

СЕКЦИЯ 9. АКУСТОЭЛЕКТРОНИКА И АКУСТООПТИКА

Толщинные акустические резонансы в капле на подложке <i>А.В. Бегарь, А.В. Козлов, В.Г. Можяев</i>	4
Спектральные и энергетические характеристики акустической эмиссии при пробое воды лазерным излучением <i>А.В. Буланов</i>	8
Акустооптическое управление электромагнитным излучением терагерцового диапазона <i>В.Б. Волошинов, П.А. Никитин, В.В. Герасимов, Ю.Ю. Чопорова, Б.А. Князев</i>	12
Вывод параболического уравнения для пучков изгибных волн в анизотропных пластинах <i>И.К. Грибачева, В.Г. Можяев</i>	13
Двумерное описание акустооптического взаимодействия с учетом поляризации света <i>Е.А. Дьяконов, Н.В. Поликарпова, В.Б. Волошинов</i>	15
Лучевые спектры и структура акустических пучков в кристалле парателлурита <i>А.А. Ермаков, В.И. Балакиши, С.Н. Манцевич</i>	19
Акустооптическое брэгговское рассеяние в два порядка дифракции с ортогональной поляризацией в акустически анизотропной среде <i>А.В. Захаров, В.Б. Волошинов</i>	23
Анизотропная акустооптическая дифракция в теллуре при наличии оптической активности <i>Г.А. Князев, В.Б. Волошинов, Е.С. Воробьев, Н.В. Хитрин</i>	26
Нелинейные свойства модели трещины в металле, заполненной жидкостью <i>В.С. Козлов</i>	30
Нелинейные упругие свойства сплавов В95 и В95/nd <i>А.И. Коробов, Д.М. Крупин</i>	34
Линейные и нелинейные упругие свойства флюидонасыщенных гранулированных сред <i>А.И. Коробов, Н.В. Ширгина, А.И. Кокшайский</i>	38

Влияние пьезоэлектрического эффекта на распространение акустических волн в кристалле теллура	
<i>П.В. Мальнева, Н.В. Поликарпова</i>	42
Стабилизация интенсивности лазерного пучка на основе акустооптического эффекта	
<i>С.Н. Манцевич, В.И. Балакиши, Ю.И. Кузнецов</i>	45
Частотная зависимость фазовых задержек в секционированных пьезоэлектрических преобразователях акустооптических ячеек	
<i>А.В. Муромец, В.Б. Волошинов, А.С. Трушин</i>	49
Линейные и нелинейные упругие свойства воды в интервале температур (20-0)°С	
<i>А.Г. Пионткевич, А.И. Коробов</i>	51
Продольно-поперечные акустические солитоны в условиях резонанса длинных и коротких волн	
<i>С.В. Сазонов, Н.В. Устинов</i>	54
Аналитический метод матрицанта и его приложение к исследованию волновых процессов в анизотропных средах	
<i>С.К. Глеуконов</i>	58
Матричный метод получения уравнения волн Рэлея для анизотропных сред гексагональной сингонии	
<i>С.К. Глеуконов, Л.А. Ельтинова</i>	62
Аналитическое представление условий существования волн Гуляева-Блюстейна для определенного класса кристаллов	
<i>С.К. Глеуконов, Н.К. Жакиев</i>	66
Ортогональность групповой скорости к поверхности медленности как следствие свойств преобразования Фурье	
<i>А.С. Трушин, В.А. Чекалина</i>	70
Метод оптоакустического контроля теплового воздействия при лазерной фотокоагуляции сетчатки	
<i>С.М. Шмелева, А.А. Карабутов, В.А. Симонова, А.П. Лыткин, А.А. Карабутов, А.В. Ларичев</i>	73
Измерение слабых ударных волн в воздухе при помощи интерферометра Маха-Цендера	
<i>П.В. Юлдашев, М.М. Карзова, С. Оливьер, Ф. Блан-Бенон, В.А. Хохлова</i>	76

**Акустооптический фильтр для обработки изображений в
ультрафиолетовом диапазоне спектра электромагнитных волн**

Т.В. Юхневич, В.Б. Волошинов 80

ТОЛЩИННЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ РЕЗОНАНСЫ В КАПЛЕ НА ПОДЛОЖКЕ

А.В. Бегарь, А.В. Козлов, В.Г. Можяев

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,
физический факультет

annazyr@mail.ru, av_kozlov@inbox.ru, vgmozhaev@mail.ru

Изучение взаимодействий акустических волн с каплями на подложке представляет интерес для измерения параметров капель [1] и создания новых микроэлектронных устройств, получивших название «лабораторий на чипах» [2]. В условиях резонанса эффективность взаимодействий может многократно возрастать, что предопределяет важность изучения резонансов. Особенностью акустических резонансов в капле, прижатой силой тяжести к подложке, является их локализация на центральной оси капли. Причина локализации заключается в искривленности верхней границы капли, действующей подобно фокусирующим зеркалам лазерных резонаторов. Локализованные толщинные резонансы акустических волн в капле на подложке в литературе до сих пор теоретически не изучались, несмотря на то, что теперь этот вопрос в связи с разработкой, созданием и исследованием микрожидкостных акустоэлектронных систем приобрел особое научное и практическое значение. Целью настоящей работы является теоретический анализ таких акустических резонансов. Геометрия рассматриваемой задачи показана на рис. 1.

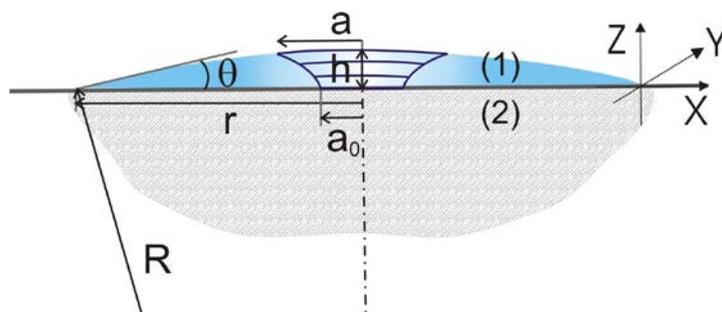


Рис. 1. Резонансные акустические колебания, локализованные на центральной оси в капле (1), лежащей на твердой подложке (2).

Акустические колебания с частотой ω в капле описываются уравнением Гельмгольца для потенциала φ колебательной скорости V

$$\Delta \varphi + k^2 \varphi = 0. \quad (1)$$

Здесь k - волновое число для продольных волн в жидкости, $V = -\vec{\nabla} \varphi$. Рассматривая каплю как акустический аналог лазерного резонатора [3,4], решение уравнения (1) можно искать с помощью метода параболического уравнения. Для этого представим решение в виде

$$\varphi = A(x, y, z) \exp(\pm ikz - i\omega t). \quad (2)$$

Считая, что $\partial^2 A / \partial z^2 \ll k \partial A / \partial z$, второй производной $\partial^2 A / \partial z^2$ можно пренебречь. Тогда (1) сводится к параболическому уравнению

$$(\partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2) A \pm 2ik \partial A / \partial z = 0. \quad (3)$$

Осесимметричное решение уравнения (3) имеет известный вид [5]

$$A = \frac{A(0)}{(1 \pm iD)} \exp\left[-\frac{r^2}{a_0^2(1 \pm iD)}\right], \quad (4)$$

где $D = 2z / (ka_0^2)$, $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $A(0)$ и a_0 - амплитуда волны и ширина волнового пучка при $z = 0$. Выделение фазового множителя дает

$$\varphi = \frac{A(0)}{\sqrt{1 + D^2}} \exp\left[-\frac{r^2}{a_0^2(1 + D^2)}\right] \exp[\pm ik\Psi \pm ikz - i\omega t],$$

$$k\Psi = \frac{r^2}{a_0^2} \frac{D}{1 + D^2} - \arctg D. \quad (5)$$

Для нахождения условий резонанса в рассматриваемой системе решение представим в виде интерференции двух встречных волн

$$\varphi = \frac{A(0)}{\sqrt{1 + D^2}} \exp\left[-\frac{r^2}{a_0^2(1 + D^2)}\right] \cos(k\Psi + kz + \delta) \cos \omega t, \quad (6)$$

где δ - фазовый сдвиг поля стоячих волн относительно границы подложки $z = 0$. Для возбуждения резонансов необходимо, чтобы форма волнового фронта интерферирующих встречных волн соответствовала форме верхней поверхности капли. По аналогии с лазерными резонаторами [4] потребуем, чтобы совпадали лишь радиусы кривизны волнового фронта гауссовых пучков $R(z)$ на их оси и поверхности капли на ее вершине. Радиус кривизны волнового фронта $R(z)$ в гауссовых пучках определяется на оси пучков выражением [4]

$$R(z) = z + \frac{k^2 a_0^4}{4z}. \quad (7)$$

На границе контакта капли с подложкой должно выполняться граничное условие абсолютно жесткой стенки $\partial\varphi / \partial z|_{z=0} = 0$, откуда находится $\delta = -1/ka^2$. Условие абсолютно мягкой границы $\varphi = 0$ на верхней поверхности капли выполняется, когда

$$k\Psi_0 + kh = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad (8)$$

где $\Psi_0 = \Psi(z=h)$. Значение Ψ_0 согласно (8) выражается через $D(z=h)$. Входящий в определение D множитель с помощью выражения (6) при $z=h$ представим как $\frac{ka_0^2}{2} = \sqrt{h(R-h)}$. Это сводит выражение для Ψ_0 к виду $k\Psi_0 = -\arctg \frac{h}{\sqrt{h(R-h)}}$. Квадратный корень в этом выражении можно исключить, переходя к двойному углу. Таким образом (8) преобразуется в выражение для резонансных частот f_n капли

$$f_n = \frac{(n+1/2)v}{2h} + \frac{v}{2\pi h} \arccos\left(1 - \frac{2h}{R}\right), \quad (9)$$

где v - скорость акустических волн в капле. В отличие от известной формулы для лазерных резонаторов в (9) входит множитель $(n+1/2)$, а не n . Это связано с асимметрией граничных условий на верхней и нижней границах капли, в лазерных резонаторах граничные условия на отражающих зеркалах относятся к одинаковому типу.

Далее необходимо связать коэффициенты, входящие в выражение (9), с параметрами капли. Для этого воспользуемся известным фактом, что для малых капель сила поверхностного натяжения является значительно более важным фактором, чем сила тяжести. В таком приближении капля на подложке весьма близка к сфере, что позволяет легко рассчитать ее основные параметры. Высота капли h и радиус кривизны поверхности сферы R рассчитываются по формулам $h = R(1 - \cos \theta)$, $R = r/\sin \theta$, где θ - контактный угол смачивания. Теперь по известным параметрам задачи, таким как радиус капли и контактный угол, можно рассчитать частоты толщинных резонансов локализованных мод в капле и размер области локализации этих мод. Если считать, что угол смачивания подложки из ниобата лития с водой $\theta = 15^\circ$, а радиус капли r составляет 5 мм [6,7], тогда для радиуса кривизны капли и ее высоты получаем значения $R = 19,3$ мм, $h = 0,66$ мм. По формуле (6) находим резонансные частоты и соответствующие им поперечные размеры гауссовой моды (рис. 2) на нижней - a_0 (сплошные линии) и верхней - a (пунктирные линии) поверхностях капли, которые связаны между собой соотношением $a^2(z) = a_0^2(1 + D^2)$. Из приведенных выше формул можно, например, рассчитать, что для 1-ой моды резонансная частота будет составлять 7,1 МГц, а для 21-ой моды она равна 29,8 МГц, а это наиболее близко соответствует сигналу свертки на 30 МГц для частот входных сигналов 15 МГц, использовавшихся в ранее проведенном эксперименте.

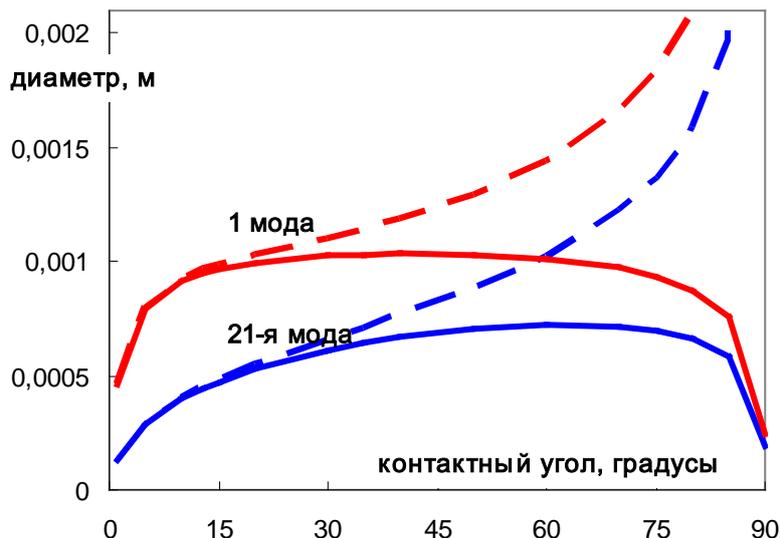


Рис. 2. Диаметр области локализации колебаний в капле фиксированного радиуса на подложке в зависимости от контактного угла для двух резонансных мод. Сплошные линии - граница капли с подложкой, пунктирные – свободная поверхность капли.

Проведенный анализ показывает, что каплю на подложке можно рассматривать как акустический аналог лазерного резонатора и использовать для описания акустических резонансов в ней известные методы, развитые в оптике. Выявлен ряд характерных особенностей, отличающих каплю как акустический резонатор от лазерных резонаторов.

Работа поддержана частично грантом РФФИ 11-02-01499-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. McKenna, M.I. Newton, G. McHale, R. Lucklum, J. Schroeder // J. App. Phys. 2001. V. 89. No 1. P. 676.
2. A. Wixforth, J. Scriba, C. Gauer // MSTNews. 2002. V. 5. P. 42.
3. H. Kogelnik, T. Li // Proc. IEEE. 1966. V. 54. No 10. P. 1312.
4. В.П. Быков, О.О. Силичев “Лазерные резонаторы” М.: Физматлит. 2004. 320 с.
5. М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков “Теория волн” М.: Наука. 1979. 384 с.
6. В.А. Korshak, V.G. Mozhaev, A.V. Zyrianova // In: AIP Conference Proceedings. ISNA17. 2006. V. 838. P. 500.
7. В.А. Korshak, V.G. Mozhaev, A.V. Zyrianova // Proc. IEEE Internat. Ultrason. Symp. 2005. P. 1019.

СПЕКТРАЛЬНЫЕ И ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АКУСТИЧЕСКОЙ ЭМИССИИ ПРИ ПРОБОЕ ВОДЫ ЛАЗЕРНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

А.В. Буланов
ТОИ ДВО РАН
a_bulanov@me.com

Оптический пробой в конденсированных средах во многих отношениях является гораздо слабее изученным по сравнению с пробоем в газах [1]. Недавно W.Lauterborn and T.Kurz [2] представили обширный обзор последних достижений в области динамики образующихся под действием лазерного излучения пузырьков в жидкости. В статье [2] был изучен баланс энергии различных механизмов уноса энергии из зоны пробоя и была показана высокая эффективность преобразования оптической энергии в акустическую, заключенная в интервале 10-49% и существенно зависящая от энергии и длительности лазерного импульса. Столь высокий разброс эффективности акустико-оптического преобразования в жидкости связан с наличием различных механизмов генерации акустических волн при оптическом пробое, соотношение между которыми недостаточно изучено. В связи с этим нам представлялось интересным изучить зависимость особенностей акустической эмиссии от энергии лазерного импульса и его фокусировки в жидкости.

Аппаратура и методика экспериментов. В эксперименте для возбуждения оптического пробоя использовался ND:YAG лазер "Brilliant В" со следующими параметрами излучения: длина волны 532 нм, длительность импульса 10 нс, энергия в импульсе до 180 мДж, изменяющаяся в режиме модулированной добротности. Плотность мощности лазерного излучения дополнительно возрастала за счет острой фокусировки излучения в необходимом месте (в толще жидкости, на поверхности или вблизи поверхности жидкости) с помощью линз с различными фокусными расстояниями $F= 40$ мм, 75 мм и 125 мм. Регистрация оптического пробоя осуществлялась с применением оптического многоканального анализатора спектров Flame Vision PRO System, с временным разрешением 3 ns. В целом оптическая схема эксперимента аналогична схеме, представленной в статье [3]. Отличие заключалось в наличии аппаратуры для изучения параметров акустической волны, инициируемой оптическим пробоем. В качестве широкополосного акустического приемника использовался гидрофон типа 8103 фирмы Brüel & Kjær, информация с которого оцифровывалась и записывалась с применением многоканальной платы ввода-вывода фирмы L-Card с максимальной частотой оцифровки ~ 5 МГц.

В экспериментах были получены серии снимков оптического пробоя при экспозиции 3 ns, с различным шагом временной задержки t_d относительно начала пробоя. Далее проводилась обработка изображений в зависимости от времени задержки, так что можно было изучить динамику образования и роста пузырьков в жидкости.

Основные экспериментальные результаты. Акустическая эмиссия и значения спектральных плотностей звука существенно различаются в зависимости от характера оптического пробоя. На рис. 1 представлена спектральная плотность акустической эмиссии при смешанном (вблизи поверхности и в толще) пробое в воде. Важным является наличие спектрального максимума на частотах ~50-60 кГц.

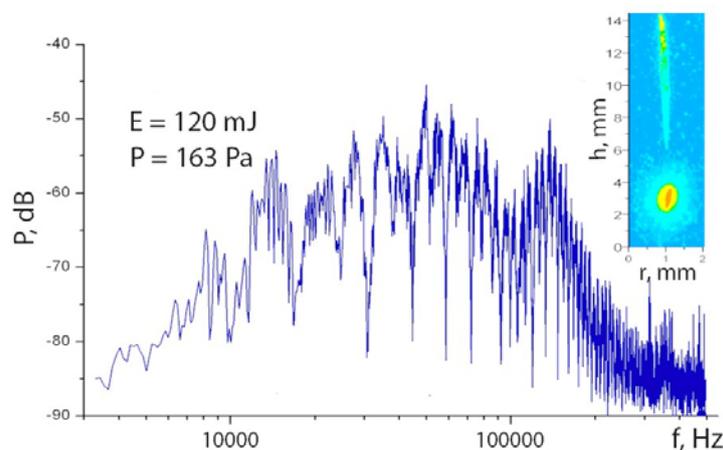


Рис. 1. Спектральная плотность акустической эмиссии при наличии смешанного пробоя в воде

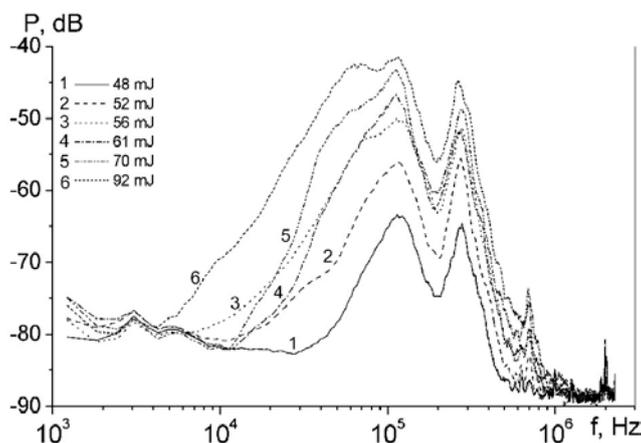


Рис. 2. Смещение частотного пика акустической эмиссии при увеличении энергии лазерного импульса E .

Измерение акустической эмиссии было использовано для изучения зависимости эффективности генерации звука от энергии лазерного импульса. На рис. 2 представлены спектральные характеристики акустической волны, генерируемой в жидкости оптическим пробоем, в зависимости от энергетика лазерного импульса. Из рис. 2 видно, что

наблюдаются смещения низкочастотного максимума в область меньших частот при увеличении энергии импульса.

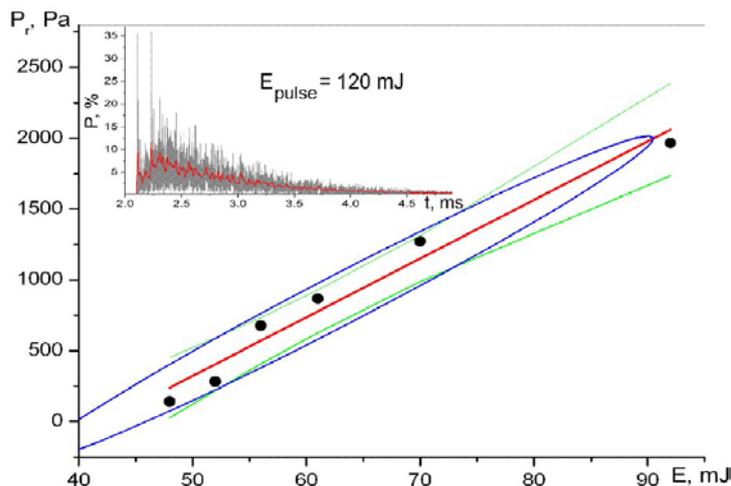


Рис. 3. Зависимость давления звука P на переднем фронте акустического импульса от энергии E . На врезке – форма акустического импульса

На рис. 3 показана зависимость давления звука P на переднем фронте акустического импульса от энергии E . На врезке представлена зависимость от времени давления звука P в акустическом импульсе, принимаемого гидрофоном при оптическом пробое жидкости.

Анализ акустической эмиссии. Проанализируем зависимость акустической эмиссии от динамики пузырьков. Полная энергия акустического импульса E_{ac} вычисляется по формуле

$$E_{\text{ac}} = \left(2\pi r^2 / \rho c \right) \int_0^{\tau} P_r^2(t) dt, \quad (1)$$

где ρ - плотность жидкости, c - скорость звука, $P_r(t)$ - величина акустического давления в импульсе, принимаемого гидрофоном на расстоянии r от места пробоя. Оценка по энергии акустической эмиссии позволяет сделать важный вывод о том, что эффективность акустико-оптического преобразования в нашем случае оказалось равной 10%2 что согласуется с данными статьи [2] в самом нижнем пределе.

Наряду с полученными оценками полной энергии излучаемого акустического импульса представляет интерес попытаться решить обратную задачу – восстановить динамику пузырька по данным об акустической эмиссии. Теоретической основой является формула для распределения давления в излучаемой волне от пузырька, как источника монополярного излучения, которую можно написать в виде [2]

$$P_r(t) = \rho(R\ddot{R} + 2\dot{R}^2)(R/r), \quad \dot{R}(t) = dR/dt = U(t), \quad (2)$$

Решая нелинейное дифференциальное уравнение относительно функции $R(t)$, считая при этом известной функцию $P(t)$ на основе экспериментальных данных в принятом акустическом импульсе, можно вычислить функцию $R(t)$, скорость движения стенки пузырька $U(t)$ и

интенсивность в акустической волне $I(t) = \int_t^{t+T} P(t)U(t)dt$, $T \approx 2\pi/\omega_{\min}$. На рис. 4 представлены указанные зависимости, которые показывают, что по акустическим данным удается воспроизвести функцию $R(t)$, которая согласуется с характерными зависимостями $R(t)$, получаемыми из непосредственных измерений изображений оптического пробоя на поздних стадиях его эволюции [3].

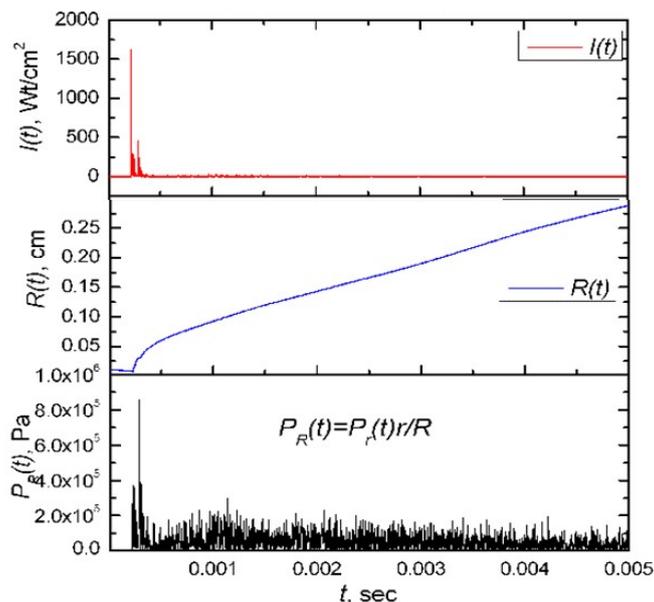


Рис. 4. Акустическая эмиссия и динамика пузырька: давление $P(t)$ в акустическом импульсе от области оптического пробоя; функция $R(t)$, вычисленная по формуле (2) по данным для $P(t)$; интенсивность в излучаемом акустическом импульсе $I(t)$.

Таким образом, показано, что наблюдаются два спектральных максимума, характеризующие акустическую эмиссию, при этом наблюдается смещение низкочастотного максимума в область меньших частот при увеличении энергии лазерного импульса. В целом наблюдается линейная зависимость акустического давления от энергии лазерного импульса. По акустическим данным удается воспроизвести функцию $R(t)$, которая согласуется с характерными зависимостями $R(t)$, получаемыми из оптических данных, что практически важно для изучения пробоя в непрозрачных средах.

Работа была выполнена при поддержке РФФИ, проекты 12-02-01048, 12-02-31816 мол_a, 12-05-33072 мол_a_вед.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фишер В.И. // ЖЭТФ. 1980. Т. 79. №6(12). С. 2142-2151.
2. W.Lauterborn, T.Kurz Physics of bubble oscillations // Rep. Prog. Phys. 2010. vol. 73 106501 (88pp)
3. О.А. Букин, А.А. Ильин, Ю.Н. Кульчин, И. Г. Нагорный, А. Н. Павлов, А. В. Буланов. // Квантовая электроника 2006. Т. 36. № 6. С. 553-556.

АКУСТООПТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ ТЕРАГЕРЦОВОГО ДИАПАЗОНА

В.Б. Волошинов¹, П.А. Никитин¹, В.В. Герасимов²,
Ю.Ю. Чопорова², Б.А. Князев³

¹ *Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Физический факультет, кафедра физики колебаний, Москва, Россия*

² *Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера, СО РАН, Новосибирск, Россия*

³ *Новосибирский национальный исследовательский государственный
университет, Новосибирск, Россия*

volosh@phys.msu.ru

Впервые методами акустооптики доказана возможность управляемого отклонения излучения лазера на свободных электронах, работающего в терагерцовом диапазоне спектра электромагнитных волн. В качестве материала акустооптического дефлектора, в котором удалось реализовать взаимодействие ультразвука и электромагнитного излучения терагерцового диапазона, был выбран высокоомный кристаллический германий. Этот материал обладает значительной величиной показателя преломления $n = 4.0$ при относительно низком коэффициенте поглощения микроволновой энергии. При проведении экспериментального исследования измерялся коэффициент поглощения электромагнитной энергии в кристалле. Оказалось, что на длине волны $\lambda = 140$ мкм коэффициент поглощения в германии составляет величину $\alpha = (0.75 \pm 0.02) \text{ см}^{-1}$. Это результат оказался лучше известного из литературы $\alpha = 1.3 \text{ см}^{-1}$. В результате проведенного теоретического исследования показано, что интенсивность дифрагированного пучка в акустооптическом дефлекторе на германии максимальна при эффективной длине акустооптического взаимодействия $l = 1/\alpha = 1.5$ см. Измерение эффективности дифракции показало, что около 0.01% падающей на кристалл световой энергии было направлено в брэгговский дифракционный порядок. Мощность бегущей акустической волны при этом была ограничена величиной 1.0 Вт. В эксперименте также зарегистрировано, что при вариации частоты ультразвука от $f = 25$ МГц до $f = 39$ МГц угол Брэгга менялся в пределах от $\theta = 19.5^\circ$ до $\theta = 27.5^\circ$. При фиксированном угле Брэгга $\theta_B = 22.4^\circ$ полоса частот сканирования света составляла величину $\Delta f = (4.2 \pm 0.1) \text{ МГц}$, а угловой диапазон качания лазерного луча достигал значения $\Delta\theta = (2.5 \pm 0.5)^\circ$. Число разрешимых элементов дефлектора при этом было равно $N = 8$. Очевидно, что полученные результаты свидетельствуют о возможности применения акустооптического взаимодействия для управления параметрами электромагнитного излучения, относящегося к терагерцовому диапазону спектра электромагнитных волн.

