

АКУСТИКА НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

Акустическая голография с использованием синтезированной двумерной решётки датчиков	
<i>О.А. Сапожников</i>	3
Влияние температуры на работу акустооптических фильтров	
<i>С.Н. Манцевич, Т.В. Юхневич, В.Б. Волошинов</i>	4
Необычные случаи падения и отражения акустических волн от свободной границы раздела в акустооптических кристаллах	
<i>П.А. Иванова, В.Б. Волошинов, Н.В. Поликарпова</i>	6
Нелинейное распространение клиновых акустических волн в кристалле из ниобата лития	
<i>А.И. Коробов, А.А. Агафонов</i>	9
Создание закрученного ультразвукового пучка, излучаемого одноэлементным пьезоэлектрическим источником, с помощью неоднородной по толщине фазовой пластины	
<i>М.Е. Терзи, С.А. Цысарь, П.В. Юлдашев, М.М. Карзова, О.А. Сапожников</i>	13
Искажение углового спектра при распространении волны в неоднородной среде	
<i>Л.И. Гильфанова, С.А. Цысарь</i>	17
Распространение акустических волн в связанных стержнях	
<i>С.А. Петросян, С.А. Цысарь</i>	20
Конечно-разностное моделирование рассеяния акустического импульса на твердотельном объекте применительно к задаче ультразвуковой визуализации почечных камней	
<i>Д.А. Сухоручкин, О.А. Сапожников</i>	22
Сравнение критериев тепловой абляции при нелинейных режимах облучения биологической ткани с использованием многоэлементной ультразвуковой решетки	
<i>Ю.С. Андрияхина, И.В. Синильщиков, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова</i>	27
Нелинейная динамика парогазового пузыря в перегретой области малого размера	
<i>Е.А. Анненкова, У. Крайдер, О.А. Сапожников</i>	32

Теоретическое исследование прохождения акустического импульса через неоднородный твердотельный слой методом конечно-разностного моделирования	
<i>А.И. Полянский, О.А. Сапожников</i>	35
Экспериментальное выявление особенностей распространения звука в мелком водоеме при наличии ледовой поверхности	
<i>К.В. Дмитриев, А.С. Липавский, И.А. Панков, С.Н. Сергеев, Е.А. Фадеев</i>	38
Натурные наблюдения сейсмоакустических волн в условиях покрытого льдом водоема	
<i>Д.А. Преснов, Р.А. Жостков, А.С. Шуруп, А.Л. Собисевич, Д.В. Лиходеев, Д.Е. Белобородов, Ф.В. Передерин</i>	41
Моделирование полей аксиально-симметричных сфокусированных излучателей ультразвуковой хирургии с использованием широкоугольного параболического приближения	
<i>И.С. Мездрохин, П.Ю. Юлдашев, В.А. Хохлова</i>	45
Радиационная сила, действующая на твердотельный сферический рассеиватель в жидкости в поле квазигауссовского пучка	
<i>А.В. Николаева, О.А. Сапожников</i>	50
О едином описании поверхностных волн и волн Лэмбовского типа	
<i>С.К. Глеукинов</i>	54
Обоснование процедуры и результаты расчета скорости переноса энергии вытекающими волнами Лэмба	
<i>В.Г. Можжаев, И.А. Недоспасов, И.Е. Кузнецова</i>	56
Измерение скоростей сдвиговых волн в мышечной ткани говядины	
<i>Т.Б. Крит, А.А. Саракин, Д.Д. Шнейдман, И.Ю. Дёмин, В.Г. Андреев</i>	58
Изучение частотных характеристик звукопоглощающих материалов методом импедансной трубы	
<i>А.А. Белоус, А.В. Шанин, А.И. Корольков</i>	62
Восстановление векторных акустических неоднородностей при численном моделировании и экспериментальной реализации	
<i>Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева, А.С. Шуруп</i>	65
Ультразвуковая визуализация рассеивателей сквозь неоднородный фантом кости черепа	
<i>С.А. Цысарь, О.А. Сапожников, В.Д. Свет, А.М. Молотилов</i>	69

Акустическая голография с использованием синтезированной двумерной решётки датчиков

О.А. Сапожников

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва,
Россия*

olegs@acs366.phys.msu.ru

В основе голографии лежит положение о том, что трёхмерное волновое поле может быть восстановлено из двумерных распределений характеристик поля (в случае монохроматического процесса это амплитуда и фаза), записанных в точках некоторой поверхности, на которую падает рассматриваемая волна. Голография больше известна в оптике, однако в последнее время её потенциал стал широко применяться и в акустике. Для звуковых волн фаза волны может быть измерена напрямую и поэтому нет необходимости в записи интерферограммы, как это приходится делать в оптической голографии. Поскольку звуковое поле внутри исследуемой области удовлетворяет волновому уравнению, голограмма может быть с высокой точностью численно спроецирована с той поверхности, на которой она зарегистрирована, на поверхность источника поля. После этого в математической волновой задаче становится известным граничное условие, и поле может быть рассчитано во всей трёхмерной области. Примером приложения, где крайне важно умение рассчитывать характеристики волны в трёхмерной области, является ультразвуковая терапия. Соответствующие акустические поля обычно фокусируются в малый объём больной ткани. При этом наряду с главным фокусом в среде могут возникать паразитные побочные максимумы интенсивности, способные вызывать нежелательное разрушение здоровых тканей. Голография помогает избежать этого, т.к. позволяет сделать количественную оценку акустического воздействия во всех точках облучаемого объёма.

В лекции представлен метод акустической голографии, базирующийся на вычислении акустического поля в объёме по его экспериментальным измерениям на некоторой поверхности. При исследовании волновых полей мегагерцового диапазона, излучаемых источниками диаметром в несколько сантиметров, корректная запись голограммы предполагает регистрацию формы волны в около 10000 точек и более, т.е. для практической реализации метода голографии необходимо иметь соответствующие решётки приёмников. К сожалению, развитие ультразвуковых технологий пока ещё не позволяет конструировать такие двумерные решётки, что, на первый взгляд, не позволяет реализовать обсуждаемый вариант голографии на практике. Указанную трудность удаётся обойти благодаря тому, что исследуемые источники ультразвука (обычно это пьезокерамические преобразователи) позволяют создавать хорошо повторяемые поля. Поэтому реальная двумерная решётка приёмников может быть заменена синтезированной решёткой, получаемой путём последовательного помещения одиночного датчика в нужные точки. С этой целью в обсуждаемых в лекции работах используются миниатюрные гидрофоны с размером менее половины длины волны, которые перемещаются в пространстве с помощью трёхкоординатной системы микропозиционирования, управляемой компьютером. Типичный размер синтезированной решётки составляет 100×100 элементов, что позволяет осуществить запись голограммы с достаточной для практики точностью. Расчёт поля на основе голограммы производится на основе интеграла Рэлея или методом углового спектра. В лекции демонстрируются несколько характерных примеров голограмм и обсуждаются различные применения акустической голографии. Работа поддержана грантом РФФИ № 14-15-00665.

Влияние температуры на работу акустооптических фильтров

С.Н. Манцевич, Т.В. Юхневич, В.Б. Волошинов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

snmantsevich@yahoo.com

Оптоэлектронные устройства, использующие в своей работе принцип акустооптического (АО) взаимодействия, широко используются для анализа и управления оптическим излучением. При создании АО устройств в основном используют кристаллические среды, обладающие сильной анизотропией. Свойства таких материалов могут значительно меняться под воздействием температурных условий.

Неоспоримые преимущества АО приборов, такие как, отсутствие движущихся частей, малые габариты и масса, делают их весьма привлекательными для использования в качестве элементов или самостоятельных приборов на космических аппаратах, предназначенных для изучения Земли и других объектов Солнечной системы. Такие применения связаны с экстремальными температурными режимами, не встречающимися в обычных для функционирования АО устройств лабораторных условиях. В связи с подобными применениями, возникает проблема изучения влияния температурных условий на работу АО устройств. Известны работы, посвященные изучению влияния температуры на функционирование АО дефлекторов [1,2].

Можно выделить два механизма, приводящих к изменению температурного режима функционирования АО устройства. Первый – температура окружающей среды, влияющая на температуру АО кристалла в целом [3,4]. Второй - нагрев АО кристалла, при поглощении акустической мощности возбуждаемого в нем ультразвукового пучка [5]. Данный механизм приводит к локальному нагреву некоторых областей АО ячейки и установлению распределения температур, зависящего от формы частоты и мощности акустического пучка. В данной работе первый механизм рассматривается на примере широкоапертурного АО фильтра на основе кристалла парателлурита [6] при изучении его работы в диапазоне температур от -50 до +40 °С. Второй – на примере АО фильтра на основе кристалла KDP [7] при изменении мощности акустического пучка от 1 до 3 Вт. Оба механизма были изучены как теоретически, так и экспериментально.

Изменение температурных условий влияет на скорость используемой при АО взаимодействии акустической волны и на показатели преломления среды взаимодействия, изменяя условия брэгговского синхронизма (1):

$$\sin\theta_B = -\frac{\lambda f}{2n_i V} \left[1 + \frac{V^2}{\lambda^2 f^2} (n_i^2 - n_d^2) \right], \quad (1)$$

где, θ_B – угол Брэгга, f - частота ультразвука, λ - длина волны светового излучения, n_i и n_d - показатели преломления среды для падающего и дифрагированного световых пучков соответственно, V - скорость ультразвуковой волны. Показатели преломления и скорость акустической волны зависят от температуры, что при фиксированном значении θ_B приводит к сдвигу частоты синхронизма и функции пропускания АО фильтра, в зависимости от температуры окружающей среды и мощности акустического пучка, возбуждаемого в АО ячейке.

Кроме того, неоднородный нагрев при поглощении акустической мощности может приводить к уширению полосы пропускания АО фильтра и искажению формы аппаратной функции.

Измеренные экспериментально функции пропускания АО фильтров на основе кристаллов парателлурита и KDP представлены на рис.1.

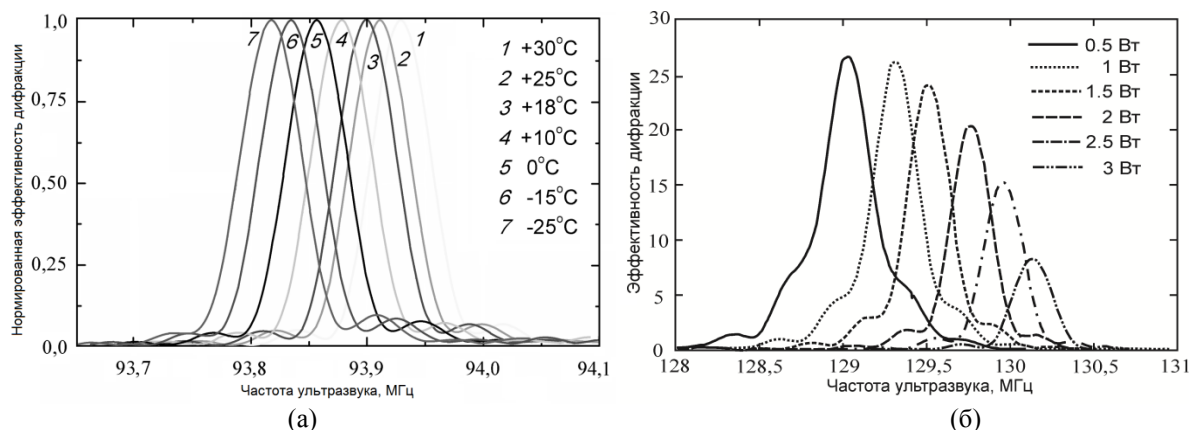


Рис. 1. Экспериментально измеренные функции пропускания АО фильтров на основе кристалла парателлурита (а) и кристалла KDP (б)

В работе рассмотрено два широкоапертурных АО фильтра на основе кристалла парателлурита, с углами среза 19° и 12.5° . Влияние температуры на их характеристики представлено в Таблице 1.

Угол среза, град	Температурный диапазон, $^\circ\text{C}$	Вприн.у., м/с	Изменение скорости ΔV , m/s	Измеренный сдвиг частоты Δf , kHz/K	Расчетный сдвиг частоты Δf , kHz/K
19°	-50...+40	898.54	2.45	2.19 ± 0.03	2.91 ± 0.27
12.5°	-50...+40	757.8	5	5.17 ± 0.12	6.1 ± 0.22

Приведенные в таблице данные показывают, что изменение скорости акустической волны имеет определяющее влияние на сдвиг частоты синхронизма, при этом величина ΔV зависит от угла среза кристалла – чем меньше угол среза, тем больше изменение скорости и тем больше сдвиг частоты синхронизма.

Расчеты для АО фильтра на основе кристалла KDP показали следующие значения сдвига частоты синхронизма: 0.15МГц для акустической мощности 1Вт, 0.37МГц для акустической мощности 2Вт и 0.6МГц для мощности 3Вт. Кроме того, неравномерный нагрев АО кристалла за счет поглощения мощности ультразвука приводит еще и к уширению полосы пропускания фильтра примерно на 15% для мощности пучка 3Вт. Экспериментальное исследование показало, что в диапазоне мощностей до 3 Вт каждый дополнительный ватт мощности приводит к сдвигу частоты синхронизма примерно на 0.4МГц и уширению полосы пропускания на 27%. При этом температура поверхности кристалла вблизи пьезопреобразователя повышается примерно на 6 градусов.

Работа поддержана грантом РФФ 14-22-00042.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Eschler, Appl. Phys., 1976, V. 9, P. 289.
2. V. Balakshy, et al., Proc. SPIE, 1996, V. 2713, P. 164.
3. S.N. Mantsevich, et al., Ultrason., 2015, V.59, P. 50.
4. S.N. Mantsevich, et al., Acta Physica Polonica A, 2015, V.127, P. 43.
5. E.Dekemper, et al., // Journal of Optics, 2015, V.17, P. 075404.
6. V.B. Voloshinov, Ultrason., 1993, V.31, P. 333.
7. V.B. Voloshinov, N. Gupta, Appl. Opt., 2004, V.43, P. 3901.

Необычные случаи падения и отражения акустических волн от свободной границы раздела в акустооптических кристаллах

П.А. Иванова, В.Б. Волошинов, Н.В. Поликарпова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Физический факультет, Москва, Россия

pollynom@icloud.com

Среди различных типов современных оптоэлектронных устройств заметное место занимают акустооптические устройства. Эти устройства широко используются для управления параметрами электромагнитного излучения в оптике, лазерной физике и технике, спектроскопии, а также в телекоммуникационных системах и приборах оптической обработки информации. Акустооптические приборы характеризуются большими функциональными возможностями, сравнительно высоким быстродействием, небольшим весом и габаритами, малыми уровнями потребляемой мощности и незначительными оптическими потерями. Основным элементом подобных приборов являются диэлектрические и полупроводниковые кристаллы, обладающие высоким значением коэффициента акустооптического (АО) качества. Среди современных акустооптических материалов в последние годы наиболее активно исследуются кристаллические соединения теллура и ртути, например, монокристаллический теллур (Te), парателлурит (TeO_2), а также каломель (Hg_2Cl_2), бромид (Hg_2Br_2) и йодид (Hg_2I_2) ртути [1,2].

Оказалось, что все перечисленные материалы отличает исключительно большая анизотропия акустических свойств. Эта анизотропия проявляется в сильной зависимости фазовой скорости звука от направления распространения в кристалле. Следствием подобной анизотропии являются рекордно большие углы $\psi > 70^\circ$ между фазовой скоростью V_{ph} плоской объемной акустической волны и её групповой скоростью V_g . Большим углом акустического сноса и рекордной упругой анизотропией объясняется и возможность наблюдения в указанных кристаллах уникальных акустических волновых явлений и эффектов.

К таким эффектам относится, например, отражение акустической волны от свободной границы раздела кристалл-вакуум при углах падения, превышающих 90° . Данный эффект напрямую следует из известного в классической физике закона сохранения тангенциальной составляющей импульса при прохождении волной границы раздела двух сред или отражении волны от этой границы. В целом, акустическое отражение в сильно анизотропной среде внешне разительно отличается от хорошо известного отражения упругих волн в изотропных материалах или кристаллических средах с умеренной или малой анизотропией. Таким образом, целью данной работы явилось изучение одного из необычных волновых эффектов, который может наблюдаться в акустооптических кристаллах с большими углами между фазовой и групповой скоростью акустической волны.

В настоящей работе для анализа были выбраны кристаллы двуокиси теллура и йодида ртути, принадлежащие к тетрагональной сингонии. В плоскости (001) данных кристаллов в случае распространения медленных сдвиговых акустических волн под углами около $7.0^\circ - 8.0^\circ$ к оси [110] наблюдается снос акустической волны, достигающий рекордной величины $\psi = 74^\circ$. Волны с подобным сносом акустической энергии и были использованы в данной работе. Анализ показал, что необычное распространение и отражение упругих волн в кристаллах можно наблюдать в акустооптической ячейке, вид которой показан на Рис. 1. Ячейка вырезается в виде призмы, нижняя грань которой параллельна оси [100] кристаллов. От нижней грани

происходит отражение акустической волны, генерируемой пьезоэлектрическим преобразователем, установленным на левой боковой грани ячейки.

На рисунке видно, что исходная акустическая волна возбуждается в кристалле с помощью пьезоэлектрического преобразователя РТ, расположенного на левой грани образца. Нормаль к этой грани составляет угол 7.5° с направлением $[110]$, при котором угол акустического сноса максимален. Акустический волновой фронт исходной волны (показан на рисунке в виде штрихов) параллелен плоскости преобразователя и левой грани кристалла. Поэтому фазовая скорость ультразвука V_{ph} также ориентирована в образце под углом 7.5° к оси $[110]$, как показано на рисунке. Энергия данной акустической волны распространяется под углом акустического сноса и падает на нижнюю грань кристалла. При этом вектор групповой скорости звука V_g образует угол акустического сноса $\psi = 74^\circ$ с вектором фазовой скорости исходной акустической волны.

Как известно, углом падения волны на плоскую поверхность принято называть угол между направлением волнового вектора и нормалью к этой поверхности [1,2]. Поэтому в исследуемом случае на Рис. 1 волновой вектор и фазовая скорость V_{ph} падающей звуковой волны составляет с нормалью n к нижней грани кристалла угол падения α_{inc} порядка 130° градусов, т.е. превышающий 90° градусов. Из-за столь большого угла между нормалью к поверхности раздела и волновым вектором звука рассматриваемый вариант падения акустической волны на границу следует определить как необычный, так как угол падения превышает 90° .

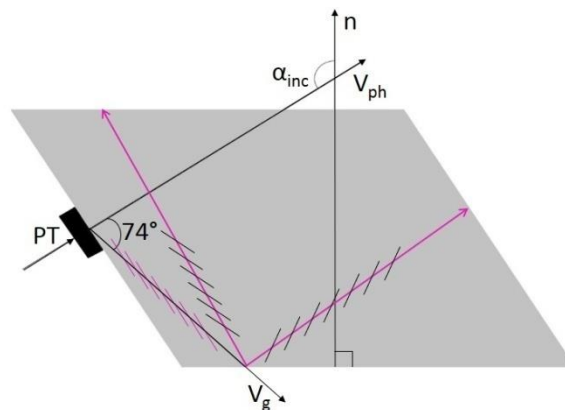


Рис. 1. Общий вид кристалла и направления распространения падающего и двух отраженных акустических пучков

Анализ показал, что при отражении акустической энергии от нижней грани образца образуются два акустических пучка. Эти пучки показаны на рисунке. Данные о направлениях фазовых и групповых скоростей в отраженных пучках, их поляризациях и интенсивностях были получены при компьютерном моделировании процесса распространения и отражения акустических волн в анизотропном веществе. Оказалось, что одна из отраженных волн распространяется практически навстречу направлению падающей волны [3,4]. Поэтому представляло интерес определение угла пространственного разделения между потоками энергии падающей и обратно отраженной волной.

Расчет для кристалла парателлурита показал, что угол пространственного разделения потоков энергии падающей и обратно отраженной акустической волны не

превышал 22° , в то время как вторая отраженная волна распространялась по отношению к потоку энергии падающей волны в соответствии с ожиданиями, т.е. под углом около 106° . В кристалле иодида ртути эти углы оказались того же порядка, что и в кристалле парателлурита, т.е. 24° и 107° .

Весьма неожиданными оказались результаты расчета коэффициентов отражения для двух отраженных волн в случае необычного распространения и падения акустической энергии на границу раздела. Вопреки ожиданиям, в парателлурите около 88% энергии падающего на нижнюю грань акустического потока отражается не в прямом, а в обратном направлении. Как было отмечено, это отражение происходит под углом 22° по отношению к направлению падающей волны. На долю второй отраженной волны приходится остающиеся 12% упругой энергии. В кристалле иодида ртути процентное отношение энергий двух отраженных волн оказалось, соответственно, равным 85% и 15%.

Таким образом, проведенный анализ доказывает, что в кристаллах парателлурита и иодида ртути, обладающих большой анизотропией упругих свойств, возможно необычное падение акустических волн под углами, превышающими 90° . Подобное падение сопровождается необычным обратным отражением потока энергии навстречу энергетическому потоку исходной волны. Исследование доказывает, что необычные случаи отражения акустических волн в кристаллах не только интересны с академической точки зрения, но и могут быть использованы при создании новых модификаций акустооптических приборов [5-7]. Например, перестраиваемых акустооптических фильтров в коллинеарном и широкоапертурном режимах дифракции.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского Научного Фонда №14-12-00380.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Auld "Acoustic Fields and Waves in Solids" New York: Krieger, 1990.
2. В.Б. Волошинов, Н.В. Поликарпова, В.Г. Можяев В.Г. //Акустический журнал. 2006. Т. 52, С. 245.
3. N.V. Polikarpova, E.A. Djakonov, V.B. Voloshinov. // 2012 IEEE International Ultrasonics Symposium Proceedings. 2012. P. 2478.
4. Н.В. Поликарпова, П.В. Мальнева, В.Б. Волошинов // Акустический журнал. 2013. Т. 59, С. 332.
5. Е.А. Дьяконов, В.Б. Волошинов, Н.В. Поликарпова // Оптика и спектроскопия. 2015. Т. 118, С. 113.
6. N.V. Polikarpova, V.B. Voloshinov, A.M. Reznikov // Physics of Wave Phenomena. 2015. V. 23, P. 52.
7. Н.В. Поликарпова, В.Б. Волошинов // Известия РАН. Серия физическая. 2015. Т. 79, С. 1432.

Нелинейное распространение клиновых акустических волн в кристалле из ниобата лития

А.И. Коробов, А.А. Агафонов

*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия*

aikor42@mail.ru; agafonov.12345@mail.ru

Приводятся результаты экспериментальных исследований нелинейных явлений, наблюдаемых при распространении упругих волн в клине из монокристалла ниобата лития. Было установлено, что наблюдаемые нелинейные явления обусловлены не только классической, но и структурной нелинейностью.

Клиновые волны открыты недавно, в начале семидесятых годов прошлого столетия. Клиновые волны являются граничными волнами, распространяющимися вдоль рёбер твердотельного клина. Наибольший интерес исследователей привлекли изгибные клиновые волны. Был обнаружен ряд интересных свойств клиновых волн: относительно низкая скорость их распространения, отсутствие дисперсии, высокая локализация на расстоянии 1-2 длины волны от ребра клина, отсутствие дифракционных потерь [1-4]. Перечисленные свойства клиновых волн стали причиной их востребованности в акустоэлектронике [1, 5].

Несмотря на высокую локализацию клиновых волн, в изотропном клине без дефектов, вследствие высокой симметрии материала, не наблюдается генерация второй акустической гармоники [5, 6]. Однако в клиньях из изотропных поликристаллических металлов с дефектами нами обнаружен ряд нелинейных акустических эффектов: генерация второй акустической клиновой гармоники, зависимость скорости и поглощения клиновых волн от их амплитуды [7]. Эти нелинейные явления представляют значительный интерес для неразрушающего контроля с применением клиновых волн изделий сложной формы: турбинных лопаток, режущих изделий, гребных винтов и т. д.

Однако нелинейные явления, возникающие при распространении клиновых волн в кристаллах, исследованы недостаточно. Последний известный нам результат в этой области связан с наблюдением повышения крутизны фронта и сужения акустического импульса клиновой волны, возбуждаемого лазерным импульсом [8].

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию явлений генерации второй и третьей упругих клиновых гармоник, эффекта быстрой динамики и нелинейного поглощения, возникающих при распространении упругих волн в клине из кристалла ниобата лития. Предполагается, что такие исследования в анизотропном кристалле выполнены впервые.

Причиной нелинейных явлений при распространении клиновых волн могут быть – классическая нелинейность, связанная с ангармонизмом кристаллической решетки и структурная нелинейность, обусловленная наличием дефектов в клине. [5, 6, 9].

Целью данной работы являлась разработка методики для проведения диагностики нелинейных упругих свойств твердотельного пьезоэлектрического клина с применением клиновых волн, и проведение экспериментальных исследований нелинейных упругих свойств клина из монокристалла ниобата лития.

Для проведения экспериментальных исследований были изготовлены клинья из пластинки ниобата лития YZ-среза размерами 2x10x60 мм. На двух противоположных 60 мм сторонах пластинки были изготовлены клинья с апертурами углов 39° и 64°. Кристаллографическая ось Y ориентирована перпендикулярно пластинке, а ось Z направлена параллельно ребру клина. Плоскость OXZ совпадает с одной из граней в

каждом клине. В этой работе приведены результаты экспериментальных исследования нелинейных упругих свойств клиновых волн в клине с апертурой угла 64 градуса.

На ребре 64-градусного клина был обнаружен дефект – небольшой скол ребра, возникший при его изготовлении, глубина которого была в несколько раз меньше длины клиновой волны, а продольные размеры дефекта – сопоставимы с длиной волны.

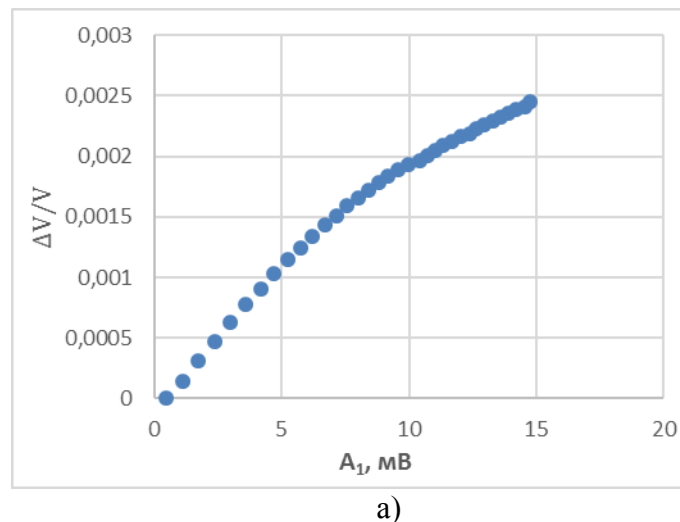
Ультразвуковые измерения проводились в импульсном режиме с помощью автоматизированного ультразвукового комплекса Ritec 5000. Для выделения сигналов высших гармоник клиновых волн в комплексе использовался фильтр высоких частот.

Для возбуждения и приема клиновых волн были реализованы две методики: с помощью пьезоэлектрических преобразователей прикрепленных на боковую сторону клина у его ребра и с помощью ВШП преобразователей.

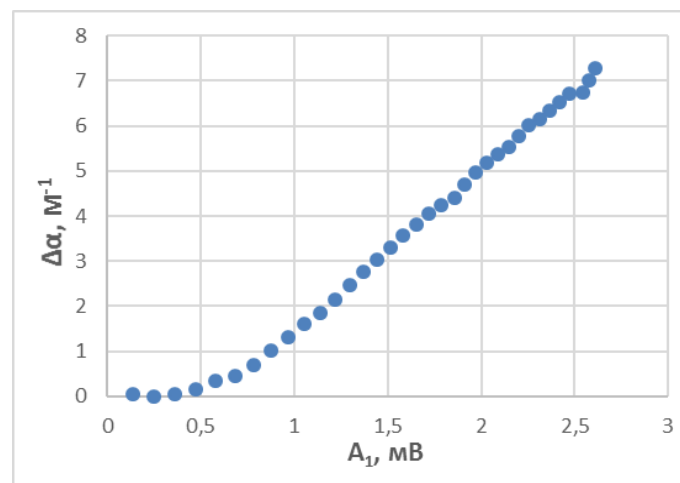
Исследование нелинейных упругих свойств клиновых волн проводились двумя экспериментальными методами:

а) с помощью эффекта быстрой динамики, заключающийся в экспериментальном исследовании зависимости скорости и поглощения клиновых волн от их амплитуды;

б) спектральным методом по эффективности генерации высших гармоник клиновых волн.



