

АКУСТИКА И АКУСТООПТИКА

Исследование эффекта быстрой динамики в клине со структурной нелинейностью с использованием клиновых волн	
<i>А.А. Агафонов, А.И. Кокшайский, Е.А. Тоцов</i>	3
Измерения упругих модулей гелеобразных сред с применением одноосной нагрузки	
<i>И.И. Голубкова, Т.Б. Крит</i>	6
Влияние сдвиговых компонент акустического поля вязкой жидкости на структуру и поглощение поверхностных волн	
<i>В.А. Гусев, П.А. Симонова</i>	10
Максимально возможные коэффициенты рассеяния точечной неоднородности для случаев разной размерности	
<i>К.В. Дмитриев</i>	14
Исследование затухания акустических сигналов в мелком природном водоеме	
<i>К.В. Дмитриев, А.А. Дорофеева, И.А. Панков, С.Н. Сергеев</i>	18
Распространение акустических пучков в сильно анизотропной среде	
<i>А.А. Ермаков, В.И. Балакиш</i>	21
Эффект параметрической рефракции при акустооптическом взаимодействии в анизотропной среде	
<i>Д.М. Зверев, Г.А. Князев</i>	24
Анизотропная дифракция света в двуосном кристалле йодноватой кислоты	
<i>М.И. Купрейчик, В.И. Балакиш</i>	27
Влияние цепи обратной связи на разрешение акустооптического спектрометра	
<i>С.Н. Манцевич, В.И. Балакиш, Ю.И. Кузнецов</i>	31
Особенности акустооптического взаимодействия с учётом поглощения электромагнитных волн и поляризационных эффектов	
<i>П.А. Никитин</i>	33
Условия реализации обратного изотропного коллинеарного режима акустооптического взаимодействия в кристаллах йодноватой кислоты и германия	
<i>Д.Л. Пороховниченко, Е.А. Дьяконов, В.Б. Волошинов</i>	37
Закрученные ультразвуковые пучки	
<i>М.Е. Терзи, П.В. Юлдашев, О.А. Сапожников</i>	40

Фотоупругие свойства кристалла дигидрофосфата калия

Т.В. Юхневич, В.Б. Волошинов 42

Исследование эффекта быстрой динамики в клине со структурной нелинейностью с использованием клиновых волн

А.А. Агафонов, А.И. Кокшайский, Е.А. Тощов
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
agafonov.12345@mail.ru

В клине распространяются изгибные упругие волны, локализованные у ребра клина. Первые теоретические и экспериментальные исследования клиновых волн были выполнены Лагасом [1] и Марадудиным [2]. Лагас предложил эмпирическую формулу для скорости клиновой волны при $n\theta < \pi/2$:

$$C = C_R \sin n\theta \quad (1)$$

где C_R – скорость поверхностной волны, θ – угол раствора клина, n – номер моды клиновой волны.

Проблемами нахождения аналитического решения данной задачи занимались в своих работах Маккенна и В.Г. Можяев [3]. Солодов И.Ю. вместе с коллегами выполнили экспериментальные исследования свойств клиновых акустических волн [4]. В этой работе была обнаружена высокая локализация энергии клиновых волн у ребра клина (1-2 длины волны), их низкая скорость распространения и отсутствие дисперсии.

Теоретическое описание клиновых волн довольно сложно, что повышает актуальность их экспериментального изучения. Однако, несмотря на значительное количество экспериментальных работ, посвященных особенностям распространения упругих клиновых волн конечной амплитуды, эта область недостаточно изучена. Клиновые волны, как уже отмечалось выше, являются изгибными и их распространение в изотропных твердых телах, как следует из классической упругой нелинейности, не должно сопровождаться генерацией второй акустической гармоники, амплитудно зависимым поглощением клиновых волн [6]. Однако, недавно проведенные исследования, показали, что в средах с дефектами, кроме классической упругой нелинейности, связанной с ангармонизмом кристаллической решетки, проявляется структурная упругая нелинейность, которая может значительно превышать классическую нелинейность [7]. Это позволяет наблюдать в твердых телах с дефектами ряд нелинейных эффектов, наблюдение которых в бездефектных средах невозможно, например, наблюдать эффект быстрой динамики. Он заключается в зависимости скорости волны от её амплитуды. При этом скорость упругой волны в среде с дефектами линейно зависит от её амплитуды. Это является одним из диагностических признаков наличия дефектов в исследуемом твердом теле [7].

Возможные механизмы структурной нелинейности рассмотрены в [8]. Металлы с дефектами также относятся к материалам, обладающим значительной неклассической нелинейностью [9]. В отличие от классической нелинейности структурная нелинейность является локальной и имеет пороговый характер, т.е. ее величина определяется состоянием и величиной дефектов в каждой точке материала.

Целью данной работы являлось экспериментальное исследование эффекта быстрой динамики в твердом теле с дефектами с использованием клиновых волн. Для проведения экспериментальных исследований из поликристаллического сплава алюминия Д16 с остаточными упругими напряжениями был изготовлен клин с углами раствора 30° и 60° (третий угол, равный 90° , не использовался) и длиной 180 мм. Для возбуждения упругих волн в клине использовались пьезоэлектрические

преобразователи. Экспериментальные исследования проводились на автоматизированной ультразвуковой установке фирмы Ritec (США). Эксперименты проводились в импульсном режиме в диапазоне частот (250-500) кГц. Исследовалась зависимость скорости распространения и поглощения клиновых волн в клиньях с углами 30° и 60° .

Было обнаружено линейное увеличение поглощения клиновых волн и линейная зависимость их скорости от амплитуды клиновых волн, что характерно для сред с неклассической нелинейностью.

Пример полученной зависимости для поглощения клиновой волны в 60° клине изображён на Рис. 1.

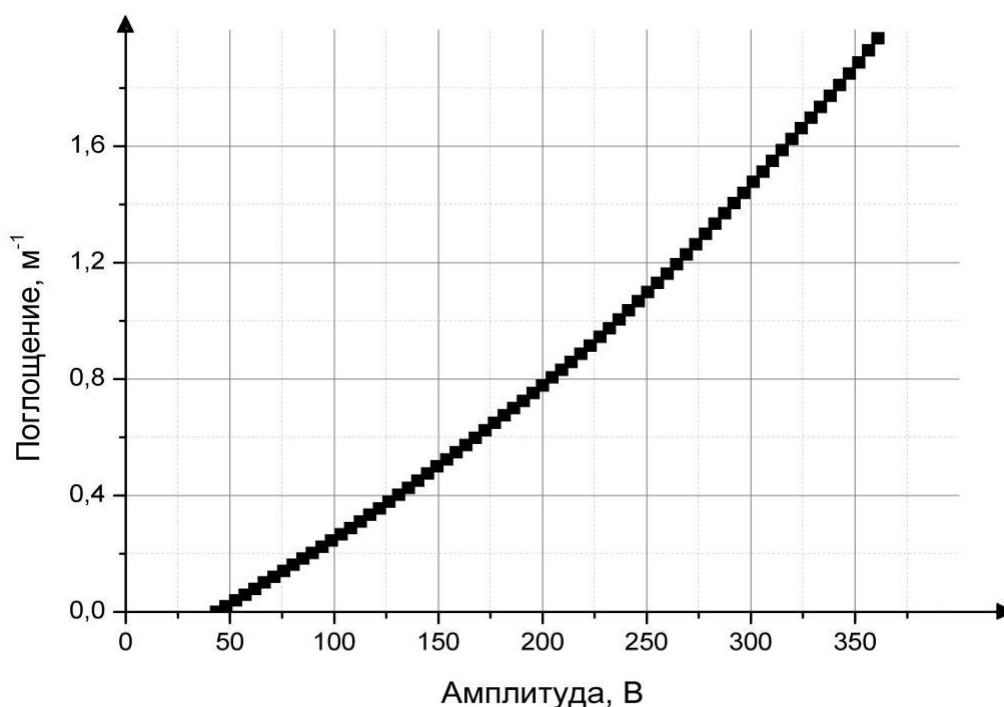


Рис. 1. Зависимость поглощения от амплитуды для 60° клина.

Приводится экспериментальная методика исследования клиновых волн и обсуждение полученных экспериментальных результатов.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 14-02-00288.

ЛИТЕРАТУРА

1. P.E. Lagasse, I.M. Mason, E.A. Ash //IEEE Trans. Son. Ultrason. 1973. V. 20. P. 143.
2. A.A. Maradudin et al. // Phys. Rev. B.-1972.-V. 6.- P. 1106.
3. В.Г. Можаяев // Вестник Московского Университета. 1989. №5. С. 40-45
4. В.В. Боженко и др. // Акуст. журн. 1983. С. 262-264.
5. В.В. Крылов, В.Г. Можаяев //Акуст. журн. 1985. Т.31. №6. С. 751-755.
6. Л.К. Зарембо, В.А. Красильников “Введение в нелинейную акустику.” М.: Наука, 1966. 308 с.
7. О.В. Руденко // Успехи физических наук. 2006. Т. 176, №1. С. 77-95.
8. О.В. Руденко // Дефектоскопия. 1993. № 8. С. 24–32.

9. Гедройц А.А., Зарембо Л.К., Красильников В.А. // ДАН СССР. 1963. Т. 150. С. 515–518.

Измерения упругих модулей гелеобразных сред с применением одноосной нагрузки

И.И. Голубкова, Т.Б. Крит

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет

i.i.golubkova@mail.ru

В настоящее время развивается новый метод – метод компрессионной эластографии для обнаружения неоднородностей упругости мягких биологических тканей. Он используется, например, для диагностики раковых опухолей, у которых упругость заметно отличается. Посредством этого метода определяются линейные параметры, однако наряду с линейными параметрами дополнительную информацию предоставляют нелинейные. Наша задача – научиться определять нелинейные параметры фантомов мягких биологических тканей. Исследование нелинейных параметров резиноподобных материалов является одной из важнейших задач в медицинской диагностике. При заболевании упругость ткани претерпевает изменения, так что при регистрации данных изменений можно судить о развитии заболевания и предотвратить его на ранней стадии. В данной работе предложены способы измерения упругих модулей (называемых параметрами Ландау) мягких биологических тканей. В качестве фантомов исследуемых образцов использованы искусственные гелеобразные материалы, такие как желатин и пластисол. Выбор этих материалов обусловлен тем, что именно их свойства максимально совпадают со свойствами реальных материалов. Реализация экспериментов на живых объектах очень проблематична, так как невозможно рассмотреть различные условия эксперимента по отдельности.

Для начала рассмотрим статические сдвиговые деформации плоскопараллельного гелеобразного слоя из желатина, которые создаются одновременно с его одноосным сжатием. Экспериментальная установка для измерения параметра Ландау приведена на рис. 1. Два слоя из композиции желатина и крахмала толщиной 7 мм закреплены между тремя пластинами площадью $S=27.3 \text{ см}^2$. Верхняя и нижняя пластины закреплялись, обеспечивая чисто сдвиговую деформацию. Деформация сдвига создавалась при приложении силы к средней пластине. Отношение силы, действующей на слои со стороны ёмкости, к площади соприкосновения слоев со средней пластиной есть напряжение σ , возникающее при сдвиге образца. Относительная деформация ε определялась из отношения смещения Δx , измеренного микрометром, к толщине слоя h [1].

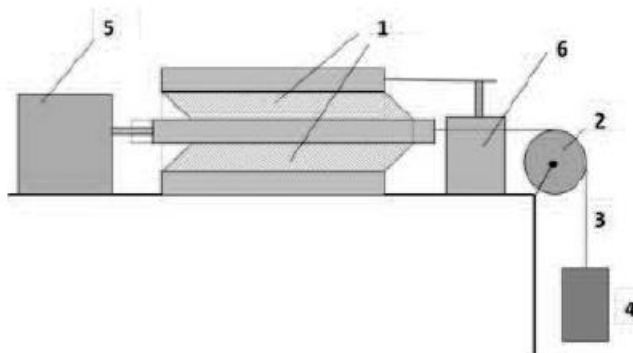


Рис. 1. Схема экспериментальной установки. 1 – слои желатина, 2 – блок, 3 – металлический трос, 4 – ёмкость с водой, 5 и 6 – микрометры.

Таким образом были измерены зависимости сдвигового напряжения от сдвиговой деформации без приложения одноосного сжатия, а так же при одноосном сжатии $\Sigma=3$ кПа и при $\Sigma=22$ кПа. Во всех трёх случаях наблюдается линейная зависимость сдвигового напряжения вплоть до деформации 40%, при которой образцы из желатина разрушаются. Следует также отметить, что линейное поведение зависимостей, измеренных в желатине при разной величине одноосного сжатия различно: с увеличением Σ измеренный модуль μ_{lin} возрос от 4.6 до 5.3 кПа.

Далее исследуются упругие свойства пластисола при одноосном сжатии в цилиндрической геометрии. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 2. В пространство толщиной 5.4 мм между парой деревянных соосных цилиндров высотой 54.5 мм был залит нагретый до жидкого состояния пластисол. Внешний радиус малого цилиндра 14.5 мм, внутренний радиус большого цилиндра 19.9 мм. При остывании пластисол затвердел, благодаря хорошей адгезии к дереву оказался закреплённым без проскальзывания к поверхности цилиндров. Внешний цилиндр был неподвижно закреплён. Поверх установки был закреплен транспортер, центр которого совпадал с осью цилиндров. Деформация в пластисоле создавалась за счёт поворота внутреннего цилиндра вокруг оси. Для этого на оси цилиндров закреплялся металлический стержень длиной 109 мм, при этом середина стержня находилась на оси цилиндра. К одному из концов стержня прикладывалась внешняя сила (аналогично эксперименту с плоскопараллельным слоем), второй конец стержня указывал на значение угла поворота на транспортере.

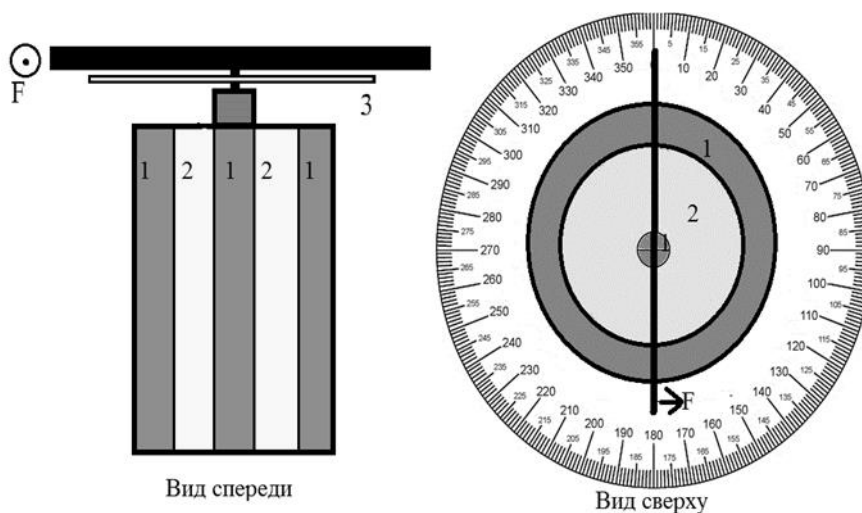


Рис. 2. Схема экспериментальной установки. 1 – два соосных цилиндра, 2 – пластисол, 3 – транспортер.

В процессе эксперимента была измерена зависимость угла поворота цилиндра от известного значения приложенной силы. В результате была получена зависимость сдвигового напряжения в цилиндрическом слое от деформации пластисола, которая линейна только в области невысоких деформаций[2]. Для такой модели линейный модуль сдвига $\mu_{lin} = 14.6 \pm 0.8$ кПа, что примерно в 1,5 раза превышает значение μ_{lin} в плоскопараллельном слое. Полученная зависимость была аппроксимирована кубической параболой вида:

$$\sigma = \mu_{lin} \varepsilon (1 + \beta \varepsilon^2) \quad (1)$$

В результате определено значение $\beta = 0.92 \pm 0.04$, характеризующее нелинейность зависимости.

Для создания модели мышцы, учитывающей анизотропию ткани, была использована среда программирования MathLab. Моделирование производилось методом конечных элементов. Модель представляет собой плоскопараллельный образец пластисола, в который параллельно друг другу вставлены резиновые нити, тем самым создавая анизотропию в образце. Исследуемый образец представляет собой прямоугольный параллелепипед, на верхней границе которого лежит пластина конечной массы. В образец вставлена 21 резиновая нить диаметром 1,5 мм. Идея эксперимента заключается в следующем: нижняя пластина, на которой лежит исследуемый материал, колеблется параллельно своей поверхности под действием внешней гармонической силы, а верхняя пластина лежит свободно. Подобным образом измеряются резонансные кривые и определяются резонансные частоты, которые характеризуют модуль сдвига исследуемого образца. При внедрении большего числа резинок в слой увеличивается значение резонансной частоты, следовательно, модуль сдвига системы также увеличивается. На рисунке 3 представлена схема метода конечных элементов, используемого для моделирования эксперимента. В качестве конечных элементов, как и в [3], были использованы треугольные призмы. Из-за малости диаметров резиновых нитей по сравнению с размерами всего резонатора можно приближенно считать их сечение квадратным. Нумерация элементов начиналась с нижнего левого элемента и проводилась вдоль ребра параллелепипеда, по завершении ряда нумеровался следующий по высоте ряд и так до самого верхнего ряда модели. По завершении ряда выбирался следующий столб вдоль меньшего ребра. Каждой треугольной призме присваивались значения параметров (плотность, параметры Ламэ и коэффициент сдвиговой вязкости) пластисола, резиновых нитей или пластины. Параметры резиновых нитей были получены экспериментально.

