

## РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

<b>Турбулентная среда как динамический модовый конвертер пространственно когерентных оптических пучков</b>	
<i>Т.И. Арсеньян, Е.А. Бабанин, О.М. Вохник, Н.А. Сухарева</i> .....	2
<b>Анизотропная диффузия профиля сигнальных оптических пучков в фазовом пространстве</b>	
<i>Т.И. Арсеньян, О.М. Вохник, А.М. Зотов, М.В. Писклин, Н.А. Сухарева</i> .....	6
<b>Распространение двумерного электромагнитного импульса в массиве полупроводниковых углеродных нанотрубок в присутствии неоднородности диэлектрической проницаемости</b>	
<i>М.Б. Белоненко, Н.Н. Розанов, Э.Г. Федоров</i> .....	11
<b>Комбинированный итеративный эквалайзер в многолучевом радиоканале</b>	
<i>Д.Р. Валиуллин, П.Н. Захаров, А.Ф. Королев</i> .....	15
<b>Звездные модели нанокластерных образований</b>	
<i>В.В. Гридчина, П.В. Короленко, Ю.В. Рыжикова</i> .....	17
<b>Моделирование дифракции световых пучков на ультразвуке при произвольных направлениях распространения волн</b>	
<i>Е.А. Дьяконов</i> .....	20
<b>Интенсивность и поляризация радиотеплового излучения ячеистых дождевых полей в диапазоне миллиметровых волн</b>	
<i>Я.А. Илюшин, Б.Г. Кутуза</i> .....	25
<b>Экспериментальное исследование формирования и считывания неоднородных голографических ФПМ-ЖК структур</b>	
<i>А.О. Семкин, С.Н. Шарангович, Е.В. Васильев, В.В. Шелковников</i> .....	29
<b>Использование леммы Лоренца для расчёта многолучевого распространения радиоволн в лабиринтных системах</b>	
<i>Б.С. Сорокин</i> .....	32

## Турбулентная среда как динамический модовый конвертер пространственно когерентных оптических пучков

Т.И. Арсеньян, Е.А. Бабанин, О.М. Вохник, Н.А. Сухарева  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет  
[suhareva@phys.msu.ru](mailto:suhareva@phys.msu.ru)

### Введение

Пространственно-временные вариации профиля сигнального оптического пучка в открытых атмосферных каналах передачи данных принято рассматривать как сложный статистический процесс с богатым спектром характеристических частот, определяемых турбулентными течениями и нестационарными термодинамическими процессами на трассе. Применение технологий пространственного кодирования, использование кодов на базе неоднородных состояний поляризации, ряд экспериментов с мультиплексами пучков с различными орбитальными моментами требуют детальной интерпретации рефракционных и дифракционных процессов на трассе с определением класса допустимых искажений для векторных пучков заданной пространственной структуры.

### 1. Дефокусирующее преобразование сигнальных пучков

Пространственную структуру распространяющегося вдоль направления  $z$  параксиального оптического пучка будем описывать через комплексную амплитуду  $F(x, y, z) = \sqrt{I(x, Y, z)} \exp i(x, y, z)$ , где  $I(x, Y, z) = F(x, y, z)F(x, y, Z)$  - интенсивность,  $(x, y, z) = \arg F(x, y, z)$  - фазовый портрет. Обобщенный принцип Гюйгенса-Френеля, связывает профили распределения комплексных амплитуд на двух перпендикулярных оси пучка и отстоящих друг от друга на расстоянии  $z$  плоскостях:

$$F(x, y, z) = \left( \frac{k}{i2\pi z} \right) \iint_2 F(x_1, y_1, 0) \exp \left( \frac{ik}{2z} [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2] \right) dx_1 dy_1 \quad (1)$$

где  $F(x_1, y_1, 0)$  - комплексная амплитуда пучка в плоскости передатчика.

Пространственные сигнально-кодовые конструкции для открытых оптических каналов передачи данных можно формировать на базе структурно-устойчивых решений уравнения (1) при различных типах симметрии ожидаемых вариаций оптической плотности, используя обобщенные полиномы Эрмит-Лагерр-Гаусса [1]. Верхняя граница пространственной частоты кодирования, следовательно и максимальные собственные значения кодовых элементов, определяется пространственной частотой модуляции оптических неоднородностей трассы.

Если выбраны в качестве исходных кодовых элементов полиномы Эрмита-Гаусса, на выходе излучателя при  $z = 0$  справедливо представление:

$$F(x, y, 0) = \sum_{n,m=0}^{n_{max}, m_{max}} c_{n,m} HG_{n,m}(x, y) \quad (2)$$

а на всей трассе при распространении пучка в однородной изотропной среде:

$$F(x, y, z) = \frac{1}{|\sigma|} \exp \left( \frac{2iz(x^2 + y^2)}{k\rho^4 |\sigma|^2} \right) \sum_{n,m=0}^{n_{max}, m_{max}} c_{n,m} e^{-i(n+m)\arg(\sigma)} HG_{n,m} \left( \frac{x}{\rho|\sigma|}, \frac{y}{\rho|\sigma|} \right)$$

$\sigma$  - комплексна ширина пучка,  $\rho$  - константа, связанная с апертурой передатчика. Интеграл (1) можно рассматривать как Фурье-отображение исходного профиля с дополнительными фазовыми весовыми функциями:

$$\frac{ik}{2z} [(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2] = \frac{ik}{2z} [x^2 + y^2] - \frac{ik}{2z} [xx_1 + yy_1] + \frac{ik}{2z} [x_1^2 + y_1^2] \quad (3)$$

здесь второе слагаемое в правой части определяет разложение в базисе плоских волн, третье эквивалентно дополнительному фазовому набегу при дефокусирующем воздействии на пучок. Дефокусирующее воздействие фактически определяет пространственное масштабирование профиля пучка и может быть охарактеризовано парой действительных значений  $a, c$  для различных направлений. Например, для Эрмит-Гауссова пучка после дефокусирующего воздействия (описано в собственном масштабе):

$$\begin{aligned} & \iint_2 e^{-i[xx_1+yy_1]} e^{-i[ax_1^2+cy_1^2]} HG_{n,m}(x_1, y_1) dx_1 dy_1 = \\ & = \frac{\pi(-i)^{n+m}}{\sqrt{(1+a^2)(1+c^2)}} e^{\left( -\frac{iax^2}{4(1+a^2)} - \frac{icy^2}{4(1+c^2)} + i\left(n+\frac{1}{2}\right) \arctga + i\left(m+\frac{1}{2}\right) \arctgc \right)} \times \\ & \quad \times HG_{n,m}\left( \frac{x}{2\sqrt{1+a^2}}, \frac{y}{2\sqrt{1+c^2}} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Как следует из (4), при дефокусирующем воздействии происходит изменение пространственных масштабов модуляции комплексной амплитуды пучка с сохранением собственных значений  $n, m$ . Если экспериментальные выборки основаны только на регистрации интенсивности, число узловых сечений профиля пучка, испытавшего дефокусирующие воздействия различных типов, независимо от расположения плоскости регистрации может быть использовано для распознавания исходной моды.

## 2. Астигматическое преобразование сигнальных пучков

Помимо дефокусирующего возможны иные квадратичные по координате фазовые преобразования пучка – астигматические. Фазовый профиль подобных aberrаций можно определить через две координаты и параметр ориентации  $\alpha$ :

$$\psi(x_1, y_1; \alpha) = (x_1^2 - y_1^2) \cos 2\alpha - 2x_1 y_1 \sin 2\alpha \quad (5)$$

Пространственный базис Эрмит-Гаусса разрушается астигматическим преобразованием, для фазового модулятора вида (5) инвариантом будет базис Эрмит-Лагерр-Гаусса [2]. Трансформация базиса Эрмит-Гаусса при астигматическом преобразовании может быть описана уравнением:

$$\begin{aligned} & \iint_2 e^{-i[xx_1+yy_1]} e^{i\psi(x_1, y_1; \alpha)} HLG_{n,m}(x_1, y_1) dx_1 dy_1 = \\ & \frac{\pi}{\sqrt{2}} \exp\left( -\frac{i}{8} \psi(x, y; \alpha) - \frac{\pi}{i} 4(n+m) \right) HLG_{n,m}\left( \frac{x \cos \alpha + y \sin \alpha}{2\sqrt{2}}, \frac{y \cos \alpha - x \sin \alpha}{2\sqrt{2}}; \alpha \right) \end{aligned} \quad (6)$$

где  $HLG_{n,m}$  - моды Эрмит-Лагерр-Гаусса. Функции Эрмита-Лагерр-Гаусса  $HLG_{n,m}(x, y, \alpha)$  при любом значении параметра  $\alpha$  формируют ортонормированный базис в  $^2$ .

Схема экспериментальной установки представлена на Рис.1. Внерезонаторный модовый конвертор был реализован с помощью двух цилиндрических линз, образующих либо конфокальную либо концентрическую систему.

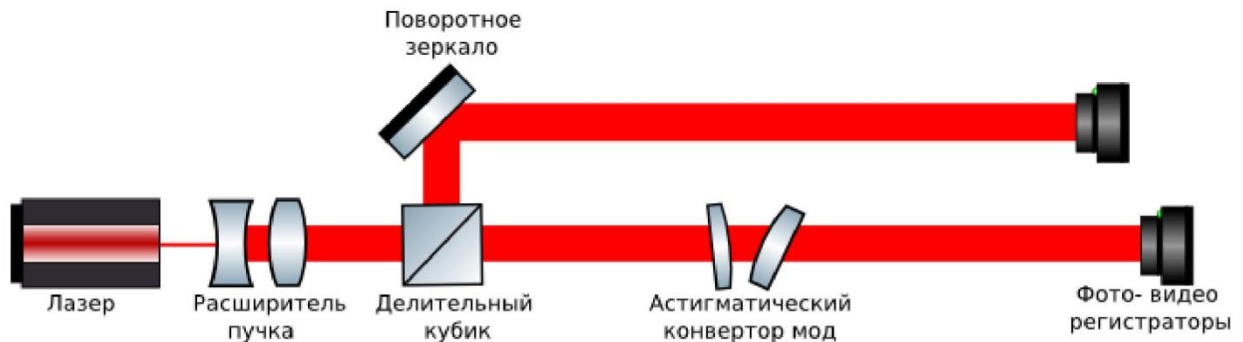


Рис. 1. Блок-схема внерезонаторного модового конвертора

Создаваемый лазерным модулем пучок уширяется до диаметра 20 мм и проходит через систему цилиндрических короткофокусных линз, ориентация плоскостей которых может меняться при вращении. Система линз расположена в области перетяжки уширенного пучка. Подбором необходимой ориентации линз можно синтезировать фазовые модуляторы, как подобные (5) с любым доступным значением угла разворота  $\alpha$ , так и более сложные, описывающие разрывные преобразования поверхности постоянной фазы.

### 3. Внерезонаторное преобразование пространственных мод пучка

Профиль исходного пучка после уширения с жестким диафрагмированием в дальней зоне создавал centrosymmetric structure, которую удобно представить как суперпозицию Лагерр-Гауссовых мод  $LG_{n,m}(x, y)$ . Одиночная цилиндрическая линза с вертикальной ориентацией градиента оптической плотности представляет собой дефокусатор с параметрами  $[0, f_1^{-1}]$ , где  $f_1$  - фокусное расстояние первой цилиндрической линзы.

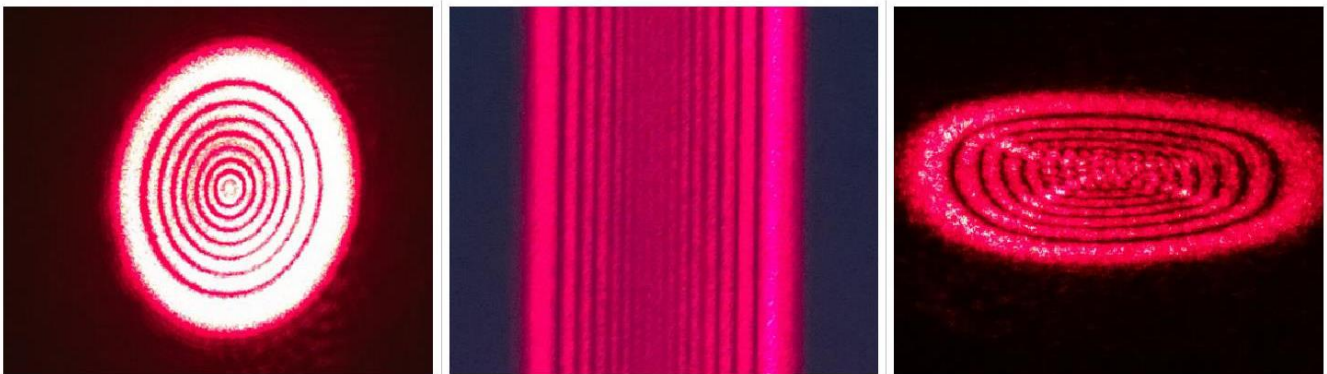


Рис. 2. Исходный профиль пучка в дальней зоне (слева), при модуляции одной цилиндрической линзой (по центру) и при модуляции двумя непараллельными линзами (справа)

Результат работы подобного дефокусатора соответствует центральной части рис.2. После размещения второй цилиндрической линзы и подбора угла отклонения нормали линзы от оптической оси получаем новый профиль, описываемый в трансформированном пространственном базисе.

При повороте цилиндрических линз относительно оптической оси системы вносимая фазовая модуляция может быть определена следующим образом:

$$\phi_i(x,y) = \frac{\pi}{\lambda f_i} (x^2 \cos^2 \theta_i + y^2 \sin^2 \theta_i) + \frac{\pi}{\lambda f_i} xy \sin 2\theta_i$$

здесь  $i = 1, 2$  - номер линзы,  $\lambda$  - длина волны излучения,  $\theta$  - угол поворота линзы.