а)



б)

Рис. 1. Зависимость изменения: а) скорости и б) поглощения в клиновой волне от её амплитуды.

В клине с апертурой угла 64 градуса экспериментальные исследования упругих свойств клиновых волн проводились на частоте 3,85 МГц. Экспериментально измеренная скорость клиновой волны была равна 3200 м/с. Соответствующая длина клиновой волны - 0,83 мм.

Предварительно был исследован эффект быстрой динамики для клиновых волн. Были экспериментально измерены зависимости скорости и поглощения клиновой волны от ее амплитуды. Была обнаружена сильная зависимость этих величин от амплитуды клиновой волны. Результаты этих измерений приведены на рис.1а, б. Изменения скорости и поглощения клиновых волн с увеличением их амплитуды нельзя объяснить классической нелинейностью, связанной с ангармонизмом кристаллической решетки в материале клина: как известно классическая квадратичная нелинейность не вызывает изменения скорости упругих волн при увеличении их амплитуды, а кубичная нелинейность приводит к квадратичной зависимости скорости упругой волны от ее амплитуды. Обнаруженная зависимость скорости и поглощения клиновых волн от их амплитуды указывает на наличие в материале клина неклассической нелинейности, обусловленной микро- и макродефектами, образовавшимися при изготовлении клина. Неклассическая нелинейность может значительно превышать классическую [8].

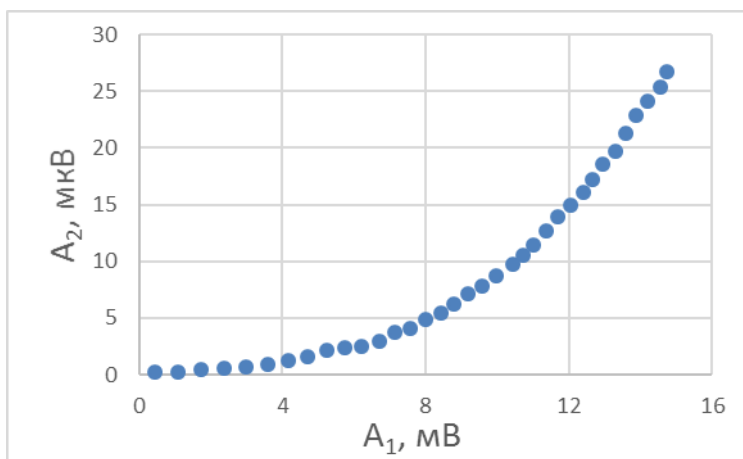


Рис. 2. Зависимость амплитуды второй гармоники клиновой волны от амплитуды основной частоты

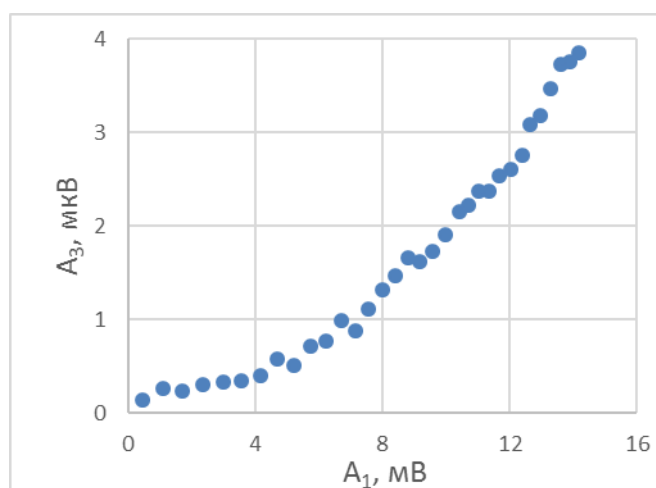


Рис. 3. Зависимость амплитуды третьей гармоники клиновой волны от амплитуды основной частоты

В спектре клиновой волны конечной амплитуды, прошедшей через образец, кроме волны основной частоты были обнаружены вторая и третья гармоники клиновой волны. Экспериментальные зависимости амплитуд второй и третьей гармоник от амплитуды основной частоты приведены на рис.2-3. Как видно из рис.2,3 амплитуда второй гармоники примерно на порядок больше амплитуды третьей гармоники клиновой волны при одинаковых значениях амплитуды первой гармоники.

Проведенный анализ степенной зависимости второй и третьей гармоник от амплитуды первой гармоники показал, что амплитуда второй гармоники зависит от амплитуды основной гармоники в степени 2,77, а третьей гармоники в степени 1,92. Это значительно отличается от классической квадратичной зависимости второй гармоники и кубической зависимости третьей гармоники от амплитуды первой гармоники в твердых телах без дефектов.

Обнаруженная неклассическая степенная зависимость амплитуд второй и третьей гармоник клиновых волн и измеренные эффекты медленной динамики указывают на то, что в этом образце кроме классической квадратичной нелинейности, присутствует структурная нелинейность, обусловленная наличием дефектов в образце.

Экспериментально измеренная зависимость скорости клиновой волны от её амплитуды, а также неклассическая степенная зависимость амплитуд второй и третьей гармоник клиновых волн может служить диагностическим признаком наличия дефектов в образце.

Эти эффекты могут быть использованы при неразрушающем контроле твердых тел.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-02-00288).

ЛИТЕРАТУРА

1. P.E. Lagasse. // Electronics Letters. 1972. V. 8. Pp. 372-373.
2. A.A Maradudin et al. // Phys. Rev. 1972. V.6. P. 1106.
3. P. E. Lagasse, I. M. Mason, E. A. Ash. // IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics. 1973. V. 20. P. 143.
4. И. Ю. Солодов и др. // Акуст. журн. 1983. т. 31, № 2. С. 262.
5. V.V. Krylov and D.F. Parker. // Wave motion. 1992. V. 15. Pp. 185-200.
6. R. Adler et al. // IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics. 1979. V. 26. Pp. 345-347.
7. A. Korobov et al. // AIP Conference Proceedings. 2015. T. 1685, 080008.
8. A.M. Lomonosov et al. // Phys. Rev.B. 2015. V.92.014112.
9. О.В. Руденко. // УФН. 2006. Т.176. с.77.

Создание закрученного ультразвукового пучка, излучаемого одноэлементным пьезоэлектрическим источником, с помощью неоднородной по толщине фазовой пластины

М.Е. Терзи, С.А. Цысарь, П.В. Юлдашев, М.М. Карзова, О.А. Сапожников
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия
me.terzi@physics.msu.ru

Закрученные (или вихревые от англ. «vortex») пучки стали исследоваться в оптике с 1990-х гг. [1]. Они отличаются от традиционных волновых пучков тем, что переносят не только энергию и импульс, но и момент импульса. Закрученный пучок характеризуется орбитальным числом («топологическим зарядом») l . При квантовом описании закрученность ассоциируется с орбитальным угловым моментом, который для фотона пропорционален этому числу: $L = l\hbar$, где \hbar – постоянная Планка. На классическом языке закрученность задаётся специфическим распределением фазы в плоскостях, перпендикулярных оси пучка: для закрученной квазиплоской волны в указанных плоскостях фаза не постоянна, как для обычных пучков, а изменяется пропорционально угловой координате; при этом соответствующий фазовый множитель имеет вид $e^{il\varphi}$, где φ – полярный угол. Из-за этого поверхности равной фазы в пучке имеют спиралевидную форму, а вектор потока энергии наряду с продольной имеет азимутальную компоненту, т.е. энергия переносится не только вдоль оси пучка – вектор Пойнтинга описывает спираль, закрученную вокруг оси (отсюда и название «закрученные» пучки). В плоскости, перпендикулярной оси пучка, распределение интенсивности имеет кольцеобразный характер с нулевой интенсивностью на оси. Это позволяет использовать пучок для удержания мелких объектов вблизи оси посредством действующей на них радиационной силы. Диаметр кольца растёт с ростом орбитального числа. Таким образом, с помощью закрученных пучков можно захватывать частицы разных размеров и перемещать их в нужном направлении. На этом принципе основано действие оптических пинцетов [2]. Кроме того, закрученным пучком частицы можно вращать. Эта возможность может применяться для измерения инерционных свойств частицы (скажем, момента инерции), для более быстрого растворения вещества и для ускорения химических реакций.

Акустический вариант закрученного пучка не менее интересен, чем его оптический аналог, и главным образом из-за сравнительной лёгкости создания закрученности. Момент импульса, переносимый квантом излучения, при той же энергии кванта $E = \hbar\omega$ обратно пропорционален частоте волны: $L = l\hbar = lE/\omega \sim 1/\omega$. Частота ультразвуковой волны ($\sim 10^6$ Гц) меньше частоты видимого света ($\sim 10^{15}$ Гц) на 9 порядков, т.е. ультразвуковой пучок способен переносить на столько же порядков больший момент импульса по сравнению с оптическим пучком той же мощности.

Настоящая работа посвящена изучению свойств закрученных акустических пучков продольных волн на частотах ~ 1 МГц. В акустике такие пучки могут быть созданы с помощью многоэлементных решёток электроакустических преобразователей, позволяющих излучать ультразвуковую волну с желаемым распределением фазы вдоль поверхности излучателя [3–6]. К сожалению, подобные устройства относительно дороги и, как правило, являются частью специализированных медицинских терапевтических установок, не предназначенных для использования в физической лаборатории. Поэтому актуальной является разработка более простых методов создания закрученных пучков, которые могли бы быть использованы для исследований

по акустической левитации и вращению частиц. С этой целью в данной работе предложен и реализован способ создания закрученного пучка путём пропускания обычного пучка через фазовую пластинку со специально подобранным профилем.

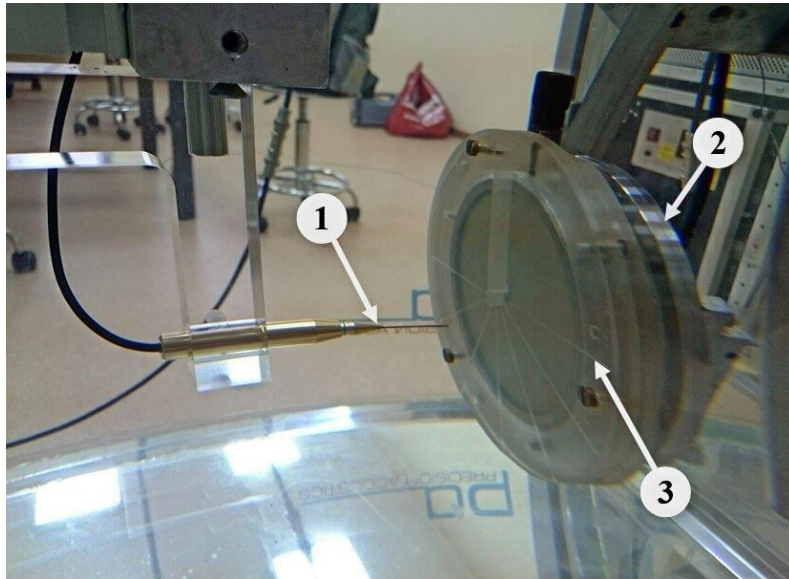


Рис. 1. Фотография экспериментальной установки для создания и исследования закрученных ультразвуковых пучков. 1 – игольчатый гидрофон для сканирования акустического поля, 2 – ультразвуковой излучатель, 3 – фазовая пластина.

В эксперименте ультразвуковой пучок частоты $f = 1.092$ МГц создавался в воде вогнутым пьезокерамическим преобразователем диаметром 100 мм, сфокусированным на расстояние 100 мм. Фазовая пластина (рис. 1) крепилась к поверхности излучателя и представляла собой круглый диск диаметром 128 мм, изготовленный из оргстекла и разделенный на 12 плоскопараллельных секторных участков разной толщины. Толщина пластины при переходе от сектора к сектору увеличивалась на фиксированную величину таким образом, чтобы волны, прошедшие через 1-й и 12-й сектора, различались по фазе на 2π . Набег фаз между секторами возникал из-за разных значений скорости звука в воде и оргстекле (1500 и 2700 м/с, соответственно). Измерение акустического давления производилось в плоскости, отстоящей от центра излучателя на расстоянии $z = 60$ мм, с помощью миниатюрного гидрофона с диаметром чувствительного участка 0.5 мм (PrecisionAcoustics, США) – см. рис. 1. Положение гидрофона задавалось трёхкоординатной системой позиционирования, управляемой компьютером. Измерения распределения акустического давления (голограммы пучка) проводились с пространственным шагом 0.5 мм в области размером 80×80 мм. В каждой точке снимался профиль импульса с синусоидальным заполнением, и с помощью прямоугольного преобразования Фурье (длительность окна $10/f$) находились амплитуда и фаза волны (рис. 2).

Распределение амплитуды давления в плоскости измерения $z = 60$ мм (рис.2а) имеет вид колец, симметрия которых нарушается из-за различного поглощения пучка разными секторами экрана. Распределение фазы давления (рис.2г) имеет вид спирали.

Далее восстановлением голограммы на любую плоскость параллельную исследуемой можно получить распределение давления на произвольном расстоянии от исследуемой плоскости. Указанная процедура выполнялась численно на основе интеграла Рэлея [7]. Результаты расчётов распределений амплитуды и фазы на других характерных расстояниях показаны на остальных изображениях на рис. 2.

На рис. 2б показано голографически восстановленное распределение амплитуды на поверхности фазовой пластины (на расстоянии около 20 мм от центра излучателя). Отчётливо видна ожидаемая секторная структура, что говорит о высоком качестве голографического алгоритма. Отметим, что по периметру фазовой пластины амплитуда оказалась подавленной, причём тем больше, чем толще была пластина в соответствующем месте. Эта особенность может быть объяснена поглощением ультразвука в материале пластины. Кроме того, сфокусированная волна падает на периферийные участки пластины под некоторым углом и поэтому более эффективно отражается, дополнительно теряя энергию [8]. Фаза волны на выходе из пластины (рис. 2д) не зависит от угла в пределах отдельных секторов, как и должно быть, но при переходе от сектора к сектору изменяется, т.е. имеется общая закрутка пучка. Полосатая структура фазы в пределах секторов объясняется сфокусированностью волны. Искажения в фазовом распределении в виде четырёх пятен связаны с конечностью области измерений.

За фокусом (рис. 2в) наблюдается область минимума амплитуды в центре пучка, что характерно для закрученного пучка, а фаза (рис. 2е) остаётся спиралевидной, причём искажения на этом расстоянии исчезают благодаря дифракции.

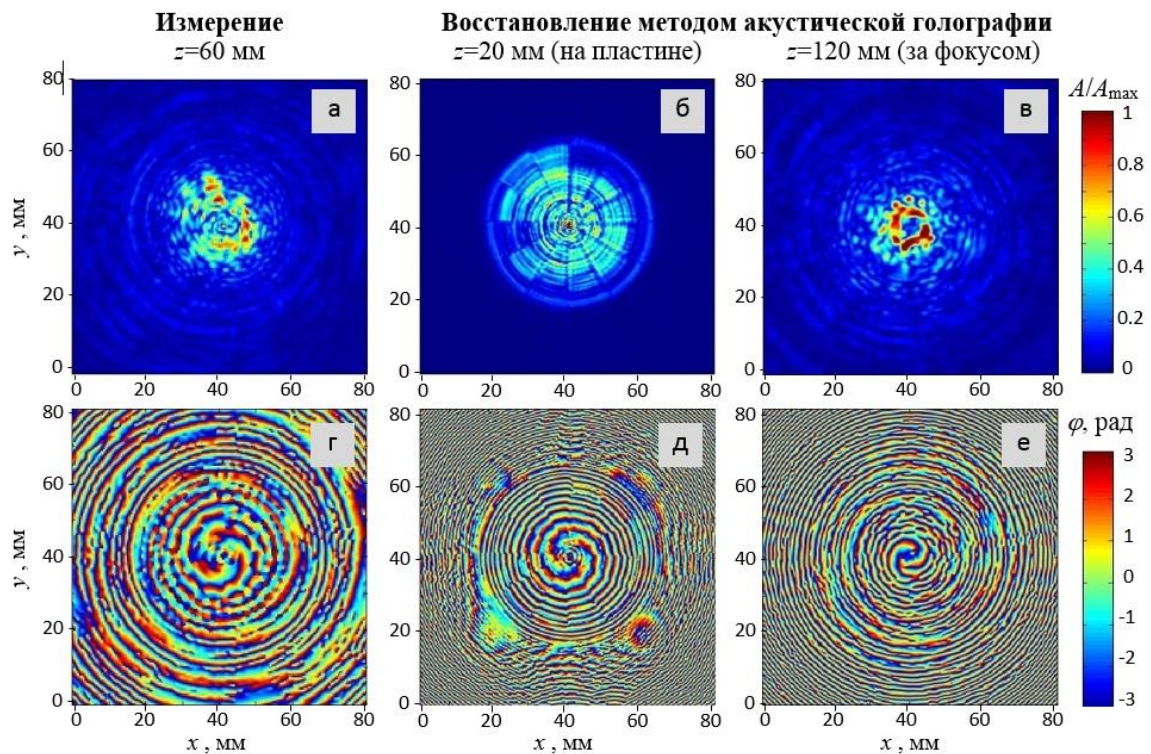


Рис. 2. Распределение амплитуды (а-в) и фазы (г-е) давления на разных расстояниях от излучателя.

Как выше отмечалось, закрученный пучок переносит момент количества движения и поэтому способен приводить во вращение препятствия, на которые он попадает. Для наблюдения такого дистанционного закручивания объектов с помощью полученного пучка была проведена серия экспериментов, в которых ультразвуковой пучок направлялся вертикально вверх на свободную поверхность воды (рис. 3). На поверхность помещался пенопластовый шарик диаметром 10 мм, который в исходном состоянии находился на поверхности в неподвижном состоянии.

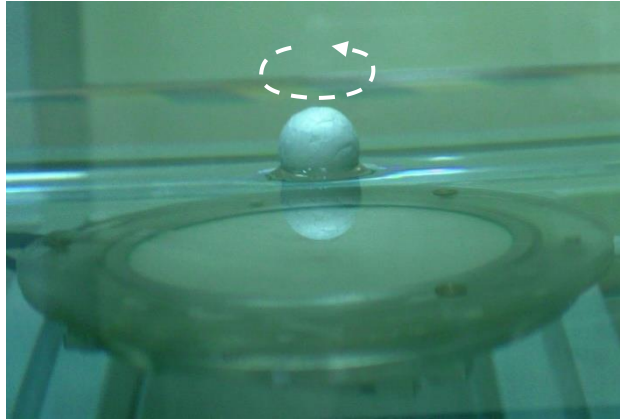


Рис. 3. К эксперименту по наблюдению вращения объектов миллиметрового размера закрученным пучком. В нижней части фотографии под водой видна фазовая пластина. В верхней части фотографии виден пенопластовый шарик, плавающий на поверхности и приводимый во вращение направленным на него ультразвуковым пучком.

При включении ультразвука шарик начинал вращаться с угловой скоростью около 0.1 оборота в секунду. Шарик меньшего размера вращались быстрее. Направление вращения изменялось при перевороте пластины, т.е. изменении знака орбитального числа. Тем самым подтвердились общие закономерности переноса момента импульса закрученным пучком.

Таким образом, в настоящей работе предложен и экспериментально реализован метод создания закрученного ультразвукового пучка с помощью пропускания волны, излучаемой одноэлементным источником в жидкости, через твердотельную фазовую пластину со специально подобранным профилем толщины.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №14-02-00426.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Watson // *Science*. 2002. V. 296, P. 2316.
2. A. Ashkin, *et al.* // *Opt. Lett.* 1986. V. 11, P. 288.
3. A. Anhäuser, R. Wunenburger, and E. Brasselet // *Phys. Rev. Lett.* 2012. V. 109. No 034301. P. 1.
4. С.Е.М. Demore *et al.* // *Phys. Rev. Lett.* 2012. V. 108. No 194301. P. 1.
5. D. Baresch, J.-L. Thomas, and R. Marchiano // *J. Appl. Phys.* 2013. V. 113, No 184901.
6. D. Baresch, J.-L. Thomas, and R. Marchiano // *Phys. Rev. Lett.* 2016. V. 116, No 024301, P. 1.
7. O.A. Sapozhnikov, *et al.* // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 138. P. 1528.
8. М.Е. Терзи, П.В. Юлдашев, О.А. Сапожников // Сборник тезисов докладов XXII Международной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных по фундаментальным наукам «Ломоносов-2015». Секция «Физика», Физический факультет МГУ, Москва. 2015. С. 190.

Искажение углового спектра при распространении волны в неоднородной среде

Л.И. Гильфанова, С.А. Цысарь

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

allarepossible@gmail.com

Сегодня ультразвук активно используется во многих областях науки, техники и медицины. Широкий спектр применений ультразвука связан с его способностью проникать внутрь исследуемых объектов. На этом основан целый ряд методов ультразвуковой диагностики [1].

На практике часто оперируют акустическими пучками, чей угловой спектр значительно отличается от плоской волны. Тем не менее, в линейном случае, что справедливо для задач ультразвуковой диагностики, можно представить фронт волны как суперпозицию плоских волн, распространяющихся под разными углами. Как известно, при прохождении звуковой волны через границу двух сред, происходит частичное отражение и прохождение. При падении плоской акустической волны из жидкой или газообразной среды под углом на твердую пластинку, волна в ней дополнительно приобретает поперечную компоненту, что сказывается на результирующей амплитуде прошедшей волны [2].

В работе получена аналитическая зависимость коэффициента прохождения плоской гармонической волны от угла падения через плоскопараллельный слой (1).

$$\begin{aligned} W &= 2N[2M + i(N^2 - M^2 + 1)]^{-1}, \text{ где} & (1) \\ N &= \frac{Z_2}{Z_1} \cos^2 \gamma_2 \sin P + \frac{Z_{2t}}{Z_1} \sin^2 2\gamma_2 \sin Q, \\ M &= \frac{Z_2}{Z_1} \cos^2 2\gamma_2 \cot P + \frac{Z_{2t}}{Z_1} \sin^2 2\gamma_2 \cot Q, \text{ где} \\ P &= k_2 h \cos \vartheta_2, Q = \kappa_2 h \cos \gamma_2, \end{aligned}$$

где W – коэффициент прозрачности, γ_2 – угол преломления поперечной волны, Z_1 , Z_2 , Z_{2t} – акустические импедансы продольной и поперечных волн среды и слоя, k_2 и κ_2 – волновые числа соответственно для продольных и поперечных волн в упругом полупространстве, h – толщина пластинки.

Проведено численное моделирование прохождения волны от угла падения с учетом и без коэффициента поглощения материала. Полученные данные представлены на рис.1 и 2.

В данной работе исследуется прохождение и отражение волны через пластинку, при падении волны под углом к нормали. На основе полученных данных имеется возможность провести анализ искажений углового спектра реального ультразвукового пучка при прохождении через упоминаемый слой. При измерении спектрального состава пучка до прохождения пластинки и после с учётом имеющейся аналитической зависимости могут быть уточнены значения акустических параметров пластинки. Текущая работа представляет большой интерес в рамках задачи об ультразвуковой визуализации структур головного мозга сквозь толстые кости черепа [3]. Во-первых, это позволит более точно определять акустические параметры используемых фантомов кости черепа, а во-вторых, после перехода к слою неоднородной толщины, даст возможность восстанавливать изображения предметов за неоднородным слоем путём коррекции фазового фронта [4].

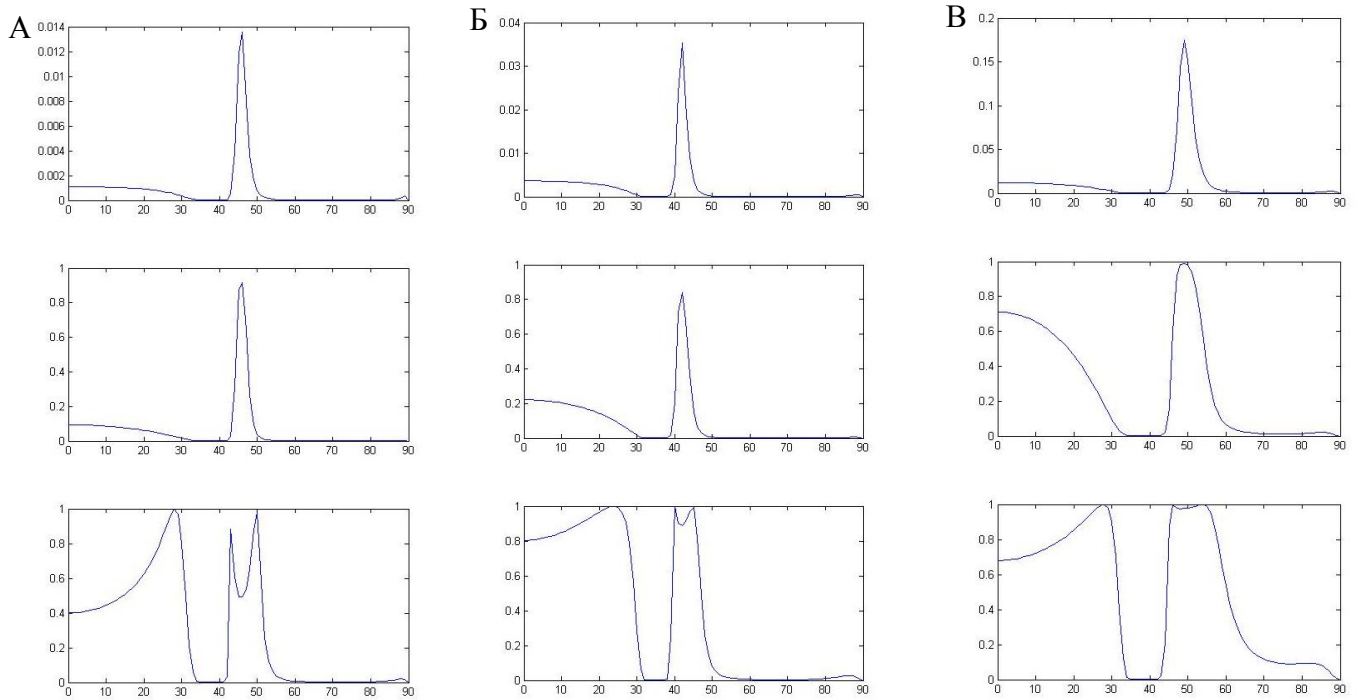


Рис.1. Коэффициент прохождения волны сквозь материал в зависимости от угла падения. Толщины пластинок: 1мм, 2мм, 3мм. А) для материала с плотностью 2700 кг/м³ без учета коэффициента поглощения. Б) для материала с плотностью 1350 кг/м³ без учета коэффициента поглощения. В) для материала с плотностью 1350 кг/м³ с учетом коэффициента поглощения.

