ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В НЕОДНОРОДНЫХ СРЕДАХ

О поведении свободной горизонтальной поверхности вязкой жидкости
в вибрационном поле
А.В. Апарнева, Д.Ф. Белоножко2
Влияние неоднородностей биологической ткани на фокусировку ультразвукового пучка в задачах неинвазивной хирургии
А.С. Бобина, В.А. Хохлова, П.В. Юлдашев7
Особенности приема сигналов GPS/ГЛОНАСС в высокоширотной ионосфере
К.А. Игнатов, В.И. Захаров, Ю.В. Ясюкевич11
Нелинейные вогнутые спиральные автоволны и их приложения
М.Е. Мазуров
Анализ устойчивости распределения поля в полупроводниковой сверхрешетке
В.А. Максименко, А.Г. Баланов, А.А. Короновский18
Генерация сложных колебательных режимов в полупроводниковой "сэндвичной" гетероструктуре
В.А. Максименко
Подковообразные вихри в неоднородных потоках
О.Н. Мельникова, К.В. Показеев
О распределении поверхностно-активного вещества вдоль профиля капиллярно-гравитационной волны
А.А. Очиров, Д.Ф. Белоножко
Гистологический анализ печени после воздействия мощным фокусированным ультразвуком методом гистотрипсии с кипением
Е.М. Пономарчук, В.А. Хохлова, С.В. Буравков
Наблюдение движущегося конвективного вихря в ионосфере Земли в виде возмущения полного электронного содержания по GPS и магнитным данным
В.Е. Пронин, В.А. Пилипенко, В.И. Захаров, Д.Л. Мюрр
Влияние акусто-гравитационных волн на высотные профили атмосферы в радиозатменных экспериментах
А.Ф. Хамидуллин, М.Е. Горбунов, В.И. Захаров
Повышение помехоустойчивости систем связи с ОFDM-сигналами с
применением вейвлет-преобразования
Е.Н. Рычков, В.Г. Патюков, Ю.А. Пирогов

О поведении свободной горизонтальной поверхности вязкой жидкости в вибрационном поле

А.В. Апарнева¹, Д.Ф. Белоножко² Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова ¹KondratievaAV@gmail.com, ²Belonozhko@mail.ru

Исследовалась устойчивость плоской свободной поверхности вязкой жидкости, совершающей вертикальные гармонические колебания с амплитудой a и частотой f. Эта задача рассматривалась и ранее в работах разных лет [1-3], но, по сути, единообразный общепризнанный подход к ее решению до сих пор не выработан. В монографии [3] допущен ряд опечаток и не указан метод, с использованием которого было получено уравнение для границ области устойчивости решения. В публикациях [2, 3] авторы не описывают четкий алгоритм вывода уравнения нейтральных кривых устойчивости решения. Таким образом, вопрос формулировки четко обоснованного алгоритма построения условий для границ реализации устойчивости и вид этих условий до сих пор остается актуальным.

Математическая формулировка

Для возможности сравнения итогового результата с известным при решении задачи использовались обозначения, принятые в монографии [3]. Порядок решения задачи тоже осуществлялся по плану, реализованному в [3], с исправлением допущенных авторами недочетов.

Задача решалась в декартовой прямоугольной системе координат Oxyz с осью Ox, направленной горизонтально, вдоль направления распространения волны, и осью Oz, направленной вертикально вверх, против направления действия поля силы тяжести g. Для простоты течение жидкости считалось не зависящим от горизонтальной координаты y, а сама жидкость полагалась бесконечно глубокой. В вертикально осциллирующей вместе невозмущенным уровнем поверхности системе отсчета Oxyz движение удовлетворяет уравнениям

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{U} + \mathbf{g} - 4a\omega^2 \mathbf{e}_z \cos(2\omega t);$$
(1)

$$div \mathbf{U} = 0. \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{U} = \mathbf{u} \mathbf{e}_x + \mathbf{v} \mathbf{e}_z$ – поле скоростей в жидкости, p – давление, \mathbf{e}_z – единичный орт оси Oz, ρ – плотность жидкости, v – коэффициент кинематической вязкости, t – время. Слагаемое –4 $a\omega^2 \cos(2\omega t)$ описывает отнесенную к единице массы силу инерции, возникающую благодаря неинерциальности системы отсчета. $\omega = \pi f$ – круговая частота осцилляций.

На свободной поверхности жидкости $z = \zeta(x, y, t)$ выполняются граничные условия

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \mathbf{v}_{\tau} \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \mathbf{v}_{n}; \quad \boldsymbol{\sigma}_{ik} n_{i} \boldsymbol{\tau}_{k} = 0; \quad -[p] + [\boldsymbol{\sigma}_{ik}] n_{i} n_{k} = \gamma K.$$
(3)

Здесь $\sigma_{ik} = \rho v (\nabla_k v_i + \nabla_i v_k)$ – тензор вязких напряжений, *n*, *τ* – единичные векторы нормали и касательной к поверхности, γ – коэффициент поверхностного натяжения, *K* – кривизна поверхности жидкости. На глубине использовалось условие полного затухания движения.

Задача линеаризовалась по малому параметру, пропорциональному отношению амплитуды возмущения к его длине. Величины первого порядка малости удовлетворяют линеаризованной задаче:

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{U}; \tag{6}$$

$$div \mathbf{U} = 0. \tag{7}$$

$$z = 0 : \dots \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \mathbf{v}_z; \dots \frac{\partial \mathbf{v}_x}{\partial z} + \frac{\partial \mathbf{v}_z}{\partial x} = 0;$$
(8)

$$-\rho\zeta\left(1-\frac{4a\omega^2}{g}\cos(2\omega t)\right)g+p-2\rho\nu\frac{\partial v_z}{\partial z}=-\gamma\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\zeta}{\partial y^2}\right);$$
$$z\to-\infty: \quad \mathbf{U}\to\mathbf{0}.$$

Решение искалось в виде: $\zeta = \zeta(t) \exp(ikx)$, $p = p(t,z) \exp(ikx)$, $v_z = f(t,z) \exp(ikx)$, где k – волновое число поверхностного возмущения. После обезразмеривания, в котором $\rho = g = \gamma = 1$, и исключения из уравнений и граничных условий горизонтальной компоненты скорости, математическая формулировка задачи принимает вид

$$z < 0: \qquad \qquad \omega \frac{\partial \mathbf{v}_z}{\partial t} = -kp + v \left(\frac{\partial^2 \mathbf{v}_z}{\partial z^2} - k^2 \mathbf{v}_z \right); \tag{9}$$

$$z = 0: \quad \omega \frac{\partial \zeta}{\partial t} = \mathbf{v}_{z}; \quad \frac{\partial^{2} \mathbf{v}_{z}}{\partial z^{2}} + k^{2} \mathbf{v}_{z} = 0; \quad -4a\omega^{2}\zeta\cos(2t) + 2\nu\frac{\partial \mathbf{v}_{z}}{\partial z} = -\zeta(1+k^{2}) + p; \quad (10)$$
$$z \to -\infty: \quad \mathbf{v}_{z} \to 0.$$

С учетом граничных условий (10) уравнение (9) при z = 0 преобразуется к новому виду

$$\omega^{2}\ddot{\zeta} + 2k^{2}\nu\omega\dot{\zeta} + \zeta\left(k^{3} + k - 4ka\omega^{2}\cos\left(2t\right)\right) = -2\nu k\frac{\partial v_{z}}{\partial z}.$$
(11)

Если ввести вспомогательную функцию $\psi = \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} - k^2 v_z = \Delta v_z$ с граничным условием на невозмущенной поверхности жидкости z = 0: $\psi = -2\omega k^2 \dot{\zeta}$, произвести замену вида $\Psi = \psi / \exp(-\nu k^2 t / \omega)$, то выражение (9) сводится к уравнению типа уравнения теплопроводности

$$\omega \frac{\partial \Psi}{\partial t} = v \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}$$
(12)

с граничным и начальным условиями [5]

$$\Psi(0,t) = -2\omega k^2 \dot{\zeta} \exp\left(\nu k^2 t / \omega\right); \quad \Psi(z,0) = 0.$$
(13)

Построение уравнения для возмущений свободной поверхности жидкости

Решение уравнения (12) с граничным и начальным условиями (13) согласно [4, 5] имеет вид

$$\Psi(z,t) = -\frac{\omega^{3/2}k^2}{\sqrt{\pi\nu}} \int_{t_0}^{t} \frac{z}{\left[\left(t-\tau\right)\right]^{3/2}} \exp\left(-\frac{\omega z^2}{4\nu(t-\tau)} + \frac{\nu k^2}{\omega}(t-\tau)\right) \dot{\zeta}(\tau) d\tau.$$
(14)

Принципиальным моментом является тот факт, что интегрирование выполняется по конечному промежутку времени. В работе [3] верхний предел интеграла безосновательно положен равным бесконечности, что существенно упрощает, но делает необоснованным вывод уравнения для неизвестной $\zeta(t)$, приведенный в [3]. Игнорируя эту неточность работы [3], уравнение для $\zeta(t)$ выписывалось в неупрощенной полной форме (15).

$$\frac{d^{2}\zeta(t)}{dt^{2}} + 4\delta \frac{d\zeta(t)}{dt} + \zeta(t)(\Omega^{2} - 2q\cos 2t) =$$

$$= 4\delta^{3/2} \int_{0}^{t} \frac{\frac{d}{dt}[\zeta(t-\tau)e^{-\delta\tau}]}{\sqrt{\pi\tau}} d\tau - 4\delta^{2} \int_{0}^{t} \frac{d}{dt}[\zeta(t-\tau)]Erfc\left[k\sqrt{\frac{\nu\tau}{\omega}}\right]d\tau$$

$$\delta = \nu k^{2}/\omega, \ \Omega^{2} = (k^{3} + k)/\omega^{2}, \ q = 2ak.$$
(16)

Уравнение первой области устойчивости

Для решения уравнений типа (15) разработан метод усреднения по бесконечному промежутку, подробно описанный в статье [1]. В результате усреднения уравнения (15) по t, интеграл ошибок усредняется до нуля, и в правой части остается только тот интеграл, который учтен в монографии [3]. Но интегрирование все равно производиться по конечному промежутку времени (в соответствии с [4, 5]), а не как в работе [3]. Примечательно, что авторы [3] ни о каком усреднении не говорят.

Для анализа (15), следуя [1], вводились новые переменные A и B, являющиеся функциями от времени

$$\zeta(t) = A\cos t + B\sin t; \qquad \frac{d\zeta}{dt} = -A\sin t + B\cos t. \qquad (17)$$

Выполнив в (15) замену (17) и удерживая слагаемые, не выше второго порядка малости по δ , несложно получить систему двух уравнений, которую нужно разрешить

относительно производных $\frac{dA}{dt}$, $\frac{dB}{dt}$. В результате (15) разбивается на систему уравнений:

$$\frac{dA}{dt} = -\sin t (A\cos t + B\sin t) + 4\delta \sin t (-A\sin t + B\cos t) + \sin t (A\cos t + B\sin t)(\Omega^2 - 2q\cos 2t) - 4\delta^{3/2} \sin t \int_0^t \frac{(-A\sin(t-\tau) + B\cos(t-\tau))e^{-\delta\tau}}{\sqrt{\pi\tau}} d\tau - 4\delta^2 \sin t \int_0^t (-A\sin(t-\tau) + B\cos(t-\tau))Erfc[k\sqrt{\frac{v\tau}{\omega}}]d\tau;$$
(18)

 $\frac{dB}{dt} = \cos t (A\cos t + B\sin t) - 4\delta \cos t (-A\sin t + B\cos t) - \cos t (A\cos t + B\sin t)(\Omega^2 - 2q\cos 2t) + CO(A\cos t + B\sin t)(\Omega^2 - 2a\cos 2t) + CO(A\cos t + B\sin t)(\Omega^2 - 2a\cos 2t) + CO(A\cos t + B\sin t)(\Omega^2 - 2a\cos 2t) + CO(A\cos t + B\sin t)(\Omega^2 - 2a\cos 2t) + CO(A\cos 2t) + C$

$$+4\delta^{3/2}\cos t\int_{0}^{t}\frac{(-A\sin(t-\tau)+B\cos(t-\tau))e^{-\delta\tau}}{\sqrt{\pi\tau}}d\tau +$$
$$+4\delta^{2}\cos t\int_{0}^{t}(-A\sin(t-\tau)+B\cos(t-\tau))Erfc[k\sqrt{\frac{\nu\tau}{\omega}}]d\tau$$

