

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Хаотическая динамика и управление ею в замкнутых цепочках ридберговских атомов	
<i>А.В. Андреев, О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов.....</i>	<i>3</i>
Управление аттрактора Плыкина методом Пирагаса	
<i>С.Т. Белякин, С.П. Кузнецов.....</i>	<i>6</i>
Исследование индуцированной шумом перемежаемости в осцилляторе Дуффинга	
<i>М.О. Журавлев, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов.....</i>	<i>8</i>
Исследование синхронизации, возникающей при взаимодействии симметричных структур в гипоталамусе грызунов	
<i>М.О. Журавлев, А.А. Короновский, В.А. Макаров, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов.....</i>	<i>10</i>
Нелинейная избирательность в самоорганизующихся и нейросетевых системах, избирательные нейроны и нейронные сети	
<i>М.Е. Мазуров.....</i>	<i>12</i>
Взаимодействие полупроводниковых гетероструктур, связанных через внешний резонансный контур	
<i>В.В. Макаров, В.А. Максименко, А.А. Короновский, А.Г. Баланов, А.Е. Храмов.....</i>	<i>17</i>
Возбуждение и подавление химерных состояний в многослойной сети нелинейных элементов	
<i>В.А. Максименко, М.В. Горемыко, В.В. Макаров, А.Е. Храмов, Д. Гош, Б.К. Бера, С.К. Дана.....</i>	<i>19</i>
Влияние классических шумов на формирование запутанных состояний в неравновесных квантовых системах	
<i>В.О. Мартынов, В.А. Миронов, Л.А. Смирнов.....</i>	<i>21</i>
Исследование перемежающейся обобщенной синхронизации в ансамбле нелинейных осцилляторов	
<i>А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.А. Пивоваров.....</i>	<i>25</i>
Исследование восприятия куба Неккера по многоканальным данным ЭЭГ человека: оценка и динамика низкочастотных компонент с учётом пространственного распределения	
<i>А.Е. Руннова, В.В. Грубов, М.О. Журавлев, М.К. Куровская.....</i>	<i>26</i>

Методы вейвлетной обработки многоканальных данных ЭЭГ человека для поиска и диагностики осцилляторных паттернов, связанных с восприятием неоднозначных изображений

М.О. Журавлев, А.Е. Руннова, А.А. Короновский, В.В. Грубов, А.Е. Храмов 30

Исследование влияния формы возмущения концентрации легирующей примеси на характеристики тока в полупроводниковой сверхрешетке

А.Г. Баланов, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.О. Сельский, А.Е. Храмов..... 32

Хаотическая динамика и управление ею в замкнутых цепочках ридберговских атомов

А.В. Андреев^{1,2}, О.И. Москаленко^{1,2}, А.А. Короновский^{1,2}, А.Е. Храмов^{1,2}

¹Саратовский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского

²Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина
andreevandv@gmail.ru

В настоящие дни значительный интерес вызывают задачи управления квантовыми системами с ридберговскими атомами в связи с тем, что подобные задачи имеют тесную связь с проблемой создания квантовых компьютеров [1]. Ридберговские атомы - это водородоподобные атомы, внешний электрон в которых находится в высоковозбужденном состоянии, вплоть до уровней порядка 1000. Данные объекты представляют в настоящее время особый интерес [2], потому что они могут быть использованы в квантовом контроле одного атома другими благодаря ридберговским (высоковозбужденным) состояниям. Волновые функции атомов в основном состоянии не превышают значения 0.1 нм, в то время как в ридберговском состоянии они достигают нескольких нанометров и даже выше. Это позволяет атомам, находящимся достаточно далеко для того, чтобы не взаимодействовать друг с другом, находясь в основном состоянии, сильно взаимодействовать в возбужденных состояниях [3].

Значительный интерес вызывает задача возникновения хаотической динамики в квантовой системе. Эта задача также имеет прикладное значение для решения проблемы квантовых вычислений в массиве атомов, включенных в твердое тело, принимающих ридберговское состояние [4].

Также системы с ридберговскими атомами являются перспективными для хранения и передачи информации. В связи с этим является перспективной задачей анализ методик подавления хаотической динамики в таких системах, т.к. хаос будет разрушать все хранимую или передаваемую через систему информацию.

В данной работе нами было проведено исследование замкнутых цепочек из 2 - 100 ридберговских атомов и была показана возможность возникновения хаотической динамики в рассматриваемой системе. Также было проведено исследование возможности управления хаотической динамикой путем параметрического воздействия на систему связанных ридберговских атомов.

Исследуемая система связанных ридберговских атомов описывается следующей системой квазиклассических уравнений [5]:

$$\begin{aligned} \dot{w}_i &= -2\Omega \operatorname{Im} q_i - w_i - 1, \\ \dot{q}_1 &= i[\Delta - c(w_N + w_2 + 2)]q_1 - \frac{q_1}{2} + i\frac{\Omega}{2}w_1, \\ \dot{q}_i &= i[\Delta - c(w_{i-1} + w_{i+1} + 2)]q_i - \frac{q_i}{2} + i\frac{\Omega}{2}w_i, \quad i = 2 : (N-1) \\ \dot{q}_N &= i[\Delta - c(w_{N-1} + w_1 + 2)]q_N - \frac{q_N}{2} + i\frac{\Omega}{2}w_N, \end{aligned} \quad (1)$$

где Ω - частота Раби, с которой осциллирует населенность возбужденного уровня атомной системы под действием резонансного лазерного излучения; Δ - отстройка частоты лазерного излучения от частоты резонансного атомного перехода; c - ридберговское взаимодействие; w_i - инверсии, т.е. разности населенностей

энергетических уровней атомов; q_i - недиагональные элементы матрицы плотности атома, которая является аналогом волновой функции и служит для описания состояния квантовомеханической системы; N - число атомов в цепочке.

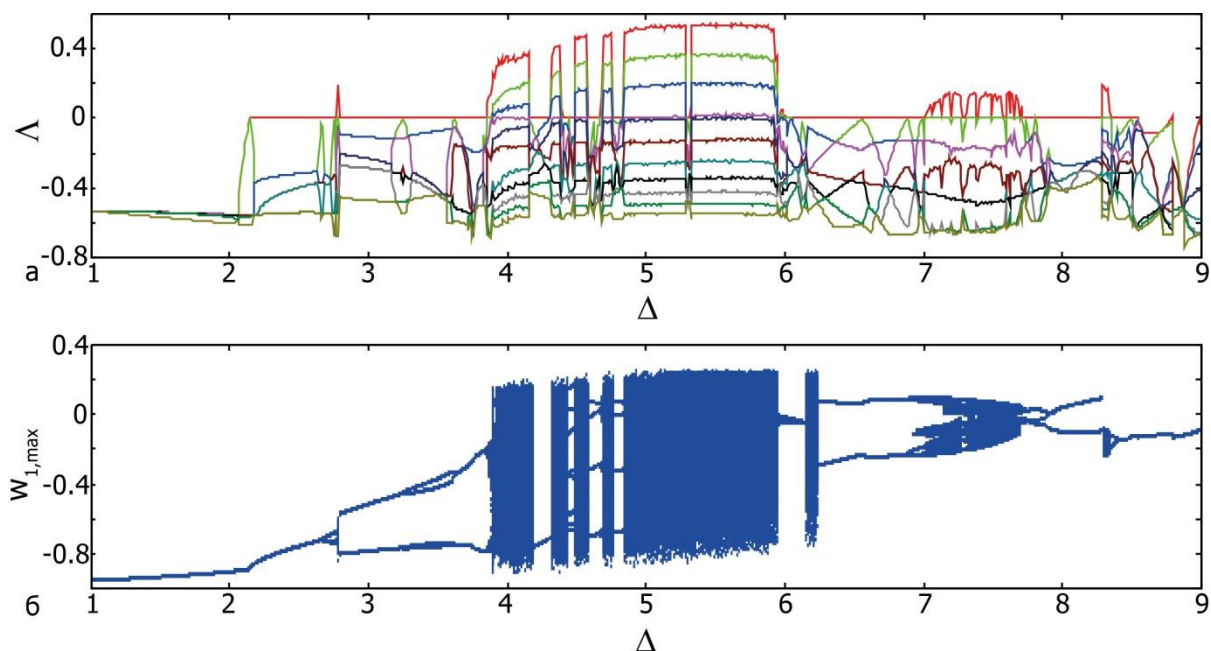


Рис. 1. Спектр показателей Ляпунова (а) и бифуркационная диаграмма (б) для замкнутой цепочки из 10 связанных ридберговских атомов при значении управляющих параметров $s=5$, $\Omega=2.5$.

Для анализа динамики исследуемых систем использовалось построение бифуркационных диаграмм как зависимостей локальных максимумов от значения управляющих параметров и расчет спектров показателей Ляпунова. На рисунке 1 изображены бифуркационная диаграмма и спектр ляпуновских показателей для цепочки из 10 атомов. Из него видно, что в такой системе в зависимости от значений управляющих параметров Ω и Δ может возникать гиперхаотическая динамика, характеризующаяся 4 положительными показателями Ляпунова. Спектры ляпуновских показателей были рассчитаны для разного числа атомов, от 2 до 100. Основываясь на этих данных, была построена зависимость числа положительных ляпуновских показателей от числа атомов в цепочке. Было обнаружено, что при увеличении числа атомов N в цепочке происходит линейный рост числа положительных ляпуновских показателей.

Для управления сложной динамикой в качестве метода подавления хаотической динамики использовалось введение внешнего параметрического воздействия. В качестве этого воздействия мы брали модуляцию частоты Раби внешним периодическим воздействием, что возможно реализовать в эксперименте:

$$\Omega = \Omega[1 + M \sin(2\pi ft)] \quad (2)$$

где M - амплитуда, а f - частота внешнего воздействия.

При значениях управляющих параметров $\Omega=2.5$, $\Delta=0.0$, соответствующих гиперхаотической динамике, была проанализирована система под внешним воздействием (2) в зависимости от амплитуды и частоты этого воздействия. Для анализа системы под внешним воздействием использовался расчет спектра условных показателей Ляпунова, в котором, в отличие от спектр обычных показателей, отсутствует один нулевой показатель [6]. На рис.2. представлен спектр условных

показателей Ляпунова, соответствующая исследуемой системе под внешним воздействием при значениях управляющих параметров Ω и Δ , при которых в автономной системе наблюдается хаотическая динамика. Периодическая динамика в системе соответствует моменту, когда в спектре старшим показателем является отрицательный. Из рисунка видно, что существуют области параметра f , при которых в системе происходит подавление хаоса и наблюдается периодическая динамика. Аналогичные результаты были получены и при изменении амплитуды внешнего воздействия M при постоянных значениях частоты f .

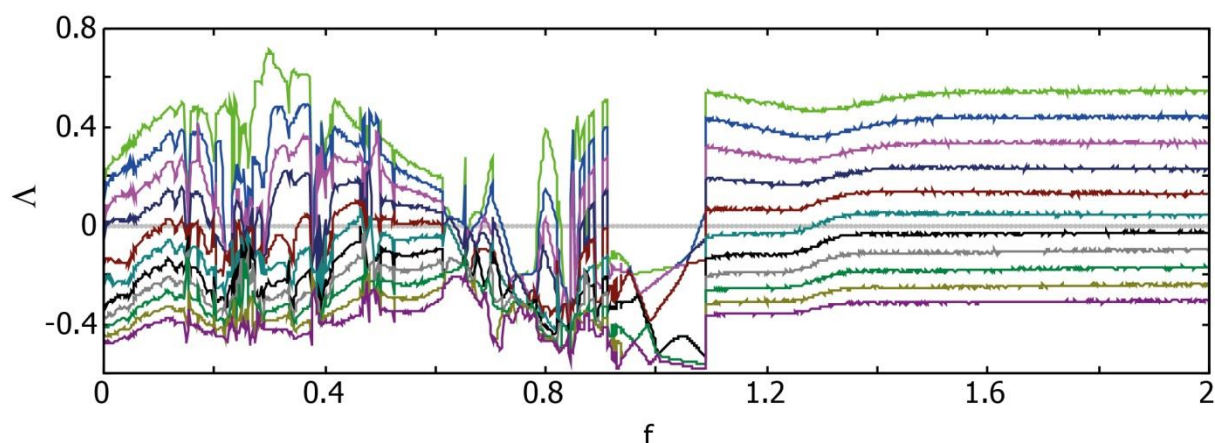


Рис. 2. Спектр условных показателей Ляпунова для замкнутой цепочки из 15 связанных ридберговских атомов под внешним параметрическим воздействием при значении параметров $\Omega=2.5$, $\Delta=0.0$, $M=0.684$.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 15-32-20299).

