## СЕКЦИЯ 9. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Теоретический анализ влияния внешней периодической силы на режим пассивной синхронизации мод полупроводтникового лазера
Р.М. Архипов, М. Раджюнас, А.Г. Владимиров
Влияние межминизонного туннелирования на сложные процессы в
полупроводниковой сверхрешетке
А.Г. Баланов, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.О. Сельский, А.Е. Храмов 7
Использование технологии OpenCL в задачах исследования
статистических характеристик времени движения солитона в параллельной цепочке джозефсоновских контактов
Г.В. Грищенко, А.Л. Панкратов, Е.В. Панкратова9
Частотно-временной анализ паттернов активности нейронного ансамбля головного мозга с использованием вейвлетного
преобразования
В.В. Грубов, А.А. Короновский, Е.Ю. Ситникова, А.Е. Храмов 12
Анализ когерентных структур, формирующихся в винтовом электронном потоке в режиме сжатого состояния
Е.Н. Егоров, В.В. Макаров, А.Е. Храмов15
Перемежающееся поведение пространственно-распределенных систем, находящихся в режиме фазовой синхронизации, на граничных временных масштабах наблюдения М.О. Журавлев, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов
Мультистабильные и хаотические автоколебания в кольшевых ЛВ-
осцилляторах
В.В. Зайцев, Е.Н. Крыгина, С.В. Линдт 20
Генерация и усиление в приборах с пульсирующим электронным пучком
Ю.А. Калинин, А.В. Стародубов, А.С. Фокин
Скейлинговые характеристики лазерных пучков в случайно-
неоднородной среде
Е.Г. Ким, А.М. Зотов, Н.Л. Петров
Перемежаемость в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной во внешнюю резонансную систему
В.А. Макаров, А.Е. Храмов, А.А. Короновский, О.И. Москаленко, В.А. Максименко, К.Н. Алексеев, А.Г. Баланов

## Модель для исследование пространственно-временной динамики заряда в полупроводниковых сверхрешетках с омическими контактами

А.А. Короновский, B.B. Макаров, О.И. B.A. Максименко, Москаленко, Связь между макроскопическими параметрами многослойной сети с микроскопическими характеристиками отдельных элементов, входящих в ее состав B.A. B.B. Макаров, А.А. Короновский, А.Е. Храмов, Максименко, Метол нулевого условного оценки показателя Ляпунова В закритической области значений управляющего параметра спектральной плотности мощности в Исслелование пепочках индуктивно связанных безгистерезисных джозефсоновских контактов Бифуркационные механизмы формирования поперечных оптических структур в широкоапертурных лазерах Методы диагностики и фильтрации различных волновых компонент для обработки и исследования сейсмических данных А.Е. Руннова, А.Н. Павлов, В.А. Максименко, М.О. Журавлев, А.А. Короновский, Реализация помехоустойчивого кода с низкой плотностью проверок на четность в системе связи мм-диапазона длин волн А.А. Серяков, П.Н. Захаров, А.Ф. Королев ...... 46 Анализ синхронизации связанных пространственно-распределенных систем с помощью расчета спектра показателей Ляпунова Исследование синхронизации в сети нелинейных осцилляторов со сложной топологией связей по интегральным регистрируемым характеристикам

# Теоретический анализ влияния внешней периодической силы на режим пассивной синхронизации мод полупроводтникового лазера

Р.М. Архипов<sup>1,2</sup>, М. Раджюнас<sup>1</sup>, А.Г. Владимиров<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics, Leibniz Institute in Forschungsverbund Berlin e.V, Berlin, Germany <sup>2</sup>Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет

arkhipov@wias-berlin.de

Полупроводниковые лазеры с пассивной синхронизацией мод (ПСМ) используют для получения коротких импульсов пикосекундной длительности с высокой частотой повторения (десятки и сотни гигагерц) [1-3]. Особенность режима ПСМ состоит в том, что, вследствие действия факторов технического характера, частота следования импульсов не остается постоянной, т.е. имеет место эффект временного джиттера. Во многих телекоммуникационных и иных системах, где могут быть использованы такие лазерные источники, требуется строгая стабилизация частоты повторения световых импульсов ПСМ. Для этого используют задающий радиочастотный генератор, с частотой которого синхронизируется частота следования импульсов ПСМ (подробнее о принципах стабилизации частоты генерации лазеров см. обзор [4]). При этом используется режим так называемой гибридной синхронизации мод [5-7], когда стабилизированное высокочастотное напряжение от радиочастотного генератора прикладывается к секции поглотителя в лазере (Рис. 1а). Недавние эксперименты продемонстрировали, что альтернативным гибридной синхронизации мод методом подавления временного джиттера может служить инжекция двухчастотного когерентного излучения в резонатор лазера, работающего в режиме ПСМ [8-9] (рис. 1б).



Рис. 1. Схематическое изображение установки для привязки частот следования ПЛПСМ к частоте радиочастотного генератора RFG в случае режима гибридной синхронизации мод (а) и при инжекции бигармонического излучения (б). На Puc.1b SFSL – стабилизированный одночастотный лазер, ОМ – оптический модулятор.

В работах [5-7] проводилось экспериментальное и теоретическое исследование гибридной синхронизации мод в полупроводниковых лазерах. Экспериментально и теоретически было показано, что область синхронизации растет практически линейно с амплитуды внешнего напряжения, прикладываемого увеличением К секции экспериментально было поглотителя. B работе [6] показано, область что

синхронизации является ассиметричной – она смещается влево по шкале частот относительно частоты следования импульсов лазера с ПСМ.

В работах [8, 9] проводилось экспериментальное исследование зависимости ширины области синхронизации от мощности инжектируемого двухмодового лазерного излучения. Было обнаружено линейное увеличение ширины области синхронизации с ростом мощности внешнего сигнала, а также рост этой области с уменьшением величины постоянного напряжения, прикладываемого к секции поглотителя.

Данная работа посвящена теоретическому анализу динамики полупроводникового лазера с пассивной синхронизацией мод под дейсвием периодической внешней силы – переменного электрического сигнала, прикладываемого к секции поглотителя (гибридная синхронизация мод) и при инжекции в его резонатор двухчастотного когерентного излучения. Исследуется зависимость ширины области синхронизации от амплитуды внешнего сигнала и расстроек между частотами внешнего сигнала и частотами мод лазера. Расчеты проводятся на основе лазерных уравнений с временным запаздыванием [10]. Получены также аналитичсекие выражения для ширины зоны синхронизации в приближении, когда амплитуда внешнего сигнала достаточно мала. Проводится сравнение расчетов ширины зоны синхронизации, полученные численно, со значениями, полученными в ходе расчета по аналитические формулам.

В качестве математической модели лазера с синхронизацией мод мы использовали систему из трех дифференциальых уравнений с временным запаздыванием, которая имеет вид [10]:

$$\frac{dA}{dt} = -\gamma A + \gamma \sqrt{\kappa} e^{\frac{(1-i\alpha_g)G(t-T)-(1-i\alpha_q)Q(t-T)}{2}} A(t-T) + E_i(t), \qquad (1)$$

$$\frac{dG}{dt} = g_0 - \gamma_g G(t) - e^{-Q} \left( e^G - 1 \right) / A /^2, \qquad (2)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \gamma_q \left( q_o - Q \right) f[V(t)] - s \left( 1 - e^{-Q} \right) / A /^2 .$$
(3)

Здесь A(t) - амплитуда электрического поля, G(t) - насыщающееся усиление активной секции лазера, Q(t) - насыщающееся поглощение пассивной секции,  $\alpha_g$ ,  $\alpha_q$  - т.н. факторы уширения линии в усиливающей и поглощающей секциях лазера, соответственно, учитывающие зависимость показателя преломления от концентрации носителей,  $\kappa$  - коэффициент линейного ослабления излучения за один проход в резонаторе, T - время обхода «холодного» резонатора, s - отношение интенсивностей насыщения в усиливающей и поглощающей секциях лазера,  $\gamma_g, \gamma_q$  - скорость релаксации усилителя и поглотителя, соответственно,  $g_0$  - параметр накачки,  $q_0$  - линейное поглощение, f[V(t)] - функция, описывающая зависимость скорости релаксации поглотителя  $\gamma_q$  от внешнего периодического напряжения V(t) в случае гибридной синхронизации мод.

Амплитуда электрического поля инжектируемого бигармонического излучения имеет вид:

$$E_i = a\cos(2\pi Ft)e^{2\pi ft}, \qquad (4)$$

Здесь a - амплитуда поля. Параметр F описывает частоту оптического модулятора (ОМ на рис. 1b), параметр f - частотная расстройка между частотой одночастотного лазера (SFSL на рис.1b) и центральной частотой генерации лазера с ПСМ.

Границы области синхронизации определялись по схеме, которая описана в работе [7], посвященной исследованию гибридной синхронизации мод. В случае двухмодовой оптической инжекции определение границ области синхронизации проводилось в следующих случаях. В первом случае параметр f был фиксирован и равен 0, а изменялась частота модуляции F. Во втором случае параметр F был фиксирован так, что частоты внешнего сигнала были близки к 2м соседним модам лазерного излучения (или когда разность частот инжектируемого излучения кратна частоте следования импульсов лазера с ПСМ), а параметр <sup>f</sup> изменялся. Как показывает численный и аналитический расчет, ширина области синхронизации оказывается в 10-30 раз больше во втором случае, чем в первом, что согласуется с результатами эксперимента. Результы численного моделирования также показывают,  $\alpha_g = \alpha_q = 0$  граница области синхронизации остается практически при что симметричной по отношению к частоте следования импульсов лазера с ПСМ. Когда  $\alpha_g$  и  $\alpha_q$  отличны от 0, зоны синхронизации оказываются асимметричными – они смещаются влево в частотной области.

В данной работе также теоретически показано возникновение гибридной синхронизации мод в случае, когда частота внешней модуляции не равна собственной частоте следования импульсов синхронизации мод, а в два раза меньше или в два раза больше нее [7]. Численные оценки ширины области синхронизации в этих случаях и результаты эксперимента показывают, что ширина области синхронизации становится значительно уже при модуляции внешнего сигнала на половинной частоте [7]. При модуляции на удвоенной частоте она остается практически такой же, как и для случая модуляции на частоте следования импульсов. В докладе также обсуждаются асимметрии зоны синхронизации, возможные причины экспериментально наблюдавшейся в работе [6]. Как показывает теоретический анализ, проведенный на основе численного решения системы уравнений (1)-(3), данная асимметрия связана с зависимостью частоты следования импульсов лазера от амплитуды внешнего снигнала.

Аналогичные исследования были проведены нами для случая двухмодовой оптической инжекции, когда частотный интервал между двумя инжектируемыми модами в два раза превосходит или в два раза меньше межмодового интервала в лазере с синхронизацией мод. Область синхронизации была практически одинаковой, когда разность частот инжекции равна или в два раза больше межмодового интервала. В случае же, когда она была в два раза меньше этого интервала, наблюдалось сильное уменьшение ширины зоны синхронизации. Как уже было упомянуто выше, аналогичная ситуация наблюдалась при изучении гибридной синхронизации мод в работе [7].

Таким образом, в настоящей работе с помощью численного решения системы лазерных уравнений с временным запаздыванием (1)-(3) проведено теоретическое исследование эффекта синхронизации частоты следования импульсов полупроводникового лазера, работающего в режиме ПСМ, с инжектируемым в него внешним двухмодовым когерентным оптическим излучением и теоретическое исследование режима гибридной синхронизации мод. Исследовано влияние на ширину

области синхронизации амплитуд и частот внешнего сигнала, а также параметров лазера. Получены аналитические выражения для ширины области синхронизации в приближении, когда амплитуда внешнего сигнала много меньше единицы. В докладе обсуждается физический смысл полученных результатов.

Данная работа выполнена при поддержке европейского проекта EU FP7 ITN PROPHET (Grant No. 264687).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. D. Bimberg, M. Grudmann and N. N. Ledentsov "Quantum dot heterostructures", J. Wiley, 1999.

2. E.U. Rafailov, M.A. Cataluna, E.A. Avrutin "Ultrafast lasers based on quantum dot structures", WILEY-VCX, 2011.

3. E.U. Rafailov et al. // Nat. Phot. 1. 2007. P. 395.

4. С.Н. Багаев, В.П. Чеботаев // УФН. 1986. Т.148. Вып. 1. С.143.

5. Kuntz M. et al. // Proceedings of the IEEE 95. 2007. P.1767.

6. G. Fiol et al. // Appl. Phys. Lett. 2010. Vol. 96. P. 011104.

7. R. Arkhipov et al. // IEEE J. Select. Topics Quantum Electron. 2013. Vol. 19, No. 4. P. 1100208-1.

8. T. Habruseva et al. // IEEE Photon. Technol. Lett. 2010. V.22. No 6. P. 359.

9. E. Sooudi et al. // IEEE J. Quantum Electron. 2012. V.48. No. 10. P. 1327.

10. A.G. Vladimirov et al. // Phys. Rev. A 72. 2005. P. 033808.

## Влияние межминизонного туннелирования на сложные процессы в полупроводниковой сверхрешетке

А.Г. Баланов<sup>2, 3</sup>, А.А. Короновский<sup>1, 2</sup>, О.И. Москаленко<sup>1, 2</sup>, А.О. Сельский<sup>1, 2</sup>, А.Е. Храмов<sup>1, 2</sup>

<sup>1</sup>"Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А."; <sup>2</sup>"Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского"; <sup>3</sup>Loughborough University, Loughborough, UK feanorberserk@gmail.com

Полупроводниковые сверхрешетки - сложные наноструктуры, состоящие из нескольких чередующихся тонких (~10 нм) слоев различных полупроводниковых которые возможно использовать для генерации и материалов, управления высокочастотными колебаниями. Как правило, при численном моделировании и изготовлении сверхрешеток, расстояние между минизонами задается достаточно большим, чтобы можно было пренебречь межминизонным туннелированием Ландау-Однако важной проблемой, является влияние межзонного Зинера [1, 2]. туннелирования на сложные процессы, происходящие В полупроводниковых сверхрешетках. Известно, что приложенное к сверхрешетке напряжение приводит к образованию электронных доменов, движущихся вдоль структуры. В настоящей работе изучены спектры колебаний тока, возникающие при прохождении доменов через полупроводниковую сверхрешетку.

Моделирование процессов в полупроводниковой сверхрешетке осуществлялось с помощью системы уравнений, включающей в себя уравнение непрерывности, уравнение Пуассона и выражение для плотности тока с учетом дрейфовой скорости электрона [1]. В случае отсутствия наклонного магнитного поля зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля при низких температурах может быть вычислена аналитически с помощью формулы Эсаки и Tcy [3]. В присутствии наклонного магнитного поля зависимости от напряженности электрического црейфовой скорости от напряженности электрического поля дрейфовой скорости от напряженности электрического поля дрейфовой скорости от напряженности от рассчитывались численно, используя полуклассическую теорию, детально описанную в [1, 4]. Для расчета дрейфовых скоростей с учетом возможности туннелирования применялся подход, описанный в [5].



Рис. 1. Спектры колебаний тока для различных значений ширины запрещенной зоны. Наклонное магнитное поле отсутствует, напряжение, V=0.6 V



Рис. 2. Спектры колебаний тока для различных значений ширины запрещенной зоны. Наклонное магнитное поле *B*=15 Тл, θ=40°, напряжение, *V*=0.7 V

Результаты компьютерного моделирования представлены на рисунках 1 (в отсутствии наклонного магнитного поля) и 2 (когда приложено наклонное магнитное поле с параметрами B=15 Тл,  $\theta=40^{\circ}$ ). На рисунках заметно сильное влияние значения ширины запрещенной зоны между первой и второй минизонами на спектры колебаний тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку. В отсутствии наклонного магнитного при выбранном значении напряжения, отвечающего развитой генерации колебаний тока, видно, что с уменьшением ширины запрещенной зоны до значений менее 150 мэВ, вид спектра существенно изменяется. Увеличиваются пики, соответствующие более высоким значениям частоты. Сама частота увеличивается с уменьшением ширины запрещенной зоны. В присутствии наклонного магнитного поля изменения значения запрещенной зоны. В присутствии наклонного магнитного поля изменения в спектре. Однако, при малых значениях, порядка 133 мэВ, мощность также может возрастать.

Приведенные в работе эффекты интересны для дальнейшего изучения влияния межзонного туннелирования на сложные процессы в полупроводниковых сверхрешетках.

Работа при поддержке Российского фонда фундаментальных выполнена исследований (проект №. 12-02-33071), Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых - докторов наук (МД-345.2013.2), программой поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-828.2014.2), Министерства образования и науки РФ в рамках Государственного задания высшим учебным заведениям на 2014 год и плановый период 2015 и 2016 годов в части проведения научно-исследовательских работ (СГТУ-146), а также фонда некоммерческих программ «Династия».

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. M. T. Greenaway et al. // Phys. Rev B. 2009. V. 80. P. 205318.
- 2. N. Alexeeva et al. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. P. 024102.
- 3. L. Esaki, R. Tsu // IBM J. Res. Develop. 1970. V. 14. P. 61.
- 4. A.O. Selskii et al. // Phys. Rev. B. 2011. V. 84. P. 235311.
- 5. D. P. A. Hardwick et al. // Physica E. 2006. V. 32. P. 1-2.