ВЫВОД ПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПУЧКОВ ИЗГИБНЫХ ВОЛН В АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИНАХ

И.К. Грибачева, В.Г. Можжев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,
физический факультет

inken_g@hotmail.com, vgmozhaev@mail.ru

Изгибные волны в тонких пластинах и стержнях являются наиболее медленными волнами из всех различных типов акустических волн, существующих в твёрдых телах. При использовании этих волн в микрожидкостных акустоэлектронных устройствах (такие устройства активно разрабатываются в настоящее время во многих лабораториях в развитых странах мира) заметное влияние на их характеристики может оказывать анизотропия кристаллических пластин. Для описания дифракции и фокусировки пучков изгибных волн удобно использовать параболическое уравнение, дающее решение в виде гауссовых пучков. Ранее в статье [1] для анализа работы микрожидкостного акустического насоса на основе ультразвуковых изгибных волн в тонких кристаллических пластинах кремния предлагалось использовать изотропное решение для гауссовых пучков, заимствованное из оптики. Однако правомерность такого шага никем до сих пор в литературе не обсуждалась и не была доказана. Целью настоящей работы является последовательный корректный вывод параболического уравнения для изгибных волн в тонких кристаллических пластинах произвольной анизотропии.

В общем анизотропном случае уравнение для изгибных колебаний и волн в тонких пластинах постоянной толщины h имеет вид [2]

$$D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 4D_{14} \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial y} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + 4D_{26} \frac{\partial^4 w}{\partial x \partial y^3} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + \rho h \ddot{w} = 0, (1)$$

где w - смещение средней горизонтальной плоскости пластины в вертикальном направлении z , D_{IJ} ($I, J = 1 \div 6$) - коэффициенты изгибной жёсткости, ρ - плотность пластины. Выражения для коэффициентов D_{IJ} через упругие модули анизотропной среды приводятся, например, в книге [2]. В изотропном случае $D_{11} = D_{22} = D_{12} + 2D_{66}$, $D_{14} = D_{26} = 0$. Уравнение (1) выводится во многих публикациях с помощью известной регулярной процедуры из трёхмерных динамических уравнений теории упругости в приближении малой (по сравнению с длиной волны) толщины пластины.

Для анализа распространения волновых пучков под произвольным углом к осям координат x, y удобно преобразовать уравнение (1) в повернутую систему координат, одна из осей которой соответствует направлению максимальной компоненты углового спектра волнового

пучка. Поскольку общий вид уравнения (1) при этом не меняется, то удобно считать, что уравнение (1) относится теперь уже к повернутой системе координат, а ось x соответствует направлению максимальной компоненты углового спектра пучка. Тогда производные по y можно считать пропорциональными малому параметру, что позволяет произвольным образом изменять коэффициенты D_{26} и D_{22} перед двумя последними пространственными производными в уравнении (1). С учётом этой возможности уравнение (1) можно приближённо представить в виде:

$$\hat{L}_+ \hat{L}_- w = 0, \quad (2)$$

$$\text{где } \hat{L}_\pm = a_{11} \partial^2 / \partial x^2 + 2a_{12} \partial^2 / \partial x \partial y + a_{22} \partial^2 / \partial y^2 \pm \rho \omega^2,$$

$$a_{11} = \omega \sqrt{\rho D_{11} / h}, \quad a_{12} = \omega D_{14} \sqrt{\rho / h D_{11}}, \quad a_{22} = \rho \omega^2 (D_{12} + 2D_{66}) / a_{11} - 2a_{12}^2 / a_{11}.$$

Поскольку операторы \hat{L}_\pm коммутируют между собой, т.е. $\hat{L}_+ \hat{L}_- w = \hat{L}_- \hat{L}_+ w = 0$, то общее решение уравнения (2) можно представить в виде суммы $w = C_+ w_+ + C_- w_-$, где w_+ и w_- являются решениями уравнений второго порядка $\hat{L}_+ w_+ = 0$, $\hat{L}_- w_- = 0$, а C_+ , C_- - произвольные коэффициенты. Уравнение $\hat{L}_- w_- = 0$ описывает нераспространяющиеся колебания, поэтому далее оно не рассматриваются. В уравнении $\hat{L}_+ w_+ = 0$ с помощью поворота системы координат на угол, определяемый значениями коэффициентов a_{11} , a_{12} , a_{22} , можно избавиться от смешанной производной, и изменяя затем масштаба по оси x или y это уравнение можно трансформировать в уравнение Гельмгольца для эквивалентной изотропной среды. Из последнего легко находится искомого параболическое уравнение для изгибных волн, имеющее решения в виде двумерных эрмит-гауссовых пучков. Особенности обратного преобразования координат и волновых векторов здесь такие же, что и в задаче о пучках объемных акустических волн в кристаллах [3]. В качестве примера рассмотрены гауссовы пучки изгибных волн в пластинах кремния.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Н. Meng, N.-Т. Nguyen, R.M. White // Biomed. Microdevices. 2000. V. 2. No 3. P. 169.
2. С.Г. Лехницкий «Анизотропные пластинки» М.: Гостехиздат, 1957.
3. А.В. Козлов, В.Г. Можаяев // Сборник трудов XIII Всероссийской школы-семинара «Физика и применение микроволн», «Волны-2011». 23-28 мая 2011 г. Звенигород, Московская обл. [Электронный ресурс]. М.: Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова. Секция 7. С. 30-33.

ДВУМЕРНОЕ ОПИСАНИЕ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С УЧЕТОМ ПОЛЯРИЗАЦИИ СВЕТА

Е.А. Дьяконов, Н.В. Поликарпова, В.Б. Волошинов

Физический факультет МГУ

ead1989@gmail.com

Кристаллические материалы, обладающие как упругой, так и диэлектрической анизотропией, имеют большое значение в акустооптике. Теория дифракции света на ультразвуке в таких средах основана на рассмотрении плоских световых волн. При этом ряд задач современной акустооптики не могут быть правильно решены в рамках существующей теории, поскольку требуют учитывать пространственное ограничение области взаимодействия по двум координатам [1-4]. Для решения подобных задач необходимо перейти от описания плоских волн к рассмотрению волновых пучков и заменить известные одномерные уравнения связанных мод на двумерные. Двумерные уравнения связанных мод, представленные в [1,3], выведены для случая оптически изотропной среды. Чтобы распространить эти уравнения на оптически анизотропные среды, в них необходимо учитывать поляризацию взаимодействующих световых пучков.

Пусть волновые векторы взаимодействующих волн лежат в плоскости Oxz , а ультразвуковое поле имеется в слое среды при $0 < x < l$, как показано на рис. 1. Тогда тензор диэлектрической проницаемости среды равен $\hat{\epsilon} = \hat{\epsilon}_n + \Delta\hat{\epsilon} \sin(\vec{K}\vec{r} - 2\pi ft)$, где $\hat{\epsilon}_n$ - тензор диэлектрической проницаемости невозмущенной среды, $\Delta\hat{\epsilon}$ - амплитуда его возмущения, \vec{K} - волновой вектор ультразвуковой волны, f - ее частота, $\vec{r} = \{x, y, z\}$ - радиус-вектор, t - переменная времени. Для нахождения электромагнитного поля световых волн необходимо решить волновое уравнение:

$$-\vec{\nabla} \times [\vec{\nabla} \times \vec{E}] = (1/c^2) \cdot \partial^2(\hat{\epsilon} \vec{E}) / \partial t^2, \quad (1)$$

где \vec{E} - напряженность электрического поля волны, c - скорость света, $\vec{\nabla}$ - производная по радиус-вектору. Решение уравнения (1) следует искать в виде суммы полей световых пучков дифракционных порядков с двумя взаимно-ортогональными поляризациями:

$$\vec{E} = E_A \sum_p \left((1/\sqrt{n_p^\perp}) \vec{e}_p^\perp C_p^\perp(x, z) \exp(\vec{k}_p^\perp \vec{r} - \omega_p t) + (1/\sqrt{n_p^\parallel \cos \beta_p}) \vec{e}_p^\parallel C_p^\parallel(x, z) \exp(\vec{k}_p^\parallel \vec{r} - \omega_p t) \right), \quad (2)$$

где E_A - постоянная величина с размерностью В/м, p - номер порядка дифракции, C_p - медленно меняющаяся комплексная амплитуда электромагнитной волны, \vec{k}_p и ω_p - ее волновой вектор и циклическая частота. Все величины с индексом \perp относятся к волнам, поляризованным перпендикулярно плоскости взаимодействия, а с индексом \parallel - к волнам, поляризованным в этой плоскости. Единичные векторы \vec{e}^\perp и \vec{e}^\parallel указывают направления поляризации гармонических волн, распространяющихся в

невозмущенной среде в направлениях, заданных соответствующими волновыми векторами, а n^\perp и n_p^\parallel - показатели преломления среды для этих волн. При этом можно записать $[\vec{e}_p^\perp \times [\vec{m}_p^\parallel \times \vec{e}_p^\perp]] = \vec{s}_p^\parallel \cos \beta_p$, где \vec{s}_p^\parallel - орт лучевого вектора волны, поляризованной в плоскости взаимодействия, \vec{m}_p^\parallel - орт ее волнового вектора, β_p - угол между ними. Кроме того, из условия стационарности решения следует, что $\omega_p = \omega_0 + 2\pi f p$.

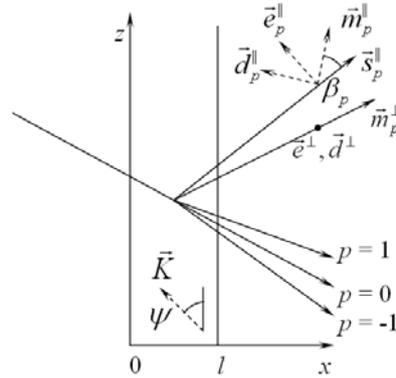


Рис. 1. Расположение и поляризация взаимодействующих волновых пучков.

Если длина волны света достаточно мала, то при выводе уравнения связанных мод можно перейти к приближению геометрической оптики и отбросить слагаемые, содержащие вторые производные от C_p по пространственным координатам. Окончательно получается следующая система двумерных уравнений связанных мод:

$$(\vec{m}_p^\perp \cdot \vec{\nabla}) C_p^\perp = \frac{q_p^\perp}{2} (C_{p-1}^\perp \exp(-i\vec{\eta}_{p-1}^\perp \vec{r}) - C_{p+1}^\perp \exp(i\vec{\eta}_{p-1}^\perp \vec{r})) + \frac{q_{p-1}^A}{2} C_{p-1}^\parallel \exp(-i\vec{\eta}_{p-1}^\parallel \vec{r}) - \frac{q_{p+1}^A}{2} C_{p+1}^\parallel \exp(i\vec{\eta}_p^\parallel \vec{r}), \quad (3)$$

$$(\vec{s}_p^\parallel \cdot \vec{\nabla}) C_p^\parallel = \frac{q_{p-1}^\parallel}{2} C_{p-1}^\parallel \exp(-i\vec{\eta}_{p-1}^\parallel \vec{r}) - \frac{q_p^\parallel}{2} C_{p+1}^\parallel \exp(i\vec{\eta}_p^\parallel \vec{r}) + \frac{q_p^\perp}{2} (C_{p-1}^\perp \exp(-i\vec{\eta}_{p-1}^\perp \vec{r}) - C_{p+1}^\perp \exp(i\vec{\eta}_p^\perp \vec{r})),$$

где введены обозначения для параметров акустооптической связи q и расстройек η при переходах с сохранением плоскости поляризации:

$$q_p^\perp = -(\pi/\lambda) \sqrt{2P/S} (\vec{d}^\perp \Delta \hat{B}_{\text{омн}} \vec{d}^\perp) \sqrt{n^{\perp 6} / \rho V^3}; \quad \vec{\eta}_p^\perp = \vec{k}_{p+1}^\perp - \vec{k}_p^\perp - \vec{K}; \quad (4)$$

$$q_p^\parallel = -(\pi/\lambda) \sqrt{2P/S} (\vec{d}_p^\parallel \Delta \hat{B}_{\text{омн}} \vec{d}_{p+1}^\parallel) \sqrt{(n_p^\parallel \cos \beta_p \cdot n_{p+1}^\parallel \cos \beta_{p+1})^3 / \rho V^3}; \quad \vec{\eta}_p^\parallel = \vec{k}_{p+1}^\parallel - \vec{k}_p^\parallel - \vec{K};$$

и с изменением плоскости поляризации (анизотропная дифракция):

$$q_p^A = -(\pi/\lambda) \sqrt{2P/S} (\vec{d}^\perp \Delta \hat{B}_{\text{омн}} \vec{d}_p^\parallel) \sqrt{(n^\perp n_{p+1}^\parallel \cos \beta_p)^3 / \rho V^3}; \quad \vec{\eta}_p^{\perp\parallel} = \vec{k}_{p+1}^\parallel - \vec{k}_p^\perp - \vec{K}; \quad \vec{\eta}_p^{\parallel\perp} = \vec{k}_{p+1}^\perp - \vec{k}_p^\parallel - \vec{K}. \quad (5)$$

Здесь $\Delta \hat{B} = \Delta \hat{B}_{\text{омн}} \sqrt{2P/S\rho V^3}$ - амплитуда возмущения тензора диэлектрической непроницаемости среды $\hat{B} = \hat{\epsilon}^{-1}$ [5], P - мощность ультразвуковой волны, S - площадь ее фронта, ρ - плотность материала, V - фазовая скорость ультразвука, λ - длина волны падающего света в вакууме. Единичные векторы \vec{d}^\perp и \vec{d}_p^\parallel направлены вдоль поляризации вектора электрической индукции соответствующих волн. Выражения вида $(\vec{d} \Delta \hat{B}_{\text{омн}} \vec{d})$ определяют эффективную фотоупругую постоянную соответствующего перехода.

Граничные условия для системы уравнений (3) задаются аналогично случаю оптически изотропной среды [1].

Как известно, для оценки эффективности дифракции удобно ввести коэффициент акустооптического качества среды. В случае дифракции Брэгга из бесконечной системы (3) сохраняются только уравнения при $p=0$ и $p=1$. Выражение для акустооптического качества данного перехода в зависимости от его типа имеет вид

$$M^{\perp} = (\bar{d}^{\perp} \Delta \hat{B}_{\text{омн}} \bar{d}^{\perp})^2 n^{\perp 6} / \rho V^3; \quad M_p^{\parallel} = (\bar{d}_p^{\parallel} \Delta \hat{B}_{\text{омн}} \bar{d}_{p+1}^{\parallel})^2 (n_p^{\parallel} \cos \beta_p \cdot n_{p+1}^{\parallel} \cos \beta_{p+1})^3 / \rho V^3; \quad (6)$$

$$M_p^A = (\bar{d}^{\perp} \Delta \hat{B}_{\text{омн}} \bar{d}_p^{\parallel})^2 (n^{\perp} n_{p+1}^{\parallel} \cos \beta_p)^3 / \rho V^3.$$

Следует подчеркнуть, что при оценке эффективности дифракции по известной формуле $I = \sin^2[(\pi l_{\text{экв}} / \lambda) \sqrt{PM/2S}]$ в качестве эквивалентного размера области взаимодействия $l_{\text{экв}}$ следует подставить размер области взаимодействия в направлении лучей света первого порядка дифракции.

Разработанный метод был использован для исследования режима акустооптического взаимодействия, в котором световой пучок +1 порядка дифракции направлен строго вдоль ультразвукового столба [2,3]. Этот режим обусловлен упругой анизотропией среды взаимодействия, поэтому для исследования был выбран кристалл парателлурита.

Для каждого направления волновой нормали ультразвуковой волны в кристалле подбирались такие направления падения и дифракции света, чтобы световой пучок +1 порядка дифракции был направлен вдоль ультразвукового столба. Из условия синхронизма вычислялось значение частоты, при которой реализуется данный режим взаимодействия. Также по формулам (6) вычислялось значение акустооптического качества среды. Все вычисления проводились для длины волны света $\lambda = 3,39$ мкм.

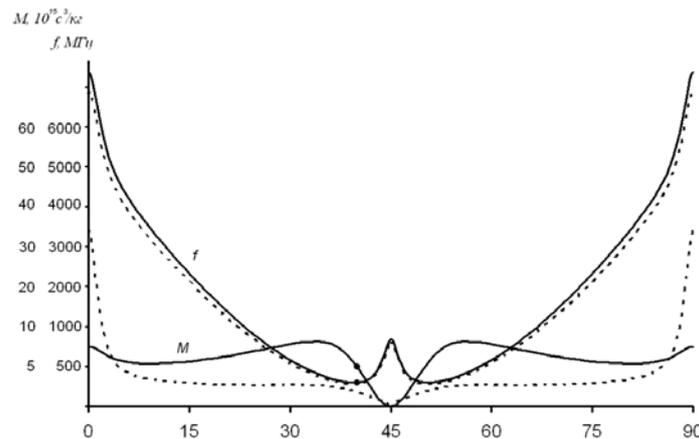


Рис. 2. Зависимость эффективности дифракции и частоты ультразвука от направления вектора \vec{K} в плоскости (001). Отсчет углов ведется от оси [100]. Сплошные линии - дифракция необыкновенной волны, штриховые линии - обыкновенной волны.

В плоскости (001) максимальный угол сноса ультразвуковой волны достигает 74° , поэтому дифракция на медленной акустической моде наблюдается при сравнительно низких частотах ультразвука. Однако

акустооптическое качество не превышает $10 \cdot 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$ в большинстве направлений. Соответствующие зависимости представлены на рис. 2. Анизотропная дифракция на данной акустической волне невозможна, то есть $M^A=0$ во всех направлениях. Жирной точкой на рисунке обозначены параметры проведенного эксперимента в акустооптической ячейке, описанной в [5]. При мощности, подведенной к пьезопреобразователю 0,16 Вт, апертуре светового пучка 2 мм и толщине ультразвукового столба $l = 0,18$ мм была получена эффективность дифракции $(6,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$ и ширина полосы частот взаимодействия $(0,60 \pm 0,04)$ МГц.

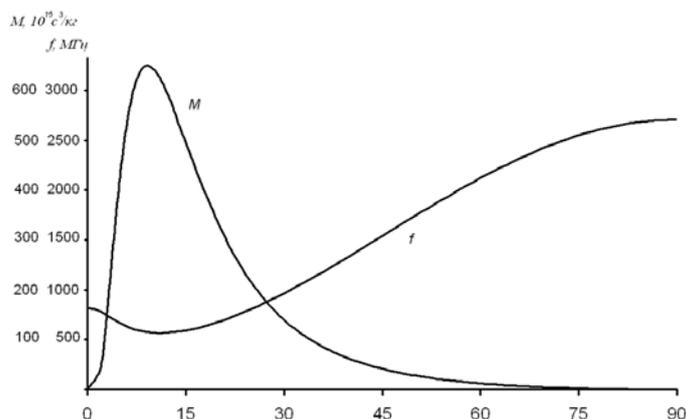


Рис. 3. Зависимость эффективности дифракции и частоты ультразвука от направления вектора \vec{K} в плоскости (110). Отсчет углов ведется от оси $[1\bar{1}0]$ к оси $[001]$.

В плоскости (110) для медленной акустической моды максимальный угол сноса равен 57° . На этой моде в данной плоскости оказывается возможной лишь анизотропная дифракция. Вычисления были проведены для случая дифракции из обыкновенной волны в необыкновенную. Из рис. 3 видно, что в данном случае получаются существенно более высокие значения коэффициента качества, достигающие величины $700 \cdot 10^{-15} \text{ с}^3/\text{кг}$ при дифракции на ультразвуковой волне с частотой 600 МГц. Подобное взаимодействие, в принципе, осуществимо, однако оно сопряжено с техническими трудностями из-за высокого акустического затухания.

Работа поддержана грантами РФФИ 12-02-33122 мол-а-вед и 12-02-01302-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дьяконов Е.А. Труды конференции "Волны-2012", Звенигород, с. 7-10.
2. Voloshinov V., Makarov O. Proceedings SPIE, 1998, v.3581, p.108-117.
3. Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б. Труды конференции "Когерентная оптика и оптическая спектроскопия", Казань, 2011, с. 62-65.
4. Маслаков А.В., Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б. Труды конференции "Волны-2012", Звенигород, с. 11-14.
5. Дьяконов Е.А., Волошинов В.Б., Поликарпова Н.В. Акустический журнал, 2012, т. 58, № 1, с. 121-131.

ЛУЧЕВЫЕ СПЕКТРЫ И СТРУКТУРА АКУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ В КРИСТАЛЛЕ ПАРАТЕЛЛУРИТА

А.А. Ермаков, В.И. Балакший, С.Н. Манцевич
Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова
физический факультет, Москва, Россия
aa.ermakov@physics.msu.ru

В настоящее время для создания акустооптических устройств видимого, а также ближнего и среднего ИК диапазонов спектра в основном используются кристаллы парателлуриита (TeO_2). Широкое применение этого материала обусловлено чрезвычайно высоким значением акустооптического качества M . Максимальное значение качества $M_{\text{max}} = 1200 \cdot 10^{-18} \text{ с}^3/\text{г}$ достигается при распространении сдвиговой акустической моды в направлении $[110]$ кристалла [1]. Однако в практических устройствах этот срез практически не используется из-за сильно неоднородной структуры пучка, возникающей из-за уникально большой акустической анизотропии вблизи направления $[110]$.

Целью данной работы являлось исследование на примере кристалла парателлуриита влияния акустической анизотропии кристаллической среды на структуру акустических пучков. Для характеристики этого влияния введено понятие лучевого спектра, определяющего распределение акустической мощности в дальней зоне дифракции [2,3]. Количественные расчеты выполнены для двух акустических мод – медленной (мода 3) и быстрой (мода 1), распространяющихся в плоскости (001) кристалла парателлуриита. Эта плоскость характеризуется уникально большой величиной акустической анизотропии для медленной моды.

В расчетах использовалась сферическая система координат с азимутальным углом ϕ , отсчитываемым от кристаллографической оси X в плоскости (001), и полярным углом θ , отсчитываемым от оси Z к плоскости (001). Поскольку ось Z является поворотной осью симметрии кристалла четвертого порядка, картина повторяется через угол $\phi = 90^\circ$. Симметрия сечения поверхности медленностей $S(\phi, \theta)$ плоскостью (001) позволила ограничиться рассмотрением углов ϕ в диапазоне от 45° до 90° .

На рис. 1 представлены углы сноса акустической энергии χ для разных направлений распространения акустических волн, рассчитанные по формуле

$$\text{tg} \chi = \frac{dS(\phi)}{d\phi} / S(\phi). \quad (1)$$

Для моды 1 угол сноса достигает максимального значения $\chi_{1m} = 35.5^\circ$ при $\phi_{1m} = 84.52^\circ$, а для моды 3 соответствующие значения равны $\chi_{3m} = 74.2^\circ$ и

$$\phi_{3m} = 52.9^\circ.$$

На практике мы всегда имеем дело с пучками конечной ширины. Такой пучок можно представить в виде суперпозиции плоских волн, имеющих разную амплитуду, фазу и направление распространения. Если пучок создается однородным преобразователем квадратной формы со стороны l , то его угловой спектр имеет вид:

$$A(\phi, \theta) = a_0 l^2 \operatorname{sinc} \left[\frac{fl}{V} (\phi - \phi_0) \right] \operatorname{sinc} \left[\frac{fl}{V} (\theta - \theta_0) \right], \quad (2)$$

где a_0 – амплитуда, ϕ_0 и θ_0 – углы, задающие направление волновой нормали для осевой компоненты акустического пучка в сферической системе координат, ϕ и θ – углы для остальных компонент пучка. Из-за различия в углах ϕ и θ различные компоненты пучка приобретают в анизотропной среде различный снос. Вследствие этого структура пучка изменяется.

В работе проведен расчет лучевых спектров $A_r(\phi, \theta)$ для акустических пучков, распространяющихся в плоскости (001) кристалла парателлурита. Методика расчета заключалась в следующем: для каждой плосковолновой компоненты спектра (2) находилось направление вектора Умова-Пойнтинга, и по этим результатам строился угловой спектр мощности $|A_r(\phi, \theta)|^2$. Далее находились коэффициенты анизотропии как отношение

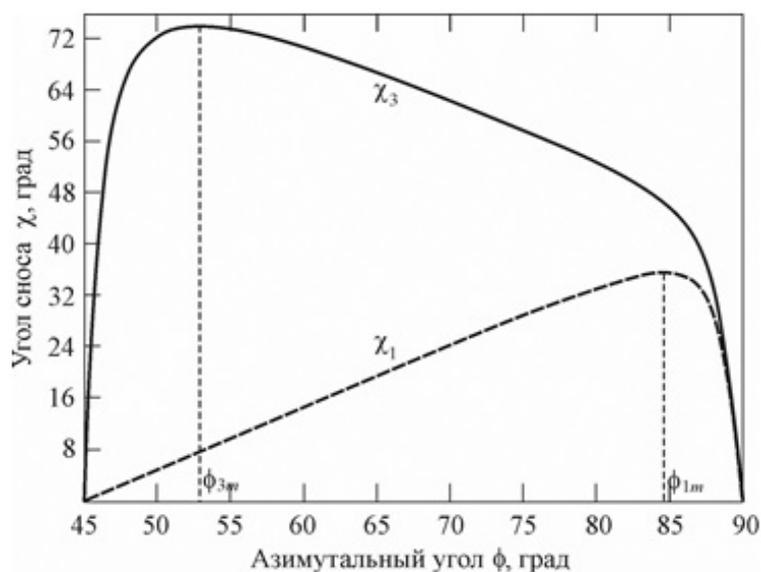


Рис. 1. Углы сноса для быстрой (χ_1) и медленной (χ_3) мод в плоскости (001)

$\kappa = \Delta/\delta$, где Δ и δ – угловая ширина функций A_r и A по уровню 3 дБ соответственно. Коэффициенты анизотропии κ_ϕ и κ_θ характеризуют изменение расходимости пучков вследствие анизотропии среды соответственно в плоскости (001) (продольная деформация спектра) и в плоскостях, перпендикулярных (001) (поперечная деформация) (рис. 2).

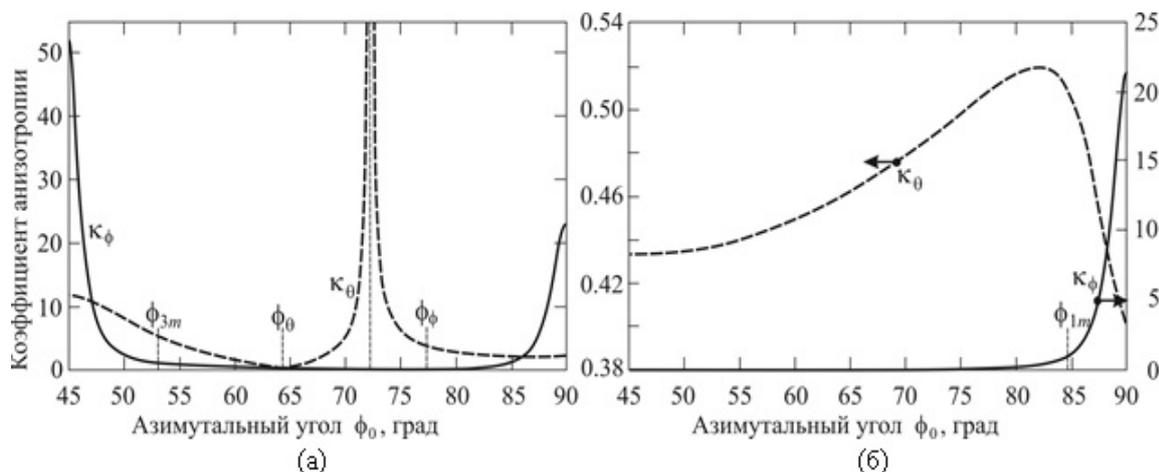


Рис. 2. Коэффициенты продольной (κ_ϕ) и поперечной (κ_θ) анизотропии в плоскости (001) кристалла парателлуриата для медленной (а) и быстрой (б) мод

Установлено, что для медленной моды в области $52.9^\circ < \phi_0 < 84.9^\circ$ коэффициент $\kappa_\phi < 1$ (акустическая анизотропия уменьшает расходимость пучка по сравнению с дифракционной), а в остальных точках диапазона $45^\circ \leq \phi_0 \leq 90^\circ$ коэффициент $\kappa_\phi > 1$ (расходимость пучка больше дифракционной). Максимальное уширение пучка имеет место в направлении [110] и составляет 52 раза. Коэффициент поперечной анизотропии для этой моды меньше единицы в диапазоне $61.4^\circ < \phi_0 < 66.5^\circ$. Для быстрой моды максимальное значение $\kappa_\phi = 21.4$ получается при распространении пучка по оси X или Y . Для поперечной анизотропии во всей области углов ϕ_0 коэффициент $\kappa_\theta < 1$.

Особое внимание было уделено направлениям, где кривизна поверхности медленностей меняет знак и имеет место эффект предельной автоколлимации пучка. Для медленной моды в плоскости (001) есть два таких направления: под углом $\phi_0 = 77.34^\circ$ с коллимацией пучка в плоскости (001) и под углом $\phi_0 = 64.277^\circ$ с коллимацией в плоскости, ортогональной (001). В последнем случае расходимость пучка, благодаря акустической анизотропии, оказывается меньше дифракционной в обеих плоскостях главных кривизн. Так как знак кривизны сечения поверхности

медленностей плоскостью (001) для быстрой акустической моды нигде не меняется, то для неё отсутствуют точки автоколлимации пучка.