ЛИТЕРАТУРА

1. M.D. Lukin et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 2208.
2. P.T.Greenland et al. // Nature. 2010. V. 465. P. 1057-1061.
3. B.Schwarzschild // Phys. Today. 2009. V. 62. P. 15–18.
4. M. Saffman, T. G. Walker. // Reviews of Modern Physics. 2010. V. 82. P. 2313.
5. T. E. Lee, H. Haffner, M. C. Cross. // Phys. Rev. A. 2011. V. 84. P. 031402(R).
6. A. E. Hramov, A. A. Koronovskii // Phys. Rev. E. V. 2005. 71. No 6. P. 067201.

Управление аттрактора Плыкина методом Пирагаса

С.Т. Белякин¹, С.П. Кузнецов²

¹Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики

²Саратовский филиал Института радиотехники и электроники
belyakin1962@mail.ru

В настоящей работе рассматривается автономная физическая система, аттрактор Плыкина, которая характеризуется наличием гиперболичности. Изучается возможность управления и стабилизации динамики данного аттрактора посредством метода Пирагаса [1].

Множество Λ называется гиперболическим аттрактором динамической системы, если Λ – замкнутое топологическое транзитивное гиперболическое множество и существует такая окрестность $U \supset \Lambda$, что $\Lambda = \bigcap_{t \geq 0} f^t U$. К хорошо известным гиперболическим системам относится аттрактор Плыкина. Гиперболический аттрактор Плыкина располагается на двумерной области $T = S^2$, где S^2 – единичная окружность. Тогда $f : T \rightarrow T$, $f(x, y, z) = (\cos \varphi \sin \phi, \sin \varphi \sin \phi, \cos \phi)$, где $k > 2$ и представляет собой подмножество $T \subset R^3$.

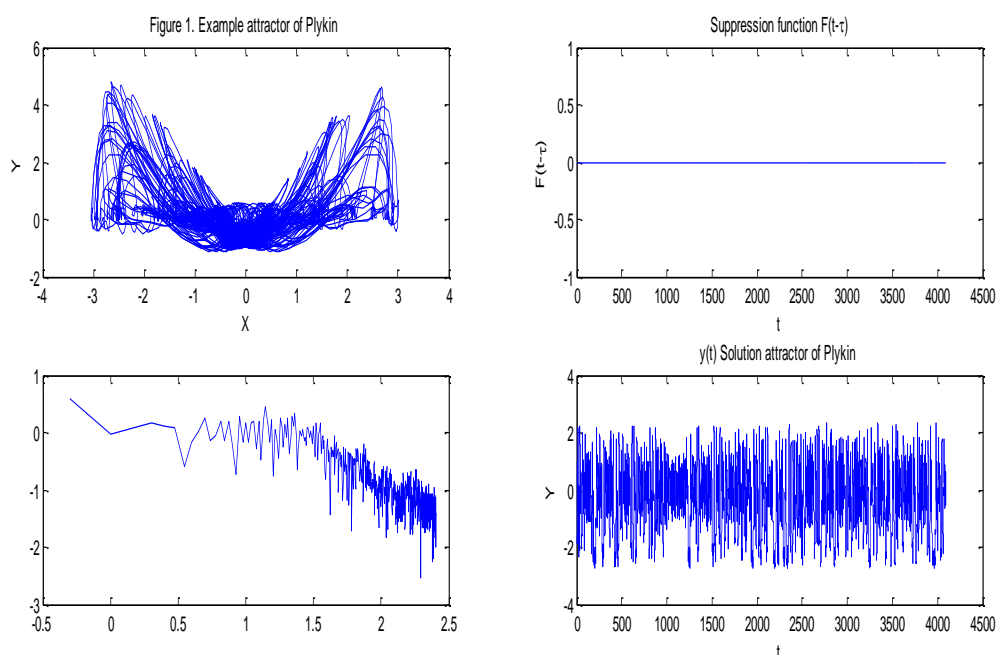


Рис. 1. Фазовый портрет, Фурье спектр и временная шкала аттрактора Плыкина при $\varepsilon = 0.72$, $k = 1.9$

На рисунке слева показан фазовый портрет системы, соответствующая спектральная плотность и снизу справа временная амплитудная шкала, в отсутствие внешнего воздействия на аттрактор. Легко видеть, что при данных значениях параметров аттрактор имеет ярко выраженные хаотические свойства.

Используем метод Пирагаса для создания регулярной динамики аттракторе Плыкина [2].

Данная система уравнений будет представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= -2\varepsilon Y^2 \Omega_1 (\cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - X \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)) + \\ &\quad kY \Omega_2 (\cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - X \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t)) \sin \omega_1 t, \\ \dot{Y} &= 2\varepsilon Y \Omega_1 (X \cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) - \frac{1}{2}(1 - X^2 + Y^2) \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)) - \\ &\quad k \Omega_2 (\cos(\omega_2 \sin \omega_1 t) + \frac{1}{2}(1 - X^2 + Y^2) \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t)) \sin \omega_1 t + D_{Y,\tau}. \end{aligned} \quad (1)$$

Где: X, Y - динамические переменные, ε и k - константы, $\omega_{1,2} = (\pi/2, \pi/4)$.

$$\Omega_1 = \frac{2X \cos(\omega_2 \cos \omega_1 t) + (1 - X^2 - Y^2) \sin(\omega_2 \cos \omega_1 t)}{(1 + X^2 + Y^2)^2}, \quad \Omega_2 = \frac{-2X \sin(\omega_2 \sin \omega_1 t) + (1 - X^2 - Y^2) \cos(\omega_2 \sin \omega_1 t)}{1 + X^2 + Y^2} + \frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$D_{Y,\tau} = K[Y(t - \tau) - Y(t)].$$

При введении метода Пирагаса в систему при $K = 1.8, \tau = 1.8, \varepsilon = 0.72, k = 1.9$. В этом случае динамика системы претерпевает качественные изменения: гиперболический аттрактор вырождается в предельный цикл, а спектр из сплошного, отвечающего хаотическим колебаниям, превращается в эквидистантный, с частотами, соответствующими основной частоте и ее гармоникам, представлен рис.2.

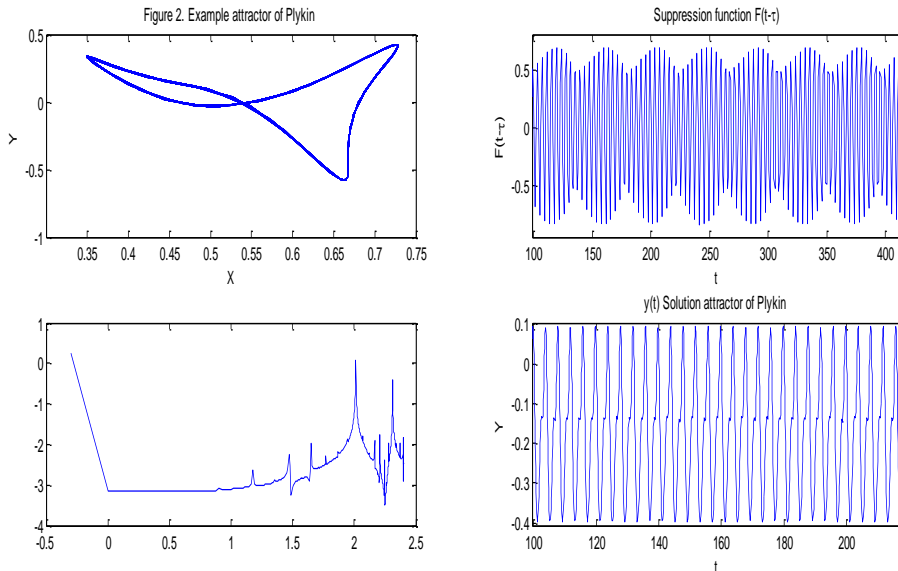


Рис. 2. Фазовый портрет, Фурье спектр и временная шкала аттрактора Плыкина при $K = 1.8, \tau = 1.8, \varepsilon = 0.72, k = 1.9$

Таким образом, применение метода Пирагаса стабилизирует динамику системы с гиперболическим типом аттрактора. Данный результат можно интерпретировать так, что-либо вносимые возмущения не являются малыми для данного типа аттрактора, либо аттрактор в исследуемой области параметров не принадлежит к строго гиперболическому типу.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Pyragas // Phys. Lett. A 170, 421, 1992.
2. S. Kuznetsov // Nonlinear dynamics5: 403–424, 2009.

Исследование индуцированной шумом перемежаемости в осцилляторе Дуффинга

М.О. Журавлев^{1,2}, А.А. Короновский^{1,2}, О.И. Москаленко^{1,2}, А.Е. Храмов^{1,2}

¹ *Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского*

² *Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
zhuravlevmo@gmail.com*

Мультистабильность является одним из фундаментальных физических явлений, которое можно наблюдать почти во всех областях науки и техники, в том числе в электронике [1], оптике [2], механике [3] и биологии [4]. Впервые термин «мультистабильность» был введен в работе, посвященной зрительному восприятию [5]. Для диссипативных систем мультистабильность означает одновременное существование нескольких возможных конечных устойчивых состояний (аттракторов) при фиксированном наборе значений параметров системы. Устойчивое состояние, к которому стремится система, зависит от начальных условий, т.е. долгосрочная динамика системы, соответствующая одному из устойчивых состояний, определяется ее начальными условиями. При этом бассейны притяжения аттракторов мультистабильных систем могут иметь достаточно сложную геометрическую структуру, иногда даже фрактальную [6].

Область сосуществования многих стабильных состояний является критической, потому что малый шум или любое другое внешнее возмущение может приводить к переключению системы из одного устойчивого состояния в другое, что в свою очередь приводит к возникновению перемежающегося поведения, индуцированного шумом. Стоит подчеркнуть, что мультистабильное состояние является вполне характерным для широкого круга реальных систем [5, 7]. При этом достаточно часто встречается ситуация, когда реальные системы подвержены влиянию шумов и флуктуаций, которые могут быть как неотъемлемой составляющей динамики изучаемых систем, так и обусловленными внешними воздействиями [8]. Таким образом, наличие мультистабильности в таких системах в сочетании с флуктуациями и шумами может приводить к тому, что мультистабильные системы могут стать метастабильными, поскольку шумы будут постоянно переводить систему из одного сосуществующего состояния в другое. Такое индуцированное шумом переключение между аттракторами будет приводить к возникновению перемежающегося поведения в реальных системах [10], причем такой тип поведения оказывается вполне типичным для мультистабильных систем [11].

Несмотря на значительный интерес со стороны исследователей к изучению мультистабильности и перемежаемости, в настоящий момент времени остается нерешенным вопрос, связанный с детальным пониманием процессов, происходящих в мультистабильных системах при воздействии на них шумов, и теоретическим описанием возникающего при этом перемежающегося поведения. Важно отметить, что исследование данного типа перемежающегося поведения находит отражение во многих современных научных работах. В частности, в ряде работ показано, что перемежаемость, индуцированная шумом, может возникать в системах различной природы (в полупроводниковых лазерах [12], в легированном эрбием оптоволоконном лазере [13], мерцании квантовых точек [10], в сенсорных нейронах [14], в сердечных тканях [15], в микро- и наномеханических системах [16], в переходе Джозефсона [11]). Тем не менее, несмотря на большое количество работ, связанных с изучением влияния шумового воздействия на мультистабильные системы и попытками описать

возникающую при этом перемежаемость, индуцированную шумом, в настоящий момент времени не существует общей теоретической модели, описывающей данный тип поведения.

Настоящая работа посвящена разработке теоретической модели, описывающей индуцированное шумом перемежающееся поведение в мультстабильных системах. Также в рамках данной работы предложенная теоретическая модель прошла апробацию на примере простой модельной системы, демонстрирующей индуцированную шумом перемежаемость.