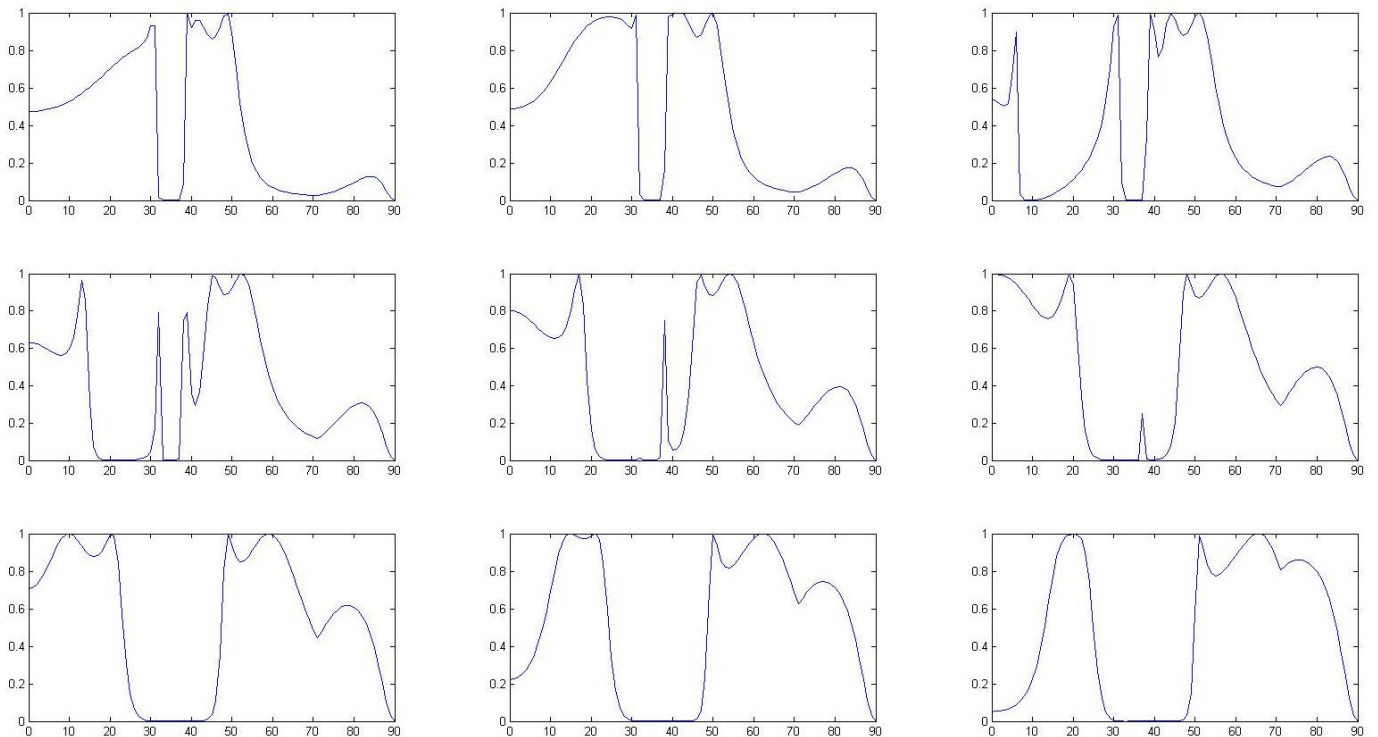


Рис.2. Коэффициент прохождения волны сквозь материал в зависимости от угла падения. Толщины пластинок: от 5мм до 10мм, с шагом в 0,5мм. для материала с плотностью 1350 кг/м³ с учетом коэффициента поглощения.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Хилл, Дж. Бэмбер, Г. Тер Хаар “Ультразвук в медицине” // второе издание, изд-во ФИЗМАТЛИТ, Москва, 2008. -544 с.
2. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах // Рипол Классик, 1957. – 501с.
3. Гильфанова Л.И., Цысарь С.А., Юлдашев П.В., Свет В.Д. Акустическое поле в неоднородных средах в виде костей черепа // в журнале *Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та*, № 4, с. 154322
4. Лепендин Л. Ф. Акустика // М. : Высш. школа, 1978. - 448с.

Распространение акустических волн в связанных стержнях

С.А. Петросян, С.А. Цысарь

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

petrosyan-suren1@mail.ru

В представленной работе рассматривается распространение акустических волн в стержнях, помещенных в связующее вещество. Набор таких акустических волноводов предполагается использовать в качестве системы передачи поперечной структуры акустического поля в жидкости с одной стороны системы на другую сторону системы стержней в виде колебаний их концов для регистрации оптическими методами [1]. Задача состоит в моделировании процесса распространения волн в данной системе и в определении оптимальных параметров связующего вещества, таких как плотность, скорость звука, расстояние между стержнями; для минимизации влияния волны в одном стержне на волны в другом, и, в дальнейшем, определении коэффициента связи через эти параметры.

Рассмотрим двумерную систему связанных стержней. При распространении акустической волны в стержне возникают волны, отраженные от стенок стержня, и прошедшие волны, распространяющиеся в связующем веществе, которые в свою очередь возбуждают акустическую волну в другом стержне (рис.1).

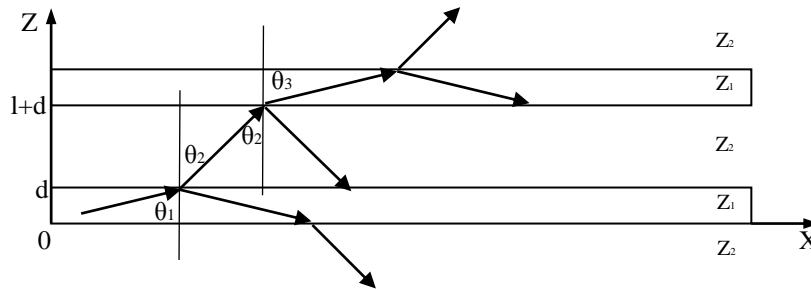


Рис. 1. Распространение акустической волны в системе связанных стержней

Акустическое давление в стержне представляет собой сумму полей двух волн, имеющих противоположно направленные проекции волнового вектора на ось Z [2]:

$$p_1 = (Ae^{ik_{1z}(z-d)} + Be^{-ik_{1z}(z-d)}) \cdot e^{ik_{1x}x} \quad (1)$$

В этой формуле опущен множитель $e^{-i\omega t}$ и $k_{1z} = k_1 \cos \theta_1$, $k_{1x} = k_1 \sin \theta_1$, $k_1 = \frac{\omega}{c_1}$. Нормальная составляющая в этом слое:

$$v_{n1} = \frac{\cos \theta_1}{z_1} (Ae^{ik_{1z}(z-d)} - Be^{-ik_{1z}(z-d)}) \cdot e^{ik_{1x}x}, \quad (2)$$

где $z_1 = \rho_1 c_1$ – акустический импеданс стержня.

Учитывая, что на границе раздела двух сред нормальные скорости и давление волн сохраняются, получим связь амплитуды волны первого стержня с амплитудой второго.

$$N = A \cdot \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} e^{-\alpha l}, \quad (3)$$

где A и N – амплитуды давления в первом и во втором стержнях, α – коэффициент затухания в среде между стержнями, Z_1 и Z_2 – нормальные импедансы сред [3].

Ниже на рис. 2 представлены результаты аналитических расчетов распространения акустической волны для стальных стержней, толщиной 5 см и помещенных в воду на расстоянии 10 см между ними.

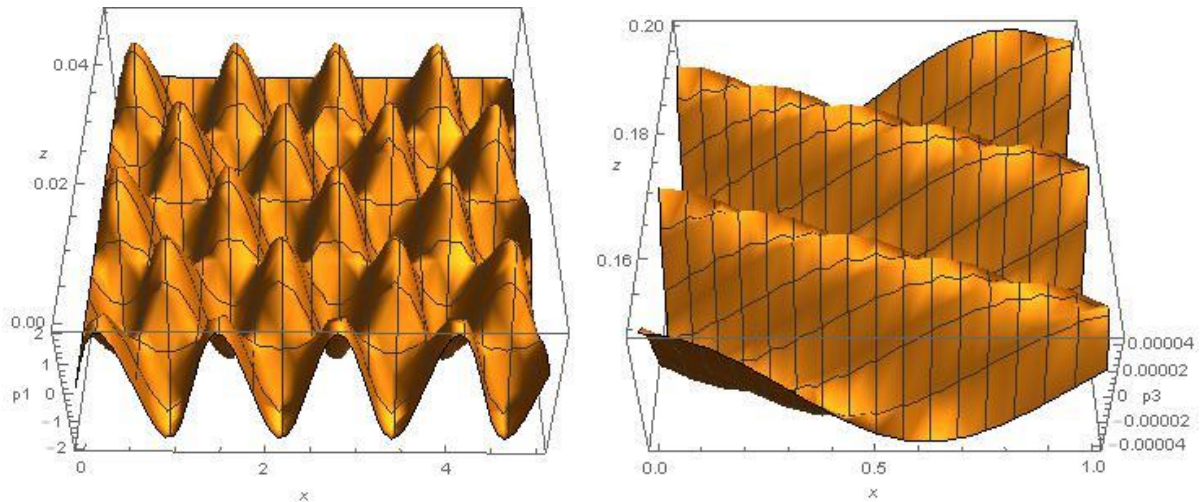


Рис. 2. а) Распространение акустической волны в стальном стержне толщиной 5 см.
б) Распространение волны, возбужденной первым стержнем на расстоянии 10 см, в идентичном стержне

Таким образом, зная параметры сред, а именно: плотность, скорость звука, коэффициент затухания и расстояние между стержнями для каждой среды, можно определить критическое значение амплитуды давления волны, возбуждаемой во втором стержне. В дальнейшем планируется создание системы связанных стержней и экспериментальное измерение амплитуды акустического поля для сравнения с теоретическими результатами.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.А. Петросян. “Метод оптической регистрации акустических полей в жидкостях”, Ученые Записки Физического Факультета, No 4, 154348, 2015.
2. С.Н. Ржевкин. “Курс лекций по теории звука” М.: МГУ, 1960.
3. А.Н. Бархатов. “Акустика в задачах” М.: Наука, 1996.

Конечно-разностное моделирование рассеяния акустического импульса на твердотельном объекте применительно к задаче ультразвуковой визуализации почечных камней

Д.А. Сухоручкин, О.А. Сапожников

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

da.sukhoruchkin@physics.msu.ru

Ультразвуковые исследования занимают особое место среди методов медицинской интроскопии внутренних органов и структур [1]. Они основаны на эффекте частичного рассеяния ультразвуковых волн на неоднородностях тканей человеческого тела. Визуализация основана на эхо-импульсном принципе и компьютерном преобразовании рассеянных в обратном направлении сигналов в изображение на экране. Кроме множества преимуществ ультразвуковой визуализации, имеется ряд недостатков, например, трудность получения диагностических данных при наблюдении через структуры со значительным отражением или затуханием и рассеянием ультразвука костными тканями, газосодержащими структурами [2].

Существующие режимы ультразвуковой визуализации рассчитаны на получение изображений слабых неоднородностей мягких тканей и поэтому не обладают достаточной специфичностью при исследовании твердотельных включений типа почечных камней. Целью настоящей работы является теоретическое исследование возможности улучшения ультразвуковой визуализации подобных рассеивателей на основе анализа закономерностей формирования рассеянной волны, возникающей в результате возбуждения и затухания упругих волн в камне. Одним из возможных эффектов, вызываемых упругими волнами в камне, является возбуждение газовых пузырьков на поверхности камня. Подобные пузырьки могут быть источниками дополнительных сигналов, несущих информацию о наличии камня в почке. Свидетельством в пользу указанного эффекта является так называемый артефакт мерцания (twinkling artefact), наблюдаемый при доплеровской ультразвуковой диагностике почечных камней. Он проявляется в мерцающей цветной мозаики, появляющейся на изображениях некоторых твердых рассеивателей в доплеровском режиме ультразвуковой диагностики. Причины наблюдения артефакта по различным теориям приписываются либо акустическим явлениям, либо методам компьютерной обработки экспериментальных данных [2]. Поэтому необходимо специально исследовать способы визуализации рассеяния волн на почечных камнях.

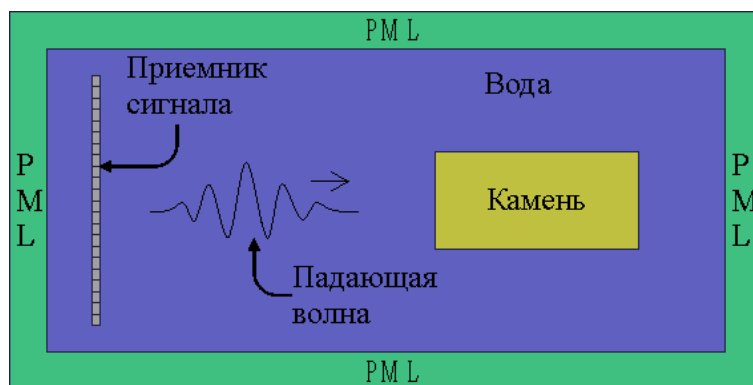


Рис. 1. Схема численного эксперимента

Для исследования закономерностей рассеяния ультразвука на почечных камнях в настоящей работе развита численная модель для расчета распространения акустической волны в двумерном приближении, в которой камень рассматривается как изотропное упругое тело, а окружающая его среда является жидкостью. Падающая волна представляется в виде импульса плоской волны, что является хорошим приближением для ситуации, когда многоэлементный ультразвуковой датчик производит излучение одновременно всеми элементами, а изображение строится на основе соответствующей фазировки сигналов элементов в режиме приёма рассеянных волн. Для устранения паразитных отражений волны от границ области расчёта введен идеально-согласованный слой (PML). Схема расчета проиллюстрирована на рис. 1.

Система уравнений для расчета поля представляет собой уравнение движения (2-й закон Ньютона) и закон Гука, связывающий линейным образом механические напряжения и деформации [3]:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \\ \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial t} = a_{ij} \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \end{cases} \quad (1)$$

Здесь t – время, x_j – пространственные координаты ($i, j = x, y$), ρ – плотность среды, V_i – декартовы компоненты скорости частиц среды, σ_{ij} – тензор напряжений, a_{ij} – тензор упругих модулей. В области PML уравнения модифицировались: использовалась замена производной по пространственным координатам $\frac{\partial}{\partial x_i} \rightarrow \frac{1}{s_x} \frac{\partial}{\partial x_i}$, где масштабные множители выбирались в соответствии с работой [4].

Расчет производился методом конечных разностей для уравнений 1-го порядка на смещенных сетках [5]. Способ его применения проиллюстрируем на примере вычисления диагональной компоненты тензора напряжений.

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial t} = a_{xx} \frac{\partial v_x}{\partial x} + a_{xy} \frac{\partial v_y}{\partial y} \quad (2)$$

Производные распишем как разностное отношение. Для преобразования уравнения (2) к численно-разностному виду воспользуемся шаблоном для разностной схемы на рис. 2.

В результате получим формулу для расчета диагональной компонента тензора напряжений на новом временной слое, выраженную через элементы разностной схемы уже рассчитанных временных полей.

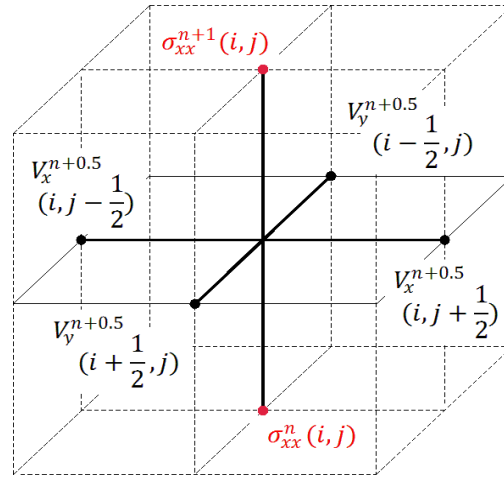


Рис. 2. Иллюстрация общего шаблона разностной схемы на примере расчета напряжения σ_{xx} .

$$\sigma_{xx}^{n+1}(i, j) = \sigma_{xx}^n(i, j) + \left(a_{xx} \frac{V_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j+\frac{1}{2}) - V_x^{n+\frac{1}{2}}(i, j-\frac{1}{2})}{\Delta x} + a_{xy} \frac{V_y^{n+\frac{1}{2}}(i+\frac{1}{2}, j) - V_y^{n+\frac{1}{2}}(i-\frac{1}{2}, j)}{\Delta y} \right) \Delta t \quad (3)$$

В ходе численного эксперимента в области с размерами в 20×20 мм и размерами камня 8×6.24 мм была рассчитана пространственно-временная картина акустического поля. Скорость звука в воде была выбрана равной 1500 м/с, а ее плотность 1000 кг/м^3 . Скорость продольных волн в камне составляла 2400 м/с, поперечных – 1300 м/с, а плотность камня равнялась 1800 кг/м^3 . В качестве внешнего воздействия задавался радиоимпульс плоской волны, содержащий примерно 2 периода волны на частоте 3 МГц. Соответствующая длина ультразвука воде составляла 0.5 мм. Для устранения ухудшения формы волны в процессе вычислений вследствие диссипации и дисперсии шаг по пространственной координате брался равным 5% от длины волны исходного импульса. Ширина идеально согласованного слоя с каждой стороны была задана равной 1 мм, что позволило эффективно уничтожать паразитные отражения от границы области.

На рис. 3 изображено максимальное значение тензора главных напряжений в зависимости от времени. Эта величина вычисляется по следующей формуле:

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_{xx} + \sigma_{yy}}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})^2 + 4\sigma_{xy}^2}. \quad (4)$$

В процессе численного эксперимента наблюдается отраженная волна от левой границы камня, а также проникновение части набегающей волны внутрь камня, которая ускоряется в нем, так как скорость продольных волн в камне больше продольных волн в воде, и удлиняется в направлении распространения. Волна в камне создает продольные волны в жидкости. При дальнейшем распространении этой волны в камне он отражается от правой границы камня и распространяется в сторону расположения приемника сигнала, измеряющего величину амплитуды волны.

Были проведены измерения значения амплитуды волны в месте задания исходного импульса на оси рассчитываемой области.

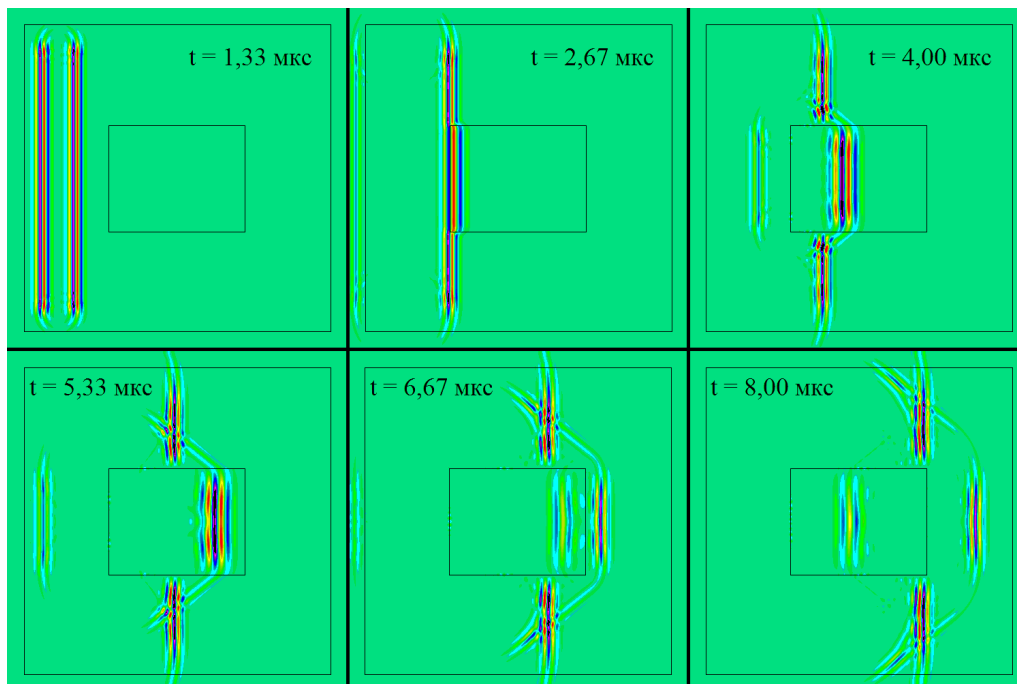


Рис. 3. Максимальное значение тензора главных напряжений от времени

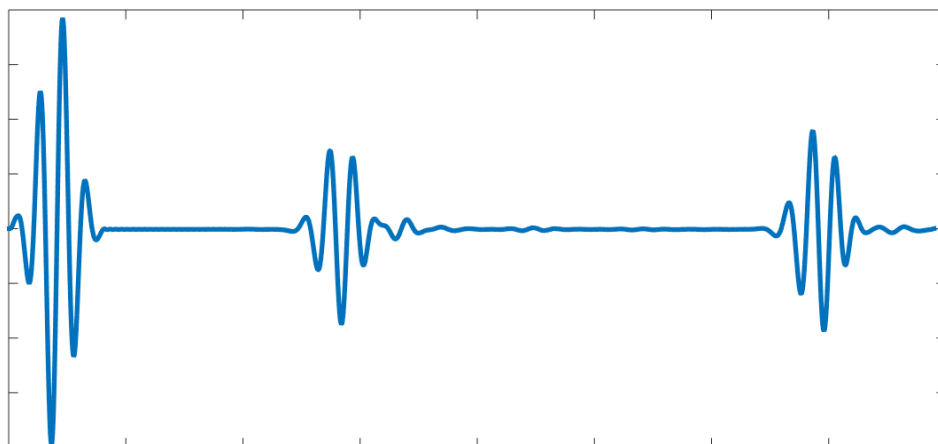


Рис.4. График зависимости амплитуды волны в точке создания исходной волны на оси области от времени

Соответствующий сигнал показан на рис. 4. Отчётливо видны три импульса. Первый из них соответствует исходному импульсу, направляемому на камень, а два последующих соответствуют отражениям от передней и задней поверхностей камня. Таким образом, рассчитанные сигналы дают возможность измерения эхо-импульсов, с помощью которых можно установить размер и расположение камня жидкости.

Дальнейшим развитием модели будет соединение разработанного конечно-разностного алгоритма с нелинейной моделью динамики газового пузырька в заданном акустическом поле. Это позволит смоделировать условия, при которых проявляется артефакт мерцания, что, в свою очередь, поможет определить его природу и причины

его наблюдения. Подробное изучение этого эффекта улучшит чувствительность и специфичность детектирования камней в почках.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №14-15-00665 (в части разработки численного алгоритма и написания компьютерного кода) и программы Focused Ultrasound Global Internship Program (в части адаптации алгоритма для учета волн в твердом теле).

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.В. Осипов “Ультразвуковые диагностические приборы: Практическое устройство для пользователей” М.: Видар, 1999.
2. W. Lu *et al.* // *Ultrasound in Med & Biol*, 2013, V. 39. No 6. P 1026-1038.
3. В.А. Красильников “Введение в акустику” М.: МГУ, 1992.
4. F.Q. Hu // 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit. 2002-0227.
5. O.A. Sapozhnikov *et al.* // *J. Acoust. Soc. Am.* 2007. V.112. No 2. P. 1190-1202.

Сравнение критериев тепловой абляции при нелинейных режимах облучения биологической ткани с использованием многоэлементной ультразвуковой решетки

Ю.С. Андрияхина, И.В. Синильщиков, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия
julia_andriakhina@mail.ru

В настоящее время мощный фокусированный ультразвук (HIFU) широко применяется в неинвазивной хирургии, например, для локального разрушения опухолей. Нелинейные эффекты, сопровождающие фокусировку ультразвукового пучка, приводят к образованию высоко-амплитудных ударных фронтов и резкому увеличению поглощения энергии пучка в фокусе, что позволяет быстро нагревать ткань до температур тепловой абляции [1]. В клинической практике, для теплового разрушения значимых объемов ткани фокус излучателя перемещают внутри заданной области, либо механически, либо электронным образом [2]. Диффузия тепла может приводить к таким побочным эффектам, как перегрев ткани между излучателем и фокусом и близко расположенных от нагреваемой области сосудов и костей.

В качестве критерия тепловой абляции ткани обычно используется достижение некоторой пороговой дозы, которая рассчитывается по измерению температурной зависимости от времени в каждой точке облучаемой области [3]. Приближенным критерием также может служить достижение некоторого порогового значения температуры. Оценка тепловой дозы на настоящий момент практически реализуется с помощью МРТ-визуализации области облучения, что является дорогостоящим методом [2]. Контроль температуры в определенный момент времени осуществить проще, для этого сейчас разрабатываются более доступные ультразвуковые методы [4].

Эффективное поглощение энергии звуковой волны на разрывах может использоваться для ускорения тепловой абляции объемов ткани, тем самым подавляя эффекты диффузии тепла от нагреваемой области. При быстром нагревании критерии пороговой дозы и температуры для оценки объема разрушенной ткани могут быть близки. Целью данной работы являлось определение такого порогового значения температуры, которое наилучшим образом соответствует критерию тепловой дозы для оценки объемных разрушений биологической ткани для типичных режимов HIFU-облучения при различной степени проявлении нелинейных эффектов.

Был проведен численный эксперимент по облучению слоя ткани внутри *ex-vivo* образца ткани печени размером 4°см x 4 см x 4 см с помощью многоэлементной терапевтической решетки клинической системы Sonalleve V1 3.0T, Philips Healthcare. Область облучения состояла из последовательности элементарных фокусов, перемещаемых с помощью электронной фазировки по двум круговым траекториям радиусом 2 и 4 мм на расстоянии 2 мм друг от друга и периодом 20 мс между фокусами [2]. Использовались режимы с различной пиковой интенсивностью на элементах решетки, но постоянной средней по времени мощностью. Длительность облучения каждого из фокусов составляла 20, 3 и 1.6 мс для интенсивностей 1.2, 8 и 15 Вт/см², соответственно.

Фокусировка пучка в ткани (Рис. 1) описывалась с помощью уравнения Вестервельта, которое учитывает нелинейные, дифракционные эффекты и поглощение в ткани [1]. По результатам моделирования были получены распределения тепловых источников Q в ткани для одиночного фокуса при различных пиковых значениях

интенсивности на элементах решетки. На рис.1 показаны профили давлений в фокусе для интенсивностей 1.2, 8 и 15 Вт/см². Видно, что для интенсивности 1.2 Вт/см² разрыв не формируется, для больших интенсивности происходит образование ударных фронтов.

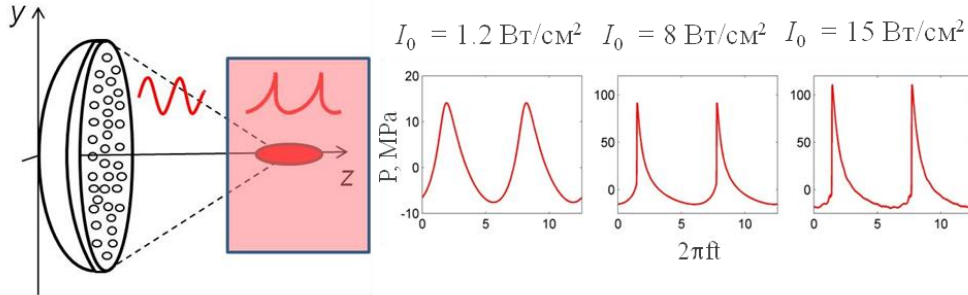


Рис. 1. Диаграмма, иллюстрирующая фокусировку мощного ультразвукового пучка в образце биологической ткани. Слева показана многоэлементная HIFU-решетка, параметры которой использовались в моделировании. Справа изображены профили акустического давления в фокусе для различных режимов облучения с пиковыми интенсивностями 1.2, 8 и 15 Вт/см² на элементах решетки.

Температурное поле рассчитывалось с помощью уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T + \frac{Q}{\rho_0 C_p} \quad (1)$$

где $T(t, \vec{r})$ – повышение температуры в ткани, t – время, χ – коэффициент температуропроводности, C_p – теплоемкость, ρ_0 – плотность ткани, Q – мощность тепловых источников в ткани [1]. Использовался алгоритм, который учитывал различные временные и пространственные масштабы задачи [5]. Моделирование проводилось сначала на мелкой сетке в единичном фокусе, после выключения HIFU, когда температурная неоднородность достаточно увеличивалась в размерах, расчет переносился на более крупную сетку. Для пространственной оптимизации расчетов использовался спектральный подход, для которого существует аналитическое решение по определению температуры в пространстве.