После усреднения правых частей системы (18) по t [1], получится система уравнений на средние амплитуды

$$\frac{d\overline{A}}{dt} = \overline{A}(\frac{2\delta^{3/2}}{\sqrt{2}} - 2\delta) + \overline{B}(-\frac{1}{2} + \frac{\Omega^2}{2} + \frac{q}{2} - \frac{2\delta^{3/2}}{\sqrt{2}});$$
(19)
$$\frac{d\overline{B}}{dt} = \overline{A}(\frac{1}{2} - \frac{\Omega^2}{2} + \frac{q}{2} + \frac{2\delta^{3/2}}{\sqrt{2}}) + \overline{B}(\frac{2\delta^{3/2}}{\sqrt{2}} - 2\delta).$$

Характеристическое уравнение этой системы

$$s - \left(\frac{2\delta^{3/2}}{\sqrt{2}} - 2\delta\right) \qquad \frac{q}{2} - \left(\frac{1}{2} - \frac{\Omega^2}{2} + \frac{2\delta^{3/2}}{\sqrt{2}}\right) = 0.$$
(20)
$$\frac{q}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{\Omega^2}{2} + \frac{2\delta^{3/2}}{\sqrt{2}}\right) \qquad s - \left(\frac{2\delta^{3/2}}{\sqrt{2}} - 2\delta\right)$$

Из уравнения (20) находятся собственные значения s. Соотношение для границ области неустойчивости (21) строится из условия s = 0.

$$\frac{q^2}{16\delta^2} + \frac{\sqrt{2}}{4\sqrt{\delta}} \left(-1 + \Omega^2\right) - \frac{\left(-1 + \Omega^2\right)^2}{16\delta^2} = 1.$$
 (21)

По уравнению (21) построены графики первой зоны устойчивости решения уравнения (15) (область под графиком) при различных значениях безразмерного параметра δ , в который входит вязкость жидкости (16). Из рис.1 видно, что чем большее вязкость жидкости, тем больше подъем кривой нейтральной устойчивости над нулем и тем шире область устойчивых решений. Уравнение (21) существенно отличается от результата, полученного в [3].



Рис.1. Диаграмма первой области устойчивости свободной поверхности жидкости при значениях параметра $\delta = 0.03; 0.07; 0.09$ (сплошная линия, пунктирная линия, короткий пунктир соответственно)

Вывод

Метод усреднения по бесконечному промежутку времени позволяет корректно, без искусственных допущений, принятых в предыдущих работах по этой теме, аналитически строить условия развития неустойчивости горизонтальной поверхности вязкой жидкости, совершающей вертикальные колебания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.А. Митропольский, А.Н. Филатов // Украинский математический журнал. Институт математики. 1972. Т.24. №1. С. 30.

2. А.В. Кравцов, С.Я. Секерж-Зенькович // Ж. вычисл. Матем. и матем. физ. 1993. Т.33. №4. С.611.

3. Д.В. Любимов, Т.П. Любимова, А.А. Черепанов "Динамика поверхностей раздела в вибрационных полях" М.: Физматлит, 2003.

4. А.Н. Тихонов, А.А. Самарский "Уравнения математической физики" М.: Наука, 1966.

5. А.Д. Полянин "Справочник по линейным уравнениям математической физики" М.: Физматлит, 2001.

Влияние неоднородностей биологической ткани на фокусировку ультразвукового пучка в задачах неинвазивной хирургии

А.С. Бобина, В.А. Хохлова, П.В. Юлдашев Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия ana06.97@mail.ru

В настоящее время в медицинском сообществе все больший интерес проявляется к использованию мощного сфокусированного ультразвука в неинвазивной хирургии (HIFU – от английского High Intensity Focused Ultrasound) [1]. Основная идея такого использования заключается в следующем: излучатель, расположенный вне тела человека, фокусирует ультразвуковой пучок в определенную область тела (Puc.1(a)). Как правило, терапевтический эффект осуществляется или за счет нагрева ткани и её тепловой денатурации, или посредством механического воздействия, во многом связанного с кавитационными эффектами, приводящими к механическому разрушению ткани. Терапевтическое воздействие может быть направлено, например, на разрушение опухолей, остановку внутренних кровотечений и другие применения. Относительно стандартного хирургического вмешательства мощный ультразвук обладает такими преимуществами как неинвазивность, отсутствие требования стерильной операционной и уменьшение риска заражения во время операции, возможное ускоренное восстановление пациента после операции.

Для разработки протоколов облучения и обеспечения безопасности и эффективности терапевтического воздействия необходимо иметь количественную информацию о параметрах ультразвукового поля в теле человека. Экспериментальное определение параметров поля в клинических условиях затруднительно или не представляется возможным. Альтернативным способом является использование методов численного эксперимента [2]. Задача о прохождении пучка в теле человека осложняется тем, что различие в акустических свойствах разных биологических тканей делает среду распространения неоднородной, что может приводить к искажению структуры фокального пятна, а также к смещению положения фокуса за счет эффектов рефракции [3]. Целью данной работы является разработка методов и алгоритмов численного моделирования для количественного описания нелинейных ультразвуковых пучков в неоднородных мягких тканях.

Для описания распространения ультразвука в неоднородной среде используется уравнение Вестервельта [4]:

$$\rho_0 \nabla (\frac{1}{\rho_0} \nabla p) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\varepsilon}{\rho_0 c_0^4} \frac{\partial^2 p^2}{\partial t^2} + \frac{\delta}{c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} + L_a(P)$$
(1)

Здесь p – акустическое давление, c_0 – скорость звука, ρ_0 – плотность, ε – нелинейный параметр, δ – коэффициент термовязкого поглощения среды. Линейный оператор $L_a(p)$ описывает частотно-зависимое поглощение вида $\alpha(f) = \alpha_0 (f/f_0)^\eta$ и соответствующую дисперсию, где α_0 – коэффициент поглощения на частоте f_0 . Такой закон поглощения характерен для биологических тканей. В данном уравнении все вышеперечисленные акустические параметры являются функциями пространственных координат.

Для последующего решения уравнение переписывается в бегущей системе координат для безразмерного давления $U = (p / p_0) \sqrt{\rho_{00} / \rho_0}$:

$$\frac{\partial U^2}{\partial \tau \partial z} = \frac{c_{00}}{2} \nabla^2 U + \frac{c_0^2 - c_{00}^2}{2c_0^2 c_{00}} \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} - \frac{c_{00}}{2} U \rho_0^{1/2} \nabla^2 \rho_0^{-1/2} + \frac{\varepsilon c_{00} p_0}{2\sqrt{\rho_0 \rho_{00}} c_0^4} \frac{\partial^2 U^2}{\partial \tau^2} + \frac{\delta c_{00}}{2c_0^4} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3} + L_a(p)$$
(2)

Здесь c_{00} и ρ_{00} – референсные значения скорости звука и плотности среды. По сравнению со случаем однородной или плоскослоистой среды, в уравнении (2) появляются два дополнительных слагаемых, отвечающих за рефракцию на неоднородностях скорости звука и влияние неоднородностей плотности. Уравнение (2) решалось методом расщепления по физическим факторам по аналогии с имеющимся алгоритмом построения решения уравнения Вестервельта в однородной или плоскослоистой среде [5]. Эффект неоднородностей скорости звука и плотности в численном алгоритме для уравнения (2) был учтен общим фазово-амплитудным множителем. При этом в решении учитывались только волны, распространяющиеся преимущественно в положительном направлении оси *z*. Такое приближение справедливо, когда неоднородности достаточно плавные и амплитуда отраженных волн мала. В рассматриваемой задаче это приближение выполняется, т.к. скорости звука и плотности мягких тканей различных органов отличаются всего лишь на несколько процентов [6].

Очевидно, что для построения решения уравнения Вестревельта в некоторой области необходимо знание всех акустических параметров ткани как функций координат. Применительно к случаю распространения ультразвука в мягких тканях эта информация может быть получена следующим образом. Известно, что плотность тканей может быть восстановлена по коэффициенту поглощения мягких рентгеновского излучения нормальными анатомическими структурами организма (шкала Хаунсфилда), получаемого на изображениях компьютерной томографии (КТ) [7]. Анализ плотности и скорости звука различных тканей показал, что эти два параметра сильно коррелируют друг с другом и между ними можно установить линейную зависимость [8]. Таким образом, скорость звука и плотность мягких тканей могут быть получены из изображений компьютерной томографии. В то же время, параметр нелинейности и коэффициент поглощения плохо коррелируют с плотностью. Поэтому для их определения необходима процедура сегментации изображений компьютерной томографии с целью нахождения областей, занимаемых тем или иным органом или типом ткани. По результатам сегментации производится построение трехмерных матриц параметра нелинейности и коэффициента поглощения в соответствии с данными, известными из справочной литературы [4].

В данной работе сегментация КТ изображений выполнялась по пороговым значениям акустических параметров различных тканей. Так, известно, что жировая ткань характеризуется наиболее низкими значениями плотности и скорости звука. Поэтому жировые прослойки были получены выделением всех пикселей изображения, в которых скорость звука была меньше, чем пороговое значение равное 1500 м/с. Костная ткань наоборот, плотная и твердая, обладает большой скоростью звука. Поэтому в область костной ткани включались все пиксели, в которых скорость распространения звука была выше 1800 м/с.

Кожный покров обладает повышенными значениями плотности и скорости звука относительно воды и жира и является тонкой оболочкой толщиной несколько миллиметров. Поэтому выделение кожи проводилось путем поиска значений контраста изображения со скоростью звука большей, чем в воде, начиная от точек изображения, расположенных вне тела. Далее, на любой линии поиска три пикселя вглубь тела отмечались как принадлежащие кожному покрову, что соответствует толщине кожи в

1.7 мм. Для выделения почки использовался метод последовательного закрашивания замкнутой внутренней области изображения с определенным диапазоном скорости звука. При этом начальная точка, принадлежащая области внутри почки, для каждого слоя выделялась вручную.



Рис.1 (а) - Распределение скорости звука с₀, восстановленное по данным компьютерной томографии человека в плоскости ху; (б) - отсегментированный слой торса тела человека в плоскости ху, на шкале отображен номер ткани, сопоставленный с цветом ткани на рисунке.

На Рис.1(б) показан результат сегментации одного поперечного слоя. Разными цветами показаны разные типы тканей: белый (0) – вода, синий (1) – кожа, желтый (2) – жировые прослойки, зеленый (3) – почка, черный (4) – кость, красный (5) – мышцы, а также другие внутренние органы. Сегментация была проведена для каждого слоя в результате чего была собрана цельная 3D матрица.

С использованием полученных данных о распределении неоднородностей акустических параметров мягких тканей был проведен численный эксперимент по распространению мощной сфокусированной волны в теле человека. В численной модели использовался излучатель радиусом 5 см с фокусным расстоянием 9 см, работающий на частоте 1 МГц. Фокусировка пучка осуществлялась в область почки на глубину 5 см. Моделирование было выполнено в линейном режиме, т.е коэффициент є был равен нулю. Результаты моделирования представлены на Рис.2, где показаны пространственные распределения амплитуды давления в осевых плоскостях xz (a,б) и yz (в,г) и в фокальной плоскости ху (д,е) для случаев распространения в присутствии неоднородностей (а,в,д) и без таковых (б,г,е). Видно, что наличие контраста по скорости звука и плотности между тканями различных органов приводит как к смещению точки фокусировки ультразвукового пучка в продольном и поперечном направлениях, так и к размытию фокального максимума. Присутствие неоднородностей совместно с поглощением приводят к уменьшению амплитуды давления в фокусе в 2.7 раза по сравнению со случаем фокусировки в воде. При рассмотрении поля в фокальной плоскости (д и е) видно, что вокруг основного фокуса формируются множество побочных максимумов.