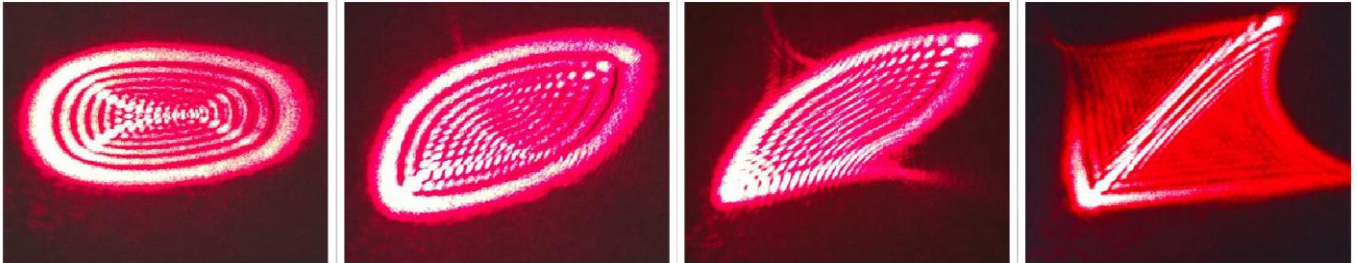


Рис. 3. Сечение пучка при изменении наклона второй цилиндрической линзы

Наклоны линз при вариации их взаимного расположения и ориентации описываются как дифференцируемые отображения исходной структуры поля [3], включающие бифуркации каустик (правый рисунок в серии Рис.3). Одним из инвариантов подобного отображения должен быть спектр собственных значений  $(n, m)$ , исходно заложенный в профиль передаваемого пучка независимо от типа выбранного пространственного базиса.

#### Заключение

Представленные типы пространственных дифференцируемых отображений реализуются на протяженных оптических трассах и приводят к существенной стохастизации наблюдаемой пространственной структуры поля. В первом приближении работа астигматического модового конвертора может быть описана как преобразование Радона единого трехмерного объекта [4], проекции которого создают многообразие собственных распределений поля при заданных собственных значениях  $(n, m)$ .

Инвариантность спектра собственных значений  $(n, m)$  в рассматриваемой группе отображений позволяет построить пространственный корректор, работающий синхронно с передаваемым сигнальным оптическим пучком. Один из вариантов подобного синхронного корректора может быть основан на анализе искажений простейших пространственных мод (TEM00, TEM01 и TEM10) и создании параметрического фильтра на основе обратного преобразования Радона.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-02-461).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е.Г. Абрамочкин, В.Г. Волостников // Современная оптика гауссовых пучков. М., Физматлит, 2010.
2. В.Г. Волостников // Методы синтеза когерентных световых полей. М., Физматлит, 2015.
3. В.И. Арнольд, А.Н. Варченко, С.М. Гусейн-Заде // Особенности дифференцируемых отображений. М., МНЦНМО, 2009.
4. Г.Г. Левин, Г.Н. Вишняков // Оптическая томография. М., Радио и связь, 1989.

## Анизотропная диффузия профиля сигнальных оптических пучков в фазовом пространстве

Т.И. Арсеньян, О.М. Вохник, А.М. Зотов, М.В. Писклин, Н.А. Сухарева  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет  
[suhareva@phys.msu.ru](mailto:suhareva@phys.msu.ru), [maxim.pisklin@gmail.com](mailto:maxim.pisklin@gmail.com)

### Введение

Исследования микровременной структуры искажений сигнальных пучков в открытых оптических каналах передачи данных выявили существенную ориентационную неоднородность среды, связанную со структурой атмосферных аэродинамических течений. Ранее авторами были введены понятия трансляционной и ротационной динамической анизотропии, характеризующие пространственную неоднородность модуляции оптической плотности среды [1]. В работе представлены результаты экспериментального анализа и теоретические модели описания анизотропных вариаций диаграммы направленности пучка, принципиальные для выбора типа пространственных кодов и опорных состояний неоднородной поляризации.

### 1. Эволюционное уравнение в фазовом пространстве

Пространственно-временную структуру сигнального пучка будем описывать на основе функции Вигнера [2], позволяющей контролировать и диаграмму направленности и профиль интенсивности в зависимости от времени:

$$W(\vec{r}, \vec{k}; t) = \frac{1}{2\pi} \int \int_{-\infty}^{+\infty} F(\vec{r} + \vec{\rho}, t) F^*(\vec{r} - \vec{\rho}, t) e^{2i\vec{k}\vec{\rho}} d\vec{\rho}, \quad (1)$$

здесь  $F(\vec{r}, t)$  - комплексная амплитуда сигнального пучка.

Эволюционное уравнение для функции Вигнера в фазовом пространстве может быть представлено в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(\vec{r}, \vec{k}, t)}{\partial t} = & -\bar{v}_p \frac{\partial W(\vec{r}, \vec{k}, t)}{\partial x_i} + \frac{\partial V(\vec{r}, t)}{\partial x_i} \frac{\partial W(\vec{r}, \vec{k}, t)}{\partial k_i} + \\ & + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(i/2r)^{2r}}{(2r+1)!} \frac{\partial^{2r+1} V(\vec{r}, t)}{\partial x_i^{2r+1}} \frac{\partial^{2r+1}}{\partial k_i^{2r+1}} \frac{1}{2\pi} W(\vec{r}, \vec{k}, t), \end{aligned} \quad (2)$$

где  $V(\vec{r}, t)$  описывает изменение оптической плотности на трассе,  $\bar{v}_p$  фазовая скорость. Рассматриваемая физическая модель пренебрегает диссипативными взаимодействиями в системе и энергообменом с внешним термостатом, соответственно требует доработки для корректного описания процессов рассеяния, поглощения, спонтанного или индуцированного излучения.

Модуляция оптической плотности, следовательно, и потенциала  $V(\vec{r}, t)$  в аэродинамических потоках определяется плотностью газа и может быть вычислена непосредственно из системы уравнений Навье-Стокса или уравнений конвекции Буссинеска. Вариации поля скоростей и поля температур сопровождаются вариацией плотности газа, соответственно, и пространственного распределения оптической плотности согласно связи Гладстона-Дейла:

$$n(\vec{r}, t) = 1 + K_{GD} \rho(\vec{r}, t), \quad (3)$$

где  $K_{GD}$  - константа Гладстона-Дэйла.

Порождаемые в термически неравновесных условиях аэродинамические течения могут принимать формы регулярных динамических спиралевидных структур, обладающих выраженной пространственной анизотропией. Рефракционные искажения профиля пучка согласно (3) можно описать в любом из базисов в  $\mathcal{R}^2$  в зависимости от типа симметрии исходной диаграммы и симметрии действующих на трассе вариаций оптической плотности.

## 2. Экспериментальная модель атмосферной трассы

Для экспериментальной реализации использована лабораторная модель оптической трассы с изменяемым в пределах от 3-х до 12-ти метров проходом пучка через активную зону конвективных аэродинамических течений (рис.1). Вариация метеоусловий на трассе обеспечивается нагревом подстилающей поверхности до 335С и боковой ветровой нагрузкой до 11м/с, позволяет получать разнообразные профили конвективных течений, в том числе спиралевидных режимов и режимов когерентной турбулентности.

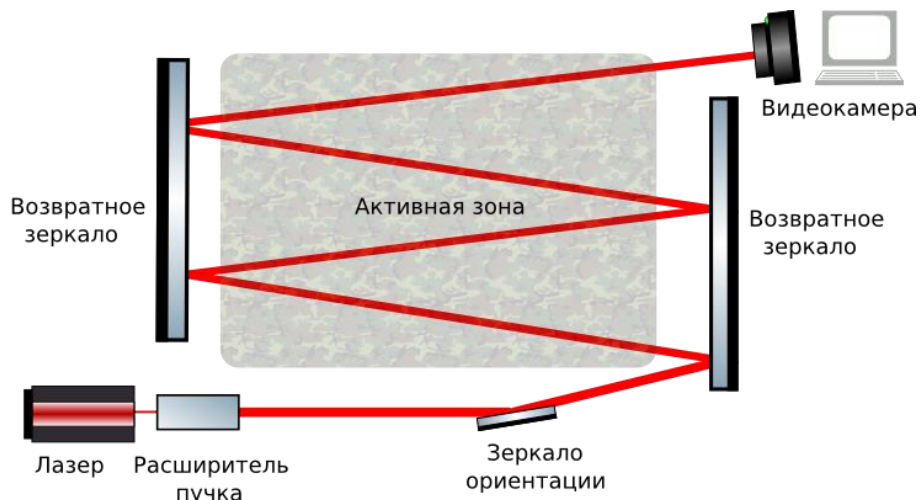


Рис. 1. Схема модельной трассы. Рабочий диаметр пучка - 5мм, расстояние между возвратными зеркалами - 1440мм.

Регистрация распределений интенсивности в поперечном сечении пучка выполнялась высокоскоростной камерой PULNiX-1300, позволяющей при разрешении рабочего поля 320x240 точек и 8-ми битном кодировании интенсивности выполнять видеофиксацию с частотой кадров 400Гц без дополнительного сжатия и фильтрации. Контроль поля температур и приповерхностной структуры вихревых течений проводился с помощью тепловизора и пирометра, однородность поля скоростей ветровой нагрузки фиксировалось анемометрами.

## 3. Статистическая анизотропия положения центра тяжести пучка

Проявляющаяся в динамике вариаций оптической плотности анизотропия связана с различным числом случайных факторов, действующих вдоль и перпендикулярно направлению градиента температуры. Экспериментальное доказательство высказанного утверждения проведем на примере простейшего статистического анализа проекций первого момента функции распределения интенсивности.

Профиль интенсивности связан с функцией распределения Вигнера маргинальным соотношением вида:

$$I(\vec{r};t) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} W(\vec{r}, \vec{k}; t) dk_x dk_y \quad (4)$$

соответственно

$$\vec{M}^1 = \frac{\int \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{r} W(\vec{r}, \vec{k}; t) d\vec{r} d\vec{k}}{\int \int_{-\infty}^{+\infty} W(\vec{r}, \vec{k}; t) d\vec{r} d\vec{k}}$$

На рис.2 представлены распределения для числа реализаций проекций центра пучка в "собственной системе координат" регистрирующей матрицы (начало отсчета в верхнем левом углу кадра).

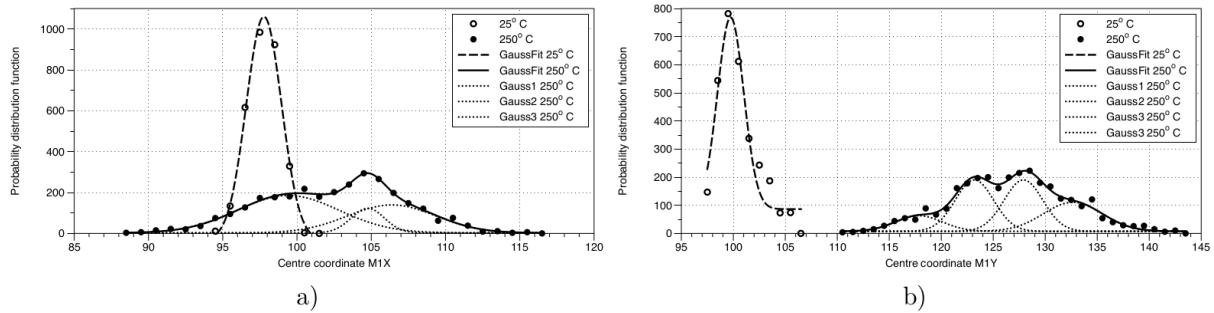


Рис. 2. Ненормированная функция распределения вероятности для X-координаты (слева) и Y-координаты (справа) в термически равновесном режиме (уединенный гауссовский профиль) и при нагреве подстилающей поверхности до 225С (суперпозиция гауссовских профилей)

Как следует из рис.2, в отсутствии термической неравновесности наблюдается вариация положения центра пучка за счет спонтанных конвективных течений на модельной трассе. Подключение конвективных потоков в термически неравновесных условиях с характерными линейными размерами, большими или сравнимыми с диаметром сигнального пучка, сопровождается смещением центра тяжести распределения интенсивности преимущественно в направлении градиента температуры. Статистический профиль вариации положения центра тяжести пучка может быть представлен как набор гауссовских процессов, число, амплитуда и дисперсия которых существенно различны вдоль X- и Y - направлений. Подобное различие сохраняется во всем диапазоне температур подстилающей поверхности независимо от режима турбулентных течений.

#### 4. Анизотропная диффузия профиля пучка

Различие числа и интенсивности действующих на пучок процессов в горизонтальном и вертикальном направлениях факторов приводит к потере исходной осевой симметрии распределения интенсивности. На рис.3 представлены распределения интенсивности пучка, прошедшего участки модельной трассы различной длины. Для всех сечений наблюдается выраженный "снос" огибающего профиля в направлении конвективных течений, порождаемых градиентом температуры.

Используя маргинальное соотношение (4) и уравнение (2), запишем эволюционное уравнение для профиля интенсивности излучения, аналогичное классическому уравнению Смолуховского:

$$\frac{\partial I(\vec{r}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left\{ \frac{I(\vec{r}; t)}{\zeta} \frac{\partial V(\vec{r}, t)}{\partial r_i} + \frac{\partial}{\partial x_i} (D(\vec{r}, t) I(\vec{r}; t)) \right\} \quad (5)$$

где  $\zeta$  - эквивалент коэффициента вязкости,  $D(\vec{r}, t)$  - коэффициент нестационарной диффузии. Аналогичное уравнение можно записать и для второго маргинала функции



Вигнера, определяющего профиль диаграммы излучения распространяющегося пучка в заданном сечении:

$$A(\vec{k};t) = \int \int_{-\infty}^{+\infty} W(\vec{r}, \vec{k};t) dx dy \quad (6)$$

Первое слагаемое в правой части (5) описывает анизотропный снос пучка, второе слагаемое – нестационарный диффузионный процесс.