Порог разрушения определялся каждой точке в соответствии либо с величиной тепловой дозы:

$$t_{56.0} = \int_0^{t_{нагрева}} R_0^{(56.0-T(t,r))} dt \geq 1.76, \quad (2)$$

где $t_{56.0}$ – временной эквивалент тепловой дозы, значение $t_{56.0} \geq 1.76$ секунды соответствует разрушению ткани, $R_0 = 0.5$ для температуры больше 43°C и $R_0 = 0.25$ для температуры меньше 43°C. Тепловая доза, необходимая для достижения порога разрушения ткани, определенная относительно температуры 56°C; $t_{56.0} = 1.76$ с, обычно используется в высокоинтенсивных режимах HIFU и соответствует дозе, определяемой относительно 43°C, $t_{43.0} = 240$ мин, что соответствует времени нагревания ткани при гипертермии [1,3].

На рис.2 представлены распределения тепловых источников в образце биологической ткани при фокусировке в центр кривизны HIFU-решетки в фокальной и аксиальной плоскостях для различных пиковых интенсивностей 1.2, 8 и 15 Вт/см². Видно, что для начальной интенсивности 1.2 Вт/см², когда в профиле волны нет

ударного фронта (Рис. 1), размер теплового пятна имеет гораздо большие размеры по сравнению со случаем начальной интенсивности 8 Вт/см^2 , когда в фокусе формируется ударный фронт. За счет острой фокусировки ударных фронтов, область поглощения акустической энергии сосредоточена в малом объеме по сравнению с низкоамплитудным режимом. Дальнейшее повышение интенсивности, разрыв формируется в более широком объеме вокруг фокуса, что приводит к небольшому увеличению области тепловых источников. Таким образом, наблюдается немонотонность изменения области поглощения энергии. Характерные размеры теплового пятна, определяемые по половинному уровню от максимума, для интенсивностей 1.2, 8 и 15 Вт/см^2 в аксиальном направлении составили 7, 2.5 и 3 мм; в поперечном направлении в фокальной плоскости – 1, 0.25 и 0.37 мм, соответственно. Пиковые интенсивности по мере увеличения начальной интенсивности на излучателе составили 3, 29 и 47 Вт/см^2 . Увеличение пиковой интенсивности в 9.7 и 15.7 раз приводит к увеличению мощности тепловых источников в 199.7 и 411.3 раза, соответственно. Таким образом, использование ударно-волновых режимов позволяет существенно увеличить эффективность теплового воздействия ультразвука на ткань [1].

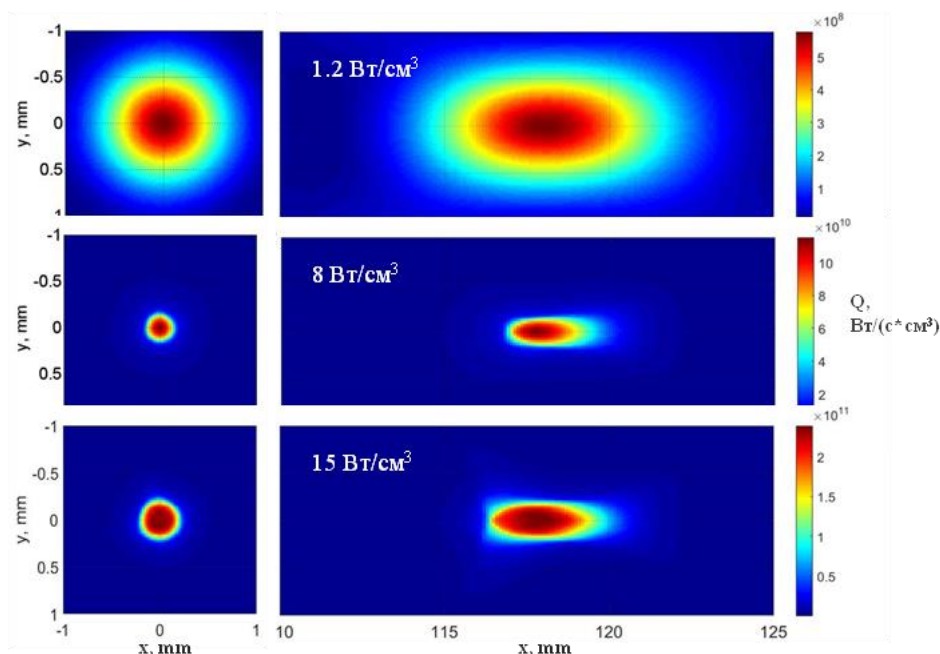


Рис. 2. Пространственные распределения тепловых источников в образце биологической ткани при фокусировке в центр кривизны HIFU- решетки для различных пиковых интенсивностей.

Облучение ткани проводилось до того момента, пока на окружности радиуса 4 мм тепловая доза не достигала порогового значения 1.76 с . Время остывания выбиралось из условия прекращения роста тепловой дозы и составило 12, 10 и 7 с для 1.2, 8 и 15 Вт/см^2 , соответственно. Затем строились распределения температуры в фокальной плоскости в момент выключения источников и варьировалось значение пороговой температуры так, чтобы облучение прекращалось в один и тот же момент времени при использовании критериев пороговой температуры и дозы. Далее рассчитывались объемы разрушений по данным двум критериям. Для интенсивности 15 Вт/см^2 пороговая температура составила 59.5°C , для 8 Вт/см^2 – 57.6°C , для 1.2 Вт/см^2 – 56.7°C .

На рис.3 представлены температурные распределения для различных режимов облучения в момент выключения HIFU. Красный контур ограничивает область, где

температура в этот момент превышает пороговую температуру. Синий контур обозначает границы области, внутри которой максимально достижимая тепловая доза превышает 1,76 с. Видно, что тепловая доза немного увеличивается после выключения НИФУ, что сильнее проявляется при облучении разрывными волнами. Такие режимы позволили получить разрушения ткани за более короткие промежутки времени, но меньшего объема за счет уменьшения эффектов диффузии вдоль оси пучка (Рис. 3). Объемы разрушений, рассчитанные после выключения источников на основе критериев достижения пороговой температуры составили – 144, 151, 633 мм³, тепловой дозы – 154, 143, 611 мм³, тепловой дозы после остывания 197, 191, 697 мм³, для 15, 8 и 1.2 Вт/см², соответственно.

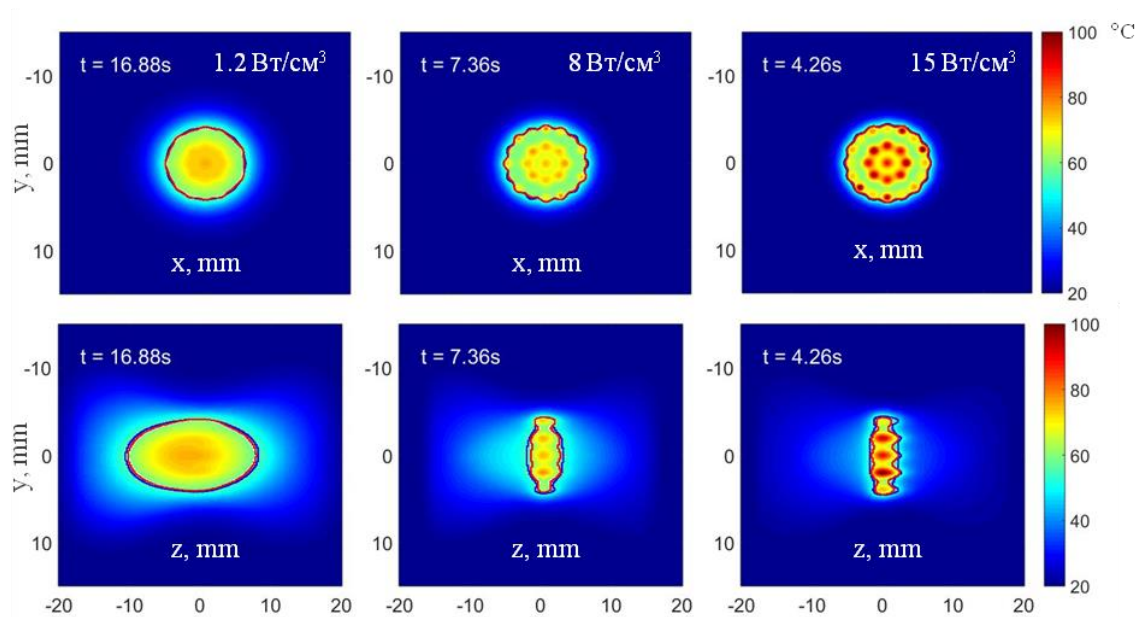


Рис. 3. Температурные распределения различных пиковых интенсивностей в фокальной аксиальной и поперечной плоскостях. Красный контур ограничивает область пороговых температур в момент окончания нагрева. Синий контур обозначает границы области, внутри которой тепловая доза превышает 1.76 с после остывания в конце расчета, а белый контур определяет границы тепловой дозы, превышающей 1.76 с, в момент окончания нагрева.

Стоит отметить, что температурные неоднородности внутри облучаемого объема и на его границах при окончании нагрева наиболее выражены для нелинейных режимов (Рис. 3). Диффузия тепла от перегретых участков приводит к расширению объема разрушенной ткани по критерию тепловой дозы после выключения тепловых источников. Различие в объемах по температурному критерию и критерию тепловой дозы составляло 27%, 21% и 9%, для 15, 8 и 1.2 Вт/см², соответственно. Видно, что при выбранных траекториях движения фокуса температурный критерий дает заниженные данные за счет неоднородности нагревания ткани.

Таким образом, критерий пороговой температуры с хорошей точностью может служить альтернативным подходом в определении объема разрушенной ткани при его равномерном нагревании. В присутствии ударных фронтов необходимо оптимизировать траекторию облучения, уменьшив расстояние между соседними фокусами и длительность импульсов, чтобы добиться более равномерного нагрева.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 14-12-00974.

ЛИТЕРАТУРА

1. P.V. Yuldashev, *et al.*// Phys. Med. Biol. 2013, V. 58, P 2537–2559.
2. M.O. Kohler, *et al.*// Med. Phys. 2009, V. 36, P. 3521–3535.
3. S.A. Sapareto, *et al.*// Int. J. Radiat. Oncol. Biol. Phys. 1984, V. 10, P. 787–800.
4. E.S. Ebbini, *et al.*// Int. Journ. of Hyperthermia, 2015, V. 31, No 2, P. 77-89.
5. И.В.Синильщиков и др.// Сб. тезисов XXII Межд. научной конф. “Ломоносов-2015”, МАКС Пресс, М., С. 118–119.

Нелинейная динамика парогазового пузыря в перегретой области малого размера

Е.А. Анненкова¹, У. Крайдер², О.А. Сапожников^{1,2}

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

²Центр промышленного и медицинского ультразвука, Лаборатория прикладной физики, Университет
штата Вашингтон
a-a-annenkova@yandex.ru

Высокоинтенсивный фокусированный ультразвуковой пучок может перегреть среду, в которой он распространяется, и инициировать кипение. Нужные для этого условия возникают в определенных режимах ультразвуковой терапии, таких как тепловое разрушение и гистотрипсия [1]. Тепловое воздействие фокусированного пучка приводит к образованию локализованной нагретой области миллиметрового размера, которая совпадает с фокальной областью пучка. Если среда перегрета, то есть ее температура достигла или превысила температуру кипения, и в ней имеется микроскопический пузырь (зародыш кавитации), то он может увеличиться до миллиметрового размера за несколько миллисекунд или даже быстрее. Такой быстрый рост приводит к увеличению напряжений вокруг пузыря и последующему излучению слышимого звука. Эти звуки могут быть полезны при контроле некоторых видов лечения. Более того, пузыри миллиметрового размера, возникающие при кипении, могут быть хорошими «мишенями» при ультразвуковой визуализации места лечения. Данная статья посвящена теоретическому исследованию динамики парогазового пузыря в локально перегретой жидкости в условиях сферической симметрии.

Аналогично подходу, описанному в диссертационной работе [2], строится теория, основанная на уравнениях баланса массы, импульса и энергии, уравнении состояния и законах переноса тепла и массы [3, 4]. Жидкость, которая расталкивается расширяющимся пузырем, предполагается несжимаемой. Хотя перегретые области, образованные высокоинтенсивным фокусированным ультразвуковым пучком, имеют форму эллипсоида, целесообразно упростить задачу, рассматривая сферически симметричную перегретую область. При таком упрощении и с учетом того, что начальный зародыш кипения располагается в центре перегретой области, задача становится сферически симметричной. Уравнение движения жидкости вокруг пузыря имеет вид уравнения типа Рэлея-Плессета для радиуса пузыря [5, 6]. В модели переноса тепла учитываются и жидкая, и газовая фазы. Акустическое давление, создаваемое растущим пузырем, так же как и другие параметры, характеризующие рост, может быть рассчитано из системы уравнений, которая связывает эти параметры друг с другом.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений первого порядка для пяти независимых переменных, которые зависят только от времени: радиус пузыря R , скорость стенки пузыря $V = \dot{R}$, давление внутри пузыря p_i , количество молей пара внутри пузыря n_v и количество молей газа внутри пузыря n_g [2]:

$$\dot{R} = V \quad (1)$$

$$\dot{V} = k_{2V} \left\{ \frac{k_{1V}}{C} \left(\dot{p}_i + \frac{2\sigma}{R^2} V + \frac{4\mu}{R^2} V^2 \right) + \frac{1}{R(1-V/C)} \left[\left(1 + \frac{V}{C} \right) H - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{V}{3C} \right) V^2 \right] \right\} \quad (2)$$

$$\dot{p}_i = \gamma p_i \left(\frac{\dot{n}_v}{n_v} - \frac{3V}{R} \right) + (\gamma - 1) \frac{3k_g T_w - \theta}{R \delta_\theta} \quad (3)$$

$$\dot{n}_v = 4\pi R^2 \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{2\pi M R T_w}} (p_{sat} - p_v) \quad (4)$$

$$\dot{n}_g = \frac{n_g^{(k)} - n_g^{(k-1)}}{\Delta t^{(k-1)}} \quad (5)$$

В уравнениях (1)–(5) используются следующие обозначения: $k_{IV} = [p_*/(p_* + p_w - p_0)]^{1/\Gamma} / \rho_0$, $k_{2V} = [1 + 4\mu k_{IV} / (CR)]^{-1}$. Также вводятся следующие параметры жидкости: $p_* = \rho_0 c_0^2 / \Gamma$ – характерное внутреннее давление, p_w – давление жидкости на стенку пузыря, c_0 – скорость звука во внешней среде, $C = \sqrt{c_0^2 + (\Gamma - 1)H}$ скорость звука на стенке пузыря, Γ – эмпирическая константа ($\Gamma = 6.5$ для воды), ρ_0 – плотность; p_0 – давление вдали от пузыря, μ – вязкость. Газовая составляющая пузыря описывается следующими параметрами: $\gamma = c_p / c_v$ – показатель адиабаты; k_g – теплопроводность газа; θ – температура; δ_θ – толщина теплового граничного слоя; M – молекулярный вес пара; \mathcal{R} – универсальная газовая постоянная; p_{sat} – давление насыщенного пара; p_v – парциальное давление пара. Энтальпия жидкости на стенке пузыря выражается следующим образом:

$$H = \frac{\Gamma}{\Gamma - 1} \frac{p_*}{\rho_0} \left[\left(1 + \frac{p_w - p_0}{p_*} \right)^{(\Gamma - 1)/\Gamma} - 1 \right] \quad (6)$$

Для оценки характерного поведения парогазового пузыря была рассмотрена упрощенная задача для случая, когда температура жидкости постоянна во времени и пространстве. Предполагается также, что жидкость невязкая. Тогда остается только два уравнения – для радиуса пузыря (1) и для скорости стенки пузыря:

$$\dot{V} = \frac{1}{R(1 - V/C)} \left[\left(1 + \frac{V}{C} \right) H - \frac{3}{2} \left(1 - \frac{V}{3C} \right) V^2 \right] \quad (7)$$

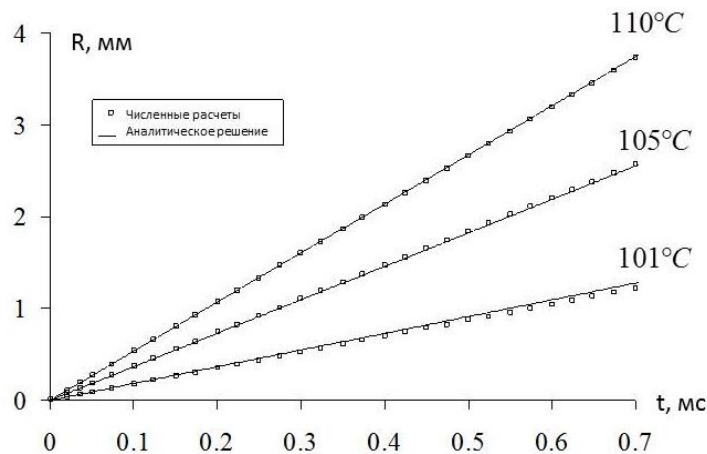


Рис. 1. Зависимость радиуса пузыря от времени при разных температурах жидкости

Результаты численного моделирования представлены на рис. 1. В этих расчетах начальный радиус пузыря равен 10 мкм. Другие радиусы тоже рассматривались, но результирующие кривые зависимости радиуса пузыря от времени на стадии роста, когда радиус пузыря много больше начального радиуса, практически не зависели от выбора начального радиуса. Радиус пузыря имеет почти линейный рост и, как и ожидается, скорость роста увеличивается с температурой жидкости.

Этот численный результат может быть проверен аналитически, если жидкость рассматривать несжимаемой. Тогда уравнение для энтальпии принимает вид $H = (p_w - p_0)/\rho_0$ и уравнение динамики пузыря принимает форму уравнения Рэля:

$$R\ddot{R} + 3\dot{R}^2/2 = (p_v - p_0)/\rho_0, \quad (8)$$

где правая часть не зависит от времени. Тогда решение может быть найдено аналогично решению Рэля для коллапсирующей пустой полости [7]. Экспериментальные кривые на рис. 1 хорошо согласуются с аналитическим решением.

При учете неравновесного парообразования (4) рост пузыря замедляется (см. рис. 2).

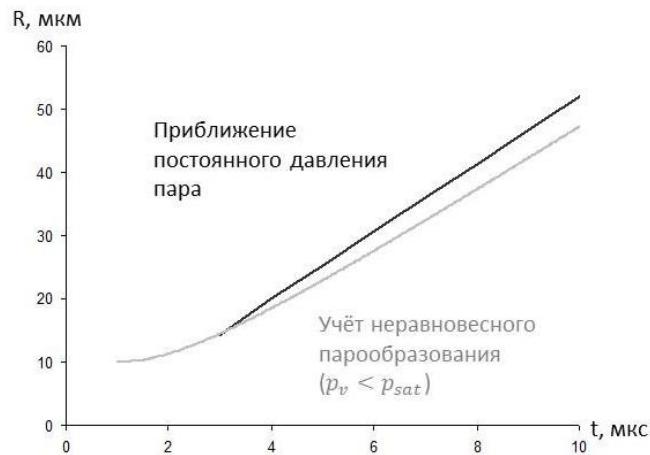


Рис. 2. Зависимость радиуса пузыря от времени без учета и с учетом неравновесного парообразования

Если учесть также конечный размер перегретой области, скорость роста пузыря должна еще уменьшиться.

В экспериментах по гистотрипсии кипения с HIFU пучками температура кипения достигается за несколько миллисекунд и парогазовая полость наблюдается на высокоскоростной камере практически мгновенно [1]. Данные наблюдения согласуются с результатами численных расчетов. Работа поддержана грантом РФФ-14-15-00665.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Maxwell et al. // *Acoustics Today* 2012. V. 8. No 4. P. 24.
2. W. Kreider “Gas-Vapor Bubble Dynamics in Therapeutic Ultrasound” Ph.D. thesis, University of Washington, 2008.
3. W. Kreider et al. // *J. Acoust. Soc. Am.* 2011. No 130. P. 3511.
4. W. Kreider et al. // *J. Acoust. Soc. Am.* 2011. No 130. P. 3531.
5. M.S. Plesset and S.A. Zwick // *J. of Applied Physics* 1952. No 23. P. 95.
6. M.S. Plesset and S.A. Zwick // *J. of Applied Physics* 1954. No 25. P. 493.
7. Lord Rayleigh // *Philosophical Magazine Series* 1917. No 6. P. 94.

Теоретическое исследование прохождения акустического импульса через неоднородный твердотельный слой методом конечно-разностного моделирования

А.И. Полянский, О.А. Сапожников

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

ai.polyanskiy@physics.msu.ru

В настоящее время в медицине широко используются ультразвуковые исследования вследствие их неинвазивного (неповреждающего) характера. Одним из примеров является ультразвуковая диагностика различных органов человека.

Задача, исследованная в данной работе, касается ультразвуковой визуализации мозга человека. В отличие от визуализации, например, органов брюшной полости, отделенных от излучателя мягкими тканями, в случае мозга промежуточная среда содержит черепную кость, представляющую собой неоднородный твердотельный слой. Соответственно, для изучения вопроса визуализации необходимо построить модель, имитирующую процесс прохождения акустического импульса через подобный слой. Это и являлось целью данной работы. Область распространения ультразвуковой волны показана на рис. 1.

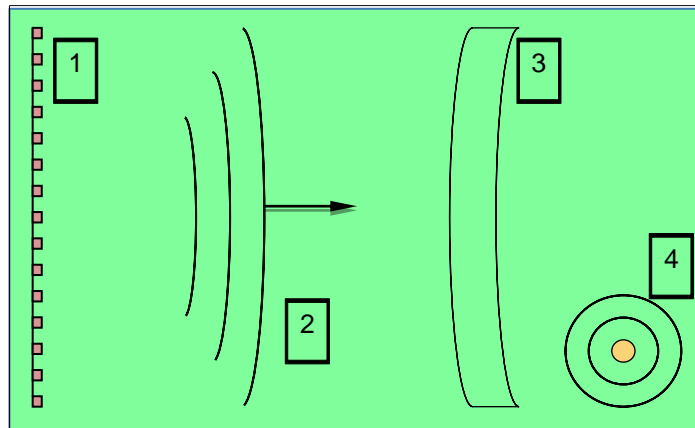


Рис. 1. Схематические условия модели. 1-излучатель, 2-испускаемый импульс, 3-твердотельный слой, 4-отражатель

Известно, что при возникновении возмущения в жидких средах (в полученной модели окружающая среда подразумевается жидкой) в них возникают продольные волны. Динамика этих волн подчиняется уравнению Эйлера в случае идеальной жидкости или уравнению Навье-Стокса в случае вязкой жидкости. В предложенной работе жидкость подразумевалась идеальной. Тогда система уравнений, позволяющая полностью описать распространение волн в жидкой среде, имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = (\vec{v}, \nabla) \vec{v} - \frac{\nabla p}{\rho} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \\ p = p(\rho) \end{cases} \quad (1)$$

где первое уравнение – уравнение Эйлера, второе – уравнение непрерывности в жидкости, а третье выражает баротропность жидкости.

В случае твердотельной среды, при появлении некоторого возмущения в среде будет распространяться уже два типа волн – продольные и сдвиговые. Это связано с тем, что в твердой среде, в отличие от жидкой, существует сдвиговая упругость. Одним из подходов для изучения волн в твердом теле является рассмотрение двух типов волн как независимых друг от друга. Однако данный подход требует соблюдения граничных условий при переходе из одной среды в другую и при моделировании приводит к дополнительным трудностям. В самом общем случае динамику в твердой среде можно описать, используя тензоры напряжения и деформации. В работе рассматривалось приближение упругой среды, которое дает возможность использовать закон Гука. В итоге мы получаем следующую систему уравнений для твердотельной среды:

$$\begin{cases} \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = e_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \\ \sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{elastic} + \sigma_{ij}^{viscous} \\ \sigma_{ij}^{elastic} = \lambda (\nabla \vec{u}) \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \\ \sigma_{ij}^{viscous} = \left(\xi - \frac{2\eta}{3} \right) (\nabla \vec{v}) \delta_{ij} + \eta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \end{cases} \quad (2)$$

Здесь первое уравнение выражает второй закон Ньютона, а оставшиеся уравнения в подсистеме являются выражением закона Гука, \mathbf{u}, \mathbf{v} – векторы смещения и скорости, S_{ij} – компоненты тензора напряжения, λ и μ – параметры Ламэ, χ , η – коэффициенты вязкости.

С помощью описанных уравнений возможно анализировать распространение волн в неоднородной среде. В данной работе для этого используются численные методы, а именно метод конечных разностей. Модель строится для двумерного случая, следовательно создается трехмерная сетка (пара пространственных координат и временная координата). Особенностью модели является то, что вместо отдельного рассмотрения однородных жидких и твердотельных участков среды рассматривается одна, но неоднородная упругая среда. В частности, переход в область жидкости соответствует падению до нуля модуля сдвига μ . Это позволяет заменить уравнения гидродинамики (1) уравнениями для упругой среды (2), что значительно упрощает построение численной модели.

Для аппроксимации производных используется центрированная конечная разность:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A}{\partial x}(x_i, y_j, t_k) &= \frac{A(x_{i+1}, y_j, t_k) - A(x_{i-1}, y_j, t_k)}{h_x} \\ \frac{\partial A}{\partial y}(x_i, y_j, t_k) &= \frac{A(x_i, y_{j+1}, t_k) - A(x_i, y_{j-1}, t_k)}{h_y} \\ \frac{\partial A}{\partial t}(x_i, y_j, t_k) &= \frac{A(x_i, y_j, t_{k+1}) - A(x_i, y_j, t_{k-1})}{h_t} \end{aligned} \quad (3)$$

где h_i – это шаг сетки по i -й координате, A – один из вышеупомянутых параметров в уравнении.

Данная схема имеет 2-й порядок точности. Из выражений следует, что начальные значения некоторых параметров должны быть определены в промежуточных точках – серединах между узлами. Таким образом, в работе была реализована схема на смещенных сетках. Смещенная сетка изображена на Рис.2. В качестве жидкой окружающей среды была взята вода ($\rho=1000 \text{ кг/м}^3, c_l = 1500 \text{ м/с}$), а в качестве твердотельного слоя – фантом черепа ($\rho = 1850 \text{ кг/м}^3, c_l = 3000 \text{ м/с}, c_t = 1500 \text{ м/с}$).

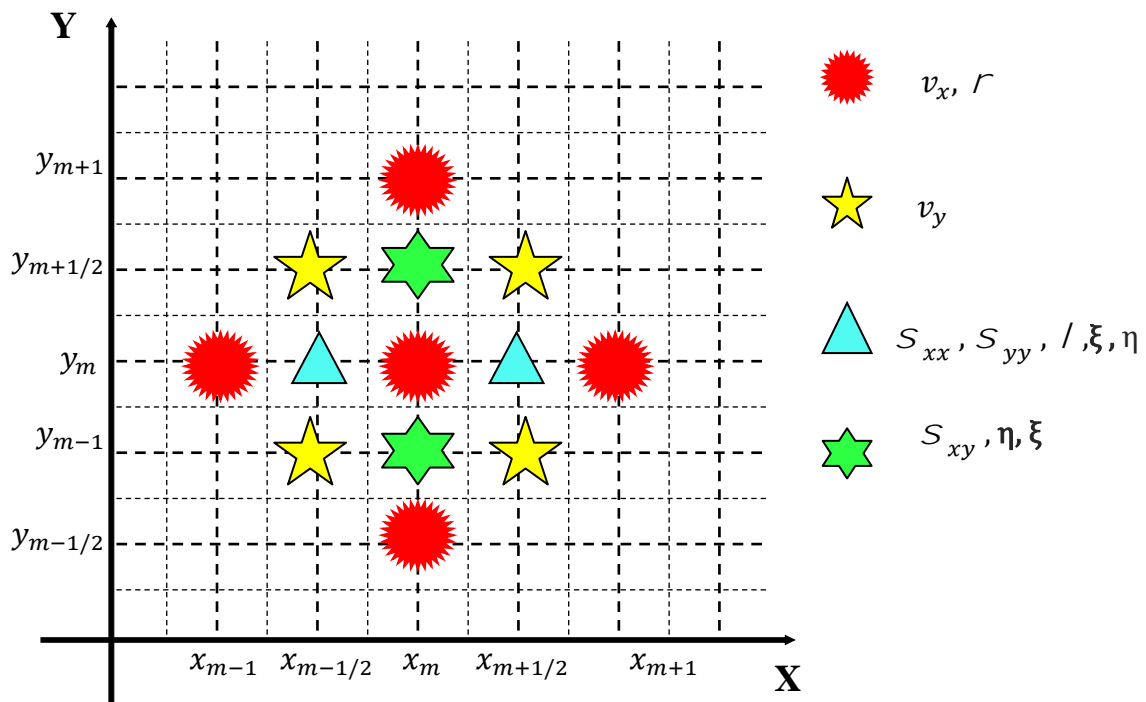


Рис. 2. Схема дискретизации параметров задачи при расчёте на смещенных сетках

Для устранения отражений от границы исследуемой области использована модель идеально согласованных слоев (PML). Основная идея заключается в том, что попадающая в данный слой волна «поглощается» в этом слое. Посредством этого мы избавляемся от паразитных отраженных от границы волн.