## Использование технологии OpenCL в задачах исследования статистических характеристик времени движения солитона в параллельной цепочке джозефсоновских контактов

Г.В. Грищенко<sup>1,4</sup>, А.Л. Панкратов<sup>1,2,3</sup>, Е.В. Панкратова<sup>4</sup> <sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского <sup>2</sup>Институт физики микроструктур РАН <sup>3</sup>Лаборатория криогенной наноэлектроники, НГТУ им. Р.Е. Алексеева <sup>4</sup>Волжская государственная академия водного транспорта gwz@live.ru

Исследование так называемых джозефсоновских сред [1], состоящих из большого количества джозефсоновских контактов, представляет собой актуальную задачу с точки зрения целого ряда приложений. Однако изучение свойств отклика больших массивов, моделирующих поведение дискретных сред при наличии различных внешних случайных факторов, становится очень непростой задачей, требующей набора большой статистики по результатам экспериментов. В настоящее время решение таких задач проводится на основе использования новых технологий, позволяющих значительно повысить быстродействие алгоритмов вычисления интересующих характеристик. В частности, моделирование больших массивов элементов может быть представлено как задача, в которой присутствует параллелизм по данным (переменные уравнений) и параллелизм по задачам (отдельные эксперименты в серии).

OpenCL – открытый стандарт гетерогенных вычислений [2]. Стандарт предусматривает кросс-платформенную реализацию и нацелен на ускорение вычислений, как на центральных процессорах, так и на графических картах (хотя и не ограничивается данными типами устройств). Для достижения ускорения на таком широком спектре архитектур, стандарт вводит специальную абстрактную модель параллельных вычислений, в терминах которой программисту нужно описать свою задачу. Эта модель может быть иерархически представлена четырьмя частями: модель вычислительной платформы, модель исполнения, модель памяти И модель программирования. В то время как первые три модели описывают детали реализации, концептуально организацию вычислений описывает модель программирования. Из-за ограничений, связанных с требованиями кросс-платформенности, описанных в модели программирования, библиотека OpenCL оказывается лучше всего адаптированной для реализации параллелизма по задачам и параллелизма по данным.

В данной работе исследованы зависимости статистических характеристик времени движения солитона в одномерном массиве джозефсоновских контактов (среднего времени  $\tau = \langle t_s \rangle$  и среднеквадратического отклонения  $\sigma = \sqrt{\langle t_s^2 \rangle - \langle t_s \rangle^2}$ ) от числа контактов в цепочке при фиксированной интенсивности флуктуаций. При исследовании динамики цепочки джозефсоновских контактов использовалась резистивно-шунтированная модель джозефсоновских переходов [3-6]. Известно, что нормировка времени на обратную плазменную частоту ( $\omega_p^{-1} = \sqrt{L_jC}$ ,  $L_j = \Phi_0/(2\pi I_c)$  – эффективная джозефсоновская индуктивность, C – ёмкость джозефсоновского перехода) позволяет записать уравнение для джозефсоновской фазы *n*-го элемента массива в следующем виде:

$$\ddot{\varphi}_{n} + \alpha \dot{\varphi}_{n} + \sin \varphi_{n} = i_{b} + \frac{\varphi_{n-1} - 2\varphi_{n} + \varphi_{n+1}}{l} + i_{f}, \qquad (1)$$

где n = 1,..., N – номер контакта в цепочке,  $\alpha = \omega_p / \omega_c$  – затухание,  $\omega_c$  - характерная джозефсоновская частота перехода ( $\omega_c = 2\pi I_C R_N / \Phi_0$ ,  $R_N$  – нормальное сопротивление джозефсоновского перехода);  $i_b$  – ток питания, нормированный на критический ток  $I_C$ ; l – соединительная индуктивность, также нормированная на критическую;  $i_f$  – флуктуационный ток, который моделируется белым гауссовым шумом:  $\langle i_f(t) \rangle = 0$ ,  $\langle i_f(t) i_f(t+\tau) \rangle = 2\alpha D \delta(\tau)$ , где D – безразмерная интенсивность шума.

Численный счёт проводился метолом Хюна лля стохастических дифференциальных уравнений [7] с подключением библиотеки для генерации случайных чисел Random123 [8], адаптированной для использования высокопараллельных приложениях.

На Рис. 1 приведён график зависимости среднеквадратического отклонения времени движения солитона по цепочке контактов от числа элементов в цепочке. Корневая зависимость  $\sigma \sim cN^{0.5}$  согласуется с результатами, полученными в работе [9].



Рис. 1. Зависимость среднеквадратического отклонения времени движения солитона от числа элементов в одномерном массиве джозефсоновских контактов

Для вычисления среднего и среднеквадратического отклонения времени движения солитона по цепочке был разработан и реализован высокопараллельный алгоритм вычислений на базе программного интерфейса OpenCL. Для оценки результатов распараллеливания были проведены тесты на оборудовании: центральный процессор Intel® i5 3570K, 4 ядра, частота 4 ГГц; графическая карта AMD® Radeon<sup>™</sup> HD 6950, 22 «ядра», частота графического процессора 800 МГц.

Число контактов	Среднее	σ	Время счёта, сек			
Усреднение по 64 экспериментам						
121	64.0214	0.341029	0.218			
Усреднение по 128 экспериментам						
121	64.0122	0.366473	0.405			
Усреднение по 256 экспериментам						
121	64.0288	0.32687	0.78			
Усреднение по 320 экспериментам						
121	63.9925	0.364193	0.982			

101	53.7363	0.315	0.811
81	44.1357	0.257917	0.639
51	28.9419	0.210217	0.265
41	23.9472	0.201916	0.202
31	19.086	0.169655	0.187

Число контактов	Среднее	σ	Время счёта, сек			
Усреднение по 64 экспериментам						
121	64.085785	0.328444	1.086			
Усреднение по 128 экспериментам						
121	64.080544	0.33449	2.120			
Усреднение по 256 экспериментам						
121	64.057144	0.362630	4.212			
Усреднение по 320 экспериментам						
121	64.044876	0.345786	5.367			
101	53.991524	0.308304	3.725			
81	44.016869	0.276030	2.430			
51	28.995632	0.221841	1.018			
41	23.981346	0.202417	0.889			
31	19.009966	0.171018	0.401			

Таблица 1. Результаты счёта на графическом процессоре

Таблица 2. Результаты счёта на центральном процессоре

В таблице 1 для примера представлены результаты и времена счёта на графическом процессоре, в таблице 2 — для реализации на центральном процессоре. Из таблиц видно, что версия для графической карты работает в среднем в 5 раз быстрее версии на центральном процессоре.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 14-02-31727, № 12-01-00694).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Э.Б. Сонин //Письма в ЖЭТФ – 1988. - Т.47. - №8 С.415

2. B. Gaster, D.R. Kaeli, L. Howes, P. Mistry, D. Schaa "Heterogenious computing with OpenCL". Morgan Kaufmann, 2011.

3. D.E. McCumber // J. Appl. Phys. 1968. V. 39. P. 3113.

4. W.C. Stewart // Appl. Phys. Lett. 1968. V. 12, P. 277.

5. К.К. Лихарев "Введение в динамику джозефсоновских переходов" М.: Наука, 1985.

6. A.V. Ustinov // Physica D. 1998. V. 23. P. 314.

7. R. Mannella // Int. Journal of Modern Physics C. 2002. V. 13. № 09. P. 1177

8. J.K. Salmon, M.A. Moraes, R.O. Dror, D.E. Shaw // Proceedings of the International Conference for High Performance Computing, Networking, Storage and Analysis (SC11), New York, NY: ACM, 2011.

9. A.L. Pankratov, A.V. Gordeeva, L.S. Kuzmin // Phys. Rev. Lett. 2012. V.109. P. 087003.

## Частотно-временной анализ паттернов активности нейронного ансамбля головного мозга с использованием вейвлетного преобразования

В.В. Грубов<sup>1,2</sup>, А.А. Короновский<sup>1,2</sup>, Е.Ю. Ситникова<sup>3</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,2</sup> <sup>1</sup> Саратовский Государственный Технический Университет им. Гагарина Ю.А. <sup>2</sup>Саратовский Государственный Университет им Н.Г. Чернышевского <sup>3</sup>Институт Высшей Нервной Деятельности и Нейрофизиологии РАН <u>email vvgrubov@gmail.com</u>

В настоящее время разработано множество эффективных радиофизических методов анализа и диагностики поведения сложных колебательных систем. Они находят широкое применение не только в радиофизике и нелинейной динамике, но и в различных других областях естествознания, в том числе в медицине и физиологии [1–3]. Особенно актуально применение данных методов при анализе ритмической активности головного мозга, которая является следствием синхронной работы огромного числа нейронов, составляющих сложную колебательную сеть головного мозга [1].

Традиционно в нейрофизиологических исследованиях основным источником информации о работе головного мозга являются сигналы электроэнцефалограмм (ЭЭГ) [4]. ЭЭГ представляет собой усредненную сумму токов, генерируемых группой нейронов в области регистрирующего электрода. На сигнале ЭЭГ принято выделять несколько частотных диапазонов (альфа, бета, гамма и т.д.). Доказано, что существует четкая корреляция между характером ритмической активности на ЭЭГ в определенном частотном диапазоне (наличием того или иного ритма или осцилляторного паттерна [5]) и функциональным состоянием организма [1, 4]. Таким образом, важной задачей при исследовании нервной системы является изучение определенных осцилляторных паттернов, их частотно-временной структуры, а также закономерностей их появления на ЭЭГ в различных состояниях живого организма.

Одним из типов осцилляторной активности на ЭЭГ, вызывающей интерес исследователей, являются сонные веретена – короткие (длительностью 0.5–1.5 с) эпизоды колебаний с частотой 10–16 Гц, проявляющиеся в фазе глубокого сна и имеющие характерную веретенообразную форму [6]. Интерес к изучению сонных веретен продиктован их возможной связью с абсанс-эпилепсией [7]. Известно, что нейронная сеть, в норме генерирующая сонные веретена, при определенных условиях может порождать эпилептическую активность – пик-волновые разряды [8]. Пикволновые разряды служат диагностическим признаком абсанс-эпилепсии, и их появление на ЭЭГ сопровождается характерными клиническими проявлениями. Существует связь между нейрофизиологическими механизмами пик-волновых разрядов и сонных веретен, однако в настоящее время эта связь оказывается сложной и неочевидной.

В настоящей работе было проведено исследование частотно-временных характеристик характерных осцилляторных паттернов на ЭЭГ – сонных веретен – при помощи непрерывного вейвлетного анализа [9]. Объектом изучения являлись записи ЭЭГ шести крыс линии WAG/Rij с наследственной предрасположенностью к абсансэпилепсии. Запись проводилась непрерывно в течение 24 ч, поэтому содержит как фрагменты сна с ярко выраженными сонными веретенами, так и фрагменты бодрствования. Сигналы ЭЭГ предварительно фильтровались в диапазоне 0.5–100 Гц. Экспериментальная работ по записи сигналов ЭЭГ была проведена в Институте высшей нервной деятельности и нейрофизиологии РАН (Москва). Для первичного исследования сигналов ЭЭГ было использовано непрерывное вейвлетное преобразование (НВП) [9], которое, применительно к рассматриваемой задаче, представляет собой свертку исследуемого сигнала ЭЭГ x(t) и набора базисных функций  $\phi_{s,\tau}$ :

$$W(s,\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\varphi_{s,\tau}^{*}(t)dt, \quad \varphi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\varphi_{0}\left(\frac{t-\tau}{s}\right)$$
(1)

где *s* – временной масштаб, определяющий растяжение или сжатие материнской функции,  $\tau$  – временной сдвиг вейвлетного преобразования,  $\varphi_0(\eta)$  – материнский вейвлет. В данной работе был использован материнский морле-вейвлет

$$\Psi_0(\eta) = \pi^{-1/4} e^{j\omega_0 \eta} e^{-\eta^2/2} \tag{2}$$

поскольку он, как было показано в [10, 11], является оптимальным базисом для частотно-временного представления сигнала ЭЭГ.

Процедуре НВП подвергались короткие (~10–20 с) интервалы ЭЭГ, содержащие исследуемые паттерны (сонные веретена). В ходе исследования строились поверхности вейвлетной энергии, и в результате их анализа были выявлены основные частотновременные характеристики сонных веретен такие как общий частотный состав и средняя продолжительность паттерна. Кроме того, были рассмотрены мгновенные распределения энергии вейвлетного преобразования для различных моментов времени, в результате чего была обнаружена сложная динамика частоты в течение сонного веретена и выявлена основная тенденция к росту частоты от начала к концу сонного веретена.

На следующем этапе работы были изучены записи ЭЭГ крыс различных возрастов (5, 7 и 9 месяцев) и с различной степенью развития абсанс-эпилепсии (так называемый эпилептический статус, оцениваемый по числу эпилептических приступов за некоторый характерный интервал времени). В ходе данного исследования была обнаружены структурные изменения, возникающие в сонных веретенах с возрастом животного и развитием заболевания. Сонные веретена были разделены на несколько основных типов и было выяснено, что веретена некоторых типов с возрастом и развитием эпилепсии по своим параметрам становятся сходны с пик-волновыми разрядами. Таким образом, результаты данного анализа подтверждают существование связи между сонными веретенами и абсанс-эпилепсией.

Полученные данные о частотно-временном составе сонных веретен позволили разработать эффективный метод для автоматического выделения сонных веретен на записях ЭЭГ, основанный на непрерывном вейвлетном преобразовании. Суть метода, который базируется на результатах работ [11, 12], заключается в следующем. Для исследуемого ряда ЭЭГ которой выполнялось НВП и рассчитывались усредненные по характерному частотному  $F_s$  диапазону значения энергии W(t):

$$W(s,\tau) = \int_{F_s} \left| W(f_s,t) \right|^2 df_s \tag{3}$$

Выделение сонных веретен было проведено в частотном диапазоне 10–16 Гц. При превышении усредненной энергией W(t) экспериментально определяемого порогового значения  $W_{\rm kp}$  делался вывод о наличии в сигнале сонного веретена в данный момент времени.

Данные автоматической разметки, полученные с помощью изложенного выше метода, послужили исходным материалом для изучения динамики появления осцилляторных паттернов на ЭЭГ. Для этого был проведен статистический анализ интервалов времени L между последовательными сонными веретенами на ЭЭГ и получены статистические распределения временных интервалов по длительности N(L).

Полученные распределения тестировали на соответствие степенному закону  $N(L) = \beta L^{\alpha}$  В данном случае важную роль играет значение показателя  $\alpha$ , поскольку  $\alpha = -1.5$  соответствует системе с on-off перемежаемостью [14]. В ходе рассчитывалась среднеквадратическая исследования ошибка 3 между экспериментально полученными распределениями N(L) с различными значениями шага ΔL и теоретическим степенным законом. Значение показателя α искали для каждого экспериментального животного путем перебора  $\Delta L$ минимизации для среднеквадратической ошибки  $\varepsilon$ . Было обнаружено, что ошибка минимальна для  $\Delta L \approx 5$ с, для которого  $\alpha = -1.5$ .

Ранее аналогичный результат был получен для пик-волновых разрядов в работе [13], что позволяет заключить, что временная динамика пик-волновых разрядов и сонных веретен подчиняется единым закономерностям и описывается теорией on-off перемежаемости, что подтверждает существование связи между ними.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 14-02-31235, 12-02-00221), финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Государственного задания высшим учебным заведениям на 2014 год и плановый период 2015 и 2016 годов в части проведения научно-исследовательских работ (СГТУ-141 и СГТУ-146), а также Фонда содействия развитию малых форм предприятий в научно-технической сфере (конкурс «У.М.Н.И.К.», договор № 0002038)

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Buzsaki G., Draguhn A.// Science. 2004. V. 304. P. 1926.

2. Некоркин В.И. // Успехи физ. наук. 2008. V. 178. Р. 313.

3. Рабинович М.И., Мюезинолу М.К. // Успехи физ. наук. 2010. V. 180. Р 371.

4. Niedermeyer E., Fernando L.S. Electroencephalography: Basic Principles, Clinical Applications, and Related Fields. Lippincott Williams and Wilkins, 2004.

5. Храмов А.Е., Ситникова Е.Ю., Павлов А.Н., Макаров В.А., Короновский А.А. Вейвлеты в нейродинамике и нейрофизиологии:М. : Физматлит, 2013

6. De Gennaro L., Ferrara M.// Sleep Med. Rev. 2003. V. 7. P. 423.

7. Kostopoulos G.// Clin. Neurophysiol. 2000. V. 111. P. 27.

8. Van Luijtelaar E.L. // Acta Neurobiologiae Experimentalis. 1997. V. 57. P. 113

9. Короновский А.А., Храмов А.Е. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения: М.: Физматлит, 2003.

10. Van Luijtelaar G., Hramov A.E., Sitnikova E. et al. // Clinical Neurophysiology. 2011. V. 122. P. 687.

11. Sitnikova E., Hramov A.E., Koronovskii A.A., van Luijtelaar G. // J. Neurosci. Methods. 2009. V. 180. P. 304.

12. Овчинников А.А., Храмов А.Е., Люттьеханн А., ван Люжатаалар Ж. // ЖТФ. 2011. Т. 81. С. 3.