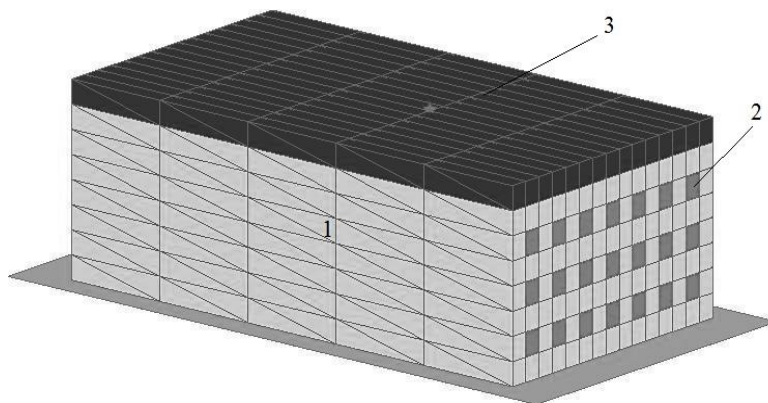


Рис. 3. Схема метода конечных элементов. 1 – образец пластисола, 2 – резиновые нити, 3 - пластина.

На рисунке 4 представлены полученные резонансные кривые для исследуемой модели (а), а также для образца с меньшей неоднородностью (вставлено 14 резиновых нитей) (б). Используемый в данной работе метод конечных элементов позволяет рассчитать резонансные кривые в резонаторе с неоднородной резиноподобной средой. Включение неоднородных элементов с упругостью большей, чем упругость однородной среды, приводит к росту резонансной частоты материала. Если при этом меняется упругость мышечной ткани между волокнами, частотный отклик на это изменение тоже может быть измерен. Поэтому результаты моделирования, проведенного в работе, имеют важное прикладное значение для развития современных методов диагностики мышечных тканей.

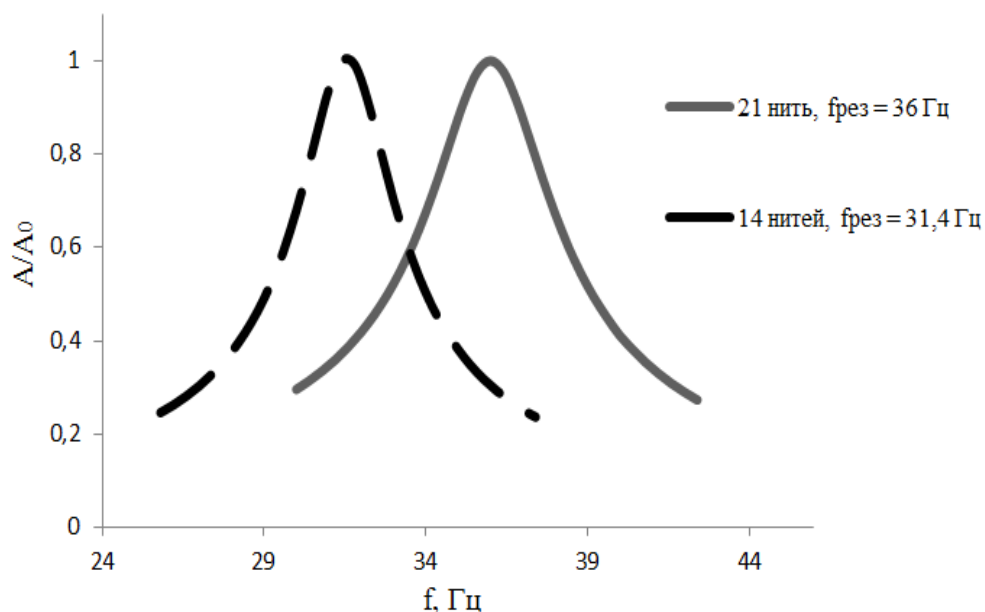


Рис. 4. Резонансные кривые для исследуемого образца.

Описанные эксперименты продемонстрировали различные способы определения упругих параметров мягких биологических тканей. В результате проделанной работы были получены экспериментальные зависимости сдвиговой деформации от статического напряжения и определены значения сдвиговых модулей плоскопараллельного и цилиндрического слоев. Эксперимент с цилиндрическим слоем показал, что нелинейность материала в зависимости от геометрии проявляется по-разному. При более высоких деформациях сдвиговое напряжение существенно возрастает по сравнению с линейным участком. Это можно объяснить возникновением (дополнительно к приложенным сдвиговым напряжениям) внутренних напряжений. В плюс ко всему, при больших деформациях зависимость резко возрастает (что объясняется эффектом упрочения слоя).

Метод конечных элементов позволил рассчитать резонансные кривые в резонаторе с неоднородной резиноподобной средой. При включении неоднородных элементов, с упругостью большей, чем упругость однородной среды, возрастает сдвиговой модуль целой системы, помимо этого, уменьшение добротности свидетельствует о том, что собственные колебания в такой системе затухают быстрее, чем колебания однородной системы.

ЛИТЕРАТУРА

1. И.И. Голубкова. XXI Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных по фундаментальным наукам "Ломоносов-2014". Секция "Физика". Сборник тезисов. — Физический факультет МГУ Москва, 2014. — С. 195–197.
2. Т.Б. Крит. Труды Всероссийской акустической конференции. 6-10 октября 2014 г., Москва, РАН. — Издательский центр РГУ нефти и газа имени И.М.Губкина Москва, 2014. — С. 90–95.
3. В.Г. Андреев. Акустический журнал. — 2011. — Т. 57, № 1. — С. 3–12.

Влияние сдвиговых компонент акустического поля вязкой жидкости на структуру и поглощение поверхностных волн

В.А. Гусев, П.А. Симонова

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики

vgusev@bk.ru, po-sim@rambler.ru

Исследования поверхностных и граничных акустических волн имеют давнюю историю. Классические решения были получены Рэлеем для волны на границе упругой среды с вакуумом и Стоунли для границы двух полупространств. Широкий класс задач, связанных с граничными и поверхностными волнами на контакте различных сред, жидких и упругих, в том числе, слоев, рассмотрен и описан И.А.Викторовым [1]. Упомянутые выше результаты получены для идеальных жидкости и упругих сред. Однако, насколько нам известно, последовательного и полного рассмотрения влияния вязкости на свойства поверхностных волн в такой системе в литературе нет. Причиной этого может быть известный факт, что чисто сдвиговая акустическая волна в жидкости затухает на расстоянии порядка длины волны, отчего считается, что ею можно пренебречь, а вязкость влияет только на затухание продольной компоненты поля в жидкости. Но как влияет образование вязкой сдвиговой волны на структуру и поглощение поверхностных волн? На этот вопрос мы и попытаемся ответить.

Если говорить о существовании сдвиговой компоненты поверхностной волны, то естественно предположить, что имеет место перераспределение энергии в волне, что может стать одной из причин аномального затухания [4,5]. Вместе с тем, при рассмотрении поверхностных волн в слоистых средах появляется новый пространственный масштаб – толщина жидкого слоя. Может оказаться так, что длина волны сдвиговой компоненты сравнима или превышает глубину слоя. В этом случае сдвиговая компонента может играть существенную роль в формировании акустического поля, даже если эта компонента представляет собой неоднородные волны.

Данная работа посвящена исследованию влияния вязкости жидкой среды на формирование и свойства поверхностных волн в двух конфигурациях. В первой части работы исследуется аналог классической задачи Рэля о существовании локализованной вблизи границы полупространства с вакуумом акустической волны. В отличие от классической постановки, в которой полупространство является упругой средой, в данной главе рассмотрено полупространство, заполненное вязкой жидкостью. В результате рассмотрения, из граничных условий мы получили следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} (2\eta k^2 - i\omega\rho_0)B_1 - 2i\eta\kappa k C_1 &= 0 \\ 2i\eta\kappa r B_1 + \eta(\kappa^2 + k^2)C_1 &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

где $r = \sqrt{\frac{k^2 - k_0^2 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2} k^2}{1 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2}}}$ и $\kappa = \sqrt{k^2 - \frac{i\omega\rho_0}{\eta}}$ – масштабы убывания продольной и

сдвиговой компонент поля вглубь вязкого полупространства, $k = \frac{\omega}{c}$, $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$, B_1 и C_1 -

амплитуды продольной и сдвиговой составляющей поверхностной волны, c и ω - скорость и частота поверхностной волны, ρ_0 - плотность жидкости, c_0 - скорость в жидкости, $b = \xi + \frac{4}{3}\eta$ - общая вязкость, ξ и η - объёмная и сдвиговая вязкости.

Составив матрицу для амплитуд (B_1, C_1) и приравняв определитель матрицы к нулю, получили дисперсионное уравнение:

$$4k^2 r k - (k^2 + k^2)^2 = 0 \quad (2)$$

Сравним полученное выражение с уравнением Рэлея из классической задачи:

$$4k^2 q s - (s^2 + k^2)^2 = 0 \quad (3)$$

где $q = \sqrt{k^2 - k_l^2}$ и $s = \sqrt{k^2 - k_t^2}$, k_l и k_t - волновые векторы продольной и сдвиговой волн. Видно, что выражения (2) и (3) похожи по структуре и отличаются волновыми числами. Именно это отличие и объясняет наличие дисперсии на границе вакуума с вязким полупространством.

Проведенные исследования показывают, что увеличение вязкости среды способствует увеличению действительной и мнимой части скорости волны, а также длины затухания и глубин локализаций продольной и сдвиговой составляющих волны. Более того, выявлено преобладающее влияние на эти параметры коэффициента сдвиговой вязкости по сравнению с коэффициентом объёмной вязкости. К примеру, рассмотрим изменение действительной части скорости волны в зависимости от параметров среды. Исследуется три жидкости: сероуглерод, бензол и вода (характеристики приведены в таблице).

Среда	$T, ^\circ C$	$\rho_0, \text{кг/м}^3$	$c_0, \text{м/с}$	$(\xi + \frac{4}{3}\eta), \text{Па}\cdot\text{с}$	$\eta, \text{Па}\cdot\text{с}$
Сероуглерод	20	1263,2	1157	0.76836	0.00036
Бензол	20	879	1324	0.11332	0.00065
Вода	15	999	1460	0.00523	0.00523

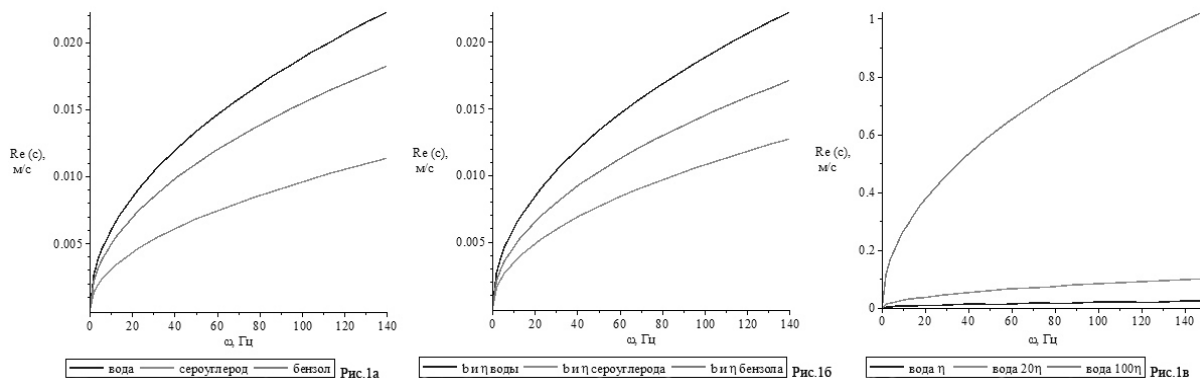


Рис. 1. График зависимости действительной части скорости от частоты.

На рисунке 1 изображены три графика: на рис.1а – зависимость действительной части скорости волны от частоты для вышеперечисленных сред, на рис.1б – зависимость действительной части скорости от частоты для трёх теоретических сред (значения плотности и скорости звука всех трёх сред принимают значения параметров воды, а

значения общей и сдвиговой вязкостей фиксируются в соответствии с каждой средой из таблицы), на рис.1в – аналогичная зависимость для других теоретических сред (используются параметры воды, и изменяется сдвиговая вязкость в кратное количество раз). Как видим, зависимости на рис.1а и рис.1б не отличаются, откуда делаем вывод: основное влияние на действительную часть скорости оказывает вязкость. Для того чтобы выяснить: какая именно вязкость, мы фиксировали параметры плотности, скорости, общей вязкости и изменяли в одном случае параметры объёмной, в другом – сдвиговой вязкости. В случае изменения объёмной вязкости заметных изменений по сравнению с зависимостью на рис.1б не произошло, а при изменении сдвиговой вязкости получили зависимость, изображённую последней на рис.1в. Как видим, изменение сдвиговой вязкости существенно влияет на действительную часть скорости, откуда можно сделать вывод о преобладающем влиянии коэффициента сдвиговой вязкости по сравнению с коэффициентом объёмной вязкости. Аналогичный анализ был проведён и для других параметров волны, где был выявлен такой же эффект.

Во второй части работы рассмотрен аналог задачи о волне Стоунли на границе двух полупространств с учетом сдвиговой компоненты волны в вязкой жидкости. В качестве нижнего полупространства выступает упругая среда. В качестве верхнего полупространства рассмотрена вязкая жидкость. Проведен аналогичный анализ, мы получили следующую систему линейных уравнений:

$$\begin{aligned} -\frac{ir}{\omega} B_1 + \frac{k}{\omega} C_1 - qD + ikF &= 0 \\ \frac{k}{\omega} B_1 + \frac{i\kappa}{\omega} C_1 + ikD + sF &= 0 \\ (2\eta k^2 - i\omega\rho_0) B_1 - 2i\eta\kappa k C_1 - (\lambda(q^2 - k^2) + 2\mu q^2) D + 2\mu i\kappa s F &= 0 \\ 2i\eta\kappa r B_1 - \eta(\kappa^2 + k^2) C_1 + 2i\mu\kappa q D + \mu(k^2 + s^2) F &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

где $r = \sqrt{\frac{k^2 - k_0^2 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2} k^2}{1 - \frac{i\omega b}{\rho_0 c_0^2}}}$ и $\kappa = \sqrt{k^2 - \frac{i\omega\rho_0}{\eta}}$ - масштабы убывания продольной и сдвиговой компонент поля вглубь вязкого полупространства,

$q = \sqrt{k^2 - k_t^2}$ и $s = \sqrt{k^2 - k_l^2}$ - масштабы убывания продольной и сдвиговой компонент поля вглубь упругого полупространства,

$k = \frac{\omega}{c}$, $k_0 = \frac{\omega}{c_0}$, $k_l = \frac{\omega}{c_l}$, $k_t = \frac{\omega}{c_t}$, c и ω - скорость и частота

поверхностной волны, c_0 - скорость в жидкости, $c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}$ и $c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}$ - скорость

продольной и сдвиговой волн в упругой среде, μ и λ - параметры Ламе, ρ_0 и ρ - плотности вязкого и упругого полупространств, ξ и η - объёмная и сдвиговая вязкости, B_1 и C_1 - амплитуды продольной и сдвиговой составляющей поверхностной волны в вязком полупространстве, D и F - амплитуды продольной и сдвиговой составляющей поверхностной волны в упругом полупространстве. Составив матрицу для амплитуд (B_1, C_1, D, F) и приравняв определитель матрицы к нулю, мы получили дисперсионное уравнение, из которого нашли зависимость скорости от частоты и другие параметры. Как и в первой части работы: выявлено преобладающее влияние коэффициента

сдвиговой вязкости по сравнению с коэффициентом объёмной вязкости на характеристики поверхностной волны.

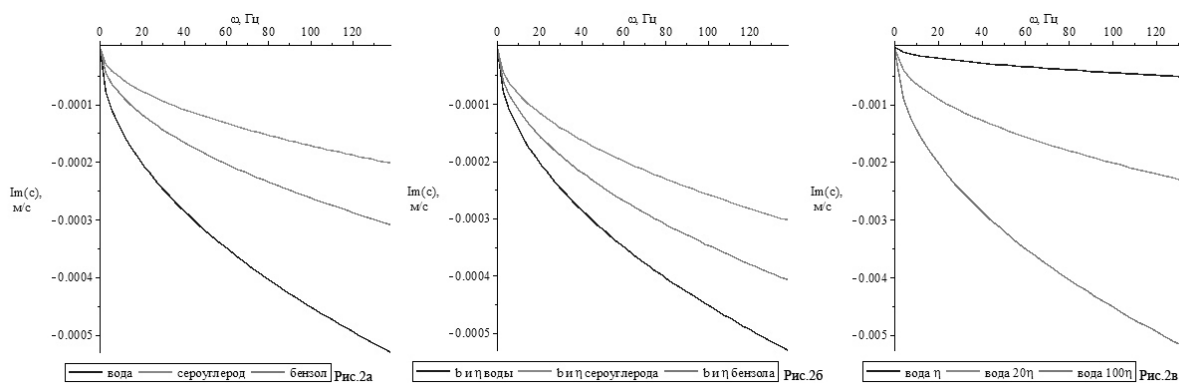


Рис. 2. График зависимости мнимой части скорости от частоты

В качестве примера на рисунке 2 приведены зависимости мнимой части скорости от частоты. В качестве вязкого полупространства рассматриваются те же среды, что и в первой части работы, в качестве упругого – алюминий, его параметры: $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$, $c_l = 7650 \text{ м/с}$, $c_t = 4500 \text{ м/с}$. Параметры вязкой жидкости изменялись по тому же принципу, что в первой части работы. Как мы видим из сравнения полученных зависимостей, именно изменение сдвиговой вязкости оказывает значительное влияние на данный параметр волны. Аналогичный анализ был проведён и для других параметров волны, где было выявлено влияние увеличения вязкости на параметры локализации сдвиговой и продольной компонент волны, а также на длину затухания поверхностной волны.