Установлено, что лучевой спектр сохраняет свою форму везде, за исключением областей автоколлимации. В этих областях имеет место сильная деформация лучевого спектра с его инверсией. При этом в направлении $\phi_0 = 64.277^\circ$ характер инверсии таков, что сохраняется симметрия спектра, тогда как в направлении $\phi_0 = 77.34^\circ$ спектр становится сильно несимметричным (рис. 3).

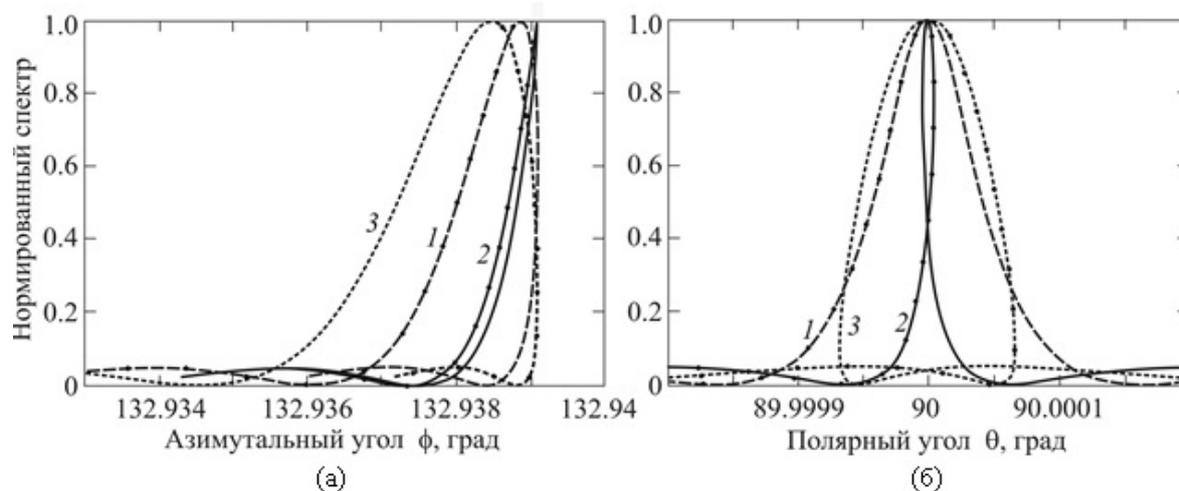


Рис. 3. Лучевые спектры $|A_r(\phi)|^2$ (а) и $|A_r(\theta)|^2$ (б) акустических пучков, распространяющихся при разных направлениях ϕ_0 осевой компоненты пучка:

а: $\phi_0 = 77.21^\circ$ (1), 77.34° (2), 77.6° (3);

б: $\phi_0 = 64.274^\circ$ (1), 64.2766° (2), 64.279° (3)

ЛИТЕРАТУРА

1. Балакший В.И., Парыгин В.Н., Чирков Л.Е. Физические основы акустооптики. – М.: Радио и связь, 1985.
2. Балакший В.И., Манцевич С.Н. Распространение акустических пучков в кристалле парателлурита. // Акуст. ж. 2012. Т. 58. № 5. С. 600–609.
3. Ермаков А.А. Лучевые спектры акустических пучков в кристалле парателлурита. // Труды 5-й Международной конф. "Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации", Суздаль, 2012, с.165-169.

АКУСТООПТИЧЕСКОЕ БРЭГГОВСКОЕ РАССЕЯНИЕ В ДВА ПОРЯДКА ДИФРАКЦИИ С ОРТОГОНАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ В АКУСТИЧЕСКИ АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

А.В. Захаров, В.Б. Волошинов

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

azakharov@physics.msu.ru

В современной акустооптике, как правило, применяются кристаллы, обладающие сильной оптической и акустической анизотропией [1]. В частности, в кристалле парателлурита TeO_2 угол между векторами фазовой и групповой скорости звуковой волны (угол акустического сноса) может достигать значения $\Psi = 74^\circ$. В последнее время наблюдается устойчивый интерес к изучению влияния акустической анизотропии на параметры акустооптического (АО) взаимодействия [2-4]. В данном сообщении рассматривается специфический режим дифракции, при котором падающий произвольно поляризованный свет дифрагирует одновременно в два максимума с ортогональной поляризацией, и приводятся данные исследования такой дифракции в кристалле парателлурита.

Рассмотрим взаимодействие падающей произвольно поляризованной плоской световой волны и акустического поля в виде плоскопараллельного столба ширины l с волновым вектором \mathbf{K} в плоскости $(1\bar{1}0)$ кристалла парателлурита. В данной плоскости главные показатели преломления кристалла имеют значения, равные $n_o = 2.26$ и $n_e = 2.41$ для красного света с длиной волны $\lambda = 633$ нм. Векторная диаграмма такого взаимодействия представлена на Рис. 1. Как видно из рисунка, волновые векторы звука \mathbf{K} направлены под углом α к оси $[110]$ кристалла. Падающая световая волна разделяется в кристалле на две части: необыкновенную и обыкновенную с соответствующими им волновыми векторами \mathbf{k}_{ie} и \mathbf{k}_{io} . Далее эти две волны дифрагируют со сменой поляризации, соответственно, в +1-й обыкновенный максимум с волновым вектором \mathbf{k}_{+1o} и в -1-й необыкновенный с волновым вектором \mathbf{k}_{-1e} , причем между волновыми векторами падающих и дифрагированных световых волн и звука должны выполняться следующие соотношения

$$\mathbf{k}_{-1e} + \Delta\mathbf{k}_{-1} + \mathbf{K} = \mathbf{k}_{io}, \quad \mathbf{k}_{ie} + \mathbf{K} + \Delta\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_{+1o}. \quad (1)$$

Наблюдение одновременного рассеяния возможно при таком направлении падающей световой волны и при таких частотах ультразвука, при которых величины векторов фазовой расстройки $\Delta\mathbf{k}_{-1}$ и $\Delta\mathbf{k}_0$ в соотношениях (1) достаточно малы. Как можно видеть, при падении света под углом Брэгга θ_B к волновым фронтам звуковой волны и при определенной длине вектора \mathbf{K} возможно одновременное выполнение строгого условия брэгговского

синхронизма для обоих дифракционных максимумов, когда векторы фазовой расстройки обращаются в нуль. В общем же случае параметры расстройки определяются как разности проекций волновых векторов соседних дифракционных максимумов и ультразвука на ось x , направленную перпендикулярно к направлению вектора групповой скорости и под углом акустического сноса Ψ по отношению к волновым фронтам ультразвука (и оси ζ) [5].

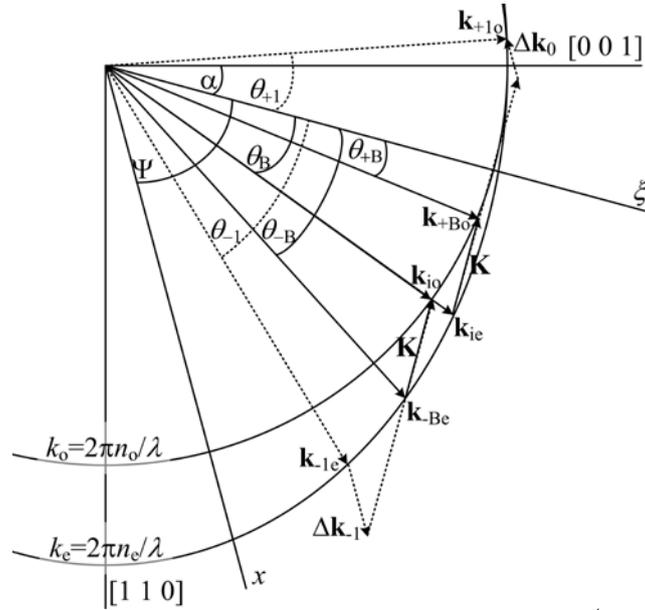


Рис. 1. Векторная диаграмма АО взаимодействия в плоскости $(1\bar{1}0)$ кристалла TeO_2 .

Анализ векторной диаграммы позволяет получить выражения для параметров фазовой расстройки, зависящие от угла падения света θ_i , угла акустического сноса Ψ и угла среза кристалла α :

$$\Delta k_0 = -[k_{oe} \cos(\theta_i + \Psi) - K \sin \Psi] + \sqrt{k_o^2 - [k_{oe} \sin(\theta_i + \Psi) + K \cos \Psi]^2},$$

$$\Delta k_{-1} = \frac{A_{-1} k_o^2 \sin(\Psi - \alpha) + B_{-1} k_e^2 \cos(\Psi - \alpha) - k_o k_e \sqrt{a - D_{-1}^2}}{a},$$

$$\text{где } k_{oe} = \frac{k_o k_e}{\sqrt{k_o^2 \sin^2(\alpha + \theta_i) - k_e^2 \cos^2(\alpha + \theta_i)}}, \quad k_o = \frac{2\pi n_o}{\lambda}, \quad k_e = \frac{2\pi n_e}{\lambda}, \quad (2)$$

$$A_{-1} = K \cos \alpha - k_o \sin(\alpha + \theta_i), \quad B_{-1} = K \sin \alpha + k_o \cos(\alpha + \theta_i),$$

$$D_{-1} = K \cos \Psi - k_o \sin(\Psi + \theta_i), \quad a = k_o^2 \sin^2(\Psi - \alpha) + k_e^2 \cos^2(\Psi - \alpha).$$

Зависимость расстроек от угла акустического сноса, очевидно, указывает на влияние акустической анизотропии кристалла на параметры дифракции.

Амплитуды прошедших и дифрагированных световых волн могут быть найдены из системы уравнений связанных мод [1]

$$\begin{aligned} \frac{dC_{ie}}{dx} &= -\frac{q}{2l} C_{+io} \exp(-j\Delta k_0 x), & \frac{dC_{io}}{dx} &= \frac{q}{2l} C_{-ie} \exp(j\Delta k_{-1} x), \\ \frac{dC_{+io}}{dx} &= \frac{q}{2l} C_{ie} \exp(j\Delta k_0 x), & \frac{dC_{-ie}}{dx} &= -\frac{q}{2l} C_{io} \exp(-j\Delta k_{-1} x) \end{aligned} \quad (3)$$

с граничными условиями для комплексных амплитуд $C_{io,e}(0) = 0.5$, $C_{\pm 1}(0)=0$. Коэффициенты связи q и параметры расстройки характеризуют эффективность обмена энергией между соседними максимумами. Интенсивность света в дифракционных максимумах выражается как произведение сопряженных комплексных амплитуд $I_p = C_p C_p^*$ при $x = l$.

Расчет полос частот дифракции по уровню 0.5 проводился для АО ячейки со следующими параметрами. В плоскости $(1\bar{1}0)$ при угле среза кристалла $\alpha = -10^\circ$ к оси $[001]$ фазовая скорость медленной сдвиговой звуковой волны равна $V=0.71 \cdot 10^5$ см/с, а угол сноса волны $\Psi=54^\circ$. Расчет показывает, что угол Брэгга для рассматриваемой геометрии взаимодействия равен $\theta_B = -12.16^\circ$ при частоте ультразвука $f = 116.65$ МГц. Звук возбуждается пьезопреобразователем, имеющим длину 1.1 см, при этом, с учетом сноса акустической волны, ширина звукового столба равна $l = 0.65$ см. Параметры связи для всех световых волн принимались равными $q = \pi/2$. Рассчитанные полосы частот дифракции для обыкновенного +1-го и необыкновенного -1-го дифракционных максимумов составили, соответственно, 0.48 МГц и 0.34 МГц. Для сравнения такой же расчет был проведен при тех же данных, но без учета сноса акустической волны (т.е. при $\Psi = 0^\circ$), и полосы оказались равными, соответственно, 0.66 МГц и 0.45 МГц. Таким образом, благодаря акустической анизотропии кристалла полосы частот дифракции сужаются в 1.3-1.4 раза. Подобная закономерность должна учитываться при создании новых АО устройств.

Работа поддержана грантами РФФИ 12-02-33122мол_а_вед, 12-02-01302а.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь, 1985.
2. A.V. Zakharov, V.B. Voloshinov and E. Blomme. // Ultrasonics 2011. V. 51. P. 745-751.
3. Балакший В.И., Волошин А.С. // Оптика и спектроскопия 2011. Т. 110. С. 840-846.
4. Захаров А.В., Волошинов В.Б. // Сб. статей XV Международной молодежной научной школы «Когерентная оптика и оптическая спектроскопия». Казань, 2011. С. 70-73.
5. V.B. Voloshinov, V.Ya. Molchanov and J.C. Mosquera // Opt. Laser Technol. 1996. V. 28. P. 119-127.

АНИЗОТРОПНАЯ АКУСТООПТИЧЕСКАЯ ДИФРАКЦИЯ В ТЕЛЛУРЕ ПРИ НАЛИЧИИ ОПТИЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ

Г.А. Князев¹, В.Б. Волошинов¹, Е.С. Воробьев¹, Н.В. Хитрин²

¹Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова

²ФГБУН Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН
g_knyazev@mail.ru

На сегодняшний день кристаллический теллур является наиболее перспективным акустооптическим материалом для применения в дальнем инфракрасном диапазоне 5-20 мкм [1-8]. Данный кристалл обладает весьма высоким акустооптическим качеством $M_2 > 10^{-14} \text{ с}^3/\text{г}$ [1-8]. Тем не менее, ряд недостатков теллура мешает активному применению этого материала в акустооптике. Наиболее существенной проблемой является высокое поглощение излучения необыкновенной поляризации в диапазоне 8-14 мкм [2-7,9]. Также необходимо отметить, что вопрос о максимально возможном значении акустооптического качества при анизотропной дифракции до сих пор остается не решенным: результаты измерений противоречат рассчитанным значениям эффективности акустооптического взаимодействия, поэтому требуется более точное измерения значений тензора фотоупругости, в частности константы p_{41} .

Целью данной работы являлось исследовать влияние оптической активности теллура на характер акустооптического взаимодействия в данном материале. Известно, что оптическая активность кристалла приводит к тому, что даже вдоль оптической оси Z скорости двух оптических мод различаются, при этом различие скоростей определяется величиной оптической активности. Оптическая активность вносит дополнительный вклад в показатель преломления материала:

$$\delta n = \frac{\rho \lambda}{2\pi} \quad (1)$$

Благодаря этому изменяется форма зависимостей показателей преломления от направления волнового вектора обыкновенной и необыкновенной оптических мод. В направлении оптической оси показатель преломления одной из мод уменьшается, а для другой моды увеличивается. Поэтому при распространении звука ортогонально оптической оси Z становится возможной анизотропная дифракция вблизи оптической оси, которая характеризуется условием $\left. \frac{\partial f}{\partial \theta_B} \right|_{f=f_{\min}} = 0$. Таким образом, в материалах, обладающих оптической активностью, становится возможным наблюдать широкоугольную акустооптическую дифракцию при распространении ультразвука ортогонально оптической оси.

Как правило, частота широкоугольной дифракции f_{min} не превышает нескольких мегагерц. Однако, благодаря тому, что указанный эффект пропорционален длине волны света, а удельное вращение плоскости поляризации в теллуре на длине волны 10,6 мкм достигает 16°/мм, частоты f_{min} для медленной сдвиговой, продольной и быстрой сдвиговой мод в теллуре достигают значений соответственно 7,8 МГц, 18,2 МГц и 19,5 МГц. Данные значения рассчитаны для случая распространения акустической волны вдоль оси X кристалла. На рисунке 1 показаны углочастотные характеристики акустооптической ячейки на кристалле теллура, рассчитанные с учетом оптической активности кристалла. Синяя, зеленая и красная кривые соответствуют анизотропной дифракции на медленной сдвиговой, продольной и быстрой сдвиговой акустической моде. Штриховые линии соответствуют необыкновенной поляризации падающего света, а сплошные – обыкновенной поляризации. Черная кривая определяет зависимость угла Брэгга при изотропной дифракции на продольной акустической волне. Штрихпунктирная кривая характеризует изотропную дифракцию света в +2 порядок.

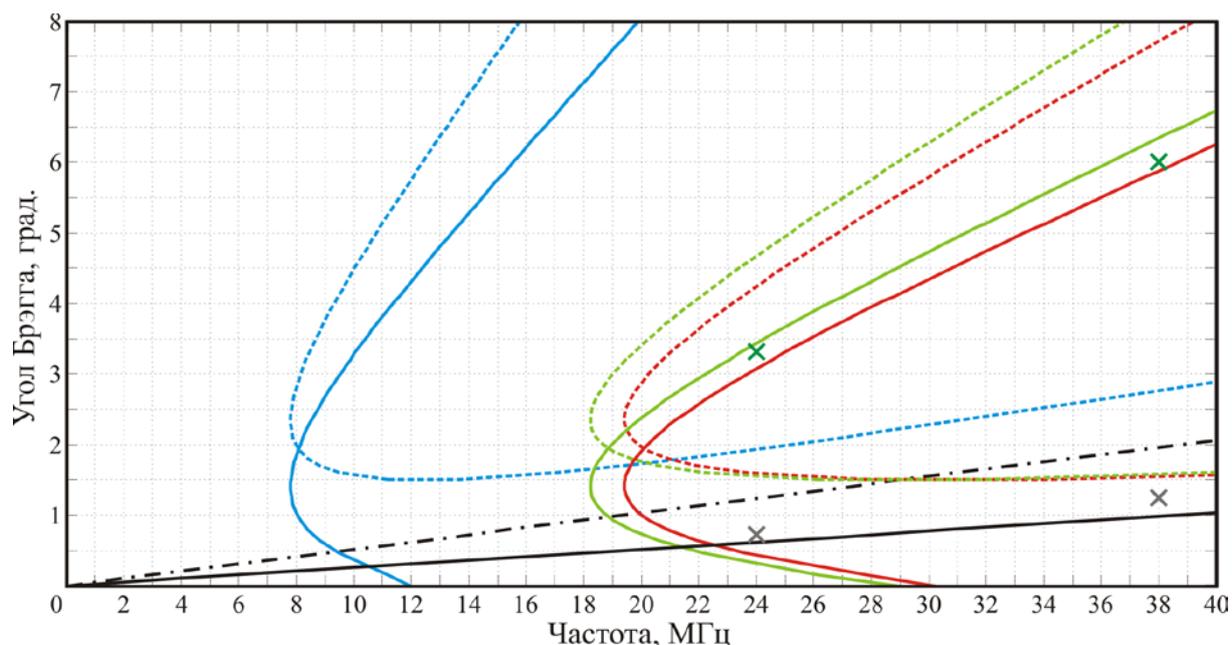


Рис. 1. Зависимость угла Брэгга от частоты ультразвука при акустооптическом взаимодействии инфракрасного излучения в теллуре.

Из рисунка видно, что углы Брэгга не превышают 2° – 3° внутри кристалла, что соответствует 10° – 15° в воздухе. При столь малых углах теллур оказывается прозрачным как для обыкновенной, так и для необыкновенной волны [5]. С практической точки зрения, наиболее удобной является чистая продольная мода, так как частота f_{min} для нее не значительно меньше частоты быстрой сдвиговой моды, при этом продольную волну легче возбудить в кристалле. Поэтому для экспериментальной реализации была выбрана именно продольная мода.

Как видно из рисунка 1, экспериментально полученные точки попадают на кривые соответствующие изотропной и анизотропной дифракции. Таким образом, можно утверждать, что наблюдавшаяся в эксперименте дифракция при больших значениях угла Брэгга соответствует анизотропной дифракции, а не изотропной дифракции в +2-й порядок (штрих пунктирная кривая на рисунке).

Акустооптическая ячейка, исследованная в эксперименте, представляла собой кристалл теллура, вырезанный вдоль кристаллографических осей X , Y и Z . Размеры ячейки по осям были приблизительно одинаковыми и равными 1,2 см. Грани ячейки, ортогональные оптической оси Z кристалла, были просветлены. Интенсивность света на выходе ячейки составляла величину 70% от интенсивности падающего излучения. Потери оптической мощности были обусловлены поглощением инфракрасного излучения в материале. К грани кристалла, ортогональной оси X , был прикреплен пьезоэлектрический преобразователь из кристалла LiNbO_3 $Y+36^\circ$ -среза, генерировавший продольную акустическую волну в кристалле. Скорость акустической волны достигала значения $2,45 \cdot 10^5$ см/с. Размеры управляющего электрода преобразователя были равны $l=0,9$ см вдоль направления распространения света и $d=0,35$ см в перпендикулярном направлении (вдоль оси Y). Резонансная частота преобразователя была приблизительно равна 8 МГц. При экспериментальном исследовании преобразователь возбуждался на 3-й и 5-й гармониках на частотах ультразвука около 24 МГц и 40 МГц соответственно.

Максимальная эффективность дифракции на 3-й гармонике преобразователя наблюдалась на частоте ультразвука 24 МГц. Угол Брэгга при изотропной дифракции был равен $\theta_B = (0,73 \pm 0,06)^\circ$ внутри кристалла и около $3,5^\circ$ в воздухе. Измерения показали, что при управляющей акустической мощности около 2 Вт эффективность дифракции при вертикальной поляризации падающего света (вектор напряженности электрического поля вдоль оси Y кристалла) составила величину порядка $60 \pm 6\%$. Измерения эффективности анизотропной дифракции при угле Брэгга равном $\theta_B = (3,32 \pm 0,28)^\circ$ внутри кристалла и $16,7^\circ$ снаружи, показали, что относительная интенсивность дифрагированного света была равна около $4.0 \pm 0.4\%$.

При исследовании дифракции на 5-й гармонике преобразователя максимальная эффективность дифракции наблюдалась на частоте ультразвука 38 МГц. При угле Брэгга $\theta_B = (1,24 \pm 0,03)^\circ$ для изотропной дифракции в кристалле и $6,2^\circ$ вне кристалла при 2 Вт управляющей мощности достигнута эффективность дифракции около $55 \pm 5\%$. При реализации анизотропной дифракции угол Брэгга возрос до

$\theta_B = (5,97 \pm 0,14)^\circ$ в кристалле и 30° вне него. Эффективность анизотропной дифракции оказалась равной $13 \pm 1\%$.

Таким образом, в результате проведенных исследований была обнаружена геометрия акустооптического взаимодействия основанная на использование оптической активности кристалла. Благодаря уникальным характеристикам теллура, данный тип взаимодействия характеризуется относительно высокой частотой и эффективностью дифракции, что подчеркивает практическую значимость обнаруженного эффекта.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 12-02-01119-а, 11-02-00681.

ЛИТЕРАТУРА

1. V.B. Voloshinov V.I. Balakshy, L.A. Kulakova, N. Gupta // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2008. 10. 095002.
2. G.A. Knyazev, V.B. Voloshinov // Bulletin of the Russian Academy of Science. Physics. 2008. 72. N 12. P.1643.
3. Г.А. Князев, В.Б. Волошинов // Изв. РАН. Сер. физ. 2009. Т. 73. № 12. С. 1762.
4. Г.А. Князев, В.Б. Волошинов // Изв. РАН. Сер. физ. 2010. Т. 74. № 12. С. 1792.
5. N. Gupta, V.B. Voloshinov, G.A. Knyazev, L.A. Kulakova // J. Opt. 2011. 13. 055702.
6. V.B. Voloshinov, N. Gupta, G.A. Knyazev, N.V. Polikarpova // J.Opt. 2011. 13. 015706.
7. N. Gupta, V.B. Voloshinov, G.A. Knyazev, L.A. Kulakova // J. Opt. 2012. 14 035502.
8. J. Oliveira, E.Adler // IEEE Trans. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control UFFC-34. 1987. P. 86.
9. R.S. Caldwell, H.Y. Fan // Phys. Rev. 1959. 114. P.664.

НЕЛИНЕЙНЫЕ СВОЙСТВА МОДЕЛИ ТРЕЩИНЫ В МЕТАЛЛЕ, ЗАПОЛНЕННОЙ ЖИДКОСТЬЮ

В.С. Козлов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова,

Физический факультет, Москва, Россия

kozlov.viktor@physics.msu.ru

В настоящее время акустические методы находят широкое применение для решения разнообразных задач не только в физике, но также в промышленности, медицине, биологии, военном деле и т. д. Примером применения является ультразвуковая диагностика в медицине, дефектоскопия, локация, томография и т.д. [1].

Проблемы нелинейной акустической диагностики вызывают повышенный интерес, поскольку имеют огромное значение для решения прикладных задач. По нелинейному отклику системы можно судить о наличии различных дефектов данной системы. Обратная задача нелинейного неразрушающего контроля решается нелинейной дифракционной томографией [2].

В данной работе рассматривается модель структурной неоднородности – флюидонасыщенной трещины в металле. Данная модель является хорошим и достаточно простым способом описать реально существующую неоднородность. Задача о падении плоской волны может быть решена аналитически и она представлена в ряде работ и учебной литературе, где описано ее точное решение [2,4,5]. Также проводились экспериментальные исследования нелинейных свойств тонкого слоя [3]. В указанной работе изучались нелинейные свойства слоя эпоксидной смолы между двумя металлическими образцами на основе амплитудных и фазовых характеристик для первых трех гармоник.

Для изучения нелинейных свойств модели флюидной трещины в твердом теле создана схема из двух идентичных металлических образцов, промежуток между которыми заполнен слоем жидкости. Таким образом, получается тонкий нелинейный слой, поджатый двумя телами, который резко отличается по свойствам от окружающей среды – его толщина значительно меньше длины волны. Акустический импеданс слоя на порядок меньше импеданса границ.

$$\frac{\rho_{cl} C_{cl}}{\rho_0 C_0} \ll 1 \quad (1)$$
$$kd \ll 1$$

В основе работы с системой лежит ультразвуковой метод. Он заключается в том, что через образец пропускают серию импульсов и следят за динамикой их фаз и амплитуд, через которые, в свою очередь,

получают различные характеристики. Использовалась установка, схема которой приведена на рис.1. Акустический сигнал определенной частоты подавался на преобразователь на конец металлического образца и проходил через слой воды. На другой стороне принимался модифицированный сигнал, прошедший через слой. При этом можно наблюдать его форму, а также проводить его спектральный анализ.

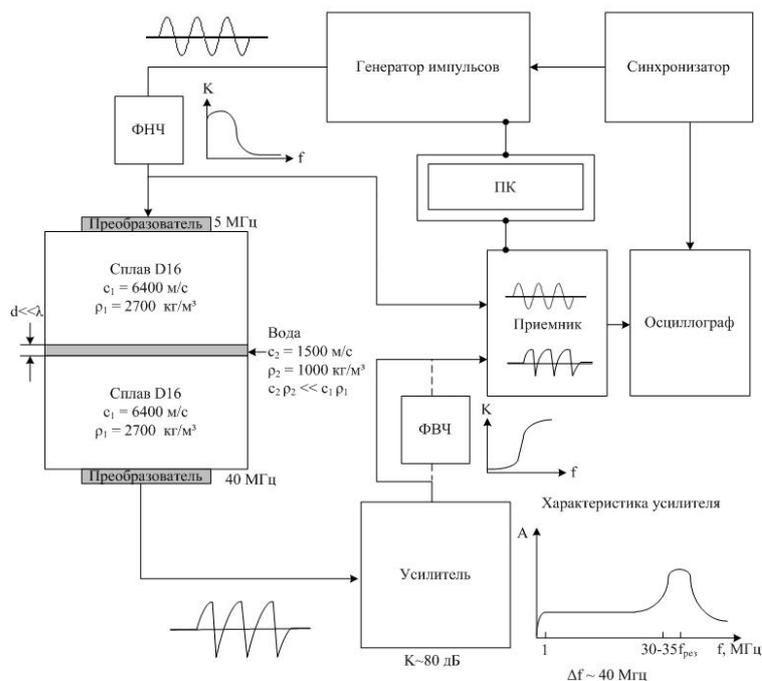


Рис.1. Схема установки и основные характеристики

В ходе эксперимента на осциллографе наблюдалось изменение формы прошедшего импульса. Наблюдения и анализ производились на первом прошедшем импульсе, поскольку последующие импульсы – это результат переотражений, наложений сигнала друг на друга и т.д. Изначально форма была синусоидальной, но после прохождения нелинейного слоя жидкости его форма стала близкой к пилообразной (асимметрия), что говорит об обогащении спектра, то есть рождении высших гармоник (рис.2). Это происходит именно в слое, поскольку исходный сигнал пропускается через низкочастотный фильтр, а нелинейность всего измерительного тракта мала настолько, что практически не дает никакой вклад в изменение формы сигнала и рост амплитуды высших гармоник.

