из CaF<sub>2</sub> и MgF<sub>2</sub>, имеющих наивысшую добротность, нормальная.

Целью данной работы является привязка полупроводникового лазера с длиной волны 894 нм к D1 линии <sup>133</sup>Cs и формирование с его помощью оптической частотной гребенки. В работе [3] было показано, что оптическая гребенка в микрорезонаторе с нормальной дисперсией может быть получена за счет образования импульсов особой формы – платиконов при воздействии на него накачки, содержащей несколько частот, отстоящих на величину, равную межмодовому интервалу резонатора. В данной работе планируется использовать накачку, модулированную на частоте 9...11 ГГц. На первом этапе продемонстрирована субдоплеровская спектроскопия ячейки, содержащей пары цезия и привязка частоты лазера к склону резонанса линии D1. В дальнейшем будет реализована схема Паунда-Дривера для привязки к центру резонансной кривой, тепловая подстройка частоты микрорезонатора и исследование параметрической генерации в микрорезонаторе при воздействии модулированной накачки. Также, будет проведен анализ факторов, ограничивающих стабильность гребенки в данной схеме и исследование возможности наблюдения когерентного пленения населенностей  $^{133}Cs$ сверхтонкого расщепления основного состояния при воздействии

12

модулированной и многочастотной накачки [4] для контроля величины межмодового интервала микрорезонатора.

Блок-схема измерительной установки представлена на рис.1а. В качестве источника накачки использовался диодный лазер с внешним резонатором с центральной длиной волны 894.6 нм с возможностью её перестройки на  $\pm 2$  нм. Излучение лазера накачки по оптическому волокну попадает в блок, содержащий ячейку с парами <sup>133</sup>Cs и оптическую схему для реализации насыщающей спектроскопии. Мощность излучения, попадающего в ячейку, не превышает 0.5 мВт. Сколлимированный лазерный луч попадает на оптическую схему из светоделителя и зеркал, направляющий лучи навстречу друг другу. Результатом применения схемы спектроскопии насыщенного поглощения является возможность разрешить узкие пики, не подверженные доплеровскому уширению. Разность между двумя провалами на рис. 16 соответствует расстоянию между линиями поглощения <sup>133</sup>Cs  $\Delta \omega = 1167$  МГц, отсюда ширина внутридоплеровских пиков  $\approx 5$  МГц, что позволяет осуществить привязку лазерного источника к атомным переходам, для обеспечения долговременной стабильности частоты.



Рис.1. а: блок-схема экспериментальной установки, б: субдоплеровские резонансы <sup>133</sup>Cs, наблюдаемые при перестройке частоты лазера накачки.

Привязка к склону резонанса осуществлялась с помощью цифрового блока стабилизации Toptica Digilock 110, управляемого внешним ПК. Программное обеспечение блока позволяет выбрать точку на склоне резонанса, к которой осуществляется привязка, а также выполнить подбор коэффициентов PID-регулятора.

На следующем этапе будет реализована автоматическая подстройка одной из собственных частот микрорезонатора, в котором возбуждается частотная гребенка, на частоту лазера, привязанного к частоте атомного перехода.

Работа выполняется при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-0200522).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. T. Herr, K. Hartinger, J. Riemensberger et. al.// Nat. Photon. 2012. V. 6. P.480–487.

2. Liang, Wei, et al. // IEEE Photonics Journal 2017. 9.3 1-11, 2017.

3. V.E. Lobanov, G. Lihachev and M. Gorodetsky // Europhys. Lett. 2015. V. 112, № 5. P.54008.

4. Hafiz, et.al. // Optics letters 2016. 41(13), 2982-2985.

5. D.V. Skryabin et al. // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. No 4. P. 3508.

# Оценка времени наработки поперечно-одномодовых лазерных диодов по их спектральным характеристикам

В.В. Близнюк<sup>1</sup>, В.А. Паршин<sup>1</sup>, О.И. Коваль<sup>1</sup>, А.Г. Ржанов<sup>2</sup>, О.И. Семенова<sup>1</sup>,

A.E. Tapacoв <sup>1</sup>НИУ «МЭИ» <sup>2</sup>Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова 4059541@mail.ru, olgaivanovnakoval@yandex.ru, rjanov@mail.ru

Широкое использование поперечно-одномодовых торцевых лазерных диодов (далее – ЛД) актуализирует задачу прогнозирования их срока службы. В настоящее время наиболее часто используются несколько методик решения этой задачи, основанных на измерениях временных зависимостей тока накачки ЛД, необходимого для поддержания мощности излучения на определенном уровне [1].Также используются комплексные измерения временных зависимостей профиля пучка и спектра излучения ЛД [2,3]. При этом особое внимание уделяется вопросу совпадения распределения интенсивности излучения в дальней зоне с функцией Гаусса и появлению в спектре излучения пиков, соответствующих модам высшего порядка. В то же время не анализируется форма линии, огибающей спектр излучения ЛД.

В настоящей работе предлагается методика прогнозирования срока службы ЛД, основанная на анализе форм-фактора огибающей спектра излучения в начальной стадии работы ЛД. Реализация этой методики базируется на использовании спектрального прибора с низкой разрешающей способностью – монохроматора МДР-23. Использование такого прибора не позволяет измерять тонкую структуру спектра излучения – линий излучения, соответствующих продольным модам резонатора Фабри-Перо. Однако разрешающей способности МДР-23 достаточно, чтобы с высокой точностью определить форм-фактор огибающей спектра излучения.

Путем исследований форм-факторов огибающей спектра излучения более чем ста экземпляров ЛД, генерирующих на длинах волн 0.65 мкм, 0.532 мкм и 0.98 мкм, установлено, что описывающие их функции варьируются в широких пределах. Практически все ЛД с длиной волны 0.98 мкм имели огибающие спектра излучения с двумя экстремумами, каждый из которых хорошо аппроксимировался гауссовой функцией. Срок службы таких лазеров ограничен 400 часами.

Контур линии, огибающей спектр излучения ЛД с длиной волны излучения 0.65 мкм и 0.532 мкм, хорошо описывается функцией вида:

$$f_{sech}(\nu) = (\operatorname{sech}^{\nu - \nu_0}_{\Delta \nu})^2, \qquad (1)$$

где v — текущее значение частоты излучения,  $\nu_0$ -центральная частота спектра излучения,  $\Delta v$ -ширина линии, огибающей спектр излучения.

Экспериментально установлено, что отличие форм-фактора от функции (1) влияет на время наработки исследованных лазеров. Так, по мере ухода функции, описывающей форм-фактор от (1) и приближении его к гауссовой кривой  $f_{G} = \exp\left[-\left(\frac{v-v_{0}}{\Delta v}\right)^{2}\right]$ срок службы ЛД монотонно уменьшался. Этот факт зафиксирован на рис.1.а. При форм-факторе, описываемом функцией (1), срок службы оказался наибольшим (рис.1.б).

Однако, функция, описывающая форм-фактор экспериментально измеренной линии, носит более сложный характер и может быть представлена в следующем виде:

$$f_{emp} = A(\tau, \nu) f_G + (1 - A(\tau, \nu)) f_{sech},$$
<sup>(2)</sup>

Где значение коэффициента  $A(\tau, \nu)$ , эмпирически определяемого по виду огибающей контура линии излучении, варьируется от 0 до 1.

Путем определения конкретного значения коэффициента  $A(\tau, \nu)$  в начальной стадии эксплуатации ЛД возможна оценка его срока службы. Из этого следует, что тщательный анализ функции, описывающей форм-фактор, дает возможность проводить экспресс-диагностику ЛД.

Также установлено, что появление второго контура огибающей спектра излучения ЛД в начальный период эксплуатации однозначно указывает на дефектность структуры. Это позволяет предположить, что таким ЛД присуще крайне ограниченное время эксплуатации.

Таким образом, анализ спектра излучения ЛД впервые часы эксплуатации позволяет отсортировать гетероструктуры низкого качества по наличию в спектре более чем одной группы линий излучения ЛД.

В том случае, когда имеется один экстремум спектральной характеристики, возможны как большое, так и малое время наработки. Ярким примером прогнозирования срока службы лазерного диода по спектральной характеристике служит группа одномодовых лазеров KLM-D532-3-5, спектральная характеристика которых приведена на рис.1.б. Все двадцать штук таких лазеров проработали более 2000 часов.



Рис. 1. Огибающие спектров излучения лазерных диодов со временем наработки: а) менее 400 часов; б) более 2000 часов

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.Е. Жуков. "Физика и технология полупроводниковыхнаноструктур". СПб.: "Элмор". 2007. 304 С.

2. А.Ю. Лешко и др. // ФТП. 2002. Т. 36. вып.11. № 1. С. 1393.

3. Н.Ю. Гордеев и др. // ФТП. 2010. Т. 44. вып.10. С. 1401.

4. В.В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер.физ. 2017. Т. 81. № 1. С. 6.

5. В.В. Близнюк и др. // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2016. Т.19. №3. С.55.

# Особенности спектра мощных лазерных диодов при медленной деградации

В.В. Близнюк<sup>1</sup>, В.А. Паршин<sup>1</sup>, О.И. Коваль<sup>1</sup>, А.Г. Ржанов<sup>2</sup>, А.Е. Тарасов<sup>1</sup> <sup>1</sup>НИУ «МЭИ» <sup>2</sup>Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова 4059541@mail.ru, olgaivanovnakoval@yandex.ru, rjanov@mail.ru

Первые лазерные диоды (ЛД) с мощностью непрерывной генерации свыше 1 Вт появились в конце 80-х годов прошлого века. Эти устройства приходят на службу в промышленность, медицину, военное дело. В настоящее время разработаны ЛД с максимальной мощностью до 20 Вт в режиме непрерывной генерации [1-4]. Такие ЛД делают по схеме с квантовой ямой (КЯ), расширенным волноводом и широким контактом (ЛДШК). Ширина активной области у них составляет более 50 мкм. Как отмечено в [5], "к мощным полупроводниковым лазерам можно отнести лазерные диоды, предназначенные для работы в непрерывном (CW, continuous wave) или квазинепрерывном режимах с выходной мощностью несколько десятков мВт с 1 мкм ширины полоска". Таким образом, ЛД с шириной активной области 100 мкм и мощностью излучения 1 Вт и более можно называть мощными. Гетероструктуры таких ЛД работают в экстремальных условиях: перегрев активного слоя достигает 70 градусов Цельсия. Это приводит к достаточно быстрой их деградации в результате необратимых изменений структуры полупроводника. Лабораторные исследования показывают, что срок службы ЛД мощностью 1 - 2 Вт не превышает 3000 часов. При работе на предельных мощностях он сокращается до десятков часов. Поэтому крайне актуальна задача увеличения срока службы мощных ЛД и связанная с этим проблема прогнозирования их долговечности. Для этого требуется понимание сути процессов, которые происходят в этих устройствах с течением времени Разработано несколько критериев прогнозирования срока службы мощных ЛД. Однако их реализация связана, как правило, с использованием в течение длительного времени дорогостоящей контрольно-измерительной аппаратуры. Пока что не существует надёжных методов быстрого анализа возможностей продолжительного функционирования этих устройств.

Нами были изучены лазеры с КЯ на длину волны 964 нм. На рис. 1 приведена энергетическая диаграмма зоны проводимости этих ЛД, а на рис. 2 показан их частотный спектр в начале экспериментов и по прошествии 30 часов работы при выходной оптической мощности 1 Вт.



*Труды школы-семинара «Волны-2018». Когерентная и нелинейная оптика* 



Рис. 2. Частотный спектр в начале экспериментов (а) и по прошествии 30 часов работы (б) при выходной оптической мощности 1 Вт.

Очевидные изменения в спектре прибора мы связываем со структурными изменениями, которые касаются, прежде всего, таких параметров, как коэффициент нелинейной рефракции полупроводника КЯ и длины когерентности излучения ЛД. Проведённое нами численное моделирование показало, что в ЛДШК должны возникать не связанные между собой по фазе каналы генерации [6], что подтверждают представленные экспериментальные данные. Причина распада излучения на каналы состоит в том, что, для того чтобы часть оптической волны, находящейся на краю активной области, могла быть связана по фазе с излучением на противоположном краю этой области, волновому фронту необходимо, не теряя фазы колебаний, сделать несколько "пробегов" от зеркала к зеркалу лазерного резонатора.

Расчёт по теории дифракции даёт следующую оценку длины пробега волны от одного края активной области до другого:

$$L_{np} = \frac{n^2 W^2}{\lambda} \tag{1}$$

где n - эффективный показатель преломления лазерного волновода, W - ширина активной области (полоска),  $\lambda$  - длина волны излучения.

Видно, что число каналов генерации  $N_{ch}$  должно зависеть от длины когерентности  $L_{\kappa o c}$  следующим образом:

$$N_{ch} \approx \frac{n^2 W^2}{\lambda L_{\kappa o \epsilon}}$$
(2)

Как известно из литературных источников, длина когерентности многомодовых лазеров составляет примерно 5 см [7, 8]. При длине волны излучения в вакууме  $\lambda = 0.96$  мкм, ширине полоска W = 100 мкм, эффективном показателе преломления n=3.6 выражение (2) даёт величину 2.7, то есть число каналов должно быть равно трём. То есть следует ожидать появления в ЛДШК с указанными выше параметрами трёх каналов генерации, что и наблюдалось нами в эксперименте.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. А.П. Богатов и др. // Квантовая электроника. 2000. Т.30. № 5. С. 401.
- 2. С.О. Слипченко и др // ФТП. 2009. Т. 43. № 1. С. 119.
- 3. С.О. Слипченко и др // 2004. Т. 38, № 12. С. 1477.
- 4. А.В. Лютецкий и др. // ФТП. 2009. Т. 43. № 12. С. 1646.

5. А.Е.Жуков. "Физика и технология полупроводниковых наноструктур". СПб.: "Элмор". 2007. 304 С.

6. В.В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 12. С. 1666.

7. А.В. Лукин. // Оптический журнал. 2012. Т. 79. № 3. С. 91.

8. С.П. Воробьев. 2018. http://www.holography.ru/files/holmich.htm#top (эл.жур.)

### Температурные характеристики фотовольтаического преобразователя с вертикальными кремниевыми ячейками в условиях монохроматического облучения

А.В. Бланк<sup>1,2</sup>, С.Д. Богданов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д.1, стр. 2. <sup>2</sup>Ракетно-космическая корпорация "Энергия" имени С.П. Королёва, Россия, г.Королёв bogdanov.std@mail.ru

Использование различных фотоэлементов для преобразования и передачи энергии является довольно актуальной задачей в наше время. Одной из сфер, где применима данная технология, является энергодоставка в системе спутник-спутник или спутникземля на основе оптического канала. Это применение решает многие проблемы, возникшие при исследовании беспроводных технологий.

Представлены результаты экспериментального исследования термо-фотовозникающих процессов, динамичеких на отдельном элементе матрицы фотопреобразователя при высокой плотности падающего излучения – до 100 W/cm<sup>2</sup> в диапазоне температур от 5 °C до 90 °C. Проводится сравнение параметров кремниевых фотопреобразователей на длинах волн 808 нм и 1082 нм. Экспериментальный комплекс включает в себя измеритель ВАХ Keithley 2651А, источники мощного непрерывного когерентного излучения LIMO и LEMS на длинах волн 808 нм и 1082 нм соответственно. Выходящий пучок проходит через систему фокусировки, состоящую из волокна, коллиматора на торце волокна и подстроечной сферической линзы, затем вертикально падает на поверхность ФЭП. Система терморегулировки ФЭП собрана на основе элемента Пельтье, размещенного на площадке с тепловыми трубками. Теплоотводящая мощность элемента Пельтье составляет 140 Вт, температура поверхности контролировалась тепловизором в диапазоне от 0 °C до 85 °C. Фотоэлемент с вертикальными ячейками представляет собой последовательно соединенную группу N фотоэлементов (Рис. 1), что позволяет получить N-кратное увеличение напряжения холостого хода, необходимое для зарядки аккумуляторных батарей. Засветка торца активирует два механизма фотопреобразования – на границе перехода и объемный, каждый из которых имеет свою полосу спектрального отклика. Заявленная эффективность такой конструкции – 0.3, при неоднородной засветке – не более 0.18.



Рис. 1. Схема фотоэлемента с вертикальными ячейками

На Рис. 2 представлены типичные семейства вольт-амперных характеристик многослойной ячейки, получаемые при различных значениях температуры поверхности

в диапазоне от 0 °C до 75 °C или 85 °C. Верхняя отсечка температуры определялась технологическими параметрами эксплуатации элемента, ограничивающими рабочую температуру значением 95 °C.



Рис.2 ВАХ элемента при длине волны излучения 808 нм - слева, 1082 нм - справа для различных температур.

Принципиальное различие поведения тока короткого замыкания связано прежде всего с глубиной проникновения излучения. Для длины волны 808 нм она составляет 13 мкм, а для 1082 нм - 1000 мкм. А это в свою очередь связано с различными значениями квантового выхода [2] на этих длинах на 808 нм значение максимально, на 1082 значительно меньше. То есть в первом случае происходит преимущественно поверхностное преобразование, во втором - объемное. Различие физических процессов преобразования существенно влияет на спектральный баланс эффективности фотопреобразования. При возрастании температуры ФЭП для процесса объемного фотопреобразования, в отличие от поверхностного, наблюдается не только уменьшение напряжения холостого хода, но и увеличение тока короткого замыкания [1]. Следовательно, эффективность преобразования для длины волны 808 нм будет линейно убывать, а на длине волны 1082 нм - линейно возрастать (Рис. 3).



Рис.3 Эффективность фотопреобразования в зависимости оттемпературы при различных значениях мощности излучения. Для 808 нм - слева, для 1082 нм - справа.

Представленные результаты исследования характеристик фотоэлементов на основе кристаллического кремния позволяют расширить традиционный спектральный диапазон применения таких преобразователей до длины волны в 1090 нм. В отличие от часто использующихся в длинноволновом диапазоне элементов на основе GaAs,

кремниевые элементы проще в изготовлении и имеют относительно низкую цену, поэтому использование таких элементов в задачах передачи энергии на большое расстояние является выгодным и эффективным решением.

вертикальных ячеек позволяет достичь Использование баланса между поверхностным и объемным фотопреобразованием. В случае преобразования мошных лазерных пучков выравнивается парциальная фотонагрузка, и за счет большой теплоемкости теплопроводности достигается равномерность И термического распределения внутри ячейки. Тем самым наблюдается выигрыш в эффективности преобразования по сравнению с традиционными плоскими горизонтальными ячейками. Существенно различаются характеристики производительности ФЭП в случаях объемного и поверхностного преобразования. При участии в преобразовании объемных зарядов эффективность увеличивается с температурой, а при участии поверхностных зарядов – эффективность падает с температурой. Увеличение эффективности с ростом температуры для объемного фотопреобразования при использовании мощного лазерного пучка может сделать полезным работу при высоких температурах фотоэлементов, исключая необходимость охлаждения рабочих панелей.

#### ЛИТЕРАТУРА

 Firoz Khan, Seong-Ho Baek, Yiseul Park, Jae Hyun Kim // Energy Conversion and Management. E. 2013. No. 76. Pp. 421–429.
 В.А. Миличко, А.С. Шалин, И.С. Мухин и др. // Успехи физических наук. 2016. Т. 186, № 8.

# Нелинейные процессы при фотопреобразовании мощных когерентных коллимированных лазерных пучков

А.В. Бланк<sup>1,2</sup>, Р.А. Воропаев<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, физический факультет, кафедра фотоники и физики микроволн. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. <sup>2</sup>Ракетно-космическая корпорация "Энергия" имени С.П. Королёва, Россия, г.Королёв voropaev.ra14@physics.msu.ru

Передача энергии по лазерному лучу актуальна для систем дистанционного энергопитания космических аппаратов лазерным излучением, передаваемым с Земли, а также при передаче лазерной энергии между космическими аппаратами и с космических солнечных батарей на Землю. Главной проблемой фотоэлектрического преобразования лазерной энергии является обеспечение достаточно высокой эффективности преобразования при оптической мощности в диапазоне от 1X до 1000Х. Также проблемой для технологии концентрационных солнечных элементов является неравномерность падающего потока, который, как правило, вызывает появление горячих точек, несоответствие тока и снижает общую эффективность системы. В системах дистанционной энергопередачи в условиях нестационарности положения и пространственной неоднородности распределения интенсивности по поверхности матрицы элементов, проанализировать эффективность фотопреобразования. Для работы с преобразователями на основе кремния выбраны образцы многослойного ФЭП с симметричными контактами (рис. 1), обладающие хорошей термической и механической прочностью и высокой эффективностью энергопреобразования [1,2].



Рис. 1: Матрица фотоэлементов, размер матрицы 7 на 7

Тестово-измерительный комплекс для различных трасс длиной от 1 метра до 1350 метров составлен из шести компонент:

- 1. источников мощного непрерывного излучения LEMS (с длиной волны 808 нм) и LIMO (1064 нм), который дает коллимированный волновой пучок,
- 2. источника-измерителя Keithley 2651A,
- 3. термическое тепловизора, контролирующего распределение на тестируемой площадке в зоне падения пучка в диапазоне температур от 0 95 градусов Цельсия. Верхняя граница температуры в ряде экспериментальных серий снижалась для исключения деформации защитного слоя,
- 4. регистратора мощности энергонесущего пучка в плоскости падения на площадку Coherent,
- 5. ИК камеры технического зрения для контроля профиля и положения пучка со временем экспозиции 1 мкс DALSA-nano,
- 6. системы позиционирования и наведения энергонесущего пучка.

Эксперимент проводился на лабораторной трассе длинной 50 метров в лабораторном помещении. Выбор длины лабораторной трассы для экспериментальной оценки эффективности энергопреобразования основан на результатах ранее выполненных тестов пространственной структуры одномодовых и многомодовых пучков. Типичные профили одномодового и многомодового пучков, формируемых в экспериментах, представлены на Рис. 2



Рис. 2: Рабочие профили одномодового пучка с длиной волны =1064 нм (слева) и многомодового пучка с длиной волны 808 нм (справа)

Типичные семейства ВАХ, регистрируемые при постоянной мощности излучателя для пучков различного профиля представлены на Рис. 3.



Рис. 3: Семейство ВАХ для LEMS- и LIMO- пучков переменного размера

Основной особенностью процесса фотопреобразования пучка в рассматриваемых условиях можно считать сильную нелинейность таких параметров, как напряжение холостого хода, фактор заполнения и эффективность конвертации энергии оптического пучка в энергию порождаемого фототока. Структура вольт-амперной характеристики многослойного элемента зависит от многих факторов – плотности потока энергии пучка, поляризации излучения, профиля распределения плотности мощности по поверхности элемента (включая граничные зоны), вектора угла падения, температуры или поля температур. На Рис. 4 представлены семейства вольт-амперных характеристик, полученных при вариации мощности многомодового пучка на длине волны 808 нм от 5 Вт до 120 Вт.

