

СЕКЦИЯ 5. НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Показатели Ляпунова для пространственно-распределенных систем <i>К.Н. Алексеев, А.Г. Баланов, В.А. Максименко, О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов.....</i>	<i>3</i>
Устойчивость стационарного состояния сильносвязанной полупроводниковой сверхрешетки <i>К.Н. Алексеев, А.Г. Баланов, А.Е. Храмов, А.А. Короновский, В.А.Максименко, О.И. Москаленко</i>	<i>5</i>
Численное моделирование влияния инъекции бигармонического излучения на режим пассивной синхронизации мод полупроводникового лазера <i>Р.М. Архипов, М. Раджюнас, А.Г. Владимиров</i>	<i>9</i>
Исследование синхронизации в системе регуляции артериального давления с запаздывающей обратной связью <i>О.В. Астахов, А.С. Караваев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров, В.В. Астахов</i>	<i>13</i>
Диссипативные солитоны в нейронных сетях с локальными повреждениями <i>А.Н. Бугай</i>	<i>15</i>
Переमेжаемость типа I с шумом и перемежаемость игольного ушка в пространственно-распределенных системах <i>Д.И. Данилов, А.А.Короновский</i>	<i>17</i>
Динамика автономного кольцевого генератора из однонаправленно связанных осцилляторов Тоды <i>А.А. Дворак, В.В. Астахов, Н.В. Станкевич</i>	<i>20</i>
Перемежающееся поведение на границе фазовой синхронизации в присутствии шума <i>М.О. Журавлев, О.И. Москаленко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов.....</i>	<i>23</i>
Возникновение сжатого состояния пучка в низковольтной системе с дополнительным торможением <i>Е.Н. Егоров, А.Е. Храмов.....</i>	<i>25</i>
Динамика предельно коротких импульсов в волноводных металлических углеродных нанотрубках <i>Н.Н. Конобеева, М.Б. Белоненко</i>	<i>29</i>

Выбор параметров метода причинности по Грейнджеру для колебательных систем с выраженным временным масштабом	
<i>М.В. Корнилов, Т.М. Голова, И.В. Сысоев</i>	31
Модель инжекционного лазера с учётом инерционности процесса диффузии носителей	
<i>Ю.И. Кузнецов, А.Г. Ржанов</i>	34
Цифровая система передачи информации на базе хаотического генератора с запаздыванием	
<i>Д.Д. Кульминский, А.С. Караваев, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохоров</i>	37
Влияние внешнего резонатора на динамику доменов в полупроводниковой сверхрешетке	
<i>В.В. Макаров, С.А. Куркин, А.А. Короновский, К.Н. Алексеев, А.Е. Храмов, А.Г. Баланов</i>	39
Влияние измерительного шума на определение связанности методом нелинейной причинности по Грейнджеру для систем с разным типом аттрактора	
<i>Ф.Б. Парамонов, И.В. Сысоев</i>	42
Метод расчет спектра показателей Ляпунова для пучково-плазменных систем, описываемых методом крупных частиц	
<i>Н.С. Фролов, В.А. Максименко, А.А. Короновский, А.Е. Храмов</i>	46
Режимы взаимодействия ансамбля автогенераторов и двумерного волнового поля	
<i>С.П. Чернявский</i>	49
Хаос и солитоны в ферромагнитных структурах	
<i>Ю.П. Шараевский</i>	52
Формирование щелевых солитонов в ограниченном магнитном кристалле	
<i>С.Е. Шешукова, М.А. Морозова, Е.Н. Бегинин, Ю.П. Шараевский, С.А. Никитов</i>	54
Локальные показатели Ляпунова вблизи границ установления синхронных режимов	
<i>С.А. Шурыгина, А.А. Короновский, М.К. Куровская, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов</i> ..	57

ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ

К.Н. Алексеев¹, А.Г. Баланов^{1,2},
В.А. Максименко^{2,3}, О.И. Москаленко^{2,3}, А.А. Короновский^{2,3},
А.Е. Храмов^{2,3}

¹*Loughborough University, United Kingdom, Loughborough, LE11 3TU*

²*ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского»*

³*ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени
Гагарина Ю.А.»*

alexey.koronovskii@gmail.com

Известно, что показатели Ляпунова представляют собой мощный инструмент для анализа сложной динамики нелинейных систем. Одним из наиболее значимых приложений показателей Ляпунова является их использование для введения количественной характеристики сложных режимов и обнаружения качественных изменений в динамике систем при варьировании управляющих параметров [1–4]. С помощью показателей Ляпунова диагностируют переход к режиму хаотической фазовой синхронизации, установление режима обобщенной хаотической синхронизации, индуцированной шумом синхронизации и т.п.

Очевидно, что инструментарий показателей Ляпунова целесообразно использовать и для анализа динамики более сложных систем, а именно, систем с бесконечномерным фазовым пространством. Однако напрямую вычислить показатели Ляпунова для таких систем, используя алгоритмы, разработанные и апробированные для систем с малым числом степеней свободы, оказывается проблематично.

В то же самое время, распределенные системы являются весьма распространенным классом моделей реальных физических систем – в частности, систем электронной природы, в том числе, приборов и устройств электроники сверхвысоких частот и радиофизики, таких, как лампа обратной волны, виркаторы, клистронные автогенераторы, гироскопы [5–6]. Иными словами, при изучении пространственно-распределенных систем возникает проблема расчета характеристик, аналогичных спектру ляпуновских показателей для динамических систем с малым числом степеней свободы. Например, такие задачи возникают при исследовании обобщенной хаотической синхронизации, синхронизации, индуцированной шумом и др. Пространственно-распределенные системы представляют большой интерес также и с фундаментальной точки зрения. Очевидно, что для пространственно-распределенных систем, характеризующихся бесконечным числом пространственных ляпуновских экспонент, возникает необходимость определения нескольких (старших) пространственных ляпуновских экспонент.