Исследования нелинейных свойств образцов, проводились спектральным методом по эффективности генерации $2f = 10$ МГц, $3f = 15$ МГц, $4f = 20$ МГц и $5f = 25$ МГц акустических гармоник в зависимости от амплитуды волны основной частоты $f = 5$ МГц.

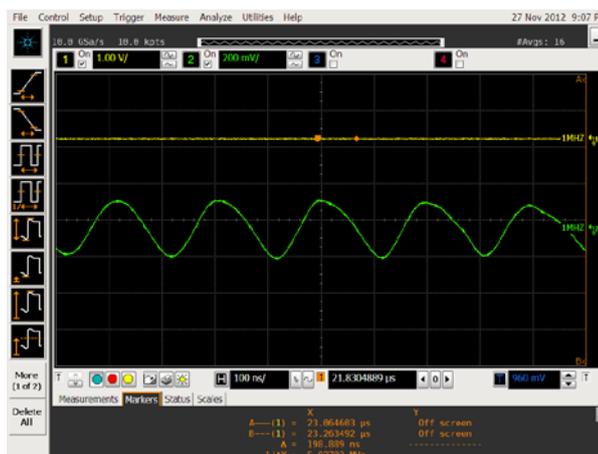


Рис.2. Изменение профиля прошедшего импульса при прохождении слоя

В аналитическом представлении амплитуда n -й гармоники выглядит следующим образом:

$$U_{n\omega} = \frac{C^*}{C} \frac{k^2 l}{8} U_{1\omega}^m \quad (2)$$

$$\frac{C^*}{C} = N$$

где N – нелинейный параметр, m – показатель степени для амплитуды n -й гармоники. Нелинейность геометрическая и вызываемая ангармонизмом решетки, описывается показателем $m=n$. Различие показателей в эксперименте говорит о появлении структурных неоднородностей.

В ходе эксперимента были получены зависимости амплитуд первых пяти гармоник от амплитуды входного сигнала – рис. 3.

Далее результаты были переведены в двойной логарифмический масштаб и были аппроксимированы линейной зависимостью. И, исходя из уравнения прямой, находились показатели степени m и относительное изменение нелинейного параметра N :

$$y = ax + b, \quad \text{где}$$

$$x = \ln(U_{1\omega}), \quad y = \ln(U_{n\omega}), \quad (3)$$

$$a = m, \quad b = \ln(N) + \ln\left(\frac{k^2 l}{8}\right)$$

В результате работы:

1. Собрана экспериментальная установка для исследования нелинейных упругих свойств тонкого поджатого слоя воды на базе ультразвуковой автоматизированной системы Ritec RAM-5000. Освоена методика измерения, обработки и анализа зависимостей амплитуд гармоник прошедшего сигнала от амплитуды исходного.

2. Получен профиль импульса, прошедшего через тонкий нелинейный слой воды, проведен качественный анализ наблюдаемых явлений – искажение профиля происходит вследствие обогащения спектра относительно большими по амплитуде высшими гармониками.

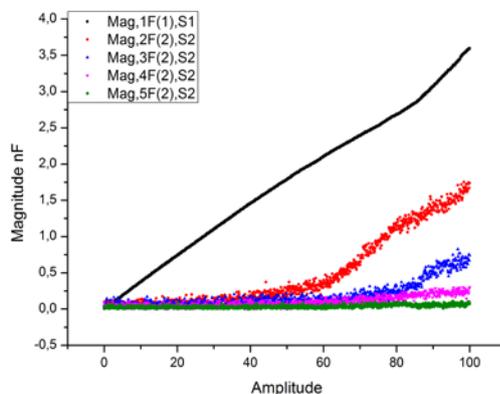


Рис.3. Зависимости амплитуд гармоник от амплитуды исходного импульса

3. Получены зависимости амплитуд 1-5 гармоник прошедшего сигнала от амплитуды исходного сигнала. По результатам измерений были рассчитаны показатели степени, определяющие зависимость амплитуд гармоник от амплитуды основной волны. Выявлено значительное отклонение показателей степеней ($m \neq n$) в зависимостях, что говорит о наличии сильной структурной нелинейности в изучаемом слое.

4. В целом, эксперимент показал, что тонкий поджатый слой воды является хорошей реализацией модели флюидной трещины, вида структурной нелинейности, вызывающей характерное поведение волны – изменение профиля, рождение высших гармоник и т.д.

ЛИТЕРАТУРА

1. О.В. Руденко «Гигантские нелинейности структурно-неоднородных сред и основы методов нелинейной акустической диагностики» // Успехи физических наук. 2006. Т.176. № 1. С. 77.
2. С.М. Hedberg, O.V. Rudenko «Pulse response of nonlinear layer» // Acoustical Society of America. 2001. V. 110. P. 2340.
3. S. Hirsekorn, M. Hirsekorn, P.P. Delsanto «Nonlinear ultrasonic transmission through thin bonded interfaces: theoretical background and numerical simulations» // Universality of Nonclassical Nonlinearity. 2006. P. 231.
4. Л.Е. Собисевич, А.Л. Собисевич «О нелинейном отклике слоя на импульсное воздействие» // Гидроакустический журнал (Проблемы, методы и средства исследований Мирового океана). 2004. № 1. С. 84.
5. О.В. Руденко, С.И. Солуян «Теоретические основы нелинейной акустики» М.: Наука, 1975.

НЕЛИНЕЙНЫЕ УПРУГИЕ СВОЙСТВА СПЛАВОВ В95 И В95/nd

А.И. Коробов, Д.М. Крупин

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, Москва, Россия
aikor42@mail.ru

Для описания нелинейных упругих свойств твердых тел используются упругие коэффициенты третьего порядка (УКТП). Они количественно описывают ангармонизм кристаллической решетки и используются для анализа взаимодействия акустических волн в твердых телах [1]. Для определения УКТП разработан ряд экспериментальных методов. Наиболее часто используется метод Терстона-Браггера [2], основанный на измерении зависимости скорости упругих волн в твердых телах от давления и спектральный метод [1], основанный на измерении эффективности генерации второй акустической гармоники в поле акустической волны конечной амплитуды. Целью данной работы является исследование нелинейных упругих свойств сплава алюминия В95 и сплава В95/nd с добавлением частиц наноалмаза спектральным методом. Ранее в [3] в этих материалах методом Терстона-Браггера были определены все УКТП.

Распространение акустических объемных волн (ОАВ) в твердых телах описывается уравнением движения [4]:

$$\rho_0 \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial a_j} \left[\frac{\partial U_i}{\partial a_m} T_{km} \right] = \frac{\partial^2 U_k}{\partial a_j \partial a_m} \left[\frac{\partial U_p}{\partial a_q} C_{ijkmpq}^* \right] \quad (1)$$

и уравнением состояния

$$T_{ij} = C_{ijkl} U_{kl} + \frac{1}{2} C_{ijklgr} U_{kl} U_{gr} \quad (2)$$

Где ρ_0 – плотность материала, $U_i = x_i - a_i$ – компонента единичного вектора смещения \bar{u} ; a_i – координата точки в исходном недеформированном состоянии, x_i – координата точки в данный момент, T_{ij} – тензор термодинамического напряжения, U_{kl} – тензор деформации, $C_{ijkmpq}^* = C_{ijkmpq} + (\delta_{kp} C_{ijmq} + \delta_{ik} C_{jmpq} + \delta_{ip} C_{jkmq})$, C_{ijkl} – коэффициенты упругости 2-го порядка, коэффициенты, C_{ijkmpq} – УКТП, которые описывают нелинейность, связанную с нелинейностью межмолекулярных сил, коэффициенты $(\delta_{kp} C_{ijmq} + \delta_{ik} C_{jmpq} + \delta_{ip} C_{jkmq})$ – описывают геометрическую нелинейность, которая определяется нелинейной связью

между компонентами тензора деформаций и производными от компонент вектора смещений по координатам.

Распространение продольной ОАВ конечной амплитуды частоты f в твердом теле сопровождается генерацией 2 акустической гармоники на частоте $2f$. В случае изотропного твердого тела зависимость амплитуды 2 гармоники A_2 от амплитуды основной волны A_1 определяется выражением:

$$A_2 = [(Nk^2L)A_1^2]/8, \quad (3)$$

где $N = C_{111}^*/C_{11} = (C_{111} + 3C_{11})/C_{11}$ - нелинейный акустический параметр, $k = 2\pi f/V_L$.

Нелинейные упругие свойства В95 and В95/nd были исследованы спектральным методом по эффективности генерации второй акустической гармоники на частоте $2f=10\text{MHz}$ при распространении в них продольной ОАВ конечной амплитуды на частоте $f=5\text{MHz}$. Результаты экспериментов приведены на рис 1.

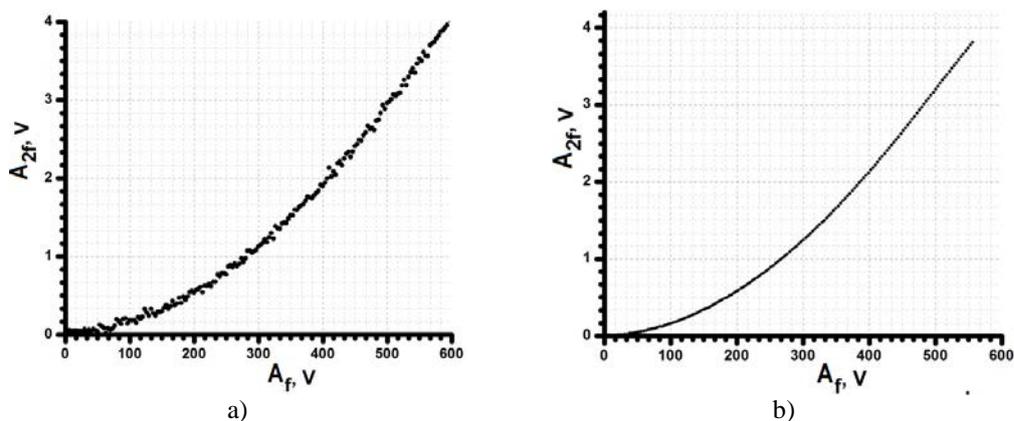


Рис 1. Зависимость амплитуды второй гармоники A_1 амплитуды второй гармоники A_2 в образце: а) В95; б) В95nd.

Для анализа результатов экспериментов заменим в уравнение (3) амплитуды A_f и A_{2f} через деформации в этих волнах $A_f = \varepsilon_f/k_f$, $A_{2f} = \varepsilon_{2f}/k_{2f}$. Также учтем, что в твердых телах с дефектами наряду физической и геометрической нелинейностями может проявляться структурная нелинейность. Это приводит к тому, что зависимость амплитуды второй гармоники A_2 от амплитуды основной волны A_1 в (9) может отличаться от квадратичной:

$$\varepsilon_{2f} = \left\{ \frac{Nk_f L}{4} \right\} \cdot \varepsilon_f^M, \quad \text{где } M \neq 2. \quad (4)$$

Прологарифмировав (4), получим

$$\ln \varepsilon_{2f} = \ln N + \ln[(k_f L)/4] + M \ln \varepsilon_f \quad (5)$$

Экспериментальные зависимости деформации во второй гармонике ε_{2f} от амплитуды деформации в основной частоте ε_{1f} в двойном логарифмическом масштабе представлены на рис 2. Эти зависимости аппроксимируются прямыми $Y = A \cdot X + B$. Из сравнения этой функции с уравнением (5), видно, что $A=M$ – степень, определяющая зависимость деформации во второй гармонике ε_{2f} от амплитуды деформации на основной частоте ε_{1f} , величина $B = \ln N + \ln(k_f L)$ определяет координату пересечения аппроксимирующей прямой с осью Y .

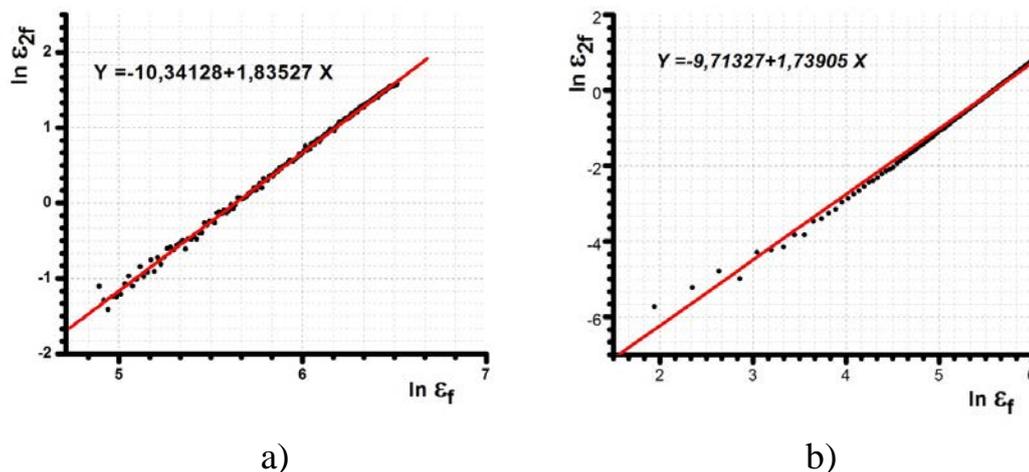


Рис. 2. Зависимость амплитуды деформации ε_2 во второй гармонике от амплитуды деформации ε_1 в основной волне в двойном логарифмическом масштабе в образце из: а) B95; б) B95nd.

Результаты аппроксимации для B95 и B95nd приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры аппроксимирующих прямых $Y = Ax + B$.

МАТЕРИАЛ	$A=M$	B	$N=3+C_{111}/C_{11}$
B95	$1,83866 \pm 0,00619$	- $10,36078 \pm 0,03686$	2,12
B95/nd	$1,73905 \pm 0,00984$	$-9,71327 \pm 0,05527$	-3,86

Воспользовавшись (5), получим следующее уравнение

$$\ln(N_{nd}/N) = (B_{nd} - B) - \ln(k_{nd}/k) \quad (6)$$

где с индексом nd обозначены величины для сплава B95/nd, без индекса-величины для B95.

После подстановки в (3) численных значений коэффициентов упругости второго и третьего для B95 и B95/nd, определенных в [3], получим $[(N/nd)/N]_{\text{din.}} = 1,91 \pm 0,2$. Аналогичная величина, рассчитанная с использованием экспериментально измеренных в этой работе величин равна $|(Nnd)/N|_{\text{qst}} = 1,82 \pm 0,3$. Т.е. величины $[(Nnd)/N]$, определенные из квазистатических измерений в [3], и спектральным методом, в пределах ошибок измерений совпадают. Это указывает на корректность наших измерений. В последнем столбце таблицы приведены значения нелинейных параметров N в сплавах B95 и B95/nd, рассчитанные с использованием коэффициентов, измеренных в [3]. Анализ величин N показывает, что в сплаве B95 геометрическая нелинейность больше физической, а в B95/nd-физическая нелинейность больше геометрической нелинейности. Также необходимо отметить, что как в B95, так и в B95nd степенная зависимость амплитуды второй акустической гармоники от амплитуды основной частоты отличается от квадратичной ($M \neq 2$): в сплаве B95 показатель степени $M = 1,83866 \pm 0,00619$, а в B95nd $M = 1,73905 \pm 0,00984$. Это указывает на наличие в этих сплавах структурной нелинейности, связанной дефектами, которые появились при изготовлении сплавов и образцов из них.

Работа выполнена при поддержке гранта президента РФ ИШ-2631.2012.2, гранта РФФИ № 12-02-00349-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. L. K. Zarembo and V. A. Krasil'nikov. (1966) Introduction to Nonlinear Acoustics (Nauka, Moscow, 1966) [in Russian].
2. R.N. Thurston and K. Brugger. (1964). "Third-Order Elastic Constants and the Velocity of Small Amplitude Elastic Waves in Homogeneously Stressed Media", Phys. Rev. 133, A1604-A1610.
3. A. I. Korobov, V. M. Prokhorov, and D. M. Mekhedov. (2013). "Second Order and Third Order Elastic Constants of B95 Aluminum Alloy and B95/Nanodiamond Composite", Phys. Solid State. 55 (1), 8–11.
4. R. N. Thurston and M.J Shapiro. (1967) "Interpretation of Ultrasonic Experiments on Finite-Amplitude Waves." J. Acoust. Soc. Am. 41, 1112-1125.

ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ УПРУГИЕ СВОЙСТВА ФЛЮИДОНАСЫЩЕННЫХ ГРАНУЛИРОВАННЫХ СРЕД

А.И. Коробов, Н.В. Ширгина, А.И. Кокшайский

МГУ имени М.В. Ломоносова

Natalia.shirgina@physics.msu.ru

Упругие свойства гранулированных неконсолидированных сред (ГНС) существенно отличаются от свойств сплошных тел из того же материала [1]. Линейные и нелинейные свойства ГНС во многом зависят от состояния контактов между отдельными гранулами [2]. Значительное внимание уделяется исследованию влияния внешнего воздействия на линейные и нелинейные упругие свойства ГНС. Актуальность этой задачи вызвана тем, что природные зернистые среды в реальных условиях находятся под действием одноосного сжатия, вызванного силой тяжести [3]. Внешнее воздействие приводит к появлению новых интересных физических эффектов в зернистых материалах, например, появляется возможность наблюдения структурного фазового перехода в ГНС, вызванного внешним статическим давлением [4]. Не менее интересной и важной задачей является исследование флюидонасыщенных гранулированных неконсолидированных сред (ФГНС), когда пространство между гранулами заполняется жидкостью. Примером подобной среды может послужить рыхлый грунт, пропитанный водой или углеводородами. В этом случае на упругие свойства среды оказывает значительное влияние плотность упаковки, количество насыщающей жидкости, а также величина внешнего давления на среду [5]. Целью данной работы является исследование влияния статических (внешнее давление) и динамических (амплитуда зондирующей акустической волны) воздействий на упругие линейные и нелинейные свойства ГНС и ФГНС, а также оценка влияния типа заполняющей жидкости и материала гранул на упругие свойства ФГНС.

В качестве объекта исследования была выбрана среда, состоящая из стальных либо стеклянных шаров одинакового диаметра. Для получения ФГНС пространство между шарами заполнялось жидкостями с различными упругими и вязкими свойствами – этанолом, водой, глицерином и минеральным моторным маслом SAE 10W-30.

Теоретическое описание упругих свойств ГНС основывается на законе контактного взаимодействия Герца. В случае трехмерной структуры уравнение состояния будет зависеть от числа контактов каждого шара с его соседями. В зависимости от упаковки число таких контактов может изменяться от 6 до 12. При этом величина статической деформации ε_0 у отдельных контактов одной гранулы может быть различной [6]. Для анализа рассматриваемой ГНС будем считать, что в ней

имеется два сорта контактов – сильно и слабо поджатые, при этом общая деформация сильно поджатых контактов будет равна ε , а слабо поджатых контактов – $\mu\varepsilon$. Уравнение состояния для ГНС в этом случае запишется следующим образом [7]:

$$\sigma = n \frac{4E^*}{3\pi} \varepsilon^{3/2} H(\varepsilon) + m \frac{4E^*}{3\pi} (\mu\varepsilon)^{3/2} H(\mu\varepsilon) \quad (1)$$

где $(m+n) < 12$, n – число сильных, m – число слабых контактов, приходящихся на один шар, $\mu < 1$, $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_{\sim}$ – общая деформация, ε_0 – статическая (появляющаяся за счет внешнего поджатия) и ε_{\sim} – переменная (появляющаяся при распространении акустической волны в ГНС) деформации в системе шаров. $H(\varepsilon)$ – функция Хевисайда, показывающая, что деформация в системе появляется лишь тогда, когда среда подвергается внешнему давлению (P , $\varepsilon > 0$). При этом рассматривается случай, когда $\varepsilon_0 > \varepsilon_{\sim}$. Пользуясь законом Герца, можно выразить статическую деформацию ε_0 через внешнее давление P : $\varepsilon_0(P) = [9P^2 \pi^2 / 16(E^*)^2]^{1/3}$. Из уравнения состояния (1) можно получить выражения для коэффициентов упругости второго, третьего, четвертого порядков:

$$C_2 = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_{\sim}} \right)_{(\varepsilon = \varepsilon_0)} = \frac{2E^*}{\pi} \sqrt{\varepsilon_0} n \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) = \frac{2E^*}{\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (2)$$

$$C_3 = \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \varepsilon_{\sim}^2} \right)_{(\varepsilon = \varepsilon_0)} = \frac{E^*}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right) = \frac{E^*}{\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{-1/3} \quad (3)$$

$$C_4 = \left(\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \varepsilon_{\sim}^3} \right)_{(\varepsilon = \varepsilon_0)} = -\frac{E^*}{2\pi} \frac{1}{\varepsilon_0^{3/2}} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}} \right) = -\frac{E^*}{2\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{-1} \quad (4)$$

Зависимость скорости продольных волн от внешнего давления запишется следующим образом:

$$V = \sqrt{\frac{C_2}{\rho}} = \left(\frac{E^*}{\pi} \right)^{1/3} \left(\frac{n}{\rho} \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \right)^{1/2} (6P)^{1/6} \quad (5)$$

В случае распространения в ГНС гармонической упругой волны конечной амплитуды, деформация в которой равна $\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} \sin(\omega t)$, эффективный коэффициент упругости второго порядка C_2^* с точностью до членов второго порядка малости можно записать в следующем виде:

$$C_2^* = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_x} = C_2 + C_3 \varepsilon_x + \frac{1}{2} C_4 \varepsilon_x^2 \quad (6)$$

Уравнение (6) позволяет определить зависимость скорости упругих волн в ГНС от амплитуды волны и приложенного к ГНС внешнего давления:

$$V(P, \varepsilon_{\chi}) = \langle V \rangle = \sqrt{\frac{\langle C_2^* \rangle}{\rho}} = \sqrt{\frac{C_2}{\rho} \left(1 + \frac{1}{4} C_4 \varepsilon_{\chi 0}^2 \right)^{1/2}} = V_0 \left(1 + \frac{C_4 \varepsilon_{\chi 0}^2}{8 C_2} \right) =$$

$$= V_0 \left[1 - \left\{ \frac{1}{32} \left(\frac{4\pi E^*}{3P} \right)^{4/3} * \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}} \right) / \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \right\} \varepsilon_{\chi 0}^2 \right] \quad (7)$$

где $V_0 = \sqrt{\frac{C_2}{\rho}}$.

Для исследования упругих свойств ГНС и ФГНС была разработана автоматизированная экспериментальная установка, схема которой приведена на рис. 1. ГНС или ФГНС помещались в цилиндрическую ячейку из текстолита диаметром 22 мм, высотой 28 мм. К системе шаров с помощью домкрата прикладывалась сила, величина которой контролировалась образцовым динамометром. Для проведения измерений использовался автоматизированный ультразвуковой приемо-передающий комплекс RITEC RPR-4000, в котором реализован импульсный метод измерений. Для возбуждения продольных волн упругих волн использовались преобразователи из пьезокерамики. Прошедшая через среду упругая волна регистрировалась широкополосным пьезоэлектрическим преобразователем фирмы МАТЕС, сигнал с которого поступал для анализа в двухлучевой цифровой осциллограф HP 54810a и в автоматизированный ультразвуковой приемо-передающий комплекс RITEC RPR-4000. Исследования нелинейных свойств ГНС и ФГНС проводились двумя методами: спектральным методом, который заключается в измерении спектральных компонент акустической волны конечной амплитуды, прошедшей через исследуемый образец и путем исследования зависимости скорости волны от ее амплитуды.

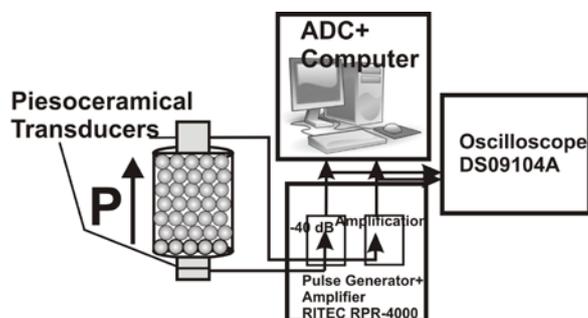


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

При экспериментальных исследованиях мы ограничились интервалом изменения внешней статической силы $P < 600$ кПа. При этих давлениях деформации в области контактов остаются упругими, и можно пользоваться теорией Герца для контактного взаимодействия. Нами были исследованы зависимости скорости и нелинейного упругого параметра второго порядка от внешнего давления и амплитуды зондирующего сигнала. Проведен сравнительный анализ упругих свойств ФГНС и зернистой неконсолидированной среды без насыщения флюидом. Исследовано влияние свойств насыщающей жидкости на упругие свойства ФГНС. Скорость продольных волн увеличивалась с ростом давления, относительное увеличение скорости при изменении давления от 0 до 600 кПа в ФГНС не превышало 2%, в то время как для ГНС увеличение составляло около 15%. Скорость упругих волн в ФГНС была выше, чем в ГНС, но меньше, чем в материале шаров и в жидкости, заполняющей поры. При увеличении амплитуды зондирующего сигнала значение скорости упругих волн в среде уменьшалось, что находится в соответствии с теоретическим рассмотрением. При увеличении давления в ФГНС, насыщенной глицерином, так же, как в ЗНС, наблюдалось немонокотное изменение нелинейных параметров, что может быть связано с перестройкой упаковки шаров – изменением количества сильно и слабо поджатых контактов. Результаты работы показали, что на линейные свойства ФГНС (скорость) оказывает влияние, как вид заполняющей жидкости, так и упаковка шаров. Нелинейные свойства ФГНС определяются главным образом контактной нелинейностью, но значения нелинейного параметра в ФГНС меньше, чем в ГНС, за счет влияния жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. О.В. Руденко // Успехи физ. наук. Т. 176. №1. 2006. С. 77-95.
2. V. Tournat, V.E. Gusev // Acta Acustica united with Acustica. 2010. V. 96. P. 208-224.
3. P. A. Johnson, X. Jia // Nature. 2005. Vol. 437. P. 871-874.
4. А.И. Коробов, Ю.А. Бражкин, Н.В. Ширгина. //Акустический журнал. 2012. Т. 58, № 1, с. 103-111.
5. Л.Д. Акуленко, С.В. Нестеров // Механика твердого тела. 2008. № 1. С. 1-16.
6. И.Ю. Беляева, В.Ю. Зайцев, Л.А. Островский // Акустический журнал, 1993, Т.39, №1, с. 25-32.
7. В.Ю. Зайцев, В.Е. Назаров, В. Турна, В.Э. Гусев, Б. Кастаньеде // Акустический журнал. 2005.Т. 51. № 5. с. 633-644.

ВЛИЯНИЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛЕ ТЕЛЛУРА

П.В. Мальнева, Н.В. Поликарпова
Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова
malneva@physics.msu.ru

Большое внимание ученых в последние годы сосредоточено на исследовании сред естественного и искусственного происхождения, обладающих необычными физическими свойствами. Например, было обнаружено, что в кристаллических, периодических и композитных структурах углы между фазовой и групповой скоростью волны могут принимать практически любые значения [1-2]. Известно, что в акустооптических устройствах последнего поколения применяются именно такие кристаллические материалы, у которых, например, акустические или оптические свойства, необычны. Оказалось, что волны в таких материалах могут распространяться довольно необычно. Особый интерес для современной акустооптики представляют новые среды, в которых не совпадают направления фазовой и групповой скорости акустических волн. Известно, что значительная угловая зависимость акустических скоростей является причиной существования в этих кристаллах больших углов акустического сноса, т. е. углов между волновым вектором и вектором Умова-Пойнтинга. Например, в кристалле парателлурита волновые векторы фазовой и групповой скорости разделяет рекордно большой угол $\psi = 74^\circ$ [3-4]. Так же, к материалам, характеризующимся достаточно большим акустическим сносом, относится и монокристаллический теллур (Te). А так как, данный кристалл обладает достаточно сильными пьезоэлектрическими свойствами, интересно провести исследование по влиянию пьезоэффекта на особенности поведения упругих волн в этом материале [5].

Значения упругих характеристик, а именно, скоростей и поляризаций акустических волн, в кристалле теллура для различных направлений распространения ультразвука были посчитаны с помощью численного решения уравнения Грина-Кристоффеля [3-4]. Для кристалла теллура были использованы следующие величины плотности $\rho = 6,25 \text{ г/см}^3$ и упругих коэффициентов $c_{11} = 3,27 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$, $c_{12} = 0,86 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$, $c_{13} = 2,49 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$, $c_{33} = 7,22 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$, $c_{14} = +1,24 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$ и $c_{44} = 3,12 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$ [3]. При расчетах, значение константы c_{14} было выбрано положительным, что соответствует левой модификации данного материала [3-4]. Пьезоэлектрический эффект может быть описан следующими значениями констант: $e_{11} = 0,42 \text{ к/м}^2$ и $e_{14} = 0,17 \text{ к/м}^2$, тогда ужесточенные модули упругости равны $c_{11}^E = 3,26 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$, $c_{12}^E = 0,845 \cdot 10^{11} \text{ дин/см}^2$,

$c_{13}^E = 2,57 \cdot 10^{11}$ дин/см², $c_{33}^E = 7,17 \cdot 10^{11}$ дин/см², $c_{14}^E = +1,24 \cdot 10^{11}$ дин/см² и $c_{44}^E = 3,09 \cdot 10^{11}$ дин/см².