Особенность наблюдаемых характеристик – выраженный максимум напряжения холостого хода, соответствующий токам накачки от 25А до 35А. Это процесс не может быть объяснен термическим самовоздействием падающего пучка, поскольку для кремниевых структур напряжение холостого хода возрастает пропорционально температуре во всем диапазоне длин волн полосы фотопреобразования. Обратный ход напряжения холостого хода в использованной схеме зондирования может быть связан с нагревом контактной группы, объединяющей элементы матрицы, увеличением резистивных потерь в измерительной цепи. По этой-же причине (нагрева матрицы)

зависимость тока короткого замыкания от интенсивности падающего излучения см.Рис. 5 - не позволяет корректно оценить спектральную чувствительность матрицы. Хотя, на первый взгляд зависимость интуитивно-линейна, линеен и рост максимальной температуры с увеличением тока накачки и пропорциональной ему мощности пучка.



Рис. 4: Семейство вольтамперных характеристик для тестового приемника при облучении коллимированным волновым пучком различной мощности



Рис. 5: Зависимость тока короткого замыкания от интенсивности падающего излучения

Параметры фотовольтаического преобразования одномодового и многомодового пучков при мощности генерации 20 Ватт на длине волны 1064 нм и 40 Ватт для 808 нм представлены на Рис. 6. Выбранное различие мощности генерации связано с различным качеством пучка и, соответственно, допустимой степенью его группировки вблизи перетяжки. Все элементы матрицы фотопреобразователя соединены параллельно. В таких режимах коммутации суммарный ток короткого замыкания должен быть пропорционален падающей мощности пучка за исключением "сверхгруппировки" внутри одной секции. Частичная засветка только одной секции приводит к падению суммарного тока практически до нуля при облучении матрицы одномодовым пучком.

При работе с пучком, захватывающим в сечении не менее двух секций в обеих направлениях, и суммарный ток короткого замыкания и эффективное для матрицы фотопреобразователей напряжение холостого хода меняются относительно слабо и в первом приближении могут быть приняты постоянными как для одномодового, так и для многомодового пучков. Иная ситуация с фактором заполнения эффективной вольтамперной характеристики матрицы. Для обеих длин волн наблюдается пропорциональность фактора заполнения площади сечения пучка. Поскольку эффективность фотопреобразования падающей мощности определяется произведением трех рассматриваемых параметров вольт-амперной характеристики, в грубом приближении эффективность можно полагать пропорциональной площади пятна или группы пятен при заданной мощности оптического излучения.



Рис. 6: Зависимость фактора заполнения от размера перетяжки LIMO и LEMS

Работа выполнена в рамках госзадания "Пучки и импульсы в случайнонеоднородных и стратифицированных средах".

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Perales, Mico, et al. "Characterization of high performance silicon-based VMJ PV cells for laser power transmission applications."\, Proc. of SPIE Vol. Vol. 9733. 2016.

2. A.V. Blank, A. Razuvaev, N.A. Suhareva, V.Yu. Tugaenko, "Quasistatic thermal and nonlinear processes of photoconversion of high-density optical radiation by multilayer structure", EPJ Web of Conferences, 2017.

## Затягивание частоты многочастного лазерного диода модой высокодобротного микрорезонатора

Р.Р. Галиев<sup>1,2</sup>, Н.М. Кондратьев<sup>1</sup>, Н.Г. Павлов<sup>1,3</sup>, В.Е. Лобанов<sup>1</sup>, М.Л. Городецкий<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Российский Квантовый Центр, Сколково, Россия <sup>2</sup>Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия <sup>3</sup>Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия <u>ramzil.galiev@gmail.com</u>

Для многих актуальных практических приложений необходимы мощные компактные источники лазерного излучения с малой шириной линии. Зачастую сегодняшний день одночастотные лазеры существующие на из-за своих конструктивных особенностей, обеспечивающих одночастотный режим генерации, обладают недостаточной мощностью (несколько десятков милливатт). При этом мощность представленных на рынке многочастотных лазерных диодов составляет несколько сотен милливатт, что делает их привлекательными объектами исследований. Интересные возможности могут возникнуть при использовании многочастотных диодов в режиме затягивания частоты лазерного излучения модой высокодобротного микрорезонатора, например, микрорезонатора с модами шепчущей галереи (МШГ). Ранее такая методика успешно использовалась для стабилизации и сужения линии излучения одночастотных лазеров, в том числе и предварительно стабилизированных лазеров с распределенной обратной связью [1]. Преимуществом диодных микрорезонаторов МШГ является то, что имея субмиллиметровые размеры, они могут обладать сверхвысокой добротностью от УФ до дальнего ИК диапазона [2], что позволяет использовать их для стабилизации лазеров в широком спектральном диапазоне. В режиме затягивания эффективная обратная связь реализуется за счет рэлеевского рассеяния на неоднородностях микрорезонатора [3], при котором часть входящего излучения отражается обратно в рабочую область лазера. Для одночастотных лазеров этот эффект обеспечивает быструю оптическую обратную связь и приводит к кардинальному сужению ширины линии лазера [4]. Впервые продемонстрированный с микросферами из плавленого кварца [5], этот метод использовался для сужения ширины линии и стабилизации частоты различных одночастотных лазеров с мгновенной шириной линии ниже нескольких сотен герц [6]. данной работе впервые исследовалась возможность B создания мощного одночастотного источника когерентного излучения на основе многочастотного лазерного диода со сравнительно широким спектром, работающего в режиме затягивания модой высокодобротного микрорезонатора МШГ.

Модель многочастного лазера с частотно селективной обратной связью может быть представлена в виде системы дифференциальных (скоростных) уравнений [7,8]:

$$\dot{N} = \frac{I}{e} - \frac{N}{\tau_s} - \sum_l G_l^{(1)} S_l \tag{1}$$

$$\dot{S}_{l} = (G_{l} - G_{th})S_{l} + \frac{N\beta}{2((\lambda_{l} - \lambda_{peak})^{2}/\Delta\lambda^{2} + 1)\tau_{r}} + \frac{K_{l}}{\tau_{d}}$$
(2)

где N - количество возбужденных электронов,  $\tau_s$  – время жизни возбужденного электрона,  $S_l$  - количество фотонов в моде l,  $G_l$  - коэффициент усиления моды l,  $G_l^{(1)}$  - коэффициент вынужденной эмиссии,  $G_{th}$  - пороговое усиление,  $\tau_r$  - время излучательной рекомбинации возбужденных электронов,  $\beta$  - фактор спонтанной

эмиссии,  $\Delta \lambda$  - ширина спонтанной эмиссии,  $\lambda_l$  - длина волны моды l,  $\lambda_{peak}$  - центральная длина волны лазера,  $\tau_d$  - время круговой задержки лазера,  $K_l$  - частотно селективный коэффициент обратной связи. Величина порогового усиления определяется конструктивными особенностями конкретного лазера и в простейшем случае определяется коэффициентами отражения его торцов. Коэффициент обратной связи можно представить как [4,8]:

$$\frac{K_l}{\tau_d} = (1 - R_o^2) \frac{\Gamma(\omega_l)}{R_o}$$
(3)

где  $\Gamma(\omega_l)$  – частотно селективный коэффициент отражения моды l от внешнего высокодобротного оптического резонатора [3],  $\omega_l$  - частота генерации моды l лазера. Для упрощения анализа предполоагается, что каждая мода лазера эффективно взаимодействует только с одной модой микрорезонатора. Данное предположение оправдано для случая, когда межмодовое расстояние лазера больше ширины моды резонатора. Величина усиления на каждой моде зависит от совокупности таких эффектов, как вынужденное излучение фотонов, спектральное выгорание возбужденных электронов, спектральное выгорание электронов за счет соседних мод и асимметричного взаимодействия мод. Для коэффициента усиления G<sub>1</sub> можно записать следующее выражение [7,9]:

$$G_{l} = G_{l}^{(1)} - G_{l}^{(3)}S_{l} - \sum_{n \neq l} (G_{ln}^{(3)} + G_{ln}^{Bogatov})S_{n}$$
(4)

где  $G_l^{(1)}$  - коэффициент линейного усиления (вынужденное излучение фотонов),  $G_l^{(3)}$  коэффициент самонасыщения (спектральное выгорание возбужденных электронов), G<sub>mn</sub><sup>(3)</sup> - коэффициент симметричного кросс-насыщения (спектральное выгорание электронов за счет соседних мод),  $G_{mn}^{Bogatov}$  - коэффициент асимметричного взаимодействия мод (эффект Богатова). Эффект асимметричного взаимодействия мод впервые экспериментально наблюдался Богатовым в работе [10], где в качестве данного теоретического объяснения эффекта была предложена модель стимулированного рассеяния лазерного излучения на динамической неоднородности электронной плотности. В скоростных уравнениях многочастного лазера эффект Богатова выражается коэффициентом усиления [6]:

$$G_{ln}^{(Bogatov)} = \frac{3}{4}\theta^2 (N - N_g) \frac{\frac{1}{\tau_S} + \frac{3}{2}\theta S + \alpha \Omega_{ln}}{\frac{1}{\tau_S} + \frac{3}{2}\theta S)^2 + \Omega_{ln}^2}$$
(5)

где  $\Omega_{ln} = \omega_l - \omega_n$ ,  $S = \sum S_l$  – полное число фотонов,  $\alpha$  – коэффициент уширения линии свободного лазера. Коэффициент линейного усиления  $G_l^{(1)}$ , который описывает вынужденное излучение фотонов, определяется как числом возбужденных электронов, так и дисперсией линейного усиления [7]:

$$G_l^{(1)} = \theta (N - N_g - D(\lambda_l - \lambda_{peak})^2)$$
(6)

где  $\theta$  - дифференциальный коэффициент усиления,  $N_g$  - количество возбужденных электронов при котором диод лазера становится оптически прозрачным, D - коэффициент линейной дисперсии усиления. Можно показать, что при условиях реализуемых в реальных экспериментах, то эффектами самонасыщения и кросснасыщения можно пренебречь. В таком случае основной вклад в коэффициент усиления вносят эффект вынужденного излучения и асимметричное взаимодействие мод (эффект Богатова).

Для верификации результатов моделирования был проведён эксперимент по затягиванию, аналогичный [11]. Результаты численного расчета скоростных уравнений (1), (2) в стационарном режиме и экспериментально полученные спектры лазера представлены на рис.1. Можно заметить, что полученные экспериментальные результаты хорошо согласуются с разработанной теоретической моделью. Важно отметить, что асимметрия подавленных под вблизи затянутой мод определяется эффектом Богатова (5). Для сравнения на рис.2. приведены численно посчитанные спектры излучения свободного лазера с учетом и без учета эффекта Богатова (5).



Рис.1. Экспериментально полученный спектр a) свободного лазера и b) стабилизированного лазера, работающего в режиме затягивания; численно посчитанный спектр c) свободного лазера (при  $K_1 = 0$ ) и d) затянутого лазера с обратной связью (1), (2).

Спектр излучения лазера, работающего в режиме затягивания, преобразуется из многочастотного в одночастотный (рис.1). Очевидно, что критерий перехода в одночастной режим излучения зависит от различия усиления мод (2). Основной вклад в различие мод в модели свободного многочастотного лазера вносит дисперсия линейного усиления (6). В модели лазера с обратной связью помимо дисперсии линейного усиления также важную роль играет частотно-селективный коэффициент обратной связи (3). В случае затягивания одной моды лазера на моду резонатора коэффициент обратной связи данной моды может скомпенсировать дисперсионный член линейного усиления, тогда усиление затянутой моды ( $\lambda_p$ ) превысит усиления центральной моды с нулевой дисперсией), что способствует усилению мощности затянутой моды до мощностей сравнимых с центральной модой. Очевидно, что дальнейшим усилением обратной связи можно добиться критической обратной связи - "полного" подавления незатянутых мод.

$$S_l \ll S_p \tag{7}$$

В таком случае затянутая мода забирает все возбужденные электроны, рождаемые током накачки, что упрощает уравнение динамики электронов, позволяя опустить суммирование (1). Условно, данный процесс можно назвать перекачкой энергии мод лазера в затянутую моду, так как почти вся энергия незатянутых мод переходит в затянутую моду. Именно при критической связи многочастотный лазер становится эффективно одночастотным. Для оценки критической связи было найдено стационарное решение уравнений (1), (2) при условии (7):

$$S_{l} \approx \frac{S_{p}}{\left(\frac{K_{p}}{\tau_{d}} + \theta D (\lambda_{l} - \lambda_{peak})^{2} - \theta D (\lambda_{p} - \lambda_{peak})^{2} - G_{lp}^{(Bogatov)} S_{p}\right) \frac{S_{p}}{N} 2((\lambda_{p} - \lambda_{peak})^{2} / \Delta \lambda^{2} + 1)\tau_{r} + 1}$$
(8)

Для согласованности наших начальных допущений и решения необходимо, чтобы из решения (8) следовало соотношение (7). Для этого необходимо, чтобы выполнялось ниже написанное условие, которое также задает критическую обратную связь:



Рис.2. а) Экспериментально полученный спектр многочастного лазера; численно посчитанный спектр многочастотного лазера b) без учета коэффициента Богатова и с) с учетом коэффициента Богатова (5).

Таким образом, предложенная теоретическая модель, демонстрирует, что в результате эффекта затягивания спектр лазера может трансформироваться из многочастного в эффективно одночастотный, что было подтверждено экспериментально. Также в эксперименте было замечено, что в затянутом спектре многочастного лазера наблюдается ярко выраженная асимметрия относительно затянутой моды. Результаты численного моделирования показали, что данная асимметрия обусловлена эффектом Богатова.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 17-12-01413).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. W. Liang et al. // Opt. Lett. 2010. V. 35, № 16. P. 2822.
- 2. C. Lecaplain et al. // Nat. Comm. 2016. V. 7. P. 13383.
- 3. M.L. Gorodetsky et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 2000. V.17, № 6. P. 1051.
- 4. N.M. Kondratiev et al. // Opt. Express 2017, V.25, № 23, P 28176-28178
- 5. V.V. Vasiliev et al. // Quant. El. 1996. V. 26, № 8. P. 657.
- 6. W. Liang et al. // Nat. Commun. 2015. V. 6. P. 7957.
- 7. M. Yamada // Journ. Appl. Phys. 1989. V. 66, № 1. P. 81.
- 8. R. Lang and K. Kobayashi // IEEE Journ. Quant. El. 1980. V. 16, № 3. P. 347.
- 9. M. Yamada and Y. Suematsu // Journ. Appl. Phys. 1981. V. 52, № 4. P. 2653.
- 10. A.P. Bogatov et al. // Sov. Journ. Quant. El. 1975. V. 4, № 10. P. 1275.
- 11. N.G. Pavlov et al.// CLEO/Europe-EQEC, 2017, pp. 1-1.

### Динамическая симметрия и квантовое управление динамикой Ридберговских атомов

А.В. Горохов, А.К. Крюков

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П.Королёва alvgorokhov@gmail.com

В современной квантовой оптике продолжается активное исследование традиционных для нее объектов, таких как ридберговские атомы [1-3] в высокодобротных резонаторах. Ридберговские состояния атомов и ионов являются очень удобными для наблюдения квантовых эффектов взаимодействия атома с фотонами [4]. Переходы между уровнями с *n>30* оказываются в миллиметровом диапазоне длин волн, так что резонаторы с модами малого порядка могут быть сделаны достаточно большими, обеспечивая соответствующие времена взаимодействия. Внутренние электроны атома находятся под воздействием сильного электростатического поля ядра  $E_0$ , и внешние поля для них мало существенны. На высоковозбужденный ридберговский электрон действует сильно ослабленное поле ядра  $\sim E_0/n^4$ , потому внешние поля могут кардинально изменить его состояние. Именно это было использовано в недавних экспериментах по созданию одноатомных мазеров [4].

Уникальные свойства ридберговских состояний позволяют использовать для описания их взаимодействия с внешним полем модель водородоподобных атомов и применить известную для атома водорода группу симметрии (см., например, [5]). При расчете переходов между ридберговскими состояниями без изменения n эта группа выступает как группа динамической симметрии гамильтониана в картине взаимодействия. Под группой динамической симметрии гамильтониана квантовой системы понимают группу, унитарное неприводимое представление которой действует в гильбертовом пространстве всех состояний системы [6,7]. При этом гамильтониан  $\hat{H}$  предполагается представимым в виде функции генераторов  $\hat{A}_1, \ldots, \hat{A}_r$  унитарного представления r-параметрической группы G:

$$\hat{H} = f(\hat{A}_1, \dots, \hat{A}_r). \tag{1}$$

В случае линейной функции f задача о квантовой динамике в принципе является точно решаемой [8], однако в более общем случае функция f может представлять полиномиальную зависимость от генераторов  $\hat{A}_1, ..., \hat{A}_r$ .

Квантовая оптика и квантовая информатика являются естественной областью применения метода динамических групп. Одной из основных задач здесь является описание взаимодействия внешнего поля с веществом. Если поле излучения является монохроматическим, то существенными в атоме (атомах) являются переходы между теми двумя уровнями, которые попадают в резонанс с полем излучения, при условии, что все остальные переходы далеки от резонанса. В этом случае атом можно рассматривать как двухуровневую систему и группой динамической симметрии такой системы является группа SU(2). В многоуровневом случае такой динамической группой является SU(N), где N- число уровней. Для квантовой системы с линейным по генераторам динамической группы гамильтонианом оператор эволюции сводится к оператору представления группы G:

$$\hat{U}(t,t_0) = \hat{T}(g(t,t_0)), \qquad (2)$$

где  $g(t,t_0)$  - траектория в группе *G*, а начальный элемент  $g(t_0,t_0) = e$  - единичному элементу группы. Оператор  $\hat{T}(g(t,t_0))$  можно, в принципе, найти точно, используя технику распутывания операторных экспонент [7,8]. Знание группы динамической симметрии и построение с ее помощью системы теоретико-групповых когерентных состояний (КС) позволяет сформулировать проблему квантового когерентного управления динамикой переходов, отыскивая в группе *G* такую траекторию  $g(t,t_0)$ , которая будет приводить к генерации некоторого заданного конечного состояния с максимально возможной вероятностью.

Напомним, что когерентное состояние для представлений группы G определяется формулой

$$|CS\rangle = |Z\rangle = \hat{T}(g_Z)|\Psi_0\rangle, \qquad (3)$$

где  $g_Z$  – элемент группы G, отвечающий точке однородного пространства  $G/G_0$ , т.е. представитель класса смежности  $g_Z G_0$  в G, а  $G_0$  – подгруппа группы G, (с точностью множителя), оставляющая  $|\Psi_{0}\rangle$ . фазового инвариантным вектор до  $Z = (z^1, \dots, z^n)$  – локальные комплексные координаты, параметризующие КС. Это позволяет естественно ввести симплектическую структуру на однородном пространстве группы G (пространстве комплексных параметров КС), превратив его в фазовое пространство классического аналога исследуемой квантовой задачи и использовать методы, разработанные в классической механике. Подстановка  $|\Psi(t)\rangle = e^{i\chi(t)} |Z(t)\rangle$  во временно́е уравнение Шредингера приводит к поиску траектории в пространстве КС. Уравнения, определяющие траектории, имеют гамильтонов вид на пространстве Кэлера G/G<sub>0</sub>. Задача квантового управления [9] сводится тогда к известной задаче отыскания оптимальной траектории на однородном пространстве группы Ли G.

Далее рассмотрим водородоподобный атом, находящийся в классическом электромагнитном поле. Его гамильтониан запишем в виде суммы гамильтониана свободного атома и гамильтониана взаимодействия:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_I(t), \tag{4}$$

где  $\hat{H}_0 = \frac{\hat{P}^2}{2} - \frac{Z_A e_0^2}{r}$  и  $\hat{H}_I = -\hat{\vec{d}} \cdot \vec{E}(t)$ . Здесь  $\hat{P} = -i\nabla$ - оператор импульса, rрасстояние между электроном и ядром,  $Z_A$ - заряд ядра, экранированный внутренней электронной оболочкой,  $e_0$ - элементарный заряд и  $\vec{E}(t)$ - напряжённость электрического поля (используем систему единиц, в которой  $\hbar = \mu = c = 1, \mu$ приведённая масса).

Хорошо известно [5], что группой симметрии водородоподобного атома является группа четырехмерных вращений SO(4). Её генераторами являются оператор углового момента  $\hat{\vec{L}}$  и оператор Рунге – Ленца  $\hat{\vec{A}}$ , которые коммутируют с гамильтонианом  $\hat{H}_0$ .

Далее рассмотрим связанные состояния ридберговского электрона и введем операторы  $\hat{\vec{J}}^{(1)}, \hat{\vec{J}}^{(2)},$  связанные с оператором углового момента  $\hat{\vec{L}}$  и  $\hat{\vec{N}} = \frac{1}{\sqrt{-2\hat{H}_0}}\hat{\vec{A}}$  следующим

образом [5]:  $\hat{\vec{J}}^{(1,2)} = \frac{1}{2}(\hat{\vec{L}} \pm \hat{\vec{N}})$ . Операторы при разных верхних индексах коммутируют, а

при одинаковых три проекции оператора  $\hat{J}^{(\sigma)}$  удовлетворяют перестановочным соотношениям алгебры Ли группы SU(2), что соответствует локальному изоморфизму группы SO(4) прямому произведению двух групп SU(2). Фиксированному значению главного квантового числа *n* соответствует унитарное неприводимое представление  $\hat{T}^{(J_1,J_2)}$ , где  $J_1 = J_1 = (n-1)/2 = J$ . Также известно, что в подпространстве состояний с фиксированным *n* оператор дипольного момента пропорционален оператору  $\hat{N}$ .

фиксированным *n* оператор дипольного момента пропорционален оператору N. Используя этот факт, гамильтониан взаимодействия, который в данном приближении коммутирует с гамильтонианом атома  $\hat{H}_0$ , можно представить в виде

$$\hat{H}_{I}(t) = \vec{\omega}^{(1)}(t)\hat{\vec{J}}^{(1)} + \vec{\omega}^{(2)}(t)\hat{\vec{J}}^{(2)} = \hat{H}_{I}^{(1)}(t) + \hat{H}_{I}^{(2)}(t),$$
(5)

$$\hat{H}_{I}^{(1,2)}(t) = \vec{\omega}^{(1,2)}(t)\hat{\vec{J}}^{(1,2)} = \omega_{z}^{(1,2)}(t)\hat{J}_{z}^{(1,2)} + b^{(1,2)}(t)\hat{J}_{+}^{(1,2)} + \overline{b^{(1,2)}}(t)\hat{J}_{-}^{(1,2)}; \vec{\omega}^{(1)}(t) = -\vec{\omega}^{(2)}(t) = -\frac{2n}{3Z_{A}}\vec{E}(t)$$
3 десь  $\hat{J}_{\pm}^{(1,2)} = \hat{J}_{x}^{(1,2)} \pm i\hat{J}_{y}^{(1,2)}, b^{(1,2)}(t) = \frac{1}{2} \left( \omega_{x}^{(1,2)} - i\omega_{y}^{(1,2)} \right):$ 

Будем искать оператор эволюции в виде оператора представления группы  $SO(4) = SO(3) \times SO(3) \approx SU(2) \times SU(2)$ :

$$\hat{U}_{I}(t) = \hat{U}^{(1)}(t) \otimes \hat{U}^{(2)}(t), t_{0} = 0,$$
(6)

где

$$\hat{U}^{(1,2)}(t) = e^{-i\psi_{1,2}(t)\hat{J}_z^{(1,2)}} e^{-i\theta_{1,2}(t)\hat{J}_y^{(1,2)}} e^{-i\phi_{1,2}(t)\hat{J}_z^{(1,2)}} = e^{\alpha_{1,2}(t)\hat{J}_+^{(1,2)}} e^{\beta_{1,2}(t)\hat{J}_z^{(1,2)}} e^{\gamma_{1,2}(t)\hat{J}_-^{(1,2)}},$$

Здесь  $\psi, \theta, \phi$  углы Эйлера, а параметры  $\alpha, \beta, \gamma$  связаны с ними формулами (индексы 1, 2 у переменных опущены, чтобы упростить запись):

$$\alpha = -\operatorname{tg}\frac{\theta}{2}e^{-i\psi}, \ \beta = -2\ln\cos\frac{\theta}{2} - i(\phi + \psi), \ \gamma = \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}e^{-i\phi}.$$
(7)

Подставляя оператор эволюции в нестационарное уравнение Шредингера, получаем систему нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, которые определяют классическую динамику на группе SO(4). Численно решая уравнения для двух значений индекса  $\sigma = 1,2$  можно определить вероятности переходов после вычисления матричных элементов оператора эволюции, которые сводятся к произведению D-функций Вигнера для двух (2J+1) – мерных представлений группы SU(2), указанных формулой (6).