В настоящей работе рассматривается вопрос о расчете спектра пространственных показателей Ляпунова для ряда систем с бесконечномерным фазовым пространством: эталонной пространственно-распределенной системы СВЧ-электроники – диода Пирса и полупроводниковой сверхрешетки. Наряду с автономными динамическими системами рассматриваются вопросы о расчете показателей Ляпунова для взаимодействующих систем, связанных как однонаправлено, так и взаимно.

В основу метода расчета спектра показателей Ляпунова положено понятие опорного состояния рассматриваемой пространственно-распределенной динамической системы, введение в рассмотрение малых возмущений опорного состояния и рассмотрение их эволюции с течением времени с последующими процедурами нормировки и ортогонализации.

В работе рассматривается также сопоставление результатов расчета спектра показателей Ляпунова при численном моделировании поведения пространственно-распределенных систем с результатами аналитического рассмотрения, что возможно сделать в случае стационарного во времени опорного состояния. Показано, что полученные значения спектра показателей Ляпунова соответствуют значениям инкремента нарастания/затухания пространственно-временных мод рассматриваемой системы. Рассматриваются также вопросы, связанные с тем, какие величины должны быть включены в опорное состояние для корректного расчета спектра показателей Ляпунова.

Исследование выполнено при поддержке Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых российских ученых – кандидатов наук (МК-672.2012,2) и ведущих научных школ (НШ-1430.2012.2), Минобрнауки РФ (соглашения №№ 14.В37.21.0059, 14.В37.21.1289), Государственного задания Минобрнауки России высшим учебным заведениям на 2013 и плановый период 2014 и 2015 гг. в части проведения НИР и РФФИ (проекты № 12-02-00221, 12-02-33071).

ЛИТЕРАТУРА

1. Kuznetsov S.P. // Phys. Rev. Lett. 2005. Vol. 95. 144101.
2. Pyragas K. // Phys. Rev. E. 1996. Vol. 54. R4508.
3. Rosenblum M.G., Pikovsky A.S., and Kurths J. // Phys. Rev. Lett. 1997. Vol. 78. No 22. 4193.
4. Politi A. et al. // Physica D. 2006. Vol. 224. P. 90
5. Nusinovich G.S., Vlasov A.N., and Antonsen T.M. // Phys.Rev.Lett. 2001. Vol. 87. 218301
6. Dmitriev B.S. et al. // Physical Review Letters. 2009. Vol. 102. 074101

УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЦИОНАРНОГО СОСТОЯНИЯ СИЛЬНОСВЯЗАННОЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКИ

К.Н. Алексеев¹, А.Г. Баланов^{1,2},
А.Е. Храмов^{2,3}, А.А. Короновский^{2,3}, В.А.Максименко^{2,3},
О.И. Москаленко^{2,3}

¹Loughborough University, United Kingdom, Loughborough, LE11 3TU
²ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени Н.Г.
Чернышевского»,

410012, Астраханская, 83, Саратов, Россия

³ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени
Гагарина Ю. А.»,
410054, Политехническая, 77, Саратов, Россия
maximenkov1@gmail.com

Полупроводниковые сверхрешетки были предложены в 1969 году Л. Эсаки и Р. Тсу [1] в качестве объекта для изучения квантово-механических явлений. Они представляют собой структуры, состоящие из чередующихся тонких (порядка 10 нм) слоев различных полупроводниковых материалов. В настоящее время интерес к сверхрешеткам связан с возможностью их использования для создания приборов, работающих в режиме генерации сигналов сверхвысоких частот [2]. Известно, что при приложении разности потенциалов, превышающей некоторое критическое значение, в сверхрешетке возникает генерация колебаний тока. При этом важными задачами являются анализ устойчивости стационарного распределения электрического поля и нахождение критического значения напряжения, необходимого для возникновения колебаний. Подобные исследования были проведены для диода Ганна [3]. Другой важной задачей является анализ характеристик колебательных режимов, таких как частота и амплитуда колебаний. В настоящей работе данные проблемы обсуждаются в рамках аналитической теории устойчивости стационарного состояния полупроводниковой сверхрешетки.

Динамика электронного транспорта в полупроводниковой сверхрешетке без учета диффузии может быть описана при помощи самосогласованной системы уравнений, включающей уравнение непрерывности и уравнение Пуассона

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} (nv_d(F)), \quad \frac{\partial F}{\partial x} = v(n-1). \quad (1)$$

Система уравнений (1) записана относительно безразмерных величин, которые связаны с размерными через следующие соотношения:

$$x = x'/L', \quad t = t'/\tau', \quad n = n'/n'_d, \quad F = F'/F'_c, \quad F'_c = \hbar/(ed'\tau'), \quad (2)$$

$$\mathfrak{G}'_0 = \delta\Delta'd'/(2\hbar), \quad \beta = \mathfrak{G}'_0\tau'/L', \quad v = eL'n'_d/(F'_c\varepsilon_r\varepsilon_0),$$

где $d'=8.3$ нм – период сверхрешетки, $L'=115.2$ нм – ее длина, $n'_d=3 \times 10^{22}$ м³ – равновесная концентрация электронов, $e>0$ – заряд электрона, ε_0 и $\varepsilon_r=12.5$ – электрическая постоянная и относительная диэлектрическая проницаемость материала соответственно. Параметры $\tau'=250$ фс, $\delta=1/8.5$ характеризуют рассеяние электронов, $\beta=0.03074$, $\nu=15.769$. Размерные значения параметров соответствуют полупроводниковым сверхрешеткам, использованным ранее в экспериментальных работах [4].