Результатом данной работы является компьютерная модель, позволяющая пронаблюдать характерные изменения параметров (компонентов тензора напряжения, давления, скорости волны и др.) при распространении акустического импульса в жидкой среде с твердотельным элементом, имитирующим черепную кость. Дальнейшие исследования будут направлены на изучение характера отраженных волн от некоторого объекта, находящегося за твердотельным слоем. Таким образом, построен путь к созданию виртуального сканера мозга человека.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №14-15-00665.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.М. Бреховских «Волны в слоистых средах» М.: Наука, 1973.
2. В.А. Красильников «Введение в акустику» М.: Издательство МГУ, 1992.
3. G. Pinton *et al.* // Medical Physics. 2012. V. 39. No 1. P.299.
4. O.A. Sapozhnikov *et al.* // J. Acoust. Soc. Am. 2007. V. 121, No 2. P. 1190.

Экспериментальное выявление особенностей распространения звука в мелком водоеме при наличии ледовой поверхности

К.В. Дмитриев, А.С. Липавский, И.А. Панков, С.Н. Сергеев, Е.А. Фадеев
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия
kdmitrie@aesc.msu.ru

В последнее время наблюдается существенный рост интереса к исследованиям мелких акваторий, в первую очередь, арктических, в связи с перспективами поиска углеводородов в шельфовой зоне. При этом хорошо изучены вопросы распространения звука в глубоком океане в условиях формирования подводного звукового канала [1, 2]. Проведение полномасштабного эксперимента в таких условиях оказывается достаточно дорогим, поскольку требует участия исследовательских судов и дорогостоящего оборудования, а также зависит от погодных и климатических условий. Нами был проведен натурный эксперимент по изучению распространения звука в мелком природном водоеме (глубина водного слоя $h_w = 90$ см) в условиях, когда его поверхность была покрыта слоем льда толщиной $h_l = 36$ см (рис. 1).

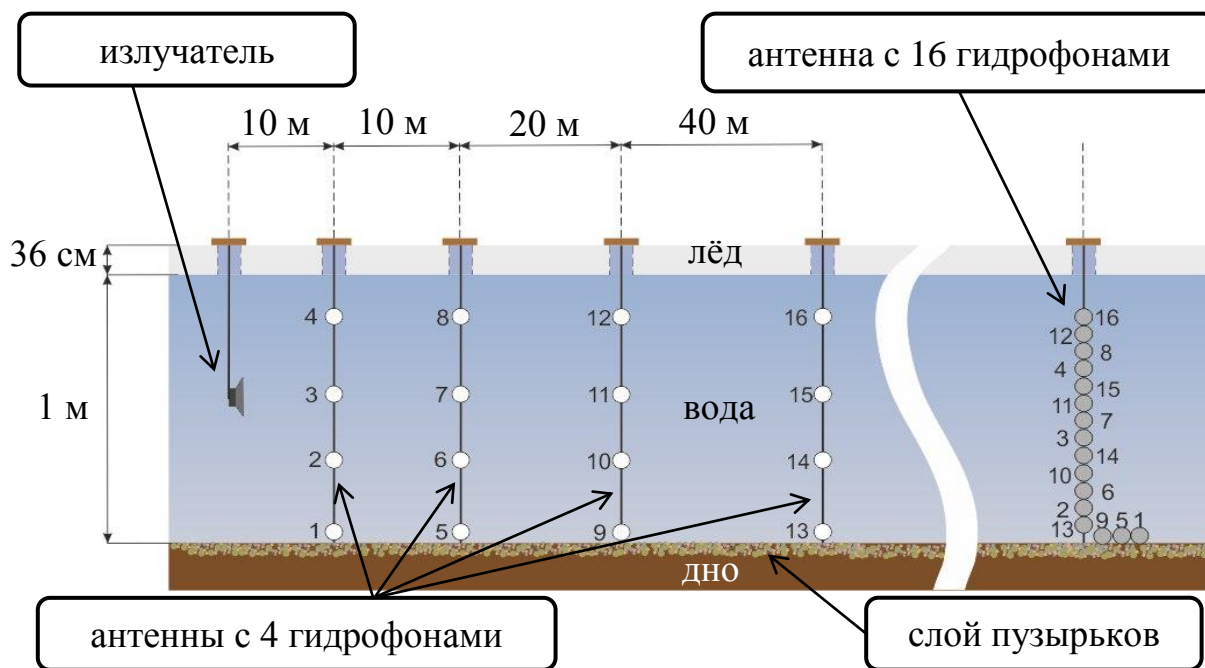


Рис. 1. Схема проведения эксперимента. Номера обозначены гидрофоны.

Источник звука был размещен в середине водного слоя. Он излучал линейно частотно модулированный (ЛЧМ) сигнал $f(t)$ с полосой (0.1 – 10) кГц и с периодом повторения 10 секунд. Сигнал принимался с помощью четырех вертикальных антенн, каждая из которых содержала по четыре гидрофона, расположенных в воде с шагом 30 см и, таким образом, перекрывающих всю глубину водного слоя. Антенны и источник подключались к общему модулю LcardE440, который осуществлял синхронную оцифровку данных со всех 16 каналов и запись полученных сигналов в компьютер. Антенны могли позиционировать как отдельно (рис. 1), так и группироваться в одну 16-канальную антенну с уменьшенным шагом между гидрофонами.

Перед началом эксперимента была произведена калибровка имеющихся гидрофонов методом замещения. Такая процедура определяет относительную чувствительность каждого гидрофона как функцию частоты, что позволяет в дальнейшем использовать антенны для определения вертикального профиля акустического давления в водоеме и выделения мод.

Обработка полученных данных производилась путем [3] вычисления корреляционных функций между сигналом $g_n(t)$, принятым n -м гидрофоном, и излученным сигналом $f(t)$: $K_n(\tau) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} g_n(t+\tau)f^*(t)dt$. Эта корреляционная функция пропорциональна импульсному отклику водоема и именно с ней оказывается удобным работать как с «сигналом». Такой подход имеет ряд преимуществ, обсуждавшихся в [3].

Использование 16-канальной антенны позволяет определить распределение акустического давления p с глубиной на различных расстояниях от источника. Полученные профили оказываются близкими к профилям первой моды в модели мягкого дна, что выражается в максимальной величине звукового поля в середине водного слоя и ее спаданию практически до нуля по мере приближения к дну водоема. О том, что дно в водоеме является для распространяющихся в воде мод акустически мягким, свидетельствует и полученные ранее частотные зависимости групповой скорости зарегистрированных сигналов [3].

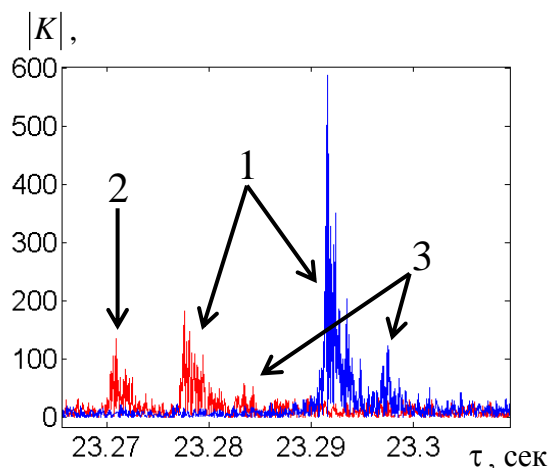


Рис. 2. Характерный вид абсолютной величины сигнала, записанного гидрофонами, после корреляционной обработки и частотной фильтрации. Красным цветом обозначены данные, полученные с гидрофона 5, синим — с гидрофона 10. Цифрами обозначены максимумы, соответствующие трем зафиксированным волнам, которые обладают разными скоростями.

Интересные результаты были получены в эксперименте с четырьмя отдельными антеннами, расположенными на расстояниях 10м, 20м, 40м и 80 м от источника сигнала. Обработка полученных данных включала в себя частотную фильтрацию, при которой пропускались частоты в диапазоне 3 – 8 кГц. Таким образом, рассмотрение ведется на частотах, сильно превышающих критические частоты первых мод водоема, что позволяет исключить из рассмотрения дисперсию сигнала. На рис. 2 представлены временные зависимости абсолютной величины прошедших через такой фильтр сигналов, которые были записаны гидрофонами 5 и 10. Данные, полученные с гидрофона 5, т.е. самого нижнего, расположенного вблизи дна водоема (на рис. 2

обозначено красным цветом), позволяют различить три максимума, которым можно сопоставить три распространяющихся волны. Для гидрофона 10 (обозначено на рис. 2 синим цветом) и других гидрофонов, расположенных в слое воды, различимы только два максимума. Сдвиг по времени между сигналами, записанными гидрофонами разных антенн, обусловлен разным расстоянием от них до источника сигнала, а также различной скоростью волн, которые соответствуют разным максимумам. Дальнейшая обработка состояла в построении диаграммы, где по одной оси откладывались координаты антенн, а по другой – времена, соответствующие каждому из зарегистрированных максимумов. Каждой из распространяющихся волн на такой диаграмме соответствует прямая линия, по наклону которой можно определить скорость волны. Максимумы, представленные на рис. 2, позволяют выделить три такие волны, обозначенные цифрами.

Волна 1 имеет скорость $c_1 = 1410$ м/с, что близко к скорости звука в пресной воде. Эта волна регистрируется всеми гидрофонами и соответствует моде водного слоя.

Для волны 2, которая видна лишь на донных гидрофонах, получено значение скорости $c_2 = 2900$ м/с. Это может соответствовать как продольному, так и поперечному распространению звука в грунте.

Волна 3, как и волна 1, присутствует по всей глубине водоема, но имеет более низкую скорость $c_3 = 1100$ м/с. Природа этой волны требует дополнительного рассмотрения.

В ходе эксперимента была взята проба грунта со дна водоема, и измерена ее плотность, которая составила 2000 кг/м^3 . Таким образом, между полученными данными имеется некоторое противоречие. С одной стороны, дисперсионные характеристики, а также явное измерение вертикального профиля акустического давления в водном слое говорит о применимости модели мягкого дна для описания распространения волны в водоеме. С другой стороны, импеданс дна, рассчитанный на основе данных о скорости звука и плотности, существенно превышает импеданс воды, а значит, дно должно вести себя как акустически жесткое. По-видимому, причина этого состоит в следующем. Дно водоема покрыто тонким (порядка 10 см) слоем ила, содержащим большое количество пузырьков газа. Благодаря пузырькам скорость звука в этом слое оказывается очень низкой, и именно он, таким образом, играет роль акустически мягкого дна, «экранируя» водный слой от плотного грунта. При этом гидрофоны, расположенные непосредственно на поверхности плотного грунта, под слоем ила, могут регистрировать волны, распространяющиеся с большой скоростью в плотном грунте. Проведенное компьютерное моделирование такого многослойного волновода в среде COMSOL подтвердило справедливость сделанного предположения, но оно еще нуждается в дополнительной непосредственной экспериментальной проверке.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 16-29-02097 офи_м, № 15-05-01183, а также гранта Президента РФ по программе поддержки ведущих научных школ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.М.Бреховских, Ю.П. Лысанов. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982.
2. В.Ф.Рожин, О.С. Тонаканов. Общая гидроакустика. М.: Изд-во МГУ, 1988.
3. К.В. Дмитриев, А.А. Дорофеева, И.А. Панков, С.Н. Сергеев // Известия РАН. Серия физическая. 2015. Т. 79. № 12. С. 1704.

Натурные наблюдения сейсмоакустических волн в условиях покрытого льдом водоема

Д.А. Преснов¹, Р.А. Жостков¹, А.С. Шуруп^{1,2}, А.Л. Собисевич¹, Д.В. Лиходеев¹, Д.Е. Белобородов¹, Ф.В. Передерин¹

¹*Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН*

²*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия*

presnov@physics.msu.ru

Одним из источников информации о физических параметрах неоднородной среды является дисперсия скорости поверхностных волн, амплитуда которых экспоненциально спадает на глубине порядка длины волны. Поверхностные волны вносят основной вклад в волновое поле, формирующееся вблизи поверхности Земли. В условиях моря покрытого льдом, волновая картина значительно усложняется за счет взаимной трансформации волн различных типов [1]. Впервые модовая структура упругих волн в плавающей ледяной пластине была теоретически описана и измерена экспериментально в работах [2–3]. Хотя в настоящее время возможности для экспериментального наблюдения и численного моделирования значительно улучшились, современное понимание режимов распространения волн в подобного рода задачах мало изменилось по сравнению с этими пионерскими работами. Изучение рассматриваемой сложно построенной среды («упругое дно – водный слой – ледовый покров») различными методами, в первую очередь, в процессе проведения натурных наблюдений, представляет интерес для задачи поиска возможностей измерения скоростных характеристик волн, несущих информацию о среде их распространения.

В настоящей работе приводятся результаты натурных наблюдений сейсмоакустических волн в условиях покрытого льдом водоема. Целью проведенных экспериментальных работ было исследование закономерностей распространения сейсмоакустического сигнала и его трансформацию в волны, распространяющиеся в водном слое, во льду, а также поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы раздела водный слой – упругое дно (в дальнейшем, эта волна будет называться донной волной). Особый интерес представляло изучение возможности регистрации донной волны на основе данных, принятых датчиками, расположенными на свободной поверхности льда. Именно донная волна несет информацию о глубинном строении дна. Для регистрации этой волны, как правило, используют донные системы наблюдений, экспериментальные данные с которых накапливаются на карту памяти, которая после проведения измерений извлекается вместе с датчиком, или данные передаются через надводный трансивер на спутниковые каналы связи. В случае наличия ледового покрова использование донных систем существенно затруднено. Если донную волну удастся зарегистрировать на поверхности льда (или вблизи него), то становится возможным предложить метод глубинного зондирования неоднородных структур дна при наличии ледового покрова с существенно сниженными требованиями на практическую реализацию такого подхода.

Экспериментальные работы проводились на озере Умбозеро (Рис. 1), расположенном в Мурманской области, вблизи г. Апатиты. Район экспериментальных исследований был выбран с учетом того, что в окрестности озера присутствует несколько действующих горнодобывающих карьеров, хозяйственная деятельность которых сопровождается регулярными промышленными взрывами. Кроме этого,

температура в регионе зимой в среднем составляет -15°C , что приводит к наличию достаточно крепкого ледяного покрова.

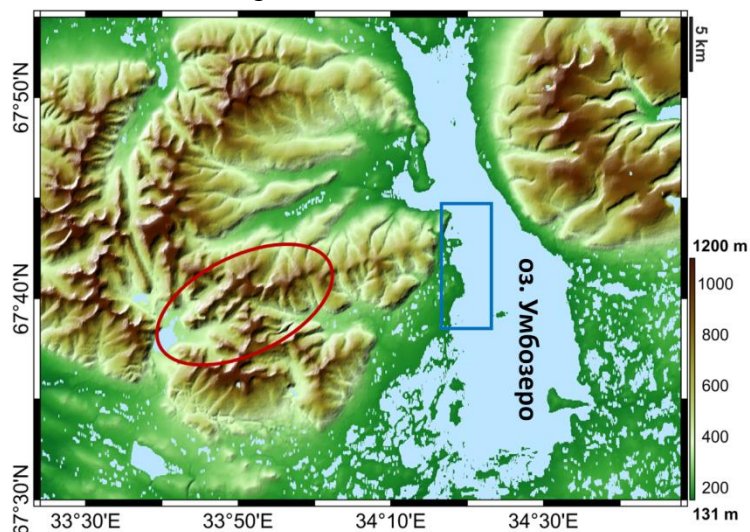


Рис. 1. Регион экспериментальных работ. Синим прямоугольником выделена область приема сигнала. Красной линией отмечена зона в которой проводились промышленные взрывы

Для регистрации волновых возмущений использовалось 3 широкополосных молекулярно-электронных датчика [4] в герметичных корпусах и 2 маятниковых сейсмоприемника СМЗ-ОС. Оба типа сейсмических датчиков являются вертикальными велосиметрами с приемлемой чувствительностью в полосе $0,03\text{-}15$ Гц. Запись сигналов велась на регистратор RefTek 130В с частотой оцифровки 1000 Гц, синхронизация записей на разных точках осуществляется автоматически регистратором при помощи GPS (Рис. 2). В процессе подготовки к эксперименту была проведена калибровка всех используемых датчиков.

Была выполнена серия экспериментов по регистрации мощных импульсных сигналов при различном расположении приемников. В первом эксперименте прием сигнала от промышленного взрыва осуществлялся на озере в двух точках, расположенных приблизительно на одной прямой с источником. Расстояние между точками составляло $\Delta r = 500$ м, а расстояние между берегом и ближайшей точкой было равным 200 м. При этом сейсмометры устанавливались как на дневодоема, так и на поверхности льда.

Обработка записей осуществлялась на основе анализа взаимно-корреляционной функции сигналов, записанных в двух различных точках. В этом случае [5] удастся оценить функцию Грина двух точек, в которых находятся приемники, вид которой определяется свойствами среды. Этот подход удобен тем, что характеристики распространения сигнала между двух станций наблюдения могут быть оценены без знания об эпицентре и точном моменте взрыва. Взаимно-корреляционная функция вычислялась по стандартной формуле:

$$C(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t + \tau) dt \quad (1)$$

где $f_1(t)$, $f_2(t)$ - временные ряды, полученные соответственно с первого и второго датчиков. На Рис. 3 показана часть взаимно-корреляционной функции сигналов, зарегистрированных на двух сейсмоприемниках, вычисленная для положительных значений временных задержек, что соответствует сигналу, зарегистрированному на

второй точке, как если бы источник сигнала действовал в момент времени $\tau=0$ и находился в первой точке приема.



Рис. 2. Фотография полевых работ на льду озера с указанием используемой аппаратуры

Анализ корреляционной функции донных сейсмометров в узкой полосе частот 5-8 Гц позволяет выделить максимум, положение которого является оценкой времени распространения сигнала между приемниками $\tau_\phi = 0,2$ с. Откуда скорость волны, вызванная взрывом, на дне водоема равна $c = \Delta r / \tau_u = 2500$ м/с. По полученному значению скорости можно утверждать, что основной вклад в сигнал на донных станциях в полосе частот 5-8 Гц вносит фундаментальная мода [1] донной волны. На Рис. 3 справа, у корреляционной функции, наблюдается уже два максимума при значениях $\tau_u = 1,36$ с и $\tau_\phi = 0,2$ с. Большой временной сдвиг соответствует более медленной волне, которую можно интерпретировать, как изгибающую волну, распространяющуюся в слое льда; её скорость в условиях эксперимента составляет $c = \Delta r / \tau_u = 367$ м/с. Второй наблюдаемый максимум в точности равен временной задержке на донных сейсмометрах и соответствует скорости распространения донной волны.

Результаты экспериментальных оценок скоростей выделенных волн сопоставлялись с результатами численного моделирования. Для этого использовались результаты работы [1], где было получено дисперсионное уравнение для слоистой среды, состоящей из упругого слоя (лед), жидкого слоя (морская толща) и упругого однородного полупространства (дно). При численном моделировании задавались экспериментально измеренные значения толщины льда $h_1 = 0,15$ м и глубины волновода $h_2 = 8$ м, скорость звука в воде полагалась равной $c_0 = 1,5$ км/с, плотность $\rho_0 = 1000$ кг/м³. Остальные параметры рассматриваемой среды перебирались в заданном диапазоне, после чего рассчитывались дисперсионные зависимости и сравнивались с результатами экспериментальных оценок. В итоге были получены следующие значения параметров дна водоема, для которых теоретические значения скоростей были наиболее близки к экспериментальным оценкам: скорость продольных волн $c'_l = 4,4$ км/с, скорость поперечных волн $c'_t = 2,2$ км/с, плотность $\rho' = 2000$ кг/м³. Полученные в результате моделирования значения скоростей для изгибающей и донной

волны, указывают на правильность сделанного предположения о выделении донной волны в данных, зарегистрированных датчиками, расположенными на льду.

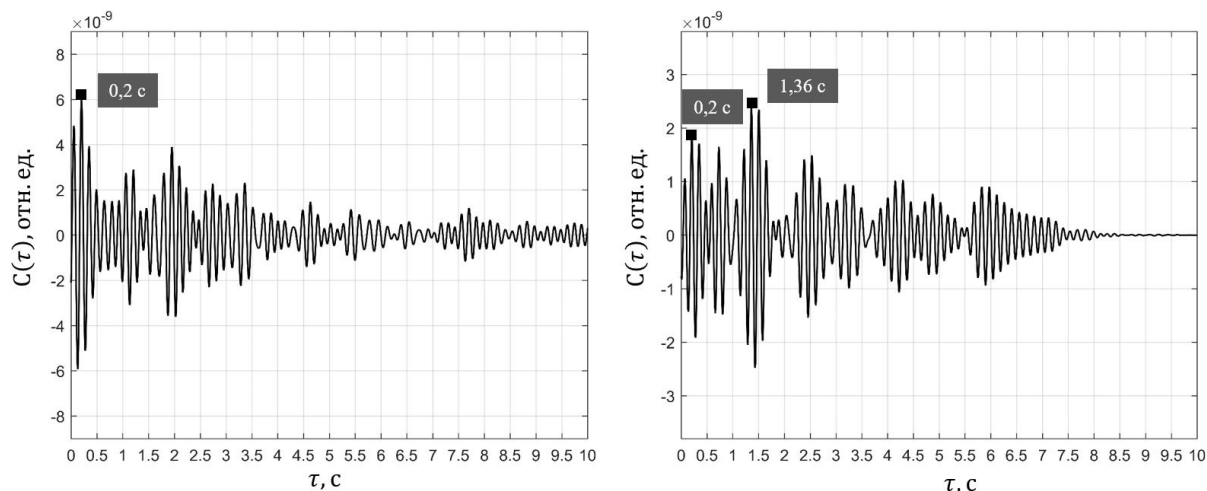


Рис. 3. Взаимно-корреляционная функция сигнала от промышленного взрыва, зарегистрированного на дне водоема (слева) и на поверхности льда (справа) в полосе частот 5-8 Гц

Также была проверена возможность оценки функции Грина между приемниками в пассивной схеме, без использования сигналов от промышленных взрывов. Следуя работам [5–6] для решения задачи выделения волновых возмущений в среде по записям только сейсмического фона можно использовать функцию взаимной корреляции шума, спредварительным “обелением” и амплитудной нормализацией записей. При измерениях в этом случае расстояние между двумя приемниками СМЗ-ОС, установленными на лед, составляло 4 км, а накопление производилось в течение 40 часов. Было показано, что и в случае пассивного эксперимента, данные, зарегистрированные на льду, позволяют получить информацию о характеристиках распространения донной волны.

Итак, проведение натурного эксперимента в условиях водоема, покрытого льдом и последующий частотно-временной анализ корреляционной функции сигналов, зарегистрированных донными и ледовыми широкополосными сейсмическими датчиками, позволяет сделать предположение о том, что шумовое поле, принимаемое на поверхности льда, несет в себе полезную информацию о структуре дна и может быть исследовано методами, разработанными для анализа сейсмического шума.

Авторы выражают благодарность за помощь в проведении экспериментальных исследований заместителю директора по научной работе Горного института КИЦ РАН профессору А.А. Козыреву, а также лаборатории «Технологических процессов при добыче полезных ископаемых» и её руководителю С.А. Козыреву.

Исследования выполнены при поддержке РФФИ (проекты №16-29-02046 и №16-35-00547).

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.А. Преснов и др. // Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 4. С. 426.
2. М. Ewing, A.P. Crary, // Physics. 1934. V. 5. P. 165.
3. F. Press, M. Ewing // Eos Trans. AGU. 1951. № 32. P. 673.
4. А.С. Шабалина и др. // Усп. совр. радиоэлектроники. 2014. №9. С. 33.
5. Т.Б. Королева, Т.Б. Яновская, С.С. Патрушева // Физика Земли. 2009. №5. С. 3.
6. Буров В.А., Сергеев С.Н., Шуруп А.С. // Акуст. журн. 2008. Т.54. №1. С. 51.

Моделирование полей аксиально-симметричных сфокусированных излучателей ультразвуковой хирургии с использованием широкоугольного параболического приближения

И.С. Мездрохин, П.Ю. Юлдашев, В.А. Хохлова

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

mezdrokhin@mail.ru

Мощный сфокусированный ультразвук находит широкое применение в современных терапевтических и хирургических медицинских приложениях [1]. Среди них можно перечислить неинвазивное разрушение опухолей в различных органах, остановку внутренних кровотечений при травмах (ультразвуковой гемостаз) и ультразвуковую коррекцию фигуры (неинвазивная липосакция). Для описания полей излучателей ультразвуковой хирургии часто используются методы численного моделирования. Существуют несколько разных моделей, описывающих такие поля. Различие этих моделей состоит в точности описания ультразвукового поля, области применимости и сложности необходимых вычислений. Одной из распространенных моделей является параболическое приближение дифракции, справедливое при малых углах фокусировки излучателя. Однако для достижения очень больших давлений в фокусе излучатели делают сильно сфокусированными и тогда напрямую параболическую модель дифракции использовать нельзя. Недавно было показано, что улучшить точность стандартной параболической модели можно при помощи модификации граничного условия путем подбора параметров эквивалентного излучателя [2]. Другой способ преодоления ограничения малых углов является обобщение параболической модели на случай больших углов фокусировки пучка при помощи Паде аппроксимаций точного дифракционного оператора [3]. Такое представление дифракционного оператора называется широкоугольной моделью. В данной работе на основе широкоугольной модели был построен численный алгоритм, выполняющий расчет поля аксиально-симметричного источника. Проведено сравнение результатов моделирования поля, создаваемого ультразвуковым аксиально-симметричным источником с помощью трёх моделей: точного решения с помощью интеграла Рэлея, параболического приближения дифракции и широкоугольной модели.

В качестве примера в работе исследуется поле одиночного излучателя в виде сферического сегмента с апертурой $a = 5$ см, фокусным расстоянием $F = 9$ см, и частотой $f = 1$ МГц. Половинный угол фокусировки такого излучателя составляет $\theta = 33.7^\circ$, а коэффициент линейного усиления давления в фокусе по сравнению с давлением на поверхности излучателя – 64.

Сначала был выполнен расчет поля с помощью интеграла Рэлея [4]:

$$p(r) = -i\rho_0 c_0 \frac{k}{2\pi} \int_S \frac{u(\vec{r}') e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} dS \quad (1)$$

Здесь p – комплексная амплитуда акустического давления в точке наблюдения с радиус-вектором \vec{r} , u – амплитуда нормальной компоненты скорости излучающей поверхности, \vec{r}' – радиус-вектор элемента поверхности dS , $k = \omega/c_0$ – волновое число, ρ_0 – плотность среды, c_0 – скорость звука. Интегрирование ведется вдоль поверхности S , представляющей собой сегмент сферы, ограниченный полярным углом θ (рис. 1).