13. Sitnikova E., Hramov A.E., Grubov V.V. et al. // Brain Res. 2012. V. 1436. P. 147.

14. Heagy J.F., Platt N., Hammel S.M. // Phys. Rev. E. 1994. V. 49. P. 1140.

## Анализ когерентных структур, формирующихся в винтовом электронном потоке в режиме сжатого состояния

Е.Н. Егоров<sup>1</sup>, В.В. Макаров<sup>1,2</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского <sup>2</sup> Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А. <u>evgeniy.n.egorov@gmail.com</u>

Исследование сложной нестационарной динамики в интенсивных электронных пучках с виртуальным катодом (ВК) представляет собой актуальную задачу современной радиофизики и электроники . Исследование систем с ВК представляет фундаментальный интерес: они способны демонстрировать разнообразную хаотическую динамику, турбулентность и образование диссипативных электронных структур [1-2]. Очевидно также их прикладное значение как перспективных генераторов мощного СВЧ излучения на основе ВК (виркаторов) [3,4]. В прикладном плане можно отметить также работы по ускорению заряженных частиц с помощью колеблющегося ВК [4] и созданию источников широкополосного шумоподобного излучения различного уровня мощности [5].

Целью данной работы является численное исследование нестационарных нелинейных процессов, включая динамический хаос и процессы образования и взаимодействия когерентных структур, в нерелятивистском электронном пучке с ВК, находящимся в сжатом состоянии. Отметим, что подобные системы с ВК при торможении электронного потока могут представить значительный интерес в качестве источников шумоподобного широкополосного хаотического сигнала среднего уровня мощности в СВЧ диапазоне [5], поэтому их теоретическое и экспериментальное исследование имеет важное практическое значение.

Напомним, что сжатое состояние пучка (ССП) характеризуется высокой плотностью и малой кинетической энергией электронов потока [6-8]. Формирование ССП может наблюдаться как в мощных системах пучково-плазменной электроники с релятивистскими электронными пучками, так и в низковольтных системах. В режиме формирования ССП в пучке наблюдается сложная, вплоть до хаотической, собственная динамика частиц потока. Также режим ССП характеризуется возникновением и взаимодействием отдельных ансамблей заряженных частиц в потоке [9].

В качестве модели для исследования нестационарной динамики пучка в режиме ССП использовалась модель низковольтного виркатора с источником электронов в виде магнетронно-инжекторной пушки (МИП). Математическая модель описывающая систему представляет собой 2.5-мерную самосогласованную систему уравнений движения заряженных частиц и уравнения Пуассона [10]. Магнитное поле в МИП в области катода пушки имеет конфигурацию магнитной ловушки. Основными управляющими параметрами системы являются безразмерный управляющий параметру  $\alpha$ , пропорциональный корню квадратному из тока пучка и эквивалентный параметру Пирса и тормозящая разность потенциалов  $\Delta \varphi$ , которая вводится в пространстве дрейфа для увеличения первеанса пучка. Численное моделирование осуществлялось с помощью программного комплекса для моделирования процессов в генераторах с электронной обратной связью, подробно описанного в работе [10]. Описание системы в квазистатическом приближении в безразмерных параметрах позволяет распространить результаты моделирования на случаи от нерелятивистских до слаборелятивистских систем с винтовыми пучками.

Обсудим результаты моделирования данной системы. В области отражающего электрода при превышении тормозящей разности потенциалов  $\Delta \varphi$  некоторого

критического значения в трубе дрейфа образуется ВК. Вследствие отражения частиц от ВК, а также ограничивающего поперечные движения частиц магнитного поля, между ВК и катодом пушки устанавливается двухпотоковое состояние. В результате накопления пространственного заряда в этой области устанавливается сжатое состояние.

Предыдущие исследования (см. например, [9]) показали, что в сжатом состоянии в пучке частиц прослеживаются низкочастотные колебания потенциала пространства дрейфа, которые объясняются продольной динамикой заряженных частиц в пучке. Траекторный анализ показывает, что в данном режиме продольных колебаний заряда, в пучке не возникает пространственно локализованных сгустков электронов. Возникновение колебаний потенциала в системе определяется тем, что в прикатодной области возникают возмущения плотности заряда пучка, которые затем движутся вдоль пространства со скоростью волн пространственного заряда.



Рис. 1. Зависимость энергии КЛ-мод  $W_i$  от номера моды *i*, построенные при  $\alpha$ =1.6: кривая 1 соответствует тормозящему потенциалу  $\Delta \varphi$ =1.3; кривая 2 –  $\Delta \varphi$ =1.5; кривая 3 –  $\Delta \varphi$ =1.7. Масштаб по горизонтальной оси логарифмический

Рассмотрим физические процессы в электронном пучке в сжатом состоянии. Для этого воспользуемся методом анализа сложной динамики распределённых систем, основанном на методе ортогональной декомпозиции пространственно-временных данных с помощью разложение Карунена-Лоэва (КЛ) (подробно смотри описание метода в работах [11,12]). Говоря о применении этого метода к анализу сложного поведения ВК в пучке заряженных частиц, можно говорить о существовании в электронном потоке отдельных пространственно-временных структур, имеющих собственные характерные пространственные распределения и временные масштабы в которыми электронном пучке, взаимодействие между позволяет объяснить особенности поведения пучка с ВК в целом.

Характерной особенностью динамики пучка в сжатом состоянии является то, что энергия колебаний ВК сосредоточена в основном в нескольких первых КЛ-модах (см. рис. 1, кривая 2 и 3). В случае, когда ССП отсутствует, или слабо выражено, энергия колебаний мод распределена примерно равномерно по всему спектру мод (рис. 1, кривая 1). Фактически это означает, что в сжатом состоянии в пучке присутствует одна-две основные электронные структуры, которые полностью определяют динамику потока в целом. Остальные моды создают незначительный шумовой фон для колебаний основные структур.

На рис. 2 приведено распределение в пространстве собственных векторов  $\Psi_1(\underline{z})$  и  $\Psi_2(z)$  двух первых КЛ-мод. Видно, что значительные отличия собственных векторов

наблюдаются только в прикатодной области, в остальной области пространства дрейфа распределения мод близки. Как было сказано выше, в прикатодной области возникают возмущения плотности заряда пучка, которые затем движутся вдоль пространства со скоростью волн пространственного заряда. Именно эти возмущения описывает распределение КЛ-мод в пространстве (рис. 2). Соответственно колебания этих мод определяют спектральный состав колебаний потенциала пространства дрейфа в области пучка.



Рис. 2. Распределение в пространстве собственных векторов  $\Psi_i(z)$  для первой (обозначена 1) и второй (обозначена 2) КЛ-мод

Исследование выполнено при поддержке грантов РФФИ (№№ 14-02-31149-мол\_а, 12-02-00345, 12-02-33071 и 13-02-90406), а также Президентской программы поддержки молодых российских учёных (МК-818.2013.2 и МД-345.2013.2).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. М.И. Рабинович, Д.И. Трубецков «Введение в теорию колебаний и волн», М.– Ижевск: РХД, 2000.

2. D. Walgraef, «Spatio-temporal pattern formation», N.Y.: Springler-Verlag, 1996.

3. А.А. Рухадзе, С.Д. Столбецов, В.П. Тараканов // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. No. 3. C. 385.

4. А.Е. Дубинов, В.Д. Селемир // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. No. 6. С. 575.

5. Ю.А. Калинин и др. // Физика плазмы. 2005. Т. 31. No. 11. CC. 1009-1025.

6. A.M. Ignatov, V.P. Tarakanov // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. No. 3, PP. 741-744.

7. А.Е. Дубинов и др. // ФЭЧАЯ. 2004. Т. 35. No. 2. С. 462.

8. Е.Д. Донец, и др. // Физика плазмы. 2009. Т. 35. No. 1. С. 61-69.

9. E.N. Egorov, A.A. Koronovskii, S.A. Kurkin, A.E. Hramov // Plasma Physics Reports. 2013. V. 39. No. 11. PP. 925-935.

10. А.Е. Храмов, и др. // Математическое моделирование. 2011. Т. 23. No. 1, CC. 3-18.

11. С. Ватанабе «Разложение Карунена-Лоэва и факторный анализ. Теория и приложения», «Автоматический анализ сложных изображений» (под редакцией Э.М. Бравермана), М.: Мир, 1969, 310.

12. Е.Н. Егоров, и др. // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51. No. 11. СС. 51-63.

### Перемежающееся поведение пространственно-распределенных систем, находящихся в режиме фазовой синхронизации, на граничных временных масштабах наблюдения

М.О. Журавлев<sup>1,2</sup>, А.А. Короновский<sup>1,2</sup>, О.И. Москаленко<sup>1,2</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, <sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарин Ю.А. <u>zhuravlevmo@gmail.com</u>

Синхронизация хаотических колебаний представляет собой одно из фундаментальных явлений, наблюдающихся в широком классе объектов природы и техники, и привлекает пристальное внимание исследователей [1,2]. Интерес к этому феномену связан как с большим фундаментальным значением его исследования [1], так и с широким кругом практических приложений, например, при скрытой передаче информации [3], в биологических, химических, физических задачах [4], при управлении хаосом, в том числе в системах СВЧ электроники [5].

В настоящее время выявлено несколько типов синхронного поведения однонаправлено и взаимно связанных динамических систем, таких как фазовая синхронизация [6], обобщенная синхронизация [7], синхронизация с запаздыванием [8], полная синхронизация [9], синхронизация временных масштабов [10] и др., каждый из которых обладает своими специфическими особенностями и методами диагностики.

Из известных типов синхронного поведения особый интерес для изучения представляет синхронизация временных масштабов [10]. Этот тип синхронной хаотической динамики позволяет рассматривать с единых позиций все типы хаотической синхронизации, перечисленные выше. Более того, он может быть диагностирован даже в тех случаях, когда детектирование других типов синхронного поведения оказывается проблематичным (например, диагностика фазовой хаотической синхронизации в системах с фазово-некогерентным аттрактором [11]), что делает его широкораспространенным и важным в различных практических приложениях. Важно также отметить широкие возможности диагностики хаотической синхронизации с помощью метода синхронизации временных масштабов в случае многомасштабного хаоса.

Синхронизация временных масштабов основана на анализе поведения рассматриваемых систем на различных временных масштабах, вводимых в рассмотрение с помощью непрерывного вейвлетного преобразования с комплексным базисом [12]. В этом случае, если для временных реализаций, порождаемых рассматриваемыми системами, можно найти такой диапазон временных масштабов, для которого наблюдается синхронное поведение, то такой режим называется синхронизацией временных масштабов [10].

Особое внимание в исследовании синхронной динамики связанных хаотических систем направлено на изучение состояний, предшествующих синхронизации. В настоящее время существует большое количество работ, в которых установлено, что переход от синхронного режима к асинхронному осуществляется, как правило, через перемежающееся поведение, наблюдаемое вблизи границ синхронизации [8, 13]. Кроме того, известно, что каждому из типов синхронизации предшествуют свой определенный тип перемежаемости. В рамках недавних работ по изучению перемежающегося поведения на границе синхронизации временных масштабов [14-16], было показано, что на границе этого режима реализуется перемежаемость «кольца». Необходимо отметить, что все проведенные ранее исследования перемежающегося поведения на границе синхронизации временных масштабов проводились для

потоковых систем, что в свою очередь, оставляет открытым вопрос о том, какой тип поведения будет реализовываться при переходе от синхронизации временных масштабов к асинхронной динамике в пространственно-распределенных системах. Изучение подобного явления позволит более глубоко понять механизмы установления данного типа хаотической синхронизации в пространственно-распределенных системах.

Настоящая работа посвещена исследованию поведения пространственнораспределенных систем при переходе от синхронизации временных масштабов к асинхронной динамике. В качестве объекта исследования выбраны однонаправлено связанные диоды Пирса. Проведен анализ статистических характеристик (распределений длительностей ламинарных участков поведения при фиксированных значениях управляющих параметров, зависимости средней длительности ламинарных участков от параметра надкритичности), на основе которого установлено, что переход от синхронизации временных масштабов к асинхронной динамики пространственнораспределенных систем осуществляется также через перемежаемость «кольца» [13-15].

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Государственного задания высшим учебным заведениям на 2014 год и плановый период 2015 и 2016 годов в части проведения научно-исследовательских работ (СГТУ-141), Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (МК-807.2014.2) и Российского фонда фундаментальных исследований (14-02-31088-мол-а).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S. Boccaletti, J. Kurths, G. Osipov // Phys. Rep. (2002), V. 366. P. 1

2. А. Пиковский, М. Розенблюм, Ю. Куртс Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003. 496 с

3. R. Roy // Nature. 2005. Vol. 438. P. 298.

4. R.C. Elson et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. Vol. 81. 25. P. 5692.

5. C.M. Ticos, et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. No 14. P. 2929.

6. M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky, J. Kurths // Phys. Rev. Lett. 1996. Vol. 76. No 11. P. 1804.

7. N.F. Rulkov, et al. // Phys. Rev. E. 1995. Vol. 51. No 2. P. 980.

8 M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky, J. Kurths // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. No 22. P. 4193–4196.

9. L.M. Pecora, T.L. Carroll // Phys. Rev. Lett. 1990. Vol. 64. No 8. P. 821.

10. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii // Chaos. 2004. Vol. 14. No 3. P. 603.

11. M.G. Rosenblum, A.S. Pikovsky, J. Kurths // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89. 26. P. 264 102.

12. A. Grossman, J. Morlet // SIAMJ. Math. Anal. 1984. Vol. 15. No 4. P. 273.

13. S. Boccaletti, D.L. Valladares // Phys. Rev. E. 2000. Vol. 62. No 5. P. 7497–7500.

14. M.O. Zhuravlev, et al. // Phys. Rev. E. 2011. Vol. 83. P. 027201.

15. М.О. Журавлев, и др. // Изв. Вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2011. т. 19, 4. 12-24.

16. М.О. Журавлев, и др. // ЖТФ. 2011. т. 81. 7. 7-12.

### Мультистабильные и хаотические автоколебания в кольцевых ДВосцилляторах

#### В.В. Зайцев, Е.Н. Крыгина, С.В. Линдт Самарский государственный университет zaitsev@samsu.ru

1. Кольцевые автоколебательные системы представляют интерес в качестве источников сигналов с повышенной долговременной стабильностью частоты [1]. В то же время они интересны и как нелинейные динамические модели для описания разнообразных физических эффектов [2]. Настоящим сообщением вводятся в рассмотрение объекты нелинейной динамики дискретного времени – активные кольцевые ДВ-осцилляторы в форме алгебраически простых каскадов. ДВ-осцилляторы синтезированы нелинейным методом импульсной инвариантности [3], по аналоговым прототипам – кольцевым генераторам с активными, но не самогенерирущими ячейками. Исследованы особенности регулярных и хаотических автоколебаний в рассматриваемых системах.

ДВ-осциллятор, имеющий аналоговым прототипом кольцевой генератор Ван дер Поля [4], определяется многомерным дискретным отображением

$$x_{n}[k] - 2\alpha \cos(2\pi \omega_{0})x_{n}[k-1] + \alpha^{2}x_{n}[k-2] = \gamma \{\cos(2\pi \omega_{0})g(x_{n-1}[k-1]) - g(x_{n-1}[k-2])\};$$

$$n = 1, 2, ..., N; \ x_{0}[k] = x_{N}[k]; \ g(x) = x - x^{3}/3.$$
(1)

Здесь параметр диссипации  $\alpha = \exp(-\pi\omega_0/Q)$  определяется добротностью Q резонансной ячейки;  $\omega_0$  – собственная частота каскада, измеряемая в единицах частоты дискретизации (каскады считаются идентичными);  $\gamma$  – параметр связи между ячейками (уровень возбуждения).

**2.** При выполнении условия  $\gamma \ge \gamma_c = 1 - \alpha^2$  в ячейках системы (1) возбуждаются синфазные автоколебания, которые можно представить в форме

$$x_n[k] = \frac{1}{2} A_n[k] Z^k + \frac{1}{2} A_n[k] Z^{-k} , \qquad (2)$$

где  $Z = \exp(j2\pi\omega_0)$  – множитель поворота, а амплитуды  $A_n[k]$  считаются медленными функциями дискретного времени.

Считая условием медленности выполнение приближенных равенств

$$A_n[k-1] - A_n[k-2] = A_n[k] - A_n[k-1]$$

и пренебрегая третьей гармоникой дискретного сигнала (2), для амплитуд автоколебаний в ячейках кольцевого ДВ-осциллятора (1) удается получить следующую систему укороченных уравнений:

$$A_{n}[k] = A_{n}[k-1] - \pi \frac{\omega_{0}}{Q} A_{n}[k-1] + \frac{\gamma}{2} \left( 1 - \frac{1}{4} A_{n-1}^{2}[k-1] \right) A_{n-1}[k-1];$$

$$n = 1, 2, ..., N; A_{0}[k] = A_{N}[k].$$
(3)

Дальнейший анализ динамических характеристик кольцевых осцилляторов проведен на основе численных решений разностных укороченных уравнений (3). Ряд результатов для кольца из N = 4 ячеек состоит в следующем.