Зависимость $v_d(F)$ характеризующая скорость электрона в электрическом поле, для случая низких температур и отсутствия магнитного поля может быть получена аналитически в рамках полуклассического подхода [1]

$$v_d(F) = \frac{F}{1 + F^2}. \quad (3)$$

Для проведения анализа устойчивости введем в рассмотрение малые возмущения $\tilde{F}(x,t)$, $\tilde{n}(x,t)$, эволюция которых будет описываться линеаризованными уравнениями системы (1)

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} = -\beta \frac{\partial}{\partial x} ((n_0 + \tilde{n})(v_d(F_0) + v'_d(F_0)F')), \quad \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x} = \nu \tilde{n}. \quad (4)$$

Выполняя подстановку $\tilde{n}(x,t) = \tilde{n}(x)e^{\sigma t}$, $\tilde{F}(x,t) = \tilde{F}(x)e^{\sigma t}$, где $\sigma = \lambda - i\omega$, из первого уравнения системы (4) можно получить

$$v_d(F_0) \frac{d^2 \tilde{F}}{dx^2} + \left(\frac{\sigma}{\beta} + v'_d(F_0) \frac{dF_0}{dx} + \nu n_0 v'_d(F_0) \right) \frac{d\tilde{F}}{dx} + \left(\nu \frac{dn_0}{dx} v'_d(F_0) + \nu n_0 v'_d(F_0) + \nu n_0 v''_d(F_0) \right) \tilde{F} = 0 \quad (5)$$

В данном случае зависимость $v_d(F_0)$ задается соотношением (3), а выражение, описывающее распределение электрического поля $F_0(x)$ для заданного напряжения U_{SL} , было ранее получено аналитически в работе [4]. Таким образом, интегрируя выражение (5), можно получить пространственное распределение возмущения электрического поля $\tilde{F}(x,t)$, характеризующееся коэффициентом нарастания/затухания σ . Отметим, что падение напряжения на сверхрешетке поддерживается постоянным, следовательно, в системе могут существовать только возмущения электрического поля для которых

$$\tilde{U}_{SL} = \int_0^1 \tilde{F}(x) dx = 0 \quad (6)$$

В момент, когда стационарное состояние становится неустойчивым, в системе появляется возмущение, коэффициент нарастания λ которого становится положительным. Следовательно, непосредственно в момент бифуркации, $\lambda=0$. Таким образом, в уравнении (5) $\text{Re}(\sigma)=0$, и его решение при заданном U_{SL} представляет собой набор возмущений, характеризующихся частотой $\omega=\text{Im}(\sigma)$. Далее, применяя граничное условие (6), из полученного набора можно выбрать возмущения, реализующиеся в сверхрешетке при данном значении управляющего параметра U_{SL} . На рисунке 1 показаны значения интеграла (6) для возмущений с $\lambda=0$ и различными частотами ω . При этом сплошной линией показан случай, когда напряжение на сверхрешетке соответствует критическому $U^*_{SL}=1.25$. Штриховой и штрихпунктирной линиями показаны случаи, когда напряжение оказывается меньше и больше порогового, соответственно. Видно, что при пороговом напряжении существует возмущение, для которого выполняется условие (6). В системе возникают колебания, причем, их частота равна частоте колебаний ω найденного возмущения. Полученный результат отлично соответствует численному расчету.

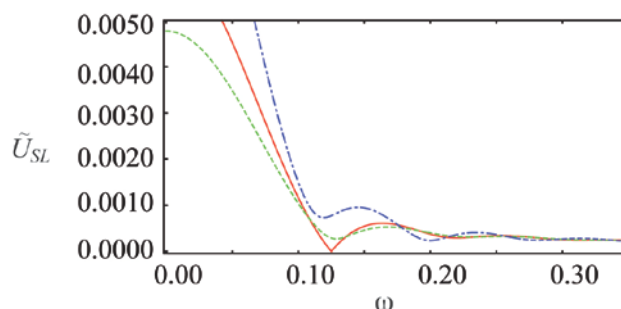


Рис. 1. Значения интеграла (6) для возмущений, характеризующихся нулевым значением коэффициента затухания λ и имеющих разные частоты ω . Сплошная линия соответствует, случаю, когда напряжение на сверхрешетке равно пороговому значению $U^*_{SL}=1.25$.

Очевидно, что приведенный выше метод позволяет находить возмущение, существующее в сверхрешетке при заданном напряжении и характеризующееся определенным коэффициентом затухания (нарастания) и частотой. Таким образом, можно провести анализ полученного возмущения в области больших напряжений. На рисунке 2, *a* показана зависимость коэффициента нарастания возмущения λ от напряжения на сверхрешетке, на рисунке 2, *б* – частота возмущения. Точками отмечены значения частоты колебаний тока, текущего через сверхрешетку $J=nv_d(F)$, полученные численно при данном значении U_{SL} . Видно, что частота колебаний тока хорошо соответствует частоте возмущения. Результаты численного моделирования свидетельствуют о том, что генерация в рассмотренной сверхрешетке прерывается при больших напряжениях. В

этом случае значение коэффициента λ оказывается равным нулю (рис. 2, а).