Таким образом, в данной работе на основе уравнения Вестервельта было промоделировано прохождение ультразвукового пучка в неоднородных мягких тканях тела человека. Показано, что неоднородности скорости звука и плотности на пути распространения пучка приводят как к смещению точки фокусировки в продольном и



Рис.2 Результаты моделирования фокусировки пучка в однородной, (б), (г) и (е), и неоднородной, (а), (в) и (д), среде. Распределения амплитуды давления в аксиальных плоскостях хz (а) и (б), уz (в) и (г), и фокальной плоскости хy (д) и (е).

поперечном направлениях, так и к размытию фокального максимума. Данный эффект необходимо учитывать при разработке протоколов ультразвукового облучения.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 14-12-00974.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.Р. Бэйли, В.А. Хохлова et al. // Акуст. журн. 49(4), 2003, С. 437-464.

2. J. Gu, Y. Jing //. IEEE. T. Ultrason. Ferr. 62(11), 2015, 1979-1992.

3. T. Varslot, G. Taraldsen Computer // IEEE T. Ultrason. Ferr. 52(9), 2005, P. 1473–1482.

4. P. Westervelt // J. Acoust. Soc. Am. 35(4), 1963, P. 535-537.

5. П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова // Акуст. журн. 57(3), 2011, С. 337-347.

6. F.A. Duck et al. // Ch.4, Academic Press, London, 1990.

7. U. Schneideryx et al. // Phys. Med. Biol. 41(1996) 111–124.

8. T.D. Mast et al. // ARLO 1(2), Oct 2000.

Особенности приема сигналов GPS/ГЛОНАСС в высокоширотной ионосфере

К.А. Игнатов¹, В.И. Захаров^{1,2}, Ю.В. Ясюкевич² ¹ФФ МГУ имени М.В. Ломоносова, г.Москва, Россия ²ИСЗФ СО РАН, г.Иркутск, Россия ika.jordan@mail.ru

В современном мире глобальные навигационные спутниковые системы являются весомым достижением научно-технического прогресса и неотъемлемой частью транспортной инфраструктуры.[1] Поэтому исследование проблемы нестабильной работы этих систем актуально.

Общепризнанным является факт влияния космической погоды на магнитосферу и ионосферу Земли, в которых происходят разнообразные процессы генерации интенсивных неоднородностей околоземной плазмы различных пространственновременных масштабов.[2] Рассеяние на этих неоднородностях приводит к амплитуднофазовым искажениям и к ухудшению соотношения сигнал/шум принимаемого аппаратурой GPS/ГЛОНАСС сигнала. В экстремальных случаях это ведет к невозможности измерить радионавигационные параметры (РНП) сигнала (фазу и псевдозадержку на рабочих частотах) принимаемого от конкретного спутника.[3]

Последние два десятка лет активно развиваются технологии использования высокостабильных навигационных сигналов для целей дистанционного мониторинга околоземного космического пространства и процессов, протекающих в нем. Эти технологии основаны на использовании в качестве диагностической величины полного электронного содержания (ПЭС) и его вариаций.[4] Указанный параметр чаще всего оценивается по фазам принимаемых сигналов, что требует учета его возмущенности различными гео- и гелеофизическими факторами. Анализ показывает, что в возмущенных условиях вероятности сбоев по параметру ПЭС хорошо коррелируют с индексом AE, с коэффициентом корреляции порядка 0.8 (рис.1).



Рис.1. Сбои по ПЭС (более 2 ТЕСИ/мин) и возмущения индекса АЕ

Высокоширотная ионосфера считается одной из наиболее изменчивых областей ионосферы, что также важно при исследовании технических возможностей навигационных спутниковых систем.[5]

В работе в качестве сбоев обсуждаются явления двух типов. Во-первых это «инструментальный» сбой, который характеризуется потерей измерений псевдодальности и фазы навигационного сигнала. Это сбои технического характера, которые влияют в основном на точность позиционирования.

Во-вторых исследовательское использование сигналов GPS/ГЛОНАСС, связанное с вариацией ПЭС, является критерием для определения второго вида сбоев. Таким образом, резкие скачки ПЭС, которые не имеют физического смысла(или связаны с неизвестными процессами) рассматриваются как еще один вид сбоя. Например, скачки в скорости изменения ПЭС равные (1..5)TECU/мин превосходят регулярную изменчивость ионосферы, которая обычно составляет до (0.1-1)TECU/мин.[6] Проведенный практически непрерывный мониторинг позволил изучить и сравнить динамику проявления сбоев измерения РНП и ПЭС для указанных навигационных спутниковых систем в значительный временной период.

Выполнен анализ данных Арктических станций, расположенных севернее 55°N, на наличие аппаратурных и диагностических срывов сопровождения фазы, псевдозадержки сигналов и вычисляемого ПЭС для систем GPS/ГЛОНАСС в течение длительного времени. Всего в исследовании участвовали данные приблизительно 80 станций сети IGS.

Проведено уникальное масштабное сопоставление данных GPS и ГЛОНАСС, синхронно регистрируемых приемным оборудованием. При обработке данных строились ежедневные трехмерные карты (рис.2), которые хорошо иллюстрируют динамику сбоев.



Рис.2. а) Пример распределения сбоев по ПЭС; б) Временная зависимость индекса АЕ в этот период

Получены основные результаты статистического анализа закономерностей вероятности сбоев измерений и обсуждаются особенности работы навигационных спутниковых систем в зависимости от различных геомагнитных индексов, таких как AE, F10.7, Kp, на примере полного 2014 года.

В результате проведенного анализа получено, что:

1)Вероятность фазового сбоя на частоте L2 в среднем в 2 раза больше вероятности сбоя на частоте L1. Аналогичное соотношение справедливо для P2 и P1.

2)При геомагнитных возмущениях вероятность сбоя возрастает в 5-10 раз.

3)Вероятности сбоев при определении ПЭС значительно – в 50 и более раз - превосходят чисто инструментальные, и также растут при различных геогелиофизических возмущениях.

4)Возможной причиной роста инструментальных сбоев является рост поглощения во время магнитных бурь.

5)Выявлена нелинейная зависимость вероятности сбоев от солнечного радиоизлучения (индекс F10.7), что является интересным для дальнейшего изучения.

6)Проведенный анализ сбоев в зависимости от индексов АЕ и Кр, показывает, что системы в целом похожи и взаимно дополняют друг друга.

7)Выполненный в работе регрессионный анализ позволяет в линейном приближении прогнозировать уровень сбоев в зависимости от гео- гелио- магнитной активности.

Методика совместного анализа данных разработана и реализована при частичной финансовой поддержке гранта российского научного фонда

(проект №14-37-00027). Анализ данных с использованием высокоширотного геомагнитного индекса выполнен при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ 15-05-01814.

ЛИТЕРАТУРА

1. Global Positioning System. Standard Positioning Service (SPS) Signal Specification. 2015. 13th edition.

2. S. Skone, M. de Jong // Earth, Planets and Space. 2000. Vol. 52. P. 1069.

3. E.L. Afraimovich // Annals of Geophysics. 2002. V.45. N1. P. 55-71.

4. P.H. Doherty // Proceedings of International Beacon Satellite Symposium, June 4–6, 2001. Boston College, Institute for Scientific Research, Chestnut Hill, MA, USA, P. 328–333.

5. E. Astafyeva // Space Weather. 2014. V. 12. N 7. P. 508–525.

doi:10.1002/2014SW001072.

6. V. I. Zakharov, Yu. V. Yasyukevich, M. A. Titova // Cosmic Research, 2016, Vol. 54, No. 1, pp. 23–33. DOI: 10.1134/S0010952516010147

Нелинейные вогнутые спиральные автоволны и их приложения

M.E. Мазуров Российский Экономический университет mazurov37@mail.ru

В 2001 году В.К. Ванагом в автоколебательных активных средах был открыт принципиально новый тип спиральных автоволн – вогнутые автоволны-антиспирали [3,4]. Если обычные спиральные волны всегда распространяются от ядра спиральной автоволны наружу, то в антиспиралях волны движутся от периферии круговой или спиральной волны к центру. То же явление было обнаружено для круговых автоволн. Очень часто спиральные и концентрические антиспирали наблюдаются одновременно.

В последнее время открыты несколько новых видов автоволн, имеющих существенное прикладное значение. 1. Таксисные автоволны одного субстрата, распространяющиеся против градиента другого субстрата, автоволны часто встречаются в биологических системах. 2. Автоволны с остановом распространения; являются основой для образования тромбов в системах кровообращения. Целый букет новых типов автоволн описан в работах В.К. Ванага [1,2]. Это, например, перфорированные спиральные автоволны, сегментные волны, ускоряющиеся волны, пакетные волны и другие.

Первые работы по теоретическому исследованию фазовых вогнутых волн и их реализация в вычислительном эксперименте принадлежат О.А. Морневу, М.И. Цыганову, Асланиди, М.А. Цыганову [3-6]. О.А. Морневым и др. в численных экспериментах с системой уравнений ФитцХью – Нагумо, описывающей двумерные автоколебательные активные среды. При определенном задании параметров в двумерной возбудимой среде реализуется режим образования вогнутой спиральной автоволны. Такая волна реализуется в области параметров в виде дублетной структуры, когда за основным импульсом возбуждения следует второй импульс возбуждения значительно меньшей амплитуды, позволяющий превысить порог относительной рефрактерности. Активная среда становится автоколебательной, что позволяет появиться фазовым автоволнам, не переносящими энергию.

Для исследования автоволновых процессов в активных средах рассматриваются системы нелинейных уравнений в частных производных параболического типа [7-9]

$$\frac{\partial E_i}{\partial t} = F_i(E_1, \dots, E_n) + D_i \Delta E_i \qquad (i = 1, \dots, n)$$

где E_i - переменные, F_i - нелинейные функции, D_i - коэффициенты диффузии. В данной работе были использованы уравнения Фитцхью – Нагумо [7]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \varepsilon^{-1} (u - \frac{u^3}{3} - v) + D\Delta u, \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \varepsilon (u + \beta - \gamma v), \tag{1}$$

Возникает вопрос: существуют ли вогнутые спиральные автоволны, переносящие энергию (ВСАПЭ). Была исследована возможность моделирования таких автоволн [8,9]. Было сделано предположение, что ВСАПЭ можно создать в неоднородной среде Для конкретной реализации ВСАПЭ была использована неоднородная круговая область, разбитая на кольца. В качестве активной среды для генерации ВСАПЭ была использована система уравнений ФитцХью-Нагумо (1). Параметры уравнения (1), в первую очередь коэффициент диффузии, определяющий скорость движения автоволны, в каждом кольце подбирались таким образом, чтобы обеспечить

необходимую для образования вогнутой автоволны скорость распространения в каждом кольце и синхронизацию движения автоволн на границе колец. Скорость должна убывать по мере уменьшения наружного и внутреннего диаметров кольца, например, для области из пяти колец: $V_5 < V_4 < V_3 < V_2 < V_1$. В центре кольца создается невозбудимая область небольшого диаметра.

Результаты вычислительного эксперимента на языке MATLAB-7 по созданию вогнутой волны в кольцеобразной неоднородной активной среде по описанной технологии на основе уравнений ФитцХью-Нагумо (1) показаны на рис.1.



Рис. 1. Вогнутая автоволна в модели ФитцХью – Нагумо. Стрелками показано направление движения фронта автоволны. Цветовая раскраска следующая: черный – точка в состоянии возбуждения, светлосерый – точка в состоянии относительной рефрактерности, темно-серый – точка в состоянии покоя.

Вогнутые спиральные волны можно рассматривать как внутриядерные волны. Вогнутая спиральная автоволна распространяется от периферии области к центру. При этом существенно, что периферическая область является основным источником энергии для ВСВПЭ от периферии области к центру. Если считать периферическую область ядром, то ВСАПЭ можно рассматривать как внутриядерные волны. Распространение возбуждения в области возможно только при наличии кругового возбуждения у ее края. Внутри области активная среда может быть и невозбудимой. Внутри краевой области в случае выключения возбуждения у края области со временем возбуждение в середине области должно затухать. Такой режим возбуждения был реализован в вычислительном эксперименте, он иллюстрируется рис. 2.



Рис. 2. Возбуждение вогнутой автоволны во внутренней невозбудимой области за счет возбуждения автоволны в возбудимой краевой области. На левом нижнем слайде краевая область блокируется, что приводит к аннигиляции возбуждения внутри краевой области.