Для когерентного состояния группы SU(2)×SU(2), определенного формулой:

$$|Z\rangle = |z_1\rangle \otimes |z_2\rangle, |z_{\sigma}\rangle = (1 + |z_{\sigma}|^2)^{-J/2} \exp(z_{\sigma} \hat{J}_+^{(\sigma)}) |J, -J\rangle,$$
(8)

получаем уравнения Риккати:

$$i\dot{z}_{\sigma} = b^{(\sigma)}(t) + \omega_{z}^{(\sigma)}(t)z_{\sigma} - \bar{b}^{(\sigma)}(t)z_{\sigma}^{2}.$$
(9)

Последние уравнения определяют классическую динамику на объединении однородных пространств SU(2)/U(1), каждое из которых при отображении  $z = -tg \frac{\theta}{2} e^{i\varphi}$ является сферой Блоха. В результате оптимальные траектории в задаче квантового управления ищутся на двух сферах Блоха. Приведем пример расчета переходов между ридберговскими состояниями иона рубидия в поле:

$$\vec{E} = (E_{\perp} \exp\left(-\left(t/\tau\right)^{2}\right) \cos(\omega t), E_{\perp} \exp\left(-\left(t/\tau\right)^{2}\right) \sin(\omega t), E_{\parallel}),$$
(10)

которое является суперпозицией постоянного однородного электрического поля ловушки  $E_{\parallel}$ , направленного вдоль оси z, и поля  $\vec{E}_{\perp}(t)$  с циркулярной поляризацией, распространяющегося вдоль оси z и убывающего с течением времени.



Рис. 1. Зависимость вероятности перехода W(t) иона рубидия во внешнем поле от времени t из состояния с  $n = 21, m_1 = m_2 = 1$  в состояние с  $n = 21, m_1 = m_2 = 2; \omega = 1, \tau = 2.$ (*a*):  $E_{\perp} = 1, E_{\parallel} = 0.5; (b): E_{\perp} = 1, E_{\parallel} = 1.5.$ 

Приведенные расчеты были выполнены для разных значений параметров  $E_{\parallel}$  и  $E_{\perp}$ . Они выполнялись в безразмерных переменных, частота поля  $\omega$  была положена равной единице. Влияние электронного облака внутренних электронов при расчете было сведено к экранировке заряда ядра. Из рис. 1. видно, что при увеличении напряженности продольного поля зависимость вероятности перехода от времени существенно усложняется. Наглядно видно, что, изменяя параметры внешнего поля, можно существенно изменять характер поведения населенностей атома во времени, управляя его динамикой.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. G. Higgins et al. // Phys. Rev. X. 2017. V. 7. P. 021038.
- 2. V. Saffman // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 2016. V. 49. P. 202001.
- 3. B.C Yang., F. Robicheaux // Phys. Rev. A. 2015. V.84. P. 043407.
- 4. S. Haroche // Rev. of Mod. Phys. 2013. V. 85. P. 1083.
- 5. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц "Квантовая механика" М.: Физматлит. 2004.

6. C.E. Wulfman "Dynamical Symmetry" Singapore: World Sci. Publ., 2010.

7. A.V. Gorokhov // Bull. of the Russian Acad. of Sci. Physics. 2011. V. 75. P. 150.

8.А.В. Горохов "Принципы симметрии и квантовая динамика" Самара: Самарский университет, 2015.

9. P. Shadbolt "Complexity and Control in Quantum Photonics" N.Y.: Springer, 2016.

# Пространственные свойства и корреляции фотонов в неклассических сжатых состояниях света, несущего орбитальный момент

Р.В. Захаров, О.В. Тихонова

*МГУ имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия* roma1997z@mail.ru

Многофотонные неклассические состояния сжатого света активно изучаются в последнее время. Такой свет можно получить в процессе параметрического рассеяния в нелинейных кристаллах или 4-х волнового смешения. Параметрическое рассеяние процесс, в котором накачка падает на нелинейный кристалл, образуя на выходе скоррелированные сигнальные и холостые пучки фотонов. Высокая степень скоррелированности фотонов в таких состояниях важна для практического применения в задачах квантовой метрологии, хранения и передачи квантовой информации, проведения сверхточных измерений И оптомеханики. Подобные состояния характеризуются многомодовой структурой и разделяются на большое количество каналов, несущие различный орбитальный угловой момент, что открывает новые возможности для кодирования квантовой информации. Во многих случаях для практического использования важно выделять отдельные моды, не потеряв неклассические свойства такого света.



Рис. 1. Схема нелинейного интерферометра из двух кристаллов.

В отличие от генерации бифотонных пар яркий сжатый вакуум должен описываться теорией за рамками теории возмущений. Яркий сжатый вакуум — это многофотонные, но при этом существенно неклассические состояния света, так как имеют другую статистику фотонов по сравнению с когерентными состояниями и проявляют квантовые свойствами. Например, в сжатых состояниях среднее поле равно нулю, а дисперсия поля имеет существенные значения. Для изучения свойств и многофотонных корреляций сжатого вакуума можно использовать подходы, основанные на введении новых пространственных и частотных мод и операторов рождения и уничтожения фотонов в соответствующих модах. В работе [1] был развит теоретический подход, основанный на разложении двухфотонной амплитуды по модам Шмидта, который позволяет аналитически описывать пространственные свойства яркого сжатого вакуума. Было показано, что при нахождении модового состава, все остальные характеристики нелинейного света могут быть получены аналитически. В данной работе исследуются пространственные свойства и корреляции фотонов сжатого закрученного света, получаемого в процессе параметрического рассеяния в системе двух пространственно разделенных нелинейных кристаллов (см. рис. 1). Такая схема фактически является нелинейным интерферометром, поскольку сигнал, генерируемый в первом кристалле, может быть усилен во втором кристалле только при выполнении определенных фазовых соотношений и при условии его перекрытия с накачкой в

пространстве и времени. В работе [2] было продемонстрировано удобство использования такой схемы для управления модовым составом генерируемого света и изучена структура мод в дальней зоне.

В данной работе детально проанализирована структура и веса азимутальных и радиальных мод генерируемого сжатого неклассического света в ближней зоне в параметров нелинейного интерферометра. Проанализированы зависимости от корреляции фотонов по углу и по радиальной переменной в ближней и дальней зоне. Продемонстрирована возможность управления модовым составом и корреляциями фотонов неклассического света с помощью варьирования параметров нелинейного интерферометра. Показано, что моды в ближней зоне имеют разные фазовые зависимости от модулей проекций волновых векторов на плоскость перпендикулярную плоскости распространения и это не позволяет правильно реконструировать моды из экспериментально измеряемых ковариаций. Для демонстрации этого проведено сравнение модуля ковариационной суммы в ближней зоне (см. рис. 2), основанной на истинном виде мод и модах, взятых без фаз. Видно сильное отличие в получающихся результатах. При этом в дальней зоне фазовый множитель в двухфотонной амплитуде оказывается распутанным и модули мод в дальней зоне можно получить экспериментально, измерив ковариационные функции. Разработаны методы селективного усиления и выделения различных пространственных мод генерируемого света. При этом выделение отдельных радиальных мод с помощью подсветки когерентным полем позволяет управлять пространственным профилем интенсивности неклассического света на выходе интерферометра. Продемонстрировано, что с помощью системы подходящих диафрагм и масок внутри интерферометра можно управлять вкладами азимутальных каналов и выделять каналы с ненулевым орбитальным моментом. Проведен количественный анализ возникающих в этом случае шумов и их влияния на свойства сжатого света в выделенной моде и предложены минимизации шумовых эффектов. Разработанные методы методы селекции пространственных мод позволяют реализовать алгоритмы сверхчувствительных фазовых и угловых измерений и регистрации слабых сигналов.



Рис. 2. Модуль ковариационной суммы при расчете (а) с правильными модами, (b) с модах без учета фаз.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. P. Sharapova et al. // Phys Rev A 91, P. 043816 (2015)
- 2. R.V. Zakharov, O.V. Tikhonova // Laser Physics Letters, 15, 5, P. 055205 (2018)
# Обработка информации в измерительных системах с датчиками Фабри-Перо

А.М. Зотов<sup>1</sup>, П.В. Короленко<sup>1,2</sup>, В.А. Яцеев<sup>3</sup> <sup>1</sup>Физический Факультет МГУ им. Ломоносова <sup>2</sup>Физический институт им. П.Н. Лебедева Российской академии наук) <sup>3</sup>ООО "Оптоволоконные системы безопасности" a.zotov@physics.msu.ru

Оптоволоконные датчики на базе интерферометра Фабри-Перо нашли широкое применение в науке, в различных технологических схемах, мониторинге состояний механических узлов и строительных конструкций [1,2,3,4]. Используя различный конструктив [5], они позволяют измерять такие физические величины как степень деформации, температура, давление и др. Основными их преимуществами являются компактность, электро-, пожаро-, безопасность. Результаты данной работы получены с использованием волоконно-оптического (ВО) многоканального спектрометра, ранее описанного [6]. Низкокогерентное излучение широкополосного в от суперлюминесцентного диода, отраженное от двух поверхностей датчика Фабри-Перо. формирует на приемной ПЗС матрице спектрометра зависящую от длины волны интерференционную картину, распределение интенсивности в которой близко к периодическому. Интенсивность спектра, полученного для выбранного канала на приемной матрице спектрометра, приближенно описывается [2] выражением

$$I(k) = \left[1 + \cos\left(\frac{4\pi L}{\lambda(k)}\right)\right] V(\lambda(k)) .$$
<sup>(1)</sup>

Здесь: *k*-координата светочувствительного элемента ПЗС матрицы вдоль спектра, L – база интерферометра, зависимость  $\lambda(k)$  характеризует спектральный прибор, огибающая спектра  $V(\lambda(k))$  определяется широкополосным источником излучения. Формула (1) соответствует так называемому приближению слабого контраста.

В ВО спектрометре зачастую обрабатывается непосредственно зависимость I(k)и по количеству и положению максимумов в спектре вычисляется величина L [2]. Другим методом, используемым в [6], является итерационный подбор периодической функции, зависящей от L, максимально близкой к выражению (1).Данные способы не всегда однозначны по времени выполнения, недостаточно просты и не обеспечивают необходимую скорость. Точность вычисления L в них составляет 100-1000 нм. Целью данной работы является анализ дополнительных возможностей повышения точности измерений при сохранения общепринятой схемы ВО интерферометра.

#### Особенности спектральной структуры сигналов

В ходе экспериментов был замечен неиспользуемый в известных работах факт, что кроме изменения частоты максимумов гребенки I(k) положение всех максимумов синхронно смещается как целое при малых изменениях  $\Delta L(|\Delta L| < \lambda/4)$ ), причем величина смещения оказывается на 2-3 порядка более чувствительной к изменению базы интерферометра.

Указанный сдвиг может быть приближенно описан путем введения некоторой эффективной фазы  $\varphi(\Delta L) = \frac{4\pi\Delta L}{\lambda_c}$ , рассчитанной для средней длины волны  $\lambda_c$ .

Если обозначить $\lambda(k) = \lambda_c + \Delta \lambda(k)$ , то формулу(1) можно аппроксимировать выражением

$$I(k) \approx \left[1 + \cos\left(\frac{4\pi L}{\lambda_c} - \frac{4\pi (L + \Delta L)\Delta\lambda(k)}{\lambda_c^2} + \varphi(\Delta L)\right)\right].$$
(2)

Первый член в аргументе косинуса является константой, второй член описывает периодическую структуру в зависимости от длины волны в окрестности  $\lambda_c$ , третий член определяет эффективную фазу.

Детектирование и анализ изменений  $\varphi(\Delta L)$  будем называть фазовыми измерениями в отличие от измерений базы L на основе оценки только характерного периода в выражении (2). Для практической реализации способа обработки спектральной информации, включающего анализ данных о фазовых измерениях, в данной работе осуществлена разработка необходимого алгоритмического и программного обеспечения.

#### Приведение спектра к эквидистантному виду

К основным задачам при создании алгоритмов и программного обеспечения (ПО) следует отнести приведение выражения (1) к виду, наиболее подходящему для фурье обработки, и согласование данных по непосредственному определению базы интерферометра и фазовым измерениям. Для использования преобразования Фурье желательно привести спектр (1) к эквидистантному виду. Целесообразно ввести "линеаризирующую" функцию  $P(k,a_1, a_2,...)$ , например, в виде полинома по нескольким параметрам  $a_1, a_2, ...$ , с помощью которой эквидистантный спектр может быть получен с помощью выражения

$$I_{eq}(k) = I(k \cdot (1 + P(k, a_1, a_2, \dots)))$$

При этом предполагается, что функция  $P(k,a_1, a_2,..)$  привязана к конечным точкам интервала  $[0, k_{max}]$ , на котором проводятся преобразования

$$P(0, a_1, a_2, ...) = 0, P(k_{max}, a_1, a_2, ...) = 0.$$

Параметры  $a_1$ ,  $a_2$ ,.. во вспомогательной функции могут быть выбраны, путем минимизации ширины спектрального пика при фурье-представлении зависимости  $I_{eq}(k)$ . Результат приведения распределения I(k) к эквидистантной форме представлен на рис. 1. Как показал дальнейший анализ, описанная выше процедура позволяет в несколько раз понизить ошибку в определении L, связанную с влиянием шумовой компоненты



Рис.1. Приведение спектра к эквидистантному виду.

(1) –распределение интенсивности в сечении матрицы для одного из каналов I(k), (2) – полученное распределение с постоянным периодом  $I_{eq}(k)$ , (3) – график

вспомогательной функции *P*(*k*, *a*<sub>1</sub>, *a*<sub>2</sub>,..). Для наглядности пунктиром обозначены положения некоторых максимумов.

#### Расчетная схема измерения базы и фазового сдвига по спектру

После процедуры приведения спектра к эквидистантному виду, распределение  $I_{eq}(k)$  является достаточно "удобным" для фурье-обработки. Положение спектрального пика, пропорционального *L*, для основного периода сигнала рассчитывалось по спектру мощности  $|S(l)|^2$  общий сдвиг спектра, характеризуемый эффективным значением фазы  $\varphi$ , рассчитывался по комплексному значению S(l) распределения в области пика. Непосредственно значение фазы, изменяющееся в интервале  $[-\pi, \pi]$ , может быть определено из выражения  $\varphi = \arg(\sum_{l=a}^{b} S(l))$ .

#### Калибровка

Из выражения (2) видно, что обе величины L и  $\varphi$  растут линейно с ростом базы интерферометра. Однако значения указанных величин "не привязаны" к конкретным физическим единицам измерения и не связаны между собой какими-либо соотношениями. Чтобы устранить такую неопределенность была введена процедура калибровки спектрометра. Для практической реализации процедуры калибровки авторами был создан эталонный датчик, параметры которого контролировались по температуре, с помощью него решался вопрос выбора масштаба величин.

Рассмотрим теперь вопрос о выборе величины  $\lambda_c$  связывающей изменения L и  $\varphi$ . На практике процедуру калибровки  $\lambda_c$  можно реализовать, например, с помощью медленного изменения базы на соответствующем стенде, например, путем нагрева датчика Фабри-Перо. При этом должно выполняться требование малого шага  $\Delta L < \lambda/4$  за время единичного отсчета, которое необходимо, чтобы "сшивать" величину фазы с предыдущим значением. Далее, получив две зависимости L(t) и  $\varphi(t)$  с помощью метода наименьших квадратов, можно найти искомое  $\lambda_c$ .

## Снижение ошибки

Разработанный в данной работе алгоритм позволяет значительно снизить ошибку измерений. Он учитывает тот факт, что величина 2*L* состоит из целой и дробной частей, если измерять ее в единицах длин волн  $\lambda_c$ . При выполнении ограничений на ошибку  $L|\delta_L| < \lambda_c/4$  можно используя одновременно *L* и  $\varphi$  понизить ошибку до ошибки  $\varphi \delta_{L_{\varphi}} \sim 1$ -3 нм

Роль выбора вспомогательной функции  $P(k, a_1, a_2,...)$  и процедуры калибровки иллюстрирует рис. 2, на котором представлены обработанные с помощью разработанного ПО экспериментальные данные. Эти данные характеризуют процессы нагрева интерференционного датчика и его последующего естественного охлаждения. На рис. 2 (а), представлены данные до этапа калибровки. Из него видно, что величина базы характеризуется значительными шумами, часто превосходящими  $\lambda_c/4$ . Это приводит к "срывам" фазы на  $2\pi$ . Наличие скачков на фазовой кривой говорит о том, что скорость изменения величин L(t) и  $L_{\phi}(t)$  не совпадают. На рис. 2 (б), представлены данные после проведения процедуры калибровки. Хорошо видно, что калибровка существенно уменьшает шумовую компоненту рассматриваемых зависимостей. Примечателен также факт совпадения скоростей изменения анализируемых величин.

*Труды школы-семинара «Волны-2018». Когерентная и нелинейная оптика* 



Рис.2. Роль калибровки спектрометра при помощи разработанного ПО.

Показан процесс нагрева датчика (стадия роста графика) и естественного охлаждения (стадия спада) температурного датчика. (а) – кривые изменения L(t) и  $L_{\phi}(t)$  до калибровки. (б) – анализируемые кривые после калибровки.

#### Обсуждение

В отличие от ранее использованных подходов описанный в данной работе алгоритм обработки основан на одновременной анализе данных о структуре регистрируемых спектров и их фазовых характеристик. Проведенные измерения подтвердили его эффективность и увеличение точности измерений примерно на два порядка.

Созданные по результатам данной работы действующий прибор и калибровочный стенд нашли применение при мониторинге реконструкции здания Центрального Детского Мира и мониторинге подвижки грунта вблизи здания консерватории в г. Москва.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н. Розанов "Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах" М.: Наука, 1997.

2. D.V. Skryabin et al. // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. No 4. P. 3508.

1. Н.Г. Серегин, Б.И. Гиясов// Вестник МГСУ, Строительство: наука и образование Т. 7. Выпуск 3 (24), С. 19–35, 2017.

2. В.Д. Бурков, Л.В. Леонов, В.Т. Потапов, Т.В. Потапов, М.Е. Удалов // Лесной Вестник. Вып. 3, 2012, С.174-179.

3. I.G. Likhachiev "Dozor" interferometric fibre-optic measurement system", // Russian High Technology Business Days, Hilton London Metropole Hotel, 4-5 June 2003.

4. В.В. Тучин "Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях" // Изд-во: М., Физматлит, 488с., 2010.

5. Zujie Fang, Ken K. Chin, Ronghui Qu, HaiwenCai, "Fundamentals of Optical Fiber Sensors" ISBN: 9780470575406, // WILEY 2012.

6. А.М. Зотов, С.И. Любинский, Е.П. Силаева, П.И. Трофимов, В.А. Яцеев// Датчики и системы Т. 4. № 100. С. 54-57, 2011.

## Теория затягивания лазерного диода микрорезонатором с модами шепчущей галереи

Н.М. Кондратьев<sup>1</sup>, В.Е. Лобанов<sup>1</sup>, А.В. Черенков<sup>1,2</sup>, А.С. Волошин<sup>1</sup>, Н.Г. Павлов<sup>1,3</sup>, М.Л. Городецкий<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Российский квантовый центр (ООО МЦКТ) <sup>2</sup>Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет <sup>3</sup>Московский физико-технический институт (МФТИ) похоbar@mail.ru

Стабильные узкополосные лазеры имеют большое значение для многих применений в области науки и техники, таких как высокоточная метрология, спектроскопия высокого разрешения, оптические датчики, атомные часы, а также тесты фундаментальных физических теорий. Компактные и недорогие диодные лазеры покрывают почти весь оптический спектр. Однако их естественная ширина линии и стабильность недостаточны для таких применений, в то время как дополнительные усилия по стабилизации значительно уменьшают их преимущества.

Пассивная стабилизация полупроводниковых лазеров использует резонансную оптическую обратную связь от внешнего оптического элемента. Резонаторы Фабри-Перо, успешно используемые для многих применений лазерной стабилизации, являются сравнительно громоздкими, а высококачественные зеркальные покрытия специфичны для выбранной длины волны. Эти проблемы отсутствуют в высокодобротных микрорезонаторах с модами шепчущей галереи (ММШГ) [1]. которые хорошо подходят к лазерным диодам. За счёт рэлеевского рассеяния [2] на внутренних и поверхностных неоднородностях ММШГ часть излучения отражается обратно в лазер, обеспечивая быструю оптическую обратную связь, что может значительному уменьшению ширины линии лазера. привести к Впервые продемонстрированный с микросферами из плавленого кварца этот метод теперь достиг коммерческой зрелости усилиями компании OEwaves, продемонстрировавшей сужение ширины линии и стабилизацией частоты различных лазеров с мгновенной шириной линии на уровне ниже Гц [3].

Однако, хотя теория затягивания с резонаторами Фабри-Перо хорошо развита, присутствует только одна ранняя попытка разработки теории для ММШГ [4]. Была сложная система уравнений И произведён расчёт коэффициента получена стабилизации. Оценок ширины области затягивания и критериев стабильности не проводилось. В нашей работе мы теоретически мы анализируем затягивание лазерных диодов микрорезонатором с высокодобротными МШГ и получаем простые аналитические выражения для ширины полосы, полученной ширины линии лазера в различных режимах обратной связи. Мы также обсудим условия подстройки частоты лазера путем изменения резонансной частоты микрорезонатора МШГ, например, с использованием регулирования температуры микрорезонатора, пьезоэлектрической или электрооптической настройки. Все аналитические оценки хорошо согласуются с экспериментальными результатами.

Предположим, что резонатор лазера длиной L состоит из двух зеркал с коэффициентами отражения и пропускания равными  $R_o$  и  $R_e$ , соответственно (см. рис. 1). Связь лазерного резонатора с микрорезонатором происходит за счет резонансного обратного рэлеевского рассеяния лазерного излучения в микрорезонаторе.

*Труды школы-семинара «Волны-2018». Когерентная и нелинейная оптика* 



Рис. 1. Схема модели затягивания.