С ростом уровня возбуждения наблюдается эволюция режимов генерации автоколебаний. В интервале значений  $\gamma_c \leq \gamma < \gamma_1$  кольцевая система ведет себя как обычный осциллятор Ван дер Поля, распределение амплитуд установившихся автоколебаний по ячейкам однородно. Далее, если  $\gamma_1 \leq \gamma < \gamma_2$ , то в системе устанавливается бистабильный режим, при котором амплитуды автоколебаний в ячейках могут принимать одно из двух значений и их распределение по ячейкам неоднородно: ячейки с низкими и высокими амплитудами чередуются. Затем, при  $\gamma_2 \leq \gamma$ , реализуется режим с четырьмя возможными значениями установившихся амплитуд, а их распределение по ячейкам произвольно. Рис. 1, *а* иллюстрирует описанную смену режимов в процессе установления автоколебаний в кольцевой системе из четырех ячеек с параметрами  $\omega_0 = 0.23, Q = 20, \gamma = 0.169$ .



Рис. 1. Огибающие автоколебаний в кольцевом ДВ-осцилляторе

Следует отметить, что мощности установившихся автоколебаний при  $\gamma \to \infty$ , согласно решению укороченных уравнений (3), удовлетворяют условию

$$\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}A_{n}^{2}=2N$$
.

Однако такой режим является неустойчивым и при высоких уровнях возбуждения кольцевой ДВ-осциллятор переходит в режим генерации с хаотической амплитудной модуляцией (см. рис. 1,  $\delta$  для  $\gamma = 0.2$ ).

Аналогичные закономерности наблюдаются в кольцевых системах с любым четным числом ячеек. В системах из нечетного числа ячеек описанное расщепление энергетических уровней не происходит: в них режим с однородным распределением амплитуд по ячейкам с ростом уровня возбуждения сменяется режимом с автомодуляцией амплитуды, сначала регулярной, а затем хаотической.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.В. Зайцев, Л.Г. Шепелевич, А.В. Якимов // 1980. Т. 25. N 5. С. 990.

2. Дж.К. Спротт «Элегантный хаос» М. – Ижевск: ИКИ, 2012.

3. В.В. Зайцев // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 2014. Т. 17. №1. С. 47.

4. В.В. Зайцев, С.В. Линдт, И.В. Стулов // Вестник СамГУ. 2013. № 1(102). С. 114.

### Генерация и усиление в приборах с пульсирующим электронным пучком

Ю.А. Калинин, А.В. Стародубов, А.С. Фокин

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» <u>alexander1989fokin@mail.ru</u>

Перспективным направлением современной вакуумной электроники является переход в терагерцовый диапазон частот, что обусловлено физическими свойствами этой области электромагнитного излучения, граничащей с фотоникой, в частности, его способностью проникать через непрозрачные для оптического диапазона среды, что открывает возможности его применения системах, как военного, так и гражданского назначения. Однако многие традиционные подходы, применяемые в СВЧ электронике в данном диапазоне, оказываются сложно реализуемыми. Так существенно возрастают требования к качеству изготовления электродинамических систем, связанные с уменьшением сечения пролетного канала и периода замедляющей системы. Малые размеры пролетного канала ограничивают ток пучка, а, следовательно, и максимальную выходную мощность.

Одним из возможных путей решения этой проблемы является отказ от замедляющих систем и использование сложной динамики электронного потока, обладающего непрерывным или дискретным распределением по скоростям. В частности, большой интерес представляет исследование многоскоростных пучков с периодически изменяющимся диаметром. Такие пучки могут быть использованы при создании широкополосных усилительных и генераторных ламп. Рассмотрим подробнее вопросы усиления и генерации в приборах с пульсирующими электронными пучками.

Усиление связано с взаимодействием пульсирующего электронного пучка с незамедленными волнами пространственного заряда [1]. Это так называемый электронно-волновой усилитель. Пульсирующий пучок формируется путем инжекции электронного пучка в неоднородное магнитное поле с радиусом отличным от равновесного или ненулевым углом наклона. В таком пучке сильно меняется величина заполнения пролетного канала  $r_{\rm n}/r_{\rm rp} \approx 0,1\div0,8$ , что влияет на плотность тока в пучке величина  $j_1/j_2=r_2^2/r_1^2$  изменяется в 50÷100 раз, где  $j_1=I/\pi r_1^2$ ,  $j_2=I/\pi r_2^2$ . Один из механизмов передачи энергии от пучка в/ч полю состоит в том, что при расширении пучка электронный поток производит работу, определяемую радиальными силами расталкивания пространственного заряда, а при сжатии пучка производится работа против сил пространственного заряда. Кроме того, возможно взаимодействие пульсирующего электронного пучка с собственными колебательными модами цилиндрического пролетного канала. В работе [2] был экспериментально показан факт взаимодействия с прямой волной пространственного заряда, распространяющейся в пучке. Оба указанных подхода могут быть использованы при создании усилительных ламп с электронно-волновым взаимодействием. Отметим, что указанные эффекты проявляются наилучшим образом при работе с большими входными сигналами – в основе их работы лежит эффект нелинейного захвата электронов волной большой амплитуды. Под большими входными сигналами следует подразумевать отношение Р<sub>вх</sub>/Р<sub>0</sub>~5\*10<sup>-2</sup>, где Р<sub>вх</sub> - мощность входного сигнала, а Р₀ - мощность пучка.

Перейдем теперь к рассмотрению процесса генерации. Приборы, использующие сложную динамику электронного пучка в качестве источника СВЧ сигнала, исследуются достаточно давно – это, в частности, так называемые генераторы на турбулентных пучках [3]. Величина разброса скоростей электронов, влияет на процесс

формирования электронных сгустков в пучке. Большая величина скоростного разброса ухудшает качество сгустков, уменьшая величину отношения плотности тока в сгустках к плотности тока пучка до значения  $j/j_o=100$ , но в то же время за счет большего числа электронных сгустков обеспечивает большую полосу рабочих частот и меньшую изрезанность спектра выходного сигнала. В случае пульсирующего пучка, возможно существенно повысить КПД такого генератора. Так как в области сжатия потенциал провисает, то разброс скоростей электронов позволяет создать условия, при которых в пучке часть электронов окажется не в состоянии преодолеть образовавшийся потенциальный барьер и отразится обратно в направлении катода, создавая тем самым электронную обратную связь. Если в низковольтном виркаторе обратная связь осуществляется за счет отраженных электронов («мягких») с малой энергией (скоростью), которые при их движении в сторону пушки ускоряются и отбирают энергию у поля, то в рассматриваемом случае обратную связь образует все те электроны, которые оказываются неспособными преодолеть понижение потенциала в местах сжатия.

Экспериментально исследование осуществлялось на базе разборной вакуумной установки. Питание лабораторного макета осуществлялось в импульсном режиме при напряжении U=6-8 кВ и токе пучка I=200-300 мА, длительности импульса  $\tau$ =50 мкс, скважности s=1000. Электронная пушка (сходимость  $\Theta$ =30<sup>0</sup>) сформировала аксиально симметричный пучок, который далее проходил по трубе диаметром d=20 мм. Для фокусировки пучка использовалось неоднородное магнитное поле амплитудой B=0,05 Тл и периодом b=25 мм. Перемещая зондовое устройство (подвижный вывод энергии) вдоль макета, можно изменять длину пространства взаимодействия. Исследования проводились на частоте f=1-2 ГГц. Плотность тока в электронном пучке измеряли методом подвижного зондового устройства. В макете использовалась конструкция катодного узла с двумя сетками [4], позволяющая управлять величиной скоростного разброса, а также подвижная магнитная система, позволяющая создавать необходимую для формирования пульсирующего пучка конфигурацию магнитного поля

Предварительно было произведено численное моделирование траекторий электронов по методике работы [5] с целью рассмотрения возможности создания пульсирующего электронного пучка (с периодически изменяющимся радиусом). Расчеты показали, что наибольшее влияние на формирование более плотных сгустков оказывает величина фокусирующего магнитного поля и распределение поля B(z). Результаты численного моделирования показывают, что удается сформировать электронный пучок с максимальным радиусом  $r_{n max}/r_{rp}=0,7$  и минимальным радиусом  $r_{n max}/r_{rp}=0,15$ , при этом период пульсаций составлял Z=2, а их число на длине Z=30 составляло 15 пульсаций. Угол сходимости пучка при этом составлял  $\Theta=30^{0}$ , первеанс  $P_{\mu}=1,0$ , величина магнитного поля B=0,05 Тл.

Результаты экспериментального исследования качественно подтверждают выводы расчетов. Экспериментально выявлено влияние различных факторов на формирование пульсирующего пучка и величину плотности тока в сгустках. Основными факторами являются: сходимость электронного пучка, определяемая углом сходимости; первеанс пучка; величина магнитного поля, а также скоростной разброс. Угол сходимости  $\Theta$  электронного пучка сильно влияет на электронную плотность в сгустках и их протяженность. С ростом угла сходимости от  $10^0$  до  $50^0$  протяженность сгустков уменьшилась от  $\Delta Z = 0,3$  до  $\Delta Z = 0,07$ , т.е. сгустки становятся более компактными. Как и в случае расчетных данных, наибольшее влияние при формировании пульсирующего пучка наряду с углом сходимости оказывает величина и конфигурация магнитного поля. При значении амплитуды поля B=0,02 Тл плотность составляла  $j/j_0 = 20$  при протяженности сгустка  $\Delta Z = 0,3$ , дальнейшее увеличение

амплитуды магнитного поля до значения B=0,05 Тл привело к росту плотности тока в сгустках до  $j/j_0 = 520$ , а сами сгустки становились более компактными –  $\Delta Z = 0,14$ . В режиме усиления именно эти факторы оказываются наиболее существенными. Первеанс  $P_{\mu}$  влияет главным образом на плотность электронных сгустков и с увеличением  $P_{\mu}$  от 1 до 10 плотность падает от  $j/j_0 = 270$  до  $j/j_0 = 105$ ; что объясняется влиянием сил пространственного заряда. С увеличением разброса электронов по скоростям в пучке  $\Delta v/v$  от 0 до 0,5, плотность в сгустках падала от  $j/j_0 = 110$  до 40, при этом сами сгустки становились более протяженными –  $\Delta Z$  изменялась от 0,3 до 0,82. Увеличение разброса по скоростям приводит к турбулизации электронного потока, в результате пульсирующий пучок очень быстро утрачивает пульсирующий характер, плотные сгустки, расположенные в местах сжатия пучка, пропадают и вместо них появляются локальные неоднородности в местах пересечения отдельных электронных траекторий, что качественно подтверждается результатами численного моделирования.

На рис. 1 приведена зависимость коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия, измеренная для случая больших входных сигналов ( $P_{Bx}/P_0 \sim 10^{-2}$ ) при  $P_{Bx}=20-30$  Вт. На длине пространства взаимодействия порядка  $\Delta Z=20$  коэффициент усиления *Ky* составлял 15 дБ и увеличивался с дальнейшим ростом  $\Delta Z$ . Однако при длине, превышающей  $\Delta Z=30$  рост коэффициента усиления прекращался, что обусловлено разрушением периодической структуры электронного пучка.



Рис.1. зависимость коэффициента усиления от длины пространства взаимодействия.

Увеличивая скоростной разброс в пучке до 20% посредством катодного угла с двумя сетками удалось достичь перехода к генерации. Можно выделить две основных причины такого перехода: процессы отражения электронов в местах сжатия пульсирующего пучка, приводящие к возникновению электронной обратной связи, а также усложнение динамики электронного потока с последующим разрушением периодичности и переходом к турбулентному характеру движения. На рис.2 приведены значения выходной мощности, полосы частот и КПД для указанных режимов. КПД, измеренный по интегральной мощности для пульсирующего пучка, составляет порядка 10%, что оказывается в 2-2,5 раза выше, чем при использовании турбулентного пучка постоянного сечения. Также наблюдается рост выходной мощности и увеличение рабочей полосы частот, что подтверждает рассмотренный выше механизм возникновения электронной обратной связи. Однако, в случае турбулентного пучка изрезанность спектра выходного сигнала оказывается ниже.



Рис.2. Выходная мощность P, полоса частот  $\Delta f/f$  и электронный КПД  $\eta$  для пучка постоянного сечения (точка 1) и пульсирующего электронного пучка (точка 2).

Таким образом, электронный пучок с периодически изменяющимся диаметром позволяет реализовать усиление (*Ky* ~ 15 дБ) в случае использования входных сигналов большого уровня мощности, а также генерацию с КПД порядка 10-12%. Экспериментально полученные параметры электронного пучка качественно хорошо согласуются с расчетными данными, что позволяет утверждать о справедливости рассмотренных механизмов возникновения генерации и усиления.

Работа выполнена при поддержке проектов РФФИ № 13-02-01209-а, № <u>14-02-</u> <u>90006</u>, а также гранта Президента РФ по поддержке молодых ученых – кандидатов наук (проект МК-1373.2014.2).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. В.Н. Шевчик, Г.Н. Шведов, А.В. Соболева. Волновые и колебательные явления в электронных потоках на сверхвысоких частотах. Саратов, издательство Саратовского университета, 1962.

2. Dyott R.B. Davies M.C. // IEEE Transaction, 1966, ED-13, №3, p.374

- 3. Ю.А Калинин и др. // Патент 46884 (РФ). Опубл. в 27.07.05.
- 4. Ю.А Калинин, А.В. Стародубов. // Патент 128393 (РФ). Опубл. в 25.05.13.
- 5. Ю.А. Калинин и др. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. Вып. 1. С. 32-39.

### Скейлинговые характеристики лазерных пучков в случайнонеоднородной среде

Е.Г. Ким, А.М. Зотов, Н.Л. Петров Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра оптики и спектроскопии kim.elena@physics.msu.ru

Сохраняет актуальность проблема, связанная с изучением флуктуационной структуры лазерных пучков в случайно-неоднородных средах. Эта проблема имеет прямое отношение к улучшению характеристик информационных систем связи, открытые каналы распространения излучения использующих [1]. Влияние турбулентных образований в случайно-неоднородной атмосфере на пространственновременную структуру лазерного излучения существенным образом сказывается на устойчивости связи и качестве передачи информации. Исследование флуктуаций излучения представляет также дополнительный интерес с точки зрения разработки совершенствования известных методов диагностики новых И уже срелы распространения. Последний аспект во многом определил содержание данного доклада.

Целью доклада является изучение возможности применения скейлинговых представлений для анализа характера флуктуаций лазерных пучков в неоднородных средах, а также разработка подходов к более совершенным методам диагностики среды распространения, использующих, в частности, оценку параметров скейлинга. Сформулированная цель реализуется как на основе численного моделирования, так и на основе экспериментальных исследований.

На первом этапе работы было осуществлено сопоставление известных по литературным источникам методов оценки скейлинга в структуре лазерных пучков, профиль которых претерпевает искажения под влиянием присутствующих в среде неоднородностей. Были рассмотрены следующие методы: метод структурной функции [2], метод Хигучи [3], метод покрытий [4], а также некоторые их модификации [5]. Их тестирование показало, что наиболее удобными в практическом отношении и, в то же время, обеспечивающими необходимую точность являются метод структурной функции и метод покрытий. Тестирование проводилось путем обработки тестовых одномерных и двумерных структур, построенных с использованием фрактальных и мультифрактальных функций Вейерштрасса, моделирующих пространственновременные флуктуации излучения [2]. На рисунке 1 в качестве примера представлен построенный в двойном логарифмическом масштабе график зависимости структурной функции второго порядка S(p) от величины p, характеризующей расстояние между парами значащих точек. Структурная функция распределения интенсивности строилась с использованием выражения:

$$S(p) = \left\langle \left[ I(r+p) - I(r) \right]^2 \right\rangle, \tag{1}$$

где r – текущая координата точки в поперечном сечении пучка (величины r и p выражены в относительных единицах). Распределение интенсивности I(r) флуктуаций излучения задавалось функцией Вейерштрасса.

Линейный участок графика (см. пунктир) в области малых значений p позволяет оценить по его наклону фрактальную размерность D и величину области скейлинга. Величина D для данного случая оказалась равной 1.1, что лишь незначительно отличается от изначально задаваемого значения.



Рис. 1. Структурная функция флуктуаций излучения.

Экспериментальные исследования проводились на установке, в которой зондирующее излучение пропускалось либо через многоходовую оптическую кювету с искусственно создаваемой воздушной турбулентной средой, либо через фазовые неоднородные пластины. Варьируя скорость потока воздуха через кювету и градиент температуры внутри ее, можно было изменять средние размеры турбулентных образований. В эксперименте эти размеры регистрировались путем использования сдвигового интерферометра. Регистрация структуры излучения производилась высокоскоростной цифровой видеокамерой. Было показано, что хотя регистрируемая структура флуктуаций не является в строгом смысле фрактальной, она обладает определенными скейлинговыми свойствами. Наиболее отчетливо они проявлялись во флуктуации положения «центра тяжести». Обработка данных о смещениях пучка показала, что значение фрактальной размерности зависит от состояния турбулентности. При увеличении в кювете доли мелкомасштабных образований фрактальная размерность заметным образом увеличивалась. Анализ этой зависимости дает основание рассматривать скейлинговую диагностику флуктуации излучения в качестве инструмента, позволяющего осуществлять оценку состояния турбулентной среды. Корректность оценки скейлинга в пространственных характеристиках пучков подтвердили дополнительные эксперименты со случайными фазовыми пластинами, в которых радиусы корреляции в распределении интенсивности можно было менять в более широких пределах.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 14-02-00461).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Т.И. Арсеньян, П.В. Короленко, М.С. Маганова // Lightwave Russion Edition. 2008. No 4. P. 21.