Приложения вогнутых автоволн

Вогнутые спиральные автоволны, переносящие энергию, широко представлены в различных природных процессах и имеют значительное число приложений. Установлено, что вогнутые автоволны, переносящие энергию, находят широкое применение в физике, гидродинамике, биологии, метеорологии, космологии.

Примерами ВСАПЭ служат торнадо, циклоны, антициклоны, мелкомасштабные вихри, к ним можно отнести: пыльные смерчи (пыльный «дьявол»), огненные смерчи, снежные смерчи, водяные воронки.

Существенное значение имеют ВСАПЭ позади таких тел, как цилиндр, шар. Вогнутые спиральные волны хорошо видны при обтекании кругового цилиндра при определенных числах Рейнолдса. Вогнутые автоволны часто появляются в воде. В зависимости от причин, вызывающих движение воды, различаются волны ветровые, приливные, цунами. При комбинированном действии ветра и берегового торможения вогнутые прибойные волны могут достигать значительных размеров. Реальная фотография такой волны приведена на рис. 3.



Рис. 3. Фотография морской прибойной волны – вогнутой волны, переносящей энергию

Вогнутой волной является цунами [10]. В образовании цунами существенную роль принимает уменьшение глубины моря по мере приближения к берегу. Нижняя часть возникшей волны тормозится, её скорость уменьшается. При этом верхняя часть волны имеет большую скорость, что и приводит к образованию вогнутой автоволны.

Примером вогнутых спиральных автоволн являются циклоны и антициклоны, самые большие воздушные вихри на Земле. Их размеры значительно превосходят размеры тайфунов и могут достигать более тысяч километров в диаметре. Фотография циклона, представляющего грандиозную вогнутую волну, показана из космоса.



Рис. 4. Фотография циклона из космоса. Обращаем внимание на сходство формы циклона с формой свернутого хобота слона.

Рассмотрим реализацию вогнутых автоволн в биологии. Примеры реализации вогнутых автоволн, переносящих энергию, приведены на рис. 5. На рис. 5 представлены: сверху слева и в центре показаны вогнутые автоволны, служащие вьющимся растениям – вьюнам, лианам для закрепления и движения вверх; справа – клешня ракообразных, имеющая вогнутость к центру; во втором ряду слева и в центре показаны вогнутые автоволны в виде цепких хвостов лазающих животных – обезьян, лазающих сумчатых, хвосты используются для закрепления на ветвях, подъема и спуска; во втором ряду справа показана вогнутая автоволна в виде когтистой птичьей

лапы; в нижнем ряду - вогнутая автоволна, реализуемая телом удава, в виде хобота слона; в нижнем ряду справа - верхние конечности человека и примата в виде вогнутой автоволны.



Рис. 5. Иллюстрация вогнутых автоволн в биологии.

Приведенные приложения ВСАПЭ не исчерпывают всех возможных их приложений в биологии. Они заслуживают отдельного исследования.

Впервые обнаружены спиральные вогнутые автоволны, переносящие энергию, в вычислительном эксперименте и в реальных условиях. Показано, что эти волны могут существовать в специфических неоднородных активных средах, их существование не противоречит известным теориям автоволновых процессов в однородных активных средах. Установлено, что для возникновения ВСАПЭ необходима синхронизация скоростей движения в кольцевых областях, расположенных на различных расстояниях от центра ВСАПЭ. Установлено, что ВСАПЭ широко представлены в различных природных процессах и имеют значительное число приложений. ВСАПЭ находят широкое применение в физике, гидродинамике, биологии, метеорологии, космологии. Они являются одним из существенных механизмов самоорганизации.

ЛИТЕРАТУРА

1. V.K. Vanag, I.R. Epstein //Science. 2001. V. 294: 5543 p. 835.

2. В.К. Ванаг «Диссипативные структуры в реакционно-диффузионных системах: Эксперимент и теория» РХД. 2008.

3. О.А. Морнев, О.В. Асланиди, Л.М. Чайлахян //ДАН, 1997. Т. 353 С. 682

4. О. В. Асланиди, О. А. Морнев //Матем. моделирование 1999. Т. 11:9 С. 3.

5. О.А. Морнев, И.М. Цыганов, О.В. Асланиди //Письма в ЖЭТФ. 2003. Т. 77. №6 С. 319.

6. Я.Б. Зельдович, Д.А. Франк-Каменецкий. //ДАН СССР 1938. Т. 19 С. 693.

7. J. Nagumo, S. Arimoto, S. Yoshizawa. //Proc. IRE. 1962. V. 50 p. 2061.

8. М.Е. Мазуров //ЖВМ и МФ АН СССР. 1991. Т. 31. №11 С. 1619.

9. М.Е. Мазуров «Нелинейная синхронизация и ритмогенез в электровозбудимых системах сердца» Дисс. ... д. ф.-м. н. Пущино. 2007.

10. Е.Н. Пелиновский «Гидродинамика волн цунами» Н. Новгород: ИПФ РАН. 1996

Анализ устойчивости распределения поля в полупроводниковой сверхрешетке

В.А. Максименко¹, А.Г. Баланов², А.А. Короновский³

¹Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А, Саратов, Россия ²Loughborough University, Loughborough, UK ³Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия maximenkovl@gmail.com

Одним ИЗ перспективных классов систем, способных генерировать сверхвысокочастотное и терагерцовое излучение, являются полупроводниковые структуры с пространственно-периодическим потенциалом – полупроводниковые сверхрешетки, чьи квантово-механические свойства позволяют достичь высокой подвижности электронов. Теоретически было предсказано [1-3], что в случае однородного распределения электрического поля в устройстве, полупроводниковая сверхрешетка может генерировать сигналы на частоте блоховских колебаний, которая может достигать нескольких ТГц. Однако в реальных сверхрешетках распределение электрического поля неоднородно, что приводит к различного рода неустойчивостям и, в частности, к возникновению дрейфа доменов повышенной концентрации заряда.

Последнее препятствует поддержанию когерентных блоховских колебаний и усилению сигнала на блоховской частоте. Вместе с тем, в ряде работ теоретически и экспериментально показано, что приложение наклонного магнитного поля и использование блох-циклотронных резонансов может существенно увеличить мощность и частоту следования доменов, и индуцировать колебания электрического тока с достаточно мощными гармониками, лежащими в области суб-терагерцовых и терагерцовых частот [4-6], что делает перспективным использование режимов движущихся доменов для генерации в терагерцовом и субтерагерцовом диапазоне.

Очевидно, что проблема анализа структурной устойчивости пространственного распределения напряженности электрического поля в полупроводниковой сверхрешетке является актуальной задачей как с точки зрения реализации блоховского излучения, так и в контексте улучшения свойств генерации сигнала за счет движущихся электронных доменов.

Среди основных методов анализа устойчивости хорошо известны подходы, основанные на критерии Кремера [7-10]. Однако, данные подходы основаны на приближении однородного пространственного распределения поля в сверхрешетке и в случае сильно неоднородных распределений необходимо применять методики, основанные на численном моделировании.

В настоящей работе описывается подход к анализу устойчивости, основанный на рассмотрении динамики набора малых возмущений неоднородного в пространстве распределения напряженности электрического поля [11]. В результате применения разработанного подхода обнаружено, что обращение в ноль действительной части коэффициента, характеризующего распространение рассматриваемого возмущения, свидетельствует о развитии пространственно-временной неустойчивости. При этом, значение мнимой части, определяющее частоту колебаний данного возмущений, в момент развития неустойчивости соответствует частоте колебаний напряжения в системе. Применение предложенной методики позволило учесть свойства инжектирующего контакта устойчивость стационарного на распределения напряженности электрического поля. Было обнаружено, что уменьшение дифференциальной проводимости контакта позволяет при определенных значениях приложенного напряжения стабилизировать распределение поля в системе.



Рис. 1. Линии потери устойчивости (кривые 1 и 2), соответствующие двум различным значениям дифференциальной проводимости инжектирующего контакта ($S_1 < S_2$), построенные на плоскостях параметров напряженность электрического поля - плотность тока на инжектирующем контакте (a) и напряжение, приложенное к сверхрешетке – плотность тока, текущего через нее (δ).

На рисунке 1 показаны линии потери устойчивости в координатах напряженность электрического поля - плотность тока на инжектирующем контакте (а) и напряжение, приложенное к сверхрешетке – плотность тока, текущего через нее (δ). Кривые 1 и 2 дифференциальной соответствуют ДВУМ различным значениям проводимости инжектирующего контакта ($S_1 < S_2$). Видно, Область, заключенная между кривыми, значения параметров, которых устойчивость определяется определяет при характеристикой инжектирующего контакта.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 16-32-00272).

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Esaki, R. Tsu. // IBM J. Res. Dev. 1970. V. 14. P. 61

2. С.А. Ктиторов, Г.С. Симин, В.Я Синдаловский // ФТТ. 1971. Т.13. С. 2230

3. T. Hyart, N.V. Alexeeva, J. Mattas, K.N. Alekseev // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. P. 140405

4. M.T. Greenaway, A.G. Balanov, E. Scholl, T.M. Fromhold // Phys. Rev. B 2009. V. 80. P. 205318

5. A.O. Selskiy et al // Physical Review B. 2011. V. 84. P. 235311

6. N. Alexeeva, et al // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. P. 024102

7. H. Kroemer // Proc. IEEE, 1964. V. 52. P.1736

8. H. Kroemer // IEEE Transactions On Electron Devices 1966. V. ED-13. No 1. P. 27

9. H. Kroemer // IEEE Transactions On Electron Devices ED-15, 819 (1968).

10. D.E. Mccumber, A.G. Chynoweth // IEEE Transactions On Electron Devices 1966. V. ED-13. No 1. P. 4.

11. L.L. Bonilla, S.W. Teitsworth, "Nonlinear Wave Methods for Charge Transport" WILEY-VCH Verlag GmbH Co. KGaA, Weinheim, 2010

Генерация сложных колебательных режимов в полупроводниковой "сэндвичной" гетероструктуре

В.А. Максименко

Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А, Саратов, Россия <u>maximenkovl@gmail.com</u>

Исследование полупроводниковых гетероструктур является перспективным направлением современной физики, связанным как с выявлением фундаментальных нелинейных закономерностей динамики отдельных заряженных частиц [1] и коллективного транспорта заряда [2], так и решением широкого круга прикладных задач по оптимизации существующих [3, 4] и разработке новых твердотельных приборов электроники суб-ТГц и ТГц-диапазонов частот [5, 6].

Большой интерес в данном контексте представляют гетероструктуры, состоящие из слоев полупроводников с различными свойствами. Одними из первых таких структур, состоящих из чередующихся слоев полупроводников с различной шириной запрещенной зоны, были полупроводниковые сверхрешетки [7]. В данных гетероструктурах наличие дополнительного периодического потенциала является причиной образования энергетических минизон, транспорт заряда в которых сопровождается большим количеством нелинейных явлений (брегговские отражения, образование уровней Ванье-Штарка, рассеяние носителей заряда, межминизонное туннелирование и т.п.).

После публикации Эсаки и Тсу в 1970 году пионерской году работы о минизонной полупроводниковой сверхрешетке [7] в научном сообществе возник интерес к изучению гетероструктур на ее основе [8, 9]. В частности, в 60х-90х годах прошлого века большой интерес был связан также с анализом полупроводниковых периодических гетероструктур, период которых менялся в зависимости от продольной координаты по различным законам. При этом были рассмотрены структуры с периодической [10], квазипериодической [11] и случайной [12] модуляцией ширины слоев полупроводников. Исследования в данном случае были направлены, в основном, на анализ структурных изменений в данных системах и изменений их электронных и оптических свойств при помощи методов, основанных на рентгенодифракционном анализе [13], а также влияния модуляции периода структуры на характеристики движения носителей заряда [14]. В результате было показано, что подобные периодические гетероструктуры обладают интересными оптическими [15] и фотолюминесцентными свойствами [16].