Рассмотрим медленно меняющуюся амплитуду бегущей волны A(t) внутри лазерного резонатора вблизи выходной границы. Она может быть представлена в виде суммы поля, поочередно отраженного от двух зеркал этого резонатора с дополнительным фазовым набегом, и поля волны, отраженного от резонатора MIIIГ и вошедшей обратно в резонатор. Раскладывая это поле по времени пути от лазера до отражателя и обратно  $\tau_s$ , подставляя далее коэффициент отражения волны от микрорезонатора с частотой  $\omega$ , близкой к резонансу MIIIГ  $\omega_m$  [5] и разделяя действительную и мнимую части уравнений получим систему типа Ланга-Кобаяши [6] без указания механизма усиления и обобщенного частотно-зависимого отражения. Хотя первое различие несущественно для анализа, важно второе различие. Уравнения можно значительно упростить, введя относительную расстройку горячего резонанса в резонанса в микрорезонаторе  $\xi = 2(\overline{\omega}_d - \omega_m)/\kappa_m$  и отстройку генерируемой частоты от того же резонанса в микрорезонаторе  $\zeta = 2(\omega - \omega_m)/\kappa_m$ , нормированную на полуширину линии МШГ:

$$\xi = \zeta + \frac{\kappa}{2} \frac{2\zeta \cos\bar{\psi} + (1+\beta^2 - \zeta^2)\sin\bar{\psi}}{(1+\beta^2 - \zeta^2)^2 + 4\zeta^2},\tag{1}$$

где  $\overline{\psi} = \psi_0 + \omega_m \tau_s + \frac{\kappa_m \tau_s}{2} \zeta$  – полный набег фазы,  $\beta$  – нормированный коэффициент связи прямой и обратной волны МШГ, K – объединённый нормированный коэффициент связи, пропорциональный  $\beta$ , коэффициенту связи с резонатором МШГ и отношению потерь на связь через переднее зеркало лазера к потерям в ММШГ. Этот параметр аналогичен параметру инжекции *C*, используемому в теории интерферометров самосмешивания [6], где самоинжекция достигается с частотнонезависимым отражателем, образующим дополнительный резонатор Фабри-Перо.

Было рассмотрено влияние на режим затягивания времени задержки  $\tau_s$ . Вопервых, начальная фазовая задержка  $\psi_0 + \omega_m \tau_s$ , определяющая режим затягивания, может быть отрегулирована путем настройки  $\tau_s$  или  $\omega_m$ . Это перемещает всю перестроечную кривую вдоль линии  $\zeta = \zeta$  [см. Рис.2 (а)] и может привести либо к дополнительной отстройке затянутой частоты лазера от резонанса МШГ, либо к скачку частоты. Этот момент налагает определённые требования на механическую стабильность системы.

*Труды школы-семинара «Волны-2018». Когерентная и нелинейная оптика* 



Рис. 2. (а) Перестроечные кривые (1) для разных начальных фаз: I-IV соответствуют фазам  $\psi_0 = [0, \pi/3, 2\pi/3, \pi]$  при  $\kappa_m \tau_s << 1$ . Огибающая для семейства кривых с различными  $\psi_0$  показана черной штрихпунктирной линией, зеленая сплошная линия показывает кривую настройки для свободно работающего лазера; (b) Перестроечные кривые I-IV, соответствующие  $\psi_0=0$  и задержке, такой что  $\kappa_m \tau_s / 2 = [0, 1, 2, 3]$ ; (c) Перестроечные кривые при разных значениях K: I-III соответствуют  $\psi_0=\pi$  и K=[5, 3, 1], перестроечные кривые IV-VII соответствуют  $\psi_0=0$ , K=[0, 2, 4, 6]; (d) Оптимальная перестроечная кривая затягивания с  $\psi_0=0$ ,  $\kappa_m \tau_s <<1$ . и K>4. Нестабильные ветви показаны пунктирными линиями и бистабильные переходы – синими стрелками.

Во-вторых, коэффициент  $\kappa_m \tau_s$  перед  $\zeta$  в  $\overline{\psi}$  также зависит от общего времени задержки  $\tau_s$  (расстояние лазерного микрорезонатора). При этом, относительно  $\zeta$ уравнение (1) можно представить как гармоническую функцию, промодулированную лоренц-образной огибающей. Увеличение коэффициента  $\kappa_m \tau_s$  приводит к изменению масштаба гармонической функции и появлению нежелательных линий и областей мультистабильности на перестроечной кривой  $\zeta(\zeta)$  [см. Рис.2 (b)]. Для нас наилучшим является случай одной пары три-стабильных ветвей. Анализируя производную уравнения (1), получим  $\frac{4}{1+\kappa_m \tau_s} < K < \left(\frac{9.4}{\kappa_m \tau_s}\right)^{2.8}$ .

Далее было рассмотрено влияние параметра *К*. Из рисунка 2 видно, что при достаточно большом *К* перестроечная кривая для всех значений фазовой задержки имеет положительную плоскую ветвь с приблизительно постоянной шириной и наклоном. Для отрицательных соз  $\psi_0$  [рис. 2 (a), кривые III и IV и 2 (c), кривые I-III], центральная ветвь неустойчива и менее эффективное затягивание возможно только на

верхних или нижних стабильных ветвях, имеющих более крутой уклон. В основном нас интересуют режимы, когда  $\psi_0 \sim 0$  и K >> 1, как на рис.2 (d). Обратите внимание, однако, что при интерферометрии самосмешивания используются другие режимы [6].



Рис. 3. Экспериментальная интенсивность лазерного излучения. а) Частота лазерного диода DFB перестраивается током через различные моды резонатора МШГ. Стрелки указывают режимы, которые имеют разные начальные фазовые задержки  $\psi_0 = [0, \pi/2, \pi, 3\pi/2]$  (в соответствии с частотой). (b) Рассчитанная зависимость интенсивности внутри микрорезонатора МШГ от расстройки частоты лазера для разных фазовых задержек.

Было проведено численное моделирование данной системы при помощи динамических уравнений и показано отличное совпадение перестроечных кривых, полученных численно и аналитически. Так же моделирование позволило рассчитать мощность внутри резонатора от расстройки [рис. 3 (b)]. Эта зависимость легко экспериментально наблюдаема и находится в прямой связи с границами зоны затягивания. Мы видим, что форма кривой интенсивности для  $\psi_0=0$  имеет характерную прямоугольную форму, которая примерно соответствует половине полосы затягивания. Можно заметить хорошее качественное согласие кривых, показанных на рис.3.

В заключение можно сказать, что мы проанализировали процесс затягивания диодного лазера высокодобротным микрорезонатором МШГ и нашли простые аналитические формулы для ширины полосы затягивания и полученной ширины линии лазера. Установлено, что полоса затягивания пропорциональна отношению добротности микрорезонатора к добротности лазера, которые могут быть чрезвычайно высокими. Кроме того, было обнаружено, что увеличение ширины линии лазера обратно пропорционален квадрату этого отношения, что позволяет сузить линию лазера до суб-герцовых значений. По оценкам, ограничение стабильности расстояния между лазером и микрорезонатором составило порядка нанометров.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 17-12-01413).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. V. Braginsky et al. // Phys. Lett. A 137, 393–397 (1989)

2. M.L. Gorodetsky et al. // J. Opt. Soc Am. B 17, 1051–1057 (2000)

3. W. Liang et al. // Nat. Commun. 6, 7371 (2015)

4. A.N. Oraevsky et al. // Quantum Electron. 31, 897 (2001)

5. М.Л. Городецкий. "Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью" М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.

6. S. Donati. // Laser Photonics Rev. 6, 393–417 (2012)

# Модуляционная неустойчивость волновых пакетов, распространяющихся в световоде с дисперсией, каскадно зависящей от длины

#### И.О. Золотовский, В.А. Лапин, Д.И. Семенцов Ульяновский государственный университет rafzol14@mail.ru; LVA2013@yandex.ru; sementsovdi@mail.ru

Модуляционная неустойчивость (МН) – рост малых гармонических возмущений непрерывной волны – эффект, характерный для многих нелинейных систем, поддерживающих распространение локализованных волн, природа которого связана с совместным действием нелинейных и дисперсионных эффектов [1].

Изучение условий существования и динамических характеристик развитой фазы модуляционной неустойчивости представляет интерес не только в связи с фундаментальностью данной задачи, но и благодаря возможностям создания на основе данного эффекта устройств управления лазерным излучением, в частности полностью оптических генераторов высокочастотных последовательностей ультракоротких оптических импульсов [2].

В настоящей работе исследуются условия возникновения и существования модуляционной неустойчивости волновых пакетов, распространяющихся в нелинейном световоде с аномальной дисперсией групповых скоростей, зависящей от длины световода [3, 4], а так же в каскадных таких световодов. Исследованы условия возникновения, область существования, и другие характеристики модуляционной неустойчивости волновых пакетов, распространяющихся в нелинейной среде.

Показана возможность распада квазинепрерывного волнового пакета на последовательность ультракоротких импульсов с меньшей длительностью и большей амплитудой по сравнению с нелинейными световодами, в которых дисперсия не зависит от длины.

Динамика временной огибающей волнового пакета с учетом нелинейности среды керровского типа и зависимости дисперсии от длины волокна *z* в бегущей системе координат описывается следующим уравнением для амплитуды огибающей:

$$i\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{d_2(z)}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial \tau^2} + iR|A|^2 A = 0, \qquad (1)$$

где  $\tau = t - z / v_g$  – время в бегущей системе координат,  $v_g = (\partial \omega / \partial \beta)_{\omega_0}$  – групповая скорость волнового пакета,  $d_2 = (d^2 \beta / d\omega^2)$  – параметр дисперсии групповых скоростей, R – параметр нелинейности.

В настоящей работе рассматривался двухсекционный одномодовый световод, состоящий из световода с постоянной дисперсией длиной  $z_0$  и световода с экспоненциальным распределением по его длине ДГС, последовательно соединенных таким образом, что бы обеспечивалась непрерывное распределение ДГС:

$$d_{2} = d_{20} \cdot \begin{cases} 1, & z < z_{0} \\ \exp[-b(z - z_{0})], & z \ge z_{0} \end{cases},$$
(2)

На рис. 1 представлены временные профили модулированной волны, распространяющейся в световодах с постоянной дисперсией (рис. а), с экспоненциально уменьшающейся по модулю дисперсией (рис. b) и двухсекционном

световоде, состоящем из световода с постоянной дисперсией и световода с экспоненциально уменьшающейся по модулю дисперсией (рис. с). Представленные на рисунке временные профили модулированной волны получены при помощи численного решения методом пошаговых преобразований Фурье уравнения (1), определяющего динамику распространения в неоднородном световоде модулированного сигнала вида:

$$A(0,\tau) = \sqrt{P_0} \left[ 1 + m \cos(\Omega_{\text{mod}}\tau) \right]$$
(3)

при следующих значениях параметров световода: глубине модуляции m = 0.01, дисперсии групповых скоростей  $d_{20} = -10^{-26} \text{ c}^2/\text{м}$ , начальной мощности  $P_0 = 1$  Вт, параметре нелинейности  $R = 10^{-2} (\text{Вт·м})^{-1}$ , параметре неоднородности  $b = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1}$ , длине однородной секции  $z_0 = (0;500) \text{ м}$  – рис. (**a**, **b**) и частоте модуляции  $\Omega_{\text{mod}} = \sqrt{2RP_0 \left(\exp(bL) - 1\right)/|d_{20}| \sinh(bL)}; \sqrt{2RP_0 / |d_{20}|}$  – рис. (**a**, **b**). Из рисунка, что каскадное соединение световода с постоянной аномальной дисперсией со световодом с неоднородным распределением ДГС обеспечивает устойчивую генерацию последовательностей ультракоротких импульсов с большее высокой степенью сжатия относительно одиночного неоднородного световода соответствующей длины.



Рис. 1. Временные профили модулированной волны в зависимости от длины световода z.

На рис. 2 приведены зависимости нормированной дисперсии групповых скоростей  $d_2(z)/d_{20}$  (рис. а) и максимальной мощности на входе в неоднородный сегмент каскадного световода (рис. b). Рис. 3 состоит из временных профилей фазы (рис. а) на входе в неоднородную часть двухсегментного световода и распределения максимальной мощности волны, распространяющейся в неоднородном сегменте от продольной координаты z. При этом зависимости, приведенные на этих рисунках, построены при различных значениях длины однородного сегмента  $z_0 = (3, 4, 5, 5.65, 6) \cdot 10^2$  м – кривые (1;2;3;4;5), значения остальных параметров такие же, как и для рис. 1. Зависимости, приводимые на рис. 2 и 3, демонстриуют, что при формировании последовательности ЧМ импульсов на выходе из каскада важную роль играют не только условия формирования в однородном сегменте световода бризеров с максимальной амплитудой, но и его форма профилей фазы получаемых импульсов. Видно, что в сегменте световода с уменьшающейся по модулю дисперсией сильнее сжимаются импульсы имевшие фазу, близкую к параболической. С другой стороны эффективность генерации коротких ЧМ бризеров в неоднородном световоде значительно падает для импульсов с амплитудой мало отличающейся от амплитуды

квазинепрерывной волны накачки. Так, эффективность сжатия последовательности импульсов, прошедших в световоде модуляторе расстояние 300 метров (кривая 1), значительно уступает эффективности сжатия импульсов с большей амплитудой.





Рис. 2. Продольные зависимости нормированной дисперсии (**a**) и максимальной мощности (**b**) на входе в неоднородный сегмент.

Рис. 3. Профили фазы (**a**) на входе неоднородного сегмента световода и распределение максимальной мощности в неоднородном сегменте каскадного световода (**b**).

В ходе проведенного в работе анализа было продемонстрировано, что в световодах с каскадной зависимостью ДГС от продольной координаты z генерируемые ультракороткие импульсы достигают более высоких степеней сжатия по сравнению с одиночными неоднородными световодами, при этом итоговая степень сжатия генерируемых импульсов в неоднородном световоде зависит как от их начальной степени сжатия, так и от формы их фазы на входе в неоднородную часть, что позволяет подбирать длину сегмента световода с постоянной дисперсией для получения более высоких степеней сжатия генерируемых последовательностей импульсов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-32-00957.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. G. Agrawal "Nonlinear fiber optics Springer", 2007.

2. И.О. Золотовский и др. "Генератор ультракоротких импульсов с высокой частотой следования" пат. РФ №175891, 2017, Бюл. № 36, 6 с.

3. У.Г. Ахметшин и др. // Квантовая электроника. 2003. Т. 33. № 3. С. 265–267.

4. И.О. Золотовский, В.А. Лапин, Д.И. Семенцов, Д.А. Столяров // Оптика и спектроскопия. 2017. Т. 122. №3. С. 135.

## Пространственное мультиплексирование солитонов в оптических микрорезонаторах

Г.В. Лихачев<sup>1,2</sup>, Н.Г. Павлов<sup>1</sup>, М.Л. Городецкий<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Российский Квантовый Центр, Сколково, Россия <sup>2</sup>Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия g.lihachev @gmail.com

Продемонстрирована одновременная генерация стабильных солитонных состояний в различных (до 3) пространственных модах одного кристаллического микрорезонатора с модами шепчущей галереи (ММШГ). Результирующие керровские оптические частотные гребенки взаимно когерентны, имеют различные частоты повторения и подходят для применений в схемах двойной или тройной оптической гребенки[1].

Пространственное мультиплексирование широко используется в оптической телекоммуникации для размещения различных длин волн различных В работе пространственных волокна. ланной демонстрируем молах В ΜЫ мультиплексирование диссипативных керровских солитонов (ДКС[3]) в различных пространственных модах одного оптического резонатора ММШГ. ДКС представляют собой локализованные импульсы света, которые могут возбуждаться в пассивных нелинейных оптических резонаторах при накачке лазером непрерывной мощности. Их реализация в высокодобронтных микрорезонаторах открыла путь к генерации гребенок на чипе, полезных в оптической метрологии и передачи данных.

Совмещая две гребенки со слегка различными частотами повторения, мы получаем серию импульсов света, разделенных на перестраиваемое время задержки — все без подвижных механических частей. Гетеродинирование результирующей двойной гребенки позволяет перенести широкий оптический спектр в радиодиапазон, позволяя быструю обработку сигнала. Мы пространственно мультиплексируем ДКС для генерации двойной гребенки как в одном, так и в противоположных направлениях и демонстрируем спектроскопию с измерением амплитуды и фазы сигнала. Далее мы соединяем обе эти схемы и демонстрируем генерацию тройной оптической гребенки. Солитонные гребенки имеют высокий уровень взаимной когерентности, что важно для многих схем двойной гребенки.

Мы используем преимущество многомодовой природы кристаллических МШГ из MgF2 (ОСД 12 ГГц) [2], в котором возможна генерация гребенок на различных семействах мод (до 5 в используемом резонаторе)[4]. В схеме с ко-распространением одновременная накачка резонансов МШГ, поддерживающих генерацию солитонов, осуществлена с помощью электрооптического модулятора. IQ модулятор генерирует одну боковую линию без полного подавления исходной накачки, т.ч. накачка и боковая линии имеют одинаковую мошность. Частота модуляции составила 4.28 ГГц и равна разности частот между используемыми модами МШГ. Для одновременной настройки на солитонный режим в обоих резонансах использовался стандартный метод сканирования частоты. После достижения солитонного режима, лазер привязывается к резонансу с помощью схемы PDH, и солитон может существовать не менее 12 часов. Оптический спектр на выходе из микрорезонатора дает картину двух ДКС гребенок с разницей между линиями 12 ГГц, и смещенным друг от друга на 4 ГГц. Разница в частота повторения составила 655 кГц. Биения двойной гребенки на фотодетекторе дают результирующую гребенку в радиодиапазоне с центром на 4 ГГц и шириной 200 МГц, соответствующей оптическому диапазону в 3 ТГц. Обе гребенки получены в одном резонаторе и от одного лазера, и потому обладают высоким уровнем взаимной

когерентности. Индивидуальные линии полученной РЧ гребенки по-прежнему лимитированы разрешением спектранализатора при разрешении в 100 Гц [5].

Другим способом является генерация гребенок, распространяющихся в противоположных направлениях в микрорезонаторе [4,8]. Лазер накачки разделен на 2 пути, используются 2 оптических циркулятора для связи с резонатором в противоположных направлениях и для сбора прошедшего света с обеих сторон. 90% мощности накачки заводится в резонатор в прямом направлении. В другом оптическом пути 10% мощности проходит через модулятор, в котором подавляется несущая и сдвигается частота на величину 2.75 ГГц, соответствующая разности частот МШГ. После оптического усиления смещенный по частоте свет заводится в резонатор в противоположном направлении. Разность в частотах повторений для используемой другой пары мод составляет 371 кГц. В качестве демонстрации возможностей спектроскопии двойной оптической гребенкой одна гребенка пропускается через вейвшейпер перед интерференцией с другой гребенкой. Биения записаны на быстром осциллографе (время сбора 1 мс). Амплитуда и фаза РЧ сигнала сравнивалась с референсным сигналом без вейвшейпера. Наблюдалось хорошее согласие с запрограммированными профилями в диапазоне 4 ТГц.

Схемы с одним и противоположными направлениями распространения солитонов могут быть совмещены. На модулятор подавались сигналы на частоте 2.17 ГГц и 4.59 ГГц, таким образом возбуждались 2 гребенки в направлении по часовой стрелке и 1 против. Гетеродинирование этих гребенок приводит к 3 непересекающимся РЧ гребенкам с разницей в частотах повторений 380, 355, 735 кГц. Такая схема тройной оптической гребенки может найти применение в схемах двумерной спектроскопии, в которых две гребенки пропускаются через вещество, а третья выступает в роли локального осциллятора [8].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 17-02-00522).

## ЛИТЕРАТУРА

1. I. Coddington, N. Newbury, and W. Swann. // Optica, 3(4):414, 2016.

2. T. Herr, V. Brasch, J.D. Jost, I. Mirgorodskiy, G. Lihachev, M.L. Gorodetsky, and T.J. Kippenberg // Physical Review Letters, 113(12):123901, 2014.

3. T. Herr, V. Brasch, J.D. Jost, C.Y. Wang, N.M. Kondratiev, M.L. Gorodetsky, and T.J. Kippenberg. // Nature Photonics, 8(2):145–152, 2013.

4. C. Joshi et al. "Counter-rotating cavity solitons in a silicon nitride microresonator". // nov 2017.

5. B. Lomsadze and S.T. Cundiff. // Science, 357(6358):1389–1391, 2017.

6. E. Lucas et al. // In 2017 IEEE International Frequency Control Symposium, pages 530–533. IEEE, 2017.

7. Q.F. Yang, X. Yi, K.Y. Yang, and K. Vahala. // Nature Photonics, 11(9):560–564, 2017.

8. X. Yang et. al. // Optics Express, 22(1):869, 2014.

# Управление частотой повторения диссипативных керровских солитонов в оптических микрорезонаторах с помощью модуляции накачки

В.Е. Лобанов<sup>1</sup>, Н.М. Кондратьев<sup>1</sup>, А.В. Черенков<sup>1,2</sup>, Г.В. Лихачев<sup>1,2</sup>, М.Л. Городецкий <sup>1</sup>Российский Квантовый Центр, Сколково, Россия <sup>2</sup>Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия <u>vallobanov@gmail.com</u>

За последние годы оптические микрорезонаторы, в том числе и микрорезонаторы с модами шепчущей галереи, нашли широкое применение в различных областях науки и техники. Например, высокодобротные оптические микрорезонаторы проявили себе в качестве чрезвычайно перспективной платформы для создания миниатюрных, энергоэффективных компонентов оптоэлектроники, фотоники и радиофотоники, с быстродействием, превышающим традиционные электронные компоненты. Также высокая концентрация поля в высокодобротных микрорезонаторах сделала их идеальным полигоном для экспериментальной реализации и исследования различных интересных нелинейных эффектов, наблюдение которых в других средах является проблематичным. Одним из таких эффектов является генерация керровских частотных гребенок [1] и диссипативных керровских солитонов [2]. В отличие от некогерентных или «шумных» частотных гребенок солитонные гребенки на основе диссипативных керровских солитонов являются высококогерентными, с гладкой огибающей и фазовой синхронизацией оптических мод относительно друг друга, что делает их чрезвычайно привлекательными для ряда практических приложений. К настоящему времени свойства диссипативных керровских солитонов подробны изучены как теоретически, так и экспериментально, и разработан ряд методик по их генерации в различных частотных диапазонах.