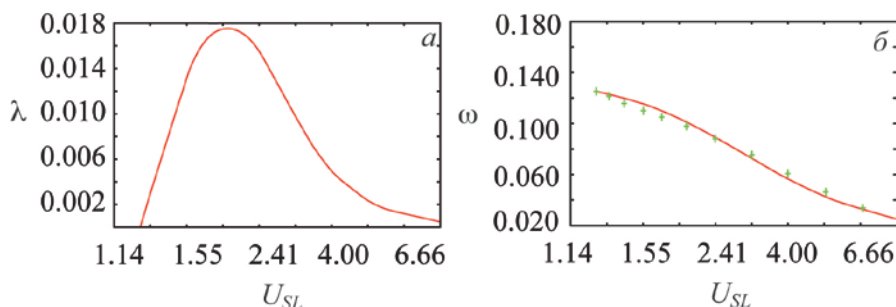


Рис. 2. Зависимость коэффициента нарастания (а) и частоты (б) возмущения от напряжения на сверхрешетке. Точками показаны значения частоты колебаний тока в сверхрешетке, вычисленные по временным рядам

В работе проведен анализ устойчивости стационарного состояния полупроводниковой сверхрешетки. Показано, что при пороговом значении напряжения в системе появляется возмущение с нулевым коэффициентом затухания. При этом частота возникших колебаний тока равна частоте полученного возмущения. Анализ данного возмущения в области больших напряжений показывает, что колебания в системе возможны, пока его коэффициент нарастания положителен, а частота колебаний тока соответствует частоте колебаний возмущения при всех значениях управляющего параметра. Таким образом, обнаружена связь между динамикой возмущения и характеристиками генерируемых колебаний тока. Полученные аналитические результаты отлично соответствуют результатам численного моделирования. Проведение подобного анализа позволяет рассчитать значение напряжения, необходимого для генерации колебаний тока, а также оценить частоту возникших колебаний.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых – кандидатов (МК-672.2012.2) и докторов (МД-345.2013.2) наук, ведущих научных школ (проект НШ-1430.2012.2), а также РФФИ (проект 12-02-33071).

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Esaki and R. Tsu // IBM Journal of Research and Development. 1970. V. 14. No. 1. P. 61.
2. Timo Hyart et. al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 103, P. 117401.
3. H. Kroemer // IEEE Transactions On Electron Devices 1968. V. ED-15. No. 11. P. 819.
4. T.M. Fromhold et. al. // Nature 2004. V. 428. P. 726.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ИНЖЕКЦИИ
БИГАРМОНИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА РЕЖИМ ПАССИВНОЙ
СИНХРОНИЗАЦИИ МОД
ПОЛУПРОВОДНИКОВОГО ЛАЗЕРА

Р.М. Архипов^{1,2}, М. Раджюнас¹, А.Г. Владимиров^{1,2,3}

¹*Weierstrass Institute for Applied Analysis and Stochastics, Leibniz Institute in
Forschungsverbund Berlin e.V, Berlin, Germany*

²*Санкт-Петербургский государственный университет, физический факультет*

³*Centre for Advanced Photonics and Process Analysis, Cork Institute of Technology, Cork,
Ireland*

arkhipov@wias-berlin.de

Полупроводниковые лазеры с пассивной синхронизацией мод (ПСМ) используют для получения коротких импульсов пикосекундной длительности с высокой частотой повторения (десятки и сотни гигагерц) [1-3]. Особенность режима ПСМ состоит в том, что, вследствие действия факторов технического характера, частота следования импульсов не остается постоянной, т.е., имеет место эффект временного джиттера. Во многих телекоммуникационных и иных системах, где могут быть использованы такие лазерные источники, требуется строгая стабилизация частоты повторения световых импульсов ПСМ. Для этого используют задающий радиочастотный генератор, с частотой которого синхронизируется частота следования импульсов ПСМ (подробнее о принципах стабилизации частоты генерации лазеров см. обзор [4]). При этом используется режим так называемой гибридной синхронизации мод [5-7], когда стабилизированное высокочастотное напряжение от радиочастотного генератора прикладывается к секции поглотителя в лазере (Рис. 1а). Недавние эксперименты продемонстрировали, что альтернативным гибридной синхронизации мод методом подавления временного джиттера может служить инжекция двухчастотного когерентного излучения в резонатор лазера, работающего в режиме ПСМ [8-9] (рис. 1б).

В работах [8, 9] проводилось экспериментальное исследование зависимости ширины области синхронизации от мощности инжектируемого двухмодового лазерного излучения. Было обнаружено линейное увеличение ширины области синхронизации с ростом мощности внешнего сигнала, а также рост этой области с уменьшением величины постоянного напряжения, прикладываемого к секции поглотителя.

Данная работа посвящена численному моделированию динамики полупроводникового лазера с пассивной синхронизацией мод при инжекции в его резонатор двухчастотного когерентного излучения.

Исследуется зависимость ширины области синхронизации от амплитуды инжектируемого внешнего сигнала и расстроек между инжектируемыми частотами и частотами мод лазера. Расчеты проводятся на основе лазерных уравнений с временным запаздыванием [10]. Такая модель лазера с пассивной синхронизацией мод применялась нами ранее в работе [7] для исследования режимов лазера с гибридной синхронизацией мод. Полученные с ее помощью результаты достаточно хорошо совпадают с экспериментальными данными.