В последнее время исследования неоднородных гетероструктур обусловлены перспективой реализации в них терагерцовых блоховских колебаний электронов, которая, в свою очередь, основана на возможности стабилизации распределения электрического поля за счет использования коротких сверхрешеток, разделенных сильнолегированными областями. В данном контексте, в экспериментальной работе [17] была исследована гетероструктура, состоящая из 34х сверхрешеток InAs/AlSb длиной 150 нм, разделенных слоями n+ — допированного полупроводника InAs. При этом, было исследовано поглощение данной структурой ТГц излучения и показано существования усиления на частоте 1.98 ТГц. Теоретическое исследование возможности стабилизации распределения электрического поля при помощи добавления слоев сильнолегированного полупроводника было проведено в работе [18] на примере полупроводниковой гетероструктуры, состоящей из 300 нм сверхрешеток GaAs/AlGaAs (n ~ 10^{16} см⁻³), разделенных 55 нм областями сильнолегированного

полупроводника GaAs (n $\sim 10^{18}$ см⁻³). В рассмотрение были включены, структуры, содержащие 1, 7 и 14 характерных периодов при комнатной температуре.

В тоже самое время, не смотря на достаточно большое количество работ, остается целый ряд открытых вопросов, связанных, в первую очередь, с исследованием коллективной динамики электронного транспорта. Среди таких вопросов наиболее важным является анализ нестационарного режима транспорта заряда, обусловленного эффектом Ганна. С точки зрения реализации Блоховского излучения данный эффект является паразитным [18], однако, согласно работам [19, 20] нестационарный режим транспорта заряда (доменный транспорт) в полупроводниковых сверхрешетках может быть также использован для генерации и усиления суб-ТГц и ТГц колебаний тока. Кроме того, в работе [21], установлено, что переход домена из одной среды в другую сопровождается нелинейными эффектами, влияющими на мощность возникающих колебаний тока. Интерес к изучению нестационарных режимов транспорта заряда связан с исследованием возможности реализации квазипериодических и хаотических диапазонах колебаний В области суб-ТГц и ΤГц частот В автономных полупроводниковых гетероструктурах.

В настоящей работе исследована возможность генерации сложных режимов (квазипериодических и хаотических) за счет эффектов коллективного транспорта носителей заряда через гетероструктуру, имеющую вид последовательности минизонных полупроводников, разделенных областями полупроводника с высокой степенью легирования. Показано, что в данной структуре существует режим нестационарного транспорта заряда, характеризующийся взаимодействием электронных доменов, распространяющихся в различных частях структуры. Данное взаимодействие в ряде случаев может приводить к усложнению динамики заряда и, как следствие, к усложнению режимы выходных колебаний.

Работа поддержана РФФИ (проект 16-32-00272).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. A.O. Selskii et al. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 235311
- 2. A.A. Koronovskii et al. // Phys. Rev. B. 2013. V. 88. P. 165304
- 3. H. Eisele et al. // IEEE Trans Microw. Theory. 2000. V. 48. P. 626
- 4. R. Kamoua // Solid-State Electronics. 1995. V. 38. No 2. P. 269
- 5. H. Eisele and R. Kamoua // IEEE Trans Microw. Theory. 2004. V. 52. P. 2371
- 6. T. Hyart et al. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. P. 140405
- 7. L. Esaki and R. Tsu // IBM J. Res. Dev. 1970. V. 14. P. 61
- 8. R.A. Davies. et al. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 55. P. 1114
- 9. R.A. Davies, et al. // Appl. Phys. Lett. 1988, V. 53, P. 2641
- 10. R. Rettig, et. al. // Journal of Applied Physics 1998. V. 84. P. 237
- 11. R. Merlin, et. al. // Phys. Rev Lett. 1985. V. 55. No 17. P. 1768
- 12. X. Chen, et al. // Phys Rev. B 1993. V. 48. No 8. P. 5273
- 13. S.G. Podorov et. al. // J. Appl. Cryst. 2006. V. 39, P. 652
- 14. O.V. Pupysheva, et al. // Physica E. 2003. V. 18. P. 290
- 15. R. Riklund and M. Severin // J. Phys. C: Solid State Phys. 1988. V. 21. P. 3217
- 16. T. Yamamoto, et al. // Journal of Applied Physics 1990. V. 68. P. 5318
- 17. P.G. Savvidis, et al. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. P. 196802
- 18. J.C. Schmidt, et al. // Superlattices and Microstructures 2012.V. 52. P. 1143.
- 19. E. Schomburg et al. // Appl. Phys. Lett. 1999. V. 74. P. 2179
- 20. V.V. Makarov et al. // Appl. Phys. Lett. 2015. V. 106. P. 043503
- 21. V.A. Maksimenko et al. // Europhysics Letters. 2015. V. 109. P. 47007

Подковообразные вихри в неоднородных потоках

О.Н. Мельникова, К.В. Показеев

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. olamel@yandex.ru

Наше экспериментальное исследование позволило основные выявить характеристики когерентных структур, возникающих в стационарном потоке с заданными характеристиками у дна прямого канала с плоским дном [1]. В вязком слое потока, скорость которого уменьшается в направлении движения, периодически появляются цепочки цилиндрических вихрей, ось которых направлена по горизонтали вдоль поперечной оси *z*. Центральная часть вихрей поднимается вверх, концы вихрей скользят вдоль дна у вертикальных стенок. Диаметр вихрей в центральной части составляет $d \approx \frac{2}{2}\delta$, где δ – толщина вязкого слоя, в котором вертикальный профиль усредненной по времени скорости можно аппроксимировать линейной функцией вертикальной координаты $u(y) = u_s + \chi y$, где $\chi = \frac{\partial u}{\partial y} = \text{const}$, начало координат у подстилающей поверхности. Эксперимент показал, что в замедляющихся потоках u(y)пересекает ось x при значении $u_s \neq 0$ (в равномерных и ускоряющихся потоках $u_s = 0$), эта величина является функцией скорости фонового потока и шероховатости дна. Угловая скорость вращения вихря в зоне генерации $|\omega| = \chi/2$. Цепочка вихрей появляется с периодом T в одних и тех же местах с шагом s вдоль x. В [1–2] получены эмпирические зависимости этих величин от u, $\partial u / \partial x$, коэффициента трения и δ . В [2] показано, что в однородных в поперечном направлении (ось z) потоках объемные (диаметр ядра отличен от нуля)) цилиндрические вихри перемещаются по траектории в виде циклоиды и могут совершать 2-3 перелета. Параметры циклоиды определяются характеристиками фонового потока. Траектория вихря близка расчетной для первого перелета вихря, однако уже на втором перелете наблюдается расхождение теоретического расчета и экспериментальных данных. Это может быть связано с изменением начальной цилиндрической формы вихря, особенно у вертикальных стенок канала, где проявляется неоднородность течения вдоль оси *z*. Исследованию деформации начального цилиндрического вихря в неоднородных потоках посвящена настоящая работа.

В прямом канале с прозрачными стенками был создан участок, на котором сечение канала плавно менялось вдоль *z*, где возникали цилиндрические вихри, концы



Рис. 1. Подковообразный вихрь в неоднородном потоке (жирная линия)

которых были удалены от вертикальных стенок. Центральная часть вихря поднималась вверх под действием силы Кутта-Жуковского, а концы вихря оставались на дне, образуя опоры для арки центральной части. В результате вихрь принимал форму подковообразного вихря, впервые описанного в [3]. Этот вихрь представляет собой вихревую нить с ядром конечного диаметра d, имеющую несколько изгибов. На рис.1 показана схема вихря в потоке жидкости, направленном вдоль оси x. Штриховой линией построены овалы, показывающие основные изгибы вихревой нити. Изгибы вихревой нити приводят к самоиндуцированному движению нити, вызванному воздействию одних частей неоднородной нити на другие ее части [4]. Максимальное значение скорости самоиндуцированного движения изгиба определяется скоростью аппроксимирующего кольцевого вихря с близким радиусом R и тем же направлением вращения, как показано на рис. 1 (штриховые овалы). Скорость кольцевого вихря интенсивности γ направлена по нормали к плоскости кольца и определяется выражением [5]:

$$u_{tr} = \frac{\gamma}{4\pi R} \left(\ln \frac{16R}{d} - \frac{1}{4} \right) \tag{1}$$

Как показано на рис. 1 верхний изгиб нити смещается в направлении оси у, а нижний изгиб двигается вдоль оси *z* для левой опоры и в противоположном направлении для правой опоры. В результате нижние изгибы на опорах вихря сближаются, постепенно формируя единый кольцевой вихрь выше этого изгиба.



Рис. 2. Последовательные кадры записи формирования подковообразного вихря в неоднородном потоке. 1 – дно канала, 2 – расстояние между концами опор вихря, 3 – центральная часть вихревой нити с двумя изгибами, 4f,r - передняя и задняя опоры вихря, 5 – нижний изгиб на опоре вихря. Шкала в сантиметрах.

На рис. 2 приведены кадры видеозаписи формирования подковообразного вихря: на кадре 2*a* – цифрой три показана центральная часть вихревой нити с двумя изгибами

на переходе к опорам, спускающимися ко дну. На кадре 2d сформирован один верхний замкнутый кольцевой вихрь. Скорость подъема центральной части вихря максимальна на кадрах 2a,b (вихрь в вязком слое): она определяется действием окружающей жидкости в потоке со сдвигом скорости (силы Жуковского) $u_{sh} = \sqrt{3}u_s$ [6] и самоиндуцированным движением изгиба вихревой нити (1). Для данного эксперимента $u_s = 2$ см/с, $u_{sh} = 3.4$ см/с, R = 0.35 см, a = 0.1 см, $\delta = 0.3$ см, $u_{tr} = 2.1$ см/с, расчетная суммарная скорость составляет 5.5 см/с, экспериментальное значение – 5.6 см/с. Хорошее соответствие расчетных и экспериментальных данных подтверждает предлагаемый механизм формирования вихря. На кадрах 2cd скорость подъема снижается и определяется выражением (1) для кольцевого вихря. Снижение скорости Изгибы на нижней части опор вихревой нити из вязкого слоя со сдвигом скорости. Изгибы на нижней части опор вихревой нити смещаются навстречу друг другу вдоль поперечной оси *z* со скоростью близкой расчету по (1). В момент встречи опор нити происходит перестройка всего вихря: верхняя часть образует замкнутое кольцо, а нижняя часть опор распадается на отдельные торы, как показано на рис. 3.



Рис. 3. Образование кольцевого вихря. 1 – поверхность воды, 2 – кольцевой вихрь, 3 – торы.

Кольцевой вихрь поднимается к поверхности воды под углом к горизонту и смещается вдоль по потоку. Радиус вихря увеличивается, а угол между плоскостью вихря и поверхностью воды постепенно уменьшается до нуля. В этот момент возникает коллапс вихря. Этот результат согласуется с численным исследованием кольцевых вихрей у наклонных поверхностей раздела [7].

ЛИТЕРАТУРА

1. П.Ю. Волков и др. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2001. Т. 37. № 6. С. 834.

2. О.Н. Мельникова. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2005. Т. 41. №5. С. 682.

3. T. Theodorsen. // Proceedings of the Midwestern Conference on Fluid Mechanics Ohio State University, Columbus, OH. 1952. P. 1

4. С.В. Алексеенко, П.А. Куйбин, В.Л. Окулов "Введение в теорию концентрированных вихрей". Новосибирск: Институт теплофизики СО РАН. 2003.

5. H. Lamb "Hydrodynamics". Cambridge University Press. 1932.

6. Д.А. Еречнев и др. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2003. Т. 39. №1. С.26

7. M. Cheng, J. Lou., L.-S. Luo. // J. Fluid Mech. 2010. V. 660. P. 430.

О распределении поверхностно-активного вещества вдоль профиля капиллярно-гравитационной волны

А.А. Очиров, Д.Ф. Белоножко Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова <u>belonozhko@mail.ru</u>

Рассматривалась задача о закономерностях распределения концентрации поверхностно-активного вещества (ПАВ) на возмущенной волновым движением горизонтальной поверхности жидкости, несущей электрический заряд. Известно, что нанесения пленки ПАВ на поверхность связано с эффектом гашения капиллярно-гравитационных волн [1]. Это явление неоднократно рассматривалось теоретически и экспериментально [2]. Известно, что с увеличением поверхностной концентрации ПАВ декремент затухания ведет себя немонотонным образом: растёт до некоторого максимума при увеличении поверхностной концентрации и уменьшается при дальнейшем её увеличении [2]. Для полного понимания явления представляется интересным проследить, как изменяется с увеличением концентрации ПАВ взаимное расположение вдоль поверхности периодических максимумов и минимумов концентрации ПАВ по отношению к гребням и впадинам самих периодических волн. Этот вопрос, будучи не затронутым основными исследователями данной темы и стал предметом настоящего исследования. Дополнительно изучено влияние на систему поверхностного электрического заряда.