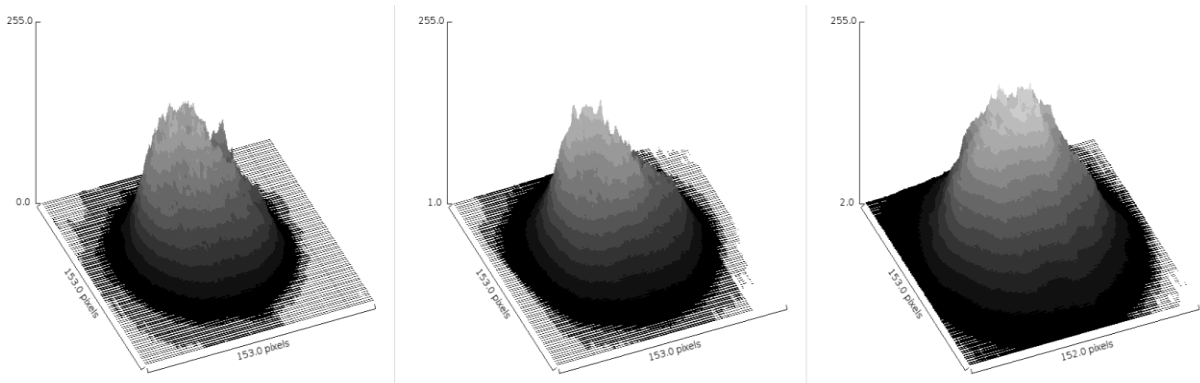


Рис. 3. Усредненные профили интенсивности пучка после прохода 6м (слева), 9м (по центру) и 12м (справа). Температура подложки составляет 200С, длительность выборки – 8000 кадров

Возможность одновременного описания на основе маргиналов функции Вигнера диаграммы направленности и профиля распределения интенсивности в плоскости наблюдения сигнального оптического пучка не противоречит соотношению неопределенности, связывающему вариации коммутирующих переменных (в рассматриваемом случае -  $\vec{r}$  и  $\vec{k}$ ).

"Обход" соотношения неопределенности заложен в исходном квадратичном определении функции квазираспределения Вигнера. Функция Вигнера не может быть трактована как одновременное распределение вероятности по координатам и направлениям (импульсам), поскольку может принимать отрицательные значения для смешанных состояний. Более оправдана интерпретация функции Вигнера как некоей вспомогательной, удовлетворяющей многим полезным соотношениям, которые зачастую как наследуемые свойства переходят к маргинальным распределениям вероятности [3].

Определение функции Вигнера (1) фактически удваивает число независимых переменных, исходно используемых в определении комплексной амплитуды пучка, соответственно, и функция Вигнера имеет в два раза большее число степеней свободы. Функцию Вигнера можно рассматривать как простейшее из доступных билинейных отображений комплексной амплитуды пучка.

### Заключение

Предложенный метод анализа искажения профиля сигнального оптического пучка как анизотропного диффузионного процесса в фазовом пространстве позволяет в едином формате контролировать изменение апертурных параметров и вариацию диаграммы направленности. Грубая модель трассы может быть представлена как анизотропный мультигауссовский процесс, каждая из компонент которого связана с метеорежимами рабочего канала. Приближение мультигауссовских процессов с оценкой числа одновременно действующих компонент по каждому из актуальных направлений, времени жизни отдельной компоненты и вероятности зарождения в заданном интервале времени позволяет прогнозировать статистические свойства

локальных пространственных распределений интенсивности и динамику вариации  
угловой диаграммы пучка на заданном расстоянии до регистратора.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-02-461).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Т.И. Арсеньян // Оптика атмосферы и океана. 2015 (в печати)
2. Т.И. Арсеньян // Вестник Московского университета. Серия 3. Физика, астрономия. 2014. No 1. С. 51-55.
3. M. Hillery // Physics Reports. 1984. V. 106. No 3. P. 121-167.

## Распространение двумерного электромагнитного импульса в массиве полупроводниковых углеродных нанотрубок в присутствии неоднородности диэлектрической проницаемости

М.Б. Белоненко<sup>1,2</sup>, Н.Н. Розанов<sup>3,4</sup>, Э.Г. Федоров<sup>3,4</sup>

<sup>1</sup>Лаборатория нанотехнологий, Волгоградский институт бизнеса, Волгоград, Россия

<sup>2</sup>Волгоградский государственный университет, Волгоград, Россия

<sup>3</sup>ГОИ им. С.И. Вавилова, Санкт-Петербург, Россия

<sup>4</sup>НИУ ИТМО, Санкт-Петербург, Россия

[mbelonenko@yandex.ru](mailto:mbelonenko@yandex.ru)

В настоящее время в качестве объектов, перспективных для использования при создании элементной базы современной наноэлектроники, рассматриваются углеродные нанотрубки – квазиодномерные макромолекулы углерода [1–3]. Успехи лазерной физики в области формирования лазерного излучения с заданными параметрами (см., например, [4]) явились стимулом для всесторонних исследований электронных и оптических свойств нанотрубок в присутствии электромагнитных полей. В частности, работы [5–9] посвящены изучению распространения предельно коротких электромагнитных импульсов в массивах нанотрубок. Однако остаются интересные с прикладной точки зрения вопросы, связанные с выходом за рамки одномерной модели, учетом неоднородности поля вдоль оси нанотрубок и пр. [10–15].

В данной работе изучается взаимодействие двумерных биполярных лазерных импульсов в массиве нанотрубок с неоднородностью в виде локальной области, в которой значение относительной диэлектрической проницаемости отличается от значения в основной (однородной) части образца. Для рассмотрения выбран массив однослойных полупроводниковых углеродных нанотрубок типа «zigzag»  $(m, 0)$ , число  $m$  не кратно трем и определяет радиус нанотрубки  $R = \frac{bm}{2\pi} \sqrt{3}$ ,  $b$  – расстояние между соседними атомами углерода [2]. Считается, что нанотрубки помещены в диэлектрик, их оси параллельны общей оси  $Ox$ , расстояния между ними велики по сравнению с их диаметром [16].

Закон дисперсии электронов проводимости нанотрубок имеет вид

$$\Delta(p_x, s) = \gamma_0 \sqrt{1 + 4 \cos\left(p_x \frac{d_x}{\hbar}\right) \cos\left(\pi \frac{s}{m}\right) + 4 \cos^2\left(\pi \frac{s}{m}\right)}, \quad (1)$$

где  $\vec{p} = \{p_x, s\}$  – квазиимпульс электрона,  $s$  – число, характеризующее квантование импульса вдоль периметра нанотрубки ( $s = 1, 2, \dots, m$ ),  $\gamma_0$  – интеграл перекрытия,  $d_x = 3b/2$  [2].

Лазерный импульс считается распространяющимся в направлении, перпендикулярном осям нанотрубок (вдоль оси  $Oz$ ), а электрическое поле  $\vec{E} = \{E(y, z, t), 0\}$  ориентировано вдоль оси  $Ox$ . Ограничимся рассмотрением, в рамках которого поле принимается однородным вдоль оси нанотрубок (в этом случае задача может решаться как имеющая размерность 2+1). Также будем считать, что характерная длительность лазерных импульсов существенно меньше времени релаксации, что позволяет использовать бесстолкновительное приближение [5].

Электромагнитное поле в массиве нанотрубок описано уравнениями Максвелла [17], из которых, следуя известному подходу [19, 20], получено волновое уравнение

$$\frac{\varepsilon(\nu, \zeta)}{\varepsilon_0} \cdot \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \tau^2} - \left( \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \nu^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \zeta^2} \right) + \sum_{s=1}^m \sum_{r=1}^{\infty} G_{r,s} \sin(r\Psi) = 0, \quad (2)$$

где  $\Psi = A \frac{ed_x}{c\hbar}$ ,  $\vec{A} = \{A(x, z, t), 0, 0\}$  – векторный потенциал,  $\tau = \omega_0 t / \sqrt{\varepsilon_0}$  – безразмерное время,  $\nu = y \omega_0 / c$  и  $\zeta = z \omega_0 / c$  – безразмерные координаты,  $\varepsilon(\nu, \zeta)$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды, являющаяся в общем случае функцией координат,  $\varepsilon_0$  – относительная диэлектрическая проницаемость однородной части образца,  $c$  – скорость света в вакууме,  $\omega_0 = 2 \frac{|e| d_x}{\hbar} \sqrt{\pi n \gamma_0}$ ,  $e$  – заряд электрона,  $n$  – концентрация электронов в мини-зоне проводимости, величины  $G_{r,s}$  – коэффициенты, быстро убывающие с возрастанием  $r$  ( $|G_{1,s}| \gg |G_{2,s}|$ ) [14].

Отношение  $\varepsilon(\nu, \zeta) / \varepsilon_0$  представлено ступенчатой функцией, в однородной части образца она принята равной единице, а в области, содержащей неоднородность, она имеет постоянное значение, характеризующей повышение или понижение  $\varepsilon$  по сравнению с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_0$  однородного образца.

Эволюция поля описывается системой уравнений (2), (3), (4). Электрическое поле имеет вид  $\vec{E} = -c^{-1} \partial \vec{A} / \partial t = \{E_0 \partial \Phi / \partial \tau, 0, 0\}$ , где  $E_0 = -\hbar \omega_0 / (ed_x)$ . Интенсивность поля  $I = |\mathbf{E}|^2$  в массиве нанотрубок определяется как  $I = E_0^2 (\partial \Phi / \partial \tau)^2$ .

Полагалось, что в момент  $\tau = 0$  в массиве нанотрубок распределение поля соответствует профилю предельно короткого импульса, имеющего форму бризера [21]:

$$\Psi = 4 \operatorname{Arctg} \left[ \left( \frac{1}{\Omega^2} - 1 \right)^{1/2} \frac{\sin(\chi)}{\operatorname{ch}(\mu)} \right] \exp \left[ - \left( \frac{\nu - \nu_0}{\lambda} \right)^2 \right], \quad (3)$$

где  $\chi = \Omega \cdot \frac{\tau - (\zeta - \zeta_0) u / v}{\sqrt{1 - (u/v)^2}}$ ,  $\mu = [\tau u / v - (\zeta - \zeta_0)] \cdot \sqrt{\frac{1 - \Omega^2}{1 - (u/v)^2}}$ ,  $\omega_B$  и  $u$  – собственная

частота колебаний и скорость импульса,  $\Omega = \omega_B / \omega_0$ ,  $v = c / \sqrt{\varepsilon_0}$  – скорость света в среде;  $\nu_0$  и  $\zeta_0$  – безразмерные координаты импульса вдоль осей  $Oy$  и  $Oz$  в момент  $\tau = 0$ ;  $\lambda$  – безразмерная полуширина импульса вдоль оси  $O\nu$ .

Уравнение (2) с начальным условием (3) решено численно с использованием разностной схемы, описанной в [22, 23]. Исследование распространения электромагнитного импульса в массиве углеродных нанотрубок проведено нами при следующих значениях параметров:  $m = 7$ ,  $\gamma_0 = 2.7$  эВ,  $b = 1.42 \cdot 10^{-8}$  см,  $d_x \approx 2.13 \cdot 10^{-8}$  см,  $n_0 = 2 \cdot 10^{18}$  см<sup>-3</sup> [16],  $T = 77$  К.

На рис. 1 и рис. 2 представлено сравнение сценариев распространения электромагнитного импульса в однородном массиве углеродных нанотрубок и в образце, содержащем область с неоднородностью относительной диэлектрической проницаемостью. Для определенности взяты следующие начальные значения параметров импульса:  $u/v = 0.95$ ,  $\Omega = 0.5$ ,  $\lambda = 2$ ,  $\nu_0 = 0$ ,  $\zeta_0 = -7$ .

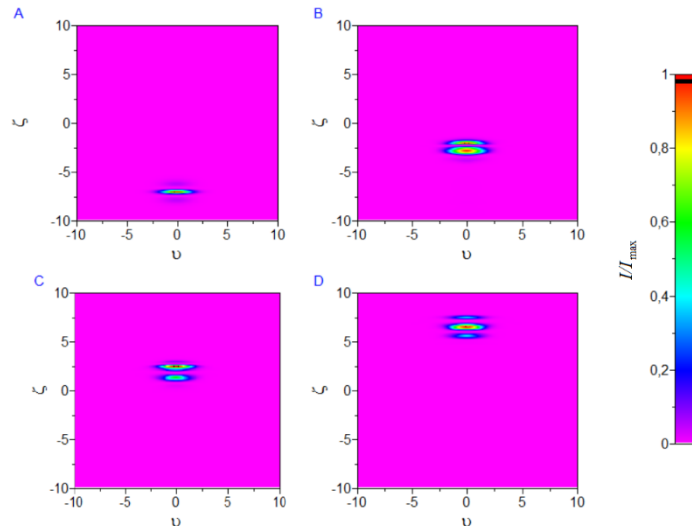


Рис. 1. Распространение лазерного импульса в однородном массиве нанотрубок: А –  $\tau = 0$ , В –  $\tau = 5$ , С –  $\tau = 10$ , D –  $\tau = 15$ .

На рис. 1 показано распределение интенсивности поля в однородном массиве нанотрубок во время распространения импульсов. Интенсивность представлена отношением  $I/I_{\max}$ , различным значениям которого сопоставлены различные цвета ( $I_{\max}$  – максимальное значение интенсивности в конкретный момент  $\tau$ ). Красные области соответствуют максимальной интенсивности, фиолетовые – минимальной. По горизонтали и по вертикали отложены безразмерные координаты  $\nu$  и  $\zeta$ . До и после столкновения импульсы распространяются устойчиво, не подвергаясь существенному расплыванию.

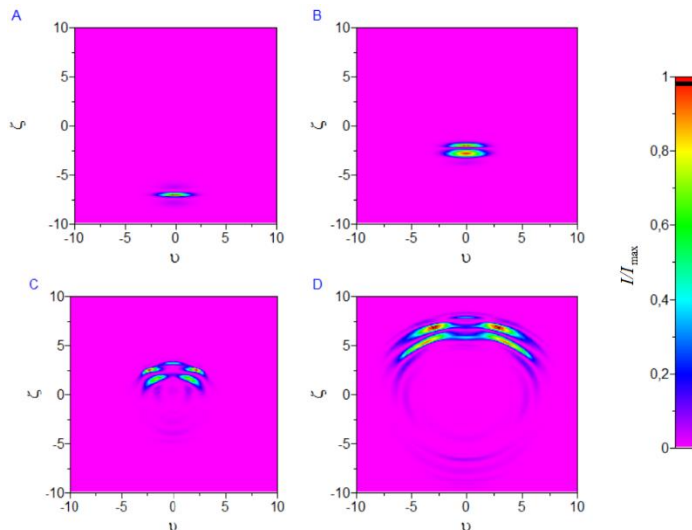


Рис. 2. Взаимодействие лазерного импульса с областью, в которой диэлектрическая проницаемость понижена в 2 раза: А –  $\tau = 0$ , В –  $\tau = 5$ , С –  $\tau = 10$ , D –  $\tau = 15$ .