Таким образом, в работе рассмотрены аналоги классических задач с учётом сдвиговых компонент акустического поля в жидкости и выявлены особая роль сдвиговой вязкости и степень влияния сдвиговой составляющей акустического поля на его характеристики.

Работа поддержана грантом Российского Научного Фонда № 14-22-00042

ЛИТЕРАТУРА

1. И.А. Викторов. Звуковые поверхностные волны в твердых телах. М.: Наука, 1981.
2. В.А. Красильников, В.В. Крылов. Введение в физическую акустику.
3. Н.И. Черемисина. Поверхностные волны на границе раздела слоя вязкой жидкости и упругого полупространства. Дипломная работа. 2012.
4. Волькенштейн М.М., Левин В.М. Аномальное поглощение поверхностных акустических волн на границе раздела жидкость – твердое тело. Письма в ЖТФ. 1986. Т.12. Вып. 24. С. 1498 – 1503
5. A.J. Slobodnik, Jr. – JAP, 1972, v.43, N 6, 2565.

Максимально возможные коэффициенты рассеяния точечной неоднородности для случаев разной размерности

К.В. Дмитриев

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
kdmtrie@aesc.msu.ru

Распространение звука в неоднородной по плотности и сжимаемости среде представляет собой достаточно сложный процесс, сопровождающийся многократным рассеянием в каждой точке неоднородности. Рассеяние может оставаться многократным даже в том случае, когда волновой размер неоднородности мал или она вообще является квазиточечной. Проявлением данного факта является то, что амплитуда вторичного источника, возникающего при рассеянии звука на неоднородности, взаимосвязана с его фазой и ограничена. Связь фазы и амплитуды вторичного источника была показана в [1] для квазиточечной неоднородности скорости звука, а в [2] обобщается на случай рефракционно-плотностной неоднородности. Эти результаты позволяют получить оценки для максимально возможной мощности, рассеянной на квазиточечной неоднородности, для объектов разной пространственной размерности.

Распространение звука в средах, неоднородных как по фазовой скорости звука $c(\vec{z})$, так и по плотности $\rho(\vec{z})$, удобно вести на основе системы уравнений гидродинамики для полей акустического давления $p(\vec{z})$ и колебательной скорости $\vec{v}(\vec{z})$. Этот подход был предложен в [3]. В линеаризованном виде, при временной зависимости полей $\sim \exp(-i\omega t)$, упомянутая система имеет вид

$$\nabla_z \vec{v}^\pm(\vec{z}, \vec{x}) - i\omega \eta(\vec{z}) p^\pm(\vec{z}, \vec{x}) = \phi^\pm \delta(\vec{z} - \vec{x}); \quad \nabla_z p^\pm(\vec{z}, \vec{x}) - i\omega \rho(\vec{z}) \vec{v}^\pm(\vec{z}, \vec{x}) = \vec{f}^\pm \delta(\vec{z} - \vec{x}), \quad (1)$$

где ϕ^\pm и \vec{f}^\pm – расположенные в точке \vec{x} скалярные и векторные первичные источники поля, соответственно; $\eta \equiv 1/(\rho c^2)$ – сжимаемость среды. Верхним индексом “+” в (1) обозначены величины, относящиеся к запаздывающему, расходящемуся на бесконечности полю, которое удовлетворяет условию излучения Зоммерфельда. Верхний индекс “-” относится к опережающему полю, сходящемуся в точку \vec{x} из бесконечности и удовлетворяющему комплексно сопряженному условию излучения. Систему уравнений (1) удобно переписать в обозначениях Дирака, вводя вектор-

столбцы полевых переменных $|u^\pm\rangle \equiv \begin{pmatrix} \vec{v}^\pm \\ p^\pm \end{pmatrix}$ и первичных источников поля $|F^\pm\rangle \equiv \begin{pmatrix} \vec{f}^\pm \\ \phi^\pm \end{pmatrix}$:

$$\hat{A}(\vec{z}) |u^\pm(\vec{z}, \vec{x})\rangle = |F^\pm\rangle \delta(\vec{z} - \vec{x}), \quad \text{где } \hat{A}(\vec{z}) \equiv \begin{pmatrix} -i\omega \rho(\vec{z}) & \nabla_z \\ \nabla_z & -i\omega \eta(\vec{z}) \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Решение системы уравнений (2) может быть выражено через запаздывающую $\hat{G}^+(\vec{z}, \vec{x})$ или опережающую $\hat{G}^-(\vec{z}, \vec{x})$ матричные функции Грина неоднородной среды: $|u^\pm(\vec{z}, \vec{x})\rangle = \hat{G}^\pm(\vec{z}, \vec{x}) |F^\pm\rangle$. Представляя распределение плотности и сжимаемости в пространстве в виде суммы постоянных положительных фоновых значений ρ_0 и η_0 , а также добавок $\rho'(\vec{z}) \equiv \rho(\vec{z}) - \rho_0$ и $\eta'(\vec{z}) \equiv \eta(\vec{z}) - \eta_0$, можно записать матричный аналог

уравнения Липпмана-Швингера, куда входят только матричные функции Грина однородной среды $\hat{G}_0^\pm(\vec{z}, \vec{x})$:

$$|u^\pm(\vec{z}, \vec{x})\rangle = |u_0^\pm(\vec{z}, \vec{x})\rangle + \int_{\mathfrak{R}} \hat{G}_0^\pm(\vec{z}, \vec{r}) \hat{A}_1(\vec{r}) |u^\pm(\vec{r}, \vec{x})\rangle d\vec{r}, \text{ где } \hat{A}_1(\vec{r}) \equiv \begin{pmatrix} i\omega\rho'(\vec{r}) & 0 \\ 0 & i\omega\eta'(\vec{r}) \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь $|u_0^\pm(\vec{z}, \vec{x})\rangle$ – падающее поле, которое создается первичными источниками $|F^\pm\rangle$ в фоновой среде. Интегрирование в (3) осуществляется по всей области расположения неоднородности \mathfrak{R} . Интеграл в правой части (3) описывает процессы многократного рассеяния внутри неоднородности. При этом поле $|u^\pm\rangle$ входит как в левую, так и в правую часть (3), что затрудняет работу с этим уравнением. Если неоднородность точечная, т.е. $\hat{A}_1(\vec{r}) \equiv \hat{\epsilon}\delta(\vec{r} - \vec{r}_0)$, где \vec{r}_0 – ее радиус-вектор, то можно попытаться ввести в уравнении (3) эффективный матричный коэффициент рассеяния $\hat{\beta}^\pm$ по правилу $\hat{\epsilon}|u^\pm(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle = \hat{\beta}^\pm|u_0^\pm(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle$, которое позволяет исключить полное неизвестное поле $|u^\pm(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle$ в точке \vec{r}_0 . Коэффициенты $\hat{\beta}^\pm$ являются матрицами размером $(D+1) \times (D+1)$, где D – размерность задачи. Тогда описание процесса рассеяния можно вести в терминах коэффициентов $\hat{\beta}^\pm$:

$$|u^\pm(\vec{z}, \vec{x})\rangle = |u_0^\pm(\vec{z}, \vec{x})\rangle + \hat{G}_0^\pm(\vec{z}, \vec{r}_0) \hat{\beta}^\pm |u_0^\pm(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle. \quad (4)$$

Матричные коэффициенты рассеяния $\hat{\beta}^\pm$, в отличие от матрицы $\hat{\epsilon}$, не являются вполне произвольными и функциональным образом зависят от параметров неоднородности. В [2] показано, что они удовлетворяют системе уравнений

$$\hat{\beta}^- - \hat{\beta}^+ = \hat{\beta}^- \hat{C}_D \hat{\beta}^+; \quad \hat{\beta}^\pm = -\hat{\sigma}_3 \{\hat{\beta}^\mp\}^* \hat{\sigma}_3, \quad (5)$$

где матрица $\hat{\sigma}_3$ совпадает с единичной матрицей во всех элементах, кроме правого нижнего, который равен -1 . Матрица \hat{C}_D вводится как $\hat{C}_D \equiv \lim_{\vec{x} \rightarrow \vec{r}_0} (\hat{G}_0^-(\vec{r}_0, \vec{x}) - \hat{G}_0^+(\vec{r}_0, \vec{x}))$; она определяется размерностью задачи D . В частности,

$$\hat{C}_{D=1} = -\frac{\omega}{k_0} \begin{pmatrix} \eta_0 & 0 \\ 0 & \rho_0 \end{pmatrix}; \quad \hat{C}_{D=2} = -\frac{\omega}{4} \begin{pmatrix} \eta_0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\rho_0 \end{pmatrix}; \quad \hat{C}_{D=3} = \frac{k_0\omega}{6\pi} \begin{pmatrix} \eta_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \eta_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta_0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3\rho_0 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\eta_0\rho_0}$ – волновое число в фоновой среде.

Введенные таким образом матричные коэффициенты рассеяния $\hat{\beta}^\pm$ могут описывать рассеяние монопольного и дипольного типа, но не более высоких порядков мультипольности. Это позволяет предположить, что полученные для них соотношения останутся справедливыми не только для точечной неоднородности, но и в более общем случае неоднородности конечного малого волнового размера.

Если распределение параметров неоднородности обладает симметрией по отношению к некоторому геометрическому преобразованию (поворот, центральная или осевая симметрия и т. д.), вид матриц $\hat{\beta}^\pm$ может быть упрощен. Пусть такое

преобразование задается матрицей \hat{M} , которая переводит вектор-столбцы полевых переменных и источников поля из одной системы координат в другую: $|u'^{\pm}\rangle = \hat{M}|u^{\pm}\rangle$, $|F'^{\pm}\rangle = \hat{M}|F^{\pm}\rangle$. Вторичные источники поля, которые порождаются в точке расположения неоднородности падающим полем, можно представить в виде $|F_{\text{sec}}^{\pm}\rangle \equiv \hat{\varepsilon}|u^{\pm}(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle = \hat{\beta}^{\pm}|u_0^{\pm}(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle$. После преобразования координат они равны, с одной стороны, $|F_{\text{sec}}'^{\pm}\rangle = \hat{M}|F_{\text{sec}}^{\pm}\rangle = \hat{M}\hat{\beta}^{\pm}|u_0^{\pm}(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle$, а с другой стороны, $|F_{\text{sec}}'^{\pm}\rangle = \hat{\beta}^{\pm}|u_0'^{\pm}(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle = \hat{\beta}^{\pm}\hat{M}|u_0^{\pm}(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle$. Здесь используется тот факт, что коэффициенты рассеяния не изменяются при преобразовании в силу предполагаемой симметрии задачи. Поскольку падающее поле $|u_0^{\pm}(\vec{r}_0, \vec{x})\rangle$ может быть произвольным, то равенство двух выше приведенных выражений для $|F_{\text{sec}}'^{\pm}\rangle$ означает, что матричный коэффициент рассеяния коммутирует с матрицей преобразования:

$$\hat{\beta}^{\pm}\hat{M} = \hat{M}\hat{\beta}^{\pm}. \quad (7)$$

Выражение (7) позволяет заключить, что матричные коэффициенты рассеяния неоднородностей, обладающих сферической ($D=3$), цилиндрической ($D=2$) или центральной ($D=1$) симметрией, имеют диагональный вид и определяются только дипольным β_1^{\pm} и монопольным β_0^{\pm} скалярными коэффициентами рассеяния:

$$\hat{\beta}^{\pm} = \begin{pmatrix} \beta_1^{\pm} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \beta_1^{\pm} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \beta_0^{\pm} \end{pmatrix}. \quad (8)$$

Величины β_1^{\pm} и β_0^{\pm} являются комплексными и могут быть представлены в виде $\beta_0^{\pm} = \pm|\beta_0|\exp(\pm i\psi_0)$ и $\beta_1^{\pm} = \pm|\beta_1|\exp(\pm i\psi_1)$, где ψ_0 и ψ_1 – их фазы, а $|\beta_0|$ и $|\beta_1|$ – амплитуды, соответственно. Данное представление удовлетворяет второму уравнению из системы (5). Из первого уравнения этой системы следует:

$$|\beta_0| = 2 \cos \psi_0 / C_D^{(D+1;D+1)}; \quad |\beta_1| = 2 \cos \psi_1 / C_D^{(1;1)}, \quad (9)$$

где $C_D^{(m;n)}$ – элемент матрицы C_D с индексами $(m;n)$. Таким образом, амплитуды коэффициентов рассеяния неоднородности рассматриваемого типа однозначно связаны с их фазами. Поскольку область значений косинуса ограничена, модуль монопольного и дипольного коэффициентов рассеяния не может превышать $2/|C_D^{(D+1;D+1)}|$ и $2/|C_D^{(1;1)}|$, соответственно.

Ограниченность коэффициента рассеяния приводит к тому, что максимально возможная рассеиваемая неоднородностью мощность также ограничена. Согласно (4), падающая на неоднородность плоская монохроматическая запаздывающая волна $|u_0^{\pm}\rangle = |u_{\text{inc}}^{\pm}\rangle$, интенсивность которой определяется как $I_{\text{inc}}(\vec{z}) = |p_{\text{inc}}^{\pm}(\vec{z})|^2 / (2\rho_0 c_0)$, порождает рассеянное поле $|u_{\text{sc}}^{\pm}(\vec{z})\rangle \equiv |u^{\pm}(\vec{z})\rangle - |u_{\text{inc}}^{\pm}\rangle = \hat{G}_0^{\pm}(\vec{z}, \vec{r}_0)\hat{\beta}^{\pm}|u_{\text{inc}}^{\pm}\rangle$. Его интенсивность можно определить, вычислив предварительно поле акустического давления p_{sc}^{\pm} . При разной размерности задачи D оно оказывается равным

$$\begin{aligned}
 p_{sc,D=1}^+(z) &= -\{\cos \psi_0 \exp(i\psi_0) + \text{sign}(z - r_0) \cos \psi_1 \exp(i\psi_1)\} \exp(ik_0|z - r_0|) p_{inc}^+; \\
 p_{sc,D=2}^+(\vec{z}) &= -\{\cos \psi_0 \exp(i\psi_0) H_0^{(1)}(k_0|\vec{z} - \vec{r}_0|) + 2i \cos \theta \cos \psi_1 \exp(i\psi_1) H_1^{(1)}(k_0|\vec{z} - \vec{r}_0|)\} p_{inc}^+; \\
 p_{sc,D=3}^+(\vec{z}) &= \left\{ i \cos \psi_0 \exp(i\psi_0) + 3 \frac{1 - ik_0|\vec{z} - \vec{r}_0|}{k_0|\vec{z} - \vec{r}_0|} \cos \theta \cos \psi_1 \exp(i\psi_1) \right\} \frac{\exp(ik_0|\vec{z} - \vec{r}_0|)}{k_0|\vec{z} - \vec{r}_0|} p_{inc}^+.
 \end{aligned}$$

Здесь θ – угол между волновым вектором падающей волны и вектором $\vec{z} - \vec{r}_0$, задающим направление на точку приема поля. В одномерном случае он может принимать только значения 0 и π , и поэтому $\cos \theta = \text{sign}(z - r_0)$.

Полную рассеянную неоднородностью мощность акустического поля N_{sc} можно получить, интегрируя его интенсивность $I_{sc}(\vec{z}) = |p_{sc}^+(\vec{z})|^2 / (2\rho_0 c_0)$ по поверхности $|\vec{z} - \vec{r}_0| \equiv R = \text{const}$ при условии $R \rightarrow \infty$. В трехмерном случае это сфера, в двумерном – цилиндр, а в одномерном случае эта операция сводится к суммированию интенсивностей падающей и отраженной волн. В итоге получаются значения

$$\begin{aligned}
 N_{sc,D=1} &= 2(\cos^2 \psi_0 + \cos^2 \psi_1) I_{inc}; & N_{sc,D=2} &= \frac{4}{k_0} (\cos^2 \psi_0 + 2 \cos^2 \psi_1) I_{inc}; \\
 N_{sc,D=3} &= \frac{4\pi}{k_0^2} (\cos^2 \psi_0 + 3 \cos^2 \psi_1) I_{inc}.
 \end{aligned} \tag{10}$$

Следует отметить, что в двумерном случае такая мощность приходится на единицу длины (в направлении, перпендикулярном рассматриваемой двумерной плоскости), а в одномерном – на единицу площади (перпендикулярной направлению распространения волны), чем объясняется разная размерность N_{sc} в (10). Полученные результаты находятся в соответствии с данными [4], где на основе импедансного метода получен максимально возможный коэффициент рассеяния для сферической неоднородности чисто монопольного типа с малым волновым размером.

Важным следствием (10) является то, что максимально возможная рассеянная мощность не зависит от конкретного значения малого волнового размера неоднородности и остается конечной при стремлении этого размера к нулю.

В заключение нужно отметить, что имеющаяся связь между фазой и амплитудой коэффициента рассеяния может служить дополнительной информацией в задачах томографического типа, поскольку позволяет получить данные об амплитуде принимаемых сигналов на основе данных об их фазовых задержках и наоборот.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-22-00042).

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Буров, С.А. Морозов // Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 6. С. 751.
2. К.В. Дмитриев // Труды 57-й научной конференции МФТИ с международным участием. Актуальные проблемы фундаментальных и прикладных наук в области физики. Управление и прикладная математика. Т.1. Москва-Долгопрудный-Жуковский: МФТИ. 2014. С. 40.
3. В.А. Буров, К.В. Дмитриев, С.Н. Сергеев // Акуст. журн. 2009. Т. 55. № 3. С. 292.
4. Ю.И. Бобровницкий // Акуст. журн. 2007. Т. 53. № 1. С. 113.