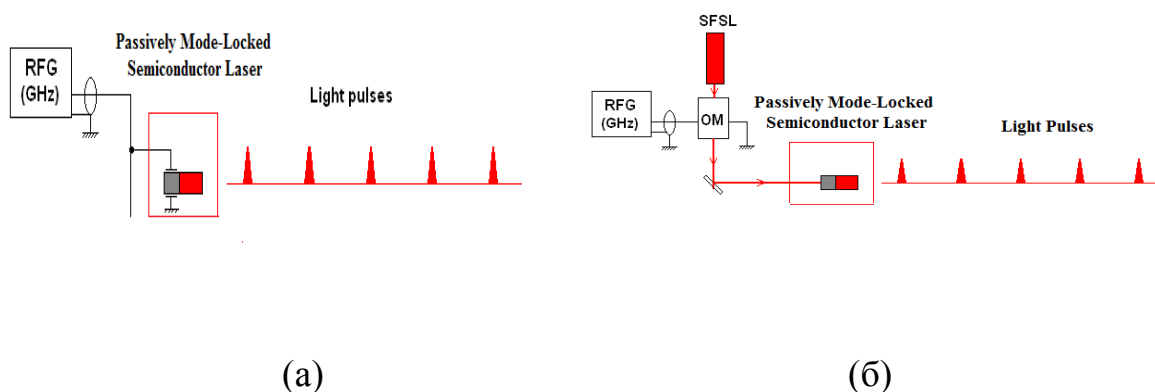


Рис. 1. Схематическое изображение установки для привязки частот следования ПЛПМС к частоте радиочастотного генератора RFG в случае режима гибридной синхронизации мод (а) и при инжекции бигармонического излучения (б). На Рис.1б SFSL – стабилизированный одночастотный лазер, ОМ – оптический модулятор.

В качестве математической модели лазера с синхронизацией мод мы использовали систему из трех дифференциальных уравнений с временным запаздыванием, которая имеет вид [10]:

$$\frac{dA}{dt} = -\gamma A + \gamma \sqrt{\kappa e} \frac{(1-i\alpha_g)G(t-T) - (1-i\alpha_q)Q(t-T)}{2} A(t-T) + E_i(t), \quad (1)$$

$$\frac{dG}{dt} = g_0 - \gamma_g G(t) - e^{-Q} (e^G - 1) / A^2, \quad (2)$$

$$\frac{dQ}{dt} = \gamma_q (q_0 - Q) - s(1 - e^{-Q}) / A^2. \quad (3)$$

Здесь $A(t)$ - амплитуда электрического поля, $G(t)$ - насыщающееся усиление активной секции лазера, $Q(t)$ - насыщающееся поглощение пассивной секции, α_g , α_q - т.н. факторы уширения линии в усиливающей и поглощающей секциях лазера, соответственно, учитывающие зависимость

показателя преломления от концентрации носителей, κ - коэффициент линейного ослабления излучения за один проход в резонаторе, T - время обхода «холодного» резонатора, s - отношение интенсивностей насыщения в усиливающей и поглощающей секциях лазера, γ_g, γ_q - скорость релаксации усилителя и поглотителя, соответственно, g_0 - параметр накачки, q_0 - линейное поглощение.

Амплитуда электрического поля инжектируемого бигармонического излучения имеет вид:

$$E_i(t) = be^{i2\pi\delta_o t} \left(e^{i2\pi(\Delta_1 - \delta)t} + e^{i2\pi(\Delta_2 + \delta)t} \right), \quad (4)$$

Здесь b - амплитуда поля. Параметры Δ_1 и Δ_2 фиксированы и совпадают с частотами мод лазера, работающего в режиме ПСМ. Параметры $\delta_o, \delta \ll \Delta_1, \Delta_2$ описывают частотные расстройки между частотами инжектируемых мод и модами лазера с синхронизацией мод.

Границы области синхронизации определялись по схеме, которая описана в работе [7], посвященной исследованию гибридной синхронизации мод. При малых амплитудах инжектируемого сигнала граница области синхронизации остается практически симметричной относительно нулевой расстройки. Однако при больших амплитудах наблюдается асимметрия – граница синхронизации смещается влево по оси частот. Ширина области синхронизации сильно зависит от положения мод оптической инжекции на шкале частот по отношению к частотам лазерных мод. Если моды оптической инжекции находятся вблизи центральной и соседней лазерной моды, то наблюдается увеличение ширины области синхронизации по сравнению со случаем, когда моды оптической инжекции находятся дальше от центральной частоты генерации лазера.

В работе [7] теоретически предсказано возникновение гибридной синхронизации мод в случае, когда частота внешней модуляции не равна собственной частоте следования импульсов синхронизации мод, а в два раза меньше или в два раза больше нее. Численные оценки ширины области синхронизации в этих случаях и результаты эксперимента показывают, что ширина области синхронизации становится значительно уже при модуляции внешнего сигнала на половинной частоте. При модуляции на удвоенной частоте она остается практически такой же, как и для случая модуляции на частоте следования импульсов.

Аналогичные исследования были проведены нами для случая двухмодовой оптической инжекции, когда частотный интервал между двумя инжектируемыми модами в два раза превосходит или в два раза меньше межмодового интервала в лазере с синхронизацией мод. Область

синхронизации была практически одинаковой, когда разность частот инжекции равна или в два раза больше межмодового интервала. В случае же, когда она была в два раза меньше этого интервала, наблюдалось сильное уменьшение ширины зоны синхронизации. Как уже было упомянуто выше, аналогичная ситуация наблюдалась при изучении гибридной синхронизации мод в работе [7].

Таким образом, в настоящей работе с помощью численного решения системы лазерных уравнений с временным запаздыванием (1)-(3) проведено теоретическое исследование эффекта синхронизации импульсов полупроводникового лазера, работающего в режиме ПСМ, с инжектируемым в него внешним двухмодовым когерентным оптическим излучением. Исследовано влияние на ширину области синхронизации амплитуд и частот инжектируемых полей, а так же параметров лазера. В докладе обсуждается физический смысл полученных результатов.

Данная работа выполнена при поддержке европейского проекта EU FP ITN PROPHET (Grant No. 264687).