2. П.В. Короленко, М.С. Маганова, А.В. Меснянкин. Новационные методы анализа стохастических процессов и структур в оптике. Фрактальные и мультифрактальные методы, вейвлет преобразование. Учебное пособие. - М.: Московский государственный университет им.М.В. Ломоносова, 2004.

3. A. Flamholz et al. // SPIE. 2006. V. 6084. 60840R-10.

4. Peli T. Multiscale fractal theory and object characterization// Opt.Soc.Am.A.J. 1990. V. 7. No 6. P. 1101.

5. А.М. Зотов, Е.Г. Ким, П.В. Короленко, Ю.В. Рыжикова // Электромагнитные волны и электронные системы. 2013. Т.18. №12. С. 10.

## Перемежаемость в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной во внешнюю резонансную систему

В.А. Макаров<sup>1,3</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,3</sup>, А.А. Короновский<sup>1,3</sup>, О.И. Москаленко<sup>1,3</sup>, В.А. Максименко<sup>1,3</sup>, К.Н. Алексеев<sup>2</sup>, А.Г. Баланов<sup>2,3</sup> <sup>1</sup>Саратовский Государственный Университет им Н.Г. Чернышевского <sup>2</sup>Department of Physics, Loughborough University, United Kingdom <sup>3</sup>Саратовский Государственный Технический Университет им. Гагарина Ю.А. email vladmak404@gmail.com

Исследование различных явлений в полупроводниковых сверхрешетках в настоящее время является важной и активно исследуемой задачей электроники сверхвысокочастотного и терагерцового диапазонов [1,2,3].

В контексте использования полупроводниковых сверхрешеток в высокочастотной электронике важной задачей является изучение взаимодействия сверхрешетки с внешними электродинамическими системами, с которыми может быть связана наноструктура. Такая постановка задачи может быть рассмотрена в двух аспектах. Вопервых, на высоких частотах невозможно избавиться от паразитных емкостей и индуктивностей элементов подключения сверхрешетки (провода, контакты и т.п.), которые образуют паразитные резонансные контуры, воздействующие на сверхрешетку. Поэтому при изучении режимов генерации сверхрешетки необходимо учитывать влияние такого внешнего «паразитного» резонансного контура. Во-вторых, хорошо известно, что внешние электродинамические системы часто являются эффективным способом управления сложными нелинейными колебательными процессами в диапазоне сверхвысоких частот, в частности, введение дополнительных резонансных систем может приводить к возбуждению хаотических колебаний в генераторах (например, в резонансной ЛОВ [6]).

Ранее нами было показано, что подключение внешней добротной резонансной системы способствует возникновению хаотических и квазипериодических режимов колебаний в полупроводниковой сверхрешетке[7]. С точки зрения нелинейной динамики твердого тела представляет интерес изучение механизма перехода к хаосу в данной системе.

В настоящей работе детально исследован переход к хаосу в полупроводниковой сверхрешетке, помещенной во внешнюю резонансную систему. Показано, что переход к хаосу происходит по сценарию перемежаемости типа I, что подтверждено статистическими характеристиками и видом отображения Пуанкаре.

Для описания коллективной динамики заряда в полупроводниковой сверхрешетке используется стандартная модель, основанная на самосогласованной системе уравнений Пуассона и непрерывности, которые интегрируются численно [5]. Предполагается, что в резонансной системе возбуждается только одна мода колебаний, что позволяет нам моделировать внешний резонатор с помощью нестационарных уравнений Кирхгофа. Считается, что полупроводниковая сверхрешетка находится при низкой температуре T =4.2 K.

Как уже было показано ранее, в сверхрешетке, помещенной во внешний резонатор наблюдается как периодическая, так и нерегулярная динамика, тогда как автономная сверхрешетка демонстрирует только периодические колебания. Было обнаружено, что при увеличении напряжения питания сверхрешетки в резонаторе на временной реализации появляются короткие турбулентные фазы. С дальнейшим увеличением напряжения питания их число резко возрастает и длина ламинарных

отрезков уменьшается. Такой тип поведения говорит о переходе к хаосу через перемежаемость [8].



Рис. 1: Средняя длина ламинарной фазы (точки) в зависимости от параметра надкритичности, V<sub>0</sub>-V<sub>crit</sub>. Пунктирной линией показан график  $\langle \tau \rangle = (V_0 - V_{crit})^{-0.5}$ . Частота внешнего резонатора  $f_Q = 13.81$  ГГц, добротность внешнего резонатора Q = 150.

Для определения типа перемежаемости, реализующейся в системе, была рассчитана средняя длительность ламинарных фаз в зависимости от параметра надкритичности (рис. 1). Аппроксимация полученных значений дает нам степенной закон с показателем степени близким к -0.5, что соответствует перемежаемости типа I [9].

Исследование выполнено при поддержке грантов РФФИ (12-02-33071), а также Президентской программы поддержки молодых российских учёных-докторов наук (МД-345.2013.2), а также программой поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-828.2014.2) и Фонда «Династия».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. L. Esaki and R. Tsu // IBM J. Res. Develop. E. 1970. V. 14. No 1. P. 61.

А.Я. Шик // ФТП. 1974. Т. 8 С. 1841.

2. Bonilla L.L. and Grahn H.T // Rep. Prog. Phys. E. 2005. V.68. No 3. P. 577.

3. Tsu R. Superlattices to nanoelectronics, Amsterdam, Elsevier Science, 2005.

4. Wacker A. Semiconductor superlattices: A model system for nonlinear transport // Phys. Rep., 2002, Vol. 357. N. 1 P. 121.

5. Д. И. Трубецков, С. П. Кузнецов, Н. М. Рыскин, и А. Е. Храмов // Нелинейные волны 2004, Нижний Новгород: ИПФ РАН. 2005. С. 287–326.

6. A.E. Hramov et al. // Phys. Rev. Lett. 2014. V. 112 N. 11. P.116603.

7. H. G. Schuster and W. Just "Deterministic chaos. An Introduction." Wiley-VCH, 2005, Weinheim.

8. Pomeau, Y. and Manneville, P. // Comm. Math. Phys. 1980. V. 74. P. 189.

## Модель для исследование пространственно-временной динамики заряда в полупроводниковых сверхрешетках с омическими контактами

В.А. Максименко<sup>1,3</sup>, А.А. Короновский<sup>1,3</sup>, В.В. Макаров<sup>3</sup>, О.И. Москаленко<sup>1,3</sup>, К.Н. Алексеев<sup>2</sup>, А.Г. Баланов<sup>2,3</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,3</sup> <sup>1</sup>Саратовский Государственный Университет им Н.Г. Чернышевского <sup>2</sup>Department of Physics, Loughborough University, United Kingdom <sup>3</sup>Саратовский Государственный Технический Университет им. Гагарина Ю.А. <u>maximenkovl@gmail.com</u>

В последнее время исследование полупроводниковых наноструктур (сверхрешеток) [1] представляет большой интерес в контексте проектирования приборов и устройств суб-ТГц и ТГц диапазона частот [2, 3]. Известно, что в подобных периодических структурах возможна реализация доменного транспорта. сопровождающегося возникновением высокочастотных (до нескольких сотен ГГц) колебаний тока [4]. Кроме того, большое количество нелинейных явлений, сопровождающих транспорт заряда через полупроводниковую сверхрешетку, делают её изучения фундаментальных нелинейно-динамических важным объектом ДЛЯ закономерностей физики твердого тела [1, 5].

Следует отметить, что в реальных устройствах и экспериментальных установках на основе сверхрешетки на динамику полупроводниковой структуры влияет электродинамическая цепь, образованная омическими контактами эмиттера и коллектора, что оказывает существенное воздействие на характеристики доменного транспорта. В частности, наличие внешней электродинамической структуры обуславливает формирование паразитных резонансных контуров, которые могут приводить к появлению дополнительного участка отрицательной дифференциальной проводимости [6] и, в ряде случаев, к усложнению режимов колебаний тока [7].

Таким образом, детальное изучение процессов транспорта заряда на омических контактах полупроводниковой сверхрешетки представляется важным как с фундаментальной точки зрения, так и для решения различных прикладных задач. В то же время, процессы накопления и сброса заряда на контактах полупроводниковой сверхрешетки, а также их влияние на характеристики генерации на настоящий момент изучены слабо и в большинстве работ учитывается только падение напряжения на контактах в рамках приближенной модели [8].

В настоящей работе представлена математическая модель, описывающая пространственно-временную динамику заряда в сильносвязанной полупроводниковой сверхрешетке с протяженными омическими контактами эмиттера и коллектора. Модель основана на решении самосогласованной системы дифференциальных уравнений непрерывности и Пуассона как для полупроводниковой структуры, так и для сильнолегированных контактов с граничными условиями

$$J_{c}^{1}(L_{c},t) = J_{SL}(0,t),$$

$$J_{c}^{2}(0,t) = J_{SL}(L_{SL},t),$$
(1)

соответствующими выполнению закона сохранения заряда, где  $J_c^1(x,t), J_{SL}(x,t), J_c^2(x,t)$  – плотность тока, текущего через контакт эмиттера, сверхрешетку и контакт коллектора, соответственно,  $L_c=50$  нм – длина контактов,  $L_{SL}=115.2$  нм – длина полупроводникового образца.

Для определения величины плотности тока используется дрейфовое приближение

$$J(x) = en(x)\upsilon_d(F),$$
(2)

где  $\upsilon_d(F)$  определяет дрейфовую скорость носителей заряда в веществе для e>0 (e – заряд электрона).

Для моделирования движения носителей заряда в минизоне сильносвязанной полупроводниковой сверхрешетки используется зависимость, описанная в одной из первых работ, посвященных изучению полупроводниковых периодических наноструктур [9].

$$\upsilon_d^{SL}(F) = \frac{\delta\Delta}{2e\tau_{SL}} \times \frac{F}{F^2 + \hbar^2/(e^2d^2\tau_{SL}^2)}$$
(3)

В данном случае  $\Delta = 19.1$  МЭв – ширина энергетической минизоны, d=8.3нм – период полупроводниковой структуры,  $\tau_{sL}=25$  фс – время рассеяния носителей заряда в полупроводнике,  $\delta = 1/8.5$  – параметр, характеризующий рассеяние носителей заряда. Для вычисления дрейфовой скорости носителей заряда на сильнолегированных контактах используется формула Друде [хорошо бы ссылку]

$$\upsilon_d^C(F) = \frac{e\tau_C}{m}F,\tag{4}$$

где  $\tau_c = 90 \phi c$  – время рассеяния носителей заряда на контактах, *m* – эффективная масса электрона. Параметры полупроводниковой сверхрешетки и контактов были выбраны согласно экспериментальным работам [7, 10].

При помощи предложенной модели исследована пространственно-временная динамика концентрации носителей заряда в области коллекторного контакта и изучены процессы перехода образовавшегося в полупроводниковой сверхрешетке домена в сильнолегированную коллекторную область. В работе также рассмотрено влияние параметров коллекторного контакта (проводимость материала) на характеристики (частоту и мощность) доменной генерации полупроводниковой наноструктуры.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12-02-33071), Совета по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых российских ученых - докторов наук (МД-345.2013.2), программой поддержки ведущих научных школ РФ (НШ-828.2014.2) и Фонда «Династия».

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. R. Tsu "Superlattices to nanoelectronics" N.Y.: Elsevier, 2005.
- 2. M.T. Greenaway et al. // Phys. Rev. B. 2009. V. 80. P. 205318.
- 3. Timo Hyart et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 103. P. 117401.
- 4. E. Schomburg et al. // Appl. Phys. Lett. 1999. V. 74. N. 15. P. 2179.
- 5. А.Я. Шик // ФТП. 1974. Т. 8 С. 1841.
- 6. В.В. Макаров и др. // Изв. Ран. Серия Физическая. 2013. Т. 77. № 12. С. 1743.
- 7. A.E. Hramov et al. // Phys. Rev. Lett. 2014. V. 112 N. 11. P.116603.
- 8. R. Wacker. // Physics Reports. 2002. V. 357. N. 1. P.1.
- 9. L. Esaki and R. Tsu // IBM J. Res. Dev.1970. V. 14. N. 1. P. 61.
- 10 T.M. Fromhold et al. // Nature. 2004. V. 428. P. 726.

### Связь между макроскопическими параметрами многослойной сети с микроскопическими характеристиками отдельных элементов, входящих в ее состав

В.А. Максименко<sup>1,2</sup>, В.В. Макаров<sup>1,2</sup>, А.А. Короновский<sup>1,2</sup>, А.Е. Храмов<sup>2</sup> О.И. Москаленко<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Саратовский Государственный Университет им Н.Г. Чернышевского

<sup>2</sup>Саратовский Государственный Технический Университет им. Гагарина Ю.А. maximenkovl@gmail.com

Исследование синхронных режимов и процессов образования структур в комплексных сетях со сложной топологией является в данный момент одной из наиболее важных задач, стоящих перед мировым научным сообществом. Современные научные представления о мире все более сходятся к концепции его сетевой архитектуры [1]. Различные сетевые структуры возникают на всех уровнях организации биологических [2], технологических [3] и социальных систем [4,5], от нейронных ансамблей [6,7] до сетей городов и популяций [8].

Наличие большого количества элементов, входящих в сети, а также неравномерно распределенных между ними входящих и исходящих связей обуславливает целый ряд различных явлений коллективной динамики составных частей сетевой структуры, включая образование подсетей (кластеров) [9], состоящих из сильно связанных элементов, и возникновение синхронных режимов [10]. Синхронизация представляет собой одно из важнейших явлений, наблюдающихся в комплексных сетях. В частности, в адаптивных сетях [11] наличие синхронизма в поведении взаимодействующих элементов обычно является главным фактором, обуславливающим временную эволюцию топологии сети.

В последнее время для описания процессов, протекающих в социальных системах и нейронных ансамблях, активно применяются модели многослойных сетей. Ключевой особенностью данных сетей является формирование в них как локальных структурных кластеров на отдельных слоях, так и возникновение режимов межслойной синхронизации, приводящей к образованию глобальных структур [12]. Данные эффекты в ряде случаев хорошо описывают процессы кластеризации в социальных системах [5] и биологических системах [13], что делает многослойные модели наиболее подходящими для анализа реальных сетей со сложной топологией.

Однако, следует отметить, что изучение реальных сетей посредством построения математических моделей, в том числе и многослойных, не всегда оказывается эффективным. Основной проблемой анализа большинства систем с сетевой структурой является отсутствие необходимой информации о топологии, природе связей и динамическом состоянии отдельных элементов и образовавшихся подсетей. В данном построение корректно учитывающей случае модели, связи между взаимодействующими элементами и слоями не представляется возможным, и, как правило, приходится работать с макроскопическими параметрами, характеризующими процессы, протекающие в сети. В качестве таких параметров, например, могут выступать суммарные сигналы электрической активности головного мозга, полученные электроэнцефалографии и являющиеся продуктом взаимодействия посредством отдельных нейронов многочисленного нейронного ансамбля. Подобные макроскопические параметры сети обладают нестационарными во времени характеристиками, и, ожидается, что закономерности их эволюционной динамики могут быть сопоставлены с конкретными процессами структуризации сети на микроскопическом уровне, что в свою очередь позволит проводить анализ реальных сложных сетей на основе экспериментальных макроскопических характеристик. Изучение данной возможности представляет большой интерес для различных областей науки, имеющих дело с исследованиями сложных сетевых структур. Получение информации о топологии сети и образовавшихся в ней синхронных режимов коллективной динамики при помощи рассмотрения макроскопических характеристик позволит продвинуться в понимании структурных особенностей и функционирования реальных сетей различной природы, которые проблематично исследовать известными методами анализа.

В настоящей работе проведено исследование коллективной динамики элементов многослойной сети на основе ансамбля взаимодействующих фазовых осцилляторов Курамото [14]. При этом, основное внимание уделено анализу топологии данной сети и изучению процессов синхронизации при помощи рассмотрения макроскопической характеристики, которая в данном случае представлена суммарным сигналом взаимодействующих осцилляторов. В работе приведено сопоставление полученных результатов с характеристиками, рассчитанными с использованием матриц связей исследуемой сети и векторов состояния отдельных элементов и обнаружена связь между макроскопическими характеристиками исследуемой многослойной сети и микроскопическими параметрами, характеризующими поведение её элементов и топологию.

Таким образом, показана возможность получения информации о возникших в сети структурных кластерах при помощи соответствующего анализа макроскопических характеристик рассматриваемого ансамбля взаимодействующих элементов. Полученные результаты могут найти широкое применение в исследованиях посвященных анализу электроэнцефалограмм (ЭЭГ) и магнитоэнцефалограмм (МЭГ) с целью детектирования режимов синхронизации нейронных ансамблей и выявления различных форм когнитивной активности.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Государственного задания высшим учебным заведениям на 2014 год и плановый период 2015 и 2016 годов в части проведения научно-исследовательских работ (СГТУ-141), Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 12 02-00221 и Фонда некоммерческих программ «Династия».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. P. Holme // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. N. 4. P. 046119.