На рис. 2 показано распространение электромагнитного импульса в массиве нанотрубок, содержащем область пониженной относительной диэлектрической проницаемости, расположенной на пути движения импульса. Как показало численное моделирование, в результате взаимодействия импульса с областью неоднородности происходит существенное изменение его формы. Из рисунка видно, что импульс разделяется на две части, каждая из которых продолжает самостоятельное движение в

том же направлении, что и до взаимодействия с неоднородностью. Таким образом, распространение импульса в присутствии неоднородности диэлектрической проницаемости сопровождается таким изменением формы импульса, при котором происходит перемещение электромагнитного поля в области с большей диэлектрической проницаемостью.

## ЛИТЕРАТУРА

1. И. Харрис “Углеродные нанотрубы и родственные структуры. Новые материалы XXI века” М.: Техносфера, 2003.
2. С.А. Максименко, Г.Я. Слепян // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 3. С. 261.
3. S.A. Maksimenko and G.A. Slepuyan “Handbook of nanotechnology. Nanometer structure: theory, modeling, and simulation” Bellingham: SPIE Press, 2004.
4. С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин “Оптика фемтосекундных лазерных импульсов” М.: Наука, 1988.
5. М.В. Belonenko, E.V. Demushkina, and N.G. Lebedev // Journal of Russian Laser Research. 2006. V. 27. No 5. P. 457.
6. М.В. Белоненко, Е.В. Демушкина, Н.Г. Лебедев // ФТТ. 2008. Т. 50. № 2. С. 368.
7. М.В. Белоненко, Е.В. Демушкина, Н.Г. Лебедев // ЖТФ. 2008. Т. 78. № 7. С. 1.
8. М.В. Белоненко, Е.В. Демушкина, Н.Г. Лебедев // Химическая физика. 2008. Т. 27 № 7. С. 97.
9. М.В. Belonenko, N.G. Lebedev, E.N. Nelidina // Physics of Wave Phenomena. 2011. V. 19. No 1. P. 39 (2011).
10. М.В. Белоненко, С.Ю. Глазов, Н.Г. Лебедев, Н.Е. Мещерякова // ФТТ. 2009. Т. 51. № 8. С. 1657.
11. И.Л. Боголюбский, В.Г. Маханьков // Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 25. № 2. С. 120.
12. М.В. Белоненко, Н.Г. Лебедев, А.С. Попов // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 91. № 9. С. 506.
13. М.В. Белоненко, Н.Г. Лебедев, А.С. Попов // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. № 3. С. 51.
14. E.G. Fedorov et al. // Eur. Phys. J. D. 2012. V. 66. No 8. P. 219.
15. М.В. Белоненко, Э.Г. Федоров // ФТТ. 2013. Т. 55. № 6. С. 1238.
16. М.В. Белоненко, С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова // ФТП. 2010. Т. 44. № 9. С. 1248.
17. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц “Электродинамика сплошных сред” М.: Наука, 1982.
18. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц “Теория поля” М.: Наука, 1973.
19. Э.М. Эпштейн // ФТТ. 1977. Т. 19. № 11. С. 3456.
20. Э.М. Эпштейн // ФТП. 1980. Т. 14. № 12. С. 2422.
21. Yu.S. Kivshar and V.A. Malomed // Rev. Mod. Phys. V. 61. No 4. P. 763.
22. Н.Н. Калиткин “Численные методы” М.: Наука, 1978.
23. С. Кунин “Вычислительная физика” М.: Мир, 1992.

## **Комбинированный итеративный эквалайзер в многолучевом радиоканале**

Д.Р. Валиуллин, П.Н. Захаров, А.Ф. Королев  
Физический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова  
[vdr91@mail.ru](mailto:vdr91@mail.ru)

В каналах с аддитивным белым гауссовым шумом современные системы связи могут обеспечивать энергетическую эффективность в пределах 1 дБ от границы Шеннона. В то же время в многолучевом радиоканале, характерном для городской среды, энергетический проигрыш может достигать 10-20 децибел по сравнению с границей Шеннона.

Для многолучевого радиоканала характерна межсимвольная интерференция. Оптимальным приёмником сигнала для такого канала с памятью является эквалайзер максимально правдоподобного последовательного оценивания (МППО), принцип действия которого основан на алгоритме Витерби. Однако вычислительная сложность данного алгоритма возрастает экспоненциально с ростом глубины памяти, что делает зачастую невозможным его практическое применение.

Одной из других возможных альтернатив приема в многолучевом канале является обратная связь по декодированным решениям, когда выход эквалайзера – полученное решение – используется для нахождения последующих решений. Обладая удовлетворительной с практической точки зрения вычислительной сложностью, данный приёмник по энергетической эффективности существенно уступает оптимальному.

В данной работе предлагается реализация, объединяющая эквалайзер МППО и нелинейный эквалайзер, позволяющая получить малую вычислительную трудоемкость при высокой энергетической эффективности.

Профиль задержек многолучевого канала – импульсная характеристика канала – в большинстве случаев представляет из себя кривую с небольшим количеством ярко выраженных пиков, обусловленных траекториями наилучшего распространения радиоволн, и длительным рассеянным фоном. В предположении, что основное количество энергии, получаемой приемником, сосредоточено в данных пиках, можно настроить приемник максимально правдоподобного последовательного оценивания таким образом, чтобы в своей работе он учитывал лишь символьные интервалы, обладающие наибольшей энергией. Такой подход позволит сократить глубину памяти, которая вносит основной вклад в трудоемкость алгоритма максимально правдоподобного последовательного оценивания. Символьные интервалы с меньшей энергией обрабатываются при помощи обратной связи по декодированным решениям.

Для сокращения глубины памяти принимаемые символьные интервалы разбиваются на группы, что позволяет обрабатывать их при помощи алгоритма Витерби с невысокой вычислительной трудоемкостью. Каждой группе символьных интервалов соответствует отдельный декодер Витерби, использующий отдельную решетку для подсчета метрики. Однако, разбиение на группы таково, что решение по одному и тому же биту влияет на подсчет метрики в решетках всех декодеров. Чтобы обеспечить обмен “мягкой” информацией между различными декодерами, используется алгоритм Витерби с “мягким” выходом [1], [2].

Принцип обмена информацией позаимствован у турбо-кодов, предложенных в [3]. Согласно [3], энергетический выигрыш может быть получен при использовании итеративного повторения принятия решений на независимых декодерах, каждый из которых получает “мягкую” информацию, которая происходит не из данного декодера,

а из других. В [4] произведён анализ различных способов обмена информацией между декодерами. На рис.1 изображена наиболее предпочтительная схема, выбранная в данной работе. Для исключения избыточности информации, прежде чем передать информацию с одного декодера на другие, происходит вычитание метрики, поступившей на данный декодер извне, как это описано в [5]. Между итерациями символьные интервалы с меньшей энергией обрабатываются при помощи обратной связи по декодированным решениям, полученным на последней итерации.

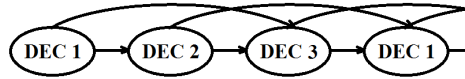


Рис. 1. Схема обмена информацией между декодерами Витерби с “мягким” выходом

С целью изучения энергетической эффективности передачи в многолучевом канале построена математическая модель такой системы. Проведены исследования энергетической эффективности системы в многолучевом радиоканале при помощи численного моделирования в системе Matlab.

В результате моделирования для трёх каналов  $\{0.25, 1, 0.4, 1, 0.4, 0.4, 1, 0.4, 0.4, 0.4, 1\}$ ,  $\{0.4, 1, 0.4, 1, 0.4, 0.4, 1, 0.4, 0.4, 0.4, 1\}$ ,  $\{0.4, 1, 0.4, 1, 0.25, 0.4, 1, 0.25, 0.4, 0.4, 1\}$  получено, что разработанная реализация имеет проигрыш в энергетической эффективности порядка 2дБ относительно эквалайзера максимально правдоподобного последовательного оценивания, однако имеет перед ним преимущество в вычислительной сложности алгоритма, так как полученная реализация имеет асимптотику, растущую как экспонента от числа выбранных символьных интервалов, переносящих максимум энергии, в то время как вычислительная сложность эквалайзера максимально правдоподобного последовательного оценивания растёт как экспонента всех символьных интервалов в рамках глубины памяти.

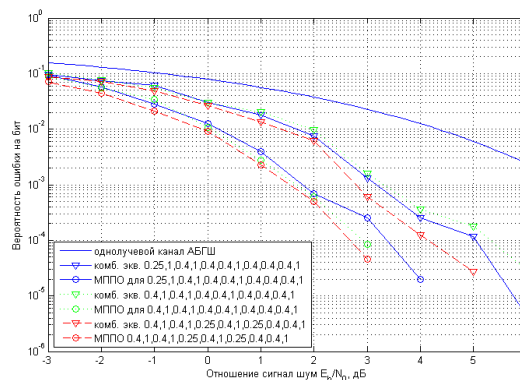


Рис. 2. Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения  $E_b/N_0$  а) в однолучевом канале с аддитивным белым шумом; б) в многолучевом канале с разработанным комбинированным эквалайзером в) в многолучевом канале с эквалайзером максимально правдоподобного последовательного оценивания

## ЛИТЕРАТУРА

1. L. Lin, R.S. Cheng // Proc. ICC, June 1997, vol.3, pp.1473-1478.
2. M.P.C. Fossorier et al. // IEEE Comm. Let., May 1998, vol. 2, no.5, pp.137-139
3. C. Berrou et al. //Proc. ICC, May 1993, vol.2, pp.1064-70
4. J. Han, O.Y. Takeshita // Proc. IEEE ISIT, June 2001, p. 98.
5. Giulio Colavolpe et al. // IEEE Trans. on Comm., Dec 2001 vol. 49, no.12, pp. 2088-



## Звездные модели нанокластерных образований

В.В. Гридчина, П.В. Короленко, Ю.В. Рыжикова

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра  
оптики, спектроскопии и физики наносистем  
[ryzhikovaju@physics.msu.ru](mailto:ryzhikovaju@physics.msu.ru)

В настоящее время фрактальный анализ разнообразных структур, в том числе квазикристаллического типа, успешно используется для описания их оптико-физических характеристик, в частности, для оценки степени шероховатости поверхности, определения размеров кластеров, агломератов, образующихся в коллоидных растворах, а также для классификации объектов биологического происхождения [1-3]. Разработка диагностических методов исследования различных систем нанобъектов на основе применения моделей формирования фрактальных структур является перспективным направлением развития наукоемких технологий [4-5]. Часто агломераты, сформированные наночастицами различных типов имеют дендритный вид [6-7]. Рис. 1, а, б иллюстрируют процесс роста и форму такого рода агломератов [8]. Для описания их структуры и оптических свойств обычно привлекаются стохастические фрактальные модели [9-11]. Однако в некоторых случаях, когда требуется найти общие закономерности, связывающие характеристики дифрагирующих на агломератах волн с фрактальными свойствами самих просвечиваемых нанобъектов, становится целесообразным использовать детерминированные модели “звездного” типа [10-11]. В теории детерминированного хаоса такие модели используются для описания специфического движения заряженных частиц, наблюдаемого при определенных условиях в электромагнитных полях (см. рис. 1, в) [12].

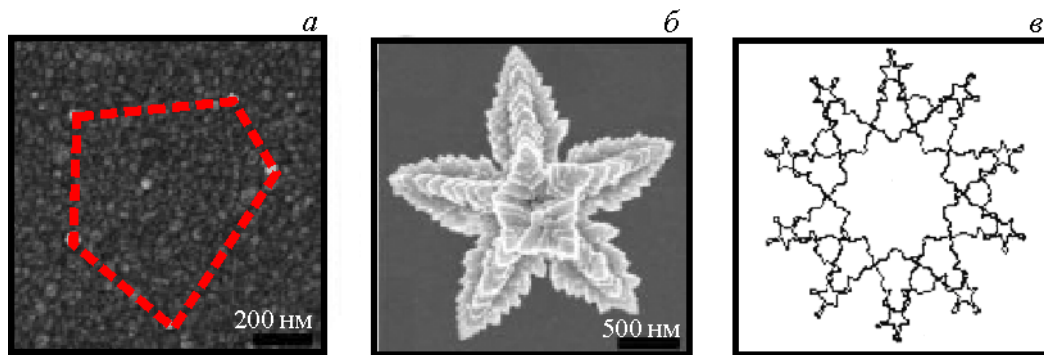


Рис. 1. Фрактальные структуры со “звездной” геометрией. Динамика роста звездной структуры на основе золотых наночастиц за 1 мин (а) и за 30 мин (б) [8]. Фазовый портрет движения частицы [12]. Красный пунктир – область формирования структуры б.

В данной работе рассматривается возможность идентификации систем нанокластерных образований на основе ранее предложенного паттерного подхода [13] к оценке скейлинговых параметров структур разной геометрии и их картин дифракции. Анализ проводится с использованием представлений о структурах, обладающих так называемой звездной геометрией. Такие структуры характеризуются неоднозначным соотношением между размерами образующих их самоподобных элементов и могут быть отнесены к третьей группе конструктивных фракталов [10]. Их построение осуществлялось с помощью известного итерационного алгоритма [11], позволяющего задавать фрактальный объект в виде замкнутых ломаных линий, последовательные отрезки которых пересекаются под одним и тем же углом  $\alpha$ . Рекуррентные

соотношения, согласно которым определялась длина  $J+2$ -го отрезка при известной  $J+1$  длине отрезка, имеют вид:

$$\begin{cases} x_{J+2} = x_{J+1} + \sin \alpha \cdot l_1 \cdot Z(R^n) \\ y_{J+2} = y_{J+1} - \cos \alpha \cdot l_1 \cdot Z(R^n) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $l_1$  – заданная длина отрезка,  $Z(R^n)$  – функция выбора длины звена ломаной линии,  $R$  – параметр изменения длин (показатель уменьшения),  $n=0,1,2,\dots,N$ ,  $N$  – общее число шагов алгоритма построения,  $x, y$  – пространственные координаты. Изменяя параметры  $\alpha, R, n$  и  $l_1$  в (1), можно варьировать форму фрактальных образований в широких пределах (см. рис. 2).