Задача решалась в декартовой системе координат Oxyz, в которой ось Oz направлена вертикально вверх против направления действия сил тяжести **g**, а идеально проводящая жидкость плотностью ρ и кинематической вязкостью ν занимает полупространство z < 0. Считалось, что по поверхности жидкости распределено нерастворимое ПАВ и электрический заряд с поверхностными плотностями в равновесном состоянии Γ_0 и σ_0 соответственно. Полагалось, что по поверхности распределено нерастраняется капиллярно-гравитационная волна с длиной λ и амплитудой a. Для простоты движение жидкости принималось независящим от горизонтальной координаты y, а направление распространения волны – совпадающим с положительным направлением оси Ox.

В процессе распространения периодической волны, поверхность жидкости деформируется, вызывая перераспределение поверхностной плотности ПАВ $\Gamma = \Gamma(x,t)$. Перераспределение ПАВ вызывает изменение локального значения коэффициента поверхностного натяжения γ , влияющего в свою очередь на динамику волнового движения. В рассмотренной модели с коэффициент поверхностного натяжения изменяется в соответствии с известной изотермой $\gamma = \gamma(\Gamma)$. Задача решалась для волн малой амплитуды методом разложения по малому параметру $\varepsilon = ak$, пропорционального амплитуде волнового движения и волновому числу $k = 2\pi/\lambda$.

Полная математическая формулировка задачи имеет следующий:

$$z < \xi: \qquad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + (\mathbf{U} \cdot \nabla) \mathbf{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \nu \Delta \mathbf{U} + \mathbf{g}; \qquad \nabla \cdot \mathbf{U} = 0; \qquad z > \xi: \qquad \Delta \Phi = 0;$$

$$z = \xi: -\rho v \Big(\mathbf{\tau} \cdot \big((\mathbf{n} \cdot \nabla) \mathbf{U} \big) + \mathbf{n} \cdot \big((\mathbf{\tau} \cdot \nabla) \mathbf{U} \big) \Big) + \nabla_s \big(\gamma \big) = 0; \quad \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \Gamma U_n (\nabla \cdot \mathbf{n}) + \nabla_s \big(\Gamma U_\tau \mathbf{\tau} \big) = 0;$$

$$\frac{\partial\xi}{\partial t} - \mathbf{v} = -\mathbf{u}\frac{\partial\xi}{\partial x}; \qquad p - 2\rho v \mathbf{n} \cdot \left((\mathbf{n} \cdot \nabla)\mathbf{U}\right) + \frac{(\nabla\Phi)^2}{8\pi} = -\gamma \nabla \cdot \mathbf{n}; \qquad \Phi = const;$$

$$z \to -\infty$$
: $u \to 0$; $v \to 0$; $z \to \infty$: $\nabla \varphi \to -E_0 z$

В первом по амплитуде порядке малости задачи сводится к соотношениям:

$$z \to +\infty: |\nabla \Phi_1| \to 0; \qquad z > 0: \qquad \Delta \Phi_1 = 0; \qquad z \to -\infty: \qquad \mathbf{u} = 0; \qquad \mathbf{v} = 0; -\infty \le z < 0: \qquad \qquad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \mathbf{v} \Delta \mathbf{U} = 0; \qquad \nabla \cdot \mathbf{U} = 0; \qquad (1)$$

$$z = 0: \qquad \Phi_{1} - 4\pi\sigma\xi_{1} = 0; \qquad \frac{\partial\xi_{1}}{\partial t} - v = 0; -\rho g\xi_{1} + p - 2\rho v \frac{\partial v}{\partial z} + \gamma_{0} \frac{\partial^{2}\xi}{\partial x^{2}} + \sigma_{0} \frac{\partial\Phi_{1}}{\partial z} = 0; \\ -\rho v \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) + \chi \frac{\partial\Gamma_{1}}{\partial x} = 0; \qquad \frac{\partial\Gamma_{1}}{\partial t} + \Gamma_{0} \frac{\partial u}{\partial x} = 0.$$

Здесь $\gamma_0 = \gamma(\Gamma_0)$ – равновесное значение коэффициента поверхностного натяжения; $\xi_1(x,t) \Box \exp(ikx)$ – волновое отклонение формы поверхности от равновесного положения; $\mathbf{U} = \mathbf{u}\mathbf{e}_x + \mathbf{v}\mathbf{e}_z$ – гидродинамическое поле скоростей; Φ_1 – малая поправка к электрическому потенциалу, вызванная волновым возмущением поверхности жидкости; Γ_1 – добавка первого порядка малости к равновесной поверхностной концентрации ПАВ; $\chi = d\gamma/d\Gamma$ – наклон изотермы поверхностного натяжения от концентрации ПАВ, рассчитанный при равновесном значении $\Gamma = \Gamma_0$.

Решение задачи (1) строилось классическими методами, принятыми в теории волн малой амплитуды, и в случае простейшей бегущей волны имеет следующий вид:

$$\xi_1 = a \exp(st - ikx) + K.C.; \qquad \Gamma_1 = i \frac{A+B}{s} k \Gamma_0 \exp(st - ikx) + K.C.;$$

$$\mathbf{u} = (Ae^{kz} + Be^{qz})\exp(st - ikx) + K.C.; \quad \mathbf{v} = \left(iAe^{kz} + \frac{iBk}{q}e^{qz}\right)\exp(st - ikx) + K.C.; \quad (2)$$

$$A = is\left(\frac{q}{k-q} - \frac{\rho v ks}{k^2 \Gamma_0 \chi - (k-q)\rho v s}\right); \qquad B = -\frac{ikqs}{k-q} \cdot \frac{k \Gamma_0 \chi - 2\rho v s}{k^2 \Gamma_0 \chi - (k-q)\rho v s}; \quad q = \sqrt{k^2 + \frac{s}{v}}.$$

Здесь символом *К.С.* обозначены комплексно сопряженные слагаемые, а комплексная частота *s* связана с волновым числом и другими параметрами задачи при помощи дисперсионного уравнения:

$$\frac{\left(s+2\nu k^2\right)^2+\omega_0^2+k\Pi\omega_0^2/s^2}{4\nu^2 k^3+\Pi\left(1+\omega_0^2/s^2\right)}=\sqrt{k^2+\frac{s}{\nu}}$$
(3)

$$\Pi = k^2 \Gamma_0 \chi / \rho; \qquad \qquad \omega_0^2 = gk(1 + \alpha^2 k^2 - \alpha k W); \qquad \qquad \alpha = \sqrt{\gamma_0 / (\rho g)}.$$

Безразмерный параметр Тонкса-Френкеля $W = 4\pi\sigma_0^2/\sqrt{\rho g\gamma_0}$ характеризует отношение электрических и лапласовских сил на поверхности жидкости, α – капиллярная постоянная жидкости, а параметр ω_0 имеет смысл частоты волнового движения в отсутствии пленки ПАВ на поверхности идеальной бесконечно глубокой жидкости. Физический смысл имеют только те значения комплексной амплитуды *s*, для которых выполняется соотношение, обеспечивающие затухание движения с глубиной:

$$\operatorname{Re}\left(\frac{\left(s+2\nu k^{2}\right)^{2}+\omega_{0}^{2}+k\Pi\omega_{0}^{2}/s^{2}}{4\nu^{2}k^{3}+\Pi\left(1+\omega_{0}^{2}/s^{2}\right)}\right)>0$$

Известно, что устойчивое периодическое волновое движение реализуется не при всех значениях поверхностного электрического заряда. При достижении параметром Тонкса-Френкеля некоторого критического значения $W = W^* = \alpha k + 1/(\alpha k)$ (переходя к безразмерным переменным $\rho = g = \gamma = 1$ получим $W^* = 2$) электрические силы на поверхности жидкости превышают лапласовские и движение переходит в апериодический режим с образованием конусообразных выступов на поверхности, с вершин которых сбрасывается излишек электрического заряда в виде маленьких сильно заряженных капель. Будем называть значения параметра Тонкса-Френкеля $W < W^*$ докритическими, а $W \ge W^*$ закритическими в смысле реализации неустойчивости по отношению к избытку поверхностного электрического заряда.

решения показал, что положение максимума поверхностной Анализ концентрации ПАВ существенным образом зависит как от упругости пленки $\varepsilon = |\Pi|$, так и от величины поверхностного электрического заряда. В отсутствии электрического заряда (W = 0) максимум концентрации ПАВ находится на «горбах» волны при нулевой упругости пленки и смещается в сторону переднего «склона» волны с увеличением є. Наиболее эффективное гашение пленкой ПАВ волнового движения осуществляется в момент, когда максимум концентрации пленки оказывается на уровне z = 0, соответствующему равновесному положению жидкости. В этом случае декремент затухания принимает максимальное значение, а тангенциальные силы поверхностного натяжения распределяются по поверхности таким образом, что их максимумы находятся на поверхностях гребней волн, а направление противоположно направлению распространения волны. Стоит отметить, что максимум концентрации ПАВ не достигает «ложбины» волны даже при бесконечно большой упругости пленки $\mathcal{E} \rightarrow \infty$.

Ситуация меняется с появлением электрического заряда на поверхности. Увеличение поверхностной плотности электрического заряда влечет за собой расширение диапазона возможных отклонений максимумов ПАВ от начального положения на гребнях волн. При слабодокритических значениях параметра Тонкса-Френкеля ($W < W^*$) максимумы концентрации ПАВ опускаются в «ложбины» волн. При закритических значениях поверхностной плотности электрического заряда ($W \ge W^*$) максимумы концентрации ПАВ находятся на вершинах конусов Тейлора. Таким образом, при докритических значениях электрический заряд может играть роль регулятора положений максимумов концентрации ПАВ относительно гребней волн, а следовательно возможен дополнительный механизм регуляции волнового движения. При закритических значениях электрического заряда можно говорить о том, что вершины конусов Тейлора сильнее загрязнены ПАВ, чем оставшаяся поверхность жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Г. Левич "Физико-химическая гидродинамика" 2-е изд. М.: ГИФМЛ, 1959. 699с.

2. В.И. Ролдугин "Физико-химия поверхности": Учебник-монография. Дологопрудный: Изд. дом «Интеллект». 2008. – 568 с.

Гистологический анализ печени после воздействия мощным фокусированным ультразвуком методом гистотрипсии с кипением

Е.М. Пономарчук 1 , В.А. Хохлова 2 , С.В. Буравков 3

^{1,2}Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2.
 ³ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, факультет фундаментальной медицины, кафедра экологической и экстремальной медицины. Россия, 117192, Москва, Ломоносовский просп., 31, корп.5.

Метод гистотрипсии с кипением представляет собой способ неинвазивного механического разрушения биологической ткани с контролируемым проявлением эффектов тепловой денатурации с помощью мощного фокусированного ультразвука [1 - 3] (Рис.1 а). Суть метода состоит в том, что мощный фокусирующий излучатель посылает импульсно-периодический синусоидальный сигнал, в профиле которого при распространении к фокусу за счет нелинейных эффектов происходит формирование высокоамплитудного ударного фронта (Рис.1 б).



Поглощение ультразвуковых импульсов, профиль которых содержит ударные фронты вызывает локальное кипение ткани В течение миллисекунд. При этом образуется паровая полость миллиметровых размеров, взаимодействие ударной волны с границей которой приводит к образованию акустического фонтана (Рис.1 в) и дроблению ткани на мелкие фрагменты в течение каждого из импульсов [2]. Варьируя амплитуду, длительность импульсов и частоту их повторения, можно контролировать и степень проявления эффектов тепловой денатурации получаемых разрушений ткани [3].

был В недавней работе [4] проведен эксперимент по сравнению метода гистотрипсии с кипением на образцах ткани свиной печени в живой модели и *ex vivo*. При этом облучение проводилось в четырех различных режимах различной с длительностью импульсов, что позволило сравнить получаемую степень тепловой ленатурации при облучении in vivo vivo. Детальный И ex морфологический механических анализ чисто разрушений без проявления тепловых эффектов, полученных при облучении ткани короткими импульсами с длительностью 10 мс подтвердил выводы работы [4]. Было показано, что, несмотря на некоторые различия, результат процедуры гистотрипсии с кипением в живом организме аналогичен полученному в режиме ex vivo [5].