2. M.Valencia et al. // Phys. Rev. E. 2008. V. 77. N. 5. P. 050905.

3. J.P. Onnela et al. // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. 2007. V. 104. P. 7332.

4. J. Stehle' et al. // Phys. Rev. E. 2010. V. 81. N. 3. P. 035101.

5. M. McPherson et al. // Annual Rev. of Sociol. 2001. V. 27. P. 415.

6. P.J. Ulhaas et al. // Frontiers In Neurosc. 2009. V. 3. P. 17.

7. A. Van Ooyen // Computation in Neural Systems 2001. V. 12, P. R1.

8. R. Axelrod // J. Conflict Resolut. 1997. V. 41. N. 2. P. 203.

9. S. Boccaletti et al. // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. N. 4. P. 045102.

10. A. Pikovsky "Synchronization: a Universal Concept in Nonlinear Sciences" Cambridge: Cambridge University Press, 2003.

11. S. Assenza et al. // Scientific Reports 2011. V. 1. N. 99.

12. A. Arenas et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96. N. 11. P. 114102.

13. F. Varela et al // Nat. Rev. Neurosci. 2001. V. 2. P. 229.

14. Y. Moreno et al. // Europhys. Lett. 2004. V. 68. N. 4. P. 603.

## Метод оценки нулевого условного показателя Ляпунова в закритической области значений управляющего параметра

О.И. Москаленко, А.С. Павлов

ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» e-mail: murderrer@bk.ru

Показатели Ляпунова представляют собой мощный инструмент анализа сложного поведения систем [1]. Они используются, в частности, для идентификации перехода от периодических или квазипериодических колебаний к хаотическим, от хаотических - к гиперхаотическим, для выявления наличия гиперболического аттрактора, а также для диагностики различных типов синхронизации [2-5].

Неавтономная периодическая система характеризуется наличием нулевого старшего показателя Ляпунова. С увеличением амплитуды внешнего воздействия этот показатель переходит в область отрицательных значений, что соответствует установлению синхронизации в исследуемой системе при  $A = A_c$  [5]. В случае воздействия шума на подобную систему, нулевой показатель Ляпунова становится отрицательным еще до момента установления синхронизации, а его зависимость от параметра надкритичности подчиняется соотношению:

$$\Lambda_{0}(\varepsilon) = \begin{cases} -\frac{a_{1}}{|A-A_{c}|}, & A < A_{c} \\ f \ln |1-a_{2}\sqrt{A-A_{c}}|, & A > A_{c}, \end{cases}$$
(1)

где f - частота внешнего сигнала,  $a_1$ ,  $a_2$  - некоторые константы [5]. Аналогичная закономерность характерна и для нулевого условного показателя Ляпунова ряда систем, демонстрирующих хаотическую динамику. Однако, для некоторых систем она оказывается несправедливой.

В рамках настоящего доклада предлагается способ оценки условного нулевого показателя Ляпунова, справедливый как для систем, демонстрирующих периодическую динамику, в присутствии шума, так и связанных хаотических систем. Способ основан на анализе временной реализации исследуемой системы и позволяет достаточно точно оценить значение условного нулевого показателя Ляпунова в закритической области значений управляющего параметра. Проиллюстрируем суть этого метода на примере квадратичного отображения:

$$x_{n+1} = f(x_n) + \xi_n = x_n + \Omega x_n^2 - \varepsilon + \xi_n,$$
(2)

где  $\xi_n$  - гауссов шум [ $\langle \xi_n \rangle = 0$ ,  $\langle \xi_n \xi_m \rangle = D\delta(n-m)$ ],  $\Omega$  и  $\varepsilon$  - управляющие параметры, D - дисперсия шума. В исходной системе в отсутствие шума при  $\varepsilon_c = 0$  происходит касательная бифуркация, в результате которой изначально нулевой показатель Ляпунова переходит в отрицательную область. Выберем значения параметров  $\Omega = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.008$ , D = 0.0001 и оценим поведение этого показателя Ляпунова в данном случае.

Известно, что показатель Ляпунова системы (2) может быть найден по формуле:

$$\Lambda_0(\varepsilon) = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln |f'(x_i)|, \qquad (3)$$

где  $f'(x) = 1 + 2\Omega x$  - производная от оператора эволюции. Принимая во внимание эргодичность рассматриваемого процесса и наличие реинжекции, усреднение по времени может быть заменено на усреднение по ансамблю. Тогда

$$\Lambda_0(\varepsilon) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho_i(x) \ln |f'(x)| dx, \qquad (4)$$

где  $\rho_i(x)$  - плотность распределения вероятности переменной x. Известно [6], что в закритической области плотность вероятности подчиняется соотношению

$$\rho(x) = A \exp[-\frac{2}{D}(\varepsilon x - \frac{\Omega x^3}{3})], \qquad (5)$$

где A - коэффициент нормировки. Следовательно, параметры  $\Omega$  и  $\varepsilon$  могут быть найдены путем аппроксимации численно полученного распределения закономерностью (5). Тогда нулевой показатель Ляпунова может быть вычислен по формуле

$$\Lambda_0(\varepsilon) = \int_{x_1}^{x_2} \rho(x) \ln |1 + 2\Omega x| \, dx,\tag{6}$$

при этом значения  $x_1$  и  $x_2$  определяются эмпирически из вида  $\rho(x)$ .

На рис. 1 приведена плотность распределения вероятности  $\rho(x)$ , полученная по временной реализации  $x_n$  при вышеуказанных значениях управляющих параметров, а также ее аппроксимация законом (5). Нетрудно заметить, что значения параметров  $\Omega = 0.111124$ ,  $\varepsilon = 0.0087$ , полученные из аппроксимации, близки к их исходным значениям. Подставляя их в выражение (6) и выбирая  $x_1 = -0.5$ ,  $x_2 = 0$ , получаем значение  $\Lambda_0 = -0.065$ , что хорошо согласуется со значением нулевого показателя Ляпунова, вычисленного при помощи алгоритма Бенеттина [3].



Рис. 1. Плотность распределения вероятности  $\rho(x)$  (гистограмма), полученная по временной реализации  $x_n$  квадратичного отображения (2) при  $\Omega = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.008$ , D = 0.0001, и ее аппроксимация законом (5) при  $A = 1.07 \times 10^{-13}$ ,  $\Omega = 0.111124$ ,  $\varepsilon = 0.0087$ , D = 0.0001 (сплошная линия)

Предложенная методика применена к отображению окружности и уравнению Адлера, находящимся под действием шума. Показано, что в обоих случаях метод оказывается эффективным. Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента РФ (МК-807.2014.2) и РФФИ (№ 12-02-00221-а, 14-02-31088-мол-а).

#### ЛИТЕРАТУРА

- 1. R. Porcher et al. // Phys. Rev. E 64(1) (2001) 010902(R).
- 2. С. П. Кузнецов. Динамический хаос. М.: Физматлит, 2001.
- 3. K. Pyragas // Phys. Rev. E 54(5) (1996) R4508–R4511.
- 4. A. E. Hramov et al. // Phys. Lett. A 354(5-6) (2006) 423-427.
- 5. A. E. Hramov et al. // Phys. Rev. E 78 (2008) 036212.
- 6. A. E. Hramov et al. // Phys. Rev. E 76(2) (2007) 026206.

# Исследование спектральной плотности мощности в цепочках индуктивно связанных безгистерезисных джозефсоновских контактов

А.С. Мясников<sup>1,4</sup>, А.Л. Панкратов<sup>1,2,3</sup>, Е.В. Панкратова<sup>4</sup> <sup>1</sup>Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского <sup>2</sup>Институт физики микроструктур РАН <sup>3</sup>Лаборатория криогенной наноэлектроники, НГТУ им. Р.Е. Алексеева <sup>4</sup>Волжская государственная академия водного транспорта <u>alexander@myasnikov.tel</u>

Системы с джозефсоновскими переходами обладают уникальными физическими свойствами, эффективное использование которых способствует развитию целого ряда приложений, охватывающих различные области науки и техники [1]. В частности, современные схемы быстрой одноквантовой логики, представляющие собой чипы с высокой степенью интеграции джозефсоновских переходов, широко используются при создании высокопроизводительных вычислительных систем и систем обработки [2]; реализация стандарта Вольта с использованием изображений цепочки последовательно включенных туннельных джозефсоновских контактов позволяет получить 1В с высокой точностью и упростить процесс калибровки прецизионных аналого-цифровых преобразователей и цифровых вольтметров [3,4]. На основе сверхпроводников создаются генераторы узкополосного электромагнитного излучения, усилители, преобразователи параметрические частоты. детекторы И другие сверхпроводниковые аналого-цифровые устройства, отличающиеся рекордно высокой чувствительностью и высокими значениями рабочих частот. Одной из основных задач, возникающих в контексте создания высокостабильных генераторов, является задача исследования спектральных характеристик джозефсоновской генерации с целью получения значительного уменьшения ширины линии при наличии внешних и внутренних флуктуаций в многоэлементных массивах джозефсоновских контактов. В данной работе исследование формы и ширины линии генерации проведено на примере параллельной цепочки индуктивно связанных джозефсоновских контактов.

В настоящее время разработано много моделей, учитывающих различные свойства джозефсоновских переходов. Однако для описания фазовой динамики контактов наиболее широкое распространение получила резистивно-шунтированная модель (RCSJ) [1]. В рамках данной модели по закону Кирхгофа полный ток I, проходящий через джозефсоновский контакт, определяется суммой джозефсоновского тока  $I_i = I_c \sin \phi$ , нормального тока  $I_n = V/R_n$  и емкостного тока  $I_d = CdV/dt$ :

$$I = I_c \sin \phi + \frac{\Phi_0}{2\pi R_n} \frac{d\phi}{dt} + \frac{\Phi_0 C}{2\pi} \frac{d^2 \phi}{dt^2},$$
(1)

которое после введения безразмерного времени  $\tau = t(2\pi I_c/(\Phi_0 C))^{1/2}$  принимает вид:

$$\frac{d^2\phi}{d\tau^2} + \alpha \frac{d\phi}{d\tau} + \sin\phi = i_{dc},$$
(2)

где  $i_{dc} = I/I_{dc}$  – нормированный постоянный ток, проходящий через джозефсоновский контакт. Коэффициент диссипации  $\alpha = \beta^{-1/2}$ , где  $\beta = 2\pi C I_c R_n^2 / \Phi_0$  – параметр Маккамбера-Стюарта, определяющий вид вольт-амперной характеристики (ВАХ) джозефсоновского контакта. В частности, ВАХ с большим гистерезисом наблюдаются для контактов с диэлектрическим (туннельным) барьером (SIS-контактов), имеющих обычно большие величины  $\beta$ . Для контактов с барьером из нормального металла (SNS-контактов)  $\beta < 1$  и наблюдается обратимая ВАХ. Известно так же, что безгистерезисная ВАХ может наблюдаться и для туннельных джозефсоновских переходов, шунтированных извне достаточно малым сопротивлением  $R << \alpha R_n$ . Именно такие переходы (позволяющие получить  $\beta < 1$  и сохранить хорошие джозефсоновские свойства) широко используются для генерации и усиления одноквантовых импульсов при построении цифровых схем на основе быстрой одноквантовой логики [5].

Для изучения спектральных характеристик генерации в параллельной цепочке индуктивно связанных джозефсоновских контактов рассмотрим систему:

$$\frac{d^2\phi_j}{d\tau^2} + \alpha \frac{d\phi_j}{d\tau} + \sin \phi_j = i_{dc} + \varepsilon(\phi_{j-1} - 2\phi_j + \phi_{j+1}) + i_f(\tau), \tag{3}$$

где j=1,...,n – номер контакта в цепочке,  $\varepsilon$  - параметр связи, равный  $\varepsilon=1/l$ , где l – безразмерная индуктивность между соседними элементами цепочки. Флуктуационный ток  $i_f(\tau)$  моделируется белым гауссовым шумом:  $\langle i_f(\tau) \rangle = 0$ ,  $\langle i_f(\tau) i_f(\tau + \tau^*) \rangle = 2\alpha \gamma \delta(\tau^*)$ , где  $\gamma$  – безразмерная интенсивность шума. Параметр затухания  $\alpha=3$ , поэтому ВАХ джозефсоновского контакта является безгистерезисной. Граничные условия на краях цепочки имеют вид:  $\phi_0(\tau) = \phi_1(\tau)$ ,  $\phi_n(\tau) = \phi_{n+1}(\tau)$ .



Рис. 1. Спектральная плотность мощности напряжения на выходе джозефсоновского контакта, посчитанная численно при *у*=0.001 (кривая красного цвета). Синяя кривая - кривая Лоренца.

Известно, что малые широкополосные флуктуации приводят к спектру, состоящему из низкочастотной части и серии линий гармоник джозефсоновской генерации, уширенных по Лоренцу [1]. Поэтому на Рис. 1 на красную кривую, численно полученную для спектральной плотности мощности напряжения одиночного джозефсоновского контакта, наложим кривую Лоренца (синего цвета):

$$S_{L\omega}(\omega) = \frac{S_0 \Delta \omega}{(\omega - \omega_J)^2 + (\Delta \omega)^2}.$$
(4)

Аппроксимация с помощью выражения (4) численно полученных спектральных кривых при изменении параметра инжектируемого тока *i*<sub>dc</sub> позволяет получить

зависимость ширины линии  $\Delta \omega(i_{dc})$ . График получаемой таким образом зависимости представлен точками на Рис. 2.

С другой стороны, для определения ширины линии генерации в пределе большого затухания можно использовать формулу Лихарева [1]:

$$\Delta \omega(i_{dc}) = \frac{2\gamma(i_{dc}^2 + 0.5)}{i_{dc}^2 - 1}.$$
(5)

График зависимости  $\Delta \omega(i_{dc})$ , получаемой согласно (5), показан кривой синего цвета на Рис. 2.



Рис. 2. Уменьшение ширины линии генерации при увеличении значений инжектируемого тока *i*<sub>dc</sub>.

Из графиков Рис. 2 видно, что формула Лихарева (5) даёт хорошее совпадение с результатами численного счёта.

Для цепочек, состоящих из разного числа джозефсоновских контактов, численно получены зависимости  $\Delta \omega(i_{dc})$ . Показано, что увеличение числа элементов в цепочке приводит к уменьшению ширины линии джозефсоновской генерации [6]. Изучен характер изменения зависимости  $\Delta \omega(n)$  при различных значениях параметра связи.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 14-02-31727, № 12-01-00694).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. К.К. Лихарев "Введение в динамику джозефсоновских переходов" М.: Наука, 1985.

2. В.Ф. Олейник и др. // Сборник научных трудов Радиотехника. 2008. Т. 155. С. 7.

3. C.A. Hamilton // Rev. Sci. Instrum. 2000. Vol. 71. N 10. P. 3611

4. С.И. Боровицкий и др. // Журнал технической физики. 2002. Т. 72. С. 64.

5. S.V. Lotkhov et al. // Appl. Phys. Lett. 2006. V. 89. P. 132115.

6. В.К. Корнев, А.В. Арзуманов // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26. С. 23.

### Бифуркационные механизмы формирования поперечных оптических структур в широкоапертурных лазерах

А.В. Пахомов, А.А. Кренц, Д.А. Анчиков

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет) Самарский филиал Физического института им. П.Н.Лебедева РАН pahomov\_91@mail.ru

Исследование динамики лазерного излучения, обусловленной взаимодействием поперечных мод, в последние годы становится актуальным в связи с возможностью формирования сложных поперечных структур. При увеличении апертуры в динамику вовлекаются моды всё более высоких порядков, нелинейное взаимодействие которых приводит к сложной пространственно-временной картине оптического поля. Именно поэтому наибольший интерес для изучения представляют широкоапертурные лазерные системы, которые работают на одной продольной моде и на большом количестве поперечных мод.

Подобные лазеры примечательны тем, что именно в них наблюдаются различные оптические структуры в поперечном сечении выходящего пучка, такие как оптические вихри и турбулентность [1-3]. Формирование подобных структур в некоторых случаях может быть нежелательным. Это характерно, например, для оптических систем, которые очень чувствительны к качеству лазерного пучка. В таком случае к лазерному излучению предъявляется требование пространственной однородности излучения. С другой стороны, возможность спонтанного образования регулярных оптических структур представляет несомненный интерес для их использования в таких областях, как оптическая передача и обработка информации, оптическая манипуляция микро- и наночастицами, управление характеристиками лазерного излучения [4]. Вследствие подобных различий в требованиях к свойствам лазерного пучка, встает проблема классификации возможных режимов генерации широкоапертурных лазеров и управления процессами возникновения структур оптического поля. В данной работе ставилась задача изучения основных типов неустойчивостей, проявляющихся в широкоапертурных лазерах, и соответствующих им механизмов спонтанного формирования поперечных оптических структур, а также определения характерных размеров получаемых структур.

В качестве математической модели широкоапертурного лазера использовалась полуклассическая система уравнений Максвелла-Блоха, которая описывает динамику оптического поля во времени в поперечном сечении выходного пучка с учетом отстройки частоты генерации от центра линии усиления для лазера бегущей волны, работающего на одной продольной моде плоскопараллельного резонатора:

$$\begin{cases} \frac{\partial E}{\partial t} = ia\Delta_{\perp}E + \sigma(P - E), \\ \frac{\partial P}{\partial t} = -(1 + i\delta)P + DE, \\ \frac{\partial D}{\partial t} = -\gamma \left[ D - r + \frac{1}{2} \left( E^*P + EP^* \right) \right], \end{cases}$$
(1)

где E, P, D - безразмерные огибающие электрического поля, поляризации и инверсии населённости соответственно;  $\gamma = \gamma_{II} / \gamma_{\perp}$  и  $\sigma = k / \gamma_{\perp}$ , где  $\gamma_{\perp}$ ,  $\gamma_{II}$  и k - скорости релаксации поляризуемости, инверсии населённости и электрического поля соответственно;  $\delta = (\omega_{21} - \omega) / \gamma_{\perp}$  - расстройка между центром линии усиления и частотой генерации, обезразмеренная на ширину линии;  $a = c^2 / (2\omega \gamma_{\perp} d^2)$  дифракционный параметр, где d - ширина апертуры; r - накачка, нормированная на пороговое значение [5].