При этом в качестве модельной системы был выбран осциллятор Дуффинга, который в обобщенном виде можно записать следующим образом:

$$\ddot{x} + \frac{dU(x)}{dx} = 0, \quad (1)$$

при этом потенциальная функция была задана следующей

$$U(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + bx, \quad (2)$$

параметр b был выбран равным нулю. Очевидно, что в этом случае осциллятор Дуффинга будет иметь два устойчивых положения равновесия, при этом в зависимости от начальных условий система придет к одному из них и в дальнейшем не будет его покидать. Тем не менее, если в данную систему добавить шум, то при определенных значениях амплитуды шума можно будет наблюдать, что система будет перескакивать из одного устойчивого состояния в другое, то есть, в системе будет реализовываться перемежаемость, индуцированная шумом. В рамках настоящей работы было проведено численное моделирование осциллятора Дуффинга с внешним шумовым воздействием, были получены статистические характеристики данного типа перемежаемости, которые были сопоставлены с разработанной теоретической моделью, при этом получено хорошее соответствие теории с численным экспериментом.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 15-32-20299, № 16-32-60078).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Maurer, A. Libchaber, // J. Phys. Lett. (Paris) 1980. V. 41. P. 515–L518.
2. E. Brun, et. al. // Opt. Soc. Amer. 1985. B. 2 P. 156–167.
3. J.M.T. Thompson, H.B. Stewart, “Nonlinear Dynamics and Chaos”, Wiley, Chichester, 1986.
4. J. Foss, et. al. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76 P. 708–711.
5. F. Atteneave, // Sci. Am. 1971 V. 225 P. 63–71.
6. C. Grebogi, et. al. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. № 13. P. 935-938.
7. F. C. Moon, G.-X. Li // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. № 14. P. 1439-1442.
8. F.T. Arecchi, et. al. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49 P. 1217–1220.
9. A. Neiman, D.F. Russell // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88 P. 138103.
10. M. Kuno, et. al. // J. Chem. Phys., 2000. V. 112 P. 3117.
11. I. Siddiqi, et. al. // Phys. Rev. Lett., 2005. V. 94 P. 027005.
12. F. Pedaci, et. al. // Phys. Rev. E, 2005. V. 71 P. 36125.
13. A. N. Pisarchik, et. al. // Phys. Rev. E., 2012. V. 86 P. 056219.
14. A. Longtin, A. Bulsara, F. Moss // Phys. Rev. Lett., 1991. V. 67 P. 656.
15. Chialvo, J. Jalife // Cardiac Electrophysiology: From Cell to Bedside (Saunders) 1990. V. 24 P. 201–214.
16. H. B. Chan, C. Stambaugh // Phys. Rev. B 2006. V. 73 P. 224301.

Исследование синхронизации, возникающей при взаимодействии симметричных структур в гипоталамусе грызунов

М.О. Журавлев^{1,2}, А.А. Короновский^{1,2}, В.А. Макаров³, О.И. Москаленко^{1,2},
А.Е. Храмов^{1,2}

1 Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

2 Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

3 Universidad Complutense de Madrid

zhuravlevmo@gmail.com

В настоящее время все больше внимание исследователей уделяется изучению активности головного мозга [1, 2]. Такой интерес со стороны исследователей связан, в первую очередь, с желанием понять фундаментальные принципы функционирования головного мозга, а также с возможностью применения полученных знаний для создания интерфейсов мозг-машина. Стоит отметить, что над решением этой сложнейшей междисциплинарной задачи в настоящее время работают многочисленные научные коллективы и частные компании (например, Google и Honda). Тем не менее, для реализации столь амбициозной проблемы необходимо понимать общие фундаментальные процессы, происходящие в головном мозге при решении различного рода задач. Одной из таких задач, является задача когнитивного поведения живого субъекта в реальном мире. Известно, что в мозге млекопитающих эта функция контролируется нейронной активностью в гипоталамусе. Таким образом, возникает достаточно интересный вопрос, связанный с изучением осцилляторной активности нейронных ансамблей в гипоталамусе с использованием фундаментальных подходов нелинейной динамики.

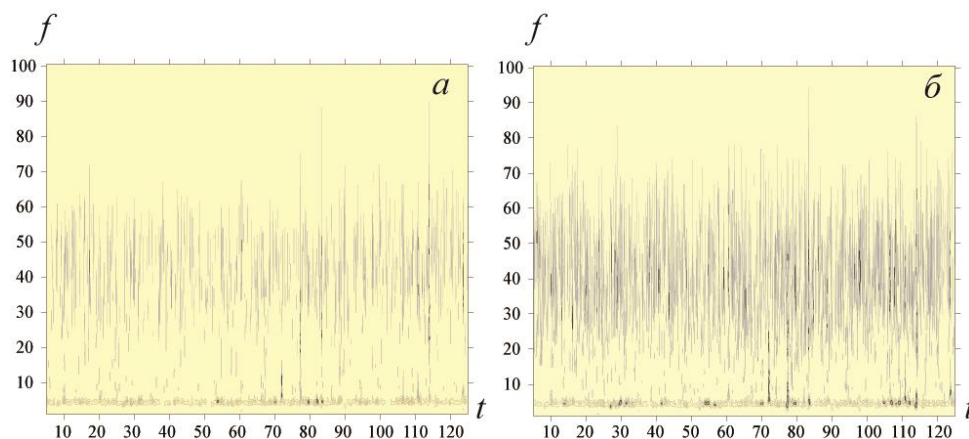


Рис. 1. Зависимость вейвлетного спектра от времени для активности ЛПП генератора: (а) для правой части гиппокампа, (б) для левой части гиппокампа. Время t указано в секундах, частота f указана в Гц.

В рамках настоящей работы в качестве объекта исследований выступали грызуны, находящиеся в состоянии покоя (под воздействием общей анестезии). Таким образом, при рассмотрении динамики взаимодействия кортико-гиппокампальных сетей можно выделить особенности, характерные для мозговой активности в том случае, когда животное не решает когнитивные навигационные задачи. В ходе работы была рассмотрена электрическая активность, наблюдающаяся в правом и левом гиппокампах крыс, с использованием непрерывного вейвлетного преобразования с комплексными базисами [3, 4]. Стоит отметить, что в качестве материнского вейвлета был выбран комплексный вейвлет Морле. С использованием непрерывного вейвлетного

преобразования был произведен спектральный анализ активности локальных полевых потенциалов (ЛПП) генераторов в левом и правом гиппокампах крыс. В электрической активности, наблюдающейся в правом и левом гиппокампах крыс, можно выделить два характерных режима поведения. В первую очередь, это режим с медленно меняющейся амплитудой колебаний (4 – 12 Гц), так называемый гиппокампальный Тета-ритм (см. рисунок 1). Кроме этого можно выделить второй характерный режим для ЛПП генераторов в правом и левом гиппокампе крыс. Это поведение с быстро меняющейся амплитудой колебаний (30 – 60 Гц) (см. рисунок 1). Таким образом, данные результаты подтверждают, что связь между ЛПП генераторов в правом и левом гиппокампе крыс осуществляется в диапазоне частот (0 – 60 Гц). При этом необходимо отметить, что степень когерентности (или, в свою очередь, взаимосвязь между ЛПП генераторами в правой и левой частях гиппокампа крыс) может варьироваться в зависимости от экспериментов.

Далее было проведено исследование перемежающейся синхронизации колебаний в путях Шаффера, в ходе которого была разработана и использована новая методика, основанная на ранее предложенных методах анализа синхронизации на различных временных масштабах [5, 6]. При этом, отличительной особенностью разработанного метода является то, что мгновенная фаза для исследуемого сигнала вводится не на фиксированном временном масштабе наблюдения, а на «плавающем». Необходимо отметить, что экспериментальные данные активности ЛПП генераторов в левом и правом гиппокампах крыс были предварительно отфильтрованы в диапазоне от 30 до 60 Гц, то есть рассматривался случай быстро меняющейся амплитуды сигнала. С использованием непрерывного вейвлетного преобразования были введены мгновенные фазы, соответствующие ЛПП генераторам правой и левой части гиппокампа. При этом, когда разница мгновенных фаз близка к нулю, считалось, что ЛПП генераторы правой и левой части гиппокампа синхронизованы между собой. В том случае, если фазы значительно больше нуля, то генераторы находятся в асинхронном состоянии. При этом очевидно, что участки поведения, соответствующие синхронному режиму, являются наиболее типичными, а участки асинхронной динамики являются атипичными. Таким образом, в исследуемой системе реализуется перемежающееся поведение. С использованием метода для выделения ламинарных и турбулентных участков поведения, описанного в работе [7], было проведено статистическое исследование данного типа перемежаемости. При этом, были получены распределения длительности синхронного поведения между ЛПП генераторами правой и левой части гиппокампа грызунов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-32-00181) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых (проект МК-4574.2016.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Buzsaki, A. Draguhn // *Science*. 2004. V. 304. P. 1926
2. М.И. Рабинович, М.К. Мюезинолу // *Успехи физ. наук*. 2010. Т. 180. С. 371
3. А.А. Короновский, А.Е. Храмов *Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения*. М.: Физматлит, 2003
4. В. Torresani, *Continuous Wavelet Transform*, Savoie, Paris, 1995
5. М.О. Zhuravlev, et. al. // *Phys. Rev. E*. 2011. V. 83, P. 027201
6. М.О. Журавлев, и др. // *Вестник ННГУ*. 2013. В. 1, № 3, С. 196-200
7. М.О. Журавлев, и др. // *Письма в ЖТФ*. 2010. В. 36, № 10, С. 31-38

Нелинейная избирательность в самоорганизующихся и нейросетевых системах, избирательные нейроны и нейронные сети

М.Е. Мазуров

Российский Экономический Университет им. Г.В. Плеханова
mazurov37@mail.ru

Избирательность – фундаментальное свойство физических, электронных, оптических систем. Оно используется как нечто само собой разумеющееся без оценки существенной роли этого свойства. В настоящее время установлено, что избирательность можно подразделить на два больших типа: избирательность в линейных системах и избирательность в нелинейных системах. Механизм этой избирательности имеет существенные отличия. Избирательность математически можно представить в виде:

$$u_{\text{вых}} = f(\bar{a}, u_{\text{вх}})$$

где $\bar{a} = (a_1, \dots, a_N)$, вектор параметров, одна из компонент которого изменяется нелинейно. Примеры избирательных процессов в физике 1) самоорганизация при образовании автоволн и диссипативных структур в активных средах; 2) при кристаллизации металлов; 3) при полимеризации; 4) при образовании лазерного излучения; 5) в нейронных сетях.

Избирательность – способность различения или распознавания информации или объектов. Например, частотная избирательность – способность различения объектов, отличающихся по частоте. Свойство избирательности сигналов широко применяются в физике, в радиотехнике, телевидении, компьютерной технологии [1]. В качестве математической модели для реализации частотной избирательности используется линейное прямое и обратное преобразование Фурье.

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ix\omega} dx ; \quad f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\omega) e^{ix\omega} d\omega$$

Может ли система, линейная часть которой не обладает избирательными свойствами быть избирательной в целом благодаря нелинейным свойствам. Нелинейная избирательность при образовании диссипативных структур обусловлена наличием краевых условий, неоднородностью области, шумами. В совокупности все эти условия приводят к образованию значительного спектра автоволновых процессов и диссипативных структур.

В двумерном случае реализация способности различения резко усложняется. В общем случае характеристика объектов в двумерном пространстве неизмеримо богаче. Такими объектами могут быть произвольные множества $A \in R^2$. Очевидно, что количество таких множеств бесконечно велико. Практически может быть интересным вариант, когда задается характеристики множеств, зависящие от параметров. В общем случае имеется бесконечно большое множество элементов $\mathcal{E}_i(a_1, a_2, \dots)$ ($i = 1, 2, \dots$), зависящих от бесконечно большого числа параметров (a_1, a_2, \dots) . В трехмерном пространстве избирательное распознавание еще более усложняется.

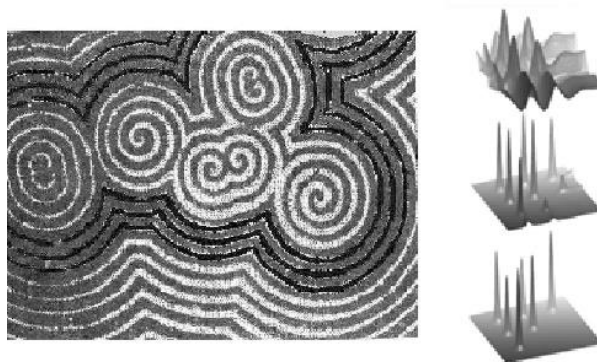


Рис. 1. Образования благодаря нелинейной избирательности сложных диссипативных структур в нелинейных активных средах

Принято считать избирательность и фильтрацию линейными процессами. Общее уравнение для описания избирательности линейной системы может быть представлено в виде оператора Вольтерра:

$$y = Lx = \int_0^t G(t - \tau)x(\tau)d\tau$$

где x, y - входной и выходной сигналы; $G(t)$ - ядро преобразователя.

Более широкое изучение свойства избирательности показало, что избирательность может быть реализована с помощью сочетания линейных и нелинейных преобразований. Возможность образования благодаря нелинейной избирательности сложных диссипативных структур в нелинейных активных средах иллюстрируется рис.1.

Другим примером системы, линейная часть которой не обладает избирательными свойствами и может быть избирательной в целом благодаря нелинейным свойствам, служит искусственный нейрон МакКаллока-Питтса, являющийся в целом нелинейной системой. [2]. Структура нейрона МакКаллока-Питтса представлена на рис. 2.