Следующие рассматриваемые методы основываются на численном решении приближенных уравнений, получаемых из уравнения Гельмгольца [5]:

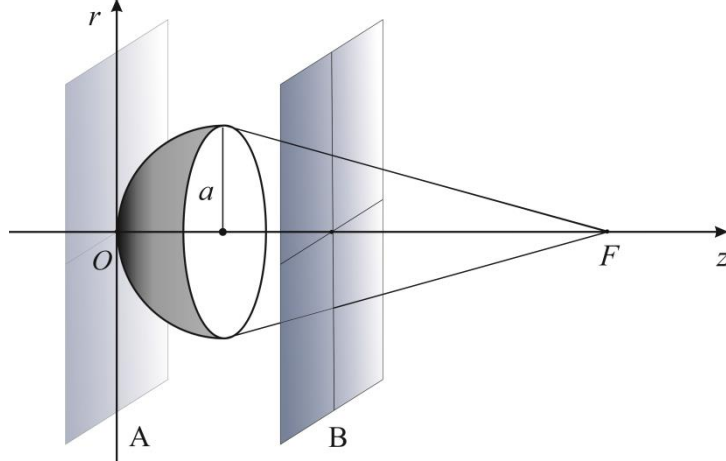


Рис. 1. Геометрия ультразвукового излучателя с апертурой $2a$, и фокусным расстоянием F .

$$\Delta p + k^2 p = 0. \quad (2)$$

Здесь Δ – оператор Лапласа. Для медленно меняющейся амплитуды давления волны $p(z, r) = \varphi(z, r)e^{ikz}$, распространяющейся преимущественно в направлении оси z , уравнение Гельмгольца может быть представлено в виде [3, 6]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = ik \left(\sqrt{1 + \hat{L}} - 1 \right) \varphi, \quad (3)$$

где дифференциальный оператор \hat{L} равен поперечному Лапласиану Δ_{\perp} , нормированному на k^2 . Для аксиально-симметричного пучка этот оператор имеет вид:

$$\hat{L} = \frac{\Delta_{\perp}}{k^2} = \frac{1}{k^2} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right), \quad (4)$$

где r – радиальная координата. Оператор $\hat{Q} = \sqrt{1 + \hat{L}}$ является псевдодифференциальным оператором и представим в виде разложения в ряд Тейлора по оператору \hat{L} :

$$\hat{Q} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \hat{L}^n. \quad (5)$$

При отбрасывании всех членов ряда, кроме первого и нулевого $\hat{Q} \approx 1 + \hat{L}/2$, из уравнения (3) можно получить стандартное параболическое уравнение [5]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = \frac{i}{2k} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right). \quad (6)$$

Для вывода широкоугольного параболического уравнения используется следующий прием [3]. Если оператор $\hat{Q} = \sqrt{1 + \hat{L}}$ не зависит от координаты z , то решение уравнения (3) на шаге $z + \Delta z$ выражается через решение на шаге z как:

$$\varphi(z + \Delta z, r) = \exp \left[ik \Delta z \left(\sqrt{1 + \hat{L}} - 1 \right) \right] \varphi(z, r), \quad (7)$$

где оператор $\hat{A} = \exp\left[ik\Delta z\left(\sqrt{1+\hat{L}}-1\right)\right]$ называется пропагатором. Также как и оператор \hat{Q} , пропагатор \hat{A} может быть представлен в виде ряда Тейлора по оператору \hat{L} или аппроксимирован несколькими первыми членами ряда Тейлора. Однако, слагаемые ряда Тейлора \hat{L}^n высокого порядка неудобны при решении уравнения с помощью численных методов. Поэтому пропагатор представляют в виде отношения двух полиномов степени N , т.е. в виде аппроксимации Паде:

$$\hat{A} = \frac{a_0 + a_1\hat{L} + \dots + a_N\hat{L}^N}{b_0 + b_1\hat{L} + \dots + b_N\hat{L}^N}. \quad (8)$$

Коэффициенты аппроксимации Паде могут быть найдены, если известны коэффициенты слагаемых ряда Тейлора до номера $2N$ включительно. Для последующего решения пропагатор \hat{A} представляется в виде:

$$\hat{A} = a_0 \prod_{n=1}^N (1 + \mu_n \hat{L}) / b_0 \prod_{n=1}^N (1 + \nu_n \hat{L}), \quad (9)$$

где $\mu_n = -1/\alpha_n$, $\nu_n = -1/\beta_n$, а α_n и β_n – корни полиномов, стоящих в числителе и знаменателе аппроксимации Паде. Такое представление пропагатора допускает на каждом шаге Δz итеративную процедуру решения вида:

$$(1 + \nu_n \hat{L})\varphi^{n+1}(z + \Delta z, r) = (1 + \mu_n \hat{L})\varphi^n(z, r). \quad (10)$$

В данном уравнении дифференциальный оператор второго порядка \hat{L} входит только в первой степени, что позволяет строить простые конечно-разностные схемы для численного решения. Так, в данной работе использовалась схема Кранка-Николсона.

Для параболической и широкоугольной моделей необходимо задание начальных условий на некоторой плоскости, расположенной перпендикулярно оси пучка (Рис.1). Для параболического уравнения начальное поле, как правило, задается в плоскости $z = 0$ и описывается выражением:

$$\begin{aligned} p(r, 0) &= p_0 \exp(-ik_0 r^2 / 2F), \quad r \leq a \\ p(r, 0) &= 0, \quad r > a \end{aligned} \quad (11)$$

В широкоугольной модели начальное поле с помощью интеграла Рэлея рассчитывается на плоскости, лежащей между источником и фокусом, (рис.1 плоскость А), а затем переносится на плоскость $z = 0$ методом углового спектра.

Результаты расчета амплитуды давления на оси излучателя различными методами представлены на рис. 2. Видно, что решение, полученное в широкоугольной модели (ШПУ) при разложении оператора до порядка $N=4$, практически не отличается от решения, полученного с помощью интеграла Рэлея (ИР). В то же время, решение, полученное в рамках параболического уравнения дифракции, дает заниженное значение амплитуды в фокусе. Также, положения вторичных минимумов и максимумов в стандартной параболической модели оказываются смещенными. На рис.3 в плоскости zr показано различие между амплитудой давления, рассчитанной помощью интеграла Рэлея, и в широкоугольной (а) или стандартной (б) параболической модели. Разница амплитуд нормирована на значение амплитуды в фокусе. Видно, что в широкоугольной модели относительная ошибка не превышает 1.7 %, в то время как стандартная параболическая модель отличается от точного решения более чем на 10 %. Важно отметить, что при модификации граничных условий стандартной параболической модели, ошибка сокращается до 6% [2].

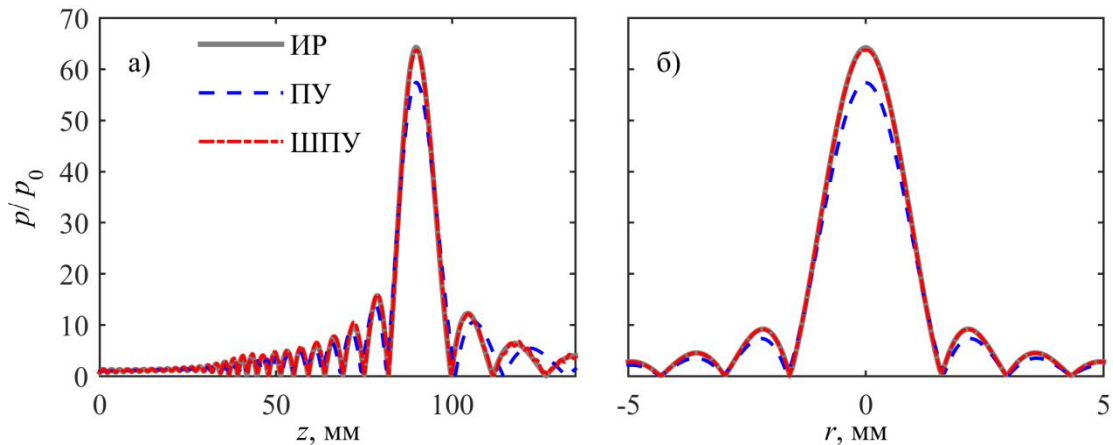


Рис. 2. Распределение амплитуды давления, нормированной на давление на поверхности излучателя, вдоль продольной оси z (а), и в фокальной плоскости вдоль поперечной оси r (б). Решения были получены с помощью интеграла Рэлея (ИР), и с использованием параболического уравнения (ПУ) или широкоугольного параболического уравнения (ШПУ).

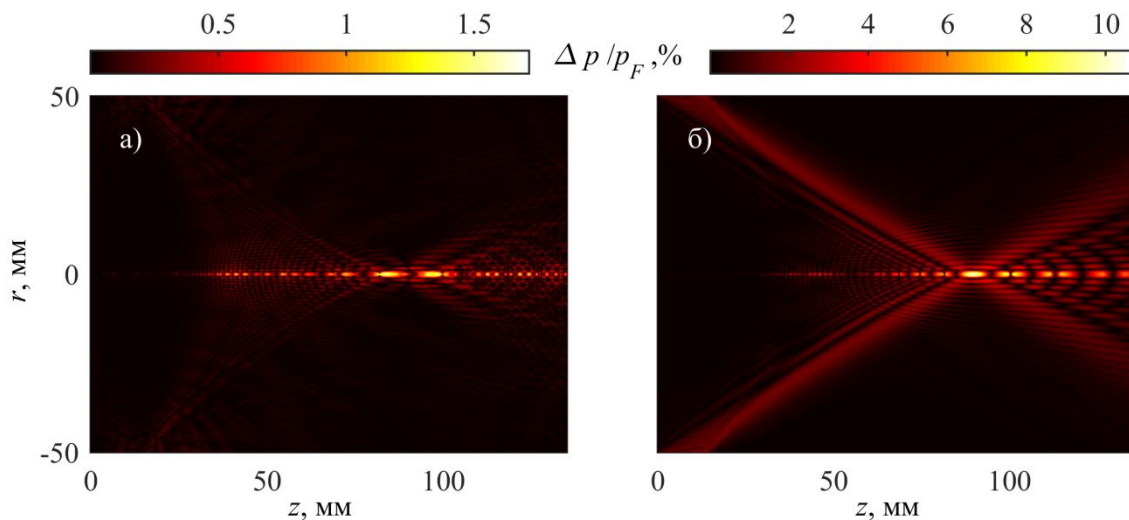


Рис. 3. Разница амплитуды давления, отнесенная к амплитуде давления в фокусе, между приближенным и точным решениями для широкоугольной модели (а) и для параболического уравнения (б).

Таким образом, широкоугольная параболическая модель при расчете поля сильно сфокусированного излучателя оказывается существенно точнее стандартной параболической модели и приближается к точному решению, полученному на основе интеграла Рэлея. При этом время расчета по широкоугольной параболической модели сравнимо с временем расчета по стандартному параболическому уравнению, что позволяет значительно быстрее получить поле излучателя, чем при помощи интеграла Рэлея.

Работа поддержана грантом РФФ № 14-12-00974.

ЛИТЕРАТУРА

1. К.Хилл, Дж.Бэмбер, тер Хаар Г. (ред.). «Ультразвук в медицине. Физические основы применения». М.: Физматлит. 2008.
2. П.Б. Росницкий «Граничное условие для расчета полей сильно фокусирующих излучателей на основе уравнения Хохлова–Заболотской», Акустический журнал, том 62, № 2, с. 153-162.

- 3 D.Yevick, D.J. Thomson “Complex Pade’ approximants for wide-angle acoustic propagators”, J. Acoust. Soc. Am. 2000, V.108 (6), P. 2784-2789.
4. J.W.S.Rayleigh “The theory of sound”. Dover, New York, 1945. V. II. P. 47.
5. М.Б.Виноградова, О.В.Руденко, А.П.Сухоруков, Теория волн, 1979. С. 384.
6. M.D. Collins “A split-step Padé solution for the parabolic equation method”, J. Acoust. Soc. Am. 1993, V.93 (6), Pt.1, P.1736-1741.

Радиационная сила, действующая на твердотельный сферический рассеиватель в жидкости в поле квазигатуссовского пучка

А.В. Николаева, О.А. Сапожников

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

av.nikolaeva@physics.msu.ru

В настоящее время быстро развивающимся направлением волновой физики является использование ультразвуковых волн в медицинских приложениях. Несколько лет назад была предложена новая технология лечения мочекаменной болезни, а именно выталкивание из почки мелких почечных камней путем воздействия на камень акустической радиационной силой ультразвукового пучка [1,2]. Предложенная технология может применяться и как отдельная процедура в случаях, когда размеры камней достаточно малы (3–4 мм), так и совместно с процедурой дробления крупных почечных камней мощными фокусированными импульсами на мелкие фрагменты (литотрипсия), которые затем могут быть направлены к выходу мочеточника путем приложения акустической радиационной силы.

Для проведения безопасной и эффективной процедуры воздействия на камень акустическим пучком важно разработать теоретическую модель, позволяющую проводить точный расчет радиационной силы в зависимости от размера и упругих свойств рассеивателя, а также от радиуса, интенсивности и частоты акустического пучка. Основной задачей настоящей работы является на примере упругого сферического рассеивателя и квазигатуссовского акустического пучка проанализировать зависимость величины радиационной силы от соотношения между радиусом рассеивателя и шириной пучка.

Как известно, радиационная сила возникает в результате рассеяния падающего акустического пучка на объекте. Соответственно, расчет радиационной силы основан на решении задачи рассеяния для исследуемого акустического пучка. В случае квазигатуссовского пучка соответствующая задача была решена в работах [3, 4]. В качестве решения уравнения Гельмгольца для падающего квазигатуссовского пучка предложено использовать следующее [3]:

$$p_i = p_0 \frac{z_d}{2 \operatorname{sh}^2(kz_d)} \left[e^{kz_d} \frac{\sin\left(k\sqrt{r_{\perp}^2 + (z - iz_d)^2}\right)}{\sqrt{r_{\perp}^2 + (z - iz_d)^2}} - e^{-kz_d} \frac{\sin\left(k\sqrt{r_{\perp}^2 + (z + iz_d)^2}\right)}{\sqrt{r_{\perp}^2 + (z + iz_d)^2}} \right] \quad (1)$$

где p_i – комплексная амплитуда акустического давления в падающей волне, p_0 – исходная амплитуда волны на оси пучка, $k = \omega/c$ – волновое число, $z_d = ka^2/2$ – длина дифракционной расходимости пучка, $r_{\perp} = \sqrt{x^2 + y^2}$ – поперечная координата (расстояние от оси пучка). Решение (1) представляет собой суперпозицию двух пар «источник-сток», что обеспечивает отсутствие волны, распространяющейся во встречном направлении. Такое представление описывает пучки при произвольной степени их сфокусированности, в том числе при фокальной перетяжке размером порядка дифракционного предела ($ka \lesssim 1$). При $kz_d \gg 1$ выражение (1) переходит в решение для гауссова пучка.

На рис. 1 представлено мгновенные распределения акустического давления в квазигауссовском пучке при фиксированном радиусе перетяжки a_0 , но при разных значениях ka_0 , полученные на основании представления (1) [3]. При $ka_0 = 1$ структура волны еще слабо напоминает направленный пучок. Однако уже при $ka_0 = 2$ направленность выражена более явно, и расходимость квазигауссовского пучка уменьшается с последующим ростом ka_0 .

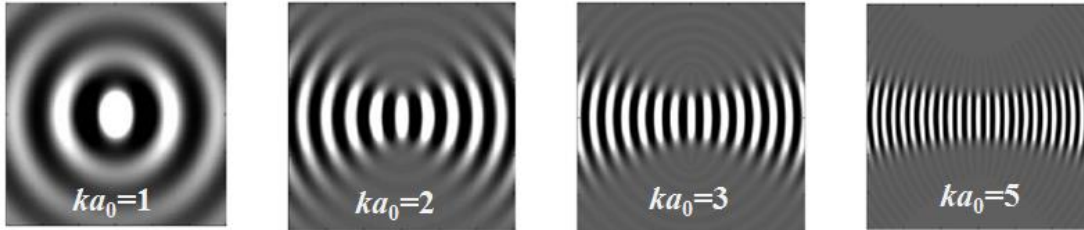


Рис. 1. Мгновенное распределение акустического давления в квазигауссовском пучке при фиксированном радиусе перетяжки a_0 , но при разных значениях ka_0 [3].

Для решения задачи рассеяния и последующего расчета радиационной силы рассмотрим сначала более общий случай произвольного аксиально-симметричного падающего пучка. Запишем комплексную амплитуду акустического давления в таком пучке в виде разложения по сферическим гармоникам:

$$p_i = \sum_{n=0}^{\infty} Q_n j_n(kr) P_n(\cos\theta) \quad (2)$$

где r и θ – сферические координаты, $P_n(\cos\theta)$ – полиномы Лежандра, $j_n(x)$ – сферические функции Бесселя. Рассеянная волна в случае падения пучка вида (2) на аксиально-симметричный рассеиватель сохраняет свойство осевой симметрии и поэтому в общем случае может быть записана в виде:

$$p_s = \sum_{n=0}^{\infty} c_n Q_n h_n^{(1)}(kr) P_n(\cos\theta) \quad (3)$$

где $h_n^{(1)}(kr)$ – сферические функции Ханкеля, а коэффициенты c_n характеризуют рассеяние соответствующей сферической гармоники. Для случая, когда рассеиватель представляет собой изотропный упругий шар с центром в начале координат (именно этот случай рассматривается ниже), выражения для коэффициентов рассеяния c_n имеют известный аналитический вид, приведённый в работах [4 – 6].

Когда и пучок, и рассеиватель являются аксиально-симметричными, радиационная сила имеет лишь компоненту F_z . Она может быть выражена через коэффициенты c_n и Q_n следующим образом [4, 5]:

$$F_z = \frac{2\pi}{\rho c^2 k^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)}{(2n+1)(2n+3)} \text{Im} \left\{ Q_n Q_{n+1}^* (c_n + c_{n+1}^* + 2c_n c_{n+1}^*) \right\} \quad (4)$$

Для применения общего выражения (4) к конкретному виду падающего пучка коэффициенты разложения удобно записать в виде

$$Q_n = p_0 i^n (2n+1) g_n(kz_d). \quad (5)$$

Здесь множитель $g_n(kz_d)$ учитывает отличие пучка от плоской волны (решение для плоской волны соответствует случаю $g_n = 1$). Для квазигaussianовского пучка вида (1) зависимость $g_n(kz_d)$ может быть выражена аналитически [3]:

$$g_n(x) = \frac{1 - (-1)^n e^{-2x}}{(1 - e^{-2x})^2} \cdot e^{-x} \sqrt{2\pi x} I_{n+1/2}(x), \quad (6)$$

где $I_{n+1/2}(x)$ – функция Инфельда.

Соотношения (4) – (6) используются для численного расчета величины радиационной силы со стороны квазигaussianовского пучка на упругий сферический рассеиватель в жидкости. Вычисления проводились в среде Fortran.

Расчеты проводились для двух типов сферических упругих рассеивателей: для СОМ-камня (СОМ – оксалат моногидрат кальция или вевеллит), характеристики которого наиболее близки к одному из типов реально встречающихся в почке камней: $\rho = 2038 \text{ кг/м}^3$, $c_l = 4535 \text{ м/с}$, $c_t = 2132 \text{ м/с}$. Второй рассматриваемый рассеиватель – камень, изготовленный из материала U-30 (Ultracal, $\rho = 1700 \text{ кг/м}^3$, $c_l = 2630 \text{ м/с}$, $c_t = 1330 \text{ м/с}$), который часто используют для создания модельных почечных камней.

Для этих рассеивателей построены зависимости нормированной величины радиационной силы $Y_g = \frac{F_z c}{W}$ ($W = \frac{\pi a_0^2 p_0^2 \text{ch}(kz_d)}{4\rho_0 c \text{sh}(kz_d)}$ – акустическая мощность квазигaussianовского пучка) от радиуса перетяжки пучка a_0 при различных фиксированных значениях радиуса рассеивателя a . Полученные зависимости представлены на рис. 2.

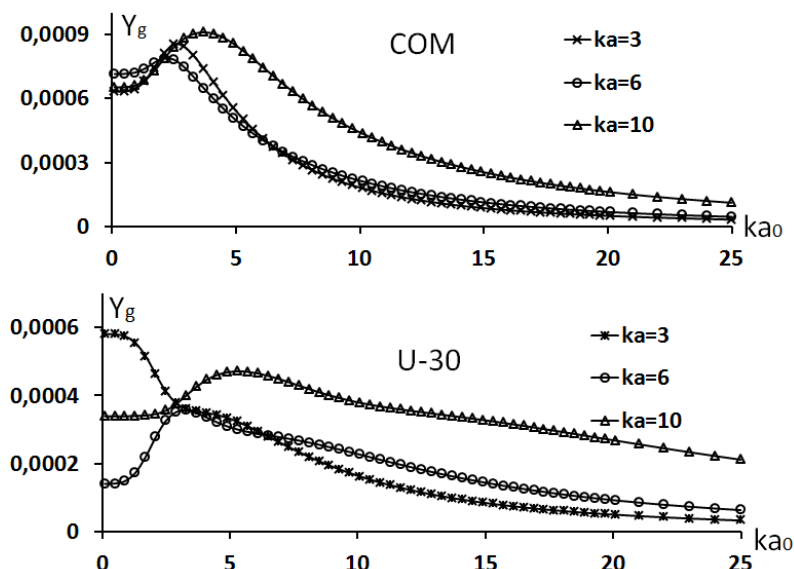


Рис. 2. Зависимость нормированной величины радиационной силы от радиуса перетяжки квазигaussianовского пучка ka_0 при различных фиксированных значениях радиуса рассеивателя ($ka = 3, 6, 10$). Зависимости построены для двух типов упругих сферических рассеивателей: СОМ и U-30.

Полученный результат можно назвать в чем-то парадоксальным. Если радиус перетяжки значительно превышает радиус пучка ($a_0 \gg a$), часть энергии проходит мимо, и соответствующая сила уменьшается, что подтверждается полученными зависимостями. Ожидается, что величина радиационной силы максимальна в случаях, когда радиус перетяжки сильно меньше радиуса рассеивателя ($a_0 \ll a$), так как при этом почти вся энергия пучка попадает в рассеиватель, оказывая на него максимальное силовое воздействие. Однако получено (рис. 2), что максимальное значение радиационной силы достигается при радиусе перетяжки сравнимом с радиусом пучка ($a_0 \leq a$). Таким образом, несмотря на то, что некоторая часть энергии все же проходит мимо рассеивателя, оказываемая на него сила возрастает по сравнению со случаем $a_0 \ll a$. Разница в силе по сравнению со случаем очень узкого пучка может достигать 40%.

Анализ показывает, что причиной возникновения рассмотренного эффекта является то, что при распространении ультразвукового пучка через рассеиватель, возникающие в нем сдвиговые волны имеют скорость, близкую к скорости распространения звука в жидкости. Таким образом, на рассеивателе возникают боковые области, которые активно захватывают энергию проходящего пучка, тем самым способствуя проникновению волны в рассеиватель и более эффективной передаче ему количества движения.

Работа выполнена при поддержке грантами РФФИ № 14-02-00426, НИИ DK43881 и NSBRI/NASA NCC 9-58.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Shahetal. // J. Urol. 2012. № 187. P. 739–743.
2. M.R. Bailey et al. // J. Acous.Soc. Am. 2013. № 133. P. 3279.
3. О.А. Сапожников // Акуст. журн. 2012 Т. 58. №1. С. 49-56.
4. X. Chen, R.E. Apfel // J. Acoust. Soc. Am. 1996. №99. P. 713–724.
5. О.А. Sapozhnikov, M.R. Bailey // J. Acous.Soc. Am. 2013. № 133(2). P. 661–676.
6. P.J. Westervelt // J. Acoust. Soc. Am. 1951. №23. P. 312–315.
7. J.J. Farah // J. Acoust. Soc. Am. 1951. №23. P. 405–418.

О едином описании поверхностных волн и волн Лэмбовского типа

С.К. Тлеуменов

Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева
matricant@inbox.ru

В работе предположено единое описание поверхностных волн и волн Лэмбовского типа в анизотропных упругих, пьезоэлектрических и пьезомагнитных слоях.

Описание основано на методе матрицанта [1-3]. Современное состояние и обзор методов исследования изложены в обзоре [4].

Одним из важных практических приложений волн Лэмба является их широкое использование при неразрушающем контроле, вследствие их дисперсии и незначительному затуханию.

1. Метод матрицанта основан на приведении исходной системы уравнений движения упругой анизотропной среды и совместной системы уравнений упругой среды и уравнений Максвелла для пьезосред к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W} \quad (1)$$

При этом используется представление решения искомых полей в форме:

$$F(z, x, y, t) = f(z)e^{i\omega t - imx - iny} \quad (2)$$

B – матрица коэффициентов, \vec{W} – вектор столбец, имеющий в упругой анизотропной среде компоненты

$$\vec{W} = (U_z, \sigma_{zz}, U_x, \sigma_{xz}, U_y, \sigma_{yz})^+ \quad (3)$$

в пьезосредах:

$$\vec{W} = (U_z, \sigma_{zz}, U_x, \sigma_{xz}, U_y, \sigma_{yz}, E_y, H_x, H_y, E_x) \quad (4)$$

Структура матриц коэффициентов, для всех рассмотренных классических феноменологических моделей сред, позволяет построить структуру матрицанта [5-6].

Структура матрицанта, есть линейная взаимно-однозначная зависимость между элементами прямого и обратного матрицантов.

В частности для матриц B (2×2):

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix}; T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{22} & -t_{12} \\ -t_{21} & t_{11} \end{pmatrix} \quad (5)$$

В случае матриц B (4×4):

$$T = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{pmatrix}; T^{-1} = \begin{pmatrix} t_{22} & -t_{12} & -t_{42} & t_{32} \\ -t_{21} & t_{11} & t_{41} & t_{31} \\ -t_{24} & t_{14} & t_{44} & -t_{34} \\ t_{23} & -t_{13} & -t_{43} & t_{33} \end{pmatrix} \quad (6)$$

Из (5) и (6) следуют инвариантные соотношения, включающие законы сохранения при рассматриваемом процессе.

Структура матрицанта была определена, в общем случае, для систем уравнений $(2n \times 2n)$.

2. Из построения структуры матрицанта следует рекуррентное соотношение:

$$T^2 = 2\hat{p}T - E; \quad \hat{p} = \frac{1}{2}(T + T^{-1}) \quad (7)$$

E – единичная матрица.

Соотношение (7), приводит к аналитическому представлению матрицанта периодически неоднородного слоя на основе полиномов Чебышева-Гегенбауэра. Это представление является обобщением результатов работ Бриллюэна и Пароди для дискретных периодических структур.

3. Аналитическое представление матрицанта периодически неоднородного слоя и свойства полиномов Чебышева-Гегенбауэра позволяют получить аналитическое решение исходных систем уравнений для широкого класса анизотропных сред.

4. На основе этих решений были рассмотрены задачи отражения / преломления, условия существования поверхностных волн, уравнения дисперсии волн Лэмбовского типа для различных моделей сред.

Было показано их единое описание. Рассмотрены и получены хорошо известные предельные случаи для тонких слоев (предельные скорости) и толстых слоев (волны Рэлея и Гуляева-Блюстейна).

5. Условия существования поверхностных волн получены в виде:

$$\Delta_1 b_{21} - \Delta_2 b_{43} = 0 \quad (8)$$

6. Уравнения дисперсии волн Лэмбовского типа имеют вид:

$$\frac{tgh}{tgh} = \left(\frac{\kappa \Delta_1 b_{21} + k \Delta_2 b_{43}}{k \Delta_1 b_{21} + \kappa \Delta_2 b_{43}} \right)^{\pm 1} \quad (9)$$

здесь κ, k – составляющие волновых векторов вдоль оси z ; b_{21}, b_{43} – элементы матрицы коэффициентов B . Δ_1^2 и Δ_2^2 для упругих сред:

$$\Delta_1^2 = b_{12} b_{43} - b_{13}^2; \quad \Delta_2^2 = b_{21} b_{34} - b_{24}^2 \quad (10)$$

В случае пьезосред:

$$\Delta_1^2 = b_{12} b_{34} \pm i \omega b_{14}^2; \quad \Delta_2^2 = b_{21} b_{43} \pm i \omega b_{23}^2$$

ЛИТЕРАТУРА

1. S.K.Tleukenov // ActaMechanica. V. 225, I. 12. P. 3535-3547.
2. С.К. Тлеукунов “Метод матрицанта. Распространение волн в анизотропных средах” LAP Lambert Academic Publishing, 2014.
3. С.К. Тлеукунов // Акустический журнал. 2015. Т.61. №2. С.161-164.
4. С.В. Кузнецов // Акустический журнал. 2014. Т.60. №1. С.90-100.
5. С.К. Тлеукунов // Известия РАН. Серия физическая. 2013. Т.77. №12. С.1778-1781.
6. S.K.Tleukenov // ForumAcusticum. 2014.