Целью настоящей работы было сравнение результатов гистологического анализа разрушений, полученных *in vivo* и *ex vivo* при различной степени проявления тепловых эффектов. Рассматривались режимы облучения с более длинными импульсами 100 мс и частотой повторения 0,1 Гц и одиночным импульсом длительностью 500 мс. Образцы

для анализа были предоставлены сотрудниками университета шт. Вашингтон и соответствовали эксперименту работы [4]. После облучения ткань в месте воздействия иссекалась и мгновенно замораживалась в изопентановой бане, охлажденной сухим льдом. Далее ткань резалась на криомикротоме; срезы толщиной 5 мкм окрашивали гематоксилин-эозином, обезвоживали в спиртах восходящей концентрации и монтировали под покровное стекло. В результате такой окраски цвета ядер и цитоплазмы клеток сильно контрастируют, а соединительная ткань и пустоты не окрашиваются [6]. Исследование и фотографирование проводилось в МГУ на микроскопе Zeiss Axio Imager (Германия), захват производился с помощью камеры AxioCam MRc5.



При облучении 100-мс импульсами, как и предполагалось, разрушения в живой ткани получились в виде «пасты», что может быть объяснено одновременным механическим разрушением ткани и ее нагреванием. В образце присутствует значительная область теплового некроза с многочисленными полостями, причиной которого является тепловая диффузия от области локализованного ударно-волнового нагрева, происходящая в связи с достаточно большой длительностью импульсов. При

воздействии *ex vivo* видна частичная деструкция клеточной структуры, где наряду с пустотами имеются сохраненные гепатоциты, объединенные в группы. В целом, в образце *ex vivo* наблюдается меньшая степень деструкции, чем в живой ткани, что также проявляется в меньшей ширине демаркационной зоны в случае *ex vivo* (Рис.2 а,в).

При действии на печень одиночным длительным импульсом в 500 миллисекунд размеры и структура *ex vivo* и *in vivo* повреждений очень схожи. В центре разрушения оба образца содержат большое число полостей и извилистых структур без каких-либо клеточных элементов внутри них. Предположительно, это свидетельствует о термическом и механическом разрушении ткани при длительном кипении. Ткань «рвется» на отдельные части за счет взрывного вскипания и явления акустического фонтана, при этом непрерывно нагревается приходящими ударными фронтами и не успевает остыть, как при импульсно-периодическом воздействии более короткими импульсами. По краям отмечаются признаки только теплового некроза ткани. Вероятнее всего, это связано с большой длительностью импульса, в течение которого диффузия тепла успевает распространиться на окружающую ткань и вызвать ее тепловую денатурацию. Также можно заметить, что образец *ex vivo* в центре содержит намного больше неокрашенных полостей, что является следствием отсутствия кровообращения в неживом организме. Что касается переходной области между разрушенной тканью и практически интактной, в живом организме, как и при облучении более короткими импульсами [4], ее толщина несколько больше, чем в образце *ex vivo* (Рис.2 б.г). Это можно объяснить наличием обменных процессов между клетками *in vivo* и их отсутствием *ex vivo*. При этом толщина этого перехода составляет порядка 300 микрон, что значительно больше, чем при использовании коротких импульсов и чисто механическом механизме разрушения ткани.

Таким образом, в результате работы было показано, что с увеличением длительности импульсов, ведущей к увеличению степени тепловой денатурации ткани как *ex vivo*, так и *in vivo*, ухудшается пространственная локализация разрушения ткани, растет ширина переходной зоны между разрушенными клетками и практически интактными (Рис.2). Что касается сравнения результатов, полученных *ex vivo* и *in vivo*, было показано, что степень теплового и механического разрушений появляется аналогичным образом, однако в целом наблюдается меньшая степень деструкции при постановке эксперимента на неживой ткани. При учете обнаруженных различий, это говорит о том, что акустические и теплофизические параметры, а также восприимчивость к механическому разрушению ультразвуком ткани печени *ex vivo* и *in vivo* близки по величине, что позволяет использование органов *ex vivo* в качестве моделей для апробации клинических протоколов гистотрипсии с кипением.

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ № 16-02-00653 и гранта Научной школы № НШ-7062.2016.2.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. V.A. Khokhlova, et al. // Intern. J. Hyperthermia. 2015. V. 31. No 2. P. 145-162.
- 2. M. Hoogenboom, et al. // Ultrasound in Med. & Biol. 2015.V. 41. No. 6. P. 1500– 1517.
- 3. Y.-N. Wang, et al. // Ultrasound in Med. & Biol. 2013. V. 39. No. 3. P.424-438.
- 4. T.D. Khokhlova, et al. // PNAS. 2014. No 111. P. 8161-8166.
- 5. Е.М. Пономарчук и др. // УЗФФ МГУ. 2016. № 4, с. 164004-1-164004-6.
- 6. Н.А. Юрина и др., 1995.

Наблюдение движущегося конвективного вихря в ионосфере Земли в виде возмущения полного электронного содержания по GPS и магнитным данным

В.Е. Пронин¹, В.А. Пилипенко², В.И. Захаров¹, Д.Л. Мюрр³ ¹ МГУ им М.В. Ломоносова, Москва ² ИФЗ РАН, Москва ³ Центр атмосферной и космической физики, Миннеаполис Tolgamrab@yandex.ru

В данной работе рассматривается экспериментальные примеры взаимосвязи в ионосфере Земли магнитных возмущений – конвективных вихрей (Travelling Convection Vortices, TCV) и вариаций полного электронного содержания (ПЭС). Для выделения событий TCV использовались данные наземных магнетометров сетей CANMOS, CARISMA и MACCS; флуктуации ПЭС получены при обработке данных GNSS станций IGS и UNAVCO. Использование сети станций позволяет оценить динамику появления и распространения возмущения в пространстве и некоторые его физические характеристики – амплитуду и скорость перемещения. Полученные результаты указывают, что в ряде случаев ионосферное возмущение может быть связано с возникновением и перемещением TCV, причем отклик на событие оказывается значимым не только в низкочастотной, квазирегулярной его части, но и в шумовой компоненте наблюдаемых ПЭС.



Рис. 1. Карта станций-приемников GPS и сетей наземных магнетометров.

TCV представляет собой явление дневной ионосферы, характерное для высоких широт. Предполагается, что это крупная структура, представляющая собой двойной вихрь, с характерными размерами порядка нескольких тысяч км, движущаяся на запад со скоростью около 5-10 км/с. [1]

Существует ряд статей, посвященных TCV, рассматривающих данные наземных магнетометров и спутников [1, 2]. Кроме того, существуют некоторые теоретические

предположения о поведении TCV в ионосфере Земли [3]. В нашей работе проведено комбинированное рассмотрение наземных магнитометрических данных и данных о возмущениях ПЭС ионосферы непосредственно во время события TCV.

Для рассмотрения было выбрано событие 2010-01-15, искомое возмущение было зафиксировано в район 11 UT.

В магнитных данных оно проявлялось как изолированная флуктуация, с характерной длительностью ~10 минут, и максимальной амплитудой до 150 нТл. Было выделено несколько профилей станций, вдоль которых было рассмотрено распространение возмущения. Корреляционный анализ показал распространение возмущения в западном направлении со скоростью порядка нескольких км/с.

Ионосферные данные показали аналогичную картину. TCV проявлялось в виде изолированных флуктуаций ПЭС, длительностью ~10 минут и амплитудой в несколько TECu. Был выбран небольшой временной интервал, содержащий искомое событие. Для него были рассчитаны подыоносферные точки в приближении плоской ионосферы, с высотой 300 км. Пользуясь корреляционным анализом и предполагая, что возмущение распространялось между центрами «треков», были получены данные о скорости распространения возмущения в ионосфере. Она составила несколько км/с в западном направлении.



Рис. 2 (а, б). Пример флуктуаций, соответствующих событию TCV в близких профилях, магнитном и ионосферном. (а) слева – вариации ПЭС, (б) справа – вариации z-компоненты магнитного поля.

Проведенный анализ обоих временных рядов: магнитного поля и флуктуаций ПЭС – показывает хорошую согласованность этих данных. Появление TCV фиксируется практически одновременно и наземными магнетометрами, и в вариациях ПЭС. При этом, локализация вихря и его характерные особенности на пути распространения, отмечаются практически идентично в обоих рядах данных. Оцененные скорости горизонтального распространения также хорошо совпадают.

ЛИТЕРАТУРА

1. E. Friis-Christensen et al. "Ionospheric traveling convection vortices observed near the polar cleft: A triggered response to sudden changes in the solar wind. //Geophysical research letters15.3 (1988): 253-256.

2. A. Yahnin and T. Moretto "Travelling convection vortices in the ionosphere map to the central plasma sheet." Annales Geophysicae. Vol. 14. No. 10. Springer-Verlag, 1997.

3. M. Tavares and M. A. M. Santiago. "What are traveling convection vortices "Brazilian journal of physics 29.3 (1999): 524-528.

Влияние акусто-гравитационных волн на высотные профили атмосферы в радиозатменных экспериментах

А.Ф. Хамидуллин¹, М.Е. Горбунов², В.И. Захаров¹

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики атмосферы ²Институт физики атмосферы имени А.М. Обухова Российской академии наук askarhamidullin@gmail.com

Метод радиозатменного зондирования в настоящее время является эффективным средством для оперативного получения информации об атмосфере и ионосфере Земли. В эксперименте на низкоорбитальном ИСЗ осуществляется наблюдение радиовосхода (или захода) навигационных спутников GPS/GLONASS и измерение фазы или доплеровского сдвига принимаемых сигналов. С созданием системы FORMOSAT метод де-факто является неотъемлемой частью систем мониторинга атмосферы и используется для решения задач ее текущего описания и прогнозирования различных процессов, протекающих в атмосфере. В методе с помощью различных техник восстанавливают профили метеорологических параметров - давления, температуры, влажности воздуха. Особенностью стандартных методик восстановления является плохая разрешающая способность вдоль луча зондирования, определяемая геометрией эксперимента. В ряде случаев волновые структуры в нижней атмосфере и тропосфере могут существенно искажать метеорологические профили и нуждаются в особой обработке и детектировании.

Присутствие волновых процессов, в том числе акусто-гравитационных волн, является значительным фактором, характеризующим энергетический обмен в системе геосфер. Влияние неоднородных структур, а также нарушение сферической симметрии среды при решении проблемы зондирования, изучалось в ряде исследований, в том числе с использованием моделирования [1,2].

Присутствие таких структур может приводить к резкому изменению градиента показателя преломления с ростом высоты.

Нашей целью является исследование влияния акусто-гравитационных волн на радиозатменные данные с использованием квазиреальных атмосферных профилей для широкого набора волновых характеристик.

Следует выделять прямую задачу радиозатменного зондирования и обратную. При решении прямой задачи распространения луча спутник-спутник мы анализируем изменение параметров луча зондирования, полученное путем добавления волновой добавки в квазиреальную среду с последующей оценкой ее влияния на параметры луча и лучевой траектории.

В ходе работы в качестве эффективной акусто-гравитационной волны рассматривались сферические волны плотности, распространяющиеся от источника, находящегося на поверхности Земли. Расчет скорости распространения волны получен в адиабатическом приближении для скорости звука в газе. Направление распространения волны задавалось с помощью известных дисперсионных соотношений [3]. Высотное распределение метеопараметров, полученное с помощью модели MSIS-90 для было принято в качестве равновесного. Была осуществлена возможность оценки волнового вклада в показатель преломления вдоль любой траектории луча спутник-спутник. Разрешающая способность модели ограничена только шагом сетки.

Дисперсионное соотношение было впервые получено Колином Хайнсом в 1960 году [3].

$$\omega^{4} - \omega^{2} c^{2} (k_{x}^{2} + k_{z}^{2}) + (\gamma - 1) g^{2} k_{x}^{2} + \omega^{2} \gamma^{2} g^{2} / 4 c^{2} = 0,$$
(1)

где ω – частота волны, k – волновой вектор, с- скорость звука в адиабатическом приближении, γ – отношение удельных теплоемкостей, g – ускорение свободного падения.