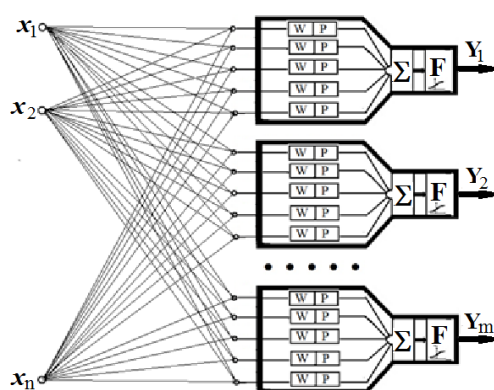


Рис. 2. Математическая модель искусственного нейрона

После сумматора получаем ответ S :

$$S = \sum_{i=1}^n w_i x_i = (w, x),$$

где $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$, $\mathbf{w} = (w_1, \dots, w_n)$, (\mathbf{w}, \mathbf{x}) - скалярное произведение векторов \mathbf{w}, \mathbf{x} ; n - число входов нейрона. После прохождения порогового устройства и преобразования пороговой функцией $F(S)$ получаем выходной ответ, равный

$$y = F(S) = F\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i - \theta\right) = F(\mathbf{w}, \mathbf{x} - \theta)$$

Как видно из последней формулы, избирательное преобразование входной информации достигается с помощью пары преобразований: линейного и нелинейного.

Эффективный способ получения избирательности в системе из n нейронов был реализован в однослойном перцептронном путем создания в каждом нейроне кластеров специализированных каналов связи - дендритов, настроенных на соответствующие характеристические векторы входных сигналов. Блок-схема избирательного однослойного перцептрона показана ниже.

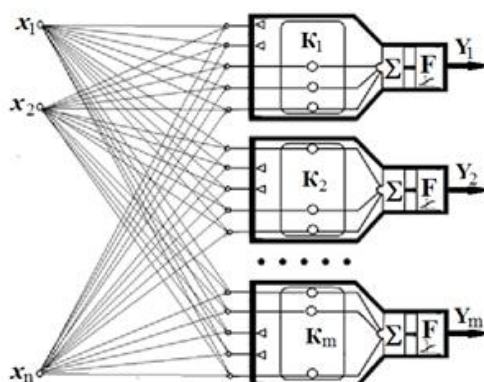


Рис. 3. На рисунке приняты обозначения: K - сформированный кластер каналов связи; Σ - сумматор, F - пороговый преобразователь. Треугольниками отмечены заблокированные каналы связи из числа входных, не являющихся существенными характеристическими векторами для объекта на входе перцептрона.

Обоснование возможности избирательного распознавания перцептроном данной структуры обоснована теоремой.

Теорема: Пусть в двумерной области, разделенной на пиксели прямоугольной решеткой, заданы m контурных объектов, несовместимых при движениях - сдвиг, прямоугольный перенос, поворот. Пусть объекты сканируются с помощью строчной развертки в бинарные последовательности - векторы из 0 и 1 длиной n , то есть $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$ $i = (1, \dots, m)$. Пусть все возможные кодовые комбинации входных сигналов собраны в матрицу \mathbf{A} :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n} \\ x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2n} \\ \dots \dots \dots \\ x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn} \end{pmatrix}$$

Пусть конкретный нейрон содержит кластер связей, характеризуемый кодовой комбинацией в виде $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$. Рассмотрим суммы:

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^n x_{ik} x_{kj} = (\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)$$

Представим суммы S_{ij} в виде $A\mathbf{x}_j^T$, где \mathbf{x}_j^T - транспонированный вектор-столбец из вектор-строки вектора \mathbf{x}_k . Представим все возможные суммы S_{ij} ($i=1, \dots, m; j=1, \dots, m$), число которых равно m^2 , в виде матрицы B :

$$B = AA^T,$$

где A^T - транспонированная матрица к A . Рассмотрим суммы S_{ii} :

$$S_{ii} = \sum_{j=1}^n x_{ij} x_{ji} = (\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_i) = N_i$$

где N_i - число единиц в кодовой комбинации $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, \dots, x_{in})$. Воспользуемся для распознавания входных объектов свойством:

$$S_{ij} < S_{ii} = N$$

Тогда распознавание каждого из m входных объектов рассматриваемым однослойным перцептроном будет единственным.

Можно дать красивую интерпретацию фильтрующих свойств однослойного перцептрона, представив значения матрицы $B = A \cdot A^T$ в виде графика в трехмерном пространстве. С физической точки зрения значения $S_{ij} = f(i, j)$ это значения матрицы $B = A \cdot A^T$, численно равные сумме после прихода входного сигнала x_j через кластер каналов связи, соединяющий входы нейрона с номером i на выходе перцептрона с его пороговой нелинейной системой. Для построения графика в трехмерном пространстве воспользуемся программой в Matlab-7. По осям Ox и Oy отложены значения i и j .

В качестве примера было реализовано избирательное распознавание для 20 художественных произведений - стихотворений русских писателей и поэтов в поле 150×100 . Графическая интерпретация избирательных свойств системы приведена на рис. 4.

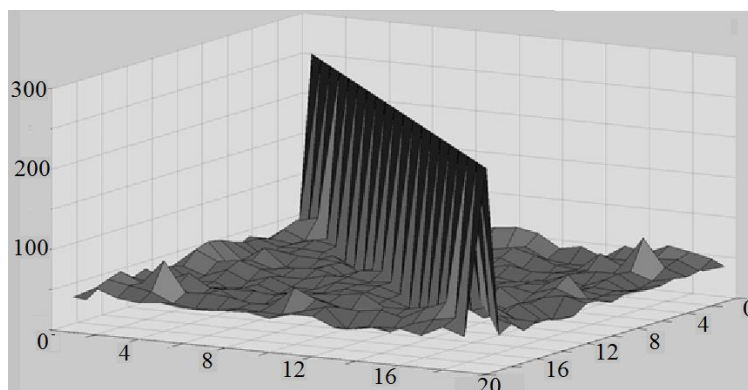


Рис. 4. Избирательность характеризуется диагональной частью графика и выражена эффективно и четко

Можно отметить применение нелинейной избирательности в радиолокации, военном деле, робототехнике и ряде других приложений. Установлена возможность избирательного распознавания с помощью приведенной технологии полутоновых черно-белых и цветных изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Н. Голубев “Эффективная избирательность радиоприёмных устройств” М.: Связь, 1978.
2. А.Н. Горбань и др. “Нейроинформатика” Новосибирск: Наука, 1998

Взаимодействие полупроводниковых гетероструктур, связанных через внешний резонансный контур

В.В. Макаров¹, В.А. Максименко¹, А.А. Короновский², А.Г. Баланов³, А.Е. Храмов¹

¹СГТУ имени Гагарина Ю.А., 410012, Саратов, Россия.

²СГУ имени Н.Г. Чернышевского, 410054, Саратов, Россия

³Loughborough University, LE11 3TU, Loughborough, UK

vladmak404@gmail.com

В последнее время все большее внимание исследователей привлекают вопросы коллективной динамики наноразмерных активных сред, связанных полем внешней электродинамической системы [1, 2]. Очевидно, что эффекты, наблюдаемые в подобных системах, могут быть интересны не только для понимания фундаментальных принципов синхронизации и взаимодействия динамических элементов через общее поле, но и для практических приложений, таких как реализация широкополосного излучения или ТГц-генерация [3].

В качестве такой активной среды могут выступать полупроводниковые сверхрешетки, являющиеся перспективными устройствами, взаимодействующими с суб-ТГц и ТГц излучением [4]. Они представляют из себя структуру, состоящую из чередующихся слоев нескольких (обычно двух) полупроводниковых материалов с различной шириной запрещенной зоны [5]. Появление такого дополнительного потенциала способствует возникновению в сверхрешетке энергетических минизон, в которых возможно возникновение движущихся доменов заряда. Экспериментально показано, что частота прохождения таких доменов может достигать до 200 ГГц, что делает сверхрешетки перспективными устройствами ТГц диапазона [6,7]. Кроме того, так как принцип их работы основан на процессах сброса-накопления заряда, форма колебаний тока, снимаемых со сверхрешетки обуславливает наличие в их спектре большого числа мощных высших гармоник, которые также могут быть использованы для генерации и усиления электромагнитного излучения [8].

Ранее нами было показано, что подключение внешнего резонатора может способствовать появлению хаотических режимов колебаний заряда в сверхрешетке, которая в автономном случае демонстрирует только периодическую динамику [9]. В настоящей работе рассмотрена нелинейная динамика двух полупроводниковых сверхрешеток, связанных через внешний добротный колебательный контур.

Для того, чтобы численно смоделировать динамику заряда в сверхрешетках используется полуклассическое приближение, предполагающее, что транспорт электронов происходит только в первой минизоне [10]. В соответствии с таким подходом динамика сверхрешетки описывается с помощью самосогласованной системы уравнений Пуассона и непрерывности [11]. Для того, чтобы не конкретизировать тип внешнего резонатора, его динамика описывается в рамках одномодового приближения, что позволяет вычислить изменение величины тока и напряжения в резонаторе с помощью уравнений Кирхгофа.

Была исследована динамика такой системы при изменении напряжения питания одной из наноструктур, в то время как напряжение второй сверхрешетки было постоянным. Обнаружено, что даже при малых напряжениях питания одной из сверхрешеток и ее работе в линейном режиме (отсутствие доменов заряда), динамика второй сверхрешетки сильно меняется по сравнению с автономным случаем (сверхрешетка в резонаторе). В частности, сильно изменяется форма колебаний второй

сверхрешетки и возрастает ее частота генерации, наряду с существенным уменьшением мощности колебаний.

Для того, чтобы исследовать нелинейную динамику связанных сверхрешеток была построена бифуркационная диаграмма колебаний напряжения в резонаторе при изменении напряжения, приложенного к одной из сверхрешеток, которая показана на рисунке 1. Хорошо видно, что на напряжениях питания меньше ≈ 0.63 В наблюдаются в основном периодические режимы колебаний. Исключение составляет небольшая область хаоса, находящаяся около 0.34 В и ассоциирующая с возникновением дополнительного участка генерации, вызванного подключением внешнего резонатора [9]. На напряжениях более 0.63 В наблюдается в основном хаотическая динамика, при этом расположение точек на рисунке свидетельствует о реализации развитых хаотических колебаний в широком диапазоне управляющего параметра. Последнее свидетельствует о возможности практического использования данной системы как генератора широкополосных хаотических колебаний.

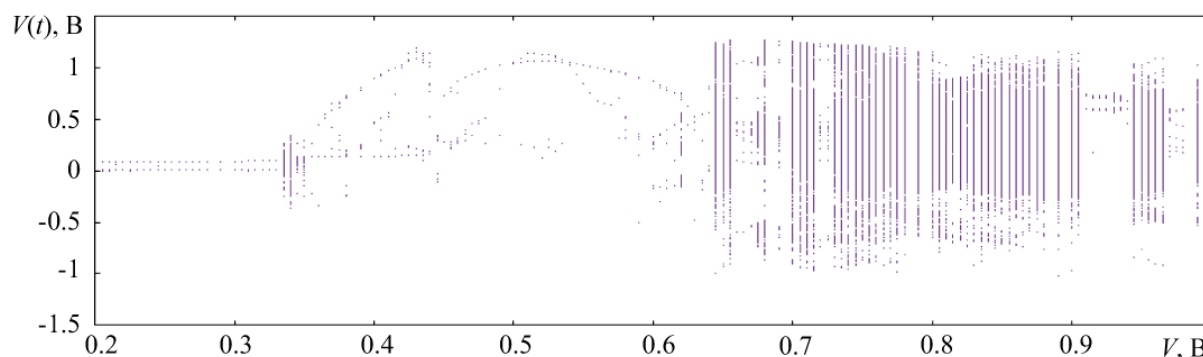


Рис.1. Бифуркационная диаграмма колебаний напряжения в резонансном контуре при изменении напряжения питания одной из сверхрешеток

Работа поддержана Российским Фондом Фундаментальных Исследований в рамках проектов 15-02-00624 и 16-32-80125, а также Министерством образования и науки РФ (соглашения 3.23.2014/К и 931).

ЛИТЕРАТУРА

1. H.-T. Chen et al. // Nature. 2006. Vol. 444. P. 597.
2. A. Blais et al. // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 90. P. 127901.
3. C. Walther et al. // Science. 2010. Vol. 327. P. 1495-7.
4. T. M. Greenaway et al. // Phys. Rev. B. 2009. Vol. 80. P. 205318.
5. A. Patane, et al. // Applied Physics Letters 2002. Vol. 81. P. 661
6. V. A. Maksimenko, et al. // Europhysics Letters. 2015. Vol. 109. P. 47007
7. T. Hyart et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. Vol. 103. P. 117401.
8. J. C. Schmidt, et al. // Superlattices and Microstructures 2012. Vol. 52. P. 1143
9. A.E. Hramov // Phys. Rev. Lett. 2014. Vol. 112. P. 116603.
10. L. Esaki and R. Tsu // IBM J. Res. Develop. 1970. Vol. 14. P. 61.
11. A. O. Selskii et al // Phys. Rev. B 2011. Vol. 84. P. 235311.