В системе (1) выше порога генерации при отрицательном знаке отстройки устанавливается пространственно-однородное решение [6]:

$$\overline{D} = 1 + \left(\frac{\delta}{\sigma + 1}\right)^{2}; \quad \overline{E} = (r - \overline{D})^{0.5} \cdot e^{-i\Omega t};$$

$$\overline{P} = \frac{(\sigma - i\Omega) \cdot \overline{E}}{\sigma}; \quad \Omega = \frac{\delta\sigma}{\sigma + 1}.$$
(2)

В настоящей работе был выполнен бифуркационный анализ решения (2), позволивший установить второй порог генерации лазера. В результате проведённого анализа было показано, что для режима стационарной генерации (2) характерны 2 типа неустойчивостей - волновая и неустойчивость Хопфа.

Волновая неустойчивость не приводит к образованию упорядоченных структур, в системе наблюдается сложная нерегулярная пространственно-временная динамика оптического поля. Для случая неустойчивости Хопфа, как было показано, исследование динамики сводится к анализу устойчивости образующегося предельного цикла соответствующей точечной системы относительно пространственно-неоднородных возмущений. Изучение структуры данного предельного цикла удобно проводить, перейдя от исходных переменных в системе (1) к квадратичным переменным:

$$I = E \cdot E^* = |E|^2; \quad U = P \cdot P^* = |P|^2; \quad D;$$
$$V = \frac{1}{2} (EP^* + PE^*); \quad W = \frac{1}{2} i (E^*P - P^*E),$$

после чего получается следующая система:

$$\begin{cases} \frac{dI}{dt} = 2\sigma(V - I), \\ \frac{dU}{dt} = 2(DV - U), \\ \frac{dV}{dt} = DI + \sigma U - (\sigma + 1)V - \delta W, \\ \frac{dW}{dt} = \delta V - (\sigma + 1)W, \\ \frac{dD}{dt} = -\gamma (D - r + V). \end{cases}$$
(3)

Данная система имеет устойчивый предельный цикл, которому в модели (1) отвечает генерация пространственно-однородного излучения. Однако, как было

показано, данный предельный цикл в системе (1) имеет непериодическую структуру и представляет собой либо хаотический аттрактор, либо устойчивый двумерный тор, вследствие чего стандартная процедура анализа его устойчивости методом Флоке [7] оказывается неприменимой. В связи с этим было предложено обобщение данного метода, которое основано на исследовании эволюции малого возмущения, соответствующего определенной моде, с проведением процедуры ортогонализации по достаточно длинной реализации аттрактора.

С помощью данного подхода для аттрактора были построены диаграммы зависимости показателей Флоке от волнового числа возмущения. При этом отсутствие положительных показателей должно было указывать на установление в модели режима однородной генерации, а наличие положительных максимумов – на образование неоднородных оптических структур, характерные размеры которых должны соответствовать волновому числу моды, дающей максимум на диаграмме.

Непосредственное численное моделирование системы (1) показало точное качественное совпадение с результатами анализа Флоке. В случае отсутствия положительных показателей Флоке в системе устанавливается режим генерации пространственно-однородного излучения (пространственно-однородные автоколебания), для которого характер временной зависимости интенсивности излучения на выходе лазера определяется по структуре аттрактора точечной системы (3). При наличии же положительных показателей Флоке происходит образование неоднородных оптических структур. В этом случае в лазере наблюдается мультистабильность: наряду с режимами нерегулярной динамики могут генерации, сопровождающиеся реализовываться режимы формированием упорядоченных оптических структур: доменов спиральных волн или структур типа модулированной стоячей волны. Было также установлено, что характерные пространственные размеры получаемых структур удовлетворительно согласуются с размерами, соответствующими критической моде на диаграмме показателей Флоке, что позволяет рассчитывать на возможность применения проведенного анализа для практических задач управления характеристиками лазерного излучения.

Работа частично поддержана Минобрнауки РФ, государственное задание на выполнение работ на 2012-2014 годы, шифр 2.560.2011 и ФЦП «Научные и научнопедагогические кадры инновационной России» на 2009-2013 гг., ГК № 14.740.11.0999, 14.740.11.1140, соглашения 14.В37.21.0767, №14.132.21.1423, 14.132.21.1440 и грантами РФФИ 13-01-97001 р\_поволжье\_а, 13-01-97005 р\_поволжье\_а, 12-01-31229 мол\_а и НИР № ГР 01201156352.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Y. Chen, Y. Lan // Appl. Phys. B. 2002. V. 75. P. 453.

2. E. Cabrera, O.G. Calderon, S. Melle, J.M. Guerra // Phys. Rev. A. 2006. V. 73. No 053820.

3. K. Otsuka, S. Chu // Opt. Lett. 2009. V. 34. No 1. P. 10.

4. Н.Розанов "Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах" М.: Наука. Физматлит, 1997.

5. Я. Ханин "Основы динамики лазеров" М.: Наука, 1996.

6. P.K. Jacobsen, J.V. Moloney, A.C. Newell // Phys. Rev. A. 1992. V. 45. No 11. P. 8129.

7. B. Pena, M. Bestehorn // Eur. Phys. J. Special Topics. 2007. V. 146. P. 301.

## Методы диагностики и фильтрации различных волновых компонент для обработки и исследования сейсмических данных

А.Е. Руннова<sup>1</sup>, А.Н. Павлов<sup>1,2</sup>, В.А. Максименко<sup>1,2</sup>, М.О. Журавлев<sup>1,2</sup>, А.А. Короновский<sup>1,2</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А. <sup>2</sup>Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

anefila@gmail.com

В последние десятилетия плавно растет интерес к использованию различных аспектов вейвлет-анализа, одного из базовых математических инструментов нелинейной динамики, в прикладных областях науки и техники. Настоящий доклад посвящён разработкам методов изучения, диагностики и фильтрации различных волновых компонент сейсмических данных в области камеральных работ разведочной геофизики. На сегодняшний день большинство работ, результаты которых внедряются в практику сейсморазведки, в основном связаны с применением быстрого дискретного вейвлет-преобразования для сжатия данных и кратномасштабного анализа в задачах очистки сигналов от высокочастотных шумов [1]. Тем не менее, очевидно, что возможности вейвлетного анализа отнюдь не ограничиваются решением только подобных вспомогательных задач. Вейвлетный анализ может быть также успешно использован для цифровой обработки сигналов разведочной сейсмической геофизики в рамках инструментальной базы анализа и фильтрации различных компонент зарегистрированных колебаний, например, разделения полезной отраженной волны и паразитных звуковых, поверхностных или частично- и полнократных волн [2]. В частности, вейвлет-анализ может эффективно применяться для распознавания близких по форме, интенсивности и частотным характеристикам сигналов на фоне шума. Кроме того, большие возможности вейвлетного преобразования для анализа конкретных особенностей экспериментальных цифровых сигналов позволяют осуществлять простую и эффективную фильтрацию диагностируемых паразитных компонент зарегистрированных данных. Публикации результатов многочисленных исследований, проводимых в различных областях естествознания [3, 4], неопровержимо доказывают, что вейвлет-анализ представляет собой мощный инструмент исслелования. применимый к коротким, зашумлённым, многокомпонентным и нестационарным процессам, и развитие новых, базирующихся на вейвлет-преобразовании методов обработки и анализа сигналов сейсмической разведки, является актуальной задачей современной геофизики [4].

В рамках доклада выполнен краткий обзор современного использования вейвлетного анализа в геофизике. Во-первых, дана оценка работам, посвящённым развитию задач повышения соотношения сигнал/шум. Проведение вейвлетной фильтрации в современных технических практических приложениях является весьма востребованным, часто используемым и перспективным для весьма различных целей как один из весьма успешных примеров приведем цифровую обработку фото- и видеоинформации, проводимую с помощью дискретных вейвлетов [5]. Во-вторых, подробно рассмотрены задачи применения вейвлетного преобразования для изучения суммарных временных разрезов. Эта общирная и весьма перспективная область применения вейвлетного анализа в геофизике связана с последними этапами обработки и дополнительными инструментами геофизической интерпретации данных — расчётом и анализом атрибутов сейсмических записей. С самого начала интенсивного промышленного использования трёхмерной сейсморазведки возникла потребность в быстром анализе больших объёмов сейсмических данных и сокращении "ручной"

42

интерпретации данных в рамках камеральных работ геофизических сейсморабот. Наиболее известными подобными инструментами и являются атрибутные методы идентификацию интерпретации, позволяющие провести быструю любых "особенностей" временных разрезов, например, геологических зон разломов. К наиболее известным и используемым в настоящее время можно отнести атрибуты, основанные на вычислении по скользящим зонам временных разрезов когерентности, локальной дисперсии, а также ряд атрибутов, основанных на стабильности локальной оценки вектора градиента в трехмерном поле амплитуд. Однако в условиях временных сейсморазрезов ΟΓΤ с недостаточно высоким соотношением сигнал/шум пространственная корреляция данных низка по всему разрезу, и, следовательно, применение таких методов становится невозможным. Кроме того, анализ атрибутными методами результатов сейсморазведки геологических сред, строение которых далеко от горизонтально-слоистого, при увеличении углов наклонов отражающих границ приводит к ложным результатам, в частности, диагностике несуществующих разломов.



Рис. 1. Временная реализация, полученная регистрацией сейсмического отклика геологической среды в условиях равнинного Узбекистана, (*a*) и соответствующая проекция распределения амплитуды непрерывного вейвлетного преобразования, построенная с использованием материнского Морлевейлета (*б*). Заполненными чёрными овалами отмечены области во временной и масштабной областях вейвлет–преобразования, отвечающие зарегистрированным помехам, светлыми овалами — первые вступления сейсмического сигнала, пустыми овалами — сигналы от отражающих границ геологической среды. U-образная кривая отмечает область влияния краевых эффектов при расчёте вейвлетного спектра. Шкала по оси ординат построена в логарифмическом масштабе.

Таким образом, направления совершенствования и поиска новых математических подходов в рамках задач обработки и интерпретации сейсмических данных весьма актуальны. Оригинальные исследования коллектива авторов, представленные в настоящем докладе посвящены анализу и фильтрации на основе вейвлетного преобразования полевых записей (сейсмограмм). Рассмотрены возможности разработки теоретических методик на базе непрерывного вейвлетного преобразования для оценки характеристик и выделения различных компонент сложных сигналов геофизической природы. На рис. 1 продемонстрированы результаты первоначального вейвлетного анализа сейсмической трассы из достаточно типичного полевого материала. На проекциях распределения амплитуды вейвлетного преобразования выделены различные идентифицируемые экспертом зарегистрированные волновые компоненты для исследуемых трасс. В частности, на поверхностях амплитуды вейвлетного

преобразования отмечены зоны регистрации основных отражений на относительно низких частотах. Отметим, что низкочастотный характер материала не является свидетельством его низкого качества ИЛИ следствием каких-либо особых сейсмогеологических условий, а лишь неотъемлемым свойством первичного полевого материала, не прошедшего ни одной процедуры даже простейшей одноканальной деконволюции и фильтрации. Как следует из рис. 1 а, непосредственно по приведённым временным реализациям провести подобную идентификацию не представляется возможным. Однако, на рисунке на масштабно-временной плоскости (б) удаётся идентифицировать основные типы зарегистрированных отражений. Продемонстрированные результаты проведённого одноканального вейвлетного анализа весьма успешны и показывают как адекватность НВП поставленным задачам динамической обработки, так и его высокую перспективность для применения в камеральных работах сейсмической разведки.

Кроме того, важность разрабатываемых подходов к классификации и диагностике характерных осцилляторных паттернов в экспериментальных временных рядах обуславливается принципиальной возможностью их автоматизации и проведением в одноканальном режиме. Подобная диагностика на цифровых материалах сейсморазведки МОВ МОГТ полезного сигнала, шумовых компонент записи, а также зарегистрированных регулярных волн-помех различных классов, амплитудные, частотные и фазовые характеристики которых обусловливаются глубинными и поверхностными сейсмогеологическими условиями, крайне важна для проведения экспресс-анализа и первичной полевой обработки.

Подробно рассмотрена возможность использования вейвлет-фильтров при обработке сигналов сейсморазведки. Для осуществления быстрого алгоритма предварительной очистки экспериментально регистрируемых процессов от случайных искажений (включая помеховые волны поверхностного и звукового типов, например, регистрируемые волны Рэлея и Лява [2]), применяется подход, основанный на дискретном вейвлет-преобразовании [6]. Этот подход имеет ряд преимуществ по сравнению с непрерывным преобразованием. Во-первых, применение ортогональных базисных функций позволяет ограничиться меньшим числом коэффициентов применение пирамидального алгоритма разложения. Во-вторых, разложения. использующего идеологию субполосной фильтрации, обеспечивает возможность проведения расчетов в режиме реального (или почти реального) времени. Именно это обстоятельство привело к широкому применению дискретного вейвлет-преобразования в различных областях техники.

На основе дискретного вейвлет-преобразования в работе был проведен анализ экспериментальных данных, в качестве которых были выбраны трассы сейсмограмм общего пункта возбуждения из первичного полевого материала. Анализируемые данные помимо полезного сигнала содержали локализованные помехи (поверхностные и звуковые волны), имеющие большую амплитуду. Так как данные помехи превосходили по мощности сейсмический сигнал, проведение его детального анализа в их присутствии представлялось достаточно сложной задачей, и для адекватной расшифровки информации, содержащейся в сейсмических данных, необходимо было вначале осуществить фильтрацию волн-помех. Такая фильтрация должна, с одной стороны, быть узкополосной (так как частотные диапазоны полезного сигнала и помехи являются близкими). С другой стороны, фильтрацию нужно проводить только в ограниченного по времени фрагмента экспериментальных пределах данных. Применение фильтров на основе Фурье-анализа неэффективно для устранения исследуемого локализованных особенностей процесса. В данной ситуации целесообразнее применять вейвлет-фильтрацию. При этом можно воспользоваться

простым амплитудным критерием для идентификации коэффициентов вейвлетпреобразования. которые соответствуют помеховым волнам. работе В продемонстрирована эффективность решения данной задачи с использованием вейвлетов Добеши. Применение фильтров на основе дискретного вейвлетпреобразования позволяет многократно повысить скорость вычисления по сравнению с непрерывным вейвлет-преобразованием, что является актуальным для анализа волновых полей сейсмограммы, содержащих большое количество трасс. В рамках представляемого доклада авторы приводят сравнение возможностей и особенностей алгоритмов фильтрации на основе вейвлет-анализа и метода эмпирических мод для исследования внутренней структуры сигналов сейсморазведки [7].

Отметим, что данные сейсморазведки представляют собой один из тех примеров, когда задача извлечения максимально возможной информации о структуре земной коры является стимулом к развитию и совершенствованию методов цифровой обработки сигналов. Эти методы могут базироваться как на новых математических алгоритмах (включая аппарат вейвлет-анализа или синтетические алгоритмы, которые используют вейвлет-анализ как одну из ступеней анализа численных данных) или алгоритмах, уже апробированных в других областях естественных наук (например, в радиофизике). Одним из важных проблематичных моментов, стоящих перед исследователем, является ситуация значительного объема ручного труда по выделению компонент волн-помех и шумов и последующего тестирования параметров их фильтрации, что многократно увеличивает время и затраты на обработку данных. Кроме того, большинство применяемых процедур анализа и фильтрации сейсмических данных не вполне удовлетворяют критериям динамической обработки и приводят к ощутимым потерям интенсивности зарегистрированного полезного сигнала и искажению формы регистрируемых упругих колебаний геологической среды. Все это делает актуальным исследование новых методов обработки данных в сейсморазведке.

В докладе достаточно полно продемонстрированы современные представления о применении методов вейвлет–анализа в задачах обработки сейсмических данных разведочной геофизики и уникальные разработанные методики коллективом авторов. Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Государственного задания высшим учебным заведениям на 2014 год и плановый период 2015 и 2016 годов в части проведения научно–исследовательских работ (СГТУ-141, СГТУ-146), а также при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 14-05-31171 мол\_а.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. П.В. Пискун. Программно-алгоритмическое обеспечение непрерывного вейвлетного преобразования при обработке и интерпретации геофизических полей. М.: МГУ, 2006.

2. Yilmas, O. Seismic Data Analysis. V. I, II / O. Yilmas. — USA: Tulsa, Society of Exploration Geophysicists, 2001.

3. А.А. Короновский, А.Е. Храмов. Непрерывный вейвлетный анализ и его приложения // М.: Физматлит, 2003.

4. А.Е. Руннова и др. Вейвлеты в геофизике: обработка сигналов в сейсморазведке. М.: Университетская книга, 2013. ISBN 978-5-91304-325-2.