Предварительные результаты показывают, что наибольший интегральный по лучу зондирования вклад в показатель преломления может быть достигнут вдоль некоторых направлений, например, при направленности луча зондирования вдоль длинных участков волнового фронта.

Важным для радиозатменного зондирования является решение обратной задачи. Основываясь на экспериментально полученных изменениях фазы и частоты, а также ослаблении луча мы можем восстановить высотные профили показателя преломления и другие параметры среды.

В настоящее время модель используется для анализа разных сценариев распространения луча спутник-спутник. При решении обратной задачи по записям сигнала восстанавливается его оптический путь и связанные с ним параметры атмосферы.

Линейные волны, представленные моделью, являются волнами плотности и могут быть рассмотрены в качестве аддитивной добавки к равновесной температуре или давлению. Используя дисперсионное соотношение, мы можем выделить два типа волн при помощи сравнения частоты волны с частотой Брента-Вяйсяля (БВ). Если частота волны значительно больше частоты БВ, мы можем рассматривать волну как стандартную акустическую волну и не учитывать гравитационные эффекты. Если частота волны ниже частоты БВ, волна становится волной вертикального сдвига, а таком случае частота волны определяет направление, но не скорость или длина волны. Анизотропный характер волны наиболее отчетлив при низких частотах и азимутальный угол направления распространения ограничен следующим значением

$$\Theta = \operatorname{arctg}\left((\omega_{g}/\omega)^{2} - 1\right)$$
⁽²⁾

$$\omega_{\rm g} = g/c(\gamma - 1)^{0.5},$$
 (3)

где ω_g – частота Брента-Вяйсяля, ω – частота волны, Θ – угол между направлением распространения и местной вертикалью.

Наша модель акусто-гравитационных волн показывает, что неоднородности и волновые структуры могут воздействовать на высотные атмосферные профили в нижней атмосфере. Влияние может быть отражено в радиозатменных данных и должно быть тщательно описано.

ЛИТЕРАТУРА

1. V.E. Kunitsyn, B.Yu. Krysanov, and A.M. Vorontsova "Acoustic-gravity waves in the Earth's atmosphere generated by surface sources"// Moscow University Physics Bulletin 2015. P.6

2. K. B. Lauritsen, and M. E. Gorbunov "Error estimates of bending angles obtained from radio occultation data in the presence of strong horizontal gradients"// EGU General Assembly 2008, April. P. 13–18.

3. C. O. Hines, "Testing theories of atmospheric gravity wave saturation and dissipation"// J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1960 V. 60. P. 655–662

Повышение помехоустойчивости систем связи с OFDM-сигналами с применением вейвлет-преобразования

Е.Н. Рычков¹, В.Г. Патюков¹, Ю.А. Пирогов² ¹Сибирский федеральный университет ²Московский государственный университет Eu.rychkov@yahoo.com

Уже около 20 лет уровня развития аппаратной базы достаточно, чтобы разрабатывать системы связи с OFDM-сигналами (Orthogonal Frequency Division Multiplexing – ортогональное частотное разделение с мультиплексированием) [1, 2] на основе операций преобразования Фурье. Данные системы связи обладают рядом преимуществ перед классическими системами связи, использующими стандартные виды модуляции, а именно: высокая спектральная эффективность, устойчивость к селективным замираниям в многолучевом канале связи, низкая символьная скорость, что позволяет справляться с временным рассеянием. Имеется возможность сопоставить OFDM-модуляцию как относительно новый метод модуляции с ее простейшими видами: амплитудной, частотной или фазовой. Если в OFDM-сигналах определенный парциальный объем информации сосредоточен в одной из поднесущих частот спектра, то в классических системах связи этот объем информации может быть распределен по всему спектру.

Однако OFDM-технологии присущи и некоторые недостатки: межсимвольная и межчастотная интерференции, чувствительность к частотным и фазовым искажениям, большой пик-фактор сигнала. Сигнал, информация в котором локализована в одной гармонике, является неограниченным во времени, согласно принципу размытия сигнала, во временной области и его сосредоточенности в области частот. Это приводит к дополнительным искажениям при прохождении сигнала через многолучевой канал и при генерации различных частот. Кроме того, на границе OFDM-символов возникают фазовые неоднозначности. Частоты сигнала расплываются по спектру, а любые рассинхронизации в системе связи приводят к увеличению вероятности битовой ошибки. Промежуточное (частотно-временное) решение, отличное как от OFDM-технологии, так и от классических видов модуляции [1-3], позволило бы устранить указанные эффекты.

Изменить степень локализации информации в спектре можно с помощью кодирования с перемежением. Эта технология позволяет добавить в несколько поднесущих частот одну и ту же информацию с разными весами. Но тогда остаются проблемы, связанные с фазовыми неоднозначностями на границах OFDM-символов и с размытием поднесущих частот во временной области.

существуют улучшающие С другой стороны. решения, спектральную эффективность в OFDM-системах связи, работающих на преобразовании Фурье, и подавляющие искажения сигналов за счет уменьшения фазовых скачков и неоднозначностей: Filter Bank Multi Carrier (FBMC, банк цифровых фильтров), Offset Quadrature Amplitude Modulation - Isotropic Orthogonal Transform Algorithm (OQAM-ІОТА, изотропный алгоритм преобразования созвездия со сдвигом). Эти алгоритмы используются в системах связи 5-го поколения (5G) и позволяют дополнить классическое представление о достоинствах OFDM-систем теми фактами, что за счет цифровой фильтрации каждой поднесущей можно увеличить спектральную эффективность и уменьшить искажения гармоники. Преобразования, отличные от не только сглаживать искажения сигнала Фурье, позволяют И фазовые неоднозначности, но и перейти к принципиально новому направлению формирования

систем связи. Информация в таком случае может быть распределена по спектру не так, как в классических системах связи с амплитудной, частотной и фазовой модуляциями, но и не так, как в системах связи с OFDM-сигналами на базе преобразования Фурье. Эту задачу частично решает алгоритм адаптивной подстройки скорости передачи данных на каждой поднесущей. Но данный метод не позволяет уменьшить фазовые и частотные неоднозначности, а также искажения поднесущих частот в OFDM-сигнале.

Вейвлет-преобразование обладает возможностью использовать вместо частотного представления временные коэффициенты масштаба и сдвига. Потенциально это позволяет вместо локализации информации на отдельных поднесущих распределять ее с определенными весовыми коэффициентами по спектральной области. В работах [1-4] рассматривается такая возможность, но только для каналов связи с аддитивным белым гауссовым шумом и шумами Рэлея, так что условия и конкретные причины повышения помехоустойчивости за счет применения вейвлет-преобразования практически не были раскрыты.

Рассмотрение вейвлет-преобразования целесообразно начать с замены операций ОДПФ и ДПФ (обратного и прямого дискретных преобразований Фурье) соответственно на операции ОДВП и ДВП (обратное и прямое дискретные вейвлет-преобразования). Информация закладывается в функцию, модуль которой WT(w) представлен на рис. 1. С помощью операции обратного вейвлет-преобразования получается временное представление сигнала, модуль которого wt(t) также представлен на рис. 1. В пакете Matlab такое преобразование выполняется строчкой: wt = ilwt(real(WT), imag(WT), 'bior5.5').



Рис. 1. Модуль временного сигнала wt(t), полученный с помощью операции обратного вейвлетпреобразования спектра сгенерированного сигнала, модулем которого является функция WT(w).

Длительность одной поднесущей вейвлет-сигнала в таком случае составляет примерно 12% от длительности всего OFDM-символа. Поэтому можно заметить, что если преимущество в OFDM-системе достигается за счет уменьшения скорости передачи данных на каждой поднесущей частоте, то в системах связи на основе вейвлет-преобразования преимущество следует искать в локализованности по времени. Слово «wavelet» в переводе с английского означает «небольшая волна, рябь». Этот принцип противоположен, однако, принципу действия OFDM-систем на базе Фурьепреобразования, где устойчивость к многолучевости проявляется тогда, когда высокий

уровень замираний в канале связи подавляет сигнал на некотором промежутке времени, меньшем длительности OFDM-символа, и информация, подвергшаяся этим замираниям, восстанавливается. При использовании вейвлет-базиса информация, заложенная в выборках 6-19 временного сигнала wt(t), может быть полностью утрачена, если интерференция лучей даст для этих выборок минимум амплитуды на входе приемной антенны. Напротив, селективные частотные замирания не ухудшают качество передачи данных, так как информация распределена по спектру Фурье. Следовательно, могут существовать и промежуточные варианты, когда информация частично распределена как по спектру, так и во временной области.

Сравнение OFDM-систем с Фурье- и вейвлет- базисами целесообразно начать с рассмотрения спектра, в который добавлена информация в виде случайного сигнала. Добавим число поднесущих частот так, чтобы в итоге получился массив ненулевых выборок n = 7, 21, 23, 25, 41, 43, 45, 59. Сгенерированный в комплексном виде сигнал S_1 представлен на рис. 2. Внизу на том же рисунке дается созвездие сигнала S_1 , в котором используется 4-х позиционная амплитудная модуляция (КАМ-4) [4].



Рис. 2. Комплексный сгенерированный спектр S1 и его созвездие, полученное при использовании 4-х позиционной амплитудной модуляции.

На рис. 2 на созвездии происходят переходы через 0, так как в пакете MATLAB при построении графика все 4 точки созвездия определены информационными поднесущими, а их разделяют нулевые поднесущие. После генерации OFDM-сигнала по правилам Фурье- и вейвлет-преобразований в спектр полученных сигналов добавлено селективное частотное замирание, смоделированное посредством умножения амплитуд выборок спектра OFDM-сигнала с номерами n = 20-30 на 0,1. На рис. 3 приведены сигналы, полученные после прохождения OFDM-сигналов на базе Фурье- и вейвлет- преобразований через модель канала связи, в которую шум не добавлялся и рассматривалось исключительно влияние селективных замираний. Циклический префикс в сигнал также не добавлялся для максимальной простоты моделирования канала связи, ведь в таком случае можно просто подавить гармоники с теми номерами, где находится полезный сигнал.

На рис. 3 приведено сравнение созвездия OFDM сигнала S_1 на входе в канал связи с созвездиями на выходе для случаев модуляции посредством преобразования Фурье (Fr – левый фрагмент рис. 3) и вейвлет-преобразования (WTr на правом фрагменте). Видно, что на левом фрагменте значительная часть информации утеряна. Правый фрагмент показывает, что сигнал по амплитуде уменьшился и несколько возросла вероятность битовой ошибки. Однако WTr-сигнал принят со значительным информационным выигрышем по сравнению с Fr-сигналом, созвездие которого представлено на левом фрагменте – с применением вейвлет-преобразования созвездие сигнала сохранено практически полностью несмотря на 10-кратное уменьшение его амплитуды за счет селективного замирания.



Рис. 3. Слева дано созвездие принятого сигнала при использовании базиса Фурье, справа – то же созвездие при использовании вейвлет-базиса (4-х позиционная амплитудная модуляция).

Таким образом, применение вейвлет-базиса позволяет увеличить устойчивость системы связи к селективным по частоте замираниям в канале связи по сравнению с OFDM-системами, в которых используется преобразование Фурье. Вейвлет-сигнал представляет собой не набор гармоник, которые могут быть бесконечны во времени, а набор ограниченных во времени «малых волн». При этом появляется возможность гибкой адаптации длительности и спектра сигнала к модели канала связи. Техники кодирования с перемежением, адаптации скорости связи на поднесущих частотах, IOTA-QAM, FBMC могут быть сведены к использованию одной оптимальной функции преобразования, в которую будут закладываться поправочные коэффициенты.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Deshmukh, Sh. Bodhe // International journal of advancements in technology. 2012. V. 3. No. 2. P. 74.

2. K.N. Umaria, K. Joshi // 1st International conference on Emerging technology trends in electronics, communication and networking. 2012. P. 1.

3. S. Chen, H. Zhao, Sh. Zhang, Yu. Yang // IET Radar Sonar Navig. 2014. V. 8. No. 3. P. 167.

4. Е.Н. Рычков, В.Г. Патюков // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2016. № 1. URL: <u>http://jre.cplire.ru/win/jan16/5/text.pdf</u>