Возбуждение и подавление химерных состояний в многослойной сети нелинейных элементов

В.А. Максименко¹, М.В. Горемыко^{1,2}, В.В. Макаров¹, А.Е. Храмов¹, Д. Гош³, Б.К. Бера³,
С.К. Дана⁴

¹СГТУ имени Гагарина Ю.А., 410054, Саратов, Россия

²Правительство Саратовской области, 410054, Саратов, Россия

³Индийский Статистический Институт, 700108, Калькутта, Индия

⁴Индийский Институт Химической Биологии, 700032, Калькутта, Индия

maximenkov1@gmail.com

Изучение химерных состояний [1], реализующихся в ансамблях нелинейных осцилляторов различной природы [2], является в настоящий момент активно-развивающимся научным направлением, о чем свидетельствует возросшее в последние годы число публикаций по данной тематике [3-7]. Подобные состояния, характеризующиеся сосуществованием в сетях связанных осцилляторов групп когерентных и некогерентных элементов, представляют интерес, обусловленный наблюдением в реальных системах состояний, свойства которых соответствуют химерам. В качестве таких систем, как правило, рассматриваются объекты биологической, химической и электронной природы [8-10].

В настоящей работе, в контексте изучения химерных состояний, исследуется взаимодействие между ансамблями нелинейных элементов, демонстрирующих как химерное, так и когерентное или некогерентное состояние, в рамках модели многослойной сети. Данная модель характеризуется наличием у каждого элемента двух типов связей. Первый тип характеризует взаимодействие элемента с другими узлами сети, находящимися в пределах одного слоя. Второй тип определяет связь данного элемента с элементами, относящимися к другим слоям сети. В зависимости от специфики задачи, конфигурации связей между элементами многослойной сети могут быть различными. В рамках нашей работы будет рассмотрена конфигурация, описанная в нашей недавней работе [15].

Для моделирования динамики узла сети в настоящей работе используется фазовый осциллятор Курамото-Сакагучи (1) [16], который часто применяется как базовая модель для численного и аналитического исследования химерных состояний [17].

$$\frac{d\phi_i^j}{dt} = \omega_i^j - \frac{\lambda_1}{2R+1} \sum_{k=i-2R}^{i+2R} \sin(\phi_i^j - \phi_k^j + \alpha) + \frac{\lambda_2}{M} \sum_{l \neq j} \sin(\phi_i^j - \phi_i^l), \quad (1)$$

Здесь ω_i^j – собственная частота осциллятора, λ_1 – коэффициент связи между осцилляторами внутри слоя, λ_2 – коэффициент межслойной связи, R – радиус связи, M – число слоев, α – постоянный фазовый сдвиг.

Результаты численного анализа приведены на рисунке 1 для двухслойной сети, где $R=30$, $N=100$. Рассмотрены случаи отсутствия межслойной связи (а), слабой (б) и сильной (в) межслойной связи. Управляющий параметр α для разных слоев выбирался таким образом, чтобы один слой демонстрировал химерное состояние, в то время, как другой слой – когерентное (рисунок 1, верхний ряд) или некогерентное (рисунок 1, нижний ряд) состояние.

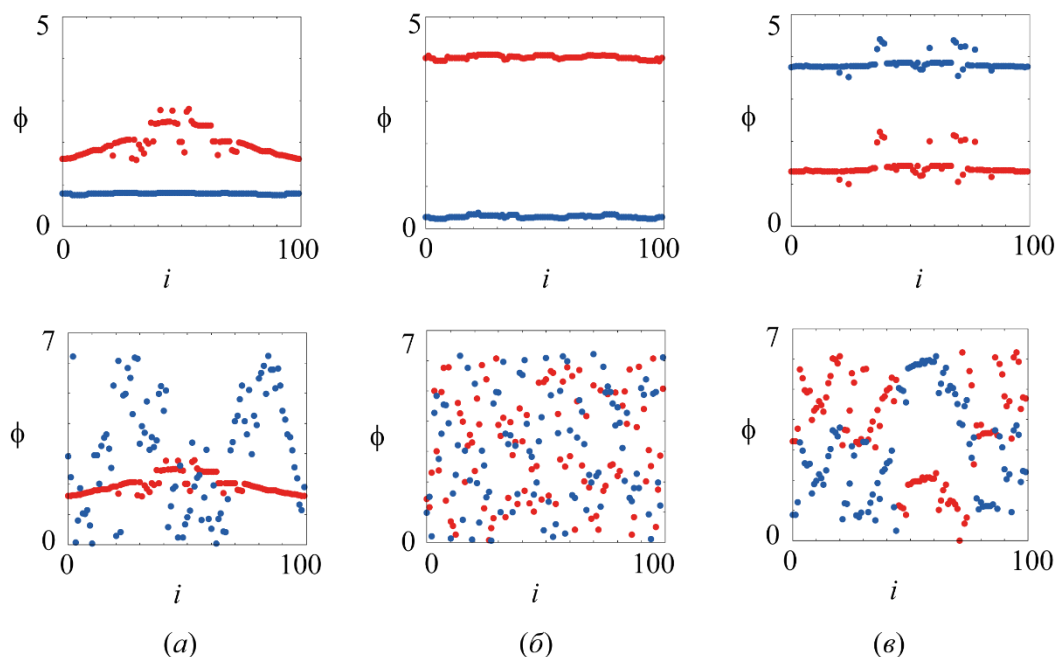


Рис. 1. Мгновенные распределения фаз осцилляторов на различных слоях двухслойной сети в случае отсутствия межслойной связи (а), слабой (б) и сильной (в) межслойной связи. Верхний ряд соответствует взаимодействию между химерным состоянием и когерентным состоянием, нижний ряд - между химерным и некогерентным состоянием.

Видно, что взаимодействие между слоем, демонстрирующим химерное состояние, и слоем, демонстрирующим как полностью когерентное состояние, так и некогерентное состояние, приводит, при слабой межслойной связи, к подавлению химеры и переходу к когерентному или некогерентному состоянию, а при сильной межслойной связи - к возбуждению химерного состояния из когерентного или некогерентного состояния, соответственно.

Работа поддержана РФФИ в рамках проектов 15-52-45003, 15-02-00624.

ЛИТЕРАТУРА

1. D.M. Abrams and S.H. Strogatz // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. P. 174102
2. Y. Kuramoto and D. Battogtokh // Nonlin. Phenom. Complex Syst. 2002. V. 4. P. 380
3. G.Bordyugov et al. // Phys. Rev. E. 2010. V. 82. P. 035205.
4. C. Gu et al // Phys. Rev. Lett 2013. V. 111. P. 134101.
5. G.C. Sethia et al. // Phys. Rev. E 2013. V. 88. P. 042917.
6. B. Bera et al // Phys. Rev. E. 2015. V. 93. P. 012205
7. Z. Yun et al // Phys. Rev. E. 2014. V. 89. P. 022914
8. L.V. Gambuzza et al // Phys. Rev. E 2014. V. 90. P. 032905
9. M.R. Tinsley et al. // Nat. Phys. 2012. V. 8. P. 662
10. A. Hagerstrom et al. // Nature Physics 2012. V. 8. P. 658
11. J. Sieber et al // Phys. Rev. Lett. 2014. V. 112. P. 054102
12. R. Levy et al // J. Neurosci. 2000. V. 20. P. 7766.
13. A.E. Motter // Nature Physics 2010. V. 6. P. 164
14. M.J. Panaggio and D.M. Abrams // Nonlinearity 2015. V. 28. P. R67
15. V.V. Makarov et al. // Chaos, Solitons & Fractals. 2016. V. 84. P. 23
16. H. Sakaguchi and Y. Kuramoto // Prog. Theor. Phys. 1986. V. 76. P. 576
17. O.E. Omel'chenko and M.Wolfrum // Phys. Rev. Lett.2012. V. 109. P. 164101

Влияние классических шумов на формирование запутанных состояний в неравновесных квантовых системах

В.О. Мартынов, В.А. Миронов, Л.А. Смирнов
Институт прикладной физики Российской академии наук
martvo@appl.sci-nnov.ru

В последнее время физика запутанных состояний квантовых систем превратилась в междисциплинарное научное направление на стыке квантовой оптики, физики квантовой информации и физических основ квантовой механики. Широкое распространение получило отношение к запутанным состояниям как к особому нелокальному квантовому ресурсу, который находит широкое применение в квантовой криптографии, квантовой теории информации, физике квантовых вычислений, метрологии [1,2]. Основным препятствием на пути практического применения этого ресурса является декогеренция. В общем случае потеря квантовой когерентности (и, как следствие, разрушение запутанных состояний) обусловлена взаимодействием рассматриваемой подсистемы с окружением, обладающим большим числом степеней свобод (например, тепловым резервуаром). Стоит особо подчеркнуть, что скорость процесса декогеренции увеличивается с ростом температуры. В последние годы интенсивно обсуждается возможность сохранения запутанности в течение продолжительного времени при конечных температурах в активных системах за счет постоянного потока энергии [3]. В частности, в работах [4-7] рассматривались задачи о двух связанных осцилляторах в условиях развития параметрической неустойчивости. В отличие от упомянутых выше статей [4-7] в данной работе рассматриваются особенности формирования высокотемпературных запутанных состояний в условиях частично когерентной накачки. Наличие связанных с накачкой дополнительных шумов существенным образом влияет на статистические процессы в классических параметрических системах [8]. В квантовом случае такие шумы приводят к заметному уменьшению эффективности генерации неклассических состояний частиц [9,10].

Рассмотрим два линейно связанных идентичных квантовых гармонических осциллятора с одинаковыми собственными частотами ω и соответствующими операторами уничтожения (рождения) \hat{a}_1 (\hat{a}_1^\dagger) и \hat{a}_2 (\hat{a}_2^\dagger). По аналогии с исследуемой в работе [4] задачей, предположим, что каждый из осцилляторов взаимодействует со своим собственным окружением, обладающим большим числом степеней свобод, т.е. помещен в отдельный независимый тепловой резервуар, представляющий собой ансамбль невзаимодействующих осцилляторов. В этом случае эволюция всей системы определяется гамильтонианом, который можно записать в виде суммы трех слагаемых:

$$\hat{H} = \hat{H}_S + \hat{H}_B + \hat{H}_I. \quad (1)$$

Здесь

$$\hat{H}_S = \sum_{j=1,2} \hbar \omega \hat{a}_j^\dagger \hat{a}_j + \frac{\hbar \omega}{2} c(t) (\hat{a}_1 + \hat{a}_1^\dagger) (\hat{a}_2 + \hat{a}_2^\dagger) \quad (2)$$

представляет собой оператор Гамильтона для интересующей нас подсистемы из двух осцилляторов с зависящим от времени t коэффициентом связи $c(t)$. Далее в качестве $c(t)$ выберем функцию, которая изменяется почти по гармоническому закону:

$$c(t) = \varepsilon \cos(\Omega t + \varphi(t)), \quad (3)$$

с амплитудой колебаний ε и частотой Ω , близкой к значению 2ω . В отличие от [4], где рассматривалась идеальная ситуация когерентного монохроматического воздействия, учтем фазовые флуктуации $\varphi(t)$ в коэффициенте связи (3), которые естественным образом возникают в реальных системах. При этом предположим, что случайная фаза $\varphi(t)$ имеет нулевое среднее и представляет собой винеровский процесс, у которого производная (в обобщенном смысле) $\dot{\varphi}(t)$ является нормальным белым шумом со спектральной шириной D [9]. Оставшиеся слагаемые в (1) (\hat{H}_B и \hat{H}_I) представляют собой гамильтониан тепловых резервуаров и гамильтониан взаимодействия резервуаров с рассматриваемой системой двух осцилляторов:

$$\begin{aligned} \hat{H}_B &= \sum_{j=1,2} \sum_{k=1}^{+\infty} \hbar \omega_{jk} \hat{b}_{jk}^\dagger \hat{b}_{jk} \\ \hat{H}_I &= \sum_{j=1,2} \sum_{k=1}^{+\infty} \hbar g_{jk} (\hat{a}_j + \hat{a}_j^\dagger) (\hat{b}_{jk} + \hat{b}_{jk}^\dagger) \end{aligned} \quad (4)$$

Взаимодействие с резервуаром приводит к тому, что добротность Q у осцилляторов становится конечной. Величина добротности определяет, в частности, влияние шумов резервуара на динамику системы. Все дальнейшие результаты приведены для величины добротности $Q=5000$.