Обоснование процедуры и результаты расчета скорости переноса энергии вытекающими волнами Лэмба

В.Г. Можжев¹, И.А. Недоспасов², И.Е. Кузнецова²

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия

²Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН
vgmozhaev@mail.ru

Энергетические свойства являются важнейшими свойствами волновых процессов различной природы. К основным волновым энергетическим величинам относятся поток энергии, кинетическая и потенциальная энергии, а также скорость переноса энергии. Последняя из них определяется для поверхностных, граничных и волноводных мод через первые три величины, усредненные по времени и сечению волновой среды, перпендикулярному потоку волновой энергии. При использовании для поверхностных и граничных волн двумерных моделей с полубесконечными волновыми средами пространственное интегрирование (интегрирование по глубине) проводится в условиях, когда один или оба предела интегрирования выбираются равными $\pm \infty$. Такой выбор оказывается непригодным для вытекающих волн. Причина этого заключается в том, что для обычных прямых волн утечки поле излучения экспоненциально нарастает с удалением от границы и интегралы расходятся. Для обратных же волн утечки (т.е. для волн с противоположными направлениями волнового вектора и потока энергии) соответствующий интеграл от плотности потока энергии в бесконечных пределах, как было показано недавно авторами настоящей статьи [1], обращается в ноль. В работе [2] для прямых волн утечки область интегрирования была ограничена только пластиной. Однако корректность такого шага, приводящего к полному исключению из рассмотрения волновых полей вне пластины, до сих пор не была обоснована, что создает впечатление действий от безысходности, а не в результате осмысленного анализа. Целью настоящей работы является изучение возможности определения и вычисления скорости переноса энергии прямыми и обратными вытекающими волнами Лэмба в пластине в жидкости с корректным учетом вклада акустических полей, излучаемых в жидкость.

Первоначально исследуем случай распространения в пластине прямых волн утечки. Неограниченное нарастание амплитуды излучения в жидкости при удалении от границы можно исключить путем введения источника волн утечки. Пусть для двумерной задачи это будет либо поверхностный линейный источник, либо источник с заданным распределением колебаний в выделенной вертикальной плоскости, который может возбуждать в чистом виде лишь одну выбранную моду. Наличие такого источника приводит к появлению для поля волн утечки в жидкости зоны тени и облучаемой зоны (по оптической терминологии освещенной зоны). В геометрическом приближении граница этих волн проходит через поверхностный источник и волновой вектор излучения в жидкости. Наклон этого вектора к поверхности пластины (угол θ) находится из условия фазового синхронизма: $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{Re} k_z / k_L$, где k_L - реальная часть волнового числа волны Лэмба, k_z - действительная часть проекции волнового числа на вертикальную ось волны в жидкости.

Данная работа частично поддержана грантом РФФИ № 16-07-00629 А.

ЛИТЕРАТУРА

1. I. A. Nedospasov, V. G. Mozhaev, I. E. Kuznetsova, Energy properties of leaky backward Lamb waves in a submerged plate. (подготовлена к печати)
2. A. Bernard, M. J. S. Lowe, M. Deschamps // J. Acoust. Soc. Am. 2001. V. 110. No 1. P. 186.

Измерение скоростей сдвиговых волн в мышечной ткани говядины

Т.Б. Крит¹, А.А. Сарапкин², Д.Д. Шнейдман², И.Ю. Дёмин², В.Г. Андреев¹

¹МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики
119991, Москва, Ленинские горы, дом 1, стр. 2

²ННГУ им. Н.И. Лобачевского, радиофизический факультет, кафедра акустики
603950, Нижний Новгород, проспект Гагарина, дом 23
timofey@acs366.phys.msu.ru

Сдвиговые вязкоупругие характеристики мышц являются информативными диагностическими параметрами [1]. Поэтому в настоящее время стремительно развиваются методы эластографии, позволяющие устанавливать связи между измеряемыми сдвиговыми вязкоупругими параметрами тканей и их физиологическим состоянием. К таким методам относится метод возбуждения сдвиговых волн в тканях и измерения их скорости при помощи ультразвука [2], основанный на существенном различии в скоростях продольных и сдвиговых волн. Также следует выделить метод компрессионной эластографии [3] и визуализацию при помощи акустической радиационной силы [4], которая в настоящее время уже внедрена во многие диагностические приборы. Сравнительно недавно был сделан детальный обзор существующих методов эластографии [5]. Исследовать нелинейную среду можно и методом резонатора [6], измеряя модуль сдвига по резонансной частоте, а коэффициент сдвиговой вязкости по ширине резонансной кривой. В данной работе ультразвуковой пучок частотой 5 МГц фокусировался в исследуемой области, возбуждая в ней сдвиговую волну. Сдвиговые импульсы регистрировались на нескольких расстояниях от места возбуждения волны. По скорости распространения этих импульсов определялся сдвиговый модуль упругости среды. Исследование расплывания и ослабления импульсов для определения коэффициента сдвиговой вязкости среды в работе не проводилось.

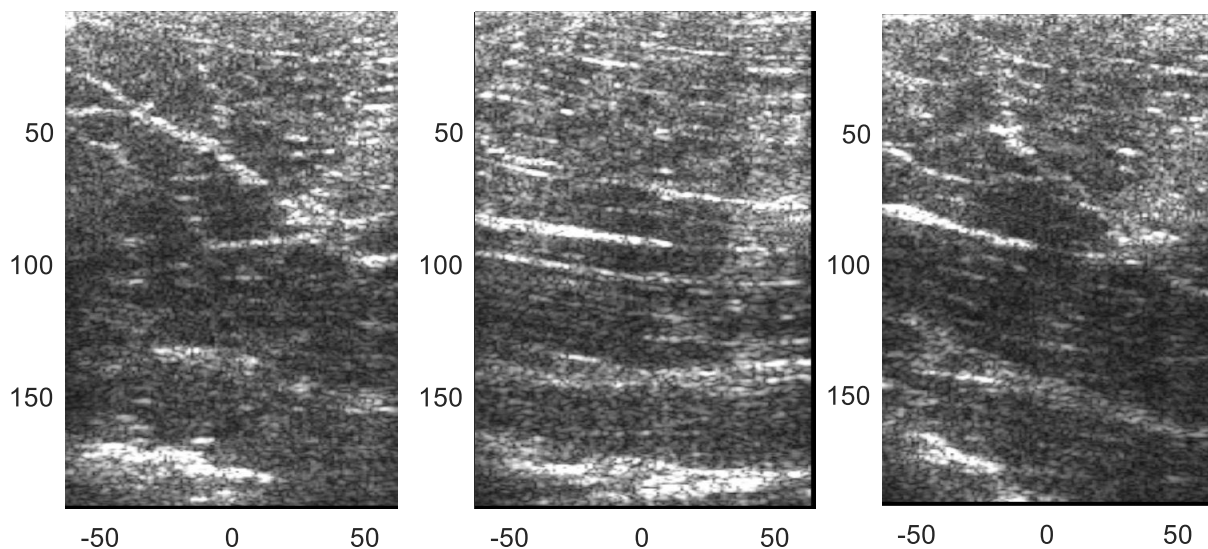


Рис. 1. Ультразвуковая визуализация исследуемой области мышечной ткани говяжьего края вдоль волокон (а), поперёк волокон (б) и под углом 45° к волокнам (в). Размеры области по осям приведены в длинах продольных волн.

В качестве объекта исследования была выбрана поперечно-полосатая мышечная ткань говядины в области толстого края (рис. 2). Эта ткань состоит из цилиндрических мышечных волокон диаметром от 10 до 150 мкм и длиной 12 см и более. Мышечные волокна с помощью прослоек внутренней соединительной ткани — эндомизия объединяются в небольшие первичные пучки. Такие первичные пучки мышечных волокон прослойками промежуточной соединительной ткани (перимизием) соединяются в пучки высших порядков и в целом образуют мышцу (мускул). Мышца покрыта грубой соединительной тканью (эпимизием) [7]. Благодаря такой структуре говяжий край обладает выраженной анизотропией скоростей акустических волн. Говяжий толстый край, выбранный для исследований, был приобретён на фермерском рынке в г. Нижнем Новгороде. Мышечные волокна, расположенные в продольном направлении в вытянутом куске мяса длиной 37 см, с двух сторон прирастали к костям. Ширина куска практически не варьировалась и составляла около 15 см. Толщина варьировалась от 5 до 15 см и в области измерения равнялась 10 см. В костях были проделаны отверстия, за которые болтами диаметром 5 мм кости крепились к металлическим скобам. Скобы были закреплены на микрометрических подачах, перемещение которых приводило к растяжению мышечных волокон. Скорости сдвиговых волн измерялись *ex vivo*. Измерения проводились как в недеформированной мышце ($\varepsilon = 0$), так и при двух деформациях ($\varepsilon = 0.025$ и $\varepsilon = 0.041$). Были проведены измерения вдоль и поперёк мышечных волокон. Направления волокон регистрировались при помощи ультразвукового изображения.



Рис. 2. Фотография мышечной ткани говядины в области толстого края, прикреплённой в процессе измерений за кости к микрометрическим подачам.

Диагностическая система Verasonics (США) с открытой архитектурой, расположенная в лаборатории «МедЛаб» Нижегородского национального государственного университета им. Н.И. Лобачевского, использовалась для визуализации внутренних сечений образца с помощью ультразвуковых волн. Визуализация проводилась ультразвуковым датчиком L4-7 (Broadband Corporation, Тайвань) на частоте 5 МГц в направлениях вдоль и поперёк волокон. Ультразвуковое изображение (*B*-скан) приведено на рис. 1, *б* для вертикального сечения. На рисунке 1, *в* приведена диаграмма для одного из поперечных сечений этой же области. На диаграммах по осям отложены значения в условных единицах длины. По горизонтальной оси число единиц совпадает с числом элементов антенной решётки

(128), по вертикальной оси 200 единиц. Расстояние между соседними единицами равно длине волны и при скорости ультразвука 1540 м/с это расстояние составляет 308 мкм.

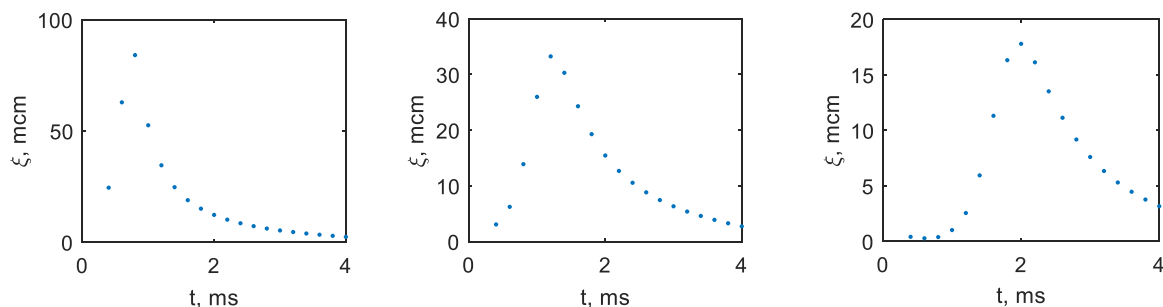


Рис. 3. Профили сдвиговой волны, измеренные на расстояниях 0.92 мм (а), 1.54 мм (б) и 3.08 мм (в) от точки возбуждения сдвиговой волны в направлении вдоль волокон.

Для возбуждения сдвиговой волны выбиралась глубина по вертикальной оси и на этой глубине в точку с координатой 64.5 единиц (19.87 мм) производилась фокусировка ультразвукового пучка. Сдвиговая волна возбуждалась импульсом длительностью 200 мкс. Визуализация движения среды осуществлялась путём корреляционной обработки последовательных изображений, построенных с использованием 19 коротких зондирующих импульсов, следующих с частотой 5 кГц [8]. Измеренные профили волны на расстояниях 0.92 мм, 1.54 мм и 3.08 мм (3, 5, и 10 единиц по горизонтали) от места возбуждения показаны на рис. 3. По смещению максимума сдвиговой волны определяется её скорость, а по изменению амплитуды – затухание.\

Таблица 1. Измеренные скорости сдвиговых волн (в м/с) в сечении говяжьего края вдоль мышечных волокон на различной глубине d в зависимости от относительной деформации ε .

d , мм	18.5	24.6	30.8	37.0	43.1
$\varepsilon = 0$	5.4 ± 0.5	4.4 ± 0.7	3.4 ± 0.8	4.3 ± 0.9	2.8 ± 0.6
$\varepsilon = 0.025$	6.3 ± 0.4	5.9 ± 0.3	4.3 ± 0.8	3.4 ± 0.5	2.3 ± 0.5
$\varepsilon = 0.041$	6.6 ± 0.3	6.39 ± 0.25	5.8 ± 0.4	3.3 ± 0.6	2.4 ± 0.5

В таблице 1 представлены значения скоростей сдвиговых волн, измеренные вдоль мышечных волокон на разных глубинах. Значения глубин приведены в первой строке в миллиметрах. Полученные величины характерны для мышц и хорошо согласуются со значениями, измеренными другими способами, которые представлены в литературе [2]. Измеренные при различных деформациях на глубинах 18.5 мм, 24.6 мм и 30.8 мм значения скорости различаются. При натяжении мышечных волокон происходит их деформация, сопровождаемая ростом скорости сдвиговых волн. Это означает, что при натяжении происходит рост сдвигового модуля упругости. Значения скоростей, измеренные на большей глубине, могут быть недостаточно достоверными по причине затухания зондирующего сигнала при распространении на большие по сравнению с длиной волны расстояния.

Таблица 2. Измеренные скорости сдвиговых волн в сечении говяжьего края поперёк мышечных волокон.

d , мм	18.5	24.6	30.8	37.0	43.1
$\varepsilon = 0$	3.89 ± 0.11	2.86 ± 0.12	1.99 ± 0.16	2.62 ± 0.24	1.85 ± 0.28
$\varepsilon = 0.025$	3.52 ± 0.24	3.11 ± 0.19	3.12 ± 0.15	2.89 ± 0.27	2.01 ± 0.29
$\varepsilon = 0.041$	4.48 ± 0.03	3.35 ± 0.16	1.84 ± 0.22	1.63 ± 0.28	1.50 ± 0.17

В таблице 2 приведены значения скоростей сдвиговых волн, измеренные поперёк мышечных волокон на тех же глубинах, что и значения скоростей, измеренные вдоль волокон. На глубине 24.6 мм также наблюдается рост скорости сдвиговой волны по мере увеличения деформации мышечных волокон. На глубинах 18.5 мм и 30.8 мм монотонной тенденции не наблюдается. Это обусловлено тем, что при распространении сдвиговой волны поперёк мышечных волокон её скорость зависит от области возбуждения волны. В непосредственной близости от волокна, скорость будет значительно выше, чем при возбуждении в области между волокнами.

В таблице 3 приведены значения скоростей сдвиговых волн, измеренные под углом 45° к мышечным волокнам на нескольких глубинах из тех, на которых были измерены значения скоростей вдоль и поперёк волокон. Значения с высокой точностью совпали со значениями, измеренными поперёк волокон, которые представлены в таблице 2. Схожесть скоростей, измеренных в мышце под углом 45° к волокнам, со значениями, измеренными поперёк волокон, была зарегистрирована *in vivo* [9] и связана со схожестью отклика на воздействия поперёк волокон и под углом 45° к ним.

Таблица 3. Измеренные скорости сдвиговых волн в сечении говяжьего края под углом 45° к мышечным волокнам.

d , мм	18.5	30.8	37.0
$\varepsilon = 0$	3.38 ± 0.12	2.03 ± 0.21	1.67 ± 0.22
$\varepsilon = 0.025$	3.50 ± 0.26	4.48 ± 0.27	2.31 ± 0.28
$\varepsilon = 0.041$	4.52 ± 0.09	2.80 ± 0.21	2.18 ± 0.29

Представленные в таблицах 1-3 результаты свидетельствуют о том, что при измерениях скоростей в мышцах *ex vivo* точность выше на глубинах до 100 длин волн. Неоднородности ткани вносят существенные погрешности в измеряемые значения.

По результатам измерений было сделано заключение о том, что скорости сдвиговых волн, распространяющихся вдоль и поперёк волокон, отличаются. Их отличие регистрируется системой Verasonics. Прохождение фокусирующейся волны на большую глубину приводит к ошибкам в измерении значений скоростей сдвиговых волн. Это обусловлено тем, что при распространении на такую глубину волна существенно затухает.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научных проектов № 16-32-50001 мол_нр и № 16-02-00719 а.

ЛИТЕРАТУРА

1. О.В. Руденко, А.П. Сарвазян // Акуст журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 679-687.
2. J.-L. Gennisson et al. // Ultrasound Med Biol. 2010. V. 36. No. 5. P. 789-801.
3. B.S. Garra // Applied Radiology. 2011. No. 2. P. 24-30.
4. R.Sh. Khalitov, S.N. Gurbatov, I.Yu. Demin // Phys. Wave Phenom. 2016. V. 24. No. 1. P. 73-76.
5. M.M. Doyley, K.J. Parker // Ultrasound Clin. 2014. V. 9. P. 1-11.
6. Т.В. Крит, V.G. Andreev, I.Yu. Demin // Acta Acust united Ac. 2015. V. 101. P. 915-919.
7. В.Н. Писменская, Е.М. Ленченко, Л.А. Голицына “Анатомия и физиология сельскохозяйственных животных” М.: КолосС, 2007.
8. В.Г. Андреев, А.В. Шанин, И.Ю. Дёмин // Акуст журн. 2014. Т. 60. № 6. С. 673-678.
9. S.F. Eby et al. // J Biomech. 2013. V. 46. No. 14. P. 2381-2387.

Изучение частотных характеристик звукопоглощающих материалов методом импедансной трубы

А.А. Белоус, А.В. Шанин, А.И. Корольков

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Москва, Россия

artem.belous@gmail.com

В данной работе были исследованы два материала, соответствующих моделям пористых сред с жестким и упругим каркасом, а так же материал из трубочек, поглощающий звук за счет вязкости.

1. Интерферометр

Построенный интерферометр представляет собой металлическую трубу квадратного внутреннего сечения 8x8 см и длиной 120 см. В трубу вставлены два одинаковых микрофона, расстояние между которыми 6 см. Труба закрывается с одного конца динамиком, а с другого – поршнем, представляющим собой жесткую стенку. Приблизительный рабочий диапазон трубы 150 Гц – 2100 Гц.

2. Пористый материал с жестким каркасом

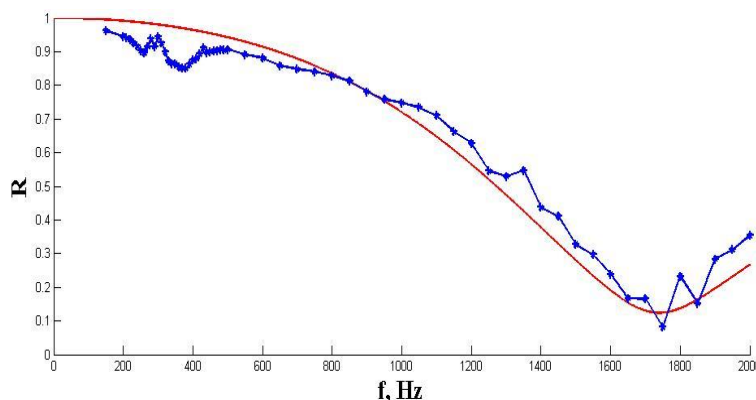


Рис. 1. а) Фотография материала Soundec; б) Частотная зависимость коэффициента отражения, синяя линия эксперимент, красная – теория.

В качестве исследуемого образца был выбран материал Soundec, представляющий собой панель из древесных опилок, соединенных цементным раствором. Материал помещался в трубу вплотную к жесткой стенке, снималась частотная зависимость коэффициента отражения при помощи метода двух микрофонов [1] (Рис. 1б). Для теоретического описания данного материала была выбрана модель Морзе-Ингарда [2]. Пусть давление в среде p и колебательная скорость u подчиняются системе уравнений

$$\begin{aligned} \rho_0 \frac{T}{\Omega} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\Phi u - \nabla p, \\ \frac{\Omega}{c_0^2} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\rho_0 \nabla u, \end{aligned} \quad (1)$$

где Φ - сопротивление потоку ($\text{кг/м}^3\text{с}$), Ω - пористость, T - извилистость, c_0 - скорость звука в воздухе, ρ_0 - равновесная плотность воздуха. Из системы находится модуль волнового вектора в таком материале и коэффициент отражения от материала. Далее, подбирая значения параметров пористой среды, будем добиваться максимального соответствия экспериментальной и теоретической кривых. Наилучшее соответствие было достигнуто при $T = 4,15$, $\Omega = 0,75$, $\Phi = 42500$ (Рис. 1б).

3. Пористый материал с упругим каркасом

В качестве образца такого материала был выбран вспененный меламин Basotect (Рис. 2а). Меламин так же помещался в трубу перед жесткой стенкой, затем при помощи метода двух микрофонов снималась частотная зависимость коэффициента отражения.

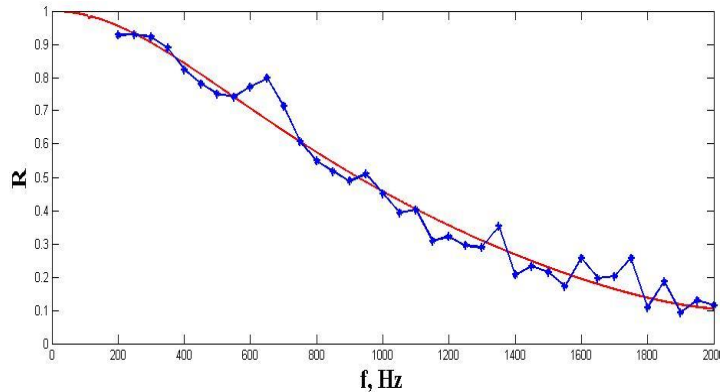


Рис. 2. а) Фотография меламин Basotect; б) Частотная зависимость коэффициента отражения, синяя линия – эксперимент, красная – теория Био.

Пористые материалы с упругим подвижным каркасом описываются более сложной моделью Био [3,4], учитывающей не только движение воздуха в порах, но и движение самого материала. Записывается связь деформаций и напряжений, содержащая в качестве переменных смещение каркаса и воздуха в порах, затем из нее выводятся волновые уравнения, составляется характеристическое уравнение, находятся волновые числа для распространяющихся в пористой среде волн [3, гл. 6].

Модель Био описывает 3 распространяющиеся волны: две продольные и одну поперечную [4]. Коэффициент отражения в данной работе вычислялся только для продольных волн.

Аналогично эксперименту с Soundec, был вычислен коэффициент отражения от материала, помещенного на жесткую стенку, а затем путем подбора параметров была получена теоретическая кривая, наиболее близкая к экспериментальной (Рис 2б). Соответствие достигается при следующих параметрах модели: $\Omega = 12 \cdot 10^3$; $\Phi = 0,99$; $T = 1,01$.

4.Материал с вязкостью из тонких трубочек

В дополнение к коммерческим материалам был исследован материал, изготовленный авторами. Материал представляет собой набор скрепленных по длине трубочек из ПВХ длиной 21 см и диаметром 3 мм каждая (Рис.3а). Набор помещался в импедансную трубу перед закрытым концом, измерялся коэффициент отражения.

Будем считать, что течение воздуха по трубкам проходит с пограничным слоем. Толщина пограничного слоя оценивается как $\delta = 5\sqrt{\nu/\omega}$ [5]. Пусть есть два сорта трубочек: сами трубочки и зазоры между ними. Также будем считать, что трубочки к жесткой стенке прилегают неплотно, и трубочки первого и второго сорта обмениваются воздухом перед стенкой. В трубочках действует диссипативная сила $F = -\gamma v$. Тогда имеем систему уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \rho'}{\partial t} = -\rho_0 c_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - \gamma v \\ p_0(-h) = p_1(-h) = p_2(-h) \\ u_0(-h)S_0 = u_1(-h)S_1 + u_2(-h)S_2 \\ p_1(0) = p_2(0) \\ S_1 u_1(0) + S_2 u_2(0) = 0 \end{array} \right.$$

где γ – коэффициент трения, $p_1, p_2, v_1, v_2, S_1, S_2$ – давление, скорости в трубках первого и второго сортов и их площади, h – длина трубочек, $x = 0$ соответствует жесткой стенке, $x = -h$ соответствует переднему торцу.

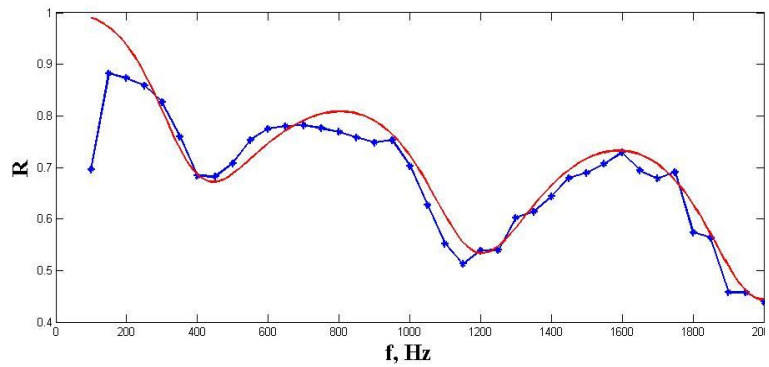


Рис.3. а) Фотография изготовленного материала; б) Частотная зависимость коэффициента отражения, синяя линия – эксперимент, красная – теория.

Пользуясь выражением для силы трения при течении между двумя пластинами, из которых одна покоится, а другая движется со скоростью $vF = \eta S v/d$, где η – вязкость, S – площадь пластины, d – расстояние между ними [4], можем оценить силу трения на длине dx как $f = \frac{4d\eta v}{\delta} dx$, где d – диаметр трубочки. Тогда $\rho\gamma = 4\eta/d\delta$, и $\gamma = 4v/(\delta d)$. Сделав преобразование Фурье, получим выражение для волнового числа в трубочках: $k = k_0 \left(1 + \frac{2i\delta}{d}\right)$. Решив систему уравнений, получим коэффициент отражения для такого материала, который близок к измеренному (Рис.3б).

Таким образом, простыми средствами было проведено описание существующих материалов, а также созданного модельного материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.А. Исакович. “Общая акустика” М.: Наука 1973
2. P.M. Morse, K.U Ingard. “Theoretical Acoustics”. NY: McGraw-Hill, 1968, 949 p.
3. J.F. Allard, N. Atalla “Propagation of Sound in Porous Media, Modelling Sound Absorbing Materials, Second Edition” John Wiley & Sons. UK. 2009
4. М.А. Biot: J. Acoust. Soc. Am. 28 1956 pp. 168–191.
5. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. Том VI. Гидродинамика М. Наука 1988.

Восстановление векторных акустических неоднородностей при численном моделировании и экспериментальной реализации

Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева, А.С. Шуруп

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра акустики

burov@phys.msu.ru

Акустическая томография позволяет исследовать внутреннюю структуру объектов, “прозрачных” для акустических волн, когда непосредственное измерение внутренних характеристик этих объектов затруднительно или невозможно. Большинство известных методов решения задач акустической томографии являются приближенными, что накладывает ограничения на область их применимости. В настоящей работе приводятся результаты численного моделирования функционально-аналитического алгоритма [1] восстановления скалярно-векторных неоднородностей, позволяющего получить решение обратной задачи, которое обладает математической строгостью для достаточно широкого класса рассеивателей. Кроме того, приводятся результаты восстановления вектора скорости течений на основе экспериментальных данных, полученных с помощью ультразвукового томографа [2]. Эти данные обрабатываются взвешенным аддитивным накоплением с последующим пространственно-корреляционным сравнением фрагментов изображений.