Исследование затухания акустических сигналов в мелком природном водоеме

К.В. Дмитриев, А.А. Дорофеева, И.А. Панков, С.Н. Сергеев
Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
doro1212@yandex.ru

В последнее время возрастает интерес к мелководным морям, в первую очередь, северным. Хорошо изучен процесс распространения звука в глубоком океане [1], где на некоторой глубине скорость звука минимальна, что приводит к образованию волновода. При этом дно океана оказывает слабое влияние. В мелких водоемах волноводные свойства, наоборот, обуславливаются именно дном и поверхностью, которые характеризуются набором параметров, являющихся в общем случае нестационарными в пространстве и времени [2], [3]. Более сложные условия распространения звука объясняют меньшую степень изученности этого класса задач. Возможность определения свойств дна мелкого водоема акустическими методами является важным вопросом, поскольку бурение скважин под водой крайне трудоёмко. В перспективе это может позволить предложить новый подход, например, к поиску углеводородного сырья на шельфовой зоне. Вместе с тем морские эксперименты требуют серьёзных финансовых затрат. Поэтому предоставляется целесообразным выявить и отработать основные технические и организационные трудности в более простых условиях, выходящих, тем не менее, за рамки лабораторного эксперимента. В связи с этим в данной работе была поставлена задача проведения пробного натурного эксперимента по изучению влияния характеристик водоема на распространение акустического сигнала.

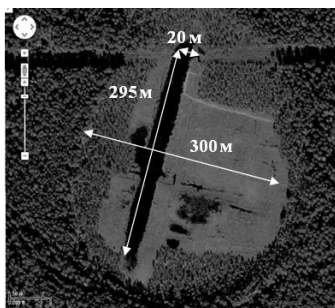


Рис. 1. Геометрия и размеры исследуемого водоема.

Эксперимент проводился в карьере, геометрия которого изображена на рис. 1. Его длина и ширина составляли соответственно 295 и 20 метров, глубина $h \approx 1$ м. Карьер находился в заболоченной области диаметра порядка 300 метров. Измерения температуры воды в разных точках и на разной глубине дали значения 16°C .

Форма излученного сигнала $f(t)$ в проведенном эксперименте определялась следующими соображениями. Принятый сигнал $g(t)$ связан с ним линейным интегральным соотношением $g(t) = \int_{-\infty}^t H(t-t')f(t')dt'$, где $H(t)$ – передаточная функция водоема. Можно показать, что взаимная корреляционная функция принятого и излученного сигналов $K_{gf}(\tau) \equiv \int g(t+\tau)f^*(t)dt$ и автокорреляционная функция

излученного сигнала $K_{ff}(\tau) \equiv \int f(t+\tau)f^*(t)dt$, где звездочкой обозначено комплексное сопряжение, связаны между собой тем же образом:

$$K_{gf}(\tau) = \int_{-\infty}^t H(\tau-\tau')K_{ff}(\tau')d\tau'. \quad (11)$$

Проведенные рассуждения позволяют заменить излучение и приём импульсного сигнала большой амплитуды (что требует создания более сложной экспериментальной аппаратуры) излучением и приёмом непрерывного сигнала относительно малой амплитуды с узкой автокорреляционной функцией. Такими свойствами, в частности, обладает сигнал с линейной частотной модуляцией, который можно легко реализовать на практике. В проведенном эксперименте частота сигнала менялась в диапазоне от 100 Гц до 10 кГц в течение 10 секунд.

Для определения зависимости коэффициента затухания акустического сигнала α от частоты ω был предложен следующий метод. Измерения сигнала $g_n(t)$ производились в $M=9$ точках, находящихся на известных расстояниях r_n от источника сигнала. После корреляционной обработки, выполненной согласно (11), выделялись относительно короткие интервалы временного сдвига τ , где величина корреляционной функции $K_{gf,n}(\tau)$ была значительной. В рамках каждого такого интервала вычислялись спектральные компоненты корреляционной функции $A_n(\omega) = \int K_{gf,n}(\tau)\exp(-i\omega\tau)d\tau$. С учетом цилиндрической расходимости и затухания они могут быть выражены через спектральные компоненты излученного сигнала $A_0(\omega) = \int K_{ff}(\tau)\exp(-i\omega\tau)d\tau$ и шума $N(\omega)$:

$$A_n(\omega) = A_0(\omega)\exp(-\alpha r_n)/\sqrt{r_n} + N(\omega). \quad (12)$$

На больших расстояниях вклад шумовой составляющей может быть сравним или даже превосходить вклад полезного сигнала. Поэтому для вычисления α требуется взвешенный учет данных каждой точки наблюдения на каждой отдельной частоте. Для его осуществления используется метод максимального правдоподобия.

Пусть шум является гауссовым и обладает дисперсией σ^2 . Вероятность того, что коэффициент затухания равен $\alpha(\omega)$ при условии, что в результате обработки экспериментальных данных спектральные компоненты принимают значения $\vec{A}(\omega) \equiv \{A_n(\omega); n=1\dots M\}$, равна

$$w(\alpha(\omega) | \vec{A}(\omega)) = \frac{1}{(2\pi)^{M/2} \sigma^M} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^M \left(A_n(\omega) - A_0(\omega) \frac{\exp(-\alpha(\omega)r_n)}{\sqrt{r_n}}\right)^2\right) \equiv L(\alpha). \quad (13)$$

Эта условная вероятность как функция $L(\alpha)$ параметра α является функцией правдоподобия. Она достигает своего максимума при условии $\frac{\partial}{\partial \alpha} \ln L(\alpha) = 0$, которое в итоге сводится к уравнению

$$\sum_{n=1}^M \left\{ \left(A_n(\omega) - A_0(\omega) \frac{\exp(-\alpha(\omega)r_n)}{\sqrt{r_n}} \right) \exp(-\alpha(\omega)r_n) \sqrt{r_n} \right\} = 0. \quad (14)$$

Его численное решение позволяет определить коэффициент затухания $\alpha(\omega)$. Множители $\exp(-\alpha(\omega)r_n)\sqrt{r_n}$, входящие в (14) учитывают «вес» каждой точки, где происходила регистрация сигнала. Вид этого множителя говорит о том, что ухудшение качества сигнала, вызванного затуханием (экспоненциальный множитель) несколько улучшается за счёт второго множителя (квадратный корень из расстояния), который обязан своим существованием образовавшемуся из-за границ волноводу. В отсутствие границ и волновода второй множитель равен единице. Если положить эти «веса» равными единице, уравнение (14) сведется к простому методу наименьших квадратов, который для данной задачи может давать некорректные результаты, поскольку не учитывает зашумленность принятого сигнала.

На рис. 2 точками обозначены рассчитанные с помощью (14) значения коэффициента затухания в исследуемой полосе частот. На каждой частоте было произведено 6 измерений. Линия соответствует усредненной по этим измерениям зависимости $\alpha(\omega)$. Значительное затухание звука на частотах ниже 700 Гц объясняется тем, что этот диапазон лежит ниже критической частоты первой моды волновода, и амплитуда соответствующих спектральных компонент сигнала быстро убывает с расстоянием. С наименьшими потерями распространялись сигнал в диапазоне 700-2000 Гц, а сигнал на частотах 4,5 – 6,5 кГц и выше 8,5 кГц сильно зашумлен.

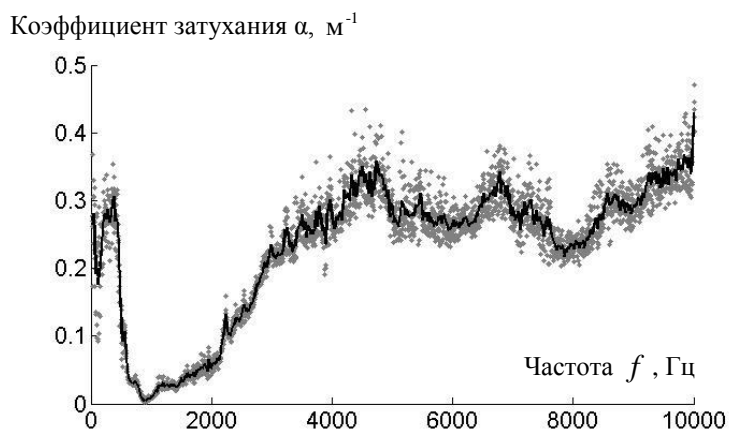


Рис. 2. Зависимость коэффициента затухания от частоты. Точками обозначены значения по 6 наблюдениям, линии соответствует усреднение по наблюдениям.

Таким образом, можно подвести следующие итоги. Во-первых, приведен метод исследования отклика водоема с помощью корреляционной обработки. Также с помощью статистической обработки сигнала построена зависимость коэффициента затухания от частоты, что позволило определить частотные полосы с сильным и слабым затуханием.

Исследование выполнено за счет гранта Президента РФ № НШ-283.2014.2 и грантов РФФИ № 15-05-01183, № 13-02-00632.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.М. Бреховских, Ю.П. Лысанов «Теоретические основы акустики океана» Л.: Гидрометеиздат, 1982.
2. В.А. Григорьев и др.// Акуст. журн. 2001. Т. 47. № 3. С. 330-335.
3. А.И. Белов, Г.Н.Кузнецов// Акуст. журн. 2014. Т. 60. № 2. С. 190.

Распространение акустических пучков в сильно анизотропной среде

А.А. Ермаков, В.И. Балакший

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
aa.ermakov@physics.msu.ru

В настоящее время акустооптические (АО) методы управления оптическим излучением находят широкое применение в различных областях науки и техники. С помощью АО взаимодействия можно эффективно воздействовать на амплитуду, частоту, фазу и поляризацию световой волны, менять направление ее распространения. Такие АО приборы, как модуляторы, дефлекторы и фильтры, отличаются высоким быстродействием, малыми управляющими напряжениями, надежностью и простотой конструкции. Эти достоинства обеспечили их широкое использование не только в лазерной физике, но также и в экологии, медицине, военном деле.

Характеристики АО устройств определяются главным образом двумя факторами: закономерностями АО взаимодействия и структурой акустического пучка, возбуждаемого пьезоэлектрическим преобразователем.

На структуру акустического пучка основное влияние оказывает акустическая анизотропия среды. В настоящее время в акустооптике применяются кристаллы с очень большой анизотропией упругих свойств, такие как парателлури́т (TeO_2), каломель (Hg_2Cl_2), теллур (Te) и другие. В этих кристаллах наблюдается большой снос звуковой энергии, вызванный тем, что направление волновой нормали, которое задается плоскостью преобразователя, отличается от направления потока энергии, определяемого вектором Умова-Пойнтинга. Например, в парателлури́те угол сноса χ достигает 74° . Акустическая анизотропия кристалла сказывается двояким образом. Во-первых, как уже отмечено, возникает снос акустического пучка, а во-вторых, – может заметным образом меняться структура акустического пучка. Оба этих эффекта влияют на характеристики АО взаимодействия и, следовательно, на параметры АО устройств.

При построении теоретических моделей, описывающих АО взаимодействие, чаще всего акустический пучок считают идеальным, предполагая, что акустическое поле заполняет пространство между параллельными плоскостями $x=0$ и $x=l$, амплитуда акустической волны одинакова во всех точках, а волновые фронты являются плоскими [1]. Однако на практике такие пучки не реализуемы.

Акустическое поле в средах с сильной анизотропией акустических свойств может приобретать очень сложную пространственную структуру, что негативно сказывается на характеристиках АО приборов. В случае, когда преобразователь имеет прямоугольную форму и амплитуда акустической волны по поверхности преобразователя постоянна, пространственный спектр акустического пучка имеет sinc-подобный вид. Для достижения большей однородности акустического столба предложено использовать аподизацию преобразователей, которой распределение амплитуды акустической волны по поверхности преобразователя приближается к гауссову.

Целью данной работы было проанализировать, как влияет анизотропия среды на структура гауссова пучка.

Предположим, что во входной плоскости $z=0$ акустическое поле имеет вид:

$$a(x) = a_0 \exp(-x^2/4l^2) \quad (1)$$

где l – эффективная ширина пучка. Для щелевого преобразователя с эффективным размером l в плоскости (001) кристалла парателлури́та спектр пучка (1) можно записать в форме:

$$A(\phi) = \frac{\sqrt{\pi}}{2} a_0 l \exp \left[-\frac{\pi^2 l^2}{4\Lambda_0^2} (\phi - \phi_0) \right]. \quad (2)$$

В параксиальном приближении структура акустического пучка для любого направления его распространения в кристалле и на любом расстоянии от преобразователя как в ближней, так и в дальней зоне дифракции определяется соотношением [2]:

$$a(x, y, z) = \left(\frac{\Omega}{2\pi} \right)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} A_0(\vartheta, \psi) S \left[S^2 + S \left(\vartheta \frac{\partial S}{\partial \vartheta} + \psi \frac{\partial S}{\partial \psi} \right) \right] \exp \left\{ -j\Omega S \left[\vartheta x + \psi y + \left(1 - \frac{\vartheta^2 + \psi^2}{2} \right) z \right] \right\} d\vartheta d\psi \quad (3)$$

где ϑ и ψ малые углы, отсчитываемые от волновой нормали осевой компоненты пучка.

Подставив (2) в (3), получим

$$a(\tilde{x}, \tilde{z}) = \frac{\Omega}{2\pi} \frac{\sqrt{\pi}}{2} a_0 \tilde{l} S_0 \int_{-\infty}^{\infty} \exp \left[-\frac{\pi^2}{4} \tilde{L}^2 \tilde{S}^2(\phi) (\phi - \phi_0)^2 \right] \cdot \left[\tilde{S}^2(\phi) + \tilde{S}(\phi) \frac{d\tilde{S}(\phi)}{d\phi} (\phi - \phi_0) \right] \times \exp \left\{ -j2\pi \tilde{S}(\phi) \left[\tilde{x}(\phi - \phi_0) + \tilde{z} \left(1 - \frac{(\phi - \phi_0)^2}{2} \right) \right] \right\} d\phi \quad (4)$$

где введены обозначения: $\tilde{S}(\phi) = S(\phi)/S_0$, $S_0 = S(\phi_0)$.

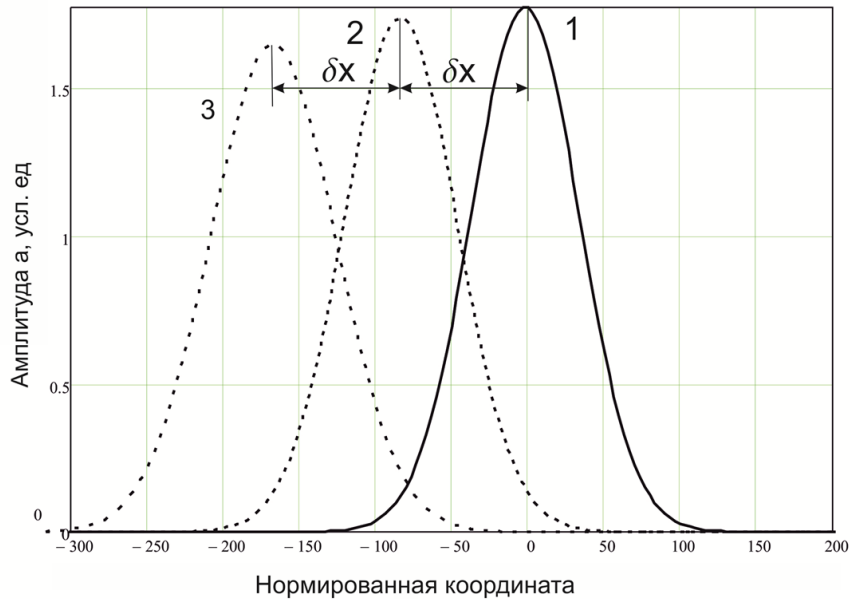


Рис. 1. Распределение нормированной амплитуды акустического поля $a(\tilde{x})$ для гауссова пучка на разных расстояниях \tilde{z} от преобразователя.

На рис. 1 представлены распределения амплитуды акустического поля $a(\tilde{x})$ в поперечном сечении пучка на разных расстояниях от преобразователя: $\tilde{z} = 1$ (кривая 1), $\tilde{z} = 100$ (кривая 2), $\tilde{z} = 150$ (кривая 3). Расчет выполнен для пучка, распространяющегося под углом в 43° к оси X в кристалле парателлурита. Кривая 1 практически повторяет распределение возбуждения на поверхности преобразователя с эффективным размером $\tilde{l} = 100$. По мере распространения появляется снос пучка и его

ширина увеличивается. Однако он сохраняет гауссову форму. Расстояние между максимумами кривых 1 и 2 около 83. Отсюда можно определить, что угол сноса пучка составляет $\chi = 59^\circ$, что согласуется с результатами работ [2,3].

Рисунок 2 показывает, как меняется ширина пучка при удалении от преобразователя. Кривой 1 показана зависимость эффективной ширины пучка от расстояния от преобразователя в кристалле парателлурита. Для сравнения кривой 2 показана эта же зависимость в случае, когда нет акустической анизотропии. Уже при $\tilde{z} \approx 200$ зависимость эффективной ширины от расстояния становится практически линейной, что говорит о переходе в дальнюю зону дифракции. На расстоянии $\tilde{z} = 3000$ ширина пучка равна $\tilde{l}_{эф} = 1750$. Отсюда определяем угол его расходимости: $\Delta = 7^\circ$. В отсутствии анизотропии пучок на этом же расстоянии имел бы ширину $\tilde{l}_{эф} = 107$, что дает следующее значение дифракционной расходимости $\delta = 0.7^\circ$. В результате для коэффициента анизотропии получаем значение $\kappa = 10$, которое практически совпадает с теоретической величиной $\kappa = 12$ из работ [2,3].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда, грант № 14-22-00042.