Для определения степени запутанности системы мы используем логарифмическую отрицательность E_N [11]. В качестве начального состояния рассматривается термодинамически равновесное, и, следовательно, состояние системы остается гауссовым в последующем. В этом случае вычисление логарифмической отрицательности основано на определении средних: $\langle \hat{a}_n \hat{a}_m \rangle$, $\langle \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_m \rangle$; $n, m=1, 2$, с последующим построением ковариационной матрицы, спектральные свойства которой и определяют выбранную меру запутанности. Для вычисления необходимых величин мы используем формализм Гейзенберга-Ланжевена [9] в приближении вращающейся волны. Для резервуаров делается широко используемое предположение о марковости.

Расчеты показали, что динамика системы качественно не зависит от частотной отстройки до тех пор, пока система находится в условиях развития параметрической

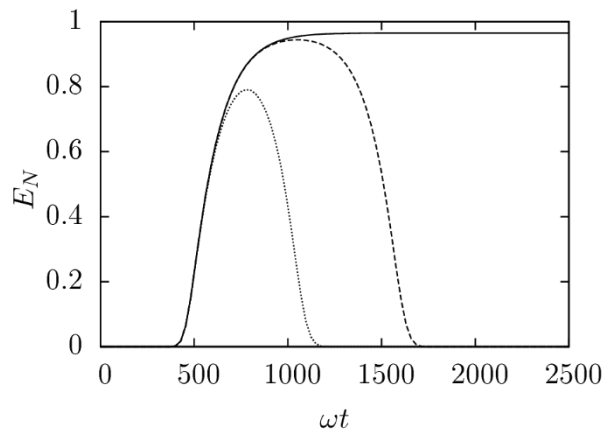


Рис. 1. Динамика логарифмической отрицательности системы при трех значениях спектральной ширины шума накачки: сплошная линия - абсолютно когерентная накачка $D/\omega=0$; штрихованная линия - $D/\omega=10^{-10}$, пунктирная линия - $D/\omega=10^{-8}$; для всех линий температура системы соответствует $n_T=10$, $\varepsilon=0.016$.

неустойчивости. Для определенности мы приведем результаты для случая точного резонанса ($\Omega = 2\omega$).

В случае когерентной накачки результаты нашего расчета совпадают с соответствующими данными в работе [4]. Пример динамики логарифмической отрицательности E_N системы приведен на рис.1 (сплошная линия). Как обсуждалось в [4], запутанность в системе появляется спустя некоторое время, зависящее от температуры окружения. Такое поведение связано с тем, что в качестве начального состояния выбирается термодинамически равновесное. Дальнейший рост логарифмической отрицательности заканчивается выходом на стационарное состояние, которое может существовать сколь угодно долго. Большей температуре резервуара (или меньшей амплитуде параметрической накачки) соответствует меньшее стационарное значение E_N . Существует критическое значение температуры, определяемое соотношением:

$$n_T = \frac{Q\varepsilon}{4}, \quad (5)$$

при превышении которой запутанность в системе не формируется. n_T - число равновесных бозонов при температуре T . Наличие шума в накачке (штрихованная и пунктирная линии на рис.1) приводит к тому, что с некоторого момента времени запутанность в системе пропадает, и чем сильнее шум, тем быстрее это происходит. Определим в качестве времени жизни запутанности системы τ время, в течение которого логарифмическая отрицательность строго отлична от нуля. Для некоторого значения спектральной ширины шума запутанность в системе перестает возникать (время жизни обращается в ноль). Это видно по рис.2(a), на котором представлено распределение времени жизни запутанности в пространстве параметров температура - спектральная ширина шума при фиксированной амплитуде накачки ε . На этом же рисунке сплошная белая линия отделяет область параметров, для которых время жизни запутанности равно нулю. Соответствующее максимальное значение равновесного числа квантов $n_T = 20$ отвечает критической температуре (5) для заданной амплитуды

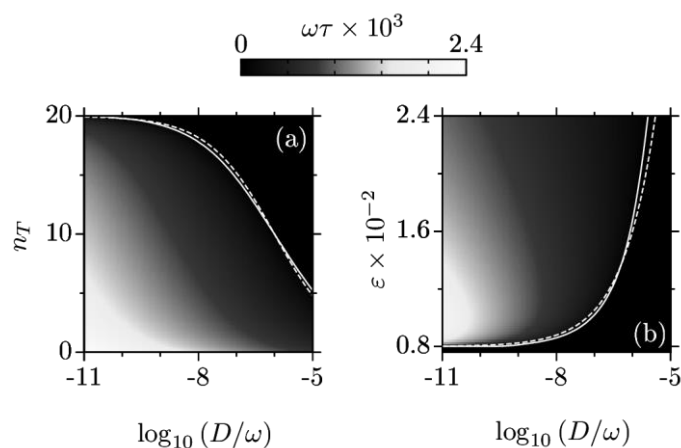


Рис.2. (a) Распределение времени жизни запутанности в системе в зависимости от температуры окружения, определяемой n_T , и спектральной ширины шума D ; амплитуда накачки фиксирована и равна $\varepsilon=0.016$. (b) Распределение времени жизни запутанности в системе в зависимости от амплитуды параметрической накачки ε и спектральной ширины шума D , при фиксированной температуре, для которой $n_T = 10$.

накачки $\varepsilon = 0.016$. Видно, что по мере приближения к критической температуре требование на степень когерентности накачки возрастает.

На рис.2(б) представлено распределение времени жизни запутанности в пространстве параметров амплитуда накачки - спектральная ширина шума при фиксированной температуре. Минимальное значение амплитуды накачки $\varepsilon = 0.008$ является пороговым, так как для нее значение $n_T = 10$, при котором построено данное распределение, соответствует критической температуре. На этом рисунке белая сплошная линия, как и выше, отделяет область параметров, при которых запутанные состояния в системе не формируются. Критерий (5), определяющий области параметров, при которых формируются запутанные состояния, необходимо модифицировать для случая частично когерентной накачки. Для случая, когда спектральная ширина шума $D/\omega < 10^{-6}$, с высокой достоверностью можно использовать следующий критерий:

$$n_T = \frac{Q\varepsilon}{4} f\left(\frac{D}{\omega}\right), \quad f(x) = \frac{1}{1000\sqrt{x+1}}, \quad (6)$$

Граница, определяемая критерием (6), представлена на рис.2 белой штрихованной линией.

В заключение приведем основные результаты данной работы. Во-первых, шумы в накачке двух параметрически связанных осцилляторов ограничивают время жизни запутанности в системе. Во-вторых, в условиях частично когерентной накачки снижается критическая температура, выше которой запутанные состояния в системе не формируются.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №16-32-00750 и гранта РФФИ №14-29-07152.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Bouwmeester, A. K. Ekert, и A. Zeilinger, Ред. “The physics of quantum information: quantum cryptography, quantum teleportation, quantum computation” New York: Springer, 2000.
2. M. A. Nielsen и I. L. Chuang “Quantum computation and quantum information.” New York: Cambridge University Press, 2000.
3. V. Vedral // Nature, т. 468, вып. 7325, сс. 769–770, 2010.
4. F. Galve, L. A. Pachón, и D. Zueco // Phys. Rev. Lett., т. 105, вып. 18, 2010.
5. R. Schmidt, J. T. Stockburger, и J. Ankerhold // Phys. Rev. A, т. 88, вып. 5, 2013.
6. T. F. Roque и J. A. Roversi // Phys. Rev. A, т. 88, вып. 3, 2013.
7. R.-X. Chen, et. al. // Phys. Rev. A, т. 91, вып. 1, 2015.
8. С. А. Ахманов, Ю. Е. Дьяков, и А. С. Чиркин “Введение в статистическую радиофизику и оптику.” М.: Наука, 1981.
9. M. O. Scully и M. S. Zubairy “Quantum optics.” New York: Cambridge University Press, 1997.
10. T. Yu и J. H. Eberly // Optics Communications, т. 264, вып. 2, сс. 393–397, 2006.
11. G. Vidal и R. F. Werner // Phys. Rev. A, т. 65, вып. 3, 2002.

Исследование перемежающейся обобщенной синхронизации в ансамбле нелинейных осцилляторов

А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.А. Пивоваров
ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского», 410012,
Астраханская, 83, Саратов, Россия
<mailto:vostochny@list.ru>

Среди известных типов хаотической синхронизации [1], таких как фазовая синхронизация, синхронизация с запаздыванием (lag-синхронизация), полная синхронизация, режим обобщенной синхронизации является одним из наиболее интересных [2-4]. В качестве взаимодействующих осцилляторов могут выступать различные динамические системы с однонаправленной и взаимной связью, а также сети нелинейных элементов. На текущий момент были исследованы как системы с дискретным временем, связанные однонаправленно и взаимно [5], так и потоковые системы с однонаправленной и взаимной связью (включая пространственно-распределенные системы). Следующим шагом в исследовании процесса перехода к режиму обобщенной синхронизации от асинхронной динамики, является рассмотрение сетей взаимодействующих осцилляторов [4]. Ранее был рассмотрен процесс установления режима обобщенной синхронизации при переходе от асинхронной динамики в малой сети логистических отображений [6] и выявлено, что в процессе перехода к синхронному режиму от асинхронного взаимодействующие осцилляторы демонстрируют перемежающееся поведение.

Целью данной работы являлось проведение исследования перемежающейся обобщенной синхронизации в сети связанных нелинейных осцилляторов. Основное внимание было уделено методике выделения характерных для перемежающегося поведения участков динамики (ламинарные и турбулентные фазы, соответствующие участкам синхронных и асинхронных движений). В качестве модельной системы, демонстрирующей хаотическую динамику, была выбрана сеть из пяти осцилляторов Ресслера, связанных друг с другом взаимно, тип связи между элементами сети при рассмотрении была выбран в виде «каждый с каждым».

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 14-12-00224).

ЛИТЕРАТУРА

1. A.S.Pikovsky, M.G. Rosenblum, J.Kurths “Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences” (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2001)
2. N.F.Rulkov et al. // Phys. Rev. E. 1995. V. 51, 980
3. B.S.Dmitriev et al. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. P. 074101.
4. R.A.Filatov, A.E.Hramov, A.A.Koronovskii // Phys. Lett. A. 2006. V. 358. P. 301-308.
5. A.A.Koronovskii et al. // Chaos, Solitons, Fractals. 2013. V. 46. P. 12-18
6. A.A. Koronovskii et al. // Technical Physics Letters 2015 V. 16 P.1-7

Исследование восприятия куба Неккера по многоканальным данным ЭЭГ человека: оценка и динамика низкочастотных компонент с учётом пространственного распределения

А.Е. Руннова^{1,2}, В.В. Грубов¹, М.О. Журавлев^{1,2}, М.К. Куровская²
¹*Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.*
²*Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского*
anefila@gmail.com

Сегодня нейрокогнитивные исследования, включающие в себя постановку психологических экспериментов и измерение объективных показателей деятельности нервной системы человека, являются популярным инструментом исследования головного мозга и когнитивных функций человека. Настоящее исследование посвящено изучению зарегистрированных сигналов электрической активности коры и подкорковых центров головного мозга человека при восприятии сложных визуальных образов, допускающих неоднозначное восприятие. Для записей электрической активности было использовано электроэнцефалографическое оборудование «Энцефалан-ЭЭГР-19/26» (Медиком МТД), позволяющее регистрировать многоканальные ЭЭГ с высоким временным разрешением в течение продолжительного времени. Для записей ЭЭГ был использован монополярный метод регистрации и стандартная международная система размещения электродов «10–20».

Основной объект в представляемой работе экспериментальной работе – это неоднозначно воспринимаемое изображение или, так называемое, двойственное или реверсивное изображение, для которого допускаются различные соотношения «фигуры» и «фона» в зависимости от наблюдателя. Классической фигурой с обратимой перспективой является куб Неккера названный так в честь швейцарского математика и физика Луиса Альберта Неккера (1730-1804), который сообщил о том, что кристаллы и их рисунки во время научных наблюдений кажутся спонтанно обращающимися по глубине (что, конечно, весьма затрудняет их визуальное исследование) [1]. Отметим, что изучение восприятия неоднозначных изображений ведется сегодня весьма активно, и, в определенном смысле, подобные объекты являются хорошей моделью в нейронауке как вообще зрительного восприятия окружающего мира, так и процесса принятия решения. Долгое время такие изображения были предметом исследования исключительно психологов [2, 3], однако, в последнее время механизмами восприятия неоднозначных изображений заинтересовались физики и математики [4, 5].