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Bimberg, M. Grudmann and N. N. Ledentsov "Quantum dot heterostructures", J. Wiley, 1999.
2. E.U. Rafailov, M.A. Cataluna, E.A. Avrutin "Ultrafast lasers based on quantum dot structures", WILEY-VCX, 2011.
3. E.U. Rafailov, M. A. Cataluna, W. Sibbett // Nat. Phot. 1. 2007. P. 395.
4. С.Н. Багаев, В.П. Чеботаев // УФН. 1986. Т.148. Вып. 1. С.143.
5. Kuntz M. // Proceedings of the IEEE 95. 2007. P.1767.
6. G. Fiol // Appl. Phys. Lett. 2010. Vol. 96. P. 011104.
7. R. Arkhipov, A. Pimenov, M. Radziunas, D. Rachinskii, D. Arsenijevic, H. Schmeckeber, D. Bimberg // IEEE J. Select. Topics Quantum Electron, 2013 (в печати).
8. T. Habruseva, S. O'Donoghue, N. Rebrova, D. A. Reid, L. P. Barry, D. Rachinskii, G. Huyet, and S. P. Hegarty // IEEE Photon. Technol. Lett. 2010. V.22. No 6. P. 359.
9. E. Sooudi, G. Huyet, J. McInerney, F. Lelarge, K. Merghem, R. Rosales, A. Martinez, A. Ramdane, S. Hegarty // IEEE J. Quantum Electron. 2012. V.48. No. 10. P. 1327.
10. A.G. Vladimirov, D. Turaev // Phys. Rev. A 72. 2005. P. 033808.

ИССЛЕДОВАНИЕ СИНХРОНИЗАЦИИ В СИСТЕМЕ РЕГУЛЯЦИИ АРТЕРИАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАЮЩЕЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

О.В. Астахов¹, А.С. Караваев^{1,2}, В.И. Пономаренко^{1,2}, М.Д. Прохоров²,
В.В. Астахов^{1,3}

¹Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

²Саратовский филиал института радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова
РАН

³Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.

AstakhovOV@gmail.com

Системы, с запаздывающей обратной связью представляют собой обширный класс динамических систем, используемых для моделирования различных процессов в радиофизике, биофизике, геофизике и других областях науки. Многие из таких моделей описываются дифференциальным уравнением первого порядка с отклоняющимся аргументом:

$$\varepsilon \dot{x}(t) = -x(t) + f(x(t-\tau)), \quad (1)$$

где x – динамическая переменная, f – нелинейная функция, τ – время запаздывания, ε – безразмерный параметр, управляющий временем релаксации.

Одной из хорошо известных моделей такого типа является, так называемая система Мальпаса [1], обладающая сигмоидальной нелинейностью и описывающая процессы барорефлекторной регуляции артериального давления в сердечно сосудистой системе (ССС) человека. Значения управляющих параметров для нее были получены в прямых физиологических экспериментах. Известно, что одним из наиболее выраженных факторов, влияющих на динамику ССС, является дыхание. Учитывая такое воздействие и вид нелинейной функции в системе Мальпаса, уравнение (1) примет вид:

$$\varepsilon \dot{x}(t) = -x(t) + \left(\frac{2}{1 + e^{2x(t-\tau)-1}} - \frac{2}{1 + e^{1-2x(t-\tau)}} \right) + F(t), \quad (2)$$

данные величины могут быть интерпретированы применительно к физиологическим процессам следующим образом. Артериальные барорецепторы "измеряют" величину артериального давления (сигнал $x(t)$). Нервные волокна, за определённое время (время запаздывания τ) передают сигнал об изменении артериального давления в центральную нервную систему, в симпатических отделах которой, происходит некоторое

нелинейное преобразование $f(x(t-\tau)) = \frac{2}{1+e^{2x(t-\tau)-1}} - \frac{2}{1+e^{1-2x(t-\tau)}}$. Эфферентные нервные волокна иннервируют сосудодвигательные мышцы (обладающие наряду с барорецепторами, инерционностью, характеризующейся параметром ε), вызывая их сокращение при активации симпатических центров. Увеличение тонуса вазомоторов приводит к уменьшению просвета сосудов, в первую очередь артериол, что в свою очередь приводит к увеличению артериального давления, изменения которого регистрируют барорецепторы, замыкающих петлю обратной связи.

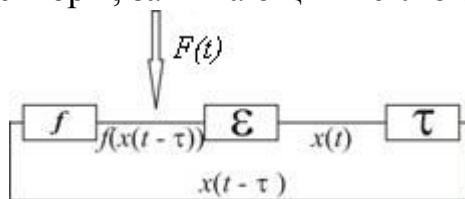


Рис. 1. Схематическое изображение системы с запаздывающей обратной связью при внешнем аддитивном воздействии $F(t)$

Существуют работы, посвящённые исследованию влияния дыхания на систему сердечно сосудистой регуляции. В частности, в физиологическом эксперименте исследовалось явление синхронизации сердечного ритма [2]. Однако важной научной задачей также является теоретическое исследование эффектов синхронизации и мультистабильности в такой системе при внешнем периодическом воздействии, что имеет как фундаментальное, так и прикладное значение. Изучение особенностей переходов к режимам синхронизации в системах с мультистабильностью может дать более глубокое понимание процессов подстройки ритмов и функционирования регуляторных систем.

В данной работе исследуется явление синхронизации в системе (2) при внешнем гармоническом воздействии. Рассматриваются мультистабильные состояния автономной системы и анализируется их влияние на переходы к режимам синхронизации и структуру языков синхронизации в пространстве управляющих параметров.