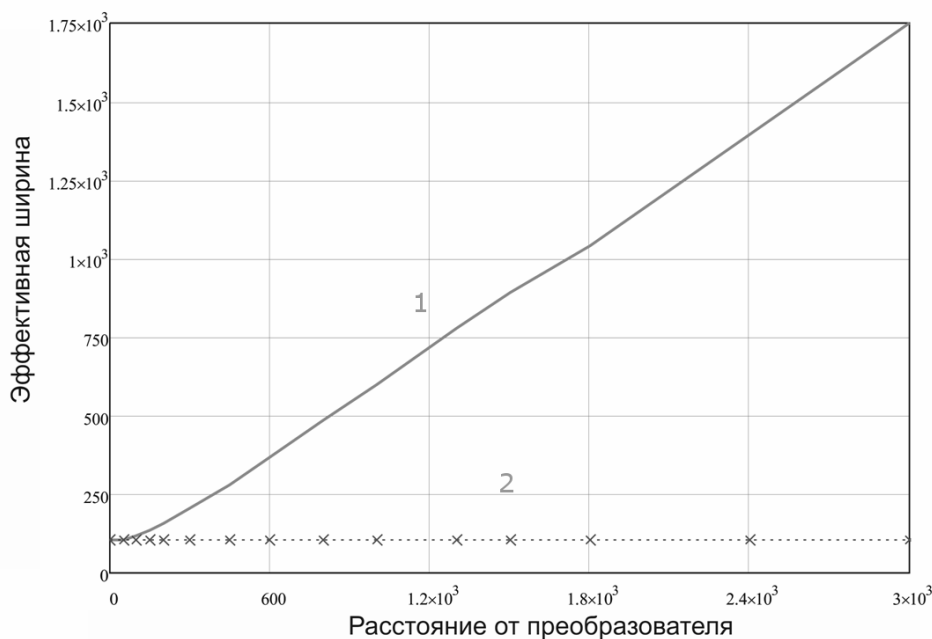


Рис. 2. Зависимость эффективной ширины $\tilde{l}_{эф}$ для гауссова пучка на разных расстояниях \tilde{z} от преобразователя.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков "Физические основы акустооптики" М.: Радио и связь, 1985.
2. В.И. Балакший, С.Н. Манцевич // Акуст. ж. 2012. Т. 58. № 5. С. 600.
3. В.И. Балакший, А.А. Ермаков, С.Н. Манцевич // ФОП 2013. Т. 2. № 2. С. 70.

Эффект параметрической рефракции при акустооптическом взаимодействии в анизотропной среде

Д.М. Зверев, Г.А. Князев

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, Физический факультет
zverev@physics.msu.ru

Динамическое управление световыми пучками и импульсами является одной из важнейших проблем современной волновой оптики. Для управления световым излучением все чаще применяются акустооптические устройства [1,2]. Такие устройства находят широкое применение в науке и технике, так как позволяют в значительной мере повысить быстродействие телекоммуникационного оборудования и скорость передачи информации. Важнейшей задачей является улучшение характеристик акустооптических приборов, а также поиск и изучение новых эффектов, которые следует учитывать при их работе.

В данной работе исследуется эффект параметрической рефракции при взаимодействии света с акустической волной. Суть эффекта заключается в том, что при взаимодействии оптических и акустических пучков в случае отсутствия брэгговского синхронизма оптический пучок испытывает самовоздействие за счет каскадной нелинейности. В результате акустооптического взаимодействия может наблюдаться полное отражение оптических лучей от пучка ультразвука. При рассмотрении используется квази-коллинеарное приближение. При малых углах падения света на ультразвук в изотропной среде система уравнений, описывающие акустооптическое взаимодействие, может быть записана в следующем виде:

$$\begin{aligned} iD_a \frac{\partial^2 B_a}{\partial y^2} + \frac{\partial B_a}{\partial x} &= 0, \\ iD_0 \frac{\partial^2 B_0}{\partial y^2} + \frac{\partial B_0}{\partial x} &= -i \frac{k_0}{2} \varepsilon_0 p B_a B_1', \\ iD_1 \frac{\partial^2 B_1'}{\partial y^2} + \frac{\partial B_1'}{\partial x} &= i \eta_0 B_1' - i \frac{k_1}{2} \varepsilon_1 p B_a^* B_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где введено обозначение: $B_1' = B_1 e^{-i\eta_0 x}$; $D_a = 1/2K$, $D_0 = 1/2k_0$, и $D_1 = 1/2k_1$ – коэффициенты дифракции акустической и оптических волн.

Следует отметить, что здесь не учитывается воздействие света на акустическую волну. Такое приближение допустимо, так как на практике мощность акустической волны существенно выше мощности оптических волн, в то время как частота ультразвука на несколько порядков ниже частоты света.

Однако в эксперименте наблюдать параметрическую рефракцию при акустооптическом взаимодействии чрезвычайно сложно. Поэтому для рассмотрения данного эффекта была выбрана анизотропная среда, а именно анизотропный кристалл парателлурита. Данный выбор основан на том, что в данном кристалле весьма велика каскадная нелинейность, а так же высока анизотропия и эффективность дифракции.

Эффект параметрической рефракции может быть обнаружен на практике в таких акустооптических приборах как коллинеарные и квази-коллинеарные фильтры. Данное явление исследовано в работе [3] экспериментально с использованием квази-коллинеарного акустооптического фильтра из парателлурита.

Таким образом, для описания полученного в эксперименте эффекта необходимо было получить уравнения, описывающие акустооптическое взаимодействие в анизотропном кристалле. Взаимодействие происходит в плоскости кристалла $(1\bar{1}0)$ (рис.1). В этой плоскости возможно возбудить чистую сдвиговую волну.

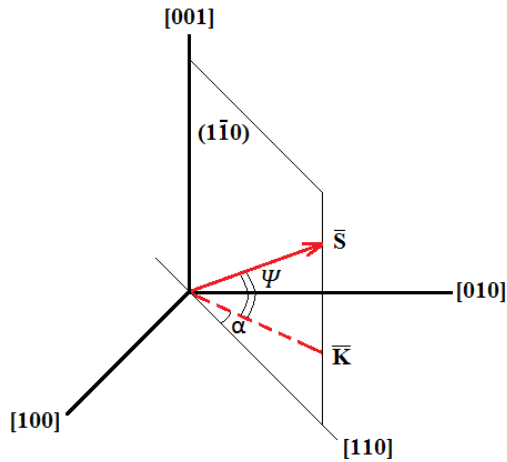


Рис. 1. Акустическая волна с волновым вектором \vec{K} направлена под углом α к оси $[110]$ в плоскости $(1\bar{1}0)$ кристалла. \vec{S} - вектор Умова – Пойтинга ультразвуковой волны направлен под углом сноса ψ к направлению распространению волны. Угол сноса определяется выражением:

$$\psi = \arctg \left(\frac{V_{[001]}^2}{V_{[110]}^2} \operatorname{tg} \alpha \right) - \alpha .$$

Схема квази-коллинеарного акустооптического взаимодействия приведена на рис. 2.

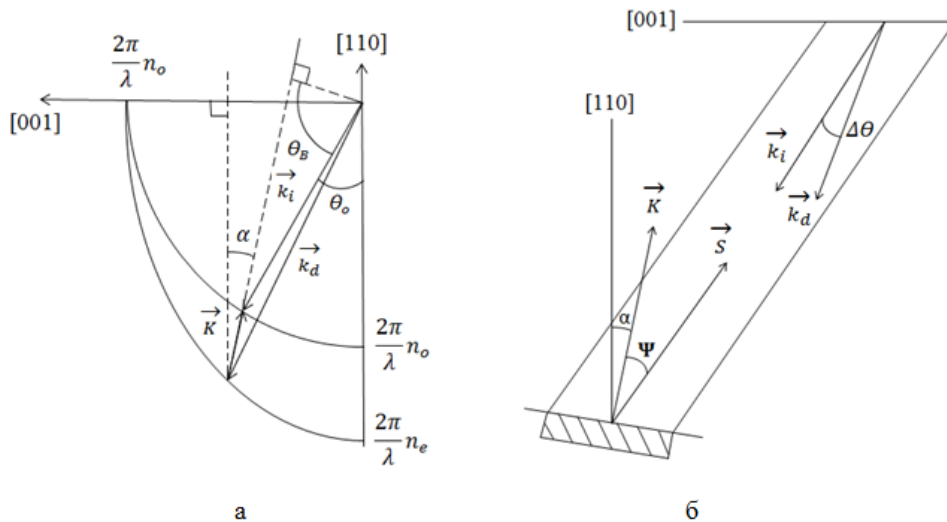


Рис. 2 Схема квази-коллинеарного акустооптического взаимодействия: а – векторная диаграмма, б – ход лучей в среде.

Для выбранного направления в анизотропном кристалле парателлурита был получен общий вид уравнения для деформации:

$$\rho \frac{\partial^2 B_a}{\partial t^2} = C_{66} \frac{\partial^2 B_a}{\partial x^2} + C_{44} \frac{\partial^2 B_a}{\partial z^2} + 2C_{46} \frac{\partial^2 B_a}{\partial x \partial z} \quad (2)$$

Диэлектрическая проницаемость в анизотропном кристалле в присутствии звуковой чистой сдвиговой волны определяется выражением: $\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^0 + \Delta\epsilon_{ij}$, где ϵ_{ij}^0 – тензор диэлектрической проницаемости в невозмущенном кристалле, а $\Delta\epsilon_{ij}$ – добавка к тензору в присутствии звуковой волны, представляемая в следующем виде:

$$\Delta\epsilon_{ij} = - \begin{pmatrix} 0 & \Delta\epsilon_{12} & 0 \\ \Delta\epsilon_{12} & 0 & \Delta\epsilon_{23} \\ 0 & \Delta\epsilon_{23} & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

где ненулевые компоненты определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \Delta\epsilon_{12} &= \epsilon_{22} S [\epsilon_{11} (p_{64} \cos \psi + p_{66} \sin \psi) + \epsilon_{13} (p_{44} \cos \psi + p_{46} \sin \psi)] \\ \Delta\epsilon_{23} &= \epsilon_{22} S [\epsilon_{13} (p_{64} \cos \psi + p_{66} \sin \psi) + \epsilon_{33} (p_{44} \cos \psi + p_{46} \sin \psi)] \end{aligned} \quad (4)$$

Полная система уравнений, описывающая взаимодействие оптических и акустических волн, запишется в виде:

$$\begin{aligned} -\rho \Omega^2 B_a &= C_{66} \frac{\partial^2 B_a}{\partial x^2} + C_{44} \frac{\partial^2 B_a}{\partial z^2} + 2C_{46} \frac{\partial^2 B_a}{\partial x \partial z} \\ \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_{11}} \frac{\partial^2 B_e}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B_e}{\partial x^2} - \frac{\epsilon_{13} + \epsilon_{33}}{c^2} \omega^2 B_e &= -\frac{\epsilon_1}{c^2} [(\epsilon_{11} + \epsilon_{13}) p_{66} + (\epsilon_{33} + \epsilon_{13}) p_{44}] B_a \omega^2 B_o, \\ \frac{\partial^2 B_o}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 B_o}{\partial x^2} - \frac{\epsilon_1}{c^2} \omega^2 B_o &= -\frac{\epsilon_1}{c^2} [\epsilon_{33} p_{44} + \epsilon_{13} p_{66}] B_a \omega^2 B_e. \end{aligned} \quad (5)$$

Таким образом, полученные уравнения позволяют теоретически описать эффект параметрической рефракции в анизотропном кристалле, наблюдаемый ранее в эксперименте.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь, 1985.
2. Л.Н. Магдич, В.Я. Молчанов “Акустооптические устройства и их применение” М.: Сов. радио, 1978.
3. Г.А. Князев, А.В. Мещериков, А.П. Сухоруков // ИЗВЕСТИЯ РАН. СЕРИЯ ФИЗИЧЕСКАЯ, 2011, том 75, №12, с.1751-1754.

Анизотропная дифракция света в двуосном кристалле йодноватой кислоты

М.И. Купрейчик, В.И. Балакший

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
balakshy@phys.msu.ru

При конструировании акустооптических (АО) устройств в подавляющем большинстве случаев в качестве среды взаимодействия световых и акустических волн используются кристаллы [1]. При их выборе разработчики обращают внимание на различные физические и химические свойства, из которых важную роль играет степень оптической, акустической и акустооптической анизотропии кристалла. Расчёт АО ячеек, который выполняется для выбора геометрии среза кристалла, является сложной и трудоёмкой задачей. Особенно сложно производить эти расчёты в тех случаях, когда интересующие нас направления распространения взаимодействующих волн не являются простыми, то есть волны направлены относительно кристаллографических осей XYZ под некоторыми углами. В связи с этими трудностями наблюдается тенденция использования в современных АО устройствах одноосных кристаллов, которые, в отличие от двуосных, имеют более симметричные матрицы упругих модулей и фотоупругих коэффициентов, что с физической точки зрения является признаком менее сложной структуры анизотропии. Однако двуосные кристаллы, несмотря на их расчётную сложность, также демонстрируют высокие значения АО качества, что делает перспективным изучение их свойств.

К числу таких кристаллов относится йодноватая кислота (α - HIO_3), которая является предметом исследования в настоящей работе. Кристалл обладает высокими значениями АО качества, превосходя по этому показателю плавный кварц в десятки раз, а ниобат лития в несколько раз [2,3]. Кристалл прозрачен в видимом и ближнем инфракрасном диапазонах света от 0.4 до 1.3 мкм. Как важные достоинства кристалла отмечаются: отсутствие эффекта optical damage, малые акустические и оптические потери, возможность получения кристаллов большого размера и хорошего оптического качества и большие значения фотоупругих коэффициентов, что определяет высокую АО эффективность.

Йодноватая кислота – синтетический монокристалл ромбической сингонии (класс 222), плотностью $\rho = 4,63 \text{ г/см}^3$, с температурой плавления 110°C . Элементарная кристаллографическая ячейка имеет вид прямоугольного параллелепипеда с ребрами размером $a = 5.888 \text{ \AA}$, $b = 7.733 \text{ \AA}$, $c = 5.538 \text{ \AA}$. Установившегося правила для определения направлений кристаллографических осей нет. Мы в дальнейшем будем придерживаться принципа выбора осей по работе [3]: ось X – по ребру a , ось Y – по ребру b и ось Z – по ребру c . В этом случае для главных показателей преломления выполняется соотношение $n_Z < n_Y < n_X$. Для света с длиной волны $\lambda = 0.6328 \text{ мкм}$ главные показатели преломления равны: $n_Z = 1.8378$, $n_Y = 1.9604$, $n_X = 1.9865$. Оптические оси лежат в плоскости XZ ; угол между ними составляет 47° .

Акустические и акустооптические свойства кристалла исследованы только для направлений по кристаллографическим осям [3]. Поэтому нашей задачей являлось всестороннее изучение данного кристалла и поиск оптимальных срезов для изготовления АО приборов. Необходимые для расчета значения упругих модулей и фотоупругих коэффициентов были взяты из литературных источников [2]. Расчет проводился в сферической системе координат, где каждое направление света и звука задавалось углами φ и θ , где φ – угол между направлением волнового вектора и осью

X в плоскости XU , а θ – угол между волновым вектором и осью Z .

Было установлено, что все акустические моды, распространяющиеся вдоль кристаллографических осей, являются чистыми, т.е. продольными или сдвиговыми. В остальных направлениях моды являются либо квазипродольными, либо квазисдвиговыми. Расчет показал, что наибольшую скорость $V = 3.51 \cdot 10^5$ см/с имеет продольная мода по оси X , а наименьшую скорость $V = 1.59 \cdot 10^5$ см/с – медленная квазисдвиговая мода, распространяющаяся под углами $\varphi = \pm 55^\circ$ и $\theta = \pm 40^\circ$. Медленные моды представляют особый интерес, поскольку коэффициент АО качества обратно пропорционален кубу скорости [1].