При численном моделировании рассматривается двумерная область V_S , в которой располагается неоднородность (рассеиватель), образованная скалярной $v(\vec{r}, \omega) = \omega^2 \left(\frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c^2(\vec{r})} \right) - 2i\omega \frac{\alpha(\vec{r}, \omega)}{c(\vec{r})}$ и векторной $\vec{A}(\vec{r}, \omega) = \frac{\omega}{c^2(\vec{r})} \vec{v}(\vec{r})$ составляющими; $c(\vec{r})$, $\alpha(\vec{r}, \omega)$ и $\vec{v}(\vec{r})$ обозначают скорость звука, амплитудный коэффициент поглощения и вектор течений в неоднородной среде; \vec{r} – радиус-вектор; c_0 – скорость звука в фоновой среде; ω – циклическая частота; временная зависимость полей $\sim \exp(-i\omega t)$. Предполагается, что на границе области V_S , имеющей форму окружности заданного радиуса, расположены квазиточечные излучатели с координатой \vec{x} и квазиточечные приемники с координатой \vec{y} . Требуется восстановить $v(\vec{r}, \omega)$ и $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$ на основе принятых акустических полей $G^{cl}(\vec{y}, \vec{x}; \omega)$.

В рассматриваемом алгоритме восстановления [1] используется формальный переход в область комплексных волновых векторов, что приводит к необходимости работать в терминах обобщенного волнового поля $\Psi(\vec{r}, \vec{k}; \omega)$ и обобщенной амплитуды рассеяния $h(\vec{k}, \vec{l}; \omega)$ вместо их классических аналогов. Здесь комплексные (!) волновые векторы \vec{k} и \vec{l} ($\vec{k}, \vec{l} \in \mathbb{C}^2$) характеризуют эффективные падающее и рассеянное поля, соответственно. Переход от действительных векторов $\vec{k}, \vec{l} \in \mathbb{R}^2$ (характеризующих эффективное падающее поле в виде плоской волны и эффективное рассеянное поле, хотя в эксперименте приемоизлучающие преобразователи являются квазиточечными) к их комплексным аналогам выполняется в виде $\vec{k} = \vec{k}_R + i\vec{k}_I$, $\vec{l} = \vec{l}_R + i\vec{l}_I$ ($\vec{k}_R \equiv \text{Re } \vec{k}$, $\vec{k}_I \equiv \text{Im } \vec{k}$; $\vec{l}_R \equiv \text{Re } \vec{l}$, $\vec{l}_I \equiv \text{Im } \vec{l}$) с сохранением условия монохроматичности: $\vec{k}^2 = \vec{l}^2 = k_0^2$ при $\vec{k}, \vec{l} \in \mathbb{C}^2$, откуда $\vec{k}_R \perp \vec{k}_I$. В рассматриваемой двумерной задаче существует всего две ортогональных ориентации вектора \vec{k}_I относительно вектора \vec{k}_R :

$\vec{k}_l \equiv \vec{k}_l^\pm$. В алгоритме восстановления участвуют предельные значения (h^\pm и Ψ^\pm) функций $h(\vec{k}, \vec{l}; \omega)$ и $\Psi(\vec{r}, \vec{k}; \omega)$ при $\vec{k}_l^\pm \rightarrow 0$; алгоритм имеет следующие этапы:

$$G^{cl}(\vec{y}, \vec{x}; \omega) \xrightarrow{\text{см. [3]}} h^\pm(\vec{k}, \vec{l}; \omega) \xrightarrow{\text{см. [4]}} \mu^\pm(\vec{r}, \vec{k}; \omega) \longrightarrow \hat{v}(\vec{r}, \omega), \hat{A}(\vec{r}, \omega). \quad (1)$$

Здесь $\mu^\pm(\vec{r}, \vec{k}; \omega) \equiv \exp(-i\vec{k}\vec{r})\Psi^\pm(\vec{r}, \vec{k}; \omega)$ – переопределенные предельные значения обобщенных полей; $\hat{v}(\vec{r}, \omega)$, $\hat{A}(\vec{r}, \omega)$ – оценки истинных составляющих неоднородности $v(\vec{r}, \omega)$, $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$, получаемые обсуждаемым алгоритмом. Вопросы реализации первого перехода “ $G^{cl}(\vec{y}, \vec{x}; \omega) \longrightarrow h^\pm(\vec{k}, \vec{l}; \omega)$ ” и второго перехода “ $h^\pm(\vec{k}, \vec{l}; \omega) \longrightarrow \mu^\pm(\vec{r}, \vec{k}; \omega)$ ” в (1) были подробно изложены в работах [3, 4]. Единственным этапом обсуждаемого алгоритма (1), который не был численно реализован ранее для скалярно-векторных неоднородностей, является переход от функции $\mu^\pm(\vec{r}, \vec{k}; \omega)$ к искомым оценкам $\hat{v}(\vec{r}, \omega)$, $\hat{A}(\vec{r}, \omega)$; он изложен в [1].

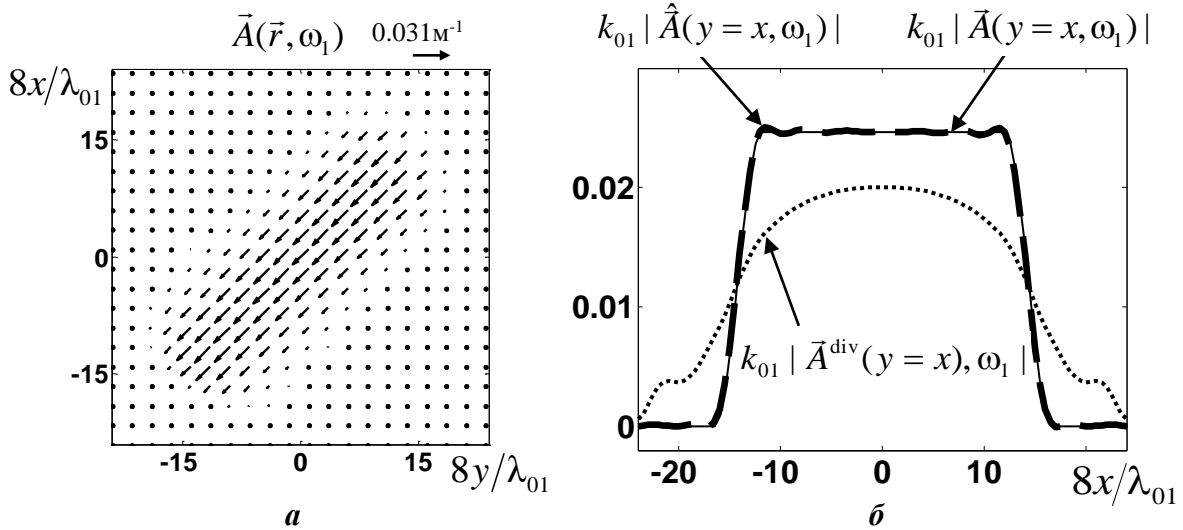


Рис. 1. Пространственное распределение по области томографирования вектора истинной неоднородности $\vec{A}(\vec{r}, \omega_1)$ (а); диагональные сечения для ее модуля $k_{01} |\vec{A}(y=x, \omega_1)|$ (б, тонкая линия), а также для соленоидальной компоненты $k_{01} |\vec{A}^{\text{div}}(y=x, \omega_1)|$ (б, линия в виде точек) и восстановленной в двухчастотном режиме итоговой оценки $k_{01} |\hat{A}(y=x, \omega_1)|$ (б, толстая пунктирная линия). Приведены результаты восстановления на низшей из двух рассматриваемых частот $\omega_1 < \omega_2$, которой в однородной фоновой среде соответствует длина волны λ_{01} ; $k_{01} = 2\pi/\lambda_{01}$.

В качестве примера результатов численного моделирования на рис. 1 приведено распределение по исследуемой области векторного поля $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$ (рис. 1а), а также его оценка (рис. 1б) в виде модуля $|\vec{A}^{\text{div}}(\vec{r}, \omega)|$ при использовании экспериментальных данных только на одной частоте (тогда оценка оказывается весьма далекой от истины) и на двух частотах в виде $|\hat{A}(\vec{r}, \omega)|$ (тогда оценка практически совпадает с истиной).

Дело в том, что, согласно [1], соотношения, определяющие последний переход в (1), дают корректную оценку истинных неоднородностей $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$ и $v(\vec{r}, \omega)$ только в том случае, когда $\text{div } \vec{A}(\vec{r}, \omega) = 0$. Если это требование не выполняется, то в монохроматическом режиме скалярно-векторные неоднородности будут восстановлены с искажениями, причем искажена будет не только векторная составляющая, но и скалярная. Тем не менее, приемлемое восстановление $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$ и $v(\vec{r}, \omega)$ возможно при использовании нескольких (как минимум, двух) частот [5]. В этом случае совместно с восстановлением соленоидальной составляющей векторного поля $\vec{A}^{\text{div}}(\vec{r}, \omega)$, где $\text{div } \vec{A}^{\text{div}}(\vec{r}, \omega) \equiv 0$, удастся восстановить и его потенциальную компоненту $\vec{A}^{\text{rot}}(\vec{r}, \omega)$, где $\text{rot } \vec{A}^{\text{rot}}(\vec{r}, \omega) \equiv 0$, что позволяет в итоге получить полное векторное поле $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$ в виде $\vec{A}(\vec{r}, \omega) = \vec{A}^{\text{rot}}(\vec{r}, \omega) + \vec{A}^{\text{div}}(\vec{r}, \omega)$, а также учесть поправки, которые требуются для адекватной оценки функции $v(\vec{r}, \omega)$. Для повышения помехоустойчивости получаемых оценок как скалярной $v(\vec{r}, \omega)$, так и векторной $\vec{A}(\vec{r}, \omega)$ составляющих рассеивателя возможно использование данных рассеяния на большем количестве рабочих частот.

Итак, описанный функционально-аналитический алгоритм обеспечивает достаточно высокое качество восстановления скалярной и векторной составляющих функции рассеивателя. Однако стадия практической реализации данного алгоритма в конкретном томографическом устройстве пока еще впереди. В то же время, разработан и проверен на численных моделях другой алгоритм (который будет называться аддитивно-корреляционным) восстановления вектора скорости течений [2, 6]. Кроме того, на основе этого алгоритма были обработаны экспериментальные данные, полученные с помощью разрабатываемого ультразвукового медицинского томографа [2]. В аддитивно-корреляционном алгоритме для получения пространственного распределения вектора скорости течений $\vec{v}(\vec{r})$ требуется особый режим излучения сигналов, зондирующих исследуемый объект. В таком режиме каждый излучатель вместо одного зондирующего импульса посылает три импульса через заданные промежутки времени $T_{\text{геп}}$. Значение $T_{\text{геп}}$ определяется длительностью излучаемого импульса, а также априорным знанием максимального значения скорости течений в исследуемом объекте. Три набора экспериментальных данных в виде рассеянных объектом сигналов, соответствующих трем зондирующим импульсам, специальным образом [2, 6] объединяются в две пары, обозначаемые индексами I и II: $\Delta u_{\text{sc}}^{\text{I}}(\vec{r}_S, \vec{r}_R, t)$ и $\Delta u_{\text{sc}}^{\text{II}}(\vec{r}_S, \vec{r}_R, t)$, где \vec{r}_S и \vec{r}_R – координаты текущих излучателя и приемника, t – время. Данные $\Delta u_{\text{sc}}^{\text{I}}(\vec{r}_S, \vec{r}_R, t)$ и $\Delta u_{\text{sc}}^{\text{II}}(\vec{r}_S, \vec{r}_R, t)$ при каждой фиксированной паре (\vec{r}_S, \vec{r}_R) предварительно фазируются на текущую точку изображения \vec{r} , и аддитивное объединение (с весовыми коэффициентами) сфазированных значений по приемникам \vec{r}_R приводит к двум комплексным изображениям $Z^{\text{I}}(\vec{r}_S, \vec{r})$ и $Z^{\text{II}}(\vec{r}_S, \vec{r})$ при каждом фиксированном излучателе \vec{r}_S . Перебор всех излучателей дает две серии изображений.

Изображения обладают спекл-структурами, которые перемещаются вместе с течением. Тогда относительный сдвиг фрагментов спекл-структур на изображениях $Z^{\text{I}}(\vec{r}_S, \vec{r})$ и $Z^{\text{II}}(\vec{r}_S, \vec{r})$ соответствует смещению кластеров жидкости за время $T_{\text{геп}}$. Этот сдвиг находится с помощью взаимной корреляционной функции $\Gamma(\vec{r}_S, \vec{r}, \Delta \vec{r})$ фрагментов двух изображений Z^{I} и Z^{II} , полученных при одном и том же излучателе. В

итоге, скорость течения оценивается как $\vec{v}(\vec{r}) = \Delta\vec{r}_{\text{max}} / T_{\text{пер}}$, где вектор сдвига $\Delta\vec{r} = \Delta\vec{r}_{\text{max}}$ определяется из максимума (при переборе $\Delta\vec{r}$) функции $\text{Re} \sum_S \Gamma(\vec{r}_S, \vec{r}, \Delta\vec{r})$.

Был проведен эксперимент по восстановлению скорости движения жидкости, содержащей случайно расположенные рассеиватели. В качестве такой жидкости использовалась взвесь мелкодисперсного зубного порошка в киселе, которая двигалась через силиконовую трубку диаметром около 10 мм. Облучаемая часть трубки располагалась горизонтально в плоскости томографирования. Картина спекл-структур и векторная карта скорости жидкости, восстановленная на основе данных рассеяния при 26-ти приемопередаточных преобразователях, приведены на рис. 2. Дальнейшее улучшение качества получаемого векторного поля $\vec{v}(\vec{r})$ возможно за счет использования большего количества преобразователей, учета неоднородностей скорости звука и поглощения при построении изображений $Z^I(\vec{r}_S, \vec{r})$ и $Z^{II}(\vec{r}_S, \vec{r})$, а также за счет усовершенствования методики калибровки преобразователей антенной решетки томографа.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ № 16-29-02097 офи_м, № 16-02-00680, а также гранта Президента РФ по программе поддержки ведущих научных школ.

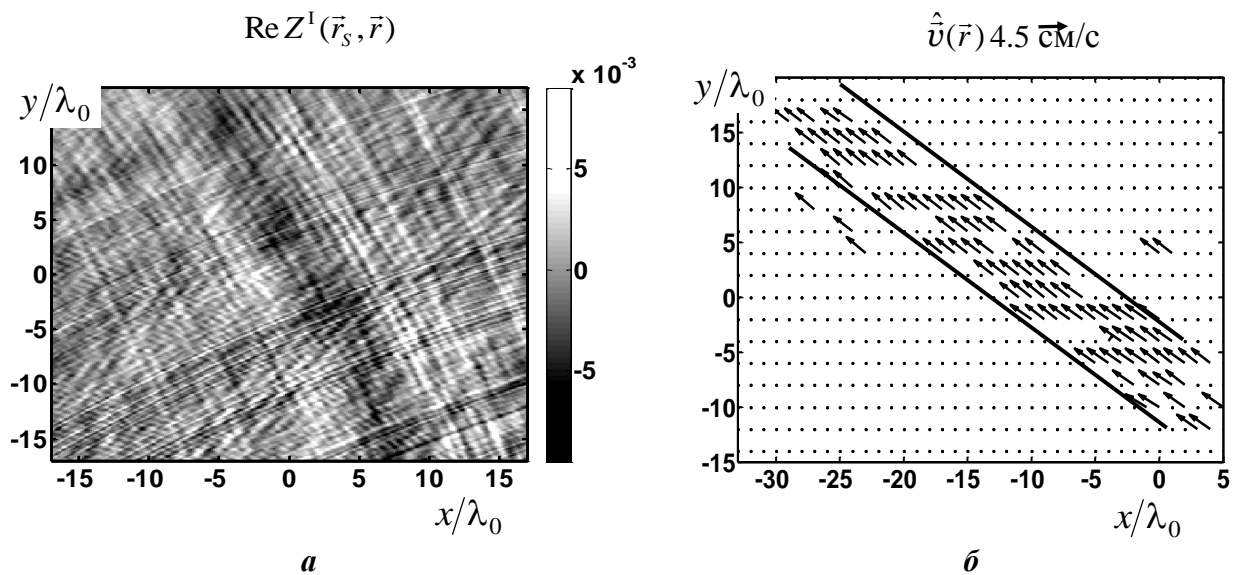


Рис. 2. Результат восстановления вектора скорости движения жидкости в прямолинейной трубке диаметром около 10 мм, ориентированной вдоль диагонали, по экспериментальным данным от 26 приемопередаточных преобразователей: действительная часть одного из коррелируемых изображений при фиксированном излучателе (а); восстановленное векторное поле скорости жидкости (б)

ЛИТЕРАТУРА

1. A.D. Agaltsov, R.G. Novikov // J. Math. Phys. 2014. No 55. 103502.
2. V.A. Burov et al. // Physics of Wave Phenomena. 2015. V. 23. No 2. P. 135.
3. В.А. Буров и др. // Акуст. журн., 2013. Т. 59. № 3. С. 391.
4. В.А. Буров и др. // Акуст. журн., 2009. Т. 55. № 6. С. 784.
5. A.D. Agaltsov // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications, 2016. V. 4. No 1. P. 4.
6. В.А. Буров и др. // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 5. С. 607.

Ультразвуковая визуализация рассеивателей сквозь неоднородный фантом кости черепа

С.А. Цысарь¹, О.А. Сапожников¹, В.Д. Свет², А.М. Молотилов³

¹*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия*

²*Акустический институт имени академика Н.Н. Андреева*

³*ООО АММ-2000*

sergey@acs366.phys.msu.ru

Задача визуализации структур головного мозга значительно осложняется присутствием костей черепа, имеющих сильную неоднородность по толщине, обладающих существенным поглощением и, вследствие высокого акустического импеданса, высоким коэффициентом отражения как от внешней, так и от внутренней поверхностей [1,2]. В настоящей работе предлагается метод визуализации, основанный на коррекции фазового фронта по акустически измеренному профилю кости, апробированный в эксперименте на модельных рассеивателях и фантомах костей черепа.

Ультразвуковая визуализация, как правило, основана на принципе эхо-локации, реализуемом с помощью фазированных антенных систем. В применениях ультразвука для диагностики мягких тканей, уровень яркости каждой точки ультразвуковой картины определяется уровнем отраженного сигнала из соответствующей области пространства [3]. При этом существенного искажения волнового фронта не происходит и точность построения изображения определяется в продольном направлении длительностью акустических импульсов, а в поперечном имеет дифракционное ограничение, определяемое угловой апертурой антенной решётки. При наличии между фазированной антенной и исследуемой мягкой тканью (структуры головного мозга) сильно отражающего неоднородного слоя, изображение, получаемое с использованием традиционной эхо-импульсной методики, сильно искажается и становится неинформативным. Для восстановления чёткости необходима компенсация вносимых наличием кости искажений волнового фронта при обработке принятых эхо-сигналов. Применительно к задаче транскраниальной ультразвуковой визуализации это может быть сделано при условии известных акустических характеристик кости и её профиля. Одним из вариантов получения такой информации является компьютерная томография, которая может предоставить полный трёхмерный профиль кости, расположения неоднородностей плотности и другие особенности строения. Однако, в силу ряда ограничений (условия стационара, ограничение дозы вредного излучения и др.), метод компьютерной томографии не всегда применим. В работе для определения профиля кости использовалась акустическая эхо-импульсная методика, аналогичная описанной выше для мягких тканей. Основная идея заключается в том, что сначала проводится профилирование черепа, а затем осуществляется построение изображения рассеивающих объектов за черепом с учётом информации, полученной на первом шаге.

Практическая реализация описанного метода требует наличия фазированных приёмо-излучающих антенн. В настоящий момент доступны и широко используются линейные антенные решетки с числом элементов до одной тысячи. Ряд научных групп пытался использовать одномерные системы для решения подобных задач [1,2,4,5]. Их существенный недостаток состоит в том, что, при наличии искривленной поверхности черепа, отражённый от рассеивающих элементов среды сигнал может выйти из плоскости визуализации и получаемое изображение будет неполным, даже при попытке

компенсации рефракции в кости. Поэтому для регистрации максимального количества

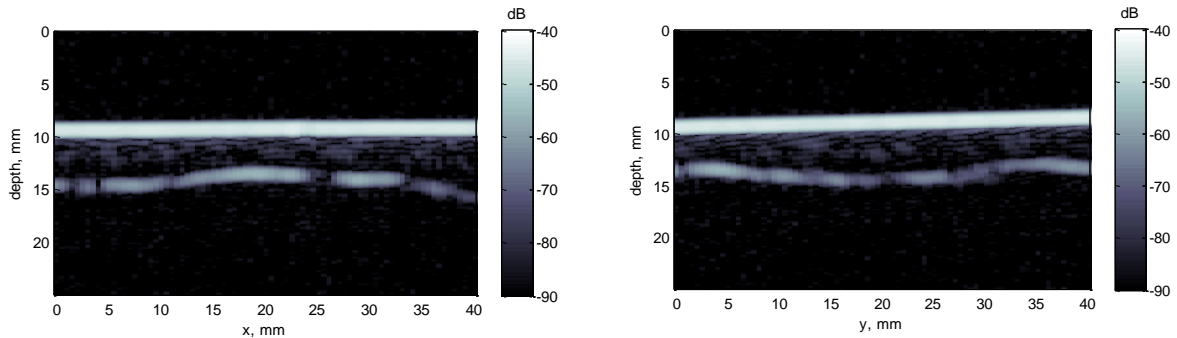


Рис. 1. Ультразвуковое изображение профиля фантома черепа в двух поперечных сечениях.

рассеянных компонент поля необходима двумерная антенная решётка с большим числом элементов. Поскольку в настоящее время нет широко распространенных и доступных фазированных антенных решёток, в работе использовался метод апертурного синтеза, с помощью которого в эксперименте создавались решётки размером до 40 тысяч элементов. Узлы решётки задавались координатами на внешней поверхности черепа, в которые помещался фокус широкополосного (центральная частота 2 МГц) фокусированного преобразователя. Синтез осуществлялся путём сканирования фокуса вдоль поверхности фантома черепа при помощи компьютерно управляемой системы микропозиционирования (UMS3, Precision Acoustics, Великобритания). Сигнал задавался в виде одного-двух периодов центральной частоты с помощью генератора (Agilent 33210A), поступал на преобразователь и излучался в виде акустической волны в дегазированную фильтрованную воду, в которой находились фантом черепа и визуализируемые рассеиватели в виде высококонтрастных сферических объектов (3мм, пенопластовые шарики) и трубки, имитирующей кровеносный сосуд (полимерная трубка, диаметр 4 мм). Отраженный сигнал для каждого узла решётки поступал на тот же преобразователь и регистрировался на осциллографе (Tektronix TDS 5054B). Усреднение по 2048 профилям волны в каждом пространственном узле обеспечивало повышение отношения сигнал/шум и увеличение динамического диапазона системы АЦП до порядка 13 бит. По полученным сигналам для всех точек решётки проводилось сначала определение профиля кости (рис. 1), затем в лучевом приближении проводилась коррекция фазовых искажений и, на заключительном этапе, осуществлялось построение изображения объектов, расположенных за фантомом кости черепа. Следует отметить, что выделение внешней и внутренней поверхностей черепа также осуществлялось в несколько этапов. Сначала по растровым ультразвуковым изображениям (рис. 1) определялись пороговые значения для каждой границы. Затем для каждого узла синтезируемой решётки выделялись области, значение сигнала в которых превышало пороговые. После этого проводилась фильтрация полученного трёхмерного массива точек. На заключительном этапе осуществлялась интерполяция двух поверхностей с использованием радиальных базисных функций. Полученные поверхности использовались для расчета корректирующих коэффициентов.

На рис. 2а представлено построение лучей для расчёта фазовых поправок волны для расчёта яркости одной точки, расположенной за поверхностью черепа. На рис. 2б сверху вниз приведены изображения, получаемые без коррекции, с коррекцией и

референсное изображение, полученное при измерениях рассеянного поля исследуемых объектов в отсутствие черепа.

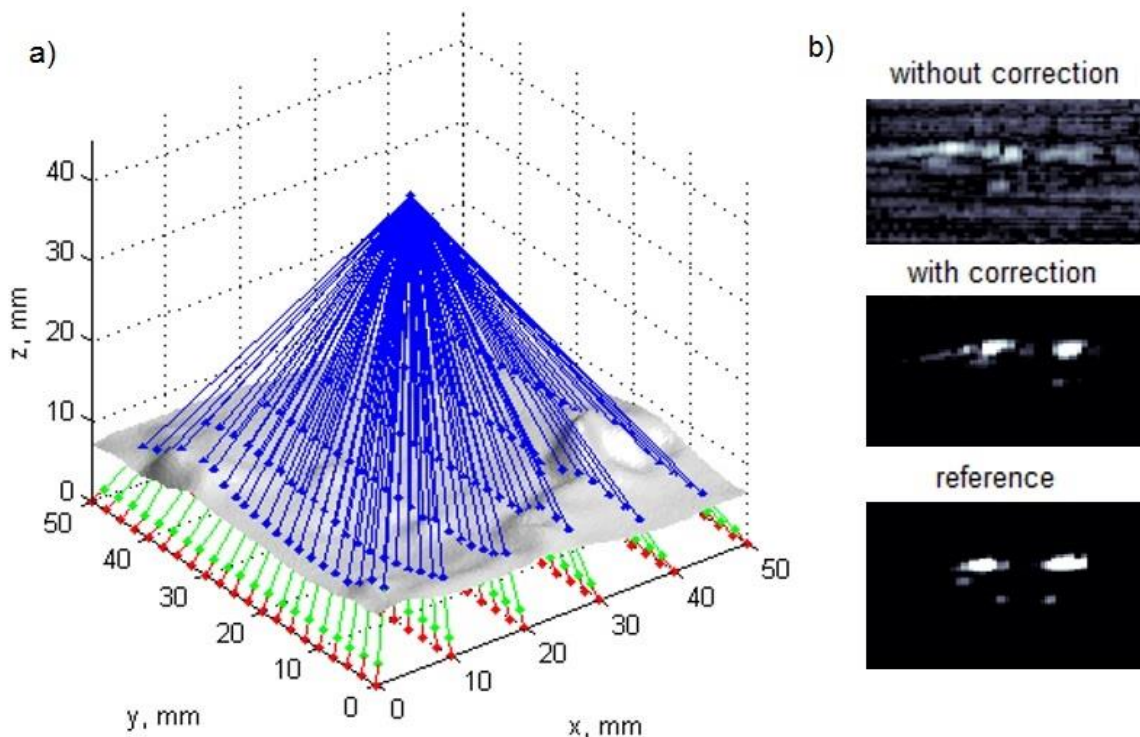


Рис. 2. К расчёту фазовых корректирующих коэффициентов (а). Изображение (сверху вниз) пары рассеивателей без коррекции, с коррекцией и референсное без черепа (б)

Таким образом, в работе был предложен метод построения изображений за сильно отражающим неоднородным слоем, основанный на акустическом профилировании искажающего слоя и последующей коррекции проходящего через него волнового фронта зондирующей акустической волны. Метод был опробован на модельных рассеивателях, помещенных за фантомом кости черепа с использованием методов апертурного синтеза.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ № 14-15-00665.

ЛИТЕРАТУРА

1. С.В. Байков, А.М. Молотилов, В.Д. Свет // Ак. журн. 2003. Т. 49. No 3. С. 332
2. С.В. Байков, А.М. Молотилов, В.Д. Свет // Ак. журн. 2003. Т. 49. No 4. С. 465
3. К. Хилл, Дж. Бэмбер, Г. Тер Хаар “Ультразвук в медицине” второе издание. М.: Физматлит, 2008.
4. Kiyanoosh Shapoori et al. // IEEE Trans. Biomed. Eng. 2014. V. 62. No. 5. P. 1253.
5. A. Wydra et al. // Phys. In Med. Biol. 2013. V. 58. No. 4. P. 1083.