В нашей работе мы изучаем возможность управления такой важной характеристикой диссипативных керровских солитонов, как частота их повторения, с помощью амплитудной или фазовой модуляции накачки. Резонансные частоты мод микрорезонатора рассчитывались с помощью разложения закона дисперсии в ряд Тэйлора  $\omega_{\mu} = \omega_0 + D_1 \mu + \frac{1}{2} D_2 \mu^2$  (номера мод отсчитываются относительно моды накачки  $\mu = 0$ ), где  $D_2$  – коэффициент дисперсии второго порядка. Для анализа использовалось уравнение Луджиато-Лефевра, учитывающее модуляцию накачки:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \varphi^2} + i \left| \Psi \right|^2 \Psi - (1 + i\alpha) \Psi + fG(\varphi, \tau), \qquad (1)$$

где  $\varphi$  – азимутальный угол в системе, вращающейся с частотой  $D_1, f$  – безразмерная амплитуда накачки,  $\alpha = 2(\omega_0 - \omega_p)/\kappa$  – безразмерная отстройка частоты накачки  $\omega_p$  от резонанса $\omega_0$ ,  $\beta_2 = 2D_2/\kappa$ , функция  $G(\varphi)$  определяется конкретным видом модуляции. Будем рассматривать случай, когда частота модуляции близка к межмодовому расстоянию. Тогда для амплитудной модуляции  $G(\varphi, \tau) = 1 + \varepsilon \cos(\varphi + \Delta * \tau)$ , а для фазовой –  $G(\varphi, \tau) = \exp\{i\varepsilon \cos(\varphi + \Delta * \tau)\}$ , где  $\varepsilon$  – глубина модуляции, а  $\Delta = 2(D_1 - \Omega)/\kappa$  – отстройка частоты модуляции  $\Omega$  от

межмодового расстояния. Сделаем замену переменных θ = φ+Δ\*τ и перейдем в систему, вращающуюся с частотой модуляции:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} + \Delta \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} = i \frac{1}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \theta^2} + i |\Psi|^2 \Psi - (1 + i\alpha) \Psi + fG(\theta), \qquad (2)$$

где для амплитудной модуляции  $G(\theta) = 1 + \varepsilon \cos \theta$ , а для фазовой –  $G(\theta) = \exp(i\varepsilon \cos \theta)$ . Отметим, что если частота модуляции близка не к межмодовому расстоянию, а кратно ему ( $\Omega \sim nD_1$ ), то для амплитудной модуляции  $G(\theta) = 1 + \varepsilon \cos n\theta$ , а для фазовой –  $G(\theta) = \exp(i\varepsilon \cos n\theta)$ . Далее будем искать стационарные решения уравнения (2), соответствующие диссипативным керровским солитонам с частотой повторения, равной частоте модуляции.

В случае фазовой модуляции, если функцию модуляции записать как  $G(\theta) = \exp\{i\phi(\theta)\}$ , легко показать [2], что стационарные решения существуют при выполнении следующего условия:

$$\Delta + \beta_2 \phi'(\theta) = 0. \tag{3}$$

Правильность условия (3) была подтверждена численно. Отсюда следует, что для гармонической модуляции  $\phi(\theta) = \varepsilon \cos(n\theta)$  стационарные решения существуют в ограниченном диапазоне отстроек  $|\Delta| < n\varepsilon\beta_2$  и, перестраивая частоту модуляции в этом диапазоне, можно варьировать частоту повторения солитонов. Отметим, что для фазовой модуляции диапазон отстроек частоты модуляции не зависит от отстройки частоты накачки от резонанса  $\alpha$ .

Для амплитудной модуляции такой анализ невозможен, поэтому для анализа стационарная форма уравнения (2) решалась численно методом релаксации. При расчетах были использованы параметры, соответствующие реальным микрорезонаторам: f = 4,  $\beta_2 = 0.02$ . Результаты моделирования показали, что для каждого значения глубины модуляции  $\varepsilon$  (в наших расчетах  $\varepsilon \in [0; 0.25]$ ) солитоны существуют  $|\Delta| < \Delta_{cr}$ . Критическое значение отстройки линейно растет с увеличением глубины модуляции (см. Рис. 1).



Рис. 1. Зависимость критического значения отстройки от глубины модуляции при f = 4,  $\alpha = 12$ ,  $\beta_2 = 0.02$ .

Также было показано, что в отличие от системы с фазовой модуляцией при амплитудной модуляции критическое значение отстройки  $\Delta_{cr}$  зависит от величины отстройки от резона  $\alpha$ : в области отстроек  $\alpha$ , поддерживающих существование солитона, предельное значение отстройки частоты модуляции уменьшается с увеличением отстройки от резонанса (см. Рис. 2).



Рис. 2. Зависимость критического значения отстройки от  $\alpha$  при f = 4,  $\alpha = 12$ ,  $\beta_2 = 0.02$ .

Кроме этого исследовалась зависимость возможного диапазона отстроек от коэффициента дисперсии  $\beta_2$ . Результаты численного моделирования показали, что  $\Delta_{cr}$  линейно увеличивается с ростом  $\beta_2$  (см. Рис. 3).



Рис. 3. Зависимость критического значения отстройки от  $\beta_2$  при f = 4,  $\alpha = 12$ ,  $\varepsilon = 0.1$ .

Исследовалась, также, модуляция на кратных частотах. Численное моделирование показало, что модуляция на большей частоте обеспечивает больший диапазон перестройки частоты повторения, причем ширина этого диапазона пропорциональна номеру гармоники, на которой идет модуляция (см. Рис. 4).



Рис. 4. Зависимость критического значения отстройки от глубины модуляции при f = 4,  $\alpha = 12$ ,  $\beta_2 = 0.02$  при модуляции на первой (красная линия) и на второй (синяя линия) гармониках.

Для проверки правильности полученных решений они использовались в качестве начальных условий при решении уравнения (1). При таких условиях солитоны распространяются прямолинейно, но их траектория имеет наклон, что и соответствует изменению частоты их повторения (см. Рис. 5).



Рис. 5. Распределение модуля поля при  $\beta_2 = 0.02$ ,  $\varepsilon = 0.1$ , f = 4,  $\alpha = 12$ ,  $\Delta = 0.0012$  ( $\Delta_{cr} = 0.001224$ ).

В заключение отметим, что в работе показана возможность использования фазовой и амплитудной модуляции для перестройки частоты повторения диссипативных керровских солитонов и изучен возможный диапазон перестройки.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и образования Российской Федерации (проект RFMEFI58516X0005).

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. P. Del'Haye et al. // Nature. 2007. V. 450. P. 1214.
- 2. T. Herr et al. // Nature Photon. 2014. V. 8. P. 145.
- 3. J.K. Jang et al. // Nat. Commun. 2015. V. 6. P. 7370.

#### Дискретная дифракция и оптические плоские зоны

#### А.И. Маймистов

Национальный исследовательский ядерный университет МИФИ, Москва, <u>aimaimistov@gmail.com</u>

Здесь обсуждается распространение электромагнитных волн в системе периодически расположенных в пространстве волноводов, образующих одномерный или двумерный массив. Предполагается, что излучение локализовано в волноводах и может проникать только ближайшие соседние волноводы за счет нарушения полного внутреннего отражения. Это напоминает систему электронов в кристалле, когда в условиях сильной связи электрон может перемещаться между ближайшими атомами решетки только за счет туннелирования.

Одномерная цепочка одинаковых волноводов была исследована в [1]. Было найдено, что если излучение интенсивностью  $I_0$  вводится в центральный волновод, помеченный индексом 0, то для интенсивности излучения в волноводе с номером n на длине волновода L было найдено выражение  $I_n(L) = I_0 J_n^2 (2KL)$ , где K – коэффициент связи соседних волноводов и  $J_n(z)$  – функция Бесселя n-того порядка. Точно такое же выражение описывает поле при дифракции в режим Рамана-Ната (дифракция на тонкой решетке). Эта аналогия позволяет говорить об образовании распределения полей по волноводам цепочки как о дискретной дифракции.

В недавнее время появились работы, посвященные исследованию дискретной дифракции в более сложных цепочках волноводов [2-5]. Здесь будет рассматриваться бинарная (двухкомпонентная) цепочка волноводов, которая образована либо из волноводов с различными показателями преломления, либо из одинаковых волноводов, но с чередованием расстояния между соседними волноводами, либо из волноводов с положительным показателем преломления, но имеющих некоторое различие (показатель преломления или толщина волновода), как показано на Рис.1 Элементарная ячейка содержит типа два узлов – тип А и тип В.



Рис. 1. Конфигурация бинарной цепочки. Прямоугольником указана элементарная ячейка.

В приближении медленно меняющихся амплитуд изменения напряженности электрических полей непрерывного электромагнитного излучения в волноводе каждого типа, определяются системой уравнений,

$$i\partial_{\zeta}A_n = B_n + B_{n-1}, \quad i\partial_{\zeta}B_n = A_n + A_{n+1}.$$
<sup>(1)</sup>

Здесь  $A_n$  и  $B_n$  – нормированные амплитуды полей в волноводе *n*-той элементарной ячейки, безразмерная координата  $\zeta$  есть пройденное волной расстояние вдоль оси

волновода, измеренное в единицах длины связи [1]. Решение уравнений (1) можно получить, используя метод производящих функций

$$P_A(\zeta, y) = \sum_n A_n(\zeta) e^{iyn}, \quad P_B(\zeta, y) = \sum_n B_n(\zeta) e^{iyn}, \quad (2)$$

Эти функции удовлетворяют линейным уравнениям, полученным из (1):

$$i\partial_{\zeta}P_{A} = (1+e^{iy})P_{B}, \quad i\partial_{\zeta}P_{B} = (1+e^{-iy})P_{A}.$$
(3)

Выбрав желаемые начальные условия  $A_n(0)$  и  $B_n(0)$ , можно решить эту систему уравнений и воспользовавшись разложениями (2), записать  $A_n(\zeta)$  и  $B_n(\zeta)$  для любого значения  $\zeta$ . Наиболее простой вариант начальных условий таков:  $A_n(0) = A_0 \delta_{n0}$  и  $B_n(0) = 0$ . В этом случае распределение напряженностей полей по волноводам имеет вид

$$A_n(\zeta) = A_0(-1)^n J_{2n}(2\zeta), \quad B_n(\zeta) = -iA_0(-1)^n J_{2n+1}(2\zeta),$$

Это распределение напряженностей полей описывает дискретную дифракцию в бинарной цепочке волноводов. Эти выражения переходят в формулы, полученные в [1] в предельном случае одинаковых волноводов.

Если положить начальные условия такие, что излучение вводится в волноводы только одной (центральной, например) элементарной ячейки с номерм n = 0, то есть  $A_n(0) = A_0 \delta_{n0}$  и  $B_n(0) = B_0 \delta_{n0}$ , то решение уравнений (3) позволяют определить распределения полей по волноводам, которые будут иметь следующий вид

$$A_n(\zeta) = A_0 J_0(2\zeta) \delta_{n0} + (-1)^n A_0 J_{2n}(2\zeta) + i(-1)^n B_0 J_{2n-1}(2\zeta),$$
  
$$B_n(\zeta) = B_0 J_0(2\zeta) \delta_{n0} + (-1)^n B_0 J_{2n}(2\zeta) + i(-1)^n A_0 J_{2n+1}(2\zeta),$$

где  $n = \pm 1, \pm 2, ...$  Третье слагаемое в этих выражениях описывает интерференцию полей в волноводах. Для более сложных случаев начальных условий, выражения для электрических полей в волноводах содержат слагаемые, учитывающие интерференцию полей из различных, не только соседних волноводов. Надо заметить, что если начальные условия выбраны в виде  $A_n(0) = (-1)^n A_0$  и  $B_n(0) = (-1)^n B_0$ , то дифракция отсутствует.

Если в цепочке, показанной на Рис. 1 учесть взаимодействие между ближайшими однотипными волноводами, то получится модель зигзагообразного массива волноводов из [6,7]. Система уравнений, описывающая поля в такой системе имеют вид

$$i\partial_{\zeta}A_{n} = B_{n} + B_{n-1} + \gamma(A_{n-1} + A_{n+1}), \quad i\partial_{\zeta}B_{n} = A_{n} + A_{n+1} + \gamma(B_{n-1} + B_{n+1}), \tag{4}$$

где γ есть отношение константы связи между следующими за ближайшими соседями и константы связи между ближайшими соседями в цепочке.

Решение этой системы уравнений может быть получено тем же методом производящих функций, которые в данном случае будут удовлетворять следующим уравнениям

$$i\partial_{\zeta}P_{A} = (1+e^{iy})P_{B} + \gamma \Im P_{A}, \quad i\partial_{\zeta}P_{B} = (1+e^{-iy})P_{A} + \gamma \Im P_{B}.$$
(5)

Здесь  $9 = 2\cos y$ . Решение этой системы уравнений при выбранных начальных условиях для  $A_n(0)$  и  $B_n(0)$  позволяет определить распределение амплитуд полей по волноводам  $A_n(\zeta)$  и  $B_n(\zeta)$  в глубине зигзагообразного массива волноводов.

Если рядом с зигзагообразной цепочкой расположить достаточно близко линейную цепочку волноводов, то получится ромбическая конфигурация квазиодномерного массива волноводов, показанного на Рис. 2. Система уравнений, описывающая поля в таком массиве волноводов имеют вид

$$i\partial_{\zeta}B_n = A_n + A_{n+1}, \quad i\partial_{\zeta}C_n = \gamma(A_n + A_{n+1}), \quad i\partial_{\zeta}A_n = B_n + B_{n-1} + \gamma(C_n + C_{n-1}),$$
 (6)

В случае симметричной конфигурации отношение констант связи  $\gamma = 1$ .



Рис. 2. Конфигурация ромбической цепочки. Прямоугольником указана элементарная ячейка.

Интересным свойством этой модели является то, что спектр распространяющихся волн имеет три ветви. Две из них отвечают волнам, распространяющимся по волноводам и проникающим в соседние волноводы, что дает дискретную дифракцию в массиве волноводов. Третья ветвь спектра отвечает волнам бегущим вдоль оси волноводов, но не проникающих в соседние волноводы. Периодичность расположения волноводов в цепочке или в массиве приводит к формированию зонной структуры допустимых частот распространяющихся вдоль  $\zeta$  волн. Зона, отвечающая недифрагирующим волнам, имеет нулевую кривизну и потому называется плоской зоной, по аналогии с подобными зонами квазичастиц в твердых телах [8,9].

Систему уравнений (6) можно точно решить. Уравнения для производящих функций, определяемых аналогично (2), выглядят как

$$i\partial_{\zeta}P_{A} = (1+e^{iy})(P_{B}+P_{C}), \quad i\partial_{\zeta}P_{B} = (1+e^{-iy})P_{A}, \quad i\partial_{\zeta}P_{C} = (1+e^{-iy})P_{A}.$$
 (7)

Найдено решение системы уравнений (7) в общем виде. В частном случае, если положить начальные условия такие, что излучение вводится в волноводы только одной элементарной ячейки, но так  $A_n(0) = 0$  и  $B_n(0) = -C_n(0) = B_0 \delta_{n0}$ , из решения уравнений (7) следующий, что  $A_n(\zeta) = 0$  и  $B_n(\zeta) = -C_n(\zeta) = B_0 \delta_{n0}$ . То есть, для такого выбора начальных условий дифракция отсутствует. Однако, если в один из волноводов типа А водится излучение, то есть если начальными условиями будут  $A_n(0) = A_0 \delta_{0n}$  и  $B_n(0) = -C_n(0) = B_0 \delta_{n0}$ , то результирующее распределение полей будет следующим

$$A_n(\zeta) = (-1)^n A_0 J_{2n}(\sqrt{2}\zeta),$$
  
$$B_n(\zeta) = B_0 \delta_{n0} - (-1)^n i 2^{1/2} A_0 J_{2n+1}(\sqrt{2}\zeta), \quad C_n(\zeta) = -B_0 \delta_{n0} - (-1)^n i 2^{1/2} A_0 J_{2n+1}(\sqrt{2}\zeta)$$

Так что дискретная дифракция имеет место. Любое отклонение от начального условия, отвечающего возбуждению мод плоской зоны влечет расплывание первоначально локализованного возбуждения.

Учет нелинейных свойств волноводов выполнен в предположении, что нелинейность кубическая. Система уравнений, обобщающая (6), имеет следующий вид

$$i\partial_{\zeta}B_{n} = A_{n} + A_{n+1} + \mu |B_{n}|^{2}B_{b}, \quad i\partial_{\zeta}C_{n} = \gamma(A_{n} + A_{n+1}) + \mu |C_{n}|^{2}C_{b},$$
  

$$i\partial_{\zeta}A_{n} = B_{n} + B_{n-1} + \gamma(C_{n} + C_{n-1}) + \mu |A_{n}|^{2}A_{b}, \qquad (6)$$

Здесь характеризующий нелинейность параметр выбран одинаковым для всех волноводов. Общего аналитического решения найти не удалось. Но можно показать, что существует решение, которое отвечает распространению излучения в волноводах без дифракции. Этот класс распределений амплитуд полей дается выражениями

$$A_n(\zeta) = 0, \quad B_n(\zeta) = -C_n(\zeta) = b_0 \exp(-i\mu b_0^2 \zeta).$$
 (7)

Это распределение неустойчиво относительно малых возмущений амплитуд в волноводах, до тех пор, пока величина  $\mu b_0^2$  не превысит определенное пороговое значение. После этого малые возмущения не затухают, но и не растут экспоненциально.

Таким образом, моды плоской зоны неустойчивы. В нелинейном случае превышение некоторой пороговой интенсивности вводимого в ромбическую решетку волноводов излучения может стабилизировать распределение полей по волноводам. Пока не ясно, возможно ли образование «дискретный солитон» в этом случае.

Мне доставляет удовольствие поблагодарить А.С. Десятникова, В.А. Патрикеева и Е.И. Ляшко за полезные дискуссии и помощь в работе. Работа частично поддерживалась РФФИ (грант №. 18-02-00278).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. S.Somekh et al. // Appl. Phys. Letts.1973. V 22. No. 2. P. 46.
- 2. S. Flach et al. // Europhys. Lett. 2014. V 105. P. 30001.
- 3. S. Mukherjee et al. // Opt. Lett. 2015. V.40. No. 23. P. 5443.
- 4. M. Nita et al. // Phys.Rev. B. 2013. V. 87. P. 125428.
- 5. L. Morales-Inostroza and R. A. Vicencio. // Phys. Rev. A. 2016. V.94. 043831
- 6. N.K. Efremidis and D. N. Christodoulides. // Phys. Rev. B. 2002. V. 65. P. 056607.
- 7. Е.В. Казанцева, А.И. Маймистов. // Квантовая электрон. 2013. Т.43. №9. С. 807.
- 8. V. Apaja, M. Hyrkäs and M. Manninen. // Phys.Rev. B. 2010. V. 82. P. 041402(R).

9. C. Weeks and M. Franz. // Phys. Rev E. 2010. V. 82. P. 085310.

## Рассеяние дисперсионных волн на светлых солитонах в средах с квадратичной нелинейностью

И.М. Орешников<sup>1</sup>, Р.М. Дрибен<sup>2</sup>, А.В. Юлин<sup>1</sup> <sup>1</sup> Университет ИТМО, Кронверский пр. 49, 197101, Санкт-Петербург, Россия <sup>2</sup>Department of Physics and CeOPP, University of Paderborn, Warburger St.100, D-33098 Paderborn, Germany oreshnikov.ivan@gmail.com

При распространении коротких световых импульсов в средах с керровской нелинейностью вблизи длины волны нулевой дисперсии, например в телекоммуникационных оптических волокнах, существенными становятся эффекты дисперсии высших порядков. Классический эффект связанный с дисперсией высших порядков – генерация нелинейными волнами слабых дисперсионных волн, так называемого Черенковского излучения [1]. Другим следствием такого возмущения является возможность эффективного четырёхволнового взаимодействия между солитонами и слабыми внешними дисперсионными волнами, которое во временной области напоминает процесс рассеяния внешней дисперсионной волны на солитоне с образованием отражённого и прошедшего излучения с разными частотами [2]. В качестве нелинейных волн в процессе рассеяния не обязаны участвовать светлые солитоны; например, известны процессы рассеяния дисперсионных волны на тёмных солитонах и солитонах второго порядка [3, 4].

Среды с квадратичной нелинейностью в первую очередь известны эффектом генерации второй гармоники, когда свет лазера на несущей частоте  $\omega$  при распространении в квадратично-нелинейном кристалле непрерывно порождает сигнал на удвоенной частоте  $2\omega$ . При этом динамика сосредоточенных нелинейных волн в таких средах отличается крайним разнообразием --- известны несколько семейств светлых, тёмных и гибридных солитонов [5]. Если разница между волновыми векторами фундаментальной и второй гармоники велика принято говорить о режиме каскадного взаимодействия. В этом пределе среда ведёт себя эквивалентно среде с керровской нелинейностью и в ней даже существует непрерывное семейство светлых солитонов. Влияние эффектов дисперсии высших порядков на квадратичные солитоны исследовано меньше. Ранее изучался процесс генерации Черенковского излучения в процессе нелинейного сжатия лазерного импульса [6]. В этой работе рассматривается процесс рассеяния внешних дисперсионных волн на светлом солитоне.

Мы используем следующую модельную систему уравнений для комплексных огибающих первой и второй гармоник

$$i\partial_{z}u_{1} - u_{1} + \frac{s}{2}\partial_{u}^{2}u_{1} + i\frac{\delta_{1}}{6}\partial_{tt}^{3}u_{1} + u_{2}\overline{u}_{1} = 0$$
$$i\partial_{z}u_{2} - \alpha u_{2} + \frac{r}{2}\partial_{u}^{2}u_{2} + i\frac{\delta_{2}}{6}\partial_{tt}^{2}u_{2} + u_{1}^{2} = 0$$

которую исследуем как аналитически, так и численно. Оказывается, что помимо генерации Черенковского излучения, взаимодействие слабых дисперсионных волн с солитонами может приводить к следующим эффектам:

1. Рассеяние слабого излучения первой гармоники на солитоне с генерацией рассеянного излучения в первой же гармонике. Этот процесс в целом напоминает процесс рассеяния дисперсионных волн на светлых солитонах в системе с керровской нелинейностью и дисперсией высших порядков. Временной и частотное представление этого процесса показано на Рис. 1.

*Труды школы-семинара «Волны-2018». Когерентная и нелинейная оптика* 



Рис. 1. Рассеяние сигнала дисперсионной волны на солитоне. Временное (слева) и спектральное (справа) представляния огибающей первой гармоники.

2. Рассеяние с повышением несущей частоты, то есть рассеяние слабого излучения в окрестности первой гармоники на солитоне с последующей генерацией сигнала в окрестности второй гармоники. Временное представление этого процесса представлено на Рис. 2, входные и выходные спектры обоих гармоник – на Рис. 3.



Рис. 2. Рассеяние дисперсионной волны на солитоне с повышением несущей частоты. Временное представление первой (слева) и второй (справа) гармоник



Рис 3. Рассенияние дисперсионной волны на солитоне с повышением несущей частоты. Входной (сверху) и выходной (снизу) спектры.

3. Рассеяние с пониженеием несущей частоты, то есть рассеяние слабого излучения в окрестности второй гармоники на солитоне с последующией генерацией сигнала в окрестности первой гармоники. Этот процесс изображен на Рис. 4 и Рис. 5.



Рис 4. Рассенияние дисперсионной волны на солитоне с понижением несущей частоты. Временное представление первой (слева) и второй (справа) гармоник.



Рис 5. Рассенияние дисперсионной волны на солитоне с понижением несущей частоты. Входной (сверху) и выходной (снизу) спектры.

Характерной особенностью последних двух процессов – то есть рассеяния с повышением и понижением несущей частоты дисперсионного излучения – является то, что они не слишком чувствительны к значению несущей частоты, что отличает их от процесса рассеяния в системах с керровской нелинейностью, где частота падающего излучения должна находиться в окрестности минимума или максимума дисперсионной кривой.