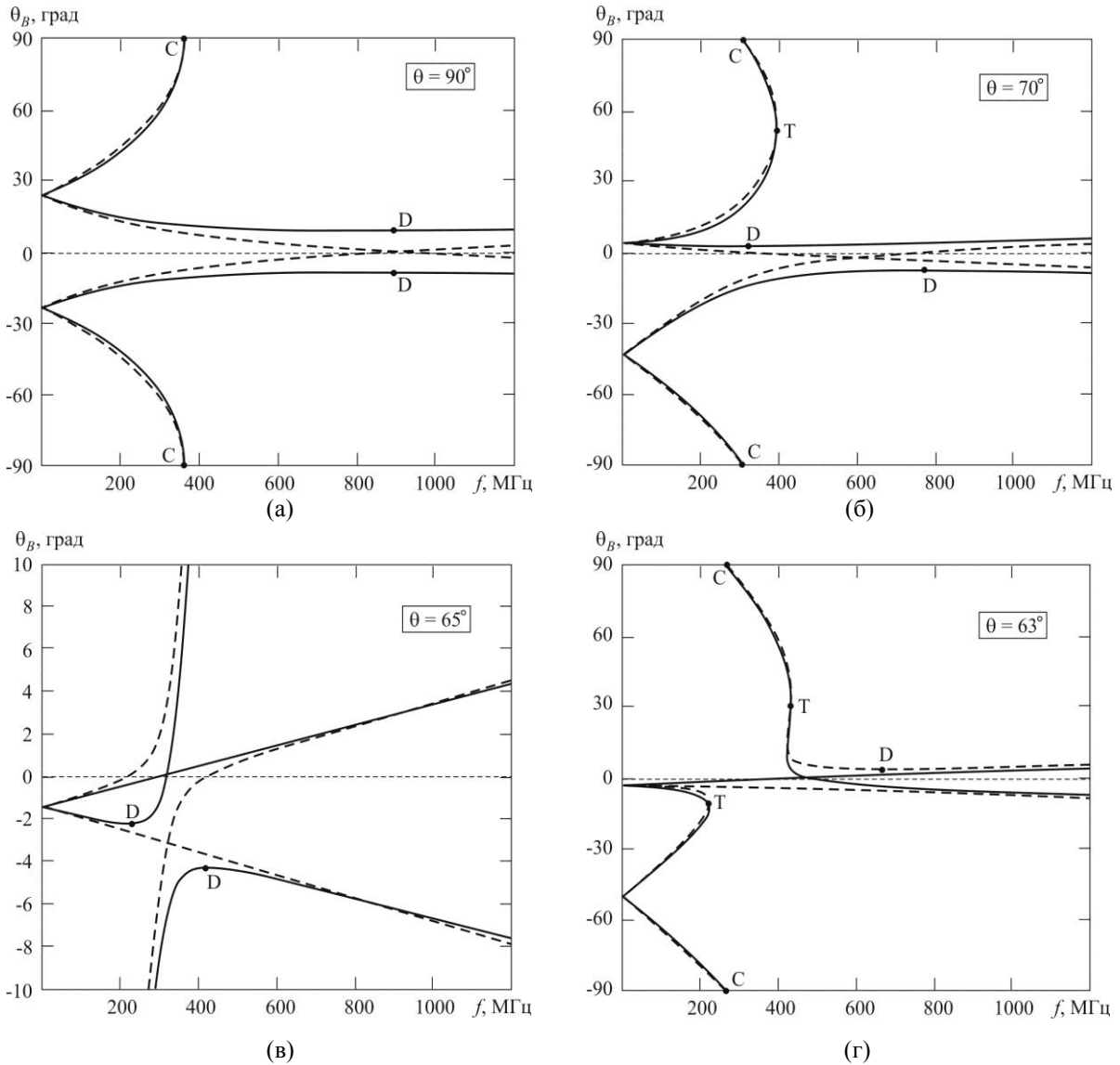


Рис. 1. Частотные зависимости угла Брэгга для разных направлений распространения ультразвука в плоскости XZ .

В акустооптике одной из основных характеристик является зависимость угла Брэгга θ_B от частоты ультразвука f . В нашей работе создана оригинальная программа расчета $\theta_B(f)$ для любых срезов двуосных кристаллов. Наибольший интерес представляют такие зависимости для анизотропной дифракции, которая происходит со сменой оптической моды [1].

На рис. 1 представлены кривые зависимости $\theta_B(f)$ для разных направлений распространения медленной акустической моды в плоскости XZ кристалла йодноватой кислоты. Наиболее простой вариант получается при распространении ультразвука по оси X (рис. 1а). Сплошные кривые относятся к случаю, когда падающий свет имеет показатель преломления больший, чем дифрагированный свет, тогда как штриховые кривые соответствуют обратной ситуации. Кривые касаются оси ординат в точках, соответствующих направлению света по оптическим осям; расстояние между ними равно 47° . Для практического использования интерес представляют области, отмеченные точками D и C . Это оптимальные точки для создания дефлекторов и коллинеарных фильтров [1]. В точке D обеспечивается широкий частотный диапазон АО дифракции при фиксированном угле падения света, а в точке C имеет место широкоугольное коллинеарное взаимодействие света и ультразвука. Рис. 1б относится к случаю, когда вектор звука \mathbf{K} образует угол $\theta = 70^\circ$ с осью Z . В отличие от предыдущего варианта здесь дефлекторные точки D соответствуют разным частотам ультразвука, поэтому, правильно выбирая срез кристалла, можно сместить частотный диапазон дефлектора в удобную для работы область. Также отметим появление тангенциальной точки T , которая интересна для создания неколлинеарных видеофильтров [4]. Удивительные зависимости $\theta_B(f)$ получаются, когда углы падения света находятся вблизи одной из оптических осей. Эта область показана на рис. 1в в увеличенном по вертикали масштабе. Дальнейший поворот вектора \mathbf{K} к оси Z качественно меняет вид частотных зависимостей угла Брэгга (рис. 1г). Подчеркнем, что представленные на рис. 1 зависимости не имеют аналогов в одноосных кристаллах.

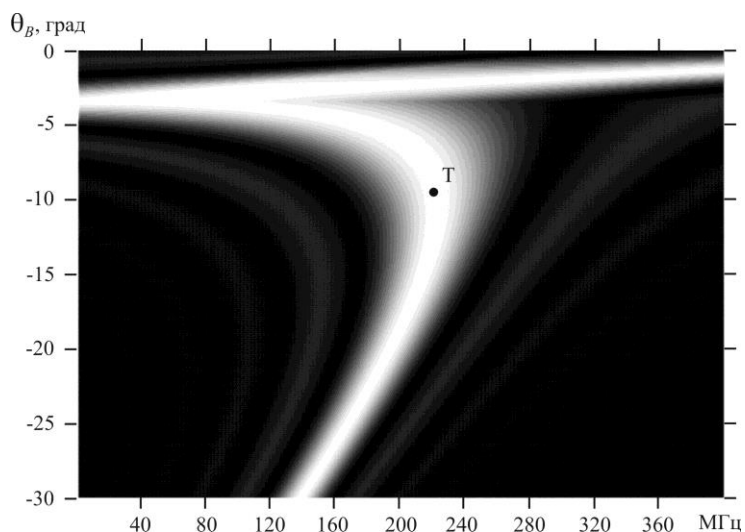


Рис. 2. Область АО взаимодействия для случая распространения медленной акустической моды под углом $\theta = 63^\circ$.

При падении света под углом Брэгга выполняется условие фазового синхронизма и достигается наибольшая эффективность АО взаимодействия. Однако в АО приборах нельзя выполнить это условие во всем частотном и угловом диапазоне работы [1]. Границы этих диапазонов обычно определяются по спаду эффективности дифракции ζ до уровня 3 дБ. На рис. 2 показана область АО взаимодействия вблизи тангенциальной точки T для варианта, представленного на рис. 3г. Изменению яркости картины от черного до белого соответствует изменение эффективности дифракции от нуля до 100%. Поэтому самая яркая область соответствует штриховой кривой брэгговских углов на рис. 3г. Горизонтальные сечения этой картины определяют частотные

диапазоны АО взаимодействия для выбранного угла падения света, тогда как вертикальные сечения – угловые диапазоны для фиксированной частоты ультразвука. По таким картинам легко выбрать оптимальные значения параметров АО ячейки при конструировании того или иного АО прибора.

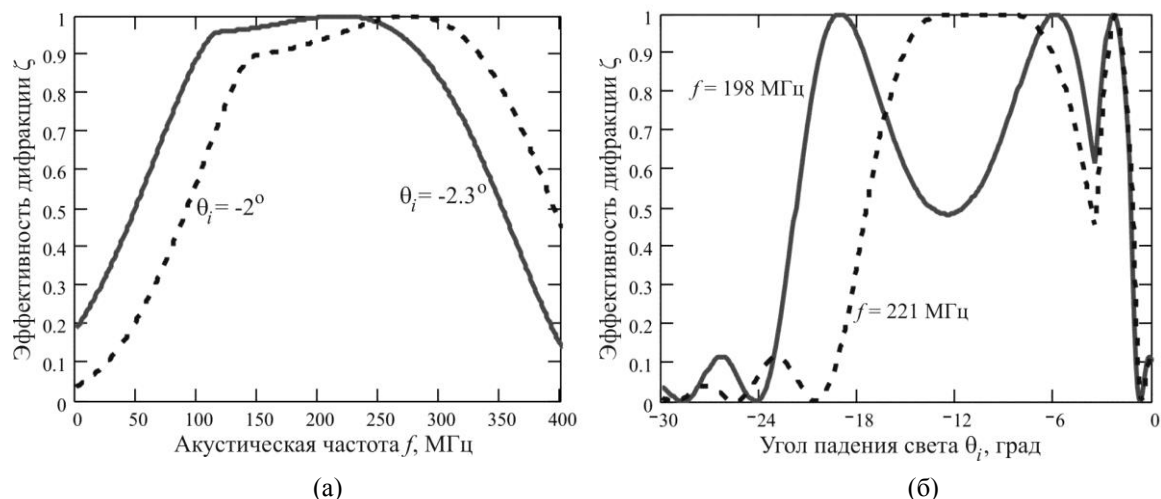


Рис. 3. Частотные (а) и угловые (б) характеристики АО взаимодействия

На рис. 3 представлены частотные (а) и угловые (б) характеристики для выбранного среза кристалла. Частотные характеристики построены для двух указанных на рисунке углов падения света θ_i . Эффективность дифракции $\zeta = 1$ соответствует углам Брэгга θ_B . В случае $\theta_i = -2.3^\circ$ частотный диапазон чрезвычайно широк; он простирается от 50 до 360 МГц. Аналогично мы видим сверхширокий угловой диапазон на рис. 3б: на частоте $f = 198$ МГц он составляет $\Delta\theta_i = 21^\circ$. Таким образом, анизотропная дифракция света в двуосном кристалле позволяет в одной АО ячейке одновременно получить сверхширокополосный и сверхширокоугольный диапазоны АО взаимодействия, что принципиально невозможно в одноосных кристаллах. Важность этого результата заключается в том, что благодаря особому характеру оптической анизотропии двуосных кристаллов удастся получить брэгговский режим дифракции с чрезвычайно низкой угловой и частотной селективностью. Это открывает возможности для существенного улучшения характеристик АО приборов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (РНФ), грант 14-12-00380.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков "Физические основы акустооптики" М.: Радио и связь, 1985.
2. "Акустические кристаллы. Справочник. Под ред. М.П. Шаскольской" М.: Наука, 1982.
3. D.A. Pinnow, R.W. Dixon // Appl. Phys. Lett. 1968. V. 13. № 4. P. 156.
4. V.B. Voloshinov, V.Ya. Molchanov, J.C. Mosquera // Optics & Laser Techn. 1996. V. 28. № 2. P. 119.

Влияние цепи обратной связи на разрешение акустооптического спектрометра

С.Н. Манцевич, В.И. Балакший, Ю.И. Кузнецов

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
manboxx@mail.ru

Взаимодействие световых пучков и акустических волн, называемое акустооптическим (АО) взаимодействием, представляет собой дифракцию светового излучения на акустической волне. Акустооптическое взаимодействие является одним из основных эффектов, используемых для управления параметрами лазерного излучения. К настоящему времени разработаны десятки АО устройств, которые находят широкое применение в лазерной физике, оптоэлектронике и оптической обработке информации [1]. Ряд устройств, таких как модуляторы, дефлекторы и фильтры, выпускается серийно.

Особый интерес представляет класс АО систем, отличительной особенностью которых является наличие обратной связи. Введение обратной связи, во-первых, дает возможность улучшить характеристики известных устройств [2], а во-вторых, – позволяет создавать принципиально новые устройства для лазерной физики и оптической обработки информации [3-6]. В таких системах обратная связь является по существу гибридной: оптический сигнал в одном из дифракционных максимумов преобразуется в электрический с помощью фотоприёмника, а электрический сигнал управляет амплитудой [6] или частотой [3,4] акустической волны, возбуждаемой в АО ячейке. Введение обратной связи существенно усложняет и качественно меняет поведение АО системы [6]. В системах с обратной связью наблюдается большое разнообразие режимов работы – от статических с единственным состоянием равновесия до мультистабильных, от одночастотных колебаний до стохастических, имеющих сплошной спектр. Аналитическое исследование таких систем связано со значительными математическими трудностями, обусловленными сильной нелинейностью АО взаимодействия и наличием запаздывания сигнала в цепи обратной связи. С точки зрения теории динамических систем, введение в систему запаздывания увеличивает ее размерность, что может привести к возникновению процессов со сложной динамикой

В работах [7,8] показано, что при определенной ориентации плоскостей поляризации поляризатора и анализатора, расположенных перед и после коллинеарной АО ячейки, можно осуществлять модуляцию интенсивности светового излучения на частоте бегущей в АО ячейке акустической волны. Именно эта уникальная особенность коллинеарной дифракции позволяет реализовать цепь обратной связи путем подачи снимаемого с фотоприемника сигнала на пьезопреобразователь АО ячейки. Принципиальная схема исследованной системы представлена на рис. 1. Световое излучение от лазера 1 с длиной волны λ нм проходит через поляризатор 2 и попадает в коллинеарную АО ячейку 3, изготовленную из кристалла молибдата кальция (CaMoO_4). Акустическая волна в ячейке возбуждается пьезопреобразователем 4 по кристаллографической оси Z , а затем, после отражения от входной грани ячейки, преобразуется в сдвиговую моду, распространяющуюся по оси X коллинеарно с падающим световым пучком. При дифракции света на ультразвуке частота света вследствие эффекта Доплера смещается на частоту ультразвука f . Биения между падающим и дифрагированным светом на выходе анализатора 5 регистрируются фотоприемником 6. Его выходной сигнал на частоте f проходит через блок обратной

связи 7 и поступает на преобразователь вместе с сигналом ВЧ генератора 8, частота которого перестраивается с помощью генератора пилообразных импульсов 9.

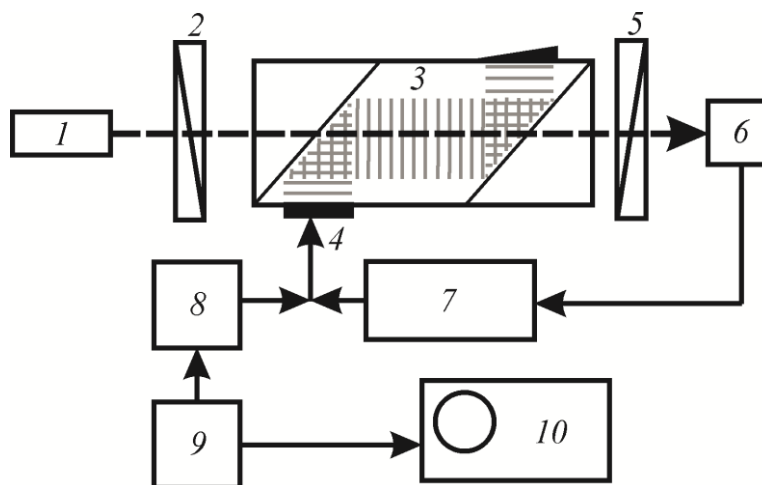


Рис. 1. Принципиальная схема исследуемой системы

С помощью описанной установки выполнена серия экспериментов по изучению влияния цепи электрической обратной связи и ее параметров на характеристики АО фильтрации.

Кроме того, была создана математическая модель, описывающая физические процессы, происходящие в рассматриваемой системе. С помощью данной модели были проведены расчеты, позволяющие изучить влияние цепи обратной связи и ее характеристик, на поведение системы в целом.

Введение положительной обратной связи приводит к существенному улучшению эффективности АО дифракции в системе и значительному сужению полосы пропускания АО фильтра. Сужение полосы пропускания зависит от величины управляющего сигнала генератора и коэффициента усиления цепи обратной связи. Достигнутое в эксперименте сужение полосы пропускания составило 37 раз. Следует отметить, что существует граничное значение коэффициента передачи цепи обратной связи, при превышении которого система теряет устойчивость.

Таким образом, как и ожидалось, использование положительной обратной связи в АО фильтре может значительно сузить полосу пропускания. Однако спектральное разрешение данной системы будет определяться той полосой пропускания АО ячейки, которую она имеет при отсутствии цепи обратной связи.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 14-12-00380.

ЛИТЕРАТУРА

1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. «Физические основы акустооптики» М.: Радио и связь, 1985.
2. Balakshy V.I., Kazaryan A.V., Molchanov V.Ya. // Proc. SPIE, 1993, V. 2051. P. 672.
3. Балакший В.И., Казарьян А.В., Ли А.А. // Квант. электрон., 1995. V. 22. P. 975.
4. Balakshy V.I., Kazaryan A.V. // Opt. Eng., 1999. V. 38. P. 1154.
5. Балакший В.И., Синев И.М. // Квант. электрон., 2004. V. 34. P. 277.
6. Balakshy V.I. et al. // Optics & Laser Techn., 2014. V. 62. P. 89.
7. Балакший В.И., Манцевич С.Н. // Опт. и спектр., 2009. V. 106. P. 499.
8. Balakshy V.I., Mantsevich S.N. // Optics & Laser Techn., 2012. V. 44. P. 893.

Особенности акустооптического взаимодействия с учётом поглощения электромагнитных волн и поляризационных эффектов

П.А. Никитин

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
nikitin.pavel.a@gmail.com

Явление взаимодействия электромагнитных и акустических волн было экспериментально обнаружено в начале прошлого века. Оно обусловлено изменением диэлектрической проницаемости среды под действием акустической волны. Таким образом, необходимо решить уравнения Максвелла с диэлектрической проницаемостью, зависящей от координаты. В случае небольших углов отклонения дифрагированного излучения задача сводится к одномерной и имеет простое аналитическое решение. Однако одномерная теория далеко не всегда применима. Так в работе [1] рассматривается акустооптическое взаимодействие (АОВ) в среде с ярко выраженным сносом акустической волны. Оказывается, в этом случае возможен необычный тип дифракции, когда отклонённый световой пучок распространяется вдоль звукового столба. Авторами указанной статьи разработана двумерная теория, учитывающая поляризационные эффекты и позволяющая определить направление лучевых векторов прошедшего и отклонённого световых пучков. Целью данной работы является обобщение математического аппарата на случай поглощения электромагнитных волн в среде, что особенно актуально для излучения терагерцевого (ТГц) диапазона [2]. Отметим, что подобный аппарат уже существует в работе [3], однако полученные в ней уравнения менее наглядны при тех же допущениях.