На основе имеющихся констант были рассчитаны зависимости акустической скорости для различных направлений распространения упругих волн. Анализ проводился с учетом пьезоэлектрического эффекта и без него [5]. На рис. 1 представлены кривые, иллюстрирующие зависимости (а) акустической медленности ($1/V$) и (б) угла поляризации волны от направления распространения звука в кристалле теллура в плоскости ХОУ. Эта плоскость выбрана для анализа, поскольку пьезоэлектрический эффект в ней сказывается наиболее сильно. На графике пунктирной линией показаны поверхности медленности и значения угла поляризации без учета пьезоэлектрического эффекта, а сплошной – значения обратных скоростей и поляризации, рассчитанные с использованием ужесточенных пьезоконстант упругости. Как видно на рис. 1, пьезоэлектрический эффект усиливает анизотропию акустических мод в рассматриваемой плоскости.

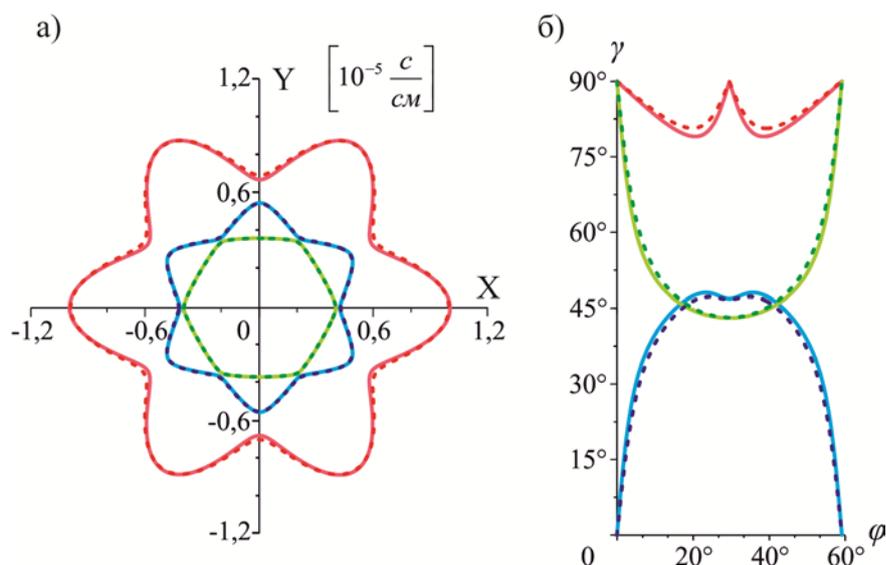


Рис. 1. Поверхности медленности (а) и зависимость угла поляризации от направления распространения волны (б) в плоскости ХОУ кристалла теллура: сплошная линия - квазипродольная волна, пунктир - быстрая квазипоперечная волна, штрихпунктирная линия - медленная квазипоперечная волна.

Также было исследовано влияние пьезоэффекта на угол акустического сноса для различных направлений распространения упругих волн в плоскости ХОУ кристалла (рис. 2). Сплошной линией обозначены углы между фазовой и групповой скоростями без учета пьезоэлектрических свойств теллура. Пунктирной линией показаны значения угла сноса при малых значениях пьезоконстант: $e_{11} = 0,42$ к/м² и $e_{14} = 0,17$ к/м². Точечные кривые соответствуют случаю, в котором пьезоэффект проявляется наиболее сильно. Для расчетов использованы следующие значения констант: $e_{11} = 0,83$ к/м² и $e_{14} = 0,57$ к/м². Полученные зависимости

показывают, что пьезоэлектрический эффект значительным образом влияет на величины углов акустического сноса в рассматриваемой плоскости кристалла теллура.

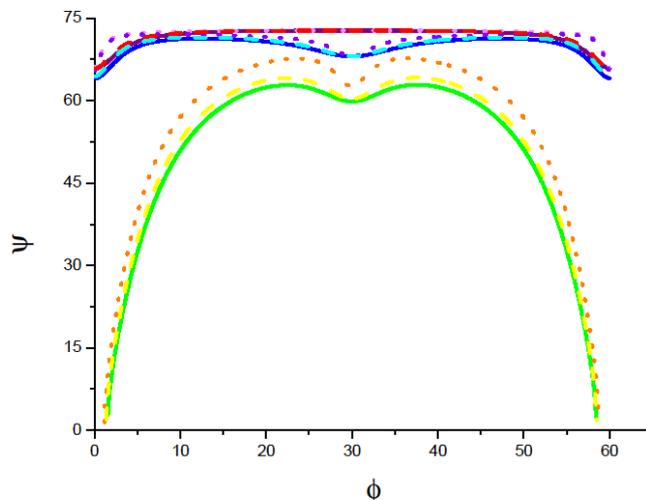


Рис. 2. Зависимость угла акустического сноса ψ от направления распространения упругой волны ϕ в плоскости XOY кристалла теллура для трех мод.

Следует отметить, что обнаруженные закономерности должны учитываться при разработке новых акустооптических приборов: модуляторов, дефлекторов и фильтров [8–9], в которых применяются косые срезы кристалла теллура.

Работа поддержана грантами Российского фонда фундаментальных исследований 12-02-33122 мол_a_вед, 12-02-01302-а, 12-07-00633-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Буров, В. Б. Волошинов, К. В. Дмитриев, Н. В. Поликарпова // УФН. 2011. Т. 181. № 11. С. 1205.
2. В. Г. Веселаго // УФН. 2011. Т. 181. № 11. С. 1201.
3. Э. Дьелесан, Д. Руайе "Упругие волны в твердых телах. Применение для обработки сигналов" М.: Наука, 1982.
4. В. А. Auld "Acoustic Fields and Waves in Solids" V. 1. Malabar, Florida: Robert E. Krieger Publ. Company, 1990.
5. Н. В. Поликарпова, П. В. Мальнева // Известия РАН. Серия физическая. 2012. Т. 76. № 12. С. 1422.
6. П. Н. Горлей, Н. Я. Кушнир, В. А. Шендеровский // Укр. физ. журн. 1989. Т. 34. № 1. С. 102.
7. А. М. Дьяконов, Ю. В. Илисавский, Э. З. Яхкинд // Журн. тех. физики. 1981. Т. 51. № 7. С. 1494.
8. V. B. Voloshinov, N. Gupta, G. A. Knyazev and N. V. Polikarpova // Journal of Optics. 2011. V. 13. № 1. P. 015706.
9. N. Gupta, V. B. Voloshinov, G. A. Knyazev and L. A. Kulakova // Journal of Optics. 2012. V. 14. № 3. P. 035502.

СТАБИЛИЗАЦИЯ ИНТЕНСИВНОСТИ ЛАЗЕРНОГО ПУЧКА НА ОСНОВЕ АКУСТООПТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА

С.Н. Манцевич, В.И. Балакший, Ю.И. Кузнецов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет
manboxx@mail.ru

Среди большого разнообразия акустооптических (АО) устройств особый интерес представляют АО системы с обратной связью [1-7]. Обратная связь позволяет улучшить характеристики известных устройств и создать новые устройства для лазерной физики и оптической обработки информации [3-5]. Одним из перспективных направлений применения подобных систем является стабилизация мощности лазерного излучения. Проблема обусловлена сравнительно низкой стабильностью выходной интенсивности излучения некоторых типов лазеров. Основу регулирующего устройства системы стабилизации составляет оптический модулятор. В данной работе представлены результаты теоретического и экспериментального исследования системы стабилизации интенсивности лазерного пучка, основанной на АО эффекте.

Блок-схема системы стабилизации интенсивности лазерного излучения представлена на рис. 1.

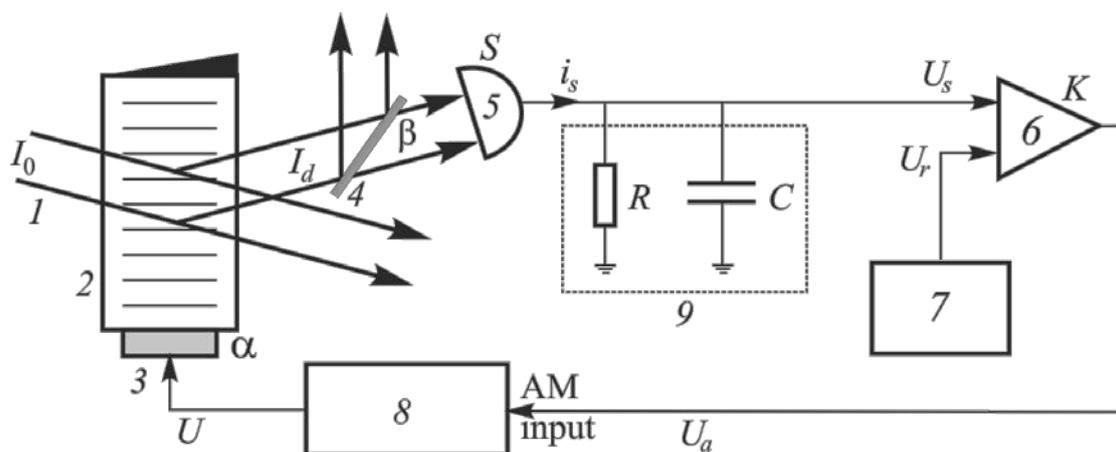


Рис. 1. Принципиальная схема системы стабилизации интенсивности лазерного пучка.

1 – падающий световой пучок, 2 – АО ячейка, 3 – пьезопреобразователь, 4 – светоделитель, 5 – фотоприемник, 6 – дифференциальный усилитель, 7 – источник опорного напряжения, 8 – ВЧ генератор, 9 – RC блок.

Лазерный пучок I с интенсивностью I_0 , проходя через АО ячейку 2, дифрагирует на бегущей акустической волне, возбуждаемой пьезопреобразователем 3. Часть протифрагировавшего излучения I_d , прошедшего через светоделитель 4, регистрируется фотоприемником 5, сигнал с которого U_s поступает на один из входов дифференциального

усилителя 6. На другой вход усилителя подается постоянное опорное напряжение U_r с источника 7. Усиленный разностный сигнал $U_a = K(U_s - U_r)$ подается на вход амплитудной модуляции ВЧ генератора гармонических колебаний 8. Таким образом, пьезопреобразователь возбуждается ВЧ сигналом, амплитуда которого U управляется сигналом ошибки U_a . Поскольку интенсивность дифрагированного света I_d определяется амплитудой акустической волны, то при правильном выборе знака коэффициента усиления K можно получить эффект стабилизации интенсивности I_d . Опорное напряжение U_r позволяет оптимальным образом выбрать положение рабочей точки на модуляционной характеристике АО ячейки.

АО ячейка работает в брэгговском режиме дифракции, поэтому:

$$I_d(t) = I_0 \zeta(t) = I_0 \sin^2[\alpha U(t - \tau)], \quad (1)$$

где ζ – эффективность дифракции, а коэффициент α определяется характеристиками пьезопреобразователя и материала ячейки [1]. Формула (1) учитывает время запаздывание сигнала $\tau = d/V$, где d – расстояние от преобразователя до светового пучка, V – скорость звука. В системе стабилизации интенсивности света лишь небольшая часть дифрагированного излучения $\beta \ll 1$ может использоваться для формирования сигнала обратной связи. Поэтому:

$$i_s(t) = \beta S I_d = \beta S I_0 \sin^2[\alpha U(t - \tau)] = \frac{U_s(t)}{R} + C \frac{dU_s(t)}{dt}, \quad (2)$$

где S – токовая чувствительность фотоприемника.

Предполагая линейность модуляционной характеристики ВЧ генератора, можно записать:

$$U = U_0 - \gamma K(U_s - U_r), \quad (3)$$

где γ – крутизна модуляционной характеристики.

Объединяя уравнения (1)-(3) и переходя к безразмерным параметрам:

$$T = \frac{t}{\tau}; \quad b = \frac{RC}{\tau}; \quad \bar{U}_0 = \alpha U_0; \quad \bar{U}_r = \alpha U_r; \quad \bar{U}_s = \alpha U_s; \quad \bar{I}_0 = \alpha \beta R S I_0; \quad \bar{I}_d = \alpha \beta R S I_d,$$

получим:

$$b \frac{d\bar{U}_s(T)}{dT} = -\bar{U}_s(T) + \bar{I}_0 \sin^2\{\bar{U}_0 - \gamma K[\bar{U}_s(T-1) - \bar{U}_r]\}. \quad (4)$$

Соотношение (4) полностью описывает поведение системы и все разнообразие возможных в ней динамических режимов: 1) статические состояния; 2) автоколебательный режим; 3) автомодуляционный режим; 4) режим хаотических колебаний [7].

Расчет уравнения (4) позволил построить бифуркационные диаграммы, на которых каждая точка определяет колебательный режим, соответствующий данному набору параметров системы. Наибольшее богатство режимов имеет место на склонах нелинейной характеристики АО взаимодействия $\zeta(U)$ [7]. В этих областях при увеличении коэффициента усиления K система переходит от статического режима к автоколебательному, затем к автомодуляции и хаосу.

Для создания системы стабилизации используется статический режим работы. Из (2) следует, что $\bar{U}_s = \alpha\beta SRI_d = \bar{I}_d$. Поэтому (4) запишем в виде:

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_d \sin^{-2}[\bar{U}_0 - \gamma K(\bar{I}_d - \bar{U}_r)]. \quad (5)$$

Коэффициент стабилизации: $\kappa = \Delta\bar{I}_{d0}/\Delta\bar{I}_d$, где $\Delta\bar{I}_{d0}$ и $\Delta\bar{I}_d$ – изменения интенсивности дифрагированного света при разомкнутой и замкнутой цепи обратной связи, вызванные изменением интенсивности падающего излучения. Рабочую точку на модуляционной характеристике АО ячейки $\zeta(\bar{U})$ выберем так, чтобы сигнал ошибки $\bar{I}_d - \bar{U}_r = 0$. Тогда:

$$\Delta\bar{I}_{d0} = \Delta\bar{I}_0 \sin^2 \bar{U}_0; \quad \Delta\bar{I}_d = \frac{\sin^2 \bar{U}_0}{1 + \bar{I}_0 \gamma K \sin(2\bar{U}_0)} \Delta\bar{I}_0; \quad \kappa = 1 + \bar{I}_0 \gamma K \sin(2\bar{U}_0). \quad (6)$$

Поскольку интересен только случай $\kappa \gg 1$, получаем окончательно:

$$\kappa \approx I_0 \alpha \beta \gamma K S R \sin(2\alpha U_0) \equiv I_0 G \sin(2\alpha U_0). \quad (7)$$

Параметр G описывает последовательное преобразование сигнала ошибки в цепи обратной связи. Из (7) следует, что теоретически можно получить любое значение коэффициента стабилизации κ . Однако при достаточно больших значениях параметра G в системе могут возбуждаться колебания. Увеличивая постоянную времени цепи обратной связи RC , колебания можно устранить. Важным вопросом является также величина световых потерь в системе стабилизации. В рассматриваемом варианте потери света определяются выбором рабочей точки на модуляционной характеристике АО ячейки. Максимальный коэффициент стабилизации получается при выборе рабочей точки на середине линейного участка характеристики $\zeta(\bar{U})$, т.е. при $\alpha U_0 = \pi/4$; в этом случае $\zeta = 50\%$. Если оптимизировать систему по произведению $\zeta \cdot \kappa$, то оптимуму соответствует рабочая точка $\alpha U_0 = 0.33\pi$. При этом $\zeta = 75\%$, а коэффициент стабилизации составляет 87% от максимального значения.

Экспериментально была реализована система стабилизации на основе АО ячейки, изготовленной из кристалла парателлурита (TeO_2). В ячейке по оси [110] кристалла возбуждалась акустическая волна в виде сдвиговой моды. Максимальная эффективность дифракции ($\zeta \approx 80\%$) достигалась при напряжении на преобразователе $U = 6$ В. В рабочей точке $U_0 = 4$ В,

выбранной для системы стабилизации, эффективность дифракции была равна 65% на длине волны оптического излучения 0.63 мкм. Для моделирования флуктуаций интенсивности излучения лазера использовался электрооптический модулятор (рис. 2).

Эксперименты проводились на частоте ультразвука 56 МГц. При создании системы стабилизации были учтены фазо-частотные характеристики всех элементов цепи обратной связи с тем, чтобы обратная связь в полосе рабочих частот была отрицательной.

Экспериментально получен результат: в полосе частот от 15 до 180 Гц максимальный коэффициент стабилизации был равен $\kappa = 78 \pm 5$.

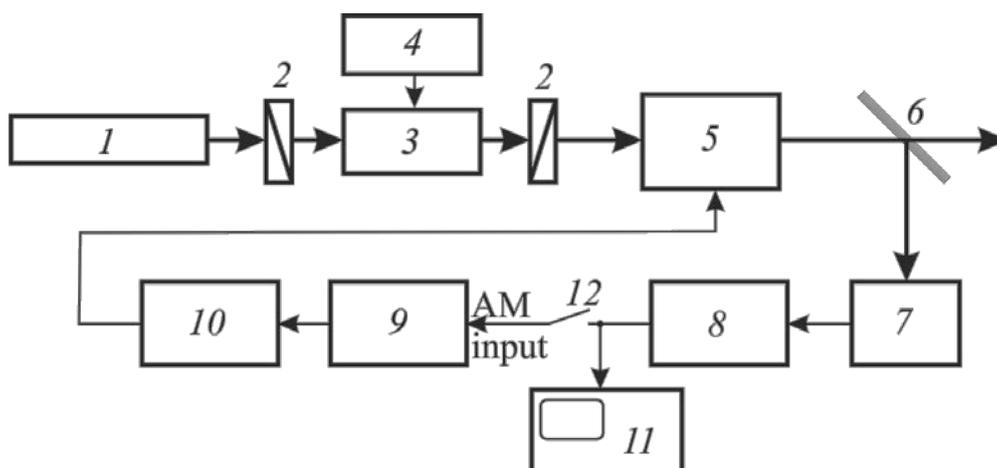


Рис. 2. Схема экспериментальной установки.

1 – He-Ne лазер, 2 – поляризаторы, 3 – электрооптический модулятор, 4 – звуковой генератор, 5 – АО ячейка, 6 – светоделитель, 7 – фотоприемник с трансимпедансным усилителем, 8 – НЧ усилитель, 9 – ВЧ генератор, 10 – ВЧ усилитель мощности, 11 – осциллограф, 12 – ключ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chrostowski J., Delisle C. // Opt. Commun., 1982. V. 41. № 2. P. 71.
2. Poon T.-C., Cheung S.K. // Appl. Opt., 1989. V. 28. № 22. P. 4787.
3. Балакший В.И., Казарьян А.В., Молчанов В.Я. // Радиотехника и электроника, 1992. Т. 37. № 6. С. 1140.
4. Valakshy V.I., Kazaryan A.V. // Opt. Eng., 1999. V. 38. № 7. P. 1154.
5. Балакший В.И., Нагаева И.А. // Квантовая электроника, 1996. Т. 23. № 3. С. 261.
6. Балакший В.И., Синев И.М. // Квантовая электроника, 2004. Т. 34. № 3. С. 277.
7. Балакший В.И., Бычков А.И., Кузнецов Ю.И., Шабунин С.А. // Радиотехника и электроника, 2005. Т. 50. № 9. С. 1169.

ЧАСТОТНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ФАЗОВЫХ ЗАДЕРЖЕК В СЕКЦИОНИРОВАННЫХ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯХ АКУСТООПТИЧЕСКИХ ЯЧЕЕК

А.В. Муромец, В.Б. Волошинов, А.С. Трушин

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

физический факультет, 119991 Москва, Россия

anastasiagirl@mail.ru

В работе проведено теоретическое и экспериментальное исследование частотной зависимости электрических фазовых задержек между отдельными секциями секционированных пьезопреобразователей перестраиваемых акустооптических фильтров, используемых для анализа оптических изображений.

Акустические волны в подобных фильтрах возбуждаются преобразователями больших размеров, что объясняется необходимостью увеличения пространственного и временного разрешения в устройствах фильтрации, а также повышения эффективности дифракции. В преобразователях с большими линейными размерами (порядка нескольких сантиметров) неизбежно возрастает их статическая емкость, что приводит к проблемам согласования электрических параметров акустооптических ячеек с генератором высокочастотного сигнала. Поэтому преобразователь разбивают на отдельные секции, которые электрически соединяются последовательно. Таким образом удается значительно уменьшить статическую емкость преобразователей и увеличить активную часть их электрического импеданса. Это позволяет существенно упростить согласование электрических параметров преобразователя и генератора электрических сигналов, а также расширить частотный диапазон работы устройств фильтрации.

При рассмотрении проблемы анализ проводился на примере широкоапертурного перестраиваемых акустооптических фильтров на кристаллах парателлурита и дигидрофосфата калия. В частности, при проведении эксперимента использовалась ячейка на кристалле TeO_2 с преобразователем из ниобата лития X-среза, имеющего линейные размеры 1.4 x 0.7 см, разделенного на семь секций. В кристалле KDP линейные размеры излучателя звука были более протяженными: 3.2 см и 0.6 см, а число секций было увеличено до 20.

При проведении исследования было доказано теоретически и подтверждено экспериментами в фильтре на кристалле парателлурита, что на частотах ультразвука 100 - 250 МГц временная задержка между крайними секциями секционированных преобразователей составляла 1.5 - 2.0 нс и 0.2 - 0.3 нс между соседними секциями. Данные временные интервалы соответствовали задержкам фазы электрического сигнала 9° на частоте ультразвука 100 МГц и 24° на частоте управляющего сигнала 250

МГц. Оказалось, что фазовые задержки также влияют и на форму передаточной функции ячейки, а именно, на интенсивность боковых лепестков.

С помощью измерителя комплексных коэффициентов передачи Р4-11 были измерены электрические импедансы секций преобразователя в фильтре. По экспериментально определенным данным были рассчитаны электрические параметры эквивалентной схемы излучателя звука в приборе. Это позволило рассчитать фазовые задержки сигналов между секциями в зависимости от частоты ультразвука. Расчеты показывают, что фазовая задержка увеличивается с ростом частоты управляющего электрического сигнала, а суммарный сдвиг фаз между крайними секциями секционированного преобразователя прямо пропорционален числу соединенных секций. Таким образом, акустические волны, генерируемые отдельными секциями, с ростом частоты ультразвука становятся все более расфазированными.

На основании проведенного рассмотрения сделан вывод о том, что существование фазовых сдвигов в акустооптических ячейках приводит к изменению формы их спектральной кривой пропускания, причем это изменение формы увеличивается с частотой управляющего электрического сигнала. Данная особенность должна учитываться при создании новых модификаций акустооптических фильтров.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований, гранты РФФИ 12-02-33122 мол_а_вед и гранта 12-02-01302-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь, 1985.
2. J. Xu, R. Stroud “Acousto-optic devices and their applications” New York: Wiley, 1992.
3. A. Goutzoulis, D. Pape “Design and fabrication of acousto-optic devices” New York: Marcel Dekker, 1994.
4. V.B. Voloshinov, N. Gupta //Applied Optics. 2004. V. 43. P. 3901-3908.
5. N. Gupta, V.B. Voloshinov //Applied Optics. 2007, V. 46. No 7. P. 1081-1088.
6. Волошинов В.Б., Муромец А.В., Трушин А.С. //Сборник научных трудов Всероссийской конференции по фотонике и информационной оптике. М.: НИЯУ МИФИ, 2013, С. 244-245.

ЛИНЕЙНЫЕ И НЕЛИНЕЙНЫЕ УПРУГИЕ СВОЙСТВА ВОДЫ В ИНТЕРВАЛЕ ТЕМПЕРАТУР (20-0)°С

А.Г. Пионткевич, А.И. Коробов

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, Москва, Россия
simple2k@mail.ru

Вода является самой распространенной жидкостью на нашей планете. Она обладает рядом интересных свойств, одним из которых является нелинейная зависимость плотности и коэффициента теплового расширения от температуры. Известно, что максимальная плотность воды достигается при 4°С, а коэффициент теплового расширения при 4°С меняет знак [1-3]. Отсюда следует ожидать что линейные и нелинейные акустические свойства воды в окрестности 4°С будут иметь особенность.

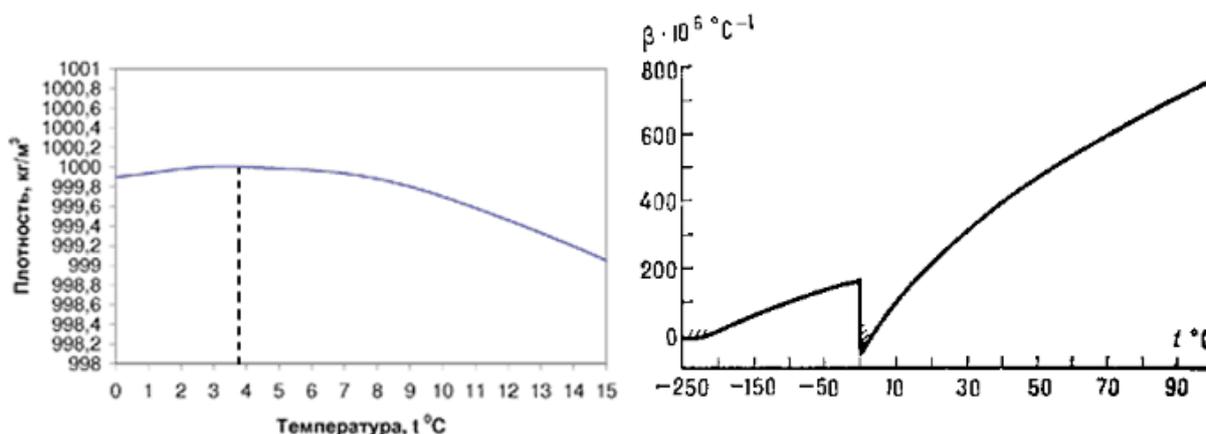


Рис.1. Зависимость плотности и коэффициента теплового расширения от температуры.

Поэтому целью работы является экспериментальное исследование линейных и нелинейных упругих свойств дистиллированной воды в интервале температур (20-0)°С. Для проведения экспериментальных исследований нами использовалась автоматизированная экспериментальная установка, блок схема которой приведена на рис.2. Ультразвуковые измерения проводились с помощью специализированного комплекса Ritec RAM-5000, в котором реализован импульсный режим. Для измерения нелинейных упругих свойств материалов использовался спектральный метод. Он основан на измерении эффективности генерации акустической волны второй гармоники (частоты 2F) [4-5]. Измерительная ячейка представляла собой две плоскопараллельные пластины, закрепленные на четырех металлических стойках. На одной из пластин был расположен излучающий пьезопреобразователь с резонансной частотой 5 МГц, на противоположной - принимающий преобразователь с резонансной частотой 10 МГц. Сигналы основной частоты и частоты

второй гармоники оцифровывались, и вводились в компьютер. Преобразователи были изготовлены из ниобата лития.

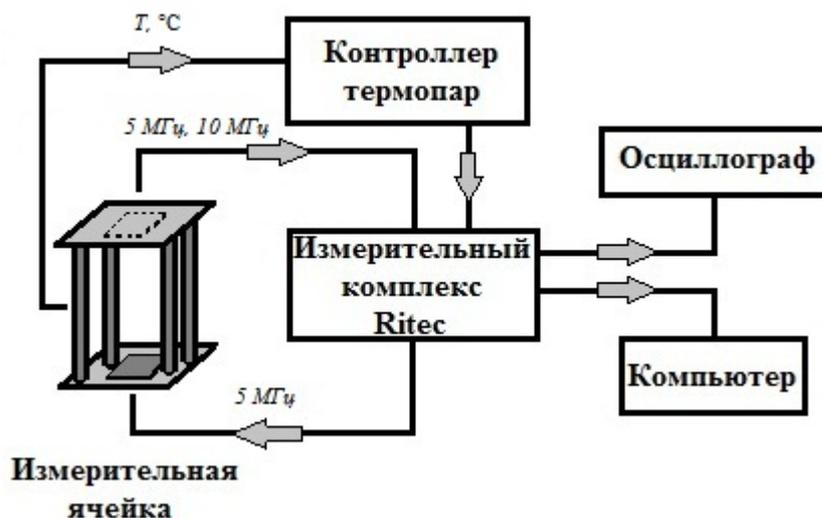


Рис.2. Блок схема установки

Ячейка целиком помещается в цилиндрическую емкость с водой, что позволяет компенсировать тепловое расширение воды. Емкость с водой для охлаждения помещалась в массивный латунный термостат, который размещался в сосуде Дьюара с жидким азотом. Температура измерительной ячейки регулировалось изменением расстояния между термостатом и поверхностью жидкого азота. Скорость изменения температуры при охлаждении не превышала $(0,4)^\circ\text{C}/\text{мин}$. Температура измерялась с помощью термопары, сигнал с которой усиливался контроллером температуры и поступал в компьютер. Сигналы основной частоты и второй акустической гармоники оцифровывались, и также вводились в компьютер для математической обработки и архивации экспериментальных данных. Все измерения проводились в автоматическом режиме.