Несмотря на пристальное внимание исследователей, основной механизм интерпретации изображения до сих пор полностью не раскрыт, хотя уже хорошо известно, что восприятие является результатом нелинейных процессов, происходящих в распределенной нейронной сети затылочной, теменной и лобной областей коры головного мозга [6, 7]. Существует гипотеза, что переключение восприятия при наблюдении неоднозначных изображений связано с шумом, присущим системе взаимодействующих нервных клеток (например, фоновая нейронная активность в результате случайно генерируемых разрядов) [8, 9]. Тогда, в случае неоднозначного изображения мозг человека моделируется некой динамической системой с двумя выделенными состояниями равновесиями, а присутствующий шум способен вызывать переход динамики системы с одного аттрактора на другой. Таким образом, фоновая активность нейронов («внутренний шум» нейронной сети) играет решающую роль, как при интерпретации неоднозначных изображений, так и в других случаях принятия решений. С точки зрения такого подхода восприятие неоднозначного объекта может

быть описано и промоделировано в терминах простых стохастических процессов, таких как винеровская динамика [10–13]. Понятно, что определение и выявление механизмов данного процесса принятия решения открывает широкие перспективы для понимания, предсказания и возможной коррекции поведения сложной динамической системы со стохастической компонентой, включая человека.

Настоящее исследование лежит в рамках описанного теоретического подхода и направлено на исследование явления когнитивного шума, которое определяет то или понимание субъектом предъявляемого реверсивного изображения куба Неккера. В рамках исследований нами был введен параметр неоднозначности, соответствующий интенсивности яркости граней куба, который может варьироваться исследователем. Очевидно, что, если центральные грани куба Неккера будут практически не видны, то такой объект будет практически однозначно восприниматься как куб, повернутый направо, и, в случае отсутствующих боковых граней – как куб, повернутый налево. Таким образом, у исследователя появляется возможность варьировать параметр неоднозначности и одновременно исследовать собственный «порог» однозначного восприятия объекта у испытуемого. Дизайн эксперимент был выбран следующим. Для проводимых исследований выбирались условно здоровые испытуемые без проблем со зрением или с компенсированными имеющимися ограничениями. Испытуемый наблюдал куб Неккера в течение 1–2 секунд, отмечал своё восприятие объекта, как «левого» или «правого» с помощью нажатия на кнопку пульта, затем следовала пауза длительностью около 2–3 секунд, в течение которых испытуемому предъявлялось статичное нейтральное фоновое изображение без выраженных точек захвата внимания. Эксперимент включал в себя серии опытов, в рамках которых были выполнены предъявления различных наборов изображений, направленных на исследование как максимальной, так и минимальной неоднозначности двойственных изображений. В рамках всех экспериментов производилась регистрация фоновой записи – добровольца в свободном состоянии с открытыми глазами непосредственно перед и после активной фазы эксперимента.

В первую очередь, экспериментально полученные данные были обработаны статистическими методами, была построена модель, описывающая двухстабильную динамическую систему с когнитивным шумом на базе одномерного уравнения Фоккера-Планка [14, 15], результаты моделирования и эксперимента продемонстрировали хорошее соответствие с классическим теоретическим подходом. Затем, явление когнитивного шума было исследовано при анализе как внутренних шумов, обусловленных нейрофизиологическими процессами субъекта, и фактора неоднозначности, присутствующего в объекте исследования. Подобная попытка отыскать объективное соответствие на ЭЭГ записях чисто теоретической модели является новым подходом и позволяет принципиально доказать адекватность модели, а кроме того лучше понять сам нейрофизиологический механизм возникновения феномена двойственности изображения.

В качестве математического инструмента обработки многоканальных данных ЭЭГ было выбрано непрерывное вейвлетное преобразование [16]:

$$W(s, t_0) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t - t_0}{s} \right) dt, \quad (1)$$

где $x(t)$ – временная реализация экспериментального сигнала, $\psi_{s, t_0}(t)$ – материнский вейвлет, s – временной масштаб, определяющий ширину вейвлета, символ "*" –

обозначает комплексное сопряжение. В качестве материнского вейвлета был использован комплексный вейвлет Морле:

$$\psi(\eta) = (1/\sqrt[4]{\pi}) \exp(j\Omega_0\eta) \exp(-\eta^2/2), \quad (2)$$

с параметром $\Omega_0 = 2\pi$, что обеспечивает однозначную взаимосвязь между временным масштабом s вейвлетного преобразования и частотой f фурье-преобразования, а именно $f = 1/s$. Вейвлетный анализ является на сегодня одним из наиболее мощных математических инструментов для обработки сложных нестационарных зашумленных данных, ограниченных достаточно короткими временными рядами [16, 17]. Материнский вейвлет Морле хорошо зарекомендовал своё применение в нейрокогнитивных исследованиях полученными ранее хорошими результатами его применимости к ЭЭГ данным у людей и животных [16, 18].

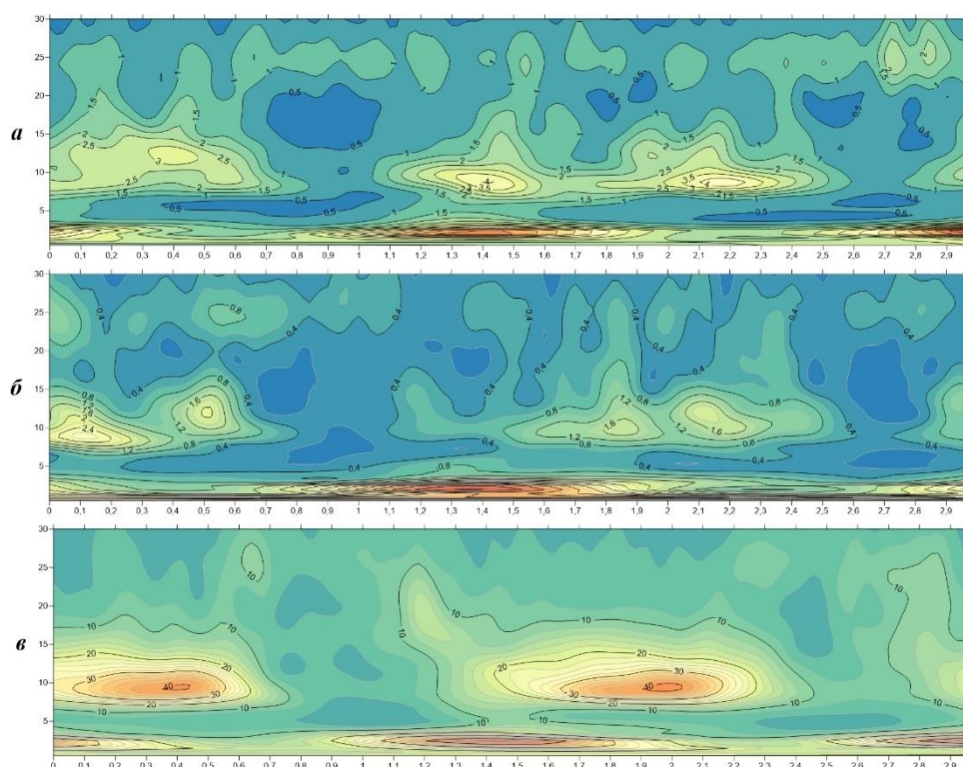


Рис. 1. Усреднённая вейвлетная характеристика, рассчитанная по фрагментам записей ЭЭГ канала O2 (затылочное отведение), соответствующим восприятию неоднозначного куба Неккера с различными параметрами интенсивности грани: $aI = 40$, $bI = 64$, $cI = 85$

Для многоканальных записей ЭЭГ были рассчитаны вейвлетные поверхности на диапазоне частот от 2 до 45 Гц. Отметим, что диапазон частот, на которых наблюдались процессы, тесно связанные с предъявлением неоднозначных объектов, менялся для различных испытуемых. Однако, в докладе мы рассмотрим результаты для испытуемого № 3, результаты которого продемонстрировали весьма высокую повторяемость и могут быть соотнесены с результатами прочих измерений. Методика исследования заключалась в построении усреднённых вейвлетных характеристик, отвечающих одним и тем же событиям, т.е. предъявлению одного и того же объекта (куба Неккера с выбранным параметром интенсивности) и выбором его испытуемым одним и тем же образом от события к событию. Методика напоминает метод вызванных потенциалов, но предоставляет большее количество информации на более

длительных временных интервалах (рис. 1). С помощью предлагаемой методики удалось продемонстрировать мощную низкочастотную компоненту, возникающую в затылочной зоне головного мозга испытуемого. Анализ имеющихся данных позволяет связать данную компоненту с процессом выбора в случае сильной неоднозначности объекта. Кроме того, было показано, что в одно и то же время на ЭЭГ данных при наблюдении неоднозначных объектов присутствуют мощные низкочастотные колебания (от 2 до 6 Гц для различных испытуемых), пространственное возникновение которых связано с двумя некими центрами головного мозга, лежащими в затылочной и лобной областях. По всей видимости, наличие этой колебательной активности вызвано именно двумя различными процессами, что косвенно доказывается проведением исследования пространственного распределения по различным каналам ЭЭГ, которое включило себя расчёт меры синхронизации различных каналов на исследуемых низких частотах.

Таким образом, были проведены нейрокогнитивные экспериментальные работы, построена одномерная теоретическая модель, зависящая от объективного параметра неоднозначности (интенсивности граней куба Неккера) и продемонстрировано её хорошее соответствие экспериментальным результатам. Затем, на базе зарегистрированных ЭЭГ данных добровольцев были проведены оценки и проведены параллели между теоретическими построениями и объективно регистрируемыми данными в ходе проведения психологических экспериментов по восприятию реверсивных изображений.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 16-12-10100) и Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 16-32-00187 и 16-32-60078).

ЛИТЕРАТУРА

1. L.A.Necker // London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science. 1832. 5 (1).
2. D.A.Leopold, N.K.Logothetis // Trends in Cognitive Sciences. 1999. № 3. p. 254.
3. P. Sterzer et al. // Trends Cogn Sci., 2009. 13(7), p. 310
4. G.M.Long, T.C.Toppino// Psychological Bulletin, 2004, 130 (5), p. 748
5. J. Kornmeier et al. // Brain and Cognition, 2009, 69 (1), p. 138
6. F. Tong, M. Meng , R. Blake // Trends in Cognitive Sciences 2006 10, p. 502
7. P. Sterzer, A. Kleinschmidt, G. Rees // Trends in Cognitive Sciences 2009 13 p. 310
8. G. Gigante et al. // PLoS Computational Biology 2009 5, e1000430
9. I. Merk, J. Schnakenberg // Biological Cybernetics 2002 86 p. 111
10. D. J.Aks, J. C.Sprott // Nonlinear Dynamics, Psychology, and Life Sciences 2003 7, p. 161
11. R. Ratcliff, P.L. Smith // Psychological Review 2004 111, p. 333
12. H.R.Heekeren, S. Marrett, L.G. Ungerleider // Nature Reviews Neuroscience 2008 9, p. 467
13. X. J.Wang // Current Opinion in Neurobiology 2012 22, p. 1039
14. R. Blake, N.K.Logothetis // Nature Reviews. Neuroscience. 2002 3 p. 13.
15. Pisarchik A. N. et al. //Biological Cybernetics. 2014 108. p. 397.
16. A.E.Hramov et. al. // Wavelets in Neuroscience. Springer Heidelberg New York Dordrecht London, 2015
17. А.Е.Пуннова и др. “Вейвлеты в геофизике: обработка сигналов в сейсморазведке” Москва: Издательство "УНИВЕРСИТЕТСКАЯ КНИГА", 2013.
18. E.Yu.Sitnikova et. al. //Neuroscience Journal. 2014 370764

Методы вейвлетной обработки многоканальных данных ЭЭГ человека для поиска и диагностики осцилляторных паттернов, связанных с восприятием неоднозначных изображений

М.О. Журавлев^{1,2}, А.Е. Руннова^{1,2}, А.А. Короновский^{1,2}, В.В. Грубов^{1,2}, А.Е. Храмов^{1,2}

1 Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

2 Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

zhuravlevmo@gmail.com

Мозг является одним из наиболее сложных и загадочных объектов для комплексных исследований, привлекающий в последние десятилетия интерес широкой научной общественности [1 – 3]. Динамика мозга изучается специалистами из различных областей науки, в том числе нейрофизиологии, медицины, физики, математики, нелинейной динамики и т.д., и сочетание разнообразных подходов и проведение многопрофильных исследований зачастую предоставляет возможности для более глубокого понимания механизмов, лежащих в основе его динамики, и может открыть перспективные возможности в медицине и нейротехнологиях.

Одним из направлений исследования мозга является изучения визуального восприятия с помощью неоднозначных изображений (бистабильных объектов) [4 – 6]. При этом стоит отметить, что для понимания визуального восприятия и распознавания объектов восприятие бистабильных изображений является лишь одной, но весьма интересной задачей среди огромного количества различных аспектов. На сегодня основной механизм определения изображения не открыт полностью, однако, хорошо известно, что восприятие является продуктом процессов в распределенной сети затылочной, теменной и фронтальной области коры головного мозга [7, 8].