В рамках двумерной модели будем считать, что волновые и лучевые вектора всех взаимодействующих волн лежат в одной плоскости. В противном случае задача становится трёхмерной. Указанное допущение равносильно тому, что электрическое поле может иметь только два вида линейной поляризации: 1) \vec{e}^{\parallel} лежит в плоскости, содержащей волновые вектора (плоскость АОВ); 2) \vec{e}^{\perp} ортогонален этой плоскости.

Будем искать решение волнового уравнения в виде собственных волн среды с медленно меняющимися амплитудами, зависящими от двух координат:

$$\vec{E}(x, z, t) = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left(\vec{e}^{\perp} \frac{C_p^{\perp}(x, z)}{\sqrt{n^{\perp}}} e^{-\vec{\alpha}_p^{\perp} \vec{r}/2} e^{i(\vec{k}_p^{\perp} \vec{r} - \omega_p t)} + \vec{e}^{\parallel} \frac{C_p^{\parallel}(x, z)}{\sqrt{n_p^{\parallel} \cos \beta_p}} e^{-\vec{\alpha}_p^{\parallel} \vec{r}/2} e^{i(\vec{k}_p^{\parallel} \vec{r} - \omega_p t)} \right), \quad (1)$$

где n – показатель преломления, β_p – угол между волновым вектором \vec{k}_p^{\parallel} и лучевым вектором для волны, имеющей поляризацию \vec{e}_p^{\parallel} (для \vec{e}^{\perp} этот угол равен нулю), $\vec{\alpha}$ – коэффициент поглощения, зависящий от направления распространения и поляризации волны.

Подставим пробное решение в волновое уравнение с возмущённой диэлектрической проницаемостью $\Delta \hat{\epsilon}(\vec{r}) \cos(\vec{K}\vec{r} - \Omega t)$, а также пренебрежём членами вида $[\vec{\alpha}[\vec{\nabla} C \vec{e}]]$ и $[\vec{\nabla} C[\vec{\alpha} \vec{e}]]$ по сравнению с $[\vec{k}[\vec{\nabla} C \vec{e}]]$ и $[\vec{\nabla} C[\vec{k} \vec{e}]]$ ввиду того, что $|\vec{\alpha}| \ll |\vec{k}|$ при величине α порядка 1 см^{-1} . Работая в рамках метода медленно меняющихся амплитуд, мы не будем учитывать влияния членов вида $[\vec{\nabla} C[\vec{\nabla} C \vec{e}]]$, тем самым пренебрегая дифракцией светового пучка на собственной апертуре. Кроме

вышперечисленного необходимо наложить ограничение $\omega_p = \omega_0 + p\Omega$ на частоту света в p дифракционном порядке для существования стационарного во времени решения.

Следует отметить, что в некоторых случаях множитель $\exp(\vec{\alpha}\vec{r}/2)$ отсутствует в аналитическом решении, например, при обратной коллинеарной дифракции [4]. Поэтому, если после громоздких преобразований подставить в систему уравнений связанных мод решение $\{C_p^{||(*)}, C_p^{\perp(*)}\}$ в виде $C_p^{||(*)} = C_p^{||} \exp(\vec{\alpha}_p^{||}\vec{r}/2)$ и $C_p^{\perp(*)} = C_p^{\perp} \exp(\vec{\alpha}_p^{\perp}\vec{r}/2)$, то выражения для напряженности электрического поля и плотности потока энергии существенно упрощаются:

$$\vec{E} = \sum_{p=-\infty}^{+\infty} \left(\vec{e}^{\perp} \frac{C_p^{\perp}}{\sqrt{n^{\perp}}} e^{i(\vec{k}_p^{\perp}\vec{r} - \omega_p t)} + \vec{e}^{\perp} \frac{C_p^{||}}{\sqrt{n_p^{||} \cos \beta_p}} e^{i(\vec{k}_p^{||}\vec{r} - \omega_p t)} \right), \quad \frac{4\pi}{c} |\vec{S}_p| = |C_p|^2. \quad (2)$$

В итоге мы приходим к наиболее удобной форме уравнений связанных мод:

$$\begin{aligned} (\vec{m}_p^{\perp} \vec{\nabla} C_p^{\perp}) &= i \frac{q^{\perp}}{2} \left(C_{p-1}^{\perp} e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{\perp}\vec{r}} + C_{p+1}^{\perp} e^{i\vec{\eta}_p^{\perp}\vec{r}} \right) + i \frac{q_{p-1}^A}{2} C_{p-1}^{||} e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{||}\vec{r}} + i \frac{q_{p+1}^A}{2} C_{p+1}^{||} - A_p^{\perp} C_p^{\perp} \\ (\vec{s}_p^{\perp} \vec{\nabla} C_p^{||}) &= i \frac{q_{p-1}^{||}}{2} C_{p-1}^{||} e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{||}\vec{r}} + i \frac{q_p^{||}}{2} C_{p+1}^{||} e^{i\vec{\eta}_p^{||}\vec{r}} + i \frac{q_p^A}{2} \left(C_{p-1}^{\perp} e^{-i\vec{\eta}_{p-1}^{\perp}\vec{r}} + C_{p+1}^{\perp} e^{i\vec{\eta}_p^{\perp}\vec{r}} \right) - A_p^{||} C_p^{||} \end{aligned}, \quad (3)$$

где введены обозначения $A_p^{\perp} = (\vec{m}_p^{\perp} \vec{\alpha}_p^{\perp})/2$ и $A_p^{||} = (\vec{s}_p^{\perp} \vec{\alpha}_p^{||})/2$. Выражения для коэффициентов связи и расстройек приведены в работе [1]. Из данной системы уравнений следует, что: 1) амплитуда электромагнитной волны изменяется в направлении её групповой скорости; 2) это изменение пропорционально амплитудам электромагнитных волн в соседних дифракционных порядках; 3) по мере распространения волны её амплитуда экспоненциально уменьшается вследствие поглощения в среде

Пусть в среде задано акустическое поле, формирующее фазовую дифракционную решётку, на которую падает под углом, близким к углу Брэгга, пучок когерентного монохроматического линейно поляризованного электромагнитного излучения. В простейшем случае будет наблюдаться только один дифракционный порядок. Чтобы определить влияние, которое оказывает поглощение электромагнитного излучения на характеристики АОВ, ограничимся рассмотрением квази-ортогональной и квази-коллинеарной геометрий.

При квази-ортогональной геометрии волновой вектор акустической волны ортогонален волновым векторам дифрагированных электромагнитных волн и задача является одномерной. Можно показать, что в аналитических выражениях для интенсивностей в нулевом I_0 и первом I_1 порядках появляется дополнительный множитель $\exp(-\alpha L)$, где L – длина области АОВ. Поскольку он не зависит от величины расстройки, то он не повлияет на величину полосы АОВ. При заданной мощности акустической волны коэффициент связи q зависит от длины L как $q = A/\sqrt{L}$, где A – константа. Введём следующие параметры $X_{ort} = \alpha/A^2$, $Y_{ort} = A^2 L$, где первый из них – безразмерный коэффициент поглощения, а второй – безразмерная длина АО взаимодействия. Очевидно, что существует оптимальное значение L_{opt} , при котором I_1 достигает максимальной величины. Численный расчёт показывает, что с точностью 5% можно использовать следующие соотношения:

$$Y_{ort}^{opt} = \frac{\pi^2}{1 + \pi^2 X_{ort}}, \quad I_1^{opt} = \frac{1}{1 + 4e \cdot X_{ort}}. \quad (4)$$

Другим приближением, позволяющим свести двумерные уравнения к одномерным, является квази-коллинеарная геометрия АОВ, когда волновой вектор акустической волны практически параллелен волновым векторам дифрагированных электромагнитных волн. Если амплитуда акустической волны не зависит от координаты и можно пренебречь сдвигом частоты электромагнитной волны, то в этом случае уравнения в размерных переменных $\{q, L, \alpha\}$ и граничные условия будут теми же, что и для квази-ортогональной геометрии. Однако следует отметить, что в квази-коллинеарном режиме при заданной мощности акустической волны коэффициент связи q не зависит от длины АОВ L и является постоянной величиной. Введём безразмерные коэффициенты $X_{col} = \alpha / q$, $Y_{col} = qL$, имеющие тоже смысл, что и ранее. Естественно, что и при квази-коллинеарном взаимодействии существует оптимальная длина АОВ. Однако теперь она определяется следующими выражениями:

$$\begin{aligned} X_{col} \gg 1: \quad Y_{col}^{opt} &= \frac{2}{X_{col}}, & I_1^{opt} &= \frac{1}{e^2 X_{col}}, \\ 0 < X_{col} < 1: \quad Y_{col}^{opt} &= \frac{\pi}{1 + 0.88 X_{col}}, & I_1^{opt} &= \frac{1}{1 + 3.0 X_{col} + 5.3 X_{col}^2}, \end{aligned} \quad (5)$$

причём погрешность не превышает 6%.

Рассмотрим квази-коллинеарное АОВ при отличном от нуля коэффициенте затухания акустической волны α_s , фигурирующий в законе Бугера. Введём его безразмерный аналог $W_{col} = \alpha_s / q$. Можно показать, что коэффициент X_{col} присутствует лишь в экспоненциальном множителе и поэтому не влияет на полосу АОВ. Аналитическое выражение для оптимальной длины АОВ удаётся получить только при малой эффективности дифракции:

$$Y_{opt} = \frac{2}{W_{col}} \ln \left(1 + \frac{W_{col}}{X_{col} + W_{col}} \right), \quad (6)$$

В результате, оптимальная длина области АОВ, а также максимально достижимая интенсивность электромагнитной волны в первом дифракционном порядке, оказывается зависящей только от коэффициента поглощения α , что позволяет использовать это соотношение для материалов с неизвестным коэффициентом связи q .

Полученная система уравнений связанных мод учитывает поглощение электромагнитных волн в среде, а также поляризационные эффекты. Данная теоретическая модель имеет ряд ограничений таких, как пренебрежимо малое изменение напряжённости электрического поля на длине света и относительно слабое поглощение. Следует отметить, что в большинстве практически интересных случаев данные ограничения соблюдаются, позволяя численно решить задачу дифракции светового пучка на акустическом поле.

Работа поддержана грантом РФФ №14-12-00380.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е.А. Дьяконов, В.Б. Волошинов // Радиотехника и электроника. 2014. Т.59, № 5. С.498.

2. В.Б. Волошинов и др. // Квантовая электроника. 2013. Т.43. No 12. С.1139.
3. G. Montemezzani, M. Zgonik // Phys. Rev. E. 1997. V. 55. No 1. P. 1035.
4. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики”
М.: Радио и связь, 1985.

Условия реализации обратного изотропного коллинеарного режима акустооптического взаимодействия в кристаллах йодноватой кислоты и германия

Д.Л. Пороховниченко, Е.А. Дьяконов, В.Б. Волошинов

Физический факультет Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова

dporoh@gmail.com

Дифракция света на ультразвуке, или акустооптическое взаимодействие, представляет значительный интерес для исследования ввиду многочисленных применений данного явления в науке и технике. Акустооптические (АО) устройства позволяют эффективно управлять различными характеристиками электромагнитного излучения, такими как интенсивность, частота, поляризация, направление распространения [1]. Одним из режимов акустооптического взаимодействия, который до сих пор не удалось наблюдать при дифракции света на объемных волнах ультразвука, является обратное коллинеарное рассеяние, известное также как брэгговское отражение. Основным препятствием для реализации данного режима взаимодействия является необходимость использовать чрезвычайно высокие частоты ультразвука, значения которых достигают нескольких гигагерц даже для инфракрасного диапазона электромагнитного спектра. Снизить акустическую частоту можно путем увеличения длины волны электромагнитного излучения, переходя из инфракрасного в терагерцевый (ТГц) диапазон. Возможность применения ТГц излучения в акустооптике показана в работе [1], где было впервые реализовано управляемое ультразвуком отклонение электромагнитной энергии на углы порядка 45° на длине волны $\lambda = 140$ мкм в кристалле германия.

В данной работе было продолжено исследование возможностей АО взаимодействия в терагерцевом диапазоне. В частности, произведен расчет акустооптических параметров обратного коллинеарного рассеяния (коэффициентов акустооптического качества и частот ультразвука) при распространении волн вдоль кристаллофизических осей кубического кристалла германия. Длина волны электромагнитного излучения принималась равной $\lambda = 140$ мкм. Режим обратного изотропного коллинеарного взаимодействия изучался также и в другом перспективном для терагерцевого диапазона материале – кристалле йодноватой кислоты ($\alpha - \text{HIO}_3$).

Наиболее существенной особенностью обратного коллинеарного взаимодействия является то, что дифрагированный луч направлен навстречу потоку энергии, падающему на акустическую волну, и совпадает с фазовой скоростью звука [2]. Векторная диаграмма данного взаимодействия представлена на рис. 1.

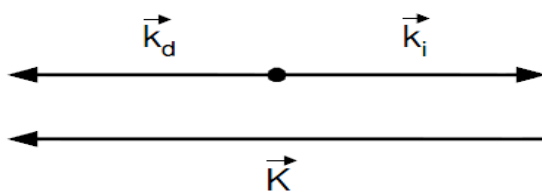


Рис. 1. Векторная диаграмма обратного коллинеарного изотропного АО взаимодействия.

На рисунке показаны волновые векторы падающего и дифрагированного света, а также ультразвука. Частота ультразвука f при коллинеарном взаимодействии рассчитывалась из условия брэгговского синхронизма: $\vec{k}_i + \vec{K} = \vec{k}_d$, где \vec{K} – волновой

вектор ультразвука, а \vec{k}_i и \vec{k}_d – волновые векторы падающей и дифрагированной волн, соответственно. Если режим АО взаимодействия изотропный, то длины волновых векторов \vec{k}_i и \vec{k}_d одинаковы и равны $|\vec{k}_d| = |\vec{k}_i| = 2\pi/\lambda$, при этом

$$f = \frac{2nV}{\lambda}, \quad (1)$$

где n – показатель преломления среды, V – фазовая скорость ультразвука [2].

Основной параметр в акустооптике, определяющий эффективность взаимодействия, – это коэффициент акустооптического качества, равный

$$M_2 = \frac{n^6 p_{eff}^2}{\rho V^3}. \quad (2)$$

В соотношении (2) p_{eff} – эффективная фотоупругая константа, ρ – плотность материала. Для кристалла германия, обладающего кубической структурой, параметры, входящие в выражение для акустооптического качества, равны: показатель преломления $n = 4$, плотность $\rho = 5,3 \text{ г/см}^3$ и скорость звука порядка $V \approx 5 \times 10^3 \text{ м/с}$ [3]. Значение эффективных фотоупругих констант определялось из выражения для эллипсоида показателей преломления, возмущенного ультразвуком. Это выражение, в свою очередь, получалось путем перемножения тензора фотоупругих констант, определяющегося свойствами кристалла, и тензора напряжений, определяющегося акустической волной. После перемножения матриц, если необходимо, проводилось преобразование координат.

Для кристалла германия направлением, соответствующим наибольшему значению коэффициента акустооптического качества, оказалась кристаллографическая ось [100]. Значение качества для соответствующей продольной акустической волны составило величину $M_2 = 103 \times 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$. При этом частота ультразвука, определяемая выражением (1), для данного направления оказалась равной $f = 282 \text{ МГц}$, что является весьма высоким значением, затрудняющим эксперимент из-за сильного затухания ультразвука. Более низкое значение частоты ультразвука, равное $f = 174 \text{ МГц}$, может быть достигнуто лишь при распространении взаимодействующих волн вдоль оси [111] для дифракции на сдвиговой акустической волне. Соответствующий коэффициент акустооптического качества при этом достаточно мал и равен $M_2 = 21 \times 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$, что также препятствует экспериментальной реализации данного режима акустооптического взаимодействия.

Аналогичные вычисления были проведены для кристалла йодноватой кислоты, являющейся двуосным кристаллом с ромбической симметрией [3]. Величины скоростей продольных звуковых волн в этом кристалле существенно ниже (для некоторых мод это отличие более чем в два раза), чем в германии, и имеют порядок $V \approx 2,5 \times 10^3 \text{ м/с}$. Значения показателей преломления кристалла йодноватой кислоты достигают величины порядка $n \approx 2$, а его плотность $\rho = 4,6 \text{ г/см}^3$ [3].

Направления осей координат X, Y, Z выбраны соответственно с кристаллофизическими осями таким образом, что главные показатели преломления связаны соотношением

$$n_z < n_y < n_x. \quad (3)$$

Соответствующие сечения эллипсоида показателей преломления кристалла представлены на рисунке 2. Результаты расчетов, проведенных для изотропной дифракции электромагнитного излучения с длиной волны $\lambda = 140 \text{ мкм}$ и различными поляризациями на продольных ультразвуковых волнах, представлены в таблице:

Направление распространения волн	Поляризация электромагнитной волны	$M_2 \times 10^{15}, \text{с}^3/\text{кг}$	$f, \text{МГц}$
X	Y	20	98
	Z	42	92
Y	X	39	81
	Z	30	75
Z	X	76	68
	Y	72	67

Как видно, наилучшим направлением для реализации коллинеарного взаимодействия оказалась ось Z, то есть [001]. Коэффициент акустооптического качества кристалла для соответствующей продольной акустической волны принимает максимальные значения при обеих возможных поляризациях электромагнитной волны. Значение частоты ультразвука в данной геометрии взаимодействия, наоборот, оказывается минимальным, причем оно существенно ниже, чем в кристалле германия.