На рис.2 представлены структуры звездных фракталов при  $N=5$ , сформированных согласно (1) с учетом бинарной функцией пропуска  $F$ :

$$F(x, y) = \begin{cases} 1, & x, y \in C \\ 0 & x, y \notin C \end{cases}, \quad (2)$$

где  $C$  – заданная контурная граница объекта.

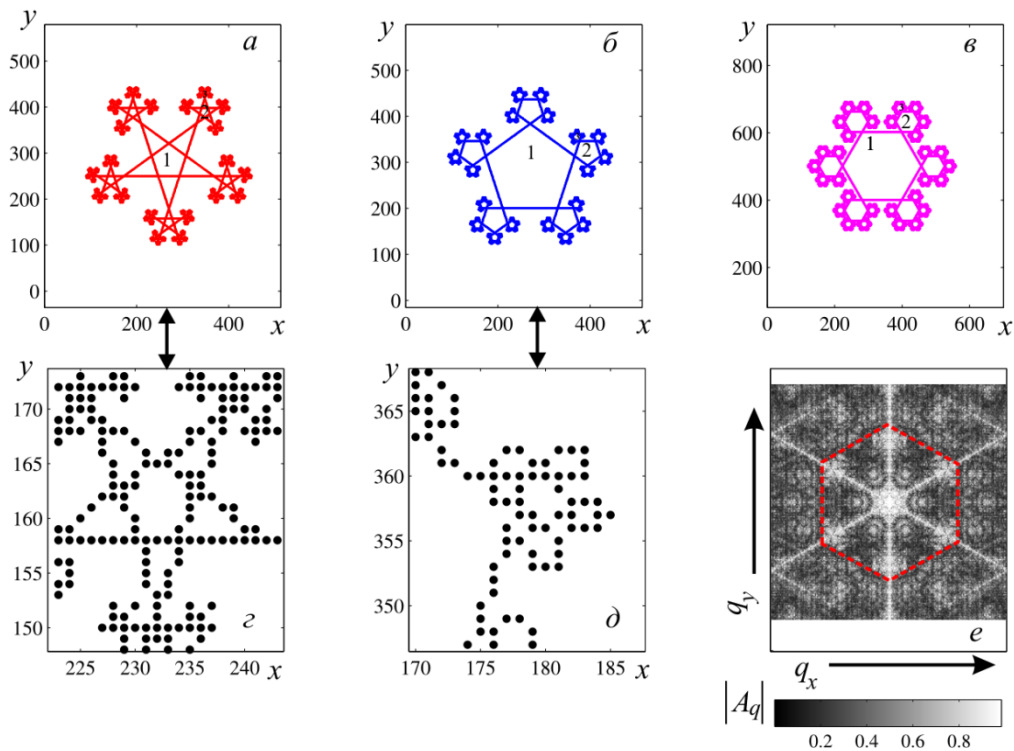


Рис. 2. Структуры звездных фракталов (а-в) и их фрагменты, составленные из рассеивающих центров (г-д). Пространственный фурье-спектр звездного фрактала с геометрией шестиугольника (е).  $q_x, q_y$  – пространственные частоты. Красный пунктир – паттерн в поле дифракции. Цифрами обозначены наиболее крупные самоподобные образования в структурах (а-в).

С использованием формул (1)–(2) были сформированы структурные матрицы анализируемых объектов  $S_n = \{0,1\}$ , для которых значение 1 соответствует положению точечных рассеивающих центров, а 0 – свободным вакансиям (см. рис. 2, г-д). Такое представление анализируемых систем позволяет определить пространственные фурье-

спектры распределений нанокластерных образований. При этом структура дифрагирующей волны характеризуется амплитудой  $A_q$ :

$$A_q = \sum_{m=1}^J S_m \exp\{\pm 2\pi i m \sin \alpha\} \omega_J^{(m-1)(q-1)}, \quad (3)$$

где  $\omega_J = \exp\{-2\pi i s / J\}$ ,  $q$  – нормированная пространственная частота,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $J$  – число элементов,  $s$  – масштабирующий множитель,  $\alpha$  – угол падения светового луча.

Коэффициенты скейлинга  $\zeta$  исследуемых структур и соответствующих им картин дифракции определялись соотношением размеров подобных фигур, соответствующих разным масштабам формирования задаваемых фракталов (см. рис. 2, а-в). Так для звездного фрактала с геометрией шестиугольника (рис. 2, в) коэффициенты скейлинга равны  $\zeta_1 = 3.4$  и  $\zeta_2 = 2.8$  (на объекте) и  $\zeta \approx 2$  (в фурье-образе).

Результаты численного моделирования показали, что пространственные фурье-спектры (картины дифракции излучения на исследуемых объектах) характеризуются фрактальным распределением дифракционных максимумов, причем топологические и скейлинговые свойства самоподобных элементов картин дифракции находятся в определенном соответствии с фрагментами начального геометрического распределения рассеивающих центров. Это дает возможность распространить способ определения фрактальных характеристик нанобъектов на основе регистрации особенностей паттерных образований в полях дифракции. В свою очередь знание фрактальных характеристик агломератов наночастиц позволяет корректно описать электрофизический механизм их взаимодействия [14].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ офи\_м (грант № 14-22-01086).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E. Macia // Rep. Prog. Phys. 2012. V. 75. P.036502.
2. P.V. Korolenko, A.Y. Mishin, Yu.V. Ryzhikova // Optik - International Journal for Light and Electron Optics. 2013. V. 124(19). P. 3946.
3. I-L. Ho and Y-C. Chang // J. Opt. 2015. V. 17. P. 045601.
4. В.И. Крауз и др. // УФН. 2010. Т.180. №10. С. 1055.
5. В.В. Иванов // Современные наукоемкие технологии. 2013. №11. С. 61.
6. Д.В. Александров, П.К. Галенко // УФН. 2014. Т. 184. №8. С. 833.
7. V.V. Dick et. al. // J. of Physics: Conference Series. 2010. V. 248. P. 012025.
8. Z. Wang et. al. // ACS Nano. 2013. V. 7. No 3. P. 2258.
9. Р.М. Кроновер “Фракталы и хаос в динамических системах” М.: «Техносфера», 2006.
10. М.В. Ковальчук, П.В. Короленко, Ю.В. Рыжикова // Ученые записки физического факультета МГУ. 2015. №1. С. 151401.
11. А.Д. Морозов “Введение в теорию фракталов” Москва-Ижевск: «Институт компьютерных исследований», 2002.
12. Г.М. Заславский и др. // УФН. 1988. Т.156(2). С. 193.
13. P.V. Korolenko, S.B. Ryzhikov, Yu.V. Ryzhikova // Phys. Wave Phenom. 2013. V. 21(4). P. 256.
14. G.A. Chiganova // Journal of Siberian Federal University. Engineering & Technologies. 2008. V. 1(2). P. 155.

## Моделирование дифракции световых пучков на ультразвуке при произвольных направлениях распространения волн

Е.А. Дьяконов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
[ead1989@gmail.com](mailto:ead1989@gmail.com)

Двумерное уравнение связанных мод позволяет описывать процесс акустооптического взаимодействия при произвольных направлениях распространения световых волн относительно ультразвукового столба [1]. Такая задача возникает, в частности, при исследовании дифракции света на ультразвуке в средах, обладающих сильной анизотропией упругих свойств. Практически наиболее интересен режим дифракции Брэгга, в котором существуют лишь два дифракционных порядка.

Точное решение двумерного уравнения связанных мод может быть получено лишь при выполнении ряда дополнительных условий, налагаемых на углы дифракции, значения коэффициента связи, форму неоднородности ультразвукового поля и т.п. [1,2]. Точные решения не выражаются через элементарные функции [1,2], что требует значительных затрат машинного времени ЭВМ для их вычисления. В связи с этим, возникает необходимость в удобном численном методе приближенного решения двумерного уравнения связанных мод, не обладающем указанными недостатками.

Двумерная задача дифракции света на ультразвуке в +1-й порядок имеет вид [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_0}{\partial x} \cos \theta_0 + \frac{\partial C_0}{\partial z} \sin \theta_0 &= -\frac{q}{2} \exp[i(\eta_x x + \eta_z z)] C_1, \\ \frac{\partial C_1}{\partial x} \cos \theta_1 + \frac{\partial C_1}{\partial z} \sin \theta_1 &= \frac{q}{2} \exp[-i(\eta_x x + \eta_z z)] C_0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$C_0(0, z) = a(z); \quad C_1(0, z) = 0 \text{ при } \theta_1 < 90^\circ; \quad C_1(l, z) = 0 \text{ при } \theta_1 > 90^\circ, \quad (2)$$

где  $C_{0,1}$  - комплексные амплитуды электромагнитных волн 0-го и +1-го порядков дифракции,  $\theta_{0,1}$  - углы между лучевыми векторами электромагнитных волн и координатной осью  $x$  при выполнении условия брэгговского синхронизма [1],  $q$  - коэффициент акустооптической связи,  $\eta_{x,z}$  - компоненты вектора расстройки,  $l$  - ширина ультразвукового столба (см. рис. 1). Функция  $a(z)$  задает пространственную структуру сечения падающего светового пучка.

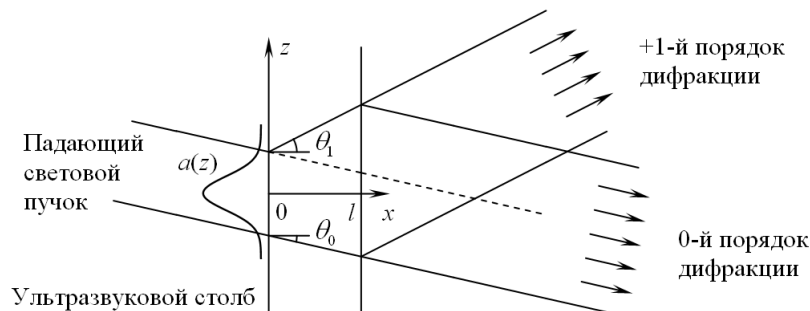


Рис. 1. Конфигурация взаимодействующих волновых пучков в случае  $\theta_0 < 0$  и  $0 < \theta_1 < 90^\circ$ .

Предлагаемый метод численного решения двумерного уравнения связанных мод основан на преобразовании дифференциальных уравнений связанных мод в интегральные и их последующего решения известным методом последовательных приближений. Разработанный метод удобен для программной реализации на ЭВМ, при

этом он не содержит каких-либо ограничений на углы падения и дифракции света, коэффициент акустооптической связи и компоненты вектора расстройки.

Основная идея разработанного метода заключается в том, что одновременное решение уравнений (1) в нем заменяется многократным поочередным решением каждого из них по отдельности. Рассмотрим процесс получения очередного приближенного решения. Пусть известно приближенное решение для  $m$ -го приближения  $C_0^{(m)}$ , где  $m$  - четное число. Тогда, учитывая условия (2), можно поставить следующую задачу для второго дифференциального уравнения (1):

$$\frac{\partial C_1^{(m+1)}}{\partial x} \cos \theta_1 + \frac{\partial C_1^{(m+1)}}{\partial z} \sin \theta_1 = \frac{q}{2} \exp[-i(\eta_x x + \eta_z z)] C_0^{(m)}, \quad (3)$$

$$C_1^{(m+1)}(0, z) = 0 \text{ при } \theta_1 < 90^\circ; C_1^{(m+1)}(l, z) = 0 \text{ при } \theta_1 > 90^\circ. \quad (4)$$

Для ее решения введем замену переменных:  $x = x' \cos \theta_1 - z' \sin \theta_1$ ;  $z = x' \sin \theta_1 + z' \cos \theta_1$ , причем  $C_{0,1}^{(m)}(x, z) = C_{0,1}'^{(m)}(x', z')$ . В новых переменных задача (3), (4) принимает вид:

$$\frac{\partial C_1'^{(m+1)}}{\partial x'} = \frac{q}{2} \exp[-i(\eta_x \cos \theta_1 + \eta_z \sin \theta_1)x' - i(-\eta_x \sin \theta_1 + \eta_z \cos \theta_1)z'] C_0'^{(m)}, \quad (5)$$

$$C_1'^{(m+1)}(z' \operatorname{tg} \theta_1, z') = 0 \text{ при } \theta_1 < 90^\circ; C_1'^{(m+1)}(z' \operatorname{tg} \theta_1 + l / \cos \theta_1, z') = 0 \text{ при } \theta_1 > 90^\circ \quad (6)$$

Видно, что задача для дифференциального уравнения в частных производных оказалась преобразована в задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения, в которое переменная  $z'$  входит как параметр. Решение этой задачи получается путем интегрирования обеих частей равенства (5) по  $x'$  при неизменном  $z'$  с учетом (6):

$$C_1'^{(m+1)}(x', z') = \frac{q}{2} \exp[-i(-\eta_x \sin \theta_1 + \eta_z \cos \theta_1)z'] \times \\ \times \int_{h'_n}^{x'} \exp[-i(\eta_x \cos \theta_1 + \eta_z \sin \theta_1)\zeta] C_0'^{(m)}(\zeta, z') d\zeta, \quad (7)$$

где  $h'_n = z' \operatorname{tg} \theta_1$  при  $\theta_1 < 90^\circ$  и  $h'_n = z' \operatorname{tg} \theta_1 + l / \cos \theta_1$  при  $\theta_1 > 90^\circ$ . Возвращаясь в выражении (7) к прежним переменным  $x, z$ , получаем:

$$C_1^{(m+1)}(x, z) = \frac{q}{2} \exp[-i(-\eta_x \sin \theta_1 + \eta_z \cos \theta_1)(-x \sin \theta_1 + z \cos \theta_1)] \int_{h_n}^{h_b} \exp[-i(\eta_x \cos \theta_1 + \eta_z \sin \theta_1)\zeta] \times \\ \times C_0^{(m)}(\zeta \cos \theta_1 - (-x \sin \theta_1 + z \cos \theta_1) \sin \theta_1, \zeta \sin \theta_1 + (-x \sin \theta_1 + z \cos \theta_1) \cos \theta_1) d\zeta \quad (8)$$

где  $h_n = (z - x \operatorname{tg} \theta_1) \sin \theta_1$  при  $\theta_1 < 90^\circ$  и  $h_n = (z - x \operatorname{tg} \theta_1) \sin \theta_1 + l / \cos \theta_1$  при  $\theta_1 > 90^\circ$ , а  $h_b = x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1$ .