В рамках настоящей работы была проведена комплексная обработка многоканальных данных ЭЭГ человека с использованием непрерывного вейвлетного преобразования для дальнейшего поиска осцилляторных паттернов, возникающих при восприятии неоднозначных изображений (бистабильных объектов). В качестве объекта исследований бистабильных изображений был выбран куб Неккера [9, 10], который может восприниматься либо как правый куб, либо как левый куб в зависимости от интенсивности средних линий. В ходе эксперимента добровольцу предъявлялись кубы Неккера с различными значениями интенсивности средних линий, при этом куб демонстрировался в виде черных линий на белом фоне на экране компьютера. Между предъявлениями различных кубов участнику показывались фоновые цветные «размытые» картинки для отвлечения внимания. Время предъявления куба Неккера составляла 500 – 700 мс, пауза между двумя различными кубами составляла 1500 – 2000 мс. Все участники эксперимента были проинструктированы нажать левую или правую клавишу на панели управления в зависимости от первого восприятия демонстрируемого.

В дальнейшем многоканальные записи ЭЭГ были подвергнуты обработке с использованием непрерывного вейвлетного преобразования с комплексным материнским вейвлетом, которое для хаотического временного ряда осуществляется следующим образом [11, 12]:

$$W(s, t_0) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi^* \left(\frac{t - t_0}{s} \right) dt, \quad (1)$$

где $x(t)$ – временная реализация хаотического сигнала, $\psi_{s,t_0}(t)$ – материнский вейвлет, s – временной масштаб, определяющий ширину вейвлета, символ "*" обозначает комплексное сопряжение. В качестве исследуемого сигнала $x(t)$ выступали многоканальные записи ЭЭГ, полученные с использованием программного и аппаратного оборудования Медиком МТД «Энцефалан – ЭЭГР – 19/26».

В качестве материнского вейвлета использовался комплексный вейвлет Морле [11, 12]:

$$\psi(\eta) = (1/\sqrt[4]{\pi}) \exp(j\Omega_0 \eta) \exp(-\eta^2/2), \quad (2)$$

с параметром $\Omega_0 = 2\pi$, что обеспечивает однозначную взаимосвязь между временным масштабом s вейвлетного преобразования и частотой f фурье-преобразования, а именно $f = 1/s$.

С использованием непрерывного вейвлетного преобразования была проведено изучение многоканальной записи ЭЭГ человека, которому предъявляют бистабильные объекты (куб Неккера). При этом производилась оценка изменения частотной составляющей исходного сигнала ЭЭГ для каждого из каналов. С использованием вейвлетных поверхностей показано, что в записи ЭЭГ определяющим является диапазон частот от 1 Гц до 40 Гц. В дальнейшем для того, чтобы определить характерные осцилляторные паттерны, возникающие при восприятии человеком бистабильных объектов, было проведено усреднение вейвлетных поверхностей. Усреднение выполнялось для каждого значения интенсивности средних линий куба Неккера, при этом учитывалось каким был выбран куб правым или левым. Полученные усредненные вейвлетные поверхности для многоканальной записи ЭЭГ позволяют с высокой точностью детектировать осцилляторные паттерны, возникающие при решении человеком задачи о восприятии бистабильных объектов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 16-12-10100), а также Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-32-00187).

ЛИТЕРАТУРА

1. A. E. Hramov, et al., *Wavelets in Neuroscience*, Springer Series in Synergetics. Springer, 2015.
2. M. F. Bear, et al., *Neuroscience. Exploring the brain*. Woters Kluwer, 2015.
3. M. Chavez, et al., // *Phys. Rev. Lett.* 2010. V. 104, P. 118701.
4. D. A. Leopold, N. K. Logothetis, // *Trends in Cognitive Sciences* 1999. V. 3, P. 254.
5. R. Blake, N. K. Logothetis, // *Nature Reviews. Neuroscience* 2002. V. 3, P. 13.
6. A. N. Pisarchik, et al., // *Biological Cybernetics* 2014. V. 108, P. 397.
7. F. Tong, M. Meng, R. Blake, // *Trends in Cognitive Sciences* 2006. V. 10, P. 502.
8. P. Sterzer, et al., // *Trends in Cognitive Sciences* 2009. V. 13, P. 310.
9. L. A. Necker // *London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1832. V. 5. № 1.
10. Ta'edd LK, Ta'eed O, Wright JE., // *BehavSci* 1988. V. 33, № 2, P. 97–115.
11. B. Torresani, *Continuous Wavelet Transform* Savoie, Paris, 1995
12. A.E Hramov. et. al. // *CHAOS*. 2006. V. 16, P. 043111.

Исследование влияния формы возмущения концентрации легирующей примеси на характеристики тока в полупроводниковой сверхрешетке

А.Г. Баланов^{2,3}, А.А. Короновский^{1,2}, О.И. Москаленко^{1,2}, А.О. Сельский^{1,2},
А.Е. Храмов^{1,2}

¹Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского;

²Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.;

³Loughborough University, Loughborough, UK

feanorberserk@gmail.com

Полупроводниковые сверхрешетки - сложные наноструктуры, состоящие из нескольких чередующихся тонких (~10 нм) слоев различных полупроводниковых материалов, которые возможно использовать для генерации и управления высокочастотными колебаниями [1, 2]. В последнее время большой интерес представляет исследование подобных наноструктур с позиций нелинейной динамики [3, 4]. Ранее было показано, что большое влияние на электронную динамику в сверхрешетках оказывают наклонное магнитное поле [3, 4], температура [5], и межминизонное туннелирование [6]. В настоящей работе будет рассмотрено, как динамика электронов в сверхрешетке, определяющая характеристики тока, изменяется в присутствии возмущений концентрации легирующей примеси.

Для моделирования процессов в полупроводниковой сверхрешетке будем использовать численную схему, подробно описанную в [2, 5], состоящую из уравнений Пуассона и непрерывности с учетом дрейфового приближения. В данной модели при достаточно большом значении напряжения, приложенного к наноструктуре (пороговое значение), возникает генерация электронных доменов, вызывающих высокочастотные колебания тока. Для построения вольт-амперных характеристик в области колебаний тока используется усредненное по времени значение тока [5]. На зависимости тока от напряжения генерация доменов характеризуется падающим участком.

Как правило, при моделировании процессов в полупроводниковых сверхрешетках используется постоянная концентрация легирующей примеси, n_D . Будем рассматривать случай, когда концентрация изменяется вдоль оси сверхрешетки, так как показано на рис. 1, а. На профиле концентрации легирующей примеси вдоль оси сверхрешетки на длине $L=115.4$ нм наблюдается возмущение постоянного значения концентрации n_{D0} . Данное возмущение можно охарактеризовать тремя параметрами: пространственной локализацией возмущения (в рамках данной работы центр возмущения находится в одной и той же точке для всех характеристик тока); превышением концентрации n_D относительно постоянного значения концентрации n_{D0} , h (также можно говорить о высоте возмущения) и шириной возмущения, w .

На рис. 1б можно видеть, как изменяется зависимость тока от напряжения с ростом ширины возмущения, от кривой 1 ($w = 0$, возмущения нет) к кривой 4 ($w = 0.35$). С ростом ширины возмущения пороговое значение напряжения увеличивается. Максимальный ток, протекающий через структуру, также увеличивается. Аналогичный эффект заметен при увеличении высоты возмущения, рис. 1в. Однако, особый интерес вызывает то, что характеристики тока почти не изменяются если при изменении концентрации легирующей примеси выполняется условие $h \times w = const$, что соответствует сохранению площади профиля возмущения, рис. 1г.

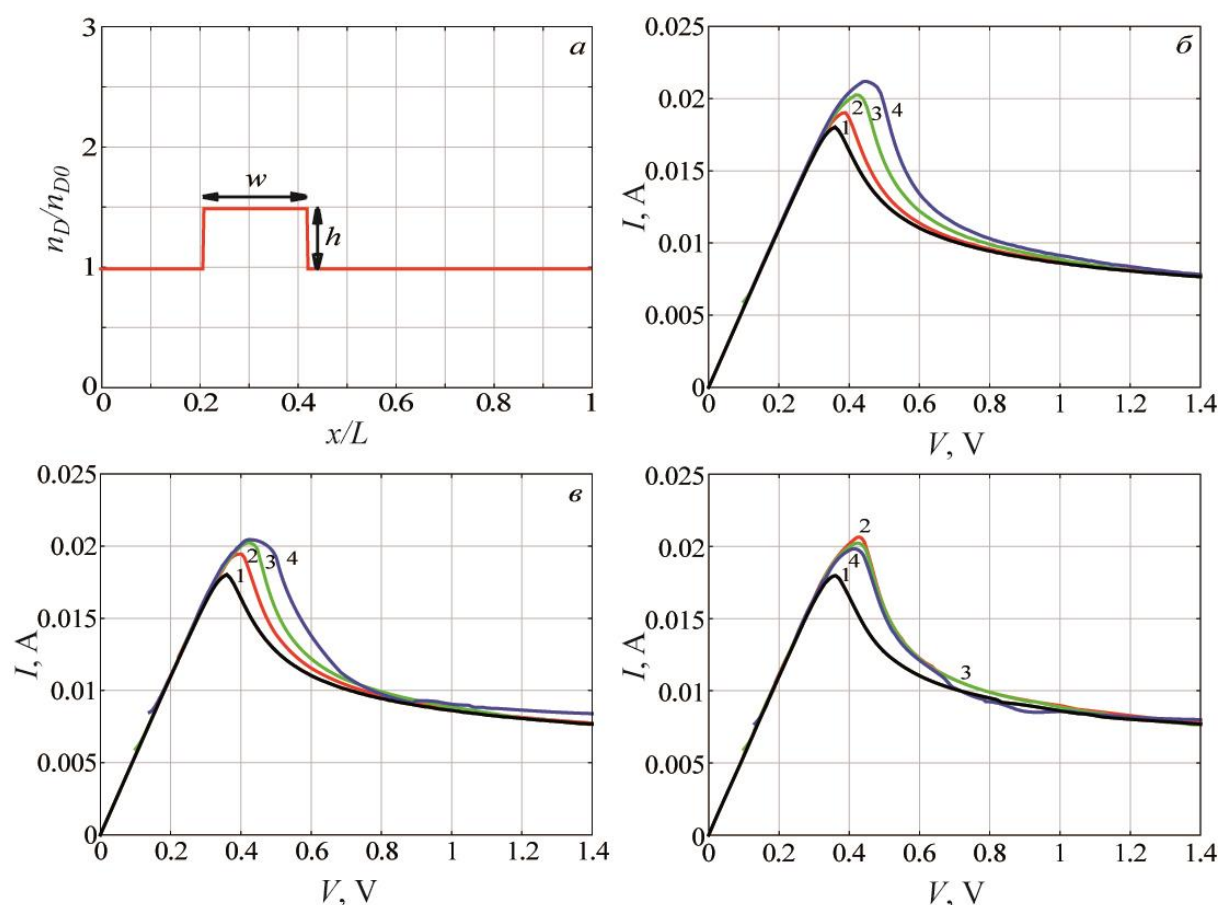


Рис. 1. (а) пример профиля возмущения концентрации легирующей примеси в полупроводниковой сверхрешетке при значении параметров $h = 0.5$, $w = 0.21$. (б-г) Зависимости среднего тока от напряжения, приложенного к полупроводниковой сверхрешетке при различных параметрах возмущения: кривая 1- в отсутствии возмущения; (б) кривая 2- $h = 0.5$, $w = 0.07$, кривая 3- $h = 0.5$, $w = 0.21$, кривая 4- $h = 0.5$, $w = 0.35$; (в) кривая 2- $h = 0.25$, $w = 0.21$, кривая 3- $h = 0.5$, $w = 0.21$, кривая 4- $h = 1$, $w = 0.21$; (г) кривая 2- $h = 0.3$, $w = 0.35$, кривая 3- $h = 0.5$, $w = 0.21$, кривая 4- $h = 1.5$, $w = 0.07$.

Таким образом в настоящей работе показано, что при введении возмущения концентрации легирующей примеси характеристики тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, изменяются. Показано, что величина изменений характеристик связана с параметрами возмущения, при этом при выполнении условия $h \times w = const$, что соответствует сохранению площади профиля возмущения, характеристики тока практически не изменяются при различных параметрах возмущения.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №16-32-60059, № 16-32-80125).

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Esaki, R.Tsu //IBMJ. Res. Develop. 14. P. 61. 1970
2. A. Wacker // Phys. Rep. 357. P. 1. 2002
3. M. T. Greenaway et al. // Phys. Rev B. 80. P. 205318. 2009
4. N. Alexeeva et al. // Phys. Rev. Lett. 109. P. 024102. 2012
5. A. O.Selskii et al. // Phys. Rev. B. 84. P. 235311. 2011
6. А.О. Сельский и др. // ЖТФ. 85, 4. С. 62-66. 2015