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. N. Akhmediev and M. Karlsson. // Phys. Rev. A 1995, V. 51 P. 2602-2607
- 2. D.V. Skryabin and A.V. Yulin. // Phys. Rev. E 2005, V. 72, 016619
- 3. I. Oreshnikov, R. Driben and A.V. Yulin. // Opt. Lett. 2015, V. 40 No 21
- 4. I. Oreshnikov, R. Driben and A.V. Yulin. // Opt. Lett. 2015, V. 40 No 23
- 5. A.V. Buryak et al. // Phys. Rep. 2002, V. 270, P. 63-235
- 6. M. Bache et al. // Phys. Rev. A 2010, V. 82, 063806

# Магнитооптические свойства фотонного эха на трионных состояниях тонких текстурированных пленок при регистрации фемтосекундных временных интервалов

И.И. Попов, А.У. Баходуров

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Поволжский государственный технологический университет» biht.orol@gmail.com

Существующие работы по наблюдению фотонного эха в квантовых точках, выполненные при низких гелиевых температурах. При этом квантовые точки получались дорогостоящими методами на основе лазерной эпитаксии. В данной работе рассматривается проблема получения с помощью дешевых методом магнетронного распыления тонких текстурированных пленок ZnO/Si(P)/Si(B) с формированием заданной структуры поверхностных дефектов, объединяемых в наноразмерные кластеры, обладающие физическими свойствами, аналогичными характерным для квантовых точек. Локализованные на этих поверхностных дефектах экситионные и трионные состояния позволяют реализовать при комнатной температуре новые физические принципы построения наноэлектронных приборов на фотонном эхе. Одним из таких приборов является регистратор фемтосекундных временных интервалов на основе эффекта нефарадеевского поворота плоскости поляризации стимулированного фотонного эха (рис.1), см. таблица 1.

Дается обзор первых теоретических работ [1, 2] по предсказанию и экспериментальных работ по наблюдению этого эффекта в газах [3]. Показывается принципиальное отличие этого эффекта от эффекта Фарадея, связанного с поворотом плоскости поляризации оптических импульсов в резонансной среде под воздействием однородного магнитного поля, с иллюстрацией протекающего физического процесса на трехмерной геометрической диаграмме. Дается ответ на вопрос, почему стало возможным наблюдение этого эффекта в твердом теле и при комнатной температуре. Большие неоднородности в спектре экситонных состояний, локализованных на поверхностных дефектах, под воздействием однородного магнитного поля позволяют возникновение экситонных переходов с различным расщеплением сверхтонкой структуры верхнего и нижнего квантовых уровней, что является принципиальным условием возникновения эффекта нефарадеевского поворота плоскости поляризации фотонного эха. Сообщаются требования к тонкопленочной резонансной среде. Приводится методика и аппаратура, результаты обнаружения и исследования этого эффекта для стимулированного фотонного эха.

Сообщается о технологии получения трехслойной тонкой пленки для наблюдения данного эффекта. Приводятся выводы о научной и практической значимости полученных результатов и о возможности создания работающего при комнатной температуре регистратора фемтосекундных временных интервалов.



Рис. 1. Диаграмма зависимости магнитооптических свойств тонкой трехслойной текстурированной полупроводниковой пленки ZnO/Si(P)/Si(B) на основе фотонного эха, демонстрирующая работоспособность регистратора фемтосекундных временных интервалов.

Таблица №1

τ23=180 фс	40 град.
τ23=360 фс	32 град.
τ23=540 фc	25 град.

 $\Delta \varphi_{\text{нефар}} = 8$  градусов;  $\Delta \tau_{23} = 180$  фс. При регистрации плоскости поляризации с точностью до 1 угловой минуты, разрешающая способность регистрации временного интервала стремиться к 4 \* 10<sup>-16</sup> сек.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Евсеев И.В. // Оптика и спектроскопия. - 1982.- Т.52.- №3.- С. 444-449.

2. I. V. Yevseyev // Laser Physics. -2006. - V.16. - Issue 4.- pp 535–542.

3. Bikbov I.S. // Laser phys. – 1995.– V.5. – №.3. – P. 580 – 583.

4. И.И. Попов // Материалы Десятой международной научной школы «Наука и инновации-2015» ISS «SI-2015». – Йошкар-Ола: Поволжский государственный технологический университет, 2015. – с. 58-61.

#### Моделирование процессов в мощных полупроводниковых лазерах

# А.Г. Ржанов

Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова rjanov@mail.ru

Модельные представления о процессах взаимодействия излучения и активной среды в полупроводниковых структурах начали активно формироваться после того, как в 1969-1970 гг. в лазерных диодах (ЛД) на основе двойной гетеростуктуры AlGaAs/GaAs впервые была получена непрерывная генерация излучения при комнатной температуре [1, 2]. Это событие в конечном счёте сыграло решающую роль в появлении интернета и многих других технологий, совершивших технологическую революцию. В 70-80-х годах прошлого века появились первые работы по математическому моделированию динамических процессов в ЛД [3, 4].

Простейшие кинетические уравнения, описывающие динамику изменения средней концентрации неравновесных электронно-дырочных пар N и средней плотности фотонов S в резонаторе ЛД, были записаны феноменологически, исходя из законов сохранения энергии и вещества. Эти уравнения не учитывают пространственное распределение носителей и оптического поля:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{N}{\tau_{sp}} - S \cdot G(N); \qquad (1)$$

$$\frac{dS}{dt} = S \cdot (G(N) - \frac{1}{\tau_{ph}}) + \eta \frac{N}{\tau_{sp}}, \qquad (2)$$

где  $G(N) = g_0 \cdot (N - N_{tr})$  - материальное усиление активного слоя ЛД,  $g_0$  - среднее дифференциальное усиление,  $N_{tr}$  - концентрация прозрачности, J – плотность тока накачки на гетеропереходах,  $\tau_{sp}$  - время спонтанной рекомбинации носителей,,  $\tau_{ph}$  - время жизни фотонов в «холодном» резонаторе, e - заряд электрона, d – толщина активного слоя,  $\eta$  - фактор спонтанного излучения.

Уравнения (1)-(2) допускают использование метода лианеризации, который позволяет приближённо вычислить основные стационарные и динамические характеристики излучения ИЛ в усреднённом (интегральном) виде.

В распределённых моделях ЛД учитывается неоднородное по пространству взаимодействие между лазерным излучением и неравновесными носителями. От концентрации N(y) зависит эффективная диэлектрическая проницаемость  $\mathcal{E}(\mathbf{y})[5]$ :

$$\varepsilon(\mathbf{y}) = \varepsilon_{eff}^0 - AN(\mathbf{y}) + j(BN(\mathbf{y}) - F), \qquad (3)$$

где у – латеральная координата,  $\varepsilon_{eff}^{0}$  - эффективное значение диэлектрической проницаемости активного слоя без накачки, A, B - коэффициенты, характеризующие нелинейную рефракцию и усиление, F - резонансные потери.

В самосогласованную модель ЛД входит система дифференциальных кинетических уравнений в частных производных:

$$\frac{\partial N(\mathbf{y},t)}{\partial t} = \frac{J(\mathbf{y},t)}{ed} - \frac{N(\mathbf{y},t)}{\tau_{sp}} + D \cdot \frac{\partial^2 N(\mathbf{y},t)}{\partial \mathbf{y}^2} - \Gamma \frac{c}{n^*} \cdot g(N) \cdot \sum_j S_j(t) \left| \psi_j(\mathbf{y},t) \right|^2;$$
(4)

$$\frac{dS_j(t)}{dt} = G_j(t)S_j(t) + \eta \frac{\langle N(t) \rangle}{\tau_{sp}},$$
(5)

где  $S_j(t)$  - средняя плотность фотонов в j-ой латеральной (поперечной) моде, D-коэффициент амбиполярной диффузии носителей,  $G_j(t)$  - модовое усиление,  $g(N) = a^* \cdot (N(y,t) - N_{tr})$  – материальное усиление,  $a^*$  – дифференциальное усиление активного слоя,  $N_{tr}$  – концентрация прозрачности,  $\Gamma$  - коэффициент оптического ограничения активного слоя,  $n^*$  – эффективный показатель преломления фундаментальной латеральной моды,  $\langle N(t) \rangle$  – среднее значение концентрации носителей,  $\Psi_i(y)$  - нормированные профили латеральных мод.

Количество уравнений (5) в модели соответствует числу латеральных мод, перешедших через порог генерации. Система (3)-(5) образует кинетическую часть модели. Оптическую часть модели представляет волновое уравнение, преобразованное в уравнение Гельмгольца с учётом зависимости амплитуды поля от времени и аксиальной координаты z, в виде  $E(\bar{r},t) = \psi(y) \cdot \exp(i(\omega t - \beta z))$  [5, 6]:

$$\frac{d^2 \psi_j(\mathbf{y})}{dy^2} + \left(\frac{\omega_j^2}{c^2} \varepsilon(\mathbf{y}) - \beta^2\right) \psi_j(\mathbf{y}) = 0, \qquad (6)$$

где  $\omega_j$  - частота оптического излучения,  $\beta$  - продольная (по оси *z*) постоянная распространения,  $\psi_j(y)$  - собственные функции (СФ). Зависимость от поперечной (трансверсальной) координаты х учитывается путём применения метода эффективного показателя преломления [5]. СФ являются базой для расчёта диаграммы направленности излучения ЛД.

Собственными значениями (C3) уравнения (4) являются либо постоянные распространения  $\beta_j$ , количество которых определяется структурой волновода, либо в случае резонаторной задачи комплексные частоты мод  $\omega_j$ , или эффективные показатели преломления  $n_{eff j} = c\beta/\omega_j$ . Возможно рассмотрение излучательных и вытекающих мод.

В лазерной задаче продольная постоянная распространения  $\beta$ , как правило, выбирается для единственной продольной моды М и определяется также длиной резонатора *L* и коэффициентами отражения зеркал *R*<sub>1</sub> и *R*<sub>2</sub> по мощности[7]:

$$\beta = \frac{M\pi}{L} + \frac{i}{2} \left( \alpha_{\text{int}} + \frac{1}{2L} \ln \left( \frac{1}{R_1 R_2} \right) \right), \tag{7}$$

где  $\alpha_{int}$  – нерезонансные потери в лазере.

Решая задачу (6) на C3 и CФ с учётом (3), находим усиление поперечных мод:

$$G_{j}(t) = -2\operatorname{Im}(\omega_{j}).$$
(8)

Некоторые возможные подходы к решению самосогласованной задачи (3)-(8) изложены в работах [7, 8]. Таким образом, мы получили базовую конфигурацию самосогласованной распределённой динамической модели ЛД, используя которую, можно создавать более адаптированные к конкретным лазерным структурам модели. В частности, вполне естественным продолжением изложенной модели является добавление в расчёт двух эффектов: нагрева прибора и межзонной релаксации (спектрального "выжигания") носителей в активном слое.

Рассмотрение температурных эффектов одновременно с учётом процессов нелинейной рефракции и усиления, заложенных в модели, представляет собой сложную, в общем случае математически неустойчивую, задачу, требующую больших вычислительных ресурсов. Решение уравнения теплопроводности параллельно с динамической задачей непомерно увеличивает время компьютерных расчётов. При этом раздельное решение задач даёт вполне адекватные результаты. Этим путём сейчас идёт большинство исследователей [9], хотя в своё время осуществлялись попытки совместить упрощённые динамические модели ЛД и полупроводниковых оптических усилителей с уравнением теплопроводности.

Физическими процессами, которые не учтены в модели (3)-(8), также являются спектральное "выжигание" (spectral hole burning) и внутризонная термолизация носителей. Перераспределение носителей по энергии внутри зон приводит, так же, как и в пространстве, к неоднородному уширению линии усиления. В обоих случаях проявляется диффузия носителей и конкуренция мод, так как источник подпитки излучения неравновесными носителями один для всех энергетических уровней. Учёт этих процессов актуален при больших мощностях генерации (0.5 Вт и выше). Существуют ещё физические механизмы, влияющие на динамику излучения ЛД. К ним можно, в частности, отнести поляризационные эффекты, связанные с наличием в активном слое полупроводника зон лёгких и тяжёлых дырок. Это ещё одно качественное усложнение базовой модели.

Отдельный вопрос, требующий учёта на всех этапах формирования расчётной модели, - это наличие в большинстве современных ЛД оптического и электронного разделения по пространству, связанного с использованием в качестве активного элемента (слоя) одной или нескольких квантовых ям [10]. При моделировании переход от объёмного материала активного слоя к квантоворазмерному с выделением оптического волновода в отдельную структуру представляет собой существенные изменения в расчёте эффективной диэлектрической проницаемости, коэффициентов оптического ограничения и материального усиления.

Важным обстоятельством, требующим модернизации базовой модели, оказывается переход от ЛД с узким контактом (до 50 мкм) к приборам, у которых ширина активной области составляет 100-200 мкм [10]. Такие ЛД с широким контактом (ЛДШК), имеющие максимальную мощность в непрерывном режиме более 20 Вт уже разработаны И производятся. Как отмечено В книге [11]. "к мощным полупроводниковым лазерам можно отнести лазерные диоды, предназначенные для работы в непрерывном или квази-непрерывном режимах с выходной мощностью несколько десятков мВт с 1 мкм ширины полоска". В том случае, когда моделируются процессы в узком ЛД, мы заранее отметаем возможность образования нефазированных между собой каналов генерации. Тем самым для адекватного расчёта динамики излучения вполне подходит модель (3)-(8), в которой используется квазистационарное некогерентное приближение. Как показывает эксперимент, в мощных ЛД с широким планарным контактом излучение всегда распадается на нефазированные каналы генерации (филаменты). Это однозначно следует из вида регистрируемых спектров ЛДШК [12]. Причиной распада излучения на каналы прежде всего является небольшая

длина когерентности ЛД, составляющая по различным данным несколько сантиметров [13]. Такое "поведение" излучения внутри лазерного резонатора отражается на динамике ближнего и дальнего поля лазера, интегральном спектре ЛД. Базовая самосогласованная распределённая модель (3)-(8) при этом перестаёт работать, так как нарушается возможность применения некогерентного приближения, являющегося основой модели. Кроме того, решение уравнения (6) в случае ЛДШК в виде фундаментальной волноводной латеральной моды уже не отражает физической реальности, наблюдаемой в эксперименте. Другими словами, в латеральном направлении лазерный активный слой шириной более 50 мкм престаёт быть волноводом, в котором есть дискретный модовый состав оптического излучения.

Одним из вариантов преодоления возникших при составлении адекватной модели ЛДШК трудностей становится использование гибридной модели, в которой расчёт полей ведётся для каждого канала в отдельности. При этом первое кинетическое уравнение остаётся общим. В рамках такого подхода необходимо учесть, что:

- причина распада излучения на каналы генерации кроется в неустойчивости, возникающей в результате наличия в резонаторе активной среды с нелинейной рефракцией (3);

- отсутствие фазовой связи и частотная независимость каналов объясняется малой длиной когерентности излучения ЛД, что связано с зонной структурой полупроводника

- ширина линии усиления квантовой ямы обычно составляет 4-6 нм;

- ширина каналов генерации имеет величину 10-40 мкм, зависящую от конструкции ЛДШК, состава слоёв, толщины квантовой ямы и волноводного слоя;

- отдельные каналы генерации адекватно рассчитываются по модели (3)-(8);

- взаимодействие между каналами осуществляется посредством общего параметра накачки - концентрации неравновесных носителей N в уравнении (4);

- законы сохранения не допускают существования спектрального дисбаланса внутри контура усиления квантовой ямы, что определяет выбор центральных частот и числа каналов генерации.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Ж.И. Алферов и др. // ФТП. 1969. Т. 3. С. 1328.

2. I. Hayashi et al. // Appl. Phys. Lett. 1970. V. 17. No. 2. P. 109.

3. J. Buus // IEEE J. Quant. Electron. 1982. V. QE-18. No. 7. P. 1083.

4. J. Buus // IEEE J. Quant. Electron. 1983. V. QE-19. No. 6. P. 953.

5. Т. Тамир "Волноводная оптоэлектроника". М.: Мир, 1991.

6. Х. Кейси, М. Паниш. "Лазеры на гетероструктурах". М.: Мир, 1981.

7. А.Г. Ржанов // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. №. 1. С. 6.

8. А.Г. Ржанов и др. // Вестн.РУДН.Сер.Мат.инф.физ. 2009. Т. З. №. 65. С. 69.

9. Д.М. Демидов и др. // Научное приборостроение. 2012. Т. 22. №. 3. С. 78.

10. И.С. Тарасов // Квантовая электроника. 2010. Т. 40. №. 8. С. 661.

11. А.Е. Жуков. "Основы физики и технология полупроводниковых лазеров".

СПб.: Изд-во Академ. ун-та. 2016. 364. С. Гл. 16. С. 291.

12. O.I. Koval et al. // Physics of Wave Phenomena. 2013. V. 21. No. 4. P. 287.

13. А.В. Лукин. // Оптический журнал. 2012. Т. 79. № 3. С. 91.

# О вариационном подходе к описанию распространения солитонов в волноводе

#### С.В. Сазонов

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» sazonov.sergey@gmail.com

В 1967 году совершенно независимо друг от друга вышли две работы, давшие мощный толчок развитию науки о солитонах вообще и об оптических солитонах в частности. В сугубо теоретической работе Гарднера – Грина – Крускала и Миуры [1] содержались основные положения метода обратной задачи рассеяния (МОЗР), позволившего в принципе решить задачу Коши для уравнения Кортевега – де Вриза и построить его многосолитонные решения. Другая работа (большей частью экспериментальная) за авторством Мак-Колла и Хана [2] была посвящена новому для того времени резонансному эффекту – самоиндуцированной прозрачности (СИП). Позднее выяснилось, что уединенный импульс СИП – первый наблюдавшийся в эксперименте оптический солитон. Динамика этого солитона описывается системой уравнений Максвелла – Блоха, интегрируемой с помощью МОЗР.

Современная наука об оптических солитонах охватывает их временную длительность от нано- до единиц фемтосекунд. При этом спектр солитонов лежит в интервале от долей терагерца до видимых и ультрафиолетовых частот. Свойство относительной устойчивости солитонов позволило высказать мысль об их возможном использовании в системах оптической связи. Здесь очень важен вопрос их устойчивости относительно самофокусировки и дефокусировки. Процесс самофокусировки в определенных ситуациях способна остановить дифракция. При этом формируются пространственно-временные солитоны или «световые пули». В других ситуациях такая компенсация невозможна.

В некоторых случаях к равновесию дифракции и нелинейности может привести линейная рефракция, создаваемая градиентным волноводом с неоднородным распределением в его поперечном сечении линейного показателя преломления. Здесь возникает вопрос о том, как аналитически учесть влияние градиентного волновода. Действительно, в данном случае нелинейное дифференциальное уравнение в частных производных размерности (3+1) содержит еще и слагаемые, коэффициенты которых зависят от поперечных координат [3].

В настоящей работе предлагается следующая процедура, восходящая к работам [4, 5]. На первой стадии отбрасываются слагаемые, содержащие коэффициенты, зависящие от поперечных координат и производные по ним. Остается уравнение (или система), порождающая сугубо временной солитон. Решение в виде временного солитона предполагается известным. Для учета отброшенных слагаемых делается предположение, что параметры временного солитона неизвестным образом зависят от координат (так называемые пробные решения). Чтобы определить данные зависимости, исходному уравнению сопоставляется плотность лагранжиана. Сюда подставляется пробное решение и получившееся выражение интегрируется по времени (по «быстрой» переменной). Таким образом получается «усредненный лагранжиан» (УЛ). Затем с использованием полученного УЛ для солитонных параметров записываются уравнения Эйлера. Эта процедура составляет суть усредненного вариационного принципа.

Полученная система уравнений для солитонных параметров совпадает с нелинейными уравнениями двумерного течения квантовой бозе-жидкости. Вид нелинейности характеризует зависимость внутреннего давления от плотности жидкости, дифракция формально соответствует квантовым свойствам жидкости.

Гидродинамическая скорость течения описывает явление нелинейной саморефракции солитона. Показатель преломления, зависящий от поперечных координат, играет роль плотности потенциальной энергии некоего внешнего поля, в которое помещена воображаемая жидкость. Данная квантовая гидродинамическая система с помощью преобразования Маделунга [3] сводится к обобщенному уравнению Гросса – Питаевского [6].

Качественный анализ, а также анализ приближенных аксиально-симметричных решений данной системы уравнений позволяет делать выводы об устойчивом или неустойчивом распространении солитонов. При этом в каждом конкретном случае могут быть получены условия на характер неоднородности показателя преломления в поперечном сечении волновода, а также на входные условия для солитона, при которых возможно его устойчивое распространение на большие расстояния.

Таким образом, удается исследовать распространение фундаментальных солитонов, описываемых обобщенным нелинейным уравнением Шредингера. Кроме того, рассмотрены нелинейные процессы генерации второй гармоники и терагерцового излучения.

Работа поддержана Российским научным фондом (проект № 17 – 11 – 01157).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. C.S. Gardner, J.M. Greene, M.D. Kruskal and R.M. Miura // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 19. P. 1095.

2. S.L. McCall and E.L. Hahn // Phys. Rev. Lett. 1967. V. 18. P. 908.

3. Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал. "Оптические солитоны". М.: Физматлит, 2005.

4. С.К. Жданов., Б.А. Трубников // ЖЭТФ. 1987. Т. 92. № 5. С. 1612.

5. С.К. Жданов, Б.А. Трубников. "Квазигазовые неустойчивые среды". М.: Наука, 1991.

6. Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. "Теоретическая физика. Т. 9: Статистическая физика". М.: Наука, 1978.

# Влияние геометрии планарного волновода на формирование оптических пуль

С.В. Сазонов, А.А. Калинович, Б.Д. Соболев, М.В. Комиссарова, И.Г. Захарова Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова sazonov.sergey@gmail.com, kalinovich@gmail.com, komissarova@physics.msu.ru, zaharova@physics.msu.ru

Как известно, распространение оптического импульса-пучка в среде с кубичной нелинейностью может сопровождаться пространственно-временным коллапсом, характер которого зависит от входных параметров. Одним из примеров нелинейного механизма, который может остановить коллапс и способствовать генерации устойчивых пространственно-временных солитонов, так называемых световых пуль, является использование среды с насыщающей нелинейностью [1].

По сравнению с солитонами на кубичной нелинейности многомерные солитоны на квадратичной нелинейности характеризуются гораздо более высокой устойчивостью и низким порогом генерации. Основные ограничения на возможность формирования оптических пуль в однородной среде связаны с видом дисперсии, от которого зависит является среда фокусирующей или дефокусирующей.

В [2] было показано, что при переходе к волноводной геометрии, помимо конкуренции между нелинейностью, дисперсией и дифракцией, важную роль начинают играть фокусирующие свойства волновода. Для волновода с параболическим профилем приближенное аналитическое показателя преломления решение В виде двухкомпонентной оптической пули было получено как для случая аномальной, так и для случая нормальной дисперсии. Однако, поскольку параболическая функция асимптотически неограниченно возрастает, то данное решение применимо для случая Реальные волноводы создают сильное изменение показателя узких пучков. преломления в центре, на периферии показатель волновода существенно не меняется. В случае, когда размер пучка сопоставим с размером волновода этот факт необходимо учитывать.