Формула (8) позволяет вычислить функцию  $(m+1)$ -го приближения  $C_1^{(m+1)}$ . Считая ее известной, рассмотрим следующую задачу для первого из уравнений (1):

$$\frac{\partial C_0^{(m+2)}}{\partial x} \cos \theta_0 + \frac{\partial C_0^{(m+2)}}{\partial z} \sin \theta_0 = -\frac{q}{2} \exp[i(\eta_x x + \eta_z z)] C_1^{(m+1)} \quad (9)$$

$$C_0^{(m+2)}(0, z) = a(z) \quad (10)$$

Аналогично предыдущему случаю, введем новые переменные по формулам  $x = x'' \cos \theta_0 - z'' \sin \theta_0$ ;  $z = x'' \sin \theta_0 + z'' \cos \theta_0$ ,  $C_{0,1}^{(m)}(x, z) = C_{0,1}^{(m)}(x'', z'')$ , в которых задача (9), (10) преобразуется к следующей задаче Коши:

$$\frac{\partial C_0^{(m+2)}}{\partial x''} = -\frac{q}{2} \exp[i(\eta_x \cos \theta_0 + \eta_z \sin \theta_0)x'' + i(-\eta_x \sin \theta_0 + \eta_z \cos \theta_0)z''] C_1^{(m+1)} \quad (11)$$

$$C_1^{(m+1)}(z'' \operatorname{tg} \theta_0, z'') = a(z'' / \cos \theta_0) \quad (12)$$

Решение этой задачи имеет вид:

$$\begin{aligned} C_0^{(m+2)}(x'', z'') &= a(z'' / \cos \theta_0) - \frac{q}{2} \exp[i(-\eta_x \sin \theta_0 + \eta_z \cos \theta_0)z''] \times \\ &\times \int_{z'' \operatorname{tg} \theta_0}^{x''} \exp[i(\eta_x \cos \theta_0 + \eta_z \sin \theta_0)\zeta] C_1^{(m+1)}(\zeta, z'') d\zeta \end{aligned} \quad (13)$$

откуда при переходе к переменным  $x, z$  получается:

$$\begin{aligned} C_0^{(m+2)}(x, z) &= a(z - x \operatorname{tg} \theta_0) - \frac{q}{2} \exp[i(\eta_x \sin \theta_0 + \eta_z \cos \theta_0)(-x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0)] \times \\ &\times \int_{(z-x \operatorname{tg} \theta_0) \sin \theta_0}^{x \cos \theta_0 + z \sin \theta_0} \exp[i(\eta_x \cos \theta_0 + \eta_z \sin \theta_0)\zeta] \times \\ &\times C_1^{(m+1)}(\zeta \cos \theta_0 - (-x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0) \sin \theta_0, \zeta \sin \theta_0 + (-x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0) \cos \theta_0) d\zeta. \end{aligned} \quad (14)$$

Выражение (14) позволяет найти функцию  $(m+2)$ -го приближения  $C_0^{(m+2)}$ . Повторяя описанную последовательность действий, можно найти функции следующего приближения  $C_1^{(m+3)}$  и  $C_0^{(m+4)}$ , и т.д. Полученная последовательность функций будет сходящейся к точному решению задачи (1), (2), потому что интегральные уравнения (7) и (13) являются уравнениями с переменным верхним пределом (типа Вольтерра).

Таким образом, приближенное решение двумерного уравнения связанных мод сводится к поочередному нахождению по формулам (8) и (14) функций  $C_0^{(m)}$  и  $C_1^{(m)}$ . Число приближений определяется требуемой точностью результата. Функцией начального приближения является амплитуда световой волны, распространяющейся через область взаимодействия в отсутствие ультразвука, то есть  $C_0^{(0)} = a(z - x \operatorname{tg} \theta_0)$ .

Физический смысл метода последовательных приближений заключается в том, что каждое следующее приближение соответствует учету очередного акта фотон-фононного рассеяния. Приближенные решения  $C_0^{(m)}$  и  $C_1^{(m)}$  учитывают вклад в процесс взаимодействия тех фотонов, которые испытали  $m$  актов рассеяния на фонах. В эти решения входят члены, содержащие  $m$ -ю степень коэффициента связи  $q^m$ . В частности, выражение для  $C_1^{(1)}$  учитывает лишь однократные переходы и пропорционально коэффициенту связи  $q$ , что соответствует случаю малой эффективности дифракции [1].

Разработанный метод может быть использован также и для решения двумерного уравнения связанных мод в пространственно неоднородном ультразвуковом поле [1,2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_0}{\partial x} \cos \theta_0 + \frac{\partial C_0}{\partial z} \sin \theta_0 &= -\frac{q(x, z)}{2} \exp[i(\eta_x x + \eta_z z)] \exp(i\Phi(x, z)) C_1, \\ \frac{\partial C_1}{\partial x} \cos \theta_1 + \frac{\partial C_1}{\partial z} \sin \theta_1 &= \frac{q(x, z)}{2} \exp[-i(\eta_x x + \eta_z z)] \exp(-i\Phi(x, z)) C_0. \end{aligned} \quad (15)$$

Интегральные уравнения, аналогичные (7) и (13), при этом имеют вид:

$$C_1^{(m+1)}(x', z') = \exp[-i(-\eta_x \sin \theta_1 + \eta_z \cos \theta_1)z'] \times \\ \times \int_{h'_n}^{x'} \frac{q(\zeta, z')}{2} \exp[-i(\eta_x \cos \theta_1 + \eta_z \sin \theta_1)\zeta] \exp[-i\Phi(\zeta, z')] C_0^{(m)}(\zeta, z') d\zeta, \quad (16)$$

$$C_0^{(m+2)}(x'', z'') = a(z''/\cos \theta_0) - \exp[i(-\eta_x \sin \theta_0 + \eta_z \cos \theta_0)z''] \times \\ \times \int_{z'' \operatorname{tg} \theta_0}^{x''} \frac{q(\zeta, z'')}{2} \exp[i(\eta_x \cos \theta_0 + \eta_z \sin \theta_0)\zeta] \exp[i\Phi(\zeta, z'')] C_1^{(m+1)}(\zeta, z'') d\zeta. \quad (17)$$

Начальное приближение в данном случае также имеет вид  $C_0^{(0)} = a(z - x \operatorname{tg} \theta_0)$ .

Разработанный метод решения дифракционной задачи был реализован в программе для ЭВМ. Значения амплитуд  $C_{0,1}$  вычислялись на косоугольной сетке, оси которой параллельны лучевым векторам световых волн. Устойчивость решения слабо зависела от числа выбранных узлов сетки. Скорость сходимости решений оказалась существенно зависимой от величины коэффициента связи и соотношения углов падения и дифракции света. Тем не менее, при любых комбинациях этих параметров программа позволяла получать решения с любой требуемой точностью. Сочетание точности и быстродействия при минимальных требованиях к ресурсам ЭВМ является важным достоинством разработанной модели дифракции света на ультразвуке по сравнению со стандартными программами моделирования электромагнитных полей.

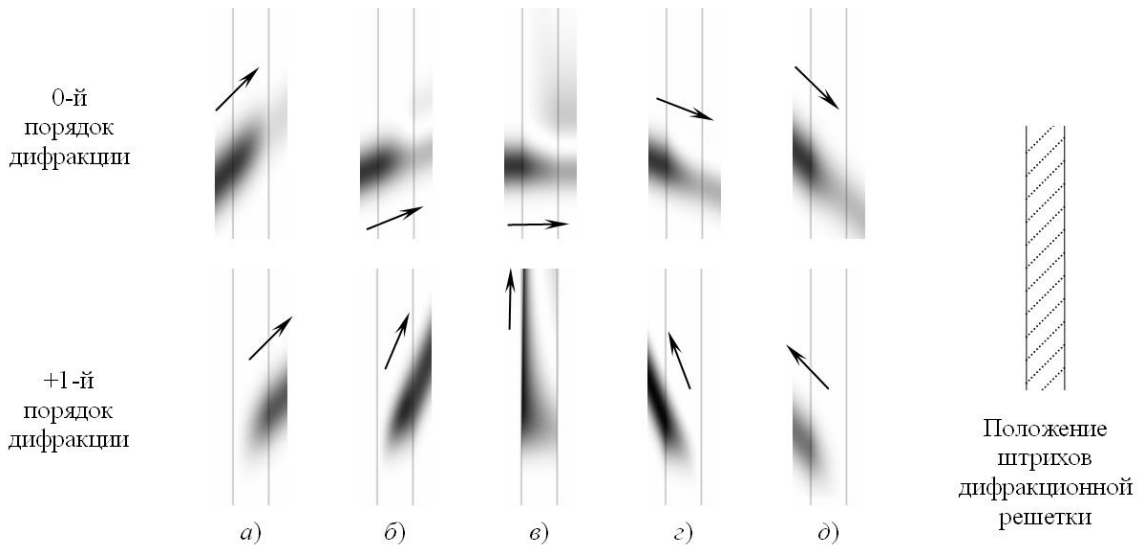


Рис. 2. Пространственная зависимость интенсивности света в области взаимодействия.

На рисунке 2 показаны примеры расчета пространственной структуры электромагнитного поля при дифракции гауссова светового пучка на ультразвуковом столбе с углом наклона фазовой решетки (углом сноса), равным  $45^\circ$ . Вертикальными линиями показаны границы ультразвукового столба, а стрелками - лучевые векторы света. Вычисление проводилось для различных величин периода решетки, а значит и угла Брэгга, во всем возможном диапазоне углов падения и дифракции света. Коэффициент связи  $q$  на всех графиках одинаков и соответствует условию  $ql = 1,6$ . При малых углах Брэгга (рис. 2а) наблюдается поперечный режим дифракции, переходящий при увеличении угла Брэгга в полуколлинеарный режим [1] (рис. 2в), а далее - к обратному коллинеарному рассеянию (рис. 2д). Хорошо видно изменение структуры световых пучков в процессе акустооптического взаимодействия, возникающее

вследствие перераспределения энергии электромагнитного поля в пространстве [1]. Данный эффект может быть описан только при помощи двумерного уравнения связанных мод. При углах дифракции  $\theta_1 > 90^\circ$  это уравнение не имеет точного решения, то есть структура поля может быть рассчитана лишь на основе численной модели.

Следует отметить, что разработанная модель позволяет описывать дифракцию электромагнитного излучения не только на ультразвуке, но и на других видах объемных фазовых решеток, таких как голографические или фоторефракционные.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Е.А. Дьяконов, В.Б. Волошинов // Радиотехн. и электрон. 2014. Т.59. № 5. С.498.
2. Е.А. Дьяконов // Сб. трудов школы-семинара "Волны-2014". Секция 6. С.6.



## **Интенсивность и поляризация радиотеплового излучения ячеистых дождевых полей в диапазоне миллиметровых волн**

Я.А. Илюшин<sup>1,2</sup>, Б.Г. Кутуза<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

<sup>2</sup>Институт радиотехники и электроники имени В.А. Котельникова РАН

[ilyushin@phys.msu.ru](mailto:ilyushin@phys.msu.ru)

В работе обсуждаются вопросы формирования и регистрации пространственного и углового распределения теплового радиоизлучения дождевых осадков в микроволновом диапазоне. Проводится численное моделирование переноса теплового радиоизлучения в трехмерной дождевой ячейке при различной интенсивности осадков с учетом несферической формы падающих дождевых капель и распределения их по размерам. Выявлена роль трехмерной неоднородности полей дождевых осадков в формировании поля их собственного теплового радиоизлучения в микроволновом диапазоне.

Исследование осадков при помощи космических наблюдений - одна из важных проблем дистанционного зондирования. Впервые возможность определения интенсивности дождя по данным наблюдений микроволнового излучения была показана в 1968 г. по результатам эксперимента на ИСЗ Космос 243 [1]. Зоны выпадения осадков над морской поверхностью были зарегистрированы по характерным значениям радиоярких температур на длинах волн 0.8, 1.35 и 3.2 см. При этом, интенсивность выпадения осадков можно определить по интенсивности излучения.

Дальнейшее развитие техники наблюдения атмосферных осадков из космоса связано с американским ИСЗ DMSP с микроволновым радиометром SSM/I [2] с рабочим диапазоном длин волн от 0.35 до 1.6 см. Зоны осадков определялись как области с пониженной радиояркой температурой на длине волны 0.35 см в связи с увеличением альбедо при многократном рассеянии микроволн на крупных дождевых каплях. Также, в последние годы дистанционное зондирование атмосферных осадков проводилось на космических аппаратах GPM и TRMM.

В связи с этими и другими направлениями исследований, интенсивно изучается взаимодействие микроволнового излучения с осадками и облаками различных типов [3,4]. Многие из них состоят из частиц несферической формы, обладающих преимущественной ориентацией (падающие дождевые капли, снег и другие кристаллические частицы льда). В распространении излучения в таких средах существенную роль играют поляризационные эффекты. Сочетание эффектов рассеяния, пространственной неоднородности осадков в атмосфере и в некоторой степени также отражающих свойств поверхности приводит к необходимости рассмотрения полей микроволнового излучения в трехмерно-неоднородной среде с дихроизмом.

К настоящему времени опубликовано относительно небольшое число работ по численному решению векторного уравнения переноса излучения (ВУПИ) в трехмерно-неоднородных анизотропных рассеивающих средах [4]. Целью настоящей работы являются теоретические оценки интенсивности и поляризации теплового радиоизлучения дождевых осадков, при наблюдении их микроволновыми радиометрами из космоса.

Для достижения поставленных целей требуется решение ряда конкретных задач, в т.ч. оценка радиационных свойств среды (дождя), построение численной модели переноса излучения в трехмерной дождевой ячейке и практическая реализация расчетов по построенной модели. Последняя задача, вследствие вычислительной

трудоемкости расчета, на сегодняшний день является практически не решенной и составляет основную часть представленной здесь работы.