Нами экспериментально исследована температурная зависимость амплитуд основной частоты и второй акустической гармоники в дистиллированной воде при охлаждении в интервале температур $(20-0)^\circ\text{C}$. Перед каждым экспериментом она отстаивалась в течении суток, чтобы как можно больше неизбежно присутствующих в ней примесей осаживалось на дно, а поверхность преобразователей не была покрыта пузырьками воздуха, мешающими акустическому контакту. Термопара помещалась непосредственно в воду и закреплялась там. Затем ячейка погружалась в пары азота. Результаты измерения температурной зависимости амплитуд основной частоты и второй акустической гармоники приведены на рис.3.

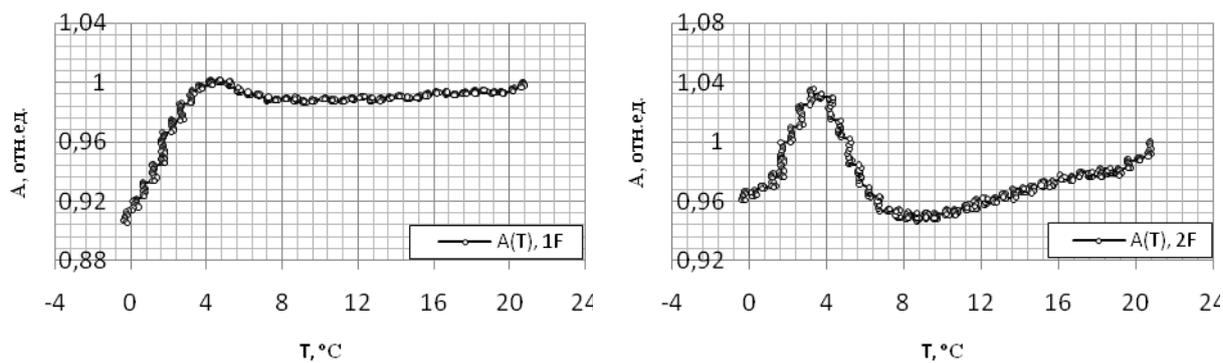


Рис.3. Зависимость амплитуд первой и второй гармоник акустической волны.

Нами было обнаружено anomальное поведение амплитуд волн первой и второй гармоник в зависимости от температуры вблизи 4°C (рис.2). Амплитуды первой и второй гармоник в окрестности 4°C имеют максимум. Амплитуда второй гармоники с понижением температуры в интервале температур $(20-8)^{\circ}\text{C}$ плавно уменьшается на 5% относительно начального значения, а затем в интервале $(8-4)^{\circ}\text{C}$ возрастает на 9% и затем снова уменьшается. Температурная зависимость амплитуды второй гармоники коррелирует с температурной зависимостью коэффициента теплового расширения в области 4°C . Anomального поведения скорости продольных волн в окрестности 4°C обнаружено не было. Проводится обсуждение результатов эксперимента.

Работа выполнена при поддержке гранта президента РФ НШ-2631.2012.2, гранта РФФИ № 12-02-00349-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.М. Прохоров. Большая физическая энциклопедия, том 1. Москва 1988. 699 с.
2. Д. Эйзенберг, В. Кауцман. Структура и свойства воды. Гидрометеиздат, Ленинград 1975. 280 с.
3. Таблицы физических величин. Под ред. Кикоина И.К. Атомиздат, Москва 1976, 1232 с.
4. Л.К. Зарембо, В.А. Красильников. Введение в нелинейную акустику. Наука, Москва 1966, 521 с.
5. В.А. Красильников, В.В. Крылов. Введение в физическую акустику. Наука, 1984. 403 с.

ПРОДОЛЬНО-ПОПЕРЕЧНЫЕ АКУСТИЧЕСКИЕ СОЛИТОНЫ В УСЛОВИЯХ РЕЗОНАНСА ДЛИННЫХ И КОРОТКИХ ВОЛН

С.В. Сазонов¹, Н.В. Устинов²

¹ *Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»*

² *Калининградский филиал Московского государственного университета путей сообщения «МИИТ»*
sazonov.sergey@gmail.com

Возможность эффективного взаимодействия длинных и коротких волн, приводящая к образованию связанных состояний длинно-коротковолнового типа, впервые была рассмотрена в задаче физики плазмы [1]. Выведенная там система двух нелинейных волновых уравнений получила название уравнений Захарова, однонаправленным вариантом которой является система Ядзимы–Ойкавы [2]. Последняя система оказалась интегрируемой в рамках метода обратной задачи рассеяния [3, 4], что позволило существенно продвинуться в понимании совместной нелинейной динамики длинных и коротких волн. В частности, солитонные решения этой системы, соответствующие дискретной части данных рассеяния, обладают свойством структурной устойчивости: солитон восстанавливает свою форму после взаимодействия с себе подобными, а также с любыми другими локализованными возмущениями.

В дальнейшем системы уравнений, описывающие взаимодействие длинных и коротких волн, появлялись в гидродинамике, теории ферромагнетизма, оптике, нелинейной акустике и т.д. Сравнительно недавно при рассмотрении квазирезонансного взаимодействия оптических импульсов с несимметричными квантовыми объектами была получена система уравнений, обобщающая систему Ядзимы–Ойкавы на случай двух коротковолновых компонент [5]. Важной особенностью этой векторной системы Ядзимы–Ойкавы является то, что она тоже оказалась интегрируемой методом обратной задачи рассеяния. Ее солитонные решения были подробно исследованы в работе [6].

Довольно часто нелинейные оптические явления находят с течением времени свои аналоги при рассмотрении задач нелинейной акустики. В соответствии с логикой поиска оптико-акустических параллелей представляет несомненный интерес постановка вопроса о нахождении физической реализации интегрируемого векторного обобщения системы Ядзимы–Ойкавы в акустической задаче. Ответу на этот вопрос посвящено настоящее исследование.

Рассмотрим кубический кристалл, содержащий парамагнитные примеси, обладающие эффективным спином $S=1$. Пусть вдоль оси z , совпадающей с одной из осей симметрии четвертого порядка, к кристаллу приложены внешние статическая деформация величиной ε_0 и магнитное

поле **V**. Параллельно этой же оси распространяется продольно-поперечный упругий импульс, взаимодействующий за счет спин-фононной связи с парамагнитными примесями. Обычно такую конфигурацию называют геометрией Фарадея. Гамильтониан H_a поля деформации в этом случае имеет вид

$$H_a = \int \left\{ \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2\rho} + \frac{\rho a_{\square}^2}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial z} \right)^2 + \frac{\rho a_{\perp}^2}{2} \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} \right)^2 \right] \right\} d\mathbf{r}, \quad (1)$$

где u_j и p_j ($j = x, y, z$) — декартовы компоненты векторов **u** смещений узлов кристаллической решетки и соответствующих им плотностей импульсов **p**, ρ — средняя плотность среды, a_{\square} и a_{\perp} — скорости продольного и поперечного звуков соответственно в отсутствие примесей; интегрирование в (1) ведется по всему объему кристалла.

Дополним (1) оператором Гамильтона \hat{H}_s , связывающим эффективный спин с магнитным полем, статической деформацией ε_0 кристалла и компонентами тензора динамической деформации:

$$\hat{H}_s = \hbar \omega_z \hat{S}_z + G_{\square} \hat{S}_z^2 \varepsilon_0 + G_{\square} \hat{S}_z^2 \frac{\partial u_z}{\partial z} + \frac{G_{\perp}}{2} \left[(\hat{S}_x \hat{S}_z + \hat{S}_z \hat{S}_x) \frac{\partial u_x}{\partial z} + (\hat{S}_y \hat{S}_z + \hat{S}_z \hat{S}_y) \frac{\partial u_y}{\partial z} \right]. \quad (2)$$

Здесь ω_z — частота зеемановского расщепления спиновых подуровней, снимающего вырождение по проекции S_z эффективного спина на ось z , G_{\square} и G_{\perp} — постоянные спин-фононного взаимодействия, связывающие эффективный спин соответственно с компонентами тензора продольной и поперечной деформации, \hat{S}_x , \hat{S}_y , \hat{S}_z — спиновые матрицы.

Будем считать, что основной вклад в расщепление спиновых подуровней вносит квадрупольный штарк-эффект, снимающий вырождение по модулю проекции S_z (второе слагаемое в правой части (2)). При этом зеемановское расщепление (первое слагаемое там же), при котором снимается вырождение по S_z , вносит небольшое возмущение.

Исследование самосогласованной динамики акустического поля и эффективных спинов будем проводить, используя полуклассический подход. Согласно ему поведение эффективных спинов описывается уравнением для соответствующей матрицы плотности $\hat{\rho}$:

$$i\hbar \frac{\partial \hat{\rho}}{\partial t} = [\hat{H}_s, \hat{\rho}], \quad (3)$$

а динамика полей упругости — классическими уравнениями Гамильтона для сплошной среды:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \frac{\delta}{\delta \mathbf{p}} \left(H_a + \langle \hat{H}_s \rangle \right), \quad \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = - \frac{\delta}{\delta \mathbf{u}} \left(H_a + \langle \hat{H}_s \rangle \right), \quad (4)$$

где $\langle \hat{H}_s \rangle = n \int \langle \hat{H}_s \rangle d\mathbf{r}$, n — плотность парамагнитных примесей, $\langle \hat{H}_s \rangle = \text{Sp}(\hat{\rho} \hat{H}_s)$ — квантовое среднее гамильтониана (2).

Для упрощения системы (3), (4) представим комплексную поперечную компоненту поля акустического импульса

$$\Omega = \frac{G_{\perp}}{\hbar} \frac{\varepsilon_{xz} + i\varepsilon_{yz}}{\sqrt{2}},$$

где ε_{xz} и ε_{yz} — поперечные компоненты тензора деформации, и недиагональные элементы матрицы плотности в виде

$$\begin{aligned} \Omega &= \psi_+ e^{i\omega_+(t-z/a_{\perp})} - \psi_- e^{i\omega_-(t-z/a_{\perp})}, \\ \rho_{13} &= R_{13} e^{i\omega_+(t-z/a_{\perp})}, \quad \rho_{12} = R_{12} e^{i\omega_-(t-z/a_{\perp})}, \quad \rho_{23} = R_{23} e^{i(\omega_+ - \omega_-)(t-z/a_{\perp})}. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь ψ_+ , ψ_- , R_{13} , R_{12} , R_{23} — медленно меняющиеся огибающие. Подстановка (5) в (3) дает после усреднения систему материальных уравнений для огибающих.

Пусть отстройки $\Delta_{31} = \omega_{31} - \omega_+$, $\Delta_{21} = \omega_{21} - \omega_-$ несущих компонент акустического поля от частот $\omega_{31} = G_{\square} \varepsilon_0 / \hbar + \omega_z$ и $\omega_{21} = G_{\square} \varepsilon_0 / \hbar - \omega_z$ разрешенных квантовых переходов таковы, что выполняются условия квазирезонанса

$$\left(\Delta_{21} \tau_p \right)^{-1} \square \left(\Delta_{31} \tau_p \right)^{-1} \square 1,$$

где τ_p — длительность импульса. Тогда из системы волновых и материальных уравнений можно исключить диагональные элементы матрицы плотности и огибающие недиагональных элементов. Считая, что $\Delta_{31} = \Delta_{21} = \Delta$, в результате такого исключения получим систему уравнений

$$\begin{aligned} i \left(\frac{\partial \Phi_{\pm}}{\partial z} + \frac{1}{v_g} \frac{\partial \Phi_{\pm}}{\partial t} \right) &= \beta \frac{\partial^2 \Phi_{\pm}}{\partial t^2} + \alpha U \Phi_{\pm} + 2\beta \left(|\Phi_+|^2 + |\Phi_-|^2 \right) \Phi_{\pm}, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \frac{1}{a_{\square}^2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} &= 2a_{\square} b \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(|\Phi_+|^2 + |\Phi_-|^2 \right), \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Phi_{\pm} = \psi_{\pm} \exp(i\alpha_{\pm} z)$, $U = G_{\square} \varepsilon_{zz} / \hbar$, ε_{zz} — продольная компонента тензора деформации, постоянные α , α_{\pm} , b выражаются через параметры задачи,

$$v_g = a_{\perp} \left(1 - \frac{n G_{\perp}^2 \omega}{8 \hbar \rho a_{\perp}^2} \frac{w_2 - w_1}{\Delta^2} \right)^{-1},$$

$\omega = (\omega_+ + \omega_-)/2$, w_1 и w_2 — начальные населенности основного и возбужденного спиновых подуровней.

В кристаллах скорость поперечного звука значительно меньше скорости продольного звука: $a_{\perp} < a_{\parallel}$. В случае термодинамически равновесной начальной населенности спиновых подуровней ($w_1 > w_2$) групповая скорость v_g становится меньше a_{\perp} , а ее отличие от a_{\parallel} становится больше. В таких условиях взаимодействие между продольным и поперечным звуком будет незначительным, и образование связанных состояний длинно-коротковолнового типа невозможно. При этом система (6) переходит в хорошо известную систему Манакова [4].

Если же среда находится в термодинамически неравновесном состоянии ($w_1 < w_2$), то можно добиться выполнения условия $v_g = a_{\parallel}$, при котором взаимодействие между продольной и поперечными компонентами поля упругости будет наиболее эффективным, и возможно образование связанных длинно-коротковолновых состояний. В этом случае при выполнении условия $U \ll 2 \left(|\Phi_+|^2 + |\Phi_-|^2 \right) / \Delta$ систему (6) удастся свести с помощью приближения однонаправленного распространения к векторной системе Ядзимы–Ойкавы

$$i \frac{\partial \Phi_{\pm}}{\partial z} = \beta \frac{\partial^2 \Phi_{\pm}}{\partial \tau^2} + \alpha U \Phi_{\pm}, \quad \frac{\partial U}{\partial z} = -b \frac{\partial}{\partial \tau} \left(|\Phi_+|^2 + |\Phi_-|^2 \right), \quad (7)$$

где $\tau = t - z/v_g$. Именно такая система была выведена ранее в оптических задачах [5, 6]. На ее основе подробно исследована динамика упругих импульсов в режиме нелинейного взаимодействия коротковолновых (поперечных) и длинноволновой (продольной) компонент.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №13-02-00199а).

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Е. Захаров // ЖЭТФ. 1972. Т. 62. С. 1745.
2. N. Yadjima and M. Oikawa // Progr. Theor. Phys. 1976. V. 56. No. 6. P. 1719.
3. В.Е. Захаров, С.В. Манаков, С.П. Новиков, Л.П. Питаевский “Теория солитонов: Метод обратной задачи” М.: Наука, 1980.
4. Р. Додд, Дж. Эйлбек, Дж. Гиббон, Х. Моррис “Солитоны и нелинейные волновые уравнения” М.: Мир, 1988.
5. С.В. Сазонов, Н.В. Устинов // Письма в ЖЭТФ. 2011. Т. 94. № 8. С. 651.
6. С.В. Сазонов, Н.В. Устинов // ЖЭТФ. 2012. Т. 142. № 5. С. 842.

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД МАТРИЦАНТА И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЕ К ИССЛЕДОВАНИЮ ВОЛНОВЫХ ПРОЦЕССОВ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

С.К. Тлеуменов

Евразийский Национальный университет им. Л. Гумилева (г.Астана)

matricant@inbox.ru

В работе изложен формализм метода матрицанта, основанного на построении структуры матрицы фундаментальных решений. Приведена структура матриц коэффициентов и структура матрицанта для классических модельных задач: распространение электромагнитных волн в анизотропной диэлектрической среде, в анизотропных пьезоэлектрических средах. Показана эффективность метода в случае анализа волновых процессов в периодических структурах. Рассмотрены конкретные приложения: вывод уравнений дисперсии в периодических структурах, дисперсия волн в слоях. Определена структура матрицантов для уравнений волновых процессов в классических моделях сред. Получено модифицированное условие для вывода уравнений дисперсии волн в двухслойных периодических структурах. Получено аналитическое представление матрицанта периодически неоднородного слоя. Построены матрицанты для однородных анизотропных сред в явной аналитической форме.

При широком применении различных модификации матричного формализма вопрос о структуре матрицанта (структура матрицы фундаментальных решений) не ставился и не рассматривался. Впервые вопрос о структуре матрицанта был поставлен в работе Байгонысова и Тлеуменова(1985) [1], где структура матрицанта была определена для случая потенциального представления вектора смещения $\vec{u} = \text{grad}\varphi + \text{rot}\vec{\psi}$.

Нами построены уравнения дисперсии для слоисто-изотропной периодической структуры. В случае неоднородных изотропных периодических сред и периодически неоднородной пластины структура матрицантов определена в работе [2].

1. Электромагнитные волны

Электромагнитные волновые процессы рассматриваются на основе уравнений Максвелла при отсутствии зарядов и токов:

$$\begin{cases} \text{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \\ \text{rot}\vec{H} = \frac{\partial\vec{D}}{\partial t} \end{cases} \quad \begin{cases} \text{div}\vec{D} = 0 \\ \text{rdiv}\vec{B} = 0 \end{cases}$$

(1.1.1)

Используя представления решения для искомым функции в виде:

$$f(x, y, z, t) = f(z) \exp(i\omega t - imx - iny) \quad (1.1.2)$$

с учетом неоднородности анизотропной среды вдоль оси Z, система уравнений Максвелла приводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W}; \quad \vec{W} = (E_y, H_x, H_y, E_x)^t$$

t -знак транспонирования, множитель $\exp(i\omega t - imx - iny)$ всюду опущен.

E_i - компоненты вектора напряженности электрического поля, H_i - компоненты вектора напряженности магнитного поля.

Для диэлектрических сред ромбической сингонии структура матрицы коэффициентов B получена в виде:

$$B = i \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} \\ -b_{24} & 0 & 0 & b_{34} \\ 0 & -b_{13} & b_{43} & 0 \end{pmatrix}$$

2 Пьезоупругие волны. Квазистатическое приближение.

Скорость электромагнитных волн во многих диэлектрических средах почти на четыре порядка превышает скорость упругих волн. Это позволяет ввести приближение при котором пренебрегается магнитное поле создаваемое переменным электрическим полем. В этом случае электрическое поле выражается через скалярный потенциал φ .

Исходная система, с учетом (1.1) описывающие связанные упругие и электрические поля принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \\ \operatorname{div} \vec{D} = 0 \\ E_k = -\operatorname{grad} \varphi \end{cases} \quad \begin{cases} \sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{ijk} E_k \\ D_i = \varepsilon_{ik} E_k + e_{ikl} \varepsilon_{kl} \end{cases} \quad (1.2.1)$$

Система (1.5.1) описывает распространение упругих волн в пьезоэлектрических упругих анизотропных средах в квазистатическом приближении.

Применение представления решения (1.1.2) также позволяет привести систему уравнений (1.2.1) к уравнению

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W}; \quad \vec{W} = (u_z, \sigma_{zz}, u_x, \sigma_{xz}, u_y, \sigma_{yz}, \varphi, D_z)^t \quad (1.2.2)$$

Матрица коэффициентов B имеет порядок (8x8). Установлено, что ее структура идентична структуре матриц B полученных в разделах (1.1-1.4), например для сред ромбической сингонии класса 222 когда волновой

вектор находится в плоскости (xz) ($n=0$), матрица В распадается на две матрицы (4x4). Структура матрицы В (4x4) связанной задачи имеет вид:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{W} = (u_y, \sigma_{yz}, \varphi, D_z)^t \quad (1.2.3)$$

В данном случае упругая волна поперечной у поляризации связана пьезоэффектом с электрическим полем.

3 Пьезоупругие волны. Не квазистатическое приближение.

Наличие в диэлектрической среде прямого и обратного пьезоэффектов приводит к взаимной генерации упругих и электромагнитных волн.

Полное описание, связанных упругих и электромагнитных волновых процессов, основано на анализе решений совместной системы уравнений движения упругой анизотропной среды и уравнении Максвелла(1.1.1), которые дополняют:

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{ijk} E_k \\ D_i = \varepsilon_{ik} E_k + e_{ikl} \varepsilon_{kl} \end{cases} \quad (1.3.1)$$

где $B_i = \mu_{ij} \mu_0 H_i$; $D_i = \varepsilon_0 \varepsilon_{ij} E_i$; e_{ikl} -компоненты тензора пьезоэлектрических модулей.

Они определяют взаимовлияние упругих и электромагнитных полей. Тензор пьезомодулей представим в виде матрицы (3x6). Применение представления решения искомым функции в виде (1.1.2), приводит систему уравнений (1.3.1) к системе уравнений первого порядка:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = B\vec{W}; \quad \vec{W} = (u_z, \sigma_{zz}, u_x, \sigma_{xz}, u_y, \sigma_{yz}, E_y, H_x, H_y, E_x)^t \quad (1.3.2)$$

В общем случае, матрица В имеет порядок (10x10). При этом структура матриц коэффициентов идентична структуре В, полученных для систем уравнений рассмотренных выше. В частности, при рассмотрении волн в средах ромбической сингонии класса 222 вдоль плоскости (xz), (когда компонента волнового вектора $k_y=n=0$ матрица В распадается на две (6x6) и (4x4). Матрица В (4x4) описывает распространение взаимосвязанных упругих поперечных волн Y-поляризации и электромагнитных ТМ волн. Структура В имеет вид:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} \\ -i\omega b_{24} & 0 & 0 & b_{34} \\ 0 & -i\omega b_{13} & b_{43} & 0 \end{pmatrix}; \quad \vec{W} = (u_y, \sigma_{zy}, E_x, H_y)^t \quad (1.3.3)$$

Элементы матрицы коэффициентов В: (b_{12}, b_{21}) , (b_{34}, b_{43}) , (b_{56}, b_{65}) и т.д. определяют тип, поляризацию и проекцию волнового вектора k на ось z,

соответствующей волны. Остальные ненулевые элементы b_{ij} определяют взаимную трансформацию между различными типами волн.

ЛИТЕРАТУРА:

- 1 Тлеуменов С., Байконысов О. О методе решения некоторых задач распространения упругих волн при наличии периодической неоднородности. в книге: математические вопросы теории распространения волн. 15. Записки научных семинаров ЛОМИ АН СССР, 1985. Т.148. с.30-33
- 2 Tleukenov S.K., Characteristic matrix of a periodically inhomogeneous layer, J. Sov. Math., vol. 50:6, 2058-2062, 1990.
- 3 Tleukenov, S., Zhakiev N.K., Eltinova L. Propagation of coupled waves of different nature in anisotropic continuous media: universal method for theoretical description // General Meeting ACCMS-7, Sendai, Japan, 2012

МАТРИЧНЫЙ МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ВОЛН РЭЛЕЯ ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ СРЕД ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ СИМГОНИИ

С.К. Тлеуменов, Л.А. Ельтинова

Евразийский Национальный университет им. Л. Гумилева (г.Астана)
matricant@inbox.ru

Поверхностные акустические волны могут существовать вблизи свободной поверхности твердого тела или вблизи поверхности раздела двух различных тел. Один из видов поверхностных акустических волн, волны Рэлея, теоретически открытые Рэлеем в 1885 году, могут существовать в твердом теле вблизи его свободной поверхности, граничащей с вакуумом. Фазовая скорость таких волн направлена параллельно поверхности, а колеблющиеся вблизи нее частицы среды имеют как поперечную, перпендикулярную поверхности, так и продольную составляющие вектора смещения. Эти частицы описывают при своих колебаниях эллиптические траектории в плоскости, перпендикулярной поверхности и проходящей через направление фазовой скорости (Рис.1.). Указанная плоскость называется сагиттальной. Амплитуды продольных и поперечных колебаний уменьшаются по мере удаления от поверхности вглубь среды по экспоненциальным законам с различными коэффициентами затухания [1-3].

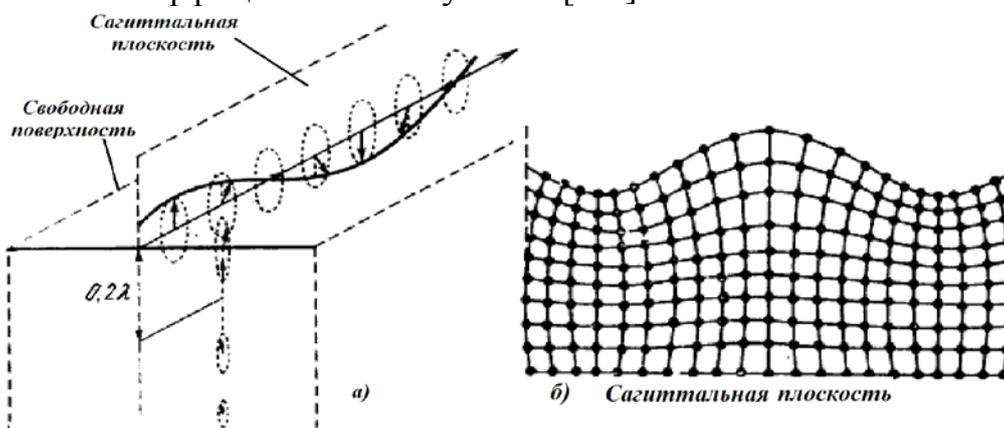


Рис.1. Волны Рэлея. Смещение частиц происходит в сагиттальной плоскости и содержит продольную и поперечную компоненты, сдвинутые по фазе на $\pi/2$, амплитуды которых убывают по разным законам. Конец вектора поляризации описывает на поверхности эллипс обратного знака (а). Смещение равно нулю на глубине 2λ . Волна вызывает искривление поверхности(б).

Уравнения движения упругих сред имеют вид:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial X_j} = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \quad (1)$$

Закон Гука для упругих анизотропных сред записывается в виде:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (2)$$

где $\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_k}{\partial X_l} + \frac{\partial U_l}{\partial X_k} \right)$ - тензор деформации, u_i - компонента вектора смещения, σ_{ij} - тензор механических напряжений, c_{ijkl} - константы упругой жесткости.

В рамках метода матрицанта классические уравнения движения упругих анизотропных сред приводятся к матричному дифференциальному уравнению первого порядка [4]:

$$\frac{d\vec{W}}{dz} = \hat{B}\vec{W} \quad (3)$$

где $\vec{W} = [u_z, \sigma_{zz}, u_x, \sigma_{xz}, u_y, \sigma_{yz}]^t$; u_x, u_y, u_z - компоненты вектора смещения, $\sigma_{xz}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$ - компоненты тензора напряжений.

На основе представлений решений в виде:

$$[U_i(x, y, z), \sigma_{ij}(x, y, z)] = [U_i(z), \sigma_{ij}(z)] * e^{i(\omega t - \kappa_x x - \kappa_y y)} \quad (4)$$

Ось z совмещена с осью симметрии A_2 , из системы уравнений выделяются производные по оси z относительно вектора \vec{W} и строится система ДУ.

Матрица коэффициентов B в уравнении (3) для упругих волн распространяющихся в анизотропной среде ромбической, тетрагональной, гексагональной и кубической сингонии имеет следующую структуру:

$$B = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & b_{26} \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & b_{36} \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & b_{45} & 0 \\ b_{26} & 0 & 0 & b_{36} & 0 & b_{56} \\ 0 & b_{15} & b_{45} & 0 & b_{65} & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Из данной структуры видно, что волны различной поляризации связаны между собой. Это доказывает наличие коэффициентов $b_{13}, b_{24}, b_{15}, b_{26}, b_{36}, b_{45}$.

При распространении волн в плоскости (XZ), полагая $\kappa_y=0$, из (5) приходим к структуре B в виде:

$$B' = \begin{pmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 \end{pmatrix}; \quad B'' = \begin{pmatrix} 0 & b_{56} \\ b_{65} & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

В этом случае поперечная волна X -поляризации распространяется независимо (выделение независимой матрицей 2×2), а Y - поперечная и Z -продольная распространяются связанно.

Матрица (6) эквивалентна структуре В, описывающей распространение упругих волн в неоднородной анизотропной среде кубической сингоний вдоль любой из координатных плоскостей[5].