В настоящей работе в геометрию волновода с квадратичной нелинейностью вводится насыщение, при котором вблизи центра волновода поперечный профиль показателя преломления остается параболическим, а на периферии выходит на константу. Этот случай лучше соответствует реальным ситуациям, нежели параболический профиль. Импульсный режим генерации второй гармоники в таком волноводе при совместном влиянии дифракции и дисперсии описывается следующей системой уравнений для комплексных амплитуд основной частоты  $\psi_1$  и второй гармоники  $\psi_2$ :

$$i\left[\frac{\partial\psi_1}{\partial z} + \left(\varepsilon_1\alpha_1\frac{x^2}{a_1^2 + x^2} + \delta\right)\frac{\partial\psi_1}{\partial\tau}\right] + \frac{\beta_2^{(1)}}{2}\frac{\partial^2\psi_1}{\partial\tau^2} - \gamma_1\psi_1^*\psi_2e^{i(2k_1 - k_2)z} = \varepsilon_1q_1\frac{x^2}{a_1^2 + x^2}\psi_1 + \frac{c}{2n_1\omega}\frac{\partial^2\psi_1}{\partial x^2}, \quad (1)$$

$$i\left[\frac{\partial\psi_2}{\partial z} + \left(\varepsilon_2\alpha_2\frac{x^2}{a_2^2 + x^2} - \delta\right)\frac{\partial\psi_2}{\partial\tau}\right] + \frac{\beta_2^{(2)}}{2}\frac{\partial^2\psi_2}{\partial\tau^2} - \gamma_2\psi_1^2 e^{-i(2k_1 - k_2)z} = 2\varepsilon_2q_2\frac{x^2}{a_2^2 + x^2}\psi_2 + \frac{c}{4n_2\omega}\frac{\partial^2\psi_2}{\partial x^2}, \quad (2)$$

Здесь  $n_{1,2}$  - показатели преломления на первой и второй гармониках в центре волновода,  $b_2^{(1,2)}$ - коэффициенты дисперсии групповой скорости (ДГС),  $\tau = t - \frac{1}{2} \left( \frac{1}{v_{g1}} - \frac{1}{v_{g2}} \right) z$ ,  $\gamma_1 = \frac{4\pi\omega}{cn} \chi_2(-\omega; 2\omega)$ ,  $\gamma_2 = \frac{4\pi\omega}{cn} \chi_2(\omega; \omega)$ ,  $\delta = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{v_{g1}} - \frac{1}{v_{g2}} \right)$ ,

$$\alpha_{1,2} = \frac{n_{1,2}^2 - 1}{2cn_{1,2}}, \ q_{1,2} = \omega \alpha_{1,2}.$$

Дефокусирующий волновод -  $\mathcal{E}_{1,2} = +1$ . Фокусирующий волновод -  $\mathcal{E}_{1,2} = -1$ . Ниже считаем, что, вообще говоря, характерные размеры поперечной неоднородности волновода  $a_1$  и  $a_2$  различны для основной частоты и второй гармоники. Рассмотрим случай равенства фазовых и групповых скоростей  $k_2 = 2k_1$ ,  $n_1 = n_2 = n$ ,  $\delta = 0$ ,  $v_1 = v_2 = v$ ,  $\tau = t - z/v$ . Дисперсионные коэффициенты будем считать связанными соотношением  $\beta_2^{(2)} = 2\beta_2^{(1)}$ . Известно, что в одномерном случае существует солитонное решение вида  $\psi_{1,2,0} = E \cosh^{-2}(x/r_x)$  [1].

При численном моделировании уравнения (1-2) были обезразмерены таким образом, что нормированные коэффициенты нелинейности положили равными  $\gamma_1 = 1$ ,  $\gamma_2 = 0.5$ , нормированные ширины пучков и волновода, а также длительность импульсов – единичными:  $r_x = r_y = a_1 = a_2 = 1$ ,  $\tau_0 = 1$ . Рассмотрен процесс генерации пули мощным пучком основной частоты. В качестве начального условия в соответствии с [2] использовалось:

$$\psi_{10} = E_1 \cosh^{-2}(x/r_x) \cosh^{-2}(\tau/r_\tau), \ \psi_{20} = 0.$$
(3)

На рис. 1 приведено распределение амплитуд первой и второй гармоник в центральных сечениях *xz* и *tz*. Использовались следующие безразмерные параметры:  $\beta_2^{(1)} = 0.01$ ,  $\beta_2^{(2)} = 0.02$  - случай нормальной дисперсии,  $\mathcal{E}_{1,2} = -1$  - фокусирующий волновод,  $\frac{c}{2n_1\omega} = 0.02$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ ,  $q_1 = 50$ ,  $q_2 = 100$ . В случае параболического волновода при

данных параметрах возникает оптическая пуля. Однако в нашем случае часть энергии с хвостов уходит на периферию, из-за чего падает интенсивность в центре пучка и оптической пули не возникает. Это показывает, что для получения реальных оптических пуль, ширина которых сопоставима с шириной волновода, необходимо увеличивать нелинейность или, что то же самое, увеличивать интенсивность падающей волны. Данный результат достаточно прозрачен с физической точки зрения. Действительно, если  $x > a_{1,2}$ , среда становится практически однородной. В этом случае при положительной групповой дисперсии образование пуль невозможно [3]. Таким образом, насыщение поперечного фокусирующего профиля показателя преломления препятствует формированию световых пуль при генерации второй гармоники в области положительной групповой дисперсии.

*Труды школы-семинара «Волны-2018». Когерентная и нелинейная оптика* 



Рис. 1. Распределение интенсивности на центральных сечениях tz (а,б), xz (в,г) пучков первой (а, в) и второй (б, г) гармоник.

Исследование выполнено за счет гранта Российского Научного Фонда (проект № 17-11-01157).

## ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал. "Оптические солитоны". М.: Физматлит. 2005.
- 2. S. Sazonov, A. Kalinovich, I. Zakharova, M. Komissarova, P. Shestakov // EPJ Web of Conferences, vol.161, p. 02009 (2017).
- 3. S.V. Sazonov, M.S. Mamaikin, M.V. Komissarova, I.G. Zakharova // Phys. Rev. E, vol. 96, 022208 (2017).
# Двумерная динамика солитонов в условиях резонанса Захарова-Бенни

C.B. Cазонов<sup>1</sup>, H.B. Устинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»

sazonov.sergey@gmail.com

<sup>2</sup>Калининградский филиал Московского государственного университета путей сообщения «МИИТ» <u>n\_ustinov@mail.ru</u>

Большое число задач нелинейной оптики диспергирующих сред приводит к оптическим солитонам [1]. При этом можно выделить резонансные, нерезонансные и квазирезонансные солитоны. В первом случае несущая частота солитона близка к частоте одного из разрешенных квантовых переходов настолько, что спектр импульса за счет своей конечной длительности захватывает его. Во втором случае несущая частота далека от всех линий резонансного поглощения среды. В третьем случае абсолютная величина отстройки несущей частоты солитона от ближайшей к ней частоты разрешенного перехода значительно меньше обеих частот, но в то же время она настолько велика, что спектр импульса практически не захватывает рассматриваемый переход.

Поляризационный отклик среды на воздействие нерезонансного или квазирезонансного импульса можно представить в виде аддитивного разложения по степеням электрического поля и его производным. Эти степени в оптически изотропной среде будут нечетными. В таком случае минимальная степень нелинейности равна трем. При учете в минимальных порядках нелинейности и групповой дисперсии распространение импульса в оптически изотропной среде описывается нелинейным уравнением Шредингера как в нерезонансном [1, 2], так и в квазирезонансном случаях [3]. Это уравнение имеет решения в виде солитонов и интегрируемо методом обратной задачи рассеяния (MO3P) [4, 5].

В случае анизотропных сред минимальная нелинейность в разложении отклика среды по степеням электрического поля импульса уже будет квадратичной. Если ограничиться минимальными нелинейностью и порядком групповой дисперсии оптического импульса, то при выполнении условия резонанса Захарова–Бенни [5] генерацию терагерцового излучения оптическими импульсами в коллинеарном режиме в анизотропных средах можно описать с помощью системы уравнений Ядзимы– Ойкавы (ЯО) [6, 7]. Эта система тоже интегрируема с помощью МОЗР [8].

Анизотропия среды, необходимая для появления квадратичной оптической нелинейности, может быть создана вкраплением в изотропную среду несимметричных квантовых объектов (НКО), обладающих в стационарных квантовых состояниях постоянными дипольными моментами. При рассмотрении квазирезонансного взаимодействия оптических импульсов с НКО были получены в [9, 10] системы уравнений, обобщающие систему ЯО на случай двух коротковолновых компонент. При этом считалось, что оптические импульсы и терагерцовое излучение распространялись при выполнении условий резонанса Захарова–Бенни коллинеарно. Целью настоящей работы является обобщение этих результатов на случай неколлинеарного распространения, когда направление фазовой скорости оптических импульсов не совпадает с направлением излучения терагерцовое импульса.

В работе [10] при исследовании генерации терагерцового излучения двухкомпонентными ультракороткими оптическими импульсами, распространяющимися в условиях квазирезонанса в среде трехуровневых аксиальносимметричных НКО, была выведена следующая система уравнений

$$i\frac{\partial\Phi_{o}}{\partial y} = -\frac{k_{2}}{2}\frac{\partial^{2}\Phi_{o}}{\partial\tau^{2}} - 2\alpha\left(\left|\Phi_{e}\right|^{2} + \left|\Phi_{o}\right|^{2}\right)\Phi_{o} + \alpha U\Phi_{o} + \frac{c}{2n_{opt}\omega}\Delta_{\perp}\Phi_{o}, \qquad (1)$$

$$i\frac{\partial\Phi_{e}}{\partial y} = -\frac{k_{2}}{2}\frac{\partial^{2}\Phi_{e}}{\partial\tau^{2}} - 2\alpha\left(\left|\Phi_{e}\right|^{2} + \left|\Phi_{o}\right|^{2}\right)\Phi_{e} + \alpha U\Phi_{e} + \frac{c}{2n_{opt}\omega}\Delta_{\perp}\Phi_{e}, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = -\beta \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \left| \Phi_e \right|^2 + \left| \Phi_o \right|^2 \right) + \frac{c}{2n_T} \Delta_{\perp} \int_{-\infty}^t U dt', \qquad (3)$$

где  $\Phi_o$  и  $\Phi_e$  — огибающие обыкновенной и необыкновенной оптических компонент, U — поле терагерцовой составляющей,  $k_2$  — параметр дисперсии групповой скорости, коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  выражаются через физические параметры задачи,  $\tau = t - y/v_g = t - n_T y/c$ , c — скорость света в вакууме,  $\Delta_{\perp} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  — поперечный лапласиан,  $n_{opt}$  и  $n_T$  — оптический и терагерцовый показатели преломления кристаллической матрицы,  $\omega$  — несущая частота оптических компонент.

Рассмотрим класс решений системы (1)-(3), для которого справедливо следующее представление:

$$\Phi_o = \varphi_o e^{i(\Omega \tau - \kappa_x x - \kappa_y y)},$$
  
$$\Phi_e = \varphi_e e^{i(\Omega \tau - \kappa_x x - \kappa_y y)},$$

где  $\Omega$ ,  $\kappa_x$  И  $\kappa_y$  — вещественные параметры такие, что выполняется соотношение  $\kappa_y = \frac{k_2 \Omega^2}{2} - \frac{c \kappa_x^2}{2 n \omega}$ . Также при этом будем считать, что  $\varphi_o$  И  $\varphi_e$  — медленно меняющиеся огибающие, а поле U распространяется преимущественно вдоль оси y. Тогда система уравнений (1)–(3) в случае сильной анизотропии сводится к следующей системе:

$$i\left(\frac{\partial\varphi_o}{\partial y} + k_2\Omega\frac{\partial\varphi_o}{\partial\tau} + \frac{c\kappa_x}{2n\omega}\frac{\partial\varphi_o}{\partial x}\right) = -\frac{k_2}{2}\frac{\partial^2\varphi_o}{\partial\tau^2} + \alpha U\varphi_o, \qquad (4)$$

$$i\left(\frac{\partial\varphi_{e}}{\partial y}+k_{2}\Omega\frac{\partial\varphi_{e}}{\partial\tau}+\frac{c\kappa_{x}}{2n\omega}\frac{\partial\varphi_{e}}{\partial x}\right)=-\frac{k_{2}}{2}\frac{\partial^{2}\varphi_{e}}{\partial\tau^{2}}+\alpha U\varphi_{e},$$
(5)

$$\frac{\partial U}{\partial y} = -\beta \frac{\partial}{\partial \tau} \left( \left| \varphi_e \right|^2 + \left| \varphi_o \right|^2 \right).$$
(6)

Полученная система уравнений представляет собой двумерное обобщение двухкомпонентной системы ЯО, тоже интегрируемое в рамках МОЗР. Эквивалентная система уравнений была выведена в [11] в модельной задаче о взаимодействии трех диспергирующих волн с помощью метода редуктивных возмущений в случае, когда две волны распространяются в области аномальной дисперсии, а третья волна — в области нормальной дисперсии. Пенлеве анализ этой системы был выполнен в [12], где также были получены решения дромионного типа. Ее светлые многосолитонные решения были построены с помощью метода Хироты в [11] и в [13] в виде детерминантов Вронского и Грама.

С помощью техники преобразования Дарбу [14] построены решения системы уравнений (4)–(6), выражающиеся через детерминанты от замкнутых дифференциальных форм, определенных на решениях пары Лакса рассматриваемой системы. В качестве исходного решения были взяты нулевой фон и фон с постоянными асимптотиками. Исследование полученных решений позволило выявить особенности генерации терагерцового излучения в условиях неколлинеарного распространения, когда направления фазовых скоростей оптических компонент образуют угол с направлением излучения терагерцовой импульса.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 16-02-00453à).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал "Оптические солитоны" М.: Физматлит, 2005.

2. С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин "Оптика фемтосекундных лазерных импульсов" М.: Наука, 1988.

3. А.М. Башаров, А.И. Маймистов // Опт. и спектр. 2000. Т. 88. С. 428.

4. В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский "Теория солитонов: Метод обратной задачи" М.: Наука, 1980.

5. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис "Солитоны и нелинейные волновые уравнения" М.: Мир, 1988.

6. С.В. Сазонов, А.Ф. Соболевский // Письма в ЖЭТФ. 2002. Т. 75. № 12. С. 746; ЖЭТФ. 2003. Т. 123. № 6. С. 1160.

7. С.В. Сазонов, А.Ф. Соболевский // КЭ. 2005. Т. 35. № 11. С. 1019.

8. N. Yadjima and M. Oikawa // Progr. Theor. Phys. 1976. V. 56. No. 6. P. 1719.

9. С.В. Сазонов, Н.В. Устинов // Письма в ЖЭТФ. 2011. Т. 94. № 8. С. 651.

10. С.В. Сазонов, Н.В. Устинов // ЖЭТФ. 2012. Т. 142. № 5. С. 842.

11. Y. Ohta, K. Maruno, and M. Oikawa // J. Phys. A: Math. Theor. 2007. V. 40. P. 7659.

12. R. Radha, C.S. Kumar, M. Lakshmanan, and C.R. Gilson // J. Phys. A: Math. Theor. 2009. V. 42. P. 102002.

13. T. Kanna, M. Vijayajayanthi, K. Sakkaravarthi, and M. Lakshmanan // J. Phys. A: Math. Theor. 2009. V. 42. P. 115103.

14. V.B. Matveev and M.A. Salle "Darboux Transformations and Solitons" Berlin–Heidelberg: Springer–Verlag, 1991.

# Солитонная динамика векторных электромагнитных импульсов в микродисперсной неравновесной среде анизотропных молекул

C.B. Cазонов<sup>1</sup>, H.B. Устинов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» sazonov.sergey@gmail.com <sup>2</sup>Калининградский филиал Московского государственного университета путей сообщения «МИИТ» n\_ustinov@mail.ru

Нелинейная оптика является хорошим «поставщиком» нелинейных интегрируемых уравнений и систем, представляющих большой интерес для специалистов в области математической физики.

В последние десятилетия бурно развивается нелинейная оптика предельно коротких импульсов (ПКИ) [1]. Такие импульсы вмещают в себя порядка одного периода электромагнитных колебаний. По этой причине в волновых и материальных уравнениях нельзя использовать хорошо зарекомендовавшее себя для квазимонохроматических сигналов приближение медленно меняющихся огибающих.

В последнее время значительное внимание привлекают к себе исследования распространения электромагнитных импульсов в средах из несимметричных молекул [2–12]. Несимметричными здесь называются молекулы, обладающие в стационарных квантовых состояниях постоянными дипольными моментами D (ПДМ). Причем для различных стационарных состояний эти ПДМ различаются между собой. Как квантовых переходов испытывают динамический результат, частоты СДВИГ. пропорциональный напряженности внешнего электрического поля. В роли последнего может выступать электрическое поле лазерного импульса, распространяющегося в среде. Таким образом, поле импульса в среде из несимметричных молекул выполняет сразу две функции: возбуждает кантовые переходы за счет дипольного момента перехода *d* и динамическим образом сдвигает их собственные частоты. Здесь, в частности, удалось найти солитонные режимы, не имеющие своих аналогов в нелинейной оптике изотропных молекул [6, 11].

В качестве несимметричных молекул могут выступать обычные природные молекулы, а также искусственные образования типа квантовых точек, ям, нитей и т.д. Такие объекты прочно вписались в современные оптические (и вообще электромагнитные) исследования, породив направления, объединенные термином «нанооптика».

Различают скалярные и векторные теоретические модели, соответствующие такой ситуации. В первом случае импульс строго поляризован в одной плоскости. Во втором случае необходимо рассматривать две компоненты электрического поля импульса – обыкновенную  $E_o$  и необыкновенную  $E_e$ .

В настоящей работе исследованы солитонные режимы распространения векторных ПКИ в микродисперсной среде, состоящей из двухуровневых атомов двух сортов. Микродисперсность здесь понимается в том смысле, что атомы первого сорта образуют регулярную структуру, находясь в узлах кристалла, а атомы второго сорта внедрены в кристалл в виде разреженных вкраплений. Именно они формируют пространственную дисперсию, придавая среде структурную неоднородность.

Анизотропия молекул и микродисперсность среды предполагаются относительно слабыми. При выражении материальных переменных через полевые характеристики из уравнений для матрицы плотности использовалось приближение мгновенного возбуждения [13]. В этом случае спектральная ширина электромагнитного импульса предполагается значительно превосходящей характерные частоты квантовых переходов

молекул. В этих условиях при взаимодействии с полем электромагнитного импульса среда испытывает сильное возбуждение.

В результате получено нелинейное волновое уравнение вида

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial z \partial \tau} = -(\alpha + \beta) \sin \theta + \frac{\alpha \tau_c^2}{2} \left(\frac{\partial \theta}{\partial \tau}\right)^2 \sin \theta - \beta \tau_s^2 \frac{\partial^2}{\partial \tau^2} \sin \theta \,. \tag{1}$$

Здесь z — дистанция распространения импульса,  $\tau = t - z/c$ , t — время, c — скорость света в вакууме,  $\tau_c \sim D$  — параметр размерности времени, характеризующий степень анизотропии молекул,  $\tau_c$  — параметр размерности времени, характеризующий пространственную дисперсию, коэффициенты  $\alpha$  и  $\beta$  пропорциональны концентрациям атомов первого и второго сорта соответственно,  $\theta = \int_{-\infty}^{t} \Omega_o dt'$ ,  $\Omega_o = 2dE_o/\hbar$ ,  $\hbar$  — постоянная Планка.

При этом необыкновенная составляющая импульса выражается через обыкновенную компоненту алгебраическим образом:

$$\Omega_e = \frac{1}{2} \omega_1 (\tau_c \Omega_o)^2.$$
<sup>(2)</sup>

где  $\omega_{\!_1}$  — частота квантового перехода молекул первого сорта,  $\Omega_{\!_e} = D E_{\!_e} \, / \, \hbar$  .

Уравнение (1) получено в предположении, что дипольные моменты переходов d для атомов обоих сортов равны друг другу. Это имеет место, например, если молекулы обоих сортов являются изотопами одного и того же химического элемента [14].

Анализ показал, что уравнение (1) является интегрируемым в рамках метода обратной задачи рассеяния [15, 16] при условии

$$\alpha \tau_c^2 = -\beta \tau_s^2. \tag{3}$$

Равенству (3) можно удовлетворить, только если атомы одного из сортов находятся до импульсного воздействия в неравновесном (возбужденном) состоянии. Если это атомы первого сорта, то  $\alpha < 0$ ,  $\beta > 0$ . И наоборот, если это атомы второго сорта. Такая среда является неравновесной и, понятно, что время ее жизни ограничено. С другой стороны, неравновесные среды интересны еще и тем, что в них могут быть реализованы сверхсветовые режимы распространения солитонов [17, 18].

Уравнение (1) связано заменой зависимых и независимых переменных с модифицированным уравнением синус–Гордон [19–22]

$$\frac{\partial^2 \theta_0}{\partial \tau \partial \zeta} = \sqrt{1 - \left(\frac{\partial \theta_0}{\partial \zeta}\right)^2} \sin \theta_0,$$

где  $\theta_0 = \theta_0(\zeta, \tau)$ , тоже интегрируемым с помощью метода обратной задачи рассеяния. Модифицированное уравнение синус–Гордон описывает нелинейную динамику двухкомпонентных электромагнитных и акустических предельно коротких импульсов в анизотропных средах [6–8]. С помощью техники преобразования Дарбу [23] построены и проанализированы различные солитонные решения уравнения (1) при условии (3). Использование выражения (2) позволило выявить особенности векторной динамики электромагнитных солитонов и влияние на нее микродисперсности среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 17–11–01157).

### ЛИТЕРАТУРА

1. H. Leblond and D. Mihalache // Phys. Reports. 2013. V. 523. P. 61.

2. S. Kočinac, Z. Ikonić, and V. Milanović // Optics Communications. 1997. V. 140. P. 89.

3. M. Agrotis, N.M. Ercolani, S.A. Glasgow, and J.V. Moloney // Physica D. 2000. V. 138. P. 134.

4. J.-G. Caputo and A.I. Maimistov // Phys. Lett. A. 2002. V. 296. P. 34.

5. S.A. Glasgow, M.A. Agrotis, and N.M. Ercolani // Physica D. 2005. V. 212. P. 82.

6. S.V. Sazonov and N.V. Ustinov // JETP Lett. 2006. V. 83. P. 483.

7. S.V. Sazonov and N.V. Ustinov // JETP. 2006. V. 103. P. 561.

8. S.V. Sazonov and N.V. Ustinov // J. Phys. A: Math. Theor. 2007. V. 40. P. F551.

9. A.A. Zabolotskii // Phys. Rev. E. 2008. V. 77. P. 036603.

10. S.V. Sazonov // JETP Lett. 2015. V. 102. P. 834.

11. S.V. Sazonov // Optics Communications. 2016. V. 380. P. 480.

12. S.V. Sazonov and N.V. Ustinov // Physica D. 2018. V. 366. P. 1.

13. E.M. Belenov, A.V. Nazarkin // JETP Lett. 1990. V. 51. P. 288.

14. С.В. Сазонов // Квант. электрон. 2007. Т. 37. № 1. С. 29.