В работе проведены расчеты радиационных свойств дождевой атмосферы на длинах волн 3, 8, 15.4 и 22 мм в зависимости от интенсивности дождя. Представлены результаты расчетов первого и второго компонентов вектора Стокса яркостной температуры дождевой ячейки в диапазоне миллиметровых волн. Насколько известно авторам работы, подобные расчеты ранее не проводились и в настоящей работе проводятся впервые. Проведено компьютерное моделирование теплового излучения дождевой ячейки путем прямого численного решения ВУПИ. Показано, что поляризационные эффекты, описываемые вторым компонентом вектора Стокса, проявляются в ячейке дождя.

В настоящей работе исследуются и сравниваются между собой две модели дождевой атмосферы: изолированная ячейка и сплошной плоский слой среды, равномерно заполненной падающими дождевыми каплями. Следуя работе [4], нами была выбрана модель дождевой ячейки в виде куба  $3 \times 3 \times 3$  км. Выбранные размеры близки к типичным размерам реальных дождевых ячеек [5] и к характерным масштабам пространственной неоднородности стохастических моделей переноса излучения в дождевых осадках [6].

Для обеих моделей земная подстилающая поверхность считается горизонтальной плоской абсолютно черной ( $R=0$ ) либо серой  $R=0.25$  поверхностью, частично отражающей излучение по ламбертовскому закону с коэффициентом диффузного отражения  $R$ . В модели кубической дождевой ячейки подстилающая поверхность также считается черной либо серой в пределах площади основания кубической ячейки. Вне этой площади поверхность считается абсолютно черной. Собственное тепловое излучение поверхности незначительно поляризовано в вертикальной плоскости, что в миллиметровом диапазоне длин волн справедливо для большинства земных почв и грунтов и растительных покровов [7]. Температурная зависимость диэлектрической проницаемости воды игнорировалась, тем самым свойства среды считались постоянными во всем пространстве ячейки. Все расчеты электрических свойств дождевых капель проводились по формуле Дебая для температуры воды  $T=0^\circ\text{C}$ . Матрицы ослабления и рассеяния дождевых капель заданного размера вычислялись методом Т-матриц с помощью общедоступных компьютерных кодов [8] и затем усреднялись по размерам капель по распределению Маршалла-Пальмера. Поглощение жидкокапельными облаками и молекулами атмосферных газов учитывается в виде отдельного вклада в общее поглощение в среде. Векторное уравнение переноса излучения (ВУПИ) в трехмерной среде решалось конечно-разностным методом в дискретных ординатах (схема со встречными разностями, [9]) с гауссовой квадратурной формулой 29-го порядка точности G29 [10].

Результаты расчетов показывают, что вариации параметров Стокса уходящего теплового излучения по поверхности ячейки достигают величины единиц градусов Кельвина. Наиболее существенными являются вариации поляризации уходящего теплового излучения, в основном определяющие различие полей теплового излучения кубической дождевой ячейки и однородной плоскостной среды. Вариации второго параметра Стокса  $Q$  в пределах площади боковой грани достигают нескольких градусов Кельвина, что, по-видимому, связано с принципиально трехмерным характером поля теплового радиоизлучения трехмерной кубической дождевой ячейки. Увеличение  $Q$  (разности интенсивностей вертикально и горизонтально поляризованной компонент излучения) с высотой частично связано с влиянием водяного пара и поглощением в жидкокапельных облаках в нижних слоях атмосферы. Распределение интенсивности  $I$  (и соответственно средней радиояркостной температуры) оказывается практически

однородным, что согласуется с небольшими различиями угловых распределений интенсивности в среднем по наблюдаемой поверхности ячейки и для модели однородной плоскострой среды. Локальные вариации параметра  $Q$  в пределах площади поверхности верхней грани дождевой ячейки достигают нескольких градусов Кельвина в единицах радиояркой температуры. Однако, в целом по верхней грани в силу кубической симметрии исследованной здесь модели дождевой ячейки (ось  $z$  является осью симметрии четвертого порядка), в среднем по поверхности верхней грани ячейки второй параметр Стокса  $Q$  уходящего в зенит теплового излучения равен нулю.

Примененная в работе модель кубической ячейки не обладает азимутальной симметрией вращения. Поэтому одинаковым значениям зенитного угла соответствуют различные величины параметров Стокса наблюдаемого излучения, в зависимости от азимута, т.е. интенсивность и состояние поляризации излучения не являются однозначными функциями угла  $\theta$ . Тем не менее, расчеты для кубической ячейки показывают относительно слабую зависимость интенсивности и поляризации излучения от азимута при равных зенитных углах. Это позволяет ожидать приблизительно тех же результатов для ячейки с другой формой основания (например, цилиндрической) при тех же высоте и характерных горизонтальных размерах ячейки.

Для всех рассмотренных ситуаций угловая зависимость средней радиояркой температуры ячейки, что соответствует половинному значению первого параметра Стокса  $I$ , приблизительно подобна аналогичной зависимости для плоского слоя толщиной, равной высоте верхней границы ячейки. В то же время, степень линейной поляризации излучения ячейки (второй параметр Стокса  $Q$ ) приблизительно в два-три раза меньше соответствующего значения для модели плоского слоя. Жидкокапельные облака, водяной пар и кислород, а также диффузное отражение излучения подстилающей поверхностью слабо влияет на указанный характер угловых зависимостей параметров Стокса, вычисленных для этих двух моделей.

В настоящей работе впервые оценена неравномерность углового и пространственного распределения интенсивности уходящего теплового излучения дождя, связанная с трехмерной ячейистой структурой дождевого поля. Впервые получены интегральные оценки проявления указанных эффектов в радиометрических наблюдениях дождевых полей из космоса. Впервые показана несостоятельность радиационной модели плоскострой среды как теоретической основы микроволновой радиометрии дождевых осадков.

Полученный материал может представлять интерес при интерпретации спутниковых СВЧ радиометрических измерений осадков. Расчеты подтверждают наличие поляризации у ячейки дождя, в зависимости от интенсивности дождя и угла наблюдения составляющей 2-3 градуса Кельвина в среднем по наблюдаемой поверхности ячейки. Пространственное разрешение существующих орбитальных СВЧ радиометров составляет 15-20 км, что существенно превышает размер дождевой ячейки. В этом случае в поле зрения СВЧ радиометра попадает одновременно несколько ячеек, интенсивность дождя в которых сильно изменчива в пространстве и во времени. Учитывая большой вклад поляризации подстилающей поверхности, на его фоне нет возможности оценить эффект поляризации излучения осадков, поскольку при большом размере поля зрения нельзя разделить вклады дождевых капель и подстилающей поверхности в поляризацию наблюдаемого излучения. Для того чтобы использовать поляризационный эффект кучевых (конвективных) дождевых облаков для интерпретации данных зондирования, необходимо существенно улучшить пространственное разрешение радиометра, с тем чтобы размер поля зрения на поверхности был сравнимым или меньшим размера дождевой ячейки. Это может быть

сделано с помощью миллиметрового интерферометра с синтезированной апертурой, а также с использованием больших антенн (размером 4-5 м) с возможностью механического или электрического сканирования.

Исследование выполнено при поддержке грантов РФФИ 13-02-12065 офи-м "Фундаментальные задачи микроволнового дистанционного зондирования Земли из космоса" и 15-02-05476 «Разработка новых методов и средств метеорологического радиолокационного зондирования атмосферных осадков в миллиметровом диапазоне». Авторы благодарят администрацию НИВЦ МГУ им. М.В.Ломоносова за предоставленные ресурсы суперкомпьютеров СКИФ-ГРИД "Чебышев" и "Ломоносов" [11].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А.Е. Башаринов, А.С. Гурвич, Т.С. Егоров. Радиоизлучение Земли, как планеты, М.:Наука, 1974 г. 188 с.
2. R.W. Spencer, H.M. Goodman, R.E. Hood. Precipitation retrieval over land and ocean with the SSM/I: Identification and characteristics of the scattering signal // J. Oceanic Technol. 1989. V.6. PP.254-273.
3. L. Roberti, J. Haferman, C. Kummerow. Microwave radiative transfer through horizontally inhomogeneous precipitating clouds // Journal of Geophysical Research. 1994. V.99. N.D8. PP.16,707-16,718.
4. A. Battaglia, C.P. Davis, C. Emde, C. Simmer. Microwave radiative transfer intercomparison study for 3-D dichroic media // Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer. 2007. V.105. N.1. P. 55-67.
5. S. Begum and I.E. Otung Rain cell size distribution inferred from rain gauge and radar data in the UK, Radio Sci. 2009. V.44. P.RS2015, doi:10.1029/2008RS003984.
6. D. Tsintikidis. Neural network approach to estimating rainfall from spaceborne microwave data IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 1997. V.35 N.5. PP.1079-1093.
7. F.T. Ulaby, R.K. Moore, A.K. Fung. Microwave Remote Sensing, Active and Passive, V.1. Addison-Wesley, Reading, MA, 1981.
8. A. Moroz. Improvement of Mishchenko's t-matrix code for absorbing particles // Appl. Opt. 2005. V.44. PP.3604-3609.
9. Р. Рихтмайер, К. Мортон. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972. 418 с.
10. В.И. Лебедев. Квадратурные формулы для сферы 25-29 порядка точности // Сибирский математический журнал. 1977. Т.18. N.1. С.132-142.
11. В.В. Воеводин. Практика суперкомпьютера "Ломоносов" // Открытые системы. - Москва: Издательский дом "Открытые системы", 2012. - 7.

## Экспериментальное исследование формирования и считывания неоднородных голографических ФПМ-ЖК структур

А.О. Семкин<sup>1</sup>, С.Н. Шарангович<sup>1</sup>, Е.В. Васильев<sup>2</sup>, В.В. Шелковников<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники

<sup>2</sup>Новосибирский институт органической химии имени Н.Н. Ворожцова

[a.o.semkin@gmail.com](mailto:a.o.semkin@gmail.com), [shr@tusur.ru](mailto:shr@tusur.ru)

Большой интерес, проявляемый в настоящее время к голографическим фотонным структурам (ГФС), записанным в композиционных фотополимерно-жидкокристаллических (ФПМ-ЖК) материалах, обусловлен рядом факторов. Одним из них является простота и невысокая стоимость создания динамически управляемых, селективных по углу, длине волны и поляризации падающего излучения дифракционных элементов на их основе. Ранее, процессы голографической записи и считывания подобных структур были широко изучены теоретически [1-4] и экспериментально [5-10]. Было показано [9], что дифракционные и селективные характеристики полученных образцов зависят от состава ФПМ-ЖК-композиции и условий записи. Кроме этого, в [5,9,10] показано, что данными характеристиками можно управлять путем воздействия внешнего электрического поля.

Целью данной работы является экспериментальное исследование кинетики формирования ГФС при разных концентрациях жидкого кристалла, оптимизация ее компонентного состава с точки зрения максимума дифракционной эффективности.

Экспериментальные образцы изготавливались в Новосибирском институте органической химии им. Н.Н. Ворожцова. Компонентный состав предполимерной композиции приведен в таблице 1.

№	Наименование вещества	Назначение
1	4-Гептил-4'-бифенилкарбонитрил (7СВ)	Жидкий кристалл (ЖК)
2	Акрилоилтиоморфолин	Мономер
3	1,4-бис(акрилоил)пиперазин	Сшивающий мономер
4	Краситель метиленовый голубой	Фотоинициатор
5	6-этокси-2-меркаптобензотиазол	Со-инициатор
6	1-(4-гидроксифенил)-1Н-тетразол-тиол	Со-инициатор
7	Поливинилацетат	Полимерная матрица

Таблица 1. Состав предполимерной композиции

Указанные компоненты смешивались в органических растворителях до получения гомогенного раствора, затем методом полива наносилась на предметное стекло и высушивалась до полного испарения растворителя. Концентрация молекул жидкого кристалла составляла 10%, 20%, 30%, 40% и 50% масс. Кроме этого была приготовлена композиция, не содержащая ЖК.

Формирование фотонных структур производилось двумя линейно поляризованными пучками когерентного лазерного излучения, формируемого гелий-неоновым лазером (длина волны 633 нм). В процессе записи путем измерения интенсивности записывающих пучков контролировалась дифракционная эффективность записываемой структуры. Схема экспериментальной установки записи ГФС приведена на рисунке 1.

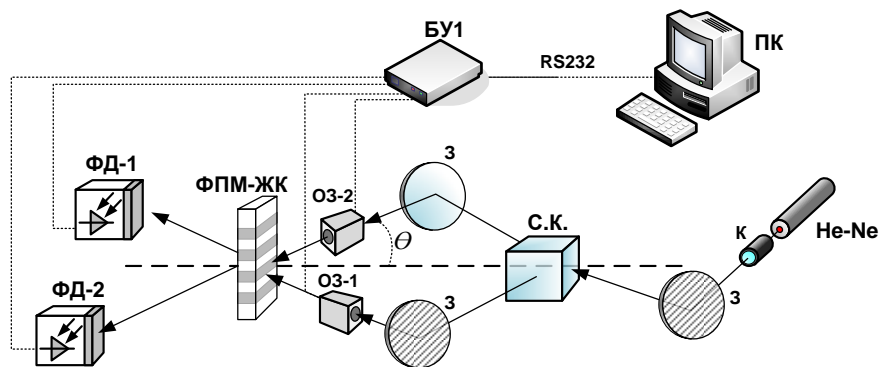


Рис. 1. Схема экспериментальной установки записи ГФС

He-Ne – лазер (длина волны 633 нм); К – коллиматор; 3 – зеркало; С.К. – светоделительный кубик; ОЗ-1,2 – оптические затворы; ФПМ-ЖК – экспериментальный образец; ФД-1,2 – фотодиоды; БУ-1 – блок управления; ПК – персональный компьютер

Результаты измерения кинетик формирования ГФС при концентрациях молекул ЖК 0%, 10%, 20% и 30 % масс. приведены на рисунке 2.