5. P. Naveau, H. Oh // IEEE Transactions On Image Processing. — 2004. — Vol. 13, no. 6. P. 35.

6. Meyer Y. Wavelets: Algorithms and applications. Philadelphia: S.I.A.M., 1993.

7. Huang N.E. et al. // Proc. R. Soc. London, Ser. A. 1998. Vol. 454. P. 903.

## Реализация помехоустойчивого кода с низкой плотностью проверок на четность в системе связи мм-диапазона длин волн

А.А. Серяков<sup>1</sup>, П.Н. Захаров<sup>2</sup>, А.Ф. Королев<sup>3</sup> Физический факультет МГУ им Ломоносова <u>xakstreet@mail.ru</u>, <u>zakharov1@mail.ru</u>

В работе был реализован алгоритм помехоустойчивого устойчивого кодирования/декодирования на ПЛИС (программируемой логической интегральной микросхеме), работающий вблизи границы Шеннона [1, 2]. Алгоритм предназначен для использования в системе беспроводной передачи информации мм-диапазона длин волн (диапазон частот 70 ГГц – 90 ГГц, скорость передачи 10 Гбит/с на расстояние до 25 км).

На сегодняшний день помехоустойчивые коды с низкой плотностью проверок на чётность (Low density parity check codes, LDPC) являются одними из наиболее энергетических эффективных кодов. Такие коды были предложены достаточно давно Р. Галлагером [3]. В [3] использовалась итеративная обменная вероятностная процедура декодирования. Применительно к обработке жёстких решений сущность этой процедуры сводится к тому, что на каждой итерации проверяются соотношения на чётность в соответствии с проверочной матрицей кода Н. Ввиду этого алгоритм Галлагера требовал большой вычислительной мощности, недоступной в то время.

Реализованный в работе алгоритм работает следующим образом. Выбрана кодирующая матрица соответствующая скорости кода равной 1/4 и длины кодового слова 16200 символов [4]. Изначально строка закодированного сообщения р инициализирована нулями, а затем по соответствующим индексам из таблицы (начальные индексы даны в таблице, а далее они изменяются по алгоритму, зависящему от скорости кода и длины кодового слова). Так получается закодированная строка длиной 64800 символов. Данный алгоритм кодирования используется вместо перемножения строки на матрицу кодирования, так как перемножение строки такого размера на соответствующую матрицу заняло бы слишком большой объем памяти, что нежелательно при реализации алгоритма на ПЛИС. Таким образом, вместо неэффективного перемножения входного вектора на порождающую матрицу с большим количеством единиц, использован алгоритм, упрощающий и ускоряющий данный этап.

Декодирование происходит по следующей схеме: на вход декодера поступают значения LLR L(c<sub>i</sub>); в алгоритме фигурируют две матрицы L(r<sub>ji</sub>), L(q<sub>ij</sub>) и строка L(Q<sub>i</sub>), по которой принимаются жесткие решения [3].

Этапы декодирования:

1) Инициализация матрицы L(q<sub>ij</sub>) = L(c<sub>i</sub>)

2) Выполняются следующие итерации (в данной работе взято 50 итераций) (Рис.1):

Рис.1. Итерации процесса декодирования.

, где Н-декодирующая матрица.

3) По полученной строке  $L(Q_i)$  строятся жесткие решения, которые и являются декодированным словом (результирующая проверка не применяется, для экономии времени и оперативной памяти).

На Рис.2 представлены результаты моделирования реализованного алгоритма с помощью программы AWR Design Environment [5].



Рис.2. Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения сигнал/шум для реализованного LDPC кода.

В случае каскадирования LDPC с кодом Рида-Соломона было получено еще большее уменьшение вероятности ошибки на бит (Рис.3).



Рис.3. Зависимость вероятности ошибки на бит от отношения сигнал/шум для реализованного LDPC кода, каскадированного с кодом Рида-Соломона.

В процессе выполнения работы достигнуты следующие результаты:

1) Разработана реализация алгоритма LDPC, проведена адаптация алгоритма для работы на ПЛИС. Моделирование показало, что энергетический проигрыш разработанных реализаций не превышает 0.7 дБ по сравнению с границей Шеннона.

2) Показана возможность LDPC-декодирования при работе по жестким решениям демодулятора. Энергетический проигрыш при этом составил не более 3-х децибел по сравнению со схемой с мягкими решениями.

3) Подтверждена необходимость каскадирования LDPC кода с каким-либо простым кодом для получения вероятности ошибки на бит менее 10<sup>-5</sup> (при моделировании использован код Рида-Соломона).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Прокис Дж. "Цифровая связь" М.: Радио и связь, 2000г.

2. В.В. Золотарев, Г.В. Овечкин "Помехоустойчивое кодирование" М.: Горячая линия - Телеком, 2004г.

3. Robert G. Gallager "Low-Density Parity-Check Codes" Cambridge, Mass 1963 r.

4. Digital Video Broadcasting; Second generation framing structure, channel coding and modulation systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other broadband satellite applications (DVB-S2) IEEE Standart 2009r.

5. П.Н. Захаров Описание к задаче спецпрактикума физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова "Выбор оптимального метода модуляции сигнала в современных цифровых системах радиосвязи. Моделирование в среде AWR Design Environment" 2008 г.

## Анализ синхронизации связанных пространственно-распределенных систем с помощью расчета спектра показателей Ляпунова

Н.С. Фролов<sup>1</sup>, А.А. Короновский<sup>1,2</sup>, А.Е. Руннова<sup>2</sup>, А.Е. Храмов<sup>1,2</sup> <sup>1</sup>Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского <sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А. phrolovns@gmail.com

Хаотическая синхронизация представляет собой важное фундаментальное явление, которое находит широкое практическое применение [1]. В частности, хаотическая синхронизация используется для управления динамикой сложных связанных систем [2,3] и для скрытой передачи информации [4]. Также одно из перспективных направлений применения данного явления на практике - это генерация и приём сложных сигналов гига- и терагерцового диапазонов частот с использованием нелинейных антенн [5]. Последние представляют собой совокупность объединенных в сеть СВЧ генераторов, демонстрирующих сложную пространственно-временную динамику. В качестве таких устройств могут применяться твердотельные приборы или приборы электронно-волновой и пучково-плазменной природы [6]. Известно, что в такой сети связанных автоколебательных систем могут быть реализованы многие поэтому нелинейные явления. включая синхронизацию [7,8], существует необходимость в разработке и применении новых методик анализа и контроля сложных и нетривиальных эффектов коллективного взаимодействия связанных колебательных систем для создания нелинейных антенн [9].

Одним из подходов, позволяющих проводить количественную оценку динамики как автономных, так и неавтономных колебательных систем является расчет спектра показателей Ляпунова. Данный метод анализа сложного поведения колебательных систем хорошо зарекомендовал себя при исследовании динамики систем с сосредоточенными параметрами, имеющих радиофизическую природу, а также при рассмотрении пучково-плазменных И электронно-волновых пространственнораспределенных систем, описываемых в рамках приближения сплошной среды [10]. Однако, системы содержащие электронные потоки, взаимодействующие с электромагнитным полем, не всегда удается описать. используя уравнения гидродинамики. Одним из наиболее эффективных способов моделирования пучковоплазменных систем является метод крупных частиц (РІС-метод), разработанный в середине 50-х годов прошлого века [11,12]. Применение подхода для расчета показателей Ляпунова, описанного в [13], позволяет проводить анализ колебательных режимов в системах, моделируемых в рамках метода крупных частиц.

В данной работе рассматривается модификация метода расчета показателей Ляпунова для автоколебательных систем в рамках PIC-метода, позволяющая изучать нелинейные процессы, протекающие в цепочках и сетях связанных пространственнораспределенных автоколебательных систем. В частности, применение данного подхода дает возможность точно оценить границы различных типов синхронизации при варьировании управляющих параметров, а также величины параметра связи; изучить сценарии перехода к синхронной динамике, характерные для исследуемой системы; дать количественную оценку процессам, протекающим в связанных пространственнораспределенных автоколебательных средах.

В представленной работе с помощью расчета спектра показателей Ляпунова были исследованы численные модели цепочек и сетей различной топологии, составленных из генераторов на виртуальном катоде (ВК). Использование данного класса СВЧ приборов в качестве модулей для создания нелинейных антенн представляется перспективным в

широкой полосы спектра выходных колебаний, благодаря силу сложным нестационарным протекающих электронном процессам, В потоке В режиме формирования ВК, а также легкости перестройки режима колебаний за счет варьирования величины управляющего параметра [14].

В ходе проведенного исследования было изучено поведение границы синхронной динамики в цепочках и сетях генераторов на ВК. В частности была построена зависимость порогового значения коэффициента связи от управляющего параметра для установления режима обобщенной синхронизации. Также для случая ДBVX однонаправленно связанных виркаторов проведено сравнение с другим методом диагностики обобщенной синхронизации - методом вспомогательной системы [15]. Было показано, что точность оценки порогового значения параметра связи с помощью построения спектра показателей Ляпунова значительно выше, нежели при использовании метода вспомогательной системы. При исследовании сетей связанных генераторов на ВК с помощью спектра показателей Ляпунова был выявлен эффект кластерной синхронизации. Данный эффект был исследован более детально с позиций синхронизации временных масштабов при помощи попарного анализа разностей фаз вейвлетного преобразования сигналов взаимодействующих виркаторов [16]. Показано, что кластерная синхронизация наблюдается в сетях с различными топологиями связей И является общим эффектом, наблюдаемым при взаимодействии В сети пространственно-распределенных автоколебательных систем пучково-лпазменной природы.

Работа выполнена при поддержке Минобразования и науки в рамках государственного задания высшим учебным заведениям на 2014 год и плановый период 2015 и 2016 годов в части проведения НИР (СГТУ-141, СГТУ-146), РФФИ (проекты 14-02-31204, 12-02-33071) и Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых - докторов наук (МД-345.2013.2).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A.S. Pikovsky et al. "Synchronization: a universal concept in nonlinear sciences" Cambridge University Press, 2001.

2. H. Nijmeijer // Physica D-Nonlinear phenomena. 2001. V. 154. P. 219.

3. A.E. Hramov et al. // Chaos. 2005. V. 15. 013705.

4. O.I. Moskalenko et al. // Phys. Lett. A. 2010. V. 374. P. 2925.

5. B.K. Meadows et al. // Proc. IEEE. 2002. V. 90. P. 882.

6. R. Ram, R. Sporer // IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig. 1996. P. 324.

7. T.E. Vadivasova et al. // Phys. Rev. E. 2001. V. 63. 036225.

8. R.A. Filatov et al. // Phys. Lett. A. 2006. V. 358. P. 301.

9. W.L. Ditto et al. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 65. P. 3211.

10. Hramov A.E. et al. // Physics of Plasmas. 2012. V. 19. N. 8. 082302.

11. F.H. Harlow // Los Alamos scientific laboratory. 1957. LA-2139.

12. C.K. Birdsal, A.B. Langdon "Plasma physics, via computer simulation" NY: McGraw-Hill, 1985.

13. Н.С. Фролов и др. // Изв. РАН. Сер. физическая. 2014. Т. 78. В. 2. С. 237.

14. Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов "Лекции по СВЧ электронике для физиков" Т.2. М.: Физматлит, 2004.

15. H.D.I. Abarbanel et al. // Phys. Rev. E. 1996. V. 53. N. 5. P.4528.

16. Moskalenko O.I., Phrolov N.S., Koronovskii A.A., Hramov A.E. // Eur. Phys. J. Special Topics. 222, (2013) 2571-2582.

## Исследование синхронизации в сети нелинейных осцилляторов со сложной топологией связей по интегральным регистрируемым характеристикам

А.А. Харченко<sup>1</sup>, В.В. Макаров<sup>2</sup>, А.Е. Храмов<sup>2,1</sup> <sup>1</sup>Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского <sup>2</sup>Саратовский государственный технический университет имени Ю.А. Гагарина ainadil@mail.ru, hramovae@gmail.com

Одним из важнейших направлений исследований в современной радиофизике и нелинейной динамике является изучение динамических процессов в сетях нелинейных элементов со сложной топологией связей [1,2]. Данные исследования представляют значительный интерес как с точки зрения фундаментальных вопросов нелинейной динамики, так и для решения прикладных задач в различных отраслях естествознания, а также при изучении биологических, социальных, экономических и других систем, представляющих совокупность большого числа агентов с различными типами и интенсивностями связей между ними [3–6].

Особенно важны данные исследования для нейродинамике и нейрофизиологии, где исследуемые объекты – нейронные ансамбли центральной и периферийной нервных систем – представляют собой сложные сети элементов с собственной сложной динамикой – нейронов [7]. Традиционным и весьма эффективным методом исследования электрической активности головного мозга является регистрация электроэнцефалограмм (ЭЭГ), которые представляют собой усредненную сумму электрических полей, генерируемых синаптическими токами большой группы нейронов в окрестности регистрирующего электрода [8]. У человека запись ЭЭГ проводится обычно посредством электродов, размещаемых на коже головы. У животных традиционно используется метод вживленных электродов, который даёт возможность получить более детальную информацию об электрической активности относительно небольших популяций нейронов коры головного мозга и подкорковых структур. Таким образом, можно сделать вывод, что сигналы электроэнцефалограмм представляют собой усредненные (интегральные) характеристики, описывающие динамику сложной нейронной сети. Увеличение амплитуды ЭЭГ говорит о повышении когерентности колебаний в ансамбле нейронов в окрестности регистрирующего электрода. В последнее время все чаще делаются попытки использовать сигналы ЭЭГ для диагностики различных типов синхронизации в нейронном ансамбле, в связи с вопрос об необходимости оценки эффективности ЭТИМ возникает важный использования для этих целей интегральных характеристик, представляющих интегральные усредненные по ансамблю характеристики.

Целью данной работы является исследование сети связанных осцилляторов и сравнение качества диагностики синхронизации в нем как по сигналам каждого генератора, так и по интегральным характеристикам анасмбля.

В качестве объекта исследования выступает сеть осцилляторов, представляющих собой дисспиативно связанные генераторы Ван-дер-Поля:

$$\ddot{x}_{i} - \mu \left( 1 - x_{i}^{2} \right) \dot{x}_{i} + x = \varepsilon \sum_{i=1}^{N} c_{ii} (x_{i} - x_{j}),$$
(1)

где  $x_i$  – вектор состояния *i*-го генератора сети, N – число генераторов в сети,  $\varepsilon$  – интенсивность связей между генераторами и  $c_{ij}$  – элементы матрицы связи, которая

задает топологию сети. Матрица связи С характеризуется условием диссипативности, предполагается также симметричность связей (если элемент с номером *i* действует на *j*-й элемент, то и, наоборот, *j*-й элемент действует на *i*-й).

Для анализа синхронизации с использованием интегральных характеристик вводились следующие функции, представляющие собой усреднения колебаний по некоторому подмножеству *M* элементов сети:

$$X_{k} = \frac{1}{M} \sum_{n=l}^{l+M} x_{n},$$
 (2)

где *М* – число элементов, по которым проводится усреднение, *l* – номер первого элемента, по которому проводится усреднение.

Характеристика (2) в первом приближении может рассматриваться как аналог интегрального сигнала электроэнцефалограммы и характеризуют вклад некоторый группы осцилляторов (нейронов в нейронной сети) в регистрируемый в эксперименте сигнал от сети осцилляторов (1).

В представленном докладе рассматривается анализ фазовой синхронизации путем изучения индекса синхронизации [9,10] как по всем элементам сети (1), так и по интегральным характеристикам (2) при различных частотных расстройках генераторов и различных топологиях связи между элементами сети. Показано, что диагностика синхронизации по интегральным характеристикам дает корректное описание процессов при большой интенсивности связи, когда вся сеть находится в режиме полной синхронизации, в то время как при малых коэффициентах связи использование интегральных характеристик может приводить к ошибкам в определении границ возникновения синхронной динамики, в частности, возникновения синхронных кластеров.

Выражаем благодарность проф. А.А. Короновскому за плодотворные обсуждения данной работы.

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках Государственного задания высшим учебным заведениям на 2014 год и плановый период 2015 и 2016 годов в части проведения научно-исследовательских работ (СГТУ-141, СГТУ-146), а также гранта Российского фонда фундаментальных исследований (проект 12-02-00221).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. S. H. Strogatz // Nature. 2001. Vol. 410. P. 268-276.

2. S. Boccaletti et al // Physics Reports. 2006. Vol. 424. P. 175-308.

3. S.N. Dorogovtesev, J.F.F. Mendes, "Evolution of networks", Oxford University Press, 2003.

4. J.G. Restrepo, E. Ott, B.R. Hunt // Phys. Rev. E. 2005. Vol. 71. P. 036151.

5. Yu LH, Fang JC // Acta Physica Sinica. 2012. Vol. 54 N 9. P. 4012-4018.

6. J. Shuai, K. Wong// Physical Review E. 1993. Vol. 57, N 6. P. 7002-7007.

7. Buzsaki G., Draguhn A. // Science. 2004. Vol. 304. P. 1926-1929.

8. S. Zschocke, E.-J. Speckmann. "Basic Mechanisms of the EEG (Brain Dynamic series)". Boston, Birknauser. 1993.

9. P.A. Tass et al // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 90. N 8. P. 088101.

10. O.I. Moskalenko et al // Eur. Phys. J. Special Topics. 2013. Vol. 222. P. 2571-2582.