Структура матрицы коэффициентов b позволяет ввести понятие и построить структуру матрицанта рассматриваемой системы уравнений. Одним из следствий построения матрицанта является возможность получения матрицанта однородных анизотропных сред в явной аналитической форме. Это представление позволяет рассмотреть и решить вопрос о существовании волн Рэлея на свободной границе анизотропных сред вдоль координатных плоскостей. На основе метода матрицанта были получены условия существования волн Рэлея на свободной границе для анизотропных сред в виде [4]:

$$\sqrt{(b_{12}b_{43} - b_{13}^2)(b_{21}b_{34} - b_{24}^2)}b_{21} - (b_{21}b_{34} - b_{24}^2)b_{43} = 0 \quad (7)$$

Однако в указанной работе уравнения существования волн Рэлея не были получены в явном виде. Кроме того, получено уравнение существования волн Рэлея для анизотропных сред гексагональной сингоний.

Рассмотрим случай гексагональной сингонии класса б, явный вид ДУ [4]:

$$\begin{aligned} \frac{du_z}{dz} &= \frac{1}{c_{33}} \sigma_{zz} + im \frac{c_{13}}{c_{33}} u_x + in \frac{c_{13}}{c_{33}} u_y \\ \frac{d\sigma_{zz}}{dz} &= -\rho\omega^2 u_z + im\sigma_{xz} + in\sigma_{yz} \quad \frac{du_x}{dz} = imu_z + \frac{1}{c_{44}} \sigma_{xz} \\ \frac{d\sigma_{xz}}{dz} &= im \frac{c_{13}}{c_{33}} \sigma_{zz} + mn \left(c_{12} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} + \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \right) u_y + \\ &+ \left[-\rho\omega^2 + m^2 \left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} \right) + n^2 \left(\frac{c_{11} - c_{12}}{2} \right) \right] u_x \\ \frac{du_y}{dz} &= inu_z + \frac{1}{c_{44}} \sigma_{yz} \\ \frac{d\sigma_{yz}}{dz} &= in \frac{c_{13}}{c_{33}} \sigma_{zz} + mn \left(c_{12} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} + \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \right) u_x + \left[-\rho\omega^2 + n^2 \left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} \right) + \left(\frac{c_{11} - c_{12}}{2} \right) m^2 \right] u_y \end{aligned} \quad (8)$$

Матрицы коэффициентов для гексагональной сингонии класса б

$$\begin{aligned} b_{12} &= \frac{1}{c_{33}}, \quad b_{13} = im \frac{c_{13}}{c_{33}}, \quad b_{15} = in \frac{c_{13}}{c_{33}}, \quad b_{21} = -\omega^2 \rho, \quad b_{24} = im, \quad b_{26} = in, \quad b_{34} = \frac{1}{c_{44}}, \\ b_{43} &= -\omega^2 \rho + m^2 \left(\frac{c_{11}c_{33} - c_{13}^2}{c_{33}} \right) + n^2 \left(\frac{c_{11} - c_{12}}{2} \right), \quad b_{45} = mn \left(c_{12} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} + \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \right), \quad b_{56} = b_{34}, \\ b_{65} &= -\omega^2 \rho + m^2 \frac{c_{11} - c_{12}}{2} + n^2 \left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

Матрицы коэффициентов для гексагональной сингонии класса б для

плоскости xz ($n=0$) $b_{12} = \frac{1}{c_{33}}, \quad b_{13} = im \frac{c_{13}}{c_{33}}, \quad b_{15} = 0, \quad b_{21} = -\omega^2 \rho, \quad b_{24} = im, \quad b_{26} = 0,$

$$b_{34} = \frac{1}{c_{44}}, \quad b_{43} = -\omega^2 \rho + m^2 \left(\frac{c_{11}c_{33} - c_{13}^2}{c_{33}} \right), \quad b_{45} = 0, \quad b_{65} = -\omega^2 \rho + m^2 \frac{c_{11} - c_{12}}{2} \quad (10)$$

Условия существования волн Рэлея находим, подставляя (10) в (7):

$$\sqrt{\left(m^2 - \frac{\omega^2 \rho}{c_{11}}\right)\left(m^2 - \frac{\omega^2 \rho}{c_{44}}\right) \frac{c_{11}}{c_{33}} \omega^2 \rho + \left(m^2 - \frac{\omega^2 \rho}{c_{44}}\right)\left(m^2 \left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}}\right) - \omega^2 \rho\right)} = 0 \quad (11)$$

Полученные выше условия существования волн

$$\sqrt{\left(1 - \frac{V^2}{V_p^2}\right)\left(1 - \frac{V^2}{V_s^2}\right) \frac{c_{11}}{c_{33}} \frac{V^2}{V_s^2} + \left(1 - \frac{V^2}{V_s^2}\right)\left(1 - \frac{V^2}{V_s^{*2}}\right)} = 0$$

$V_p^2 = \frac{c_{11}}{\rho}$ - скорость продольной волны, $V_s^2 = \frac{c_{44}}{\rho}$ - скорость поперечной волны,

где $m^2 = \frac{\omega^2}{V^2}$, $V_s^2 = \frac{c^*}{\rho}$, $c^* = \frac{c_{11}c_{33} - c_{13}^2}{c_{33}}$.

Если заменить $x^2 = \frac{V^2}{V_s^2}$, $\frac{V^2}{V_p^2} = x^2 \frac{V_s^2}{V_p^2}$, $\frac{V^2}{V_s^{*2}} = x^2 \frac{V_s^2}{V_s^{*2}}$

$$\sqrt{\left(1 - x^2 \frac{V_s^2}{V_p^2}\right)\left(1 - x^2\right) \frac{c_{11}}{c_{33}} x^2 \frac{V_s^2}{V_s^{*2}} + \left(1 - x^2\right)\left(1 - x^2 \frac{V_s^2}{V_s^{*2}}\right)} = 0 \quad (12)$$

В работе методом матрицанта выведены в явном виде уравнения существования волн Рэлея на свободной границе анизотропных сред. Этот метод получения уравнения отличается от ранее используемых методов единообразием, общностью и простотой. Получен также вид этих условий удобный для их анализа.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Новацкий «Теория упругости». М., 1975. 872 с.
2. И.А. Викторов «Звуковые поверхностные волны в твердых телах». М.: Наука, 1981.
3. Э. Дьелесан, Д. Руайе «Упругие волны в твердых телах». М.: Наука, 1982. 411с
4. С.К. Тлеукунов, Е.К. Баяубаев, Исследование волн Рэлея вдоль свободной границы анизотропных сред кубической, гексагональной и ромбической сингоний. // Вестник ПГУ серия физ.-мат. – 2009 – № 2 – С. 73-76.
5. S.K. Tleukenov, N.K. Zhakiyev, L.A. Yeltinova, Propagation of coupled waves of different nature in anisotropic continuous media: universal method for theoretical description // General Meeting of Asian Consortium on Computational Materials Science, Tohoku University, Sendai, Japan, 2012

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ УСЛОВИЙ СУЩЕСТВОВАНИЯ ВОЛН ГУЛЯЕВА-БЛЮСТЕЙНА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО КЛАССА КРИСТАЛЛОВ

С.К. Тлеуменов, Н.К. Жакиев

Евразийский Национальный университет им. Л. Гумилева (г. Астана)

matricant@inbox.ru

Нами рассматривается волна Гуляева–Блюстейна (Г-Б), один из видов поверхностных акустических волн (ПАВ) проявляющиеся в пьезоэлектрических кристаллах который был открыт в 1968 г. в СССР Гуляевым Ю.В. и независимо в США Блюстейном. Они существуют в пьезоэлектрических кристаллах вблизи свободной границы, частицы среды испытывают чисто поперечные колебания в направлении, параллельном свободной поверхности[1]. Эти волны по сравнению с другими ПАВ проникают в колеблющуюся среду по экспоненциальной зависимости более глубоко, чем волны Релея и Стоунли. Глубина их проникновения составляет порядка $\lambda_{зв}\epsilon/k^2$ где ϵ - диэлектрическая проницаемость, k - коэффициент электромеханической связи. Благодаря прямому пьезоэффекту волна Гуляева-Блюстейна сопровождается медленной волной электрического поля в вакууме над поверхностью пьезоэлектрика.

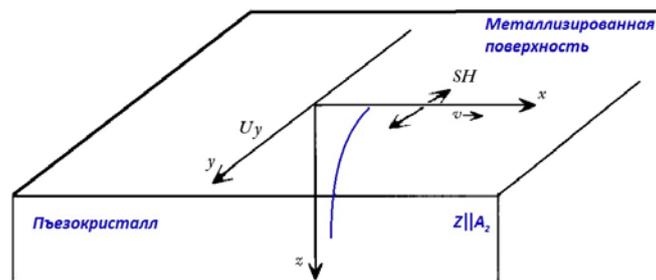


Рис. 1. Обозначение координатных плоскостей.

В данной работе показана применимость и эффективность метода матрицанта для исследования распространения волн в анизотропной пьезоупругих средах [2].

Пьезоэлектрорупругие эффекты описываются совместной системой уравнений движения и уравнениями Максвелла (Квазистатический случай). Так как скорость электромагнитных волн во многих диэлектрических средах почти на четыре порядка превышает скорость упругих волн. Это позволяет ввести приближение при котором пренебрегается магнитное поле создаваемое переменным электрическим полем. В этом случае электрическое поле выражается через скалярный потенциал ϕ . Исходная система, описывающие связанные упругие и электрические поля принимает вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \\ \operatorname{div} \vec{D} = 0 \\ E_k = -\operatorname{grad} \varphi \end{cases} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= c_{ijkl} \varepsilon_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i &= e_{ikl} \varepsilon_{kl} + \varepsilon_{ik} E_k \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Здесь c_{ijkl} – упругие, ε_{ij} – диэлектрические, e_{kij} – пьезоэлектрические параметры среды. Эти уравнения с учетом параметров анизотропных сред с пьезоэлектрическими свойствами приводятся к системе обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (ДУ), которая имеет матрицу коэффициентов \hat{B} с порядком 8×8 :

$$\frac{d\vec{u}}{dz} = \hat{B} \vec{W}; \quad \vec{W} = (u_z, \sigma_{zz}, u_x, \sigma_{xz}, u_y, \sigma_{yz}, \varphi, D_z)^t \quad (3)$$

где $\hat{B} = \|b_{ij}(z)\|$ – непрерывная матричная функция объединяющий электроупругие параметры среды $B = B[\rho, c_{ijkl}(z), e_{kij}(z), \varepsilon_{ij}(z), \omega, m, n]$. Система уравнений (3) получена на основе представления решений в виде:

$$f(x, y, z, t) = f(z) \exp(i\omega t - imx - iny). \quad (4)$$

Ось z совмещена с осью симметрии A_2 , из системы уравнений выделяются производные по оси z относительно вектора \vec{u} и строится система ДУ.

Рассмотрим случай тетрагональной сингонии класса $\bar{4}2m$ явный вид ДУ которого [3]:

$$\begin{aligned} \frac{du_z}{dz} &= \frac{1}{c_{33}} \sigma_{zz} + im \frac{c_{13}}{c_{33}} u_x + in \frac{c_{13}}{c_{33}} u_y \\ \frac{d\sigma_{zz}}{dz} &= -\rho \omega^2 u_z + im \sigma_{xz} + in \sigma_{yz} \\ \frac{du_x}{dz} &= im u_z + \frac{1}{c_{44}} \sigma_{xz} + in \frac{e_{14}}{c_{44}} \varphi \\ \frac{d\sigma_{xz}}{dz} &= im \frac{c_{13}}{c_{33}} \sigma_{zz} + mn \left(c_{66} + c_{12} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} + \frac{e_{36}^2}{\varepsilon_{33}} \right) u_y + \\ &+ \left[-\rho \omega^2 + m^2 \left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} \right) + \left(c_{66} + \frac{e_{36}^2}{\varepsilon_{33}} \right) n^2 \right] u_x - in \frac{e_{36}}{\varepsilon_{33}} D_z \\ \frac{du_y}{dz} &= in u_z + \frac{1}{c_{44}} \sigma_{yz} + im \frac{e_{14}}{c_{44}} \varphi \\ \frac{d\sigma_{yz}}{dz} &= in \frac{c_{13}}{c_{33}} \sigma_{zz} + mn \left(c_{66} + c_{12} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} + \frac{e_{36}^2}{\varepsilon_{33}} \right) u_x + \left[-\rho \omega^2 + n^2 \left(c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}} \right) + \left(c_{66} + \frac{e_{36}^2}{\varepsilon_{33}} \right) m^2 \right] u_y - im \frac{e_{36}}{\varepsilon_{33}} D_z \\ \frac{d\varphi}{dz} &= -in \frac{e_{36}}{\varepsilon_{33}} u_x - im \frac{e_{36}}{\varepsilon_{33}} u_y - \frac{1}{\varepsilon_{33}} D_z \\ \frac{dD_z}{dz} &= -in \frac{e_{14}}{c_{44}} \sigma_{xz} + im \frac{e_{14}}{c_{44}} \sigma_{yz} - (m^2 + n^2) \left(\varepsilon_{11} + \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \right) \varphi \end{aligned} \quad (5)$$

Из этого получим следующую структуру матрицы коэффициентов (6):

$$B = \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & b_{15} & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & b_{26} & 0 & 0 \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & b_{37} & 0 \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & b_{45} & 0 & 0 & b_{48} \\ b_{26} & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{34} & b_{57} & 0 \\ 0 & b_{15} & b_{45} & 0 & b_{65} & 0 & 0 & b_{68} \\ 0 & 0 & b_{48} & 0 & b_{68} & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & 0 & 0 & b_{37} & 0 & b_{57} & b_{87} & 0 \end{bmatrix} \quad (6) \quad \begin{bmatrix} 0 & b_{12} & b_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{21} & 0 & 0 & b_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_{24} & 0 & 0 & b_{34} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{13} & b_{43} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{34} & b_{57} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{65} & 0 & 0 & b_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & b_{68} & 0 & 0 & b_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & b_{57} & b_{87} & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{W} = \begin{bmatrix} u_z \\ \sigma_{zz} \\ u_x \\ \sigma_{xz} \\ u_y \\ \sigma_{yz} \\ \varphi \\ D_z \end{bmatrix} \quad (7)$$

При распространении пьезоупругих волн в координатной плоскости xz ($n=0$) из (6) следуют структура матрицы коэффициентов (7).

Из структуры данной матрицы видно, что она разделяется на две независимые матрицы четвертого порядка. Первая описывает распространение связанных продольной и поперечной x -поляризованной упругих волн. Вторая – пьезоупругую поперечную y -поляризованную волну. Нижнюю матрицу в (7) обозначим матрицей \mathbf{G} с элементами g_{ij} :

$$G = \begin{bmatrix} 0 & g_{12} & g_{13} & 0 \\ g_{21} & 0 & 0 & g_{24} \\ g_{24} & 0 & 0 & g_{34} \\ 0 & g_{13} & g_{43} & 0 \end{bmatrix} \quad \bar{W} = \begin{bmatrix} u_y \\ \sigma_{yz} \\ \varphi \\ D_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

Где для кристаллов класса 422:

$$g_{12} = \frac{1}{c_{44}}; \quad g_{13} = im \frac{e_{14}}{c_{44}}; \quad g_{21} = -\rho\omega^2 + m^2 c_{66}; \quad b_{24} = 0; \quad g_{34} = -\frac{1}{\varepsilon_{33}}; \quad g_{43} = -m^2 \left(\varepsilon_{11} + \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \right);$$

$$\text{а для классов } \bar{4}2m: \quad g_{12} = \frac{1}{c_{44}}; \quad g_{13} = im \frac{e_{14}}{c_{44}}; \quad g_{21} = -\rho\omega^2 + \left(c_{66} + \frac{e_{36}^2}{\varepsilon_{33}} \right) m^2; \quad g_{24} = -im \frac{e_{36}}{\varepsilon_{33}};$$

$$g_{34} = -\frac{1}{\varepsilon_{33}}; \quad g_{43} = -m^2 \left(\varepsilon_{11} + \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \right);$$

На основе матрицы (8) определяется матрица \mathbf{R} которая имеет следующую структуру и элементы:

$$R = \begin{pmatrix} 0 & r_{12} & r_{13} & 0 \\ r_{21} & 0 & 0 & r_{24} \\ r_{24} & 0 & 0 & r_{34} \\ 0 & r_{13} & r_{43} & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

Элементы матрицы \mathbf{R} определяются соотношением:

$$r_{12} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(g_{12} - g_{34} \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \right); \quad r_{21} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(g_{21} - g_{43} \frac{\Delta_2}{\Delta_1} \right); \quad r_{13} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(g_{13} + g_{24} \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \right);$$

$$r_{24} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(g_{24} + g_{13} \frac{\Delta_2}{\Delta_1} \right); \quad r_{34} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(g_{34} + g_{12} \frac{\Delta_2}{\Delta_1} \right); \quad r_{43} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(g_{43} - g_{21} \frac{\Delta_1}{\Delta_2} \right).$$

Здесь $\Delta_1^2 = g_{12}g_{43} - g_{13}^2$, $\Delta_2^2 = g_{21}g_{34} - g_{24}^2$, кроме того $\Delta_1^2\Delta_2^2 = m^4\beta^2$.

Построение матрицы \mathbf{R} связано с решением задач отражения и преломления волн [4].

Условие существования волн Г-Б на основе метода матрицанта определяется системой уравнений (8) четвертого порядка в которую входят смещение и напряжение упругой поперечной волны и параметры квазистатического поля. Условия существования волн Г-Б должно удовлетворят равенству граничных условия на поверхности:

$$\sigma_{yz} = 0 \text{ и } \varphi = 0, \text{ т.е. } r_{21} = 0. \quad (10)$$

Рассмотрим подробно пример решения данной задачи для класса $\bar{4}2m$:

$$\Delta_1^2 \Delta_2^2 = m^4 \beta^2 = m^2 \frac{\partial_{11}}{c_{44}} \left(m^2 \frac{c_{66}}{\partial_{33}} - \frac{\rho \omega^2}{\partial_{33}} \right) \Rightarrow \frac{\partial_{11} c_{66}}{c_{44} \partial_{33}} - \frac{\partial_{11} \rho V^2}{\partial_{33} c_{44}} = \beta^2;$$

$$\frac{\Delta_2}{\Delta_1} = \sqrt{\frac{c_{44} (m^2 c_{66} - \rho \omega^2)}{m^2 \partial_{11} \partial_{33}}} \quad \frac{\Delta_2}{\Delta_1} = \sqrt{\frac{(c_{66} - \rho V^2)}{\partial_{11} \partial_{33}}}, \text{ где } V^2 = \frac{k^2}{m^2} \text{ скорость ПАВ.}$$

Из условия (10) следует:

$$r_{21} = \frac{1}{2i(k + \chi)} \left(g_{21} - g_{43} \frac{\Delta_2}{\Delta_1} \right) = \left(-\rho \omega^2 + \left(c_{66} + \frac{e_{36}^2}{\partial_{33}} \right) m^2 \right) - m^2 \left(\partial_{11} + \frac{e_{14}^2}{c_{44}} \right) \sqrt{\frac{(c_{66} - \rho V^2)}{\partial_{11} \partial_{33}}} = 0$$

Из которого получаем:

$$\frac{\partial_{11}^2}{c_{44}^2} \left(\frac{c_{44} c_{66}}{\partial_{11} \partial_{33}} - \frac{c_{44} \rho V^2}{\partial_{11} \partial_{33}} \right) = \frac{\partial_{11} c_{66}}{\partial_{33} c_{44}} - \frac{\partial_{11} \rho V^2}{\partial_{33} c_{44}};$$

$$(\beta^2 + \alpha^2) = \left(\frac{\partial_{11}}{\partial_{33}} + \frac{e_{14}^2}{\partial_{33} c_{44}} \right) \sqrt{\beta}, \quad \text{где } \alpha = \frac{\partial_{11} c_{66}}{\partial_{33} c_{44}}, \quad \beta = \frac{c_{44} (c_{66} - \rho V^2)}{\partial_{11} \partial_{33}}.$$

$$(\beta^2 - 2\gamma\beta + \alpha^2) = 0, \text{ где } 2\gamma = \frac{\partial_{11}}{\partial_{33}} + \frac{e_{14}^2}{\partial_{33} c_{44}}.$$

$$\text{Тогда } \beta_{1/2} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - 4\alpha^2}.$$

Здесь физический смысл имеет β_2 - коэффициент затухания характеризующий скорость распространения волны Г-Б. Для тетрагональной сингонии класса 422 коэффициент

$$\text{затухания } \beta_{422} = \frac{\partial_{11}}{\partial_{33}} + \frac{e_{14}^2}{\partial_{33} c_{44}}.$$

Этот результат можно сравнить с ранее полученными результатами для кубических 42 и гексагональных 6mm классов в [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Y.V. Gulyaev, Electroacoustic surface waves in solids // Soviet Physics Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters, 9: 1969. p. 37-38.
2. С.К. Тлеукунов “Метод матрицанта” Павлодар: НИЦ ПГУ им. С. Торайгырова, 2004г., 148 с.
3. С.К. Тлеукунов, Ш.Н. Рахимова “Уравнения индикатрис скоростей пьезоупругих волн в анизотропной среде тетрагональной сингонии класса 42m” Материалы междунар. науч. конф. “Первые Ержановские чтения” Т.3. Павлодар. 2004. сс.200-205.
4. S.K. Tleukenov, N.K. Zhakiyev, L.A. Yeltinova, Propagation of coupled waves of different nature in anisotropic continuous media: universal method for theoretical description //General Meeting of Asian Consortium on Computational Materials Science, Tohoku University, Sendai, Japan, 2012
5. М.К. Балакирев, И.А. Гишинский “Волны в пьезокристаллах”. Новосибирск: Наука, 1982 – 239 с.

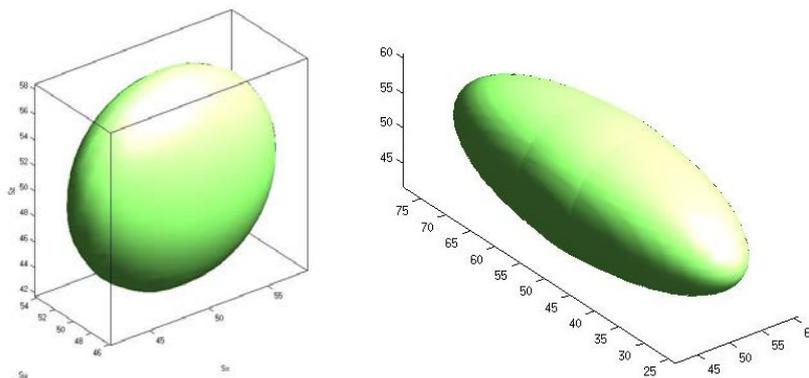


Рис. 1. Фурье-образ величины (слева) и прообраз в обычном пространстве (справа)

В [2] приведён способ расчёта структуры акустического поля в приближении заданной силы. Наглядно это решение можно представить как проецирование фурье-образа распределения силы на поверхность медленности. Так как поверхность медленности трёхполостная, каждая прямая пересекается с ней трижды. Распределение интенсивности фурье-гармоники между плоскими волнами, соответствующим этим пересечениям, находится из граничных условий и определяется взаимной ориентацией направления приложенной силы и поляризацией акустических мод. Такое проецирование выделяет часть поверхности медленности, соответствующее множеству волн. В общем случае этот участок искривлен, вектор нормали к его поверхности не совпадает с радиус-вектором. Основные черты распределения поля в обычном пространстве, соответствующие такому участку, можно найти с помощью следующих качественных рассуждений.

Если поле в среде представимо в виде суперпозиции плоских волн и с волной, имеющей волновой вектор \vec{k} , связана величина с комплексной амплитудой $Q_0(\vec{k})$, то пространственное распределение величины $Q(\vec{r})$ получается трёхмерным преобразованием Фурье

$$Q(\vec{r}) = \iiint d\vec{k} Q_0(\vec{k}) \exp\{i\vec{k}\vec{r}\} = \iiint d\vec{k} Q_0(\omega\vec{s}) \exp\{i\omega\vec{s}\vec{r}\}. \quad (4)$$

Как видно из Рис. 1, ограничение образа в фурье-пространстве вдоль некоторого направления приводит к растяжению прообраза в этом направлении в обычном пространстве. При достижении бесконечно малой толщины области в фурье-пространстве в обычном пространстве полностью теряется локализация в заданном направлении и возникает неограниченный пучок. По теореме о сдвиге смещение фрагмента в фурье-пространстве приводит к появлению гармонической внутренней структуры у пучка в обычном пространстве. Период и направление этой структуры зависят от вектора сдвига в фурье-пространстве.

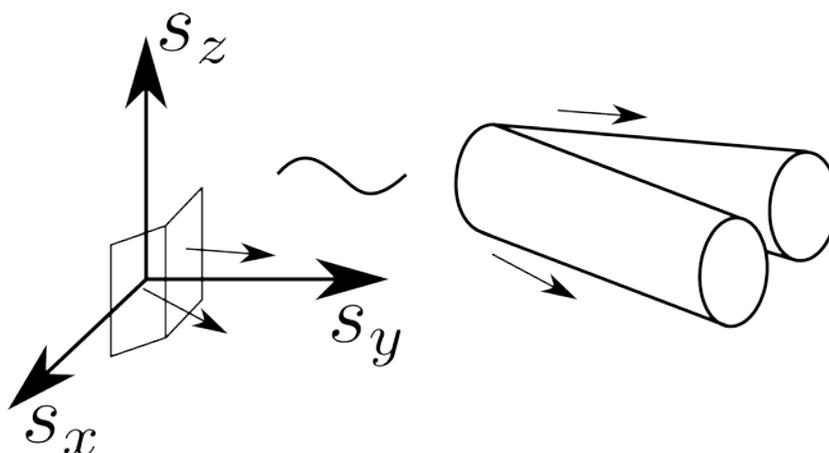


Рис. 2. Локализованные в фурье-пространстве бесконечно тонкие «лепестки» и соответствующие им пучки в обычном пространстве

Искривлённый участок плоскости в фурье-пространстве можно представить как два плоских участка, сходящихся под углом. Каждому из них соответствует пучок в обычном пространстве. Значит, надломленный участок соответствует двум пучкам, распространяющимся под углом друг к другу, как показано на Рис. 2. Непрерывный изгиб можно получить, увеличивая количество изломов. При этом будет увеличиваться количество пучков в обычном пространстве. В пределе непрерывно изогнутому участку в фурье-пространстве будет соответствовать расходящийся пучок в обычном пространстве. Следовательно, на качественном уровне может быть получена не только ортогональность вектора групповой скорости к поверхности медленности, но и пропорциональность её кривизны расходимости пучка в анизотропной среде, как следствие свойств преобразования Фурье.

Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 12-02-31036 мол_а, РФФИ 12-02-33122 мол_а_вед, РФФИ 12-02-01302-а, РФФИ 12-07-00633-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Auld, “Acoustic Fields and Waves in Solids” Robert Krieger, 1990.
2. D.J. Vezzetti // J. Acoust. Soc. Am. 1985. V. 78. No 3. P. 1103.

МЕТОД ОПТОАКУСТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ТЕПЛООВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПРИ ЛАЗЕРНОЙ ФОТОКОАГУЛЯЦИИ СЕТЧАТКИ

С.М. Шмелева¹, А.А. Карабутов², В.А. Симонова², А.П. Лыткин¹,
А.А. Карабутов³, А.В. Ларичев¹

¹ МГУ им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра медицинской физики,

² Институт проблем лазерных и информационных технологий РАН,

³ Международный учебно-научный лазерный центр (МЛЦ) МГУ им. М.В. Ломоносова
sveta@acs366.phys.msu.ru

Более чем 25-летний опыт использования лазерной фотокоагуляции показывает, что в настоящее время данный метод является наиболее эффективным в лечении ряда заболеваний сетчатки, таких как диабетическая ретинопатия, отслоение сетчатки, тромбоз ретинальных вен, старческая дегенерация макулы, глаукома [1-3]. Лечение основано на коротком, локальном нагреве тканей, приводящем к их денатурации. Степень коагуляции сетчатой оболочки в процессе нагрева в основном зависит от повышения температуры в результате поглощения лазерной энергии. Тем не менее, до сегодняшнего дня не существует надежного метода контроля температуры в процессе проведения операции. Размер дозы облучения оценивается лечащим врачом в зависимости от степени видимых беловатых повреждений сетчатки.

Он-лайн мониторинг температуры и дозы облучения в процессе фотокоагуляции, позволил бы существенным образом снизить количество послеоперационных осложнений, что представляет безусловный интерес с медицинской точки зрения [1-3]. Глобальной целью нашей работы являлась разработка методики, позволяющей осуществлять непрерывный контроль процесса нагрева сетчатой оболочки.

Известно, что в результате поглощения средой лазерного излучения происходит эффективная генерация акустической волны. Данное явление известно в физике как оптоакустический эффект. Амплитуда возникающей звуковой волны зависит от ряда параметров, в том числе от температуры среды. Суть метода состоит в определении температуры сетчатки по амплитуде давления регистрируемого акустического импульса.