Работа поддержана грантом РФФИ №.13-02-00227

ЛИТЕРАТУРА

1. Ringwood J. V., Malpas S. C // Journal of Integrative Neuroscience. 2003. V. 2. No. 2. P. 219-247.
2. М.Д. Прохоров, М.Б. Бодров, В.И. Пономаренко, В.И. Гриднев, А.Б. Беспятов // Биофизика 2005. Т.50 в.5 с.914-919

ДИССИПАТИВНЫЕ СОЛИТОНЫ В НЕЙРОННЫХ СЕТЯХ С ЛОКАЛЬНЫМИ ПОВРЕЖДЕНИЯМИ

А.Н. Бугай

Объединенный институт ядерных исследований

bugay_aleksandr@mail.ru

Диссипативные солитоны или автосолитоны возникают во множестве областей фундаментальной науки, рассматривающих открытые нелинейные системы. В последнее время значительно усилился интерес к изучению таких систем в оптике, химии и биологии [1]. Не в последнюю очередь это связано с развитием систем анализа и обработки информации.

Распределенные нейронные сети в нервной системе животных и человека допускают существование множества диссипативных волновых структур с пространственно-временной локализацией, таких как волновые фронты, бегущие импульсы, стоячие возбуждения, спиральные волны и т.д. [2,3]. Однако даже простые модели таких систем оказываются сложными для анализа вследствие того, что соответствующие нелинейные уравнения являются интегро-дифференциальными [4]. К настоящему времени достигнут определенный прогресс в нахождении решений и анализе их устойчивости. В то же время влияние внешних факторов и локальных изменений в структуре системы, например, наличие неоднородностей [5], исследовано сравнительно слабо.

В настоящей работе рассматривается влияние локальных неоднородностей типа нарушенных структурных связей на формирование и распространение диссипативных солитонов в таких средах.

Согласно [4] динамику популяции нейронов можно описать системой интегро-дифференциальных уравнений общего вида

$$\frac{\partial u_i(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\gamma_i u_i(\vec{r}, t) + \sum_j \int_{-\infty}^{\infty} w_{ij}(\vec{r}, \vec{r}') F_j(u_i(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/v_{ij}) - \theta) d\vec{r}', \quad (1)$$

где функции $u_i(\vec{r}, t)$ задают активность (потенциал) нейронов i -типа. Для простоты рассматриваются только два типа нейронов – возбуждающих и тормозных. Здесь γ – коэффициент затухания, колоколообразная функция $w_{ij}(\vec{r}, \vec{r}')$ определяет силу синаптических связей между нейронами, а функция $F(u - \theta)$ определяет уровень активности нейрона, где θ – порог возбуждения. Учтена также задержка передачи сигнала за счет конечной скорости его распространения v_{ij} .

Конкретный вид функций для уровня возбуждения и синаптических связей определялся исходя из известных данных для биологических моделей ионных каналов, мембраны и синапсов нервных клеток [3].

Распространение импульсов активности исследовалось в неоднородной среде с помощью численного моделирования. Роль неоднородности играли локализованные области с плавно или скачкообразно изменяющимися синаптическими связями и уровнями активности. В качестве таковых могут выступать области химического или радиационного повреждения нервной ткани.

В результате взаимодействия импульса с неоднородностью возможны эффекты задержки, блокирования или разрушения последнего. В случае достаточно протяженной области возможны также эффекты отражения, компрессии и разбиения импульса. В случае, когда повреждаются только один тип нейронов, например, тормозных, возможно локальное усиление или изменение структуры импульса.

Получены условия на характер повреждения нервной ткани, при которых распространение импульса является возможным без изменения его структуры (типа решения) и направления распространения.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. Akhmediev, A. Ankiewicz (Eds.), "Dissipative Solitons: From Optics to Biology and Medicine" Berlin: Springer, 2008.
2. G.B. Ermentrout // Rep. Prog. Phys. 1998. V. 61. P. 353.
3. P.C. Bressloff // J. Phys. A: Math. Theor. 2012. V. 45. P. 033001.
4. H.R. Wilson, J.D. Cowan // Kybernetik 1973. V. 13. P. 55.
5. Z.P. Kilpatrick, S.E. Foliass, P.C. Bressloff // SIAM J. Appl. Dyn. Syst. 2008. V. 7. No.1. P. 161.

ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ТИПА I С ШУМОМ И ПЕРЕМЕЖАЕМОСТЬ ИГОЛЬНОГО УШКА В ПРОСТРАНСТВЕННО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ

Д.И. Данилов¹, А.А.Короновский^{1,2}

¹ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»,

410012, Астраханская, 83, Саратов, Россия

²ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А.»,

410054, Политехническая, 77, Саратов, Россия

danilov_dm89@mail.com

Фундаментальное явление перемежаемости представляет большой интерес для исследователей, так как его можно наблюдать в самых различных системах – физических, биологических, химических, социальных и т.д. Перемежаемость классифицируют по нескольким типам: перемежаемость типа I-III, on-off перемежаемость, перемежаемость игольного ушка, перемежаемость кольца. Каждый из этих типов характеризуется тем, что во временном ряду присутствуют два различных режима, чередующиеся друг с другом. Однако каждый тип перемежаемости обладает своими особенностями и характеристиками.

Одним из наиболее интересных вопросов при исследовании явления перемежаемости является переход в системе связанных осцилляторов от асинхронной динамики к синхронной через перемежаемость. В научной литературе описано существование двух типов перемежающегося поведения для хаотических систем, наблюдающихся при разрушении режима фазовой синхронизации в случае, когда собственные частоты взаимодействующих осцилляторов отличаются мало, – перемежаемость типа I и перемежаемость игольного ушка. При этом если уменьшать параметр связи, то после разрушения синхронного режима следует сначала режим перемежаемости игольного ушка, а затем режим перемежаемости типа I. В работах [1, 2] на примере систем с малым числом степеней свободы показано, что режим перемежаемости игольного ушка эквивалентен режиму перемежаемости типа I с шумом. Представляет интерес, будет ли эта закономерность наблюдаться для более сложных, а именно, пространственно-распределенных систем. Исследованию этого вопроса и посвящена данная работа.