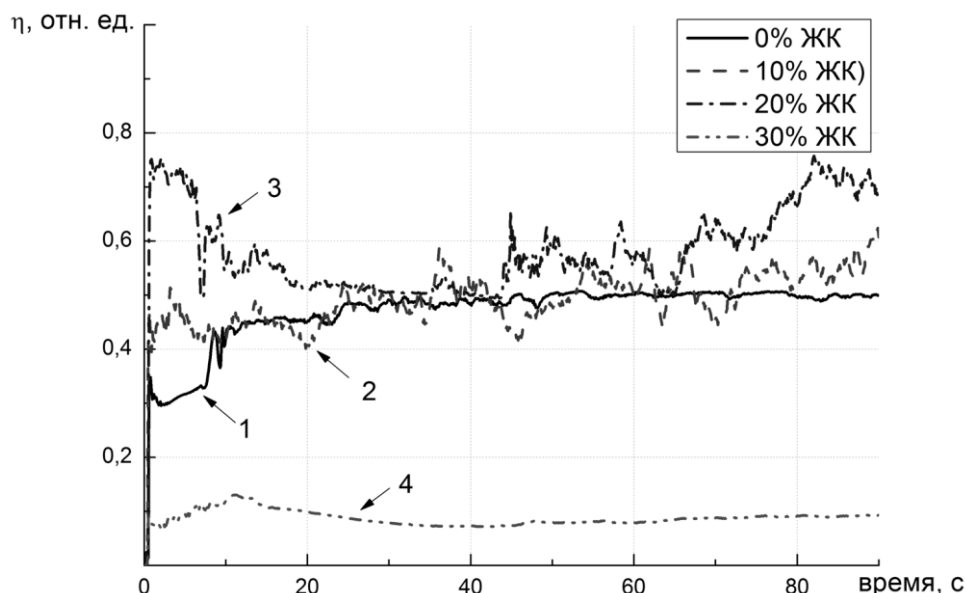


Рис. 2. Кинетики формирования ГФС при разных концентрациях молекул ЖК: 1 – 0% ЖК; 2 – 10% ЖК; 3 – 20% ЖК; 4 – 30% ЖК.

Из рисунка 2 видно, что добавление небольшого количества ЖК (10-20%), с одной стороны, не ухудшает итоговую дифракционную эффективность записанной ГФС, а с другой стороны приводит к повышению нелинейности процесса записи. Данный эффект можно объяснить рассеянием света молекулами ЖК в процессе записи. Добавление 30% ЖК в композицию приводит к уменьшению дифракционной эффективности. Кроме этого, при концентрации молекул ЖК 20% масс. Наблюдается локальный максимум кинетики в начале процесса записи. Данный эффект может быть объяснен изменением характерного времени диффузии молекул мономера в области максимумов интерференционной картины. При концентрации ЖК 40% и 50% наблюдалось высокое рассеяние света и процесса записи ГФС не происходило.

Таким образом, в результате проведенной работы были экспериментально определены дифракционные эффективности ГФС, сформированных из композиций разного компонентного состава (табл. 1). Кроме этого, определены пределы

оптимальной концентрации ЖК в исходной предполимерной композиции (20-30% масс.), при которой итоговая дифракционная эффективность ГФС не ухудшается.

Работа выполнена в рамках проектной части Госзадания Минобрнауки РФ на 2015 г. (проект № 3.878.2014/К).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. E.A Dovolnov, S.N. Sharangovich // Proceedings of SPIE V. 6023 Article CID Number 602301. P. 1.
2. Е.А. Довольнов, С.Н. Шарангович // Изв. вузов. Физика. 2005. Т.48 № 5. С.56.
3. S.V. Ustyuzhanin., V.F. Nozdrevatykh, S.N. Sharangovich // Physics of Wave Phenomena. 2010. V. 18. No 4. P. 289.
3. С.В. Устюжанин, С.Н. Шарангович // Известия вузов. Физика. 2011. №.2. С. 41.
4. А.О. Семкин, С.Н. Шарангович // Известия РАН. Серия Физическая. 2013. Т. 77. № 12. С. 1722.
5. R.L. Sutherland et al. // J. Opt. Soc. Am. B. 2002. V. 19. No 12.
6. R.L. Sutherland et al. // J. Appl. Phys. 2004. V. 96, No 2. p. 951.
7. C.C. Bowley, G.P. Crawford // Appl. Phys. Lett. 2000. V. 76, No 16. p. 2235.
8. Г.М. Жаркова и др. // Автометрия. 2004. Т. 40. № 1. С. 89.
9. G. Zharkova et al. // Microelectronic Engineering. 2005. No 81. p.281.
10. G.M. Zharkova et al. // High Energy Chemistry. 2008. V. 42, No 7, p. 546.

## Использование леммы Лоренца для расчёта многолучевого распространения радиоволн в лабиринтных системах

Б.С. Сорокин

Московский Государственный Университет имени М.В. Ломоносова  
[sorokin.boris@physics.msu.ru](mailto:sorokin.boris@physics.msu.ru)

В настоящее время наблюдается тенденция перехода от проводных систем коммуникаций к беспроводным. И, хотя отсутствие необходимости в прокладывании отдельных каналов распространения электромагнитных волн является преимуществом беспроводных систем, оно же является и недостатком, поскольку они все используют один и тот же канал. Для того, чтобы избежать взаимных помех обычно различным системам выделяются различные участки спектра для работы. Однако сейчас становится ясно, что спектр является ограниченным природным ресурсом. Именно поэтому вопрос электромагнитной совместимости систем становится особенно актуальным. Для решения этой проблемы необходимо иметь возможность в краткие сроки и с высокой точностью решать задачу нахождения напряжённости электрического поля в разумные сроки.

Поскольку в данной задаче решается задача распространения радиоволн, вызванных единственным передатчиком, то при применении леммы Лоренца [2, 5] мы будем иметь только электрические сторонние токи  $I_1^{3,CT}$  и  $I_2^{3,B}$ . Поскольку в отношении напряжённостей электромагнитного поля работает принцип суперпозиции, то при решении задачи электромагнитной совместимости можно находить напряжённости для каждой системы в отдельности.

В данной работе была решена задача повышения точности расчетов путем уточнения модели распространения радиоволн. Поставленная задача решена путем применения метода физической оптики, позволяющего получить поле в точке приема путем интегрирования распределения возбуждающего поля по освещенным участкам поверхности рассматриваемого лабиринта. Получены расчетные соотношения для определения полного поля в точке приема, а также выражения для полей стороннего источника на земной поверхности и боковых поверхностях зданий, образующих лабиринт. При выводе расчетных соотношений предполагается, что на этих поверхностях выполняются граничные условия Щукина-Леонтовича [2]. Влияние погодных условий на условия распространения радиоволн моделируется путем изменения диэлектрической проницаемости и проводимости подстилающей поверхности и материалов зданий. Предполагается, что уточнение модели распространения позволит существенно увеличить точность вычислений. В рамках данной работы была выведена следующая формула, позволяющая получить напряжённость электромагнитного поля в заданной точке:

$$I_{0z}^{3,6}(q^e)E_{1z}^{3,cm} = I_{0z}^{3,cm}(p)E_{2z}^e(p, q^e) - \iint_{S_1} \{H_{1y}(E_{2x}^e + Z_1 H_{2y}^e) - H_{1x}(E_{2y}^e - Z_1 H_{2x}^e)\} dS_1 - \\ - \sum_{i=2}^N \iint_{S_i^a} \{H_{1z}(E_{2y}^e + Z_y H_{2z}^e) - H_{1y}(E_{2z}^e - Z_i H_{2y}^e)\} dS_i^a - \sum_{i=2}^N \iint_{S_i^b} \{H_{1y}(E_{2z}^e + Z_i H_{2y}^e) - H_{1z}(E_{2y}^e - Z_i H_{2z}^e)\} dS_i^b$$

Было проведено моделирование в среде MATLAB/C++ с использованием ускорителей компании NVidia.



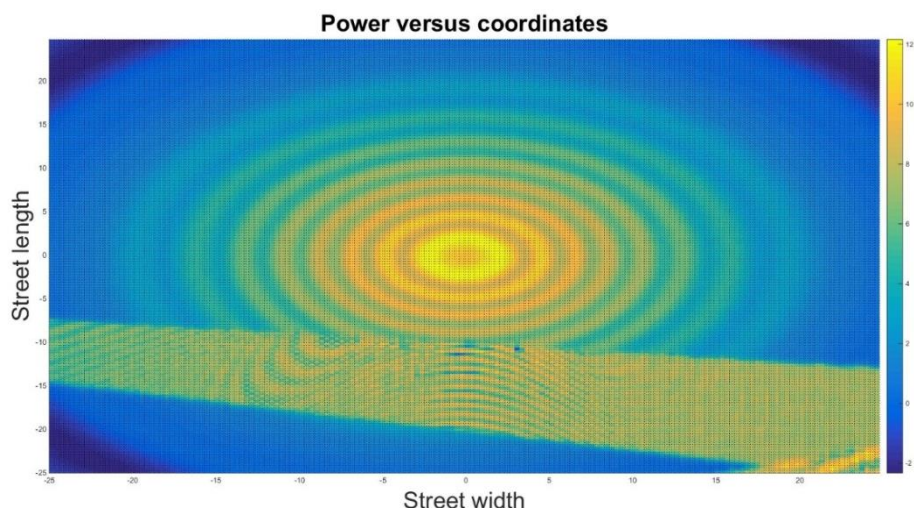


Рис. 1. Результат моделирования в условиях малого количества зданий (4).

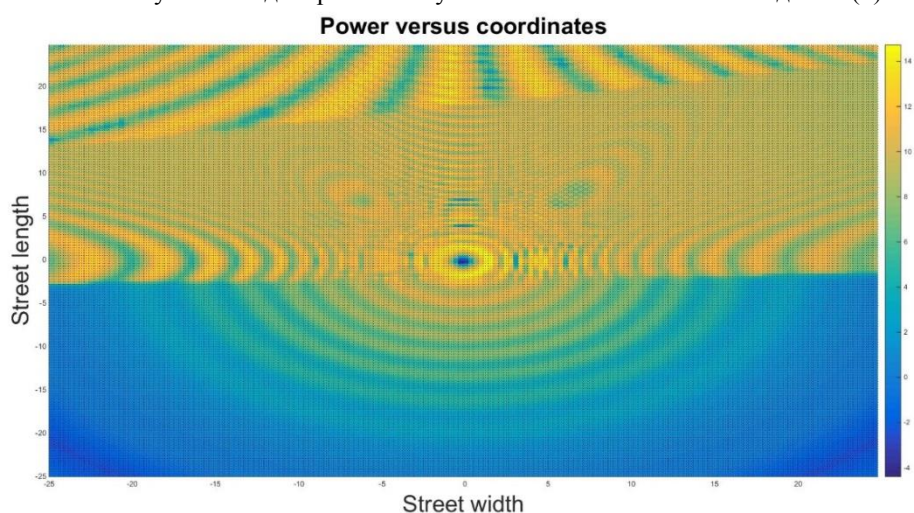


Рис. 2. Результат моделирования в условиях реальной улицы.

На рисунках 1 и 2 представлены картины распределения напряжённостей электрического поля в зоне, близкой к передатчику. Цвет определяет напряжённость поля через мощность в dBm.

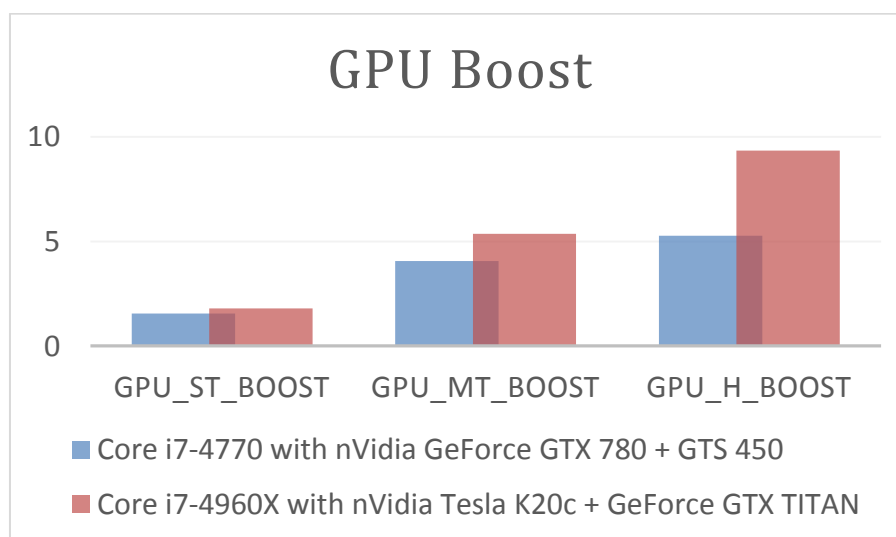


Рис. 3. Ускорение, получаемое при использовании GPU.

Как видно из рис. 3, использование GPU совместно с CPU позволяет существенно ускорить решение задачи нахождения напряжённости электрического поля, тем самым уменьшая время, необходимое на решение задачи электромагнитной совместимости. Группы на рисунке 3 соответствуют ускорению относительно соответствующих режимов без использования GPU: ST – однопоточная задача, MT – многопоточная задача, H – гибридный режим расчётов, при котором одновременно используются CPU и GPU.

Данная работа выполняется при поддержке CUDA Center of Excellence MSU.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г.Т. Марков, Б.М. Петров, Г.П. Грудинская «Электродинамика и распространение радиоволн». Москва, «Советское радио», 1979
2. Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин «Возбуждение электромагнитных волн.» – М.: Энергия, - 1967, 376 с.
3. Б.А. Введенский «Распространение ультракоротких волн.» М.: Наука, 1973, т408с.
4. Г.А. Пономарев, А.Н. Куликов, Е.Д. Тельпуховский «Распространение УКВ в городе.» - Томск, МП «Раско», 1991
5. Н.Н. Фёдоров «Основы электродинамики» М.: «Высшая школа», 1980
6. W.C. Lee «Mobile Communications Engineering: Theory and Applications» - Second Edition, 2004.
7. L. Henry. «UHF propagation prediction for wireless personal communications», Proceedings of the IEEE (Volume:82 , Issue: 9 ), 1994