15. В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский "Теория солитонов: Метод обратной задачи" М.: Наука, 1980.

16. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис "Солитоны и нелинейные волновые уравнения" М.: Мир, 1988.

17. А.Н. Ораевский // УФН. 1998. Т. 168. С. 1311.

18. С.В. Сазонов // УФН. 2001. Т. 171 С. 663.

19. M.D. Kruskal, "The Korteweg–de Vries equation and related evolution equations, " in: Nonlinear Wave Motion. Lect. Appl. Math. 1974. V. 15. Amer. Math. Soc. Providence. R.I. P. 61.

20. H.-H. Chen // Phys. Rev. Lett. 1974. V. 33. P. 925.

21. A. Nakamura // J. Phys. Soc. Jpn. 1980. V. 49. P. 1167.

22. A.B. Borisov and S.A. Zykov // Theor. Math. Phys. 1998. V. 115. P. 530.

23. V.B. Matveev and M.A. Salle "Darboux Transformations and Solitons" Berlin–Heidelberg: Springer–Verlag, 1991.

# Управление спектральными свойствами неклассического сжатого света

В.В. Сухарников<sup>1,2</sup>, О.В. Тихонова<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, <sup>2</sup>НИИЯФ имени Д.В. Скобельцына, Москва, Россия sukharnikov.vv14@physics.msu.ru

Неклассические состояния света имеют ряд замечательных квантовых свойств, которые находят широкое применение в быстро развивающихся современных областях физики. Для решения задач в области квантовых измерений крайне перспективными оказываются так называемые сжатые состояния света [1,2]. Под «сжатием» понимается уменьшение неопределенности одной квадратуры поля по сравнению с вакуумной, что сопровождается увеличением неопределенности в сопряженной ей квадратуре. Для специалистов в области квантовой информации, в свою очередь, очень важны перепутанные состояния фотонов [3,4]. При этом именно в ярких сжатых состояниях света имеет место сильная скоррелированность большого числа фотонов друг с другом.

Основной способ генерации сжатых неклассических световых полей – нелинейные оптические процессы, например, процесс параметрического рассеяния (PDC, parametric down-conversion) [5,6]. В процессе PDC поле накачки взаимодействует со средой с квадратичной нелинейностью. В результате рождаются сигнальный и холостой фотоны меньшей частоты на выходе кристалла. Такой процесс фактически соответствует генерации разностной частоты. Интерес также представляет процесс генерации суммарной частоты (SFG, sum frequency generation), который в некотором смысле обратен процессу PDC.

Для генерируемых световых полей характерны сильная перепутанность фотонов и существенно многомодовый богатый спектральный состав. Эти особенности затрудняют теоретический анализ таких состояний света. Тем не менее, недавно был разработан аналитический метод, основанный на введении базиса широкополосных мод Шмидта, в рамках которого возможно проводить описание такого света независимо в разных модах [7,8]. На данный момент проблема усиления или ослабления интенсивности неклассического света в отдельной моде недостаточно исследована. Возникает необходимость поиска способов управления спектральными свойствами неклассического света, которые бы сохранили квантовые свойства.

В рамках данной работы изучаются многофотонные сжатые состояния света и скоррелированные пучки-близнецы, генерируемые в результате процесса вынужденного параметрического рассеяния. В базисе мод Шмидта исследованы спектральные свойства и структура генерируемого света и проанализированы корреляции фотонов в нем. Также дано теоретическое описание процесса генерации суммарной частоты. Выделен особый режим, при котором частотные корреляции фотонов на выходе ослабляются.

79





Рис. 1. Бифотонная амплитуда процесса SFG в обычном режиме (слева) и в режиме подавления корреляции (справа). Спектр накачки отвечает первой моде Шмидта.

На основе этого режима предложена схема, во многом аналогичная квантовому светоделителю или квантово-оптическому модовому затвору. Свет, генерируемый в процессе PDC, используется для подсветки кристалла, в котором проходит процесс SFG в режиме ослабления корреляции. Если подсветка кристалла имеет ненулевые проекции на спектр накачки, то оказывается возможным контролируемо изменять число фотонов в перекрывающихся с накачкой модах Шмидта. На примере одномодовой накачки продемонстрирована возможность блокировать одну частотную моду с появлением сигнального импульса суммарной частоты в другом плече (рис. 2).



Рис. 2. Принцип работы квантово-оптического модового затвора с накачкой кристалла, частотная мода которой совпадает с первой модой Шмидта подсветки.

В случае многомодовой накачки были предложены способы перераспределения интенсивности между разными модами Шмидта. Изучены спектральные свойства преобразованного света и проанализированы условия получения максимального сжатия и перепутанности фотонов. Преимуществом предложенной схемы является сохранение полезных квантовых свойств света.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. M.O. Scully, M.S. Zubairy "Quantum Optics", Cambridge U.P., New York (1997).

2. Neil Corzo et al. // Optics Express. 2011. V. 19. No 22. P. 21358.

3. G. Brida et al. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. N. 21. P. 213602.

4. N. Agafonov, M.V. Chekhova, and G. Leuchs // Phys. Rev. A. 2010. V. 82. No 1. P. 011801.

5. T. Iskhakov, M.V. Chekhova and G. Leuchs. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. No 18. P. 183602.

6. K.Yu. Spasibko, T.Sh. Iskhakov, M.V. Chekhova. // Optics Express. 2012. V. 20. No 7. P. 7507.

7. S. Lemieux et al // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. No 18. P. 183601.

8. M.V. Fedorov, Yu.M. Mikhailova, and P.A. Volkov // J. Phys. B: At. Mol. Opt. 2009. V. 42. No 17. P. 175503.

# Квазистабилизация оптического импульса, распространяющегося в режиме ионизации и вынужденного комбинационного рассеяния

В.А. Халяпин.

ФГБОУ ВПО «Калининградский государственный технический университет», slavasxi@gmail.com

В настоящей работе предложен подход описания динамики импульсов, распространяющихся в среде при учете вынужденного комбинационного рассеяния и туннельной ионизации. Соответствующее уравнение получено в работе [1,2]

$$\frac{\partial\psi}{\partial z} + \frac{i\beta_2}{2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2} - \frac{\beta_3}{6}\frac{\partial^3\psi}{\partial\tau^3} - i\gamma\psi|\psi|^2 + \frac{\gamma}{\omega}\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\psi|\psi|^2\right) + i\gamma T_R\psi\frac{\partial|\psi|^2}{\partial\tau} + i\eta\psi\int_{-\infty}^{\tau}|\psi|^2\,d\tau + \frac{\alpha}{2}\psi = 0.(1)$$

Здесь  $\psi$  – медленно меняющаяся огибающая, *z* – ось, вдоль которой распространяется сигнал,  $\tau = t - z / v_g$  – время в сопутствующей системе координат,  $v_g$  – групповая скорость импульса на его центральной частоте  $\omega$ ,  $\eta$  – коэффициент, ионизацию, а *а*-характеризует поглощение при характеризующий туннельную дисперсии групповой ионизации,  $\beta_2$  – коэффициент скорости (ДГС),  $\beta_3$  – положительный параметр, определяющий дисперсию третьего порядка  $\gamma$  – коэффициент кубической нелинейности,  $T_{R}$  – характеризует вклад вынужденного комбинационного рассеяния. Коэффициент  $\beta_2$  положителен, если центральная частота импульса лежит в области нормальной дисперсии групповой скорости и отрицателен в противоположном случае. Данное уравнение описывает динамику импульсов, имеющих интенсивность превосходящую пороговую так, что последней можно пренебречь [1,2].

Анализ динамики параметров импульса проводился на основе метода моментов. В работе рассматривался случай солитонного распространения, когда огибающая импульса сохраняет форму гиперболического секанса

$$\psi = B \sec h \left( \frac{\tau - T}{\tau_p} \right) \exp \left[ i \left( \varphi + \Omega \left( \tau - T \right) - C \frac{(\tau - T)^2}{2\tau_p^2} \right) \right], \tag{2}$$

где *B*-амплитуда сигналаіs,  $\tau_p$ -его длительность, *C*-параметр, определяющий частотную модуляцию, *T*-временное запаздывание,  $\phi$ -фаза и  $\Omega$ -смещение центральной частоты сигнала. Все параметры зависят от координаты *z*. Определим моменты импульса, следуя [3]

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 d\tau, \qquad (3)$$

$$\widetilde{C} = \frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \tau - T \right) \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} \right) d\tau, \qquad (4)$$

$$\sigma^{2} = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T)^{2} |\psi|^{2} d\tau$$
(5)

$$T = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T) |\psi|^2 d\tau, \qquad (6)$$

$$\Omega = -\frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \left( \psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} \right) d\tau.$$
(7)

Здесь E – параметр, пропорциональный числу фотонов,  $\tau_p^2 = 12\sigma^2/\pi^2$ ,  $C = 12\tilde{C}/\pi^2$ . Дифференцируя (3)–(7) по координате *z* и используя (1), получаем систему уравнений, из которой с учетом (2) находим

$$E_z = -\beta E \tag{8}$$

$$\frac{d\Omega}{dz} = \frac{4\gamma E}{15\tau_p^3} \left( T_R - \frac{5C}{4\omega} \right) - \frac{\eta E}{3\tau_p},\tag{9}$$

$$\frac{dT}{dz} = -\beta_2 \Omega + \frac{\beta_3}{2} \left( \frac{\left(1 + \pi^2 C^2 / 4\right)}{3\tau_p^2} + \Omega^2 \right) + \frac{\gamma E}{2\omega \tau_p}, \qquad (10)$$

$$\frac{d\tau_p^2}{dz} = 2C \Big(\beta_2 - \beta_3 \Omega \Big). \tag{11}$$

$$\frac{dC}{dz} = \left(\beta_2 - \beta_3 \Omega\right) \left(\frac{4/\pi^2 + C^2}{\tau_p^2}\right) + \frac{2\gamma E}{\pi^2 \tau_p} \left(1 - \frac{\Omega}{\omega}\right),\tag{12}$$

Будем искать эволюцию параметров  $\tau_p$  и  $\Omega$  с помощью метода последовательных приближений. Используя (11) и полагая производную от C нулю, получаем из (12)

$$\Omega = \frac{|\beta_2|}{\beta_3} \left( \frac{\gamma \tau_p E}{2|\beta_2|} - 1 \right). \tag{13}$$

Поскольку на входе в среду начальное смещение частоты равно нулю ( $\Omega_0 = 0$ ), то из (13) следует, что начальная энергия импульса  $E_0$  соответствует известному значению для солитона НУШ  $E_0 = 2|\beta_2|/\gamma\tau_0$ . Начальное значения длительности будем обозначать как  $\tau_0$ . Подставляя (13) в (9) и учитывая (8), получаем уравнение для безразмерной длительности сигнала  $u = \tau_p / \tau_0$ 

$$u^{3}u' = a - bu^{2} + \beta u^{4}, \qquad (14)$$

где  $a = 8\beta_3 T_R / 15\tau_0^4$  и  $b = 2\eta\beta_3 / 3\gamma\tau_0^2$  – обратные характерные длины ВКС и фотоионизации соответственно. Если мы пренебрежем поглощением ( $\beta \approx 0$ ), то уравнение (14) имеет решение

$$u_s^2 - 1 + \frac{a}{b} \ln \frac{bu_s^2 - a}{b - a} = -2bz.$$
(15)

Выражение (15) описывает изменение длительности импульса вплоть до точки стабилизации  $u_{st} = \sqrt{a/b}$ . Учет поглощения приводит к тому, что при условии, когда правая часть (14) не имеет корней  $b^2 < 4a\beta$  решение (14) имеет вид

$$2\beta z = \ln \sqrt{\frac{\beta u^4 - bu^2 + a}{\beta - b + a}} + \frac{b}{\sqrt{4a\beta - b^2}} \left( \operatorname{arctg} \frac{2\beta u^2 - b}{\sqrt{4a\beta - b^2}} - \operatorname{arctg} \frac{2\beta - b}{\sqrt{4a\beta - b^2}} \right).$$
(16)

Формула (16) соответствует случаю отсутствия точки стабилизации импульса и описывает увеличение его длительности. По мере уширения сигнала его амплитуда уменьшается и интенсивность импульса приближается к пороговой. В этом случае исходное приближение становится неприменимо. Если же  $b^2 > 4a\beta$ , то анализ правой часто уравнения (14) показывает, что импульс может иметь точку стабилизации при значении относительной длительности равном

$$u_{st} = \sqrt{\frac{\left(b - \sqrt{b^2 - 4a\beta}\right)}{2\beta}}.$$
(16)

Данное решение справедливо, когда интенсивность импульса значительно превосходит пороговое значение и перестает работать в противном случае (по мере динамики сигнала, сопровождающейся поглощением энергии). Если в (16) считать поглощение малым  $b^2 >> 4a\beta$ , то после разложения в ряд получаем значение для длительности стабилизации, полученное выше.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант №17-11-01157).

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. P. Hölzer et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 203902.
- 2. P. Hölzer et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 203901.
- 3. J. Santhanam, G. Agraval // Opt.Commun. A. 2003. V. 222. P. 413.

## Керровские частотные гребенки в полосе бриллюэновского рассеяния

А.В. Черенков<sup>1,2</sup>, Г.В. Лихачев<sup>1,2</sup>, В.Е. Лобанов<sup>1</sup>, Н.М. Кондратьев<sup>1</sup>, М.Л. Городецкий<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Российский Квантовый Центр, Сколково, Россия <sup>2</sup>Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия <u>av.cherenkov@physics.msu.ru</u>

Оптические частотные гребенки в резонаторах с модами шепчущей галереи открыли путь к созданию нового типа генераторов оптических гребенок с характеристиками недоступными системам на основе лазеров с синхронизацией мод [1]. Поскольку оптические моды типа шепчущей галереи в резонаторах сочетают малый эффективный объем локализации поля с высокой добротность, то порог проявления различных нелинейных эффектов оказывается низким. Одним из таких эффектов является нелинейный эффект четырехчастотного взаимолействия. приводящий к формированию гребенки. Порог генерации гребенки определяется добротностью микрорезонатора и может быть снижен до доли милливатт. Поэтому разработка новых способов генерации и методов исследования свойств различных типов керровских частотных гребенок, в том числе и диссипативных керровских солитонов [2], с учетом влияния различных линейных и нелинейных эффектов является задачей несомненно важной как с точки зрения фундаментальной науки, так и для множества практических приложений. Особый интерес в данном направлении представляют эффекты нелинейного рассеяния, которые, как было показано рядом исследований, могут как оказывать сильное влияние на динамику и свойства оптических гребенок, так и способствовать расширению спектрального диапазона генерируемых частотных гребенок.

В данной работе мы исследуем процесс совместного влияния эффектов Керра и бриллюэновского рассеяния. Нами была получена теоретическая модель, основанная на модифицированных уравнениях связанных мод, позволяющих учитывать зависимость показателя преломления от эффекта изменения линейных размеров вещества при приложении к нему электрического поля. Единое описание эффектов рассеяния и Керра требует учитывать широкое разнообразие различных временных масштабов и нелинейных взаимодействий, связанных с каждым из эффектов [3]. Например, динамическое описание рассеяния Бриллюэна должно включать уравнения для прямых и обратных оптических полей, а также для акустического поля. В связи с широкой полосой генерации И значительной удаленностью линии вынужденного бриллюэновского рассеяния от линии накачки необходимо учитывать дисперсионные слагаемые выше третьего порядка. Для численного анализа предложенных уравнений был обобщён метод Fourier Acceleration позволяющий увеличивать скорость вычисления тройных сумм, возникающих в результате упрощения интегралов перекрытия мод [4]. Подобные уравнения ранее активно использовались для анализа распространения излучения в оптических волноводах и фотонных кристаллах, однако распространение излучения в оптических микрорезонаторах с модами шепчущей галереи имеет множество специфических особенностей: периодические граничные условия, сильное взаимодействие между различными модами, относительно большая резкость, специфики нелинейности и дисперсии. Также предложенный подход может быть удобед для гребенок с небольшим числом мод или сложным законом дисперсии, а также для интерпретации взаимодействия между эффектами Керра и бриллюэновского рассеяния. Для верификации предложенной модели был проведен эксперимент по генерации частотных гребенок в микрорезонаторе из BaF2 с диаметром d=3.9 мм, (межмодовое расстояние 16,689 ГГц.), длина волны непрерывного лазера накачки 1550

нм., ширина линии нагруженного резонанса составила 500 кГц. В прямой и обратной волне наблюдалась генерация каскадных линий вынужденного бриллюэновского рассеяния, разнесённых друг относительно друга на одно межмодовое расстояние (Рис.1). Представленный спектр гребенки является нестабильным из-за сильного термооптического эффекта в материале микрорезонатора BaF2 [5,6].



Рис.1. Оптический спектр вынужденного бриллюэновского рассеяния для прямой волны.

Работа выполнена в рамках проекта РНФ (№ 17-12-01413).

### ЛИТЕРАТУРА

1. T.J. Kippenberg et al. // Science, 2011, V. 332, P. 555-559.

2. T. Herr et al. // Nature Photon. 2014. V. 8. P. 145.

3. G. Lin et al. // Opt. Express 24, 2016, P. 14880-14894

4. T. Hansson et al. // Optics Communications, 2014, V. 312, P. 134-136,

5. G. Lihachev et al. // International Conference Laser Optics (LO), 2016 St. Petersburg, P. PD-4-PD-4.

6. G. Lin et al. // Appl. Phys. Lett., 2014, V. 105, P.231103.

# Исследование методов генерации керровских частотных гребенок в оптических микрорезонаторах в области нормальной дисперсии групповых скоростей

А.Е. Шитиков<sup>1,2</sup>, В.Е. Лобанов<sup>1</sup>, И.А. Биленко<sup>1,2</sup>, М.Л. Городецкий<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Российский Квантовый Центр, Сколково, Россия <sup>2</sup>Физический факультет, МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия shartey@gmail.com

Микрорезонаторы с модами шепчущей галереи (МШГ) могут обладать сверхвысокими добротностями в оптическом диапазоне (>10<sup>9</sup>), что позволяет использовать их для практической реализации многих интересных нелинейных эффектов, в том числе и для генерации керровских частотных гребенок [1]. Генерируемые в оптических микрорезонаторах оптические гребенки могут стать основой для создания нового класса компактных приборов для спектроскопии, прецизионных измерений, генерации фемтосекундных импульсов.

Особый интерес представляют когерентные частотные гребенки. В области аномальной дисперсии групповых скоростей такие гребенки были получены в виде диссипативных керровских солитонов [2,3] и к настоящему времени было разработано множество вариантов их практического применения для решения научных и прикладных задач. Однако большинство материалов (например, широко используемые MgF<sub>2</sub>, CaF<sub>2</sub>), пригодных для изготовления микрорезонаторов МШГ, имеют нормальную дисперсию групповых скоростей (ДГС) в видимом и ближнем ИК диапазоне, что препятствует генерации когерентных частотных гребенок или же светлых диссипативных керровских солитонов. Поэтому разработка новых методов генерации когерентных частотных гребенок в микрорезонаторах с нормальной ДГС и исследование свойств таких гребенок является актуальной и практически значимой задачей. Недавно было показано, что в области нормальной ДГС когерентные частотные гребенки могут быть реализованы в виде солитоноподобных импульсов особой формы, платиконов [4]. Также было показано, что генерация платиконов в несколько раз эффективнее с точки зрения преобразования энергии накачки в энергию гребенки по сравнению с солитонами в области аномальной ДГС, что имеет особенное значения для многих практических приложений.

За последние годы было предложено несколько способов для реализации условий для генерации платиконов: использование локального дефекта дисперсии, вызванного взаимодействием мод [4], использование модуляции накачки на частоте, равной области свободной дисперсии (ОСД) или на ее субгармониках, или двухчастотной накачки с частотным расстоянием равным ОСД [5], использование затягивания частоты лазера резонатором, в котором будут генерироваться диссипативные солитоны. Однако в основном исследование свойств платиконов, их динамики и методов генерации ограничивалось численным моделированием [4-6].

экспериментального исследования методов генерации Лля оптических частотных гребенок в области нормальной ДГС были разработаны экспериментальные установки на основе двухчастотной накачки на длине волны 1064 нм и затягивания диодного лазера на длине волны 780 нм. Использовались резонаторы из MgF<sub>2</sub> диаметром 3 и 4 мм, добротность которых превышала 10<sup>9</sup>, материальная ДГС для вышеприведенных длин волн является нормальной. Связь с микрорезонатором осуществлялась по средством призмы, уровень связи достигал 60% для 1064 нм и 30% для затягивания. Выходной пучок собирался в оптическое волокно и направлялся в оптический анализатор спектра. Для реализации двухчастотной накачки

использовались 2 перестраиваемых лазера 1064 нм, мощностью 70 мВт. В случае использования локального дефекта дисперсии активен был лишь один из двух лазеров. Для реализации эффекта затягивания использовался перестраиваемый диодный лазер с внешним резонатором Фабри-Перо, мощностью 100 мВт.



Рис. 1 Спектры полученных керровских гребенок. а, б - оптические гребенки, полученные за счет эффекта взаимодействия мод. а. – 20 спектральных линий на частотном расстоянии 2 ОСД микрорезонатора друг от друга. б. – 40 спектральных линий на расстоянии 1 ОСД. в, г – оптические частотные гребенки, полученные за счет использования двухчастотной накачки. в – генерация осуществляется тогда и только тогда, когда частотное расстояние между накачками составляет ровно 1 ОСД микрорезонатора, «мягкий» режим генерации. г – генерация запускается в момент, когда частотное расстояние между накачками становится равным 1 ОСД микрорезонатора, однако затем оптическая частотная гребенка остается устойчивой и без вспомогательной накачки, «жесткий» режим генерации. д, е – оптические гребенки, полученные за счет эффекта затягивания диодного лазера; биения линий гребенки также регистрировались и составили менее 1 кГц.

Были проверены экспериментально три описанных в литературе методики генерации оптический гребенок в микрорезонаторах в области нормальной ДГС. Впервые экспериментально реализована генерация гребенок в области нормальной ДГС с использованием двухчастотной накачки, выявлены характерные режимы генерации. В режиме затягивания были получены платиконоподобные спектры с узким сигналом биений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект RFMEFI58516X005)

#### ЛИТЕРАТУРА

1. T. Herr, et. al.// Nat. Photon. 2012 No6, 480-487

2. V.E. Lobanov et. al. // Opt. Exp. 2016. V.24, № 24. 27382 - 27394

3. N.G. Pavlov et.al. // Opt. Lett. 2017. V. 42, № 3. 514 - 517

4. V.E. Lobanov et. al. // Opt. Exp. 2015. V. 23, № 6. 7713 - 7721.

5. V.E. Lobanov, G. Lihachev and M. Gorodetsky // Europhys. Lett. 2015. V. 112, № 5. 54008.

6. V.E. Lobanov et. al. // Eur. Phys. J. D 2017. V. 71, № 7. 2017.