На первом этапе работы было проведено моделирование процесса нагрева сетчатой оболочки глаза. Модель сетчатки, используемая при численном моделировании представлена на рис.1. Сетчатая оболочка состоит из трех слоев: стекловидного тела, пигментного эпителия сетчатки и хориоидеи. Кровоток внутри хориоидеи не учитывался в рамках данной модели в связи с тем, что эксперимент на последующем этапе работы планировалось провести на фантомах глазных тканей, в которых кровоток отсутствует. Лазерный луч представлялся в виде цилиндра радиуса $r_0 = 100$ μm и распространялся вдоль оси z . Теоретическое моделирование процесса

нагрева сетчатой оболочки глаза проводилось с помощью уравнения теплопроводности, которое вследствие аксиальной симметрии задачи было сведено от трехмерного к двумерному. Поглощение лазерного излучения происходило преимущественно внутри слоя пигментного эпителия сетчатки, толщина слоя составляла $6 \mu\text{м}$. В нем уравнение имело вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T + \frac{\alpha I_0 e^{-\alpha z}}{\rho C} \quad (1)$$

Здесь $\chi = 1.52 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ – коэффициент температуропроводности слоя биоткани, $\rho = 993 \text{ кг/м}^3$ – плотность биоткани, $\alpha = 900 \text{ см}^{-1}$ – коэффициент поглощения лазера в пигментном эпителии сетчатки при $\lambda = 527 \text{ нм}$, $C = 4180 \text{ Дж/(кг}^\circ\text{С)}$ удельная теплоемкость биоткани, T – изменение температуры по сравнению с ее начальным значением $T_0 = 36.6^\circ\text{С}$.

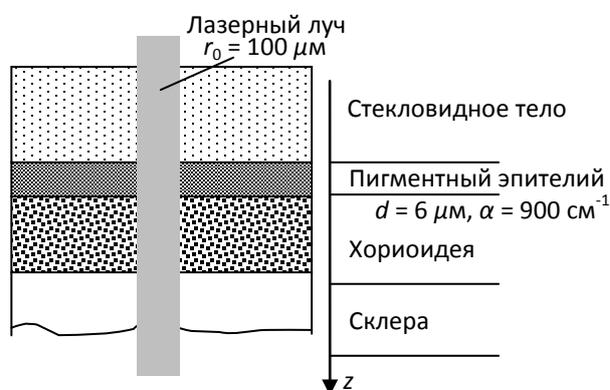


Рис.1. Модель сетчатой оболочки глаза.

Внутри стекловидного тела и хориоидеи коэффициент поглощения α считался равным нулю, а остальные теплофизические параметры ткани считались такими же, как для слоя пигментного эпителия сетчатки. Уравнение теплопроводности имело вид:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \chi \Delta T \quad (2)$$

При расчете использовалась явная двухшаговая схема второго порядка точности по времени и пространственным координатам. Шаг по времени составлял $0.01 \mu\text{с}$, пространственные шаги были выбраны $\Delta z = 0.12 \mu\text{м}$ и $\Delta r = 1.2 \mu\text{м}$. Расчет температурного поля в объеме ткани производился в узлах прямоугольной сетки размером $250 \mu\text{м}$ вдоль оси z и $250 \mu\text{м}$ вдоль оси r . При проведении расчетов задавалась излучаемая мощность и время излучения (экспозиция), по которым определялось температурное поле.

Для примера на рис.2 показаны результаты расчетов, полученные при мощности 100 мВт , что составляло 90 мВт на сетчатке и экспозиции $1, 10, 100 \mu\text{с}$. Вертикальная пунктирная линия на рис.2 соответствует границе лазерного пучка, горизонтальные линии обозначают слой пигментного эпителия сетчатки. Видно, что на временах порядка $1 \mu\text{с}$ слой пигментного эпителия равномерно прогрет по всей апертуре лазерного пучка, при временах больше $10 \mu\text{с}$ происходит интенсивное распространения тепла вдоль оси z в результате диффузии. При этом в направлении r диффузия также присутствует.

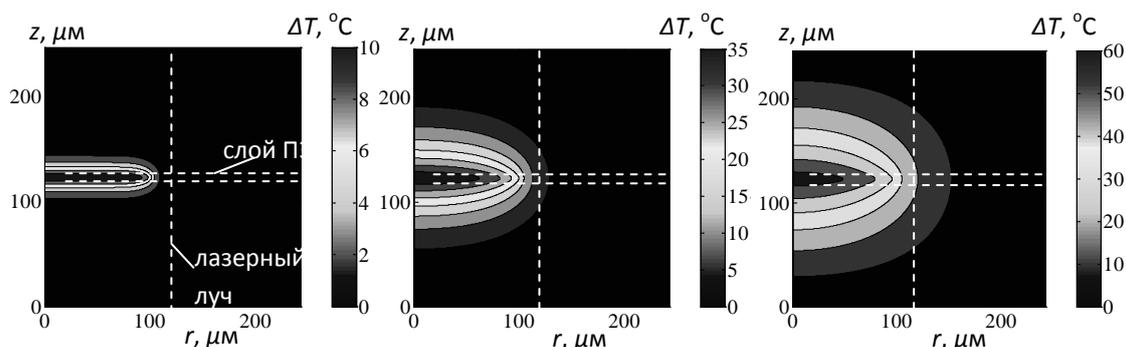


Рис.2. Результаты численного моделирования процесса нагрева фантома сетчатой оболочки глаза.

Результаты численных расчетов показали, что в процессе нагрева сетчатой оболочки глаза лазером, поглощение происходит преимущественно в слое пигментного эпителия. Данный слой равномерно прогревается в пределах лазерного луча за время порядка долей $\mu\text{с}$. В результате диффузии тепло постепенно распространяется в соседние слои хориоидеи и стекловидного тела.

Данная работа была выполнена при поддержке гранта МинОбрНауки в рамках соглашения № 8724 от 17 октября 2012 г, гранта РФФИ № 12-02-31388.

ЛИТЕРАТУРА

1. Larina, I.V., Larin, K., Esenaliev, R.O. Monitoring of tissue coagulation during thermotherapy using optoacoustic technique// Journal of Physics D:Appl. Phys. 2005, № 3. p. 2645-2653.
2. Kandulla, J., Elsner, H., Birngruber, R., Brinkmann, R. Noninvasive optoacoustic online retinal temperature determination during continuous-wave laser irradiation // Journal of biomedical optics 2006, №11(4). p. 041111.
3. Schuele, G., Elsner, H., Framme, C.; Roeder, J., Birngruber, R., Brinkmann, R. Optoacoustic real-time dosimetry for selective retina treatment. // Journal of biomedical optics. 2005, №10(6). p. 064022.

ИЗМЕРЕНИЕ СЛАБЫХ УДАРНЫХ ВОЛН В ВОЗДУХЕ ПРИ ПОМОЩИ ИНТЕРФЕРОМЕТРА МАХА-ЦЕНДЕРА

П.В. Юлдашев¹, М.М. Карзова², С. Оливьер³, Ф. Блан-Бенон³,
В.А. Хохлова²

¹Московский государственный университет, физический факультет, кафедра общей физики и физики конденсированного состояния, Россия, 119992, Москва, Ленинские горы. Тел.: (095) 939-2952; Факс: (095) 939-2952, E-mail: petr@acs366.phys.msu.ru

²Московский государственный университет, физический факультет, кафедра акустики, Россия, 119992, Москва, Ленинские горы. Тел.: (095) 939-2952; Факс: (095) 939-2952, E-mail: masha@acs366.phys.msu.ru

³Департамент Механики Жидкостей, Акустики и Энергетики, Высшая Инженерная Школа Лиона, 36, Ги де Коллонг, 69134 Экулли, Франция, E-mail: Philippe.Blan-Benon@ec-lyon.fr

В экспериментальной аэроакустике часто имеют дело с широкополосными акустическими импульсами большой амплитуды до нескольких тысяч Па. Так, например, ударные импульсы, генерируемые искровым источником, используются в лабораторных исследованиях, посвященных проблеме прохождения ударной волны от сверхзвукового самолета через приземный турбулентный слой атмосферы (звуковой удар) [1]. Широкополосные импульсы, создаваемые при фокусировке мощного лазерного излучения, применяются в архитектурной акустике при работе на миниатюризованных моделях улиц, залов и т.п. [2]. Во многих случаях амплитуда источника оказывается достаточной для того, чтобы за счет эффектов акустической нелинейности в волне сформировался ударный фронт [3].

Для измерения таких акустических импульсов в большинстве случаев используются широкополосные конденсаторные микрофоны. Примером может служить микрофон Briel & Kjaer 4138 1/8", обладающий наиболее широкополосным откликом из всех представленных В&К микрофонов и их аналогов. Основная проблема при проведении измерений данными микрофонами заключается в ограниченности их частотного отклика. Так, микрофон 4138 1/8" имеет резонанс в области 140-160 кГц и соответствующий спад отклика на высоких частотах. В задачах, где важно измерить характеристики ударного фронта, его структура оказывается заведомо сглаженной. Например, при амплитуде волны около 1000 Па ширина фронта составляет около 0.1-0.2 мкс, в то время как микрофон способен разрешать фронты с шириной не менее 2.5-3 мкс [3]. Кроме того, резонансный характер отклика микрофона приводит к появлению осцилляций на соответствующей частоте и затрудняет анализ сигналов.

Корректировка измеренных импульсов может быть проведена при помощи деконволюции, однако для этого необходимо знать АЧХ и ФЧХ микрофона. Производитель, как правило, предоставляет только АЧХ.

Таким образом, из вышеизложенного вытекает задача о калибровке широкополосных конденсаторных микрофонов и определения их полного частотного отклика. Данная задача может быть решена путем независимого измерения широкополосных акустических импульсов каким-либо альтернативным методом, обеспечивающим значительно более широкую полосу частот, чем тестируемый микрофон. Сравнение спектров двух сигналов, полученных с микрофона и в контрольном измерении, позволит найти частотный отклик.

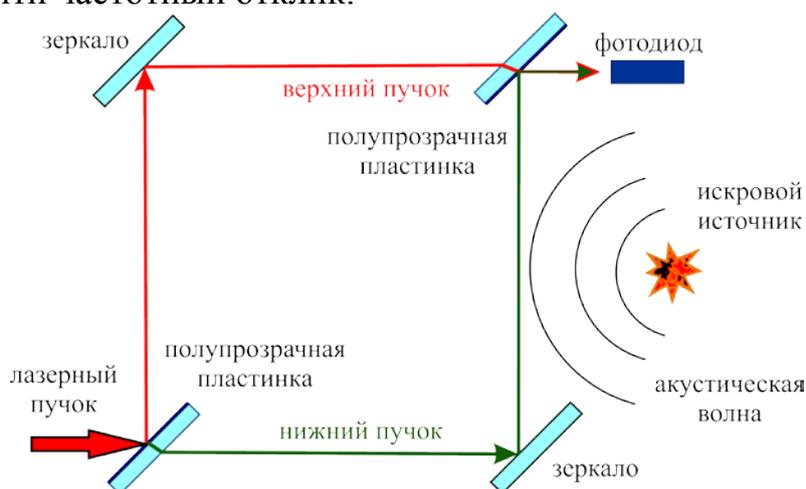


Рис. 1. Схема интерферометра Маха-Цендера.

Независимые измерения импульсов достаточно большой амплитуды могут быть выполнены при помощи оптических методов [4]. Так, для визуализации ударного фронта и измерения его ширины был использован оптический теневой метод [3]. Однако этот метод не обеспечивает достаточную чувствительность для наблюдения плавных участков профиля импульса. Более чувствительный шпирен-метод позволяет восстанавливать полный профиль волны, но при этом временное разрешение метода зависит от разрешения дорогостоящих высокоскоростных камер [5]. Более чувствительными и не требующими дорогостоящих датчиков являются интерференционные методы. Они часто применяются для исследования быстропротекающих процессов в физике плазмы и взрыва [6].

В работе [7] были представлены экспериментальные данные измерений акустических импульсов при помощи интерферометра Маха-Цендера. Однако вопрос о восстановлении акустического профиля по оптическому сигналу не был проработан. В работе авторов [8] был проведен теоретический анализ процедуры восстановления профиля сферической волны. Анализ показал, что профиль ударных импульсов длительностью 50 мкс и амплитудой 100-1000 Па, которые характерны для искрового источника, восстанавливается с временным разрешением менее 1 мкс при ширине лазерного пучка около 100 мкм. Стоит отметить, что только наличие простой симметрии волнового фронта (сферической)

позволяет восстановить исходный профиль путем применения обратного преобразования Абеля [9].

В настоящей работе представлена экспериментальная установка, предназначенная для измерения акустических импульсов с помощью интерферометра Маха-Цендера. Схема установки показана на рис.1. Интерферометр смонтирован на виброзащитном оптическом столе и состоит из источника непрерывного лазерного излучения ($\lambda = 632$ нм He-Ne, 10 мВт), двух полупрозрачных пластинок и двух зеркал, расположенных под углом 45° к пучку. Для уменьшения сечения пучка в месте его взаимодействия с акустической волной использовались собирающие линзы, не показанные на схеме. Интерферометр работает в полосах бесконечной ширины, поэтому для регистрации сигналов используются фотодиоды. Фотодиод совместно с усиливающей электроникой обеспечивает линейную пропорциональность выходного сигнала световому потоку и широкополосный отклик от 0 до 10 МГц. Интерферометр дополнительно стабилизирован на низких частотах (0-10 Гц) путем управления положением одного из зеркал, смонтированного на пьезоэлектрическом устройстве, сигналом отрицательной обратной связи.

Измерения выполняются следующим образом. В отсутствие акустической волны интерферометр стабилизируется так, что выходной сигнал равен сумме интенсивностей верхнего и нижнего пучков: $I = I_1 + I_2$. При прохождении акустической волны через один из пучков вносится дополнительная фаза φ и интенсивность света на фотодиоде изменяется согласно формуле:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \sin \varphi. \quad (1)$$

В первом приближении фаза φ связана с возмущением показателя преломления воздуха n прямым преобразованием Абеля:

$$\varphi(R) = \frac{4\pi}{\lambda} \int_r^\infty \frac{n(r) r dr}{\sqrt{r^2 - R^2}}. \quad (2)$$

Восстанавливая фазу из оптического сигнала (1) и применяя обратное преобразование по отношению к преобразованию (2) восстанавливается возмущение показателя преломления. Акустическое давление вычисляется при помощи соотношения Глэдстона [10]: $p = n(c_0)^2/G$, где c_0 – скорость звука и $G = 0.000226$ м³/кг - константа Глэдстона при $\lambda = 632$ нм.

Пример измеренного профиля акустического импульса представлен на рис. 2. Данный профиль получен на расстоянии 15 см от искрового источника с зазором между электродами 2 см. Видно, что все детали импульса – передний и задний фронты, а также плавный переход между ними, хорошо отражены в измеренном сигнале. Ширина переднего ударного фронта составляет 0.4 мкс. Таким образом, временное разрешение представленного метода более чем в 5 раз превосходит

разрешение наилучших конденсаторных микрофонов. Кроме того, сигнал измеряется непосредственно в акустических единицах – Па, без проведения каких-либо дополнительных калибровок. Измерения на разных расстояниях от источника показали, что интерферометр хорошо работает в широком диапазоне амплитуд импульсов от 50 до 5000 Па. Таким образом, характеристики представленной экспериментальной установки позволяют использовать ее для проведения независимых измерений импульсов и выполнения калибровки стандартных микрофонов.

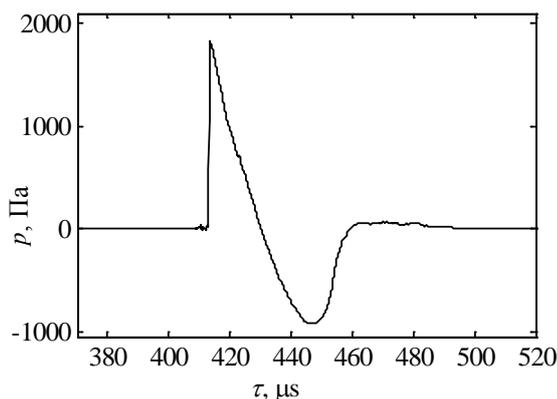


Рис. 2. Пример акустического импульса, измеренного на расстоянии 15 см от искрового источника.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Averiyarov, S. Ollivier, V. Khokhlova and P. Blanc-Benon. // J. Acoust. Soc. Am. 130 (6), 2011, P. 3595-3607.
2. J.G. Bolanos, V. Pulkki, P. Karppinen and E. Hæggstrom // J. Acoust. Soc. Am. 133 (4), 2013, EL221-EL227.
3. P. Yuldashev, S. Ollivier, M. Averiyarov, O. Sapozhnikov, V. Khokhlova, and P. Blanc-Benon // J. Acoust. Soc. Am., 2010, V. 128(6), P. 3321-3333.
4. G. S. Settles // Springer-Verlag, Heidelberg, 2001.
5. M. Karzova, E. Salze, S. Ollivier, T. Castelain, B. Andre, P. Yuldashev, V. Khokhlova, O. Sapozhnikov, P. Blanc-Benon // Proc. of the Acoustics 2012 Conference (Nantes, France), P. 1111-1115.
6. В.Ф. Клишкин, А.Н. Папырин, Р.И. Солоухин // Новосибирск, «Наука», 1980.
7. Smeets G. // J. Acoust. Soc. Am. 1977. Vol. 61, no. 3. P. 872–875.
8. P. Yuldashev, M. Averiyarov, V. Khokhlova, O. Sapozhnikov, S. Ollivier, P. Blanc-Benon // 10ème Congrès Français d'Acoustique, 12-16 avril 2010, Lyon, CD-ROM.
9. R. Alvarez, A. Rodero, M.C. Quintero // Spectrochimica Acta Part B, 2002. V. 57. P. 1665-1680.
10. W. Merzkirch // Academic Press, New York and London, 1974.

АКУСТОПТИЧЕСКИЙ ФИЛЬТР ДЛЯ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ В УЛЬТРАФИОЛЕТОВОМ ДИАПАЗОНЕ СПЕКТРА ЭЛЕКТРОМАГНИННЫХ ВОЛН

Т.В. Юхневич, В.Б. Волошинов

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Физический факультет, кафедра физики колебаний*

yukhnevich@physics.msu.ru

Эффект дифракции света на фазовой дифракционной решетке, созданной акустической волной в кристалле, в настоящее время широко используется для работы со световыми сигналами. Приборы, основанные на явлении дифракции, позволяют изменять фазу, амплитуду, поляризацию и частоту электромагнитных волн. Основная особенность акустооптических (АО) устройств управления потоками света заключается в том, что данные приборы работают в реальном режиме времени и допускают электронную перестройку большинства своих параметров. Быстродействие АО устройств определяется скоростью распространения акустических волн в среде [1].

К настоящему времени в литературе описано большое число АО приборов, различающихся назначением, конструкцией и принципом действия. Такие устройства применяются в современной оптике, спектроскопии, оптоэлектронике и лазерной технике. Данные приборы обладают широкими функциональными возможностями, простой конструкцией, надежностью и компактностью. Особое место среди всех АО устройств занимают акустооптические фильтры. Данные фильтры можно разделить на два класса. Первый класс - это фильтры высокого спектрального разрешения с коллинеарной и квазиколлинеарной геометрией АО взаимодействия [2], работающие с коллимированным световыми пучками. Второй класс – широкоапертурные АО фильтры, позволяющие работать как с расходящимися, так и сходящимися световыми потоками. С помощью таких фильтров удается обрабатывать оптические изображения [3].

Широкоапертурные АО фильтры занимают особое место среди акустооптических приборов. При помощи данных устройств может быть осуществлена пространственная фильтрация оптических пучков, формирующих изображение в монохроматическом свете. Также такие фильтры позволяют проводить спектральный анализ изображений различных объектов в немонахроматическом свете [3].

АО фильтры изображений, работающие в видимом и ближнем инфракрасном диапазоне, достаточно подробно исследованы [4]. Данные устройства, например, на основе одноосного кристалла парателлуриата,

выпускаются промышленностью и в настоящий момент используются во многих сложных оптических системах. Однако существует проблема АО обработки изображений или спектральных линий в ближнем ультрафиолетовом диапазоне. К таким задачам, например, относится исследование спектрального состава атмосферы земли. Как известно, большой интерес для экологии и физики атмосферы представляет изучение состояние озона, край полосы поглощения которого лежит в ближнем ультрафиолетовом диапазоне. К сожалению, широко применяемый в акустооптике и спектроскопии кристалл TeO_2 не прозрачен на длинах волн меньших 350 нм. Более того, в настоящее время на мировом рынке АО приборов не существует акустооптических устройств для обработки сигналов и изображений в ультрафиолетовом диапазоне.

Анализ научной литературы показывает, что список работ по акустооптической обработке изображений в ультрафиолетовом диапазоне крайне ограничен [5-7]. Оказалось, что наиболее интересным для подобных применений в АО фильтрах является кристалл KDP, с помощью которого удалось осуществить фильтрацию изображений ультрафиолетового диапазона. К сожалению, результаты исследования подобных устройств показали, что характеристики фильтров на кристалле KDP существенно уступают характеристикам приборов на кристалле парателлурита. Оказалось, что главный недостаток кристалла KDP заключается в его низком акустооптическом качестве [1]. Из-за малой АО эффективности к кристаллу приходится прикладывать большие управляющие мощности, что приводит к разогреву материала и к некоторым другим негативным эффектам. Таким образом, определение коэффициента акустооптического качества кристалла и отыскание геометрии АО взаимодействия с высокой эффективностью дифракции является важной и актуальной задачей современной акустооптики. Данный доклад посвящен экспериментальному и теоретическому исследованию АО эффективности кристалла KDP в ультрафиолетовом диапазоне.

При создании перестраиваемого акустооптического фильтра для анализа изображений в ультрафиолетовом диапазоне было обнаружено, что эффективность дифракции линейно возрастает с интенсивностью звука только при величине мощности акустической волны не выше 2.0 Вт. На рисунке показана экспериментально измеренная зависимость интенсивности дифрагированного света в фильтре на кристалле KDP от мощности управляющего электрического сигнала. График получен с учетом потерь электрической мощности в системе электрического согласования пьезоэлектрического преобразователя и генератора управляющего сигнала. Из рисунка видно, что при мощности свыше 2.0 Вт наблюдается эффект «насыщения», когда эффективность дифракции перестает возрастать с ростом интенсивности звука.

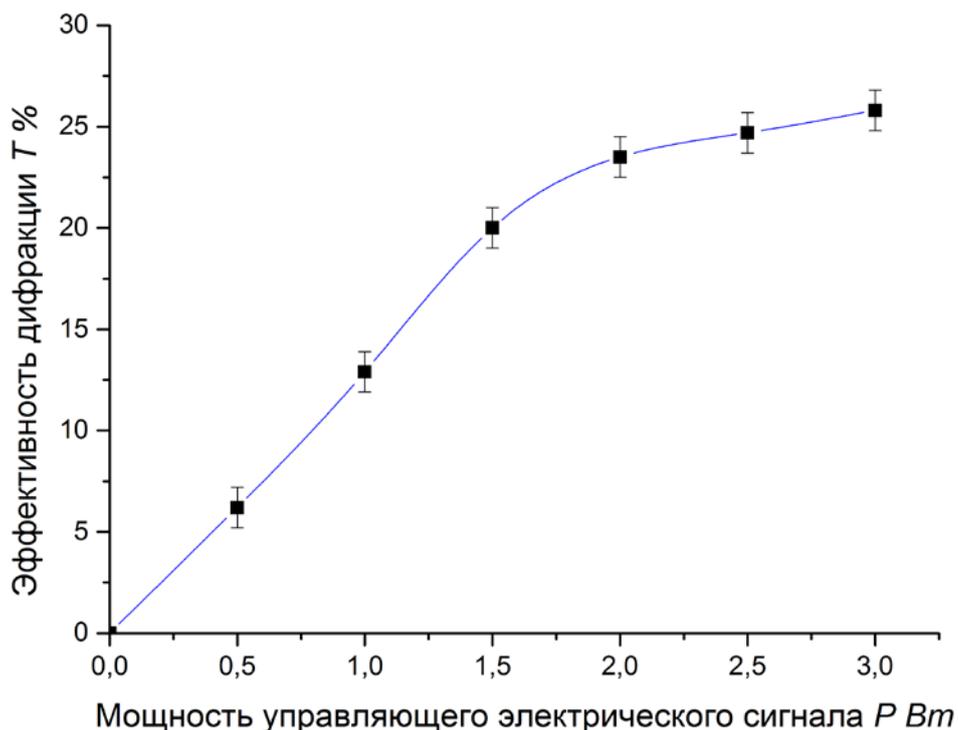


Рис.1 Зависимость эффективности дифракции от электрической мощности управляющего сигнала, приложенного к пьезопреобразователю

В линейном режиме работы фильтра на длине волны $\lambda = 350$ нм и при управляющей электрической мощности 1.0 Вт обеспечивался коэффициент пропускания фильтра равный 13%. При известной длине преобразователя $l_p = 2.75$ см и его ширине $d = 0.6$ см для фильтра на кристалле KDP с углом среза $\alpha = 9^\circ$ по формуле

$$T = \sin^2 \frac{\pi d}{\lambda} \sqrt{\frac{M_2 P}{2ld}} * 100\% \quad (1)$$

было рассчитано значение коэффициента $M_2 = 0.7 * 10^{-18} \pm 0.1 * 10^{-18}$ с³/г. При расчете учитывалась эффективная длина АО взаимодействия, равная $l = l_p \cos \psi / \cos(\psi - \theta)$. Для использованной геометрии широкоапертурной дифракции в кристалле KDP угол Брэгга был равен $\theta = 8.5^\circ$, а угол между фазовой и групповой скоростью звука составил величину $\psi = 9.5^\circ$. Принимая во внимание, что показатели преломления кристалла KDP для выбранной геометрии АО взаимодействия равны $n_o = 1.5345$, $n_i = 1.5302$, скорость звука $V = 167029$ см/сек и плотность материала $\rho = 2.34$ г/см³, была определена величина эффективной фотоупругой константы $p_{eff} = 0.024 \pm 0.003$.

В работах [5,6] показано, что эффективная фотоупругая константа для выбранной геометрии АО взаимодействия равна

$$p_{eff} = p_{66} \cos \alpha \cos(\theta + \alpha) + p_{44} \sin \alpha \sin(\theta + \alpha). \quad (2)$$

Учитывая, что $\cos \alpha \gg \sin \alpha$ для малых α , можно сделать вывод, что основной вклад в эффективную фотоупругую константу вносит первое слагаемое в соотношении (2). На основе этого заключения был сделан принципиальный вывод, что фотоупругая константа в кристалле KDP $p_{66} \approx 0.024 \pm 0.003$. Следует отметить, что в литературе приводятся следующие противоречащие друг другу значения данной константы $p_{66} = 0.058; -0.064$ и 0.028 [9]. Непосредственное сравнение с экспериментальным результатом, полученным в данной работе $p_{66} = 0.024 \pm 0.003$, говорит о том, что из предложенных в литературе достоверным является лишь значение $p_{66} = 0.028$.

Таким образом, в результате проведенного исследования было показано, что эффективная фотоупругая константа в кристалле KDP мала и по абсолютной величине отличается от данных, известных из литературы. Именно малость фотоупругой константы кристалла KDP объясняет низкую акустооптическую эффективность использованного среза кристалла и высокие управляющие мощности в акустооптическом фильтре. Это говорит о том, что необходима оптимизация геометрии взаимодействия света и звука в кристалле KDP и поиск рабочих срезов с более высокой АО эффективностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков, “Физические основы акустооптики”, М.: Радио и связь, 1985.
2. В.Я. Молчанов, В.Б. Волошинов, О.Ю. Макаров // Квантовая электроника. 2009. Т.39. № 4. С. 353-360.
3. V.V. Voloshinov, V. Ya. Molchanov, J.C. Mosquera // Optics and Laser Technology, Vol. 28, №2, P. 119-127.
4. С.В. Анчуткин, А.Б. Бельский, В.Б. Волошинов, К.Б. Юшков, // Прикладная физика, №1, С. 31-36, 2010.
5. N. Gupta, V. Volishinov // Applied Optics, Vol 43, № 13, P. 2752-2759, 2004.
6. V. Voloshinov, N. Gupta // Applied Optics, Vol 43, № 19, P 3901-3909, 2004.
7. V. Voloshinov, K. Yushkov // Optical Engineering, Vol 47, № 7, P. 073201 2008.
8. Акустические кристаллы. Справочник/ А.А. Блистанов, В.С Бондаренко, В.В. Чкалова и др; под ред. М.П. Шаскольской. – М.:Наука. 1982.