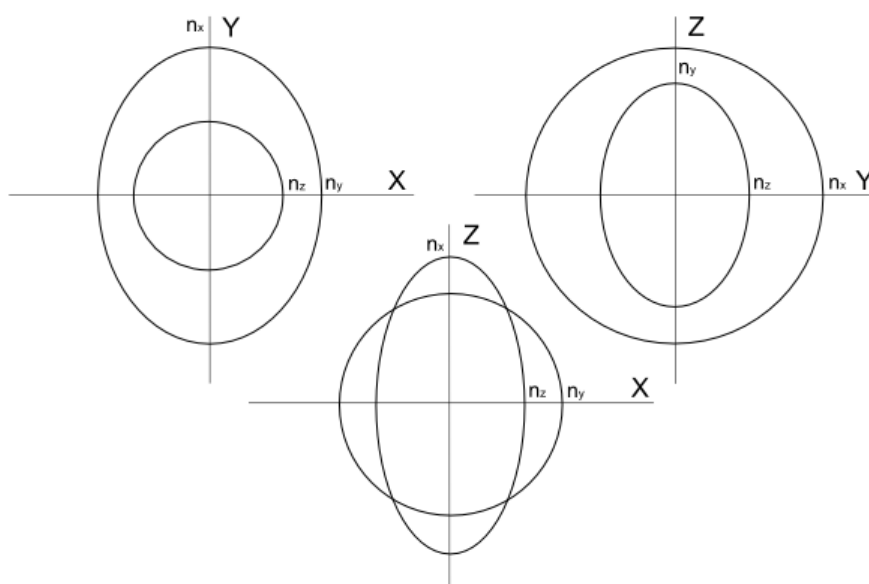


Рис. 2. Сечения нормальной поверхности кристалла йодноватой кислоты плоскостями XY, YZ и XZ.

Таким образом, использование ТГц электромагнитного излучения позволяет достичь приемлемых значений частоты ультразвука в режиме обратного коллинеарного акустооптического взаимодействия. Кроме того, использование йодноватой кислоты может дать существенный выигрыш (более чем в 4 раза) по частоте ультразвука по сравнению с германием, что значительно упростит эксперимент. Коэффициенты акустооптического качества обоих кристаллов при этом оказываются сравнимыми по величине.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Б. Волошинов, П.А. Никитин, В.В. Герасимов, Б.А. Князев, Ю.Ю. Чопорова // Квантовая электроника. 2013. Т. 43. № 12. С. 1139–1142.
2. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков, "Физические основы акустооптики". М.: Радио и связь, 1985.
3. М.П. Шаскольская, "Акустические кристаллы. Справочник". М.: Наука, 1982.

Закрученные ультразвуковые пучки

М.Е. Терзи, П.В. Юлдашев, О.А. Сапожников

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
me.terzi@physics.msu.ru

Ультразвуковая волна переносит энергию, импульс, а некоторые пучки - и момент импульса. При поглощении или рассеивании такой пучок давит на препятствие (возникает так называемая радиационная сила) и передаёт вращающий момент. Это явление, например, находит применение в медицине: с помощью ультразвуковых «пинцетов» (по аналогии с оптическими пинцетами, которые используются уже давно [1]), можно захватить и направить частицы лекарства в нужном направлении в организме или дистанционно передвигать камни в почке. Настоящая работа акцентирует внимание на возможности вращения частиц «закрученным» ультразвуковым пучком, несущем момент импульса [2]. Для создания такого пучка используется специальный фазовый экран, который превращает исходный плоский фазовый фронт в спиралевидный.

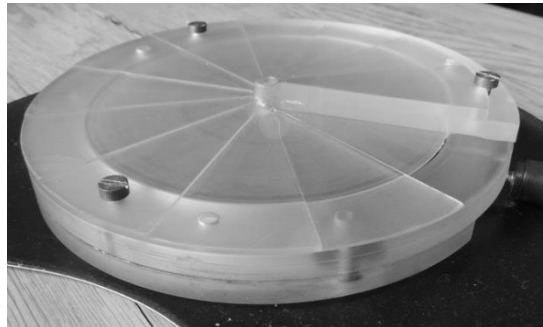


Рис. 1. Фазовый экран.

В проведённом эксперименте ультразвуковой пучок частоты 1 МГц создавался в воде с помощью пьезокерамического преобразователя диаметром 10 см. Этот пучок пропусклся через круглый диск из оргстекла диаметром 12.8 см, состоящий из 12-ти плоскопараллельных секторных участков (рис. 1). Толщины секторов увеличивались пропорционально номеру сектора в процессе оборота вокруг оси диска, причём так, чтобы при полном обороте фаза прошедшей волны увеличивалась на число, кратное 2π . Набег фазы возникал из-за разных значений скорости звука в воде и оргстекле (1500 и 2700 м/с, соответственно). Распределение акустического давления после прохождения фазовой пластины измерялось с помощью миниатюрного гидрофона, который перемещался по исследуемой области пространства с помощью системы позиционирования, управляемой компьютером.

Результаты измерений сравнивались с теоретическим расчётом. Для численного нахождения комплексной амплитуды p акустического давления гармонической волны вида $\sim e^{i\omega_0 t}$ использовался интеграл Рэлея [3]:

$$p = \frac{-i\omega_0\rho_0}{2\pi} \int dS \frac{V e^{ikR}}{R}, \quad (1)$$

где ρ_0 - плотность воды, R - расстояние от точки интегрирования до точки наблюдения, $k = \omega_0/c$, V амплитуда нормальной компоненты колебательной скорости

на поверхности источника. Влияние фазового экрана учитывается выбором чисто фазового множителя в выражении для скорости $V(r, \varphi) = V_0 e^{i\Phi(\varphi)}$, где (r, φ) - полярные координаты. Зависимость $\Phi(\varphi)$ выбиралась либо линейно нарастающей $\Phi(\varphi) = L\varphi$ (здесь L - «топологический заряд» закрученного пучка), либо кусочно-постоянной, в соответствии с описанным выше экспериментом, в котором фазовая пластина разбивалась на сектора постоянной толщины.

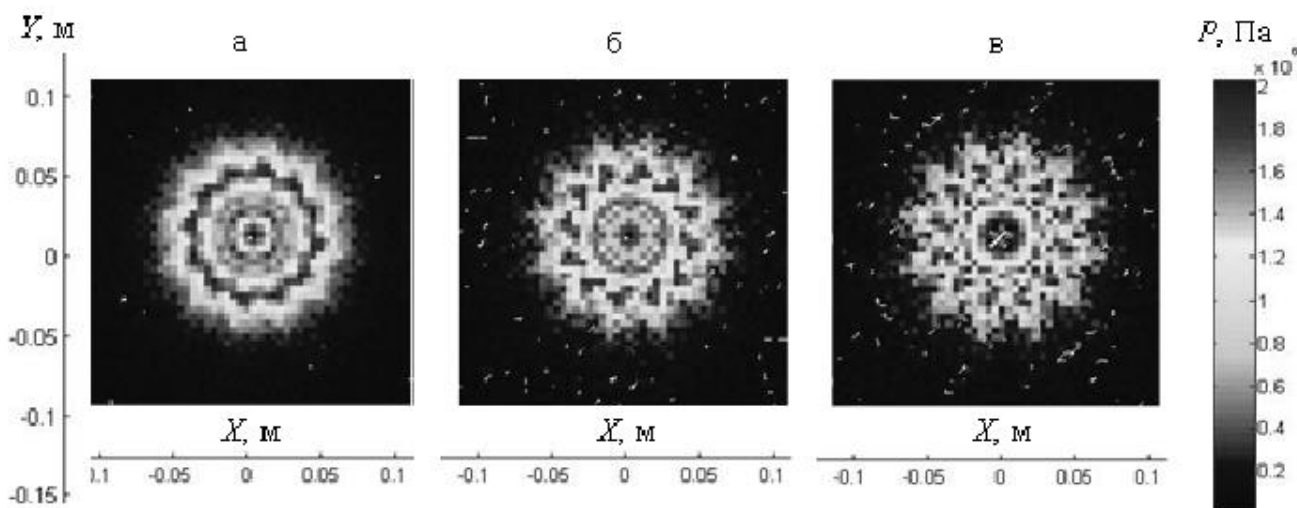


Рис. 2. Сравнение распределений амплитуды давления ультразвукового поля за фазовым экраном в плоскости поперечной оси пучка при разных значениях топологического заряда L : а) $L = 1$, б) $L = 2$, в) $L = 3$.

При численном моделировании сектора разбивались на кольца, а каждое из колец – на трапециевидные участки примерно одинаковой площади. При этом интеграл (1) заменялся суммой. Расчёт проводился с помощью программы, написанной на языке Фортран. Построение графиков и двумерных распределений параметров акустического поля проводилось в среде MATLAB.

На рис. 2 показан пример теоретически рассчитанного распределения амплитуды акустического давления на большом расстоянии от источника. Видно, что распределение имеет кольцеобразный вид, причём диаметр соответствующих колец повышенной интенсивности увеличивается с ростом величины топологического заряда L . Количество максимумов по кругу растёт, что соответствует увеличению количества закрученных фронтов. Поле на оси пучка всегда равно нулю, т.е. распределение имеет провал в центре пучка, причём размер провала тем больше, чем больше L . Это указывает на возможность захвата малых частиц в поперечном направлении под действием акустической радиационной силы. В дальнейших исследованиях планируется экспериментально исследовать этот эффект.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №14-02-00426.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Watson // Science. 2002. V. 296. PP. 2316-2317.
2. Y. Choe // Applied Physics Letters. 2011. V. 99, No 233704. PP. 1-3.
3. В.В. Крылов «Основы теории излучения и рассеяния звука» М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989.

Фотоупругие свойства кристалла дигидрофосфата калия

Т.В. Юхневич, В.Б. Волошинов

Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова, Физический Факультет, Кафедра физики колебаний
yukhnevich@physics.msu.ru

Эффект дифракции света на фазовой решетке, созданной ультразвуком, широко используется для управления световыми потоками. Устройства, основанные на данном явлении, помогают изменять фазу, частоту, поляризацию, интенсивность и амплитуду электромагнитных волн в реальном масштабе времени [1].

В настоящее время в литературе описано большое число акустооптических (АО) устройств, различающихся назначением, конструкцией и принципом действия. Такие приборы находят применения в современной оптике, оптоэлектронике, спектроскопии и лазерной технике. Данные устройства обладают широкими функциональными возможностями, простой конструкцией, надежностью и компактностью [1].

Особое место среди всех АО устройств занимают акустооптические фильтры, которые в свою очередь можно разделить на два класса. Первый класс - это фильтры, работающие с хорошо коллимированными пучками света, обладающие высоким спектральным разрешением и использующие коллинеарную или квазиколлинеарную геометрию акустооптического взаимодействия [2]. Второй класс – широкоапертурные АО фильтры, позволяющие работать как с расходящимися, так и сходящимися световыми потоками. С помощью таких устройств удается обрабатывать оптические изображения [3]. Используя данные устройства, можно осуществить пространственную фильтрацию оптических пучков, формирующих изображение в монохроматическом свете. Также такие фильтры позволяют проводить спектральный анализ изображений различных объектов в некогерентном свете [3].

АО фильтры изображений, работающие в видимом и ближнем инфракрасном диапазоне, достаточно подробно исследованы [4]. Данные устройства, например, на основе одноосного кристалла парателлурита, выпускаются промышленностью и в настоящий момент используются во многих сложных оптических системах. Однако существует проблема АО обработки изображений или спектральных линий в ближнем ультрафиолетовом диапазоне. К таким задачам, например, относится исследование спектрального состава атмосферы Земли. Как известно, большой интерес для экологии и физики атмосферы представляет изучение состояния озона, край полосы поглощения которого лежит в ближнем ультрафиолетовом диапазоне. К сожалению, широко применяемый в акустооптике и спектроскопии кристалл TeO_2 не прозрачен на длинах волн меньших 350 нм. Более того, в настоящее время на мировом рынке АО приборов не существует акустооптических устройств для обработки сигналов и изображений в ультрафиолетовом диапазоне.

Анализ научной литературы показывает, что список работ по акустооптической обработке изображений в ультрафиолетовом диапазоне крайне ограничен [5-7]. Оказалось, что наиболее интересным для подобных применений в АО фильтрах является кристалл KDP (KH_2PO_4), с помощью которого удалось осуществить фильтрацию изображений ультрафиолетового диапазона. К сожалению, результаты исследования подобных устройств показали, что характеристики фильтров на кристалле KDP существенно уступают характеристикам приборов на кристалле парателлурита. Оказалось, что главный недостаток кристалла KDP заключается в его низком акустооптическом качестве [1]. Из-за малой АО эффективности к кристаллу приходится прикладывать большие управляющие мощности, что приводит к разогреву

материала и, как следствие, многим негативным эффектам. Таким образом, определение коэффициента акустооптического качества кристалла и отыскание геометрии АО взаимодействия с высокой эффективностью дифракции является важной и актуальной задачей современной акустооптики [6]. Данный доклад посвящен экспериментальному и теоретическому исследованию АО эффективности кристалла KDP в ультрафиолетовом диапазоне.

Как известно, интенсивность дифрагированного света I_d по отношению к падающему свету I_0 зависит от коэффициента АО качества M_2 по следующему закону:

$$\frac{I_d}{I_0} = \sin^2\left(\frac{\pi l}{\lambda} \sqrt{\frac{PM_2}{2S}}\right), \quad (1)$$

где λ - длина волны падающего излучения, l и S –длина и площадь пьезопреобразователя, соответственно, P – управляющая акустическая мощность [1]. АО качество, в свою очередь, зависит от эффективной фотоупругой константы следующим образом:

$$M_2 = \frac{n_0^3 n_i^3 P_{eff}^2}{\rho V^3}, \quad (2)$$

Входящие в эту формулу скорость звука - V , показатель преломления n_i и n_o для необыкновенной и обыкновенной световых волн, а также плотность кристалла - ρ , известны из литературы и могут быть легко определены. Однако, определение эффективной фотоупругой константы p_{eff} сопровождается рядом проблем.

В широкоапертурных фильтрах на основе кристалла KDP используется плоскость акустооптического взаимодействия (010). Дифракция осуществляется на медленной, сдвиговой акустической волне, распространяющейся под углом α к оси [100] кристалла. Для данной акустической моды только две фотоупругие константы p_{44} и p_{66} вовлечены в процесс взаимодействия. Расчет показывает, что этом случае эффективная фотоупругая константа запишется следующим образом:

$$p_{eff} = p_{66} \cos \alpha \cos(\theta + \alpha) + p_{44} \sin \alpha \sin(\theta + \alpha), \quad (3)$$

где θ - угол падения света на акустический волновой фронт. Проблема определения значения эффективной фотоупругой константы состоит в том, что имеющиеся литературные данные об этих константах сильно разнятся между собой. В таблице 1 приведены данные о фотоупругих константах, найденные из литературы. Как видно, значение констант p_{44} и p_{66} у различных авторов отличаются в 1,8 и в 2,5 раза, соответственно. Это означает, что коэффициент АО качества может различаться в 3-6 раз.

Таблица 1.

№	p_{44}	p_{66}	Ссылка
1	-	0.058	[7]
2	-0,019	-0.064	[8]
3	-0.034	-0.068	[9]
4	-	0.028	[10]

В данной работе для определения фотоупругих констант материала было предложено использовать следующий метод. Эффективность дифракции на выходе кристалла KDP измерялась на одной и той же частоте ультразвука, но при двух различных углах падения света на акустический волновой фронт. Из отношения двух эффективностей дифракции определялось соотношение констант p_{44}/p_{66} . Подобные измерения проводились на длинах волны 633 нм, 532,5 нм и 405 нм при вариациях угла падения $\pm 8^\circ$ относительно точки широкоапертурного взаимодействия. Для эксперимента были выбраны два широкоапертурных фильтра на кристаллах KDP с углами среза $\alpha = 9^\circ$ и $\alpha = 12^\circ$.

В докладе обсуждаются результаты измерений и выявленные особенности АО взаимодействия в плоскости (010) кристалла KDP. Полученные данные будут использованы при разработке новых модификаций широкоапертурных акустооптических фильтров на кристаллах дигидрофосфата калия.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №14-02-31184.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков, “Физические основы акустооптики”, М.: Радио и связь, 1985.
2. В.Я. Молчанов, В.Б. Волошинов, О.Ю. Макаров // Квантовая электроника 2009. Т.39. № 4. С. 353-360.
3. V.V. Voloshinov, V. Ya. Molchanov, J.C. Mosquera // Optics and Laser Technology, Vol. 28, №2, P. 119-127.
4. С.В. Анчуткин, А.Б. Бельский, В.Б. Волошинов, К.Б. Юшков, // Прикладная физика, 2010, №1, С. 31-36.
5. N. Gupta, V. Volishinov // Applied Optics, 2004, Vol 43, № 13, P. 2752-2759.
6. E. Dekemper, D. Fussen, B. V. Opstal et. al.// Proc. SPIEE 2014, Vol.9241, p.92410L1-L10.
7. Dixon R.W., // J. Appl. Phys., 1967, v. 38, p. 5149.
8. Rao V., Narasimhamutry T.S., Appl. Optics, 1970, v. 9, p. 155.
9. Александров К.С., Анистратов А.Т., Рез И.С. и др. Кристаллография, 1977, т.9, с.1863.
10. Ponomarev A., Rodionov I., Teterin G., 1995, Proc. SPIE, v. 2449, p. 207.