В качестве модельной системы были выбраны два однонаправленно связанных диода Пирса. Диод Пирса [3] представляет собой две бесконечные плоские параллельные сетки, пронизываемые бесконечно широким потоком электронов. Пространство между сетками заполнено нейтрализующим фоном неподвижных ионов с плотностью, равной невозмущенной плотности заряда в электронном потоке. При

использовании гидродинамического приближения исследуемая система описывается системой уравнений движения, непрерывности и Пуассона:

$$\begin{aligned}\frac{\partial v_{1,2}}{\partial t} &= -v_{1,2} \frac{\partial v_{1,2}}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_{1,2}}{\partial x}, \\ \frac{\partial \rho_{1,2}}{\partial t} &= -\frac{\partial(\rho_{1,2} v_{1,2})}{\partial x}, \\ \frac{\partial^2 \varphi_{1,2}}{\partial x^2} &= -\alpha_{1,2}^2 (\rho_{1,2} - 1),\end{aligned}\quad (1)$$

с граничными условиями

$$v_{1,2}(0, t) = 1, \rho_{1,2}(0, t) = 1, \varphi_{1,2}(0, t) = 0, \quad (2)$$

где φ – безразмерный потенциал поля пространственного заряда, v – безразмерная плотность потока, x – безразмерная координата, t – безразмерное время, α – параметр Пирса, являющийся управляющим параметром для каждой системы, $\alpha_1 = 2.858\pi$, $\alpha_2 = 2.862\pi$. Индексы 1 и 2 обозначают ведущую и ведомую систему соответственно.

В работах [1, 2] для сопоставления режимов перемежаемости типа I с шумом и перемежаемости игольного ушка использовался анализ распределений длительностей ламинарных фаз. Чтобы построить такие распределения, необходимо выделить ламинарные и турбулентные фазы из временной реализации. Для этого была введена в рассмотрение мгновенная фаза колебаний как угол поворота на фазовой плоскости. При этом по осям на фазовых плоскостях ведущей и ведомой системы были отложены сигналы, полученные в двух разных точках соответствующей системы. Для выделения ламинарных фаз использовался модифицированный метод, анализирующий скользящее среднее разности фаз вместо непосредственно самой разности фаз взаимодействующих систем (как это было описано в работе [3]).

Известно [1, 2], что для перемежаемости игольного ушка зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности выражается законом:

$$-\ln(1/T) = c_0 - c_1 |\varepsilon_{PS} - \varepsilon|^{-1/2}, \quad (3)$$

где c_0, c_1 – константы, ε_{PS} – граница фазовой синхронизации, в то время как для перемежаемости типа I с шумом подобная зависимость при $\varepsilon > \varepsilon_c$ выглядит следующим образом:

$$T = \frac{1}{k\sqrt{\varepsilon - \varepsilon_c}} \exp\left(\frac{4(\varepsilon - \varepsilon_c)^{3/2}}{3D}\right), \quad (4)$$

где D – интенсивность шума, ε_c – точка седлоузловой бифуркации. Соответственно, если численно рассчитанная зависимость средней

длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности будет одновременно удовлетворять обоим этим соотношениям, то этот факт можно считать подтверждением того, что перемежаемость типа I с шумом и перемежаемость игольного ушка являются, по своей сути, одним и тем же типом поведения. На рис. 1 показаны данные зависимости, полученные при помощи численного моделирования, а также соответствующие теоретические зависимости. Видно, что с хорошей точностью теоретические данные совпадают с данными численного моделирования.

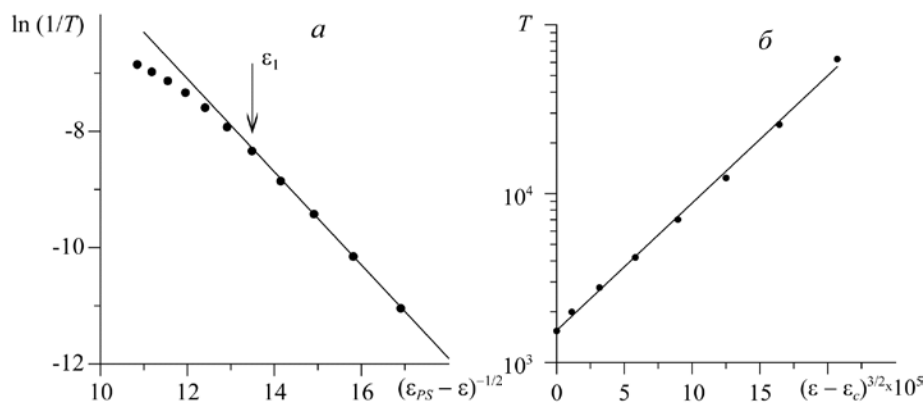


Рис. 1. Зависимость средней длительности ламинарных фаз от параметра надкритичности, положенная на теоретическую зависимость для случая а) перемежаемости игольного ушка и б) перемежаемости типа I с шумом.

Таким образом, в данной работе исследовано поведение пространственно-распределенных систем вблизи перехода к режиму синхронизации на примере однонаправленно связанных диодов Пирса. Показано, что наблюдающийся при этом режим перемежаемости можно трактовать как перемежаемость игольного ушка, так и перемежаемость типа I с шумом. Полученный результат можно считать дополнительным подтверждением того, что эти типы перемежаемости являются одним и тем же типом поведения.

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (соглашение № 14.В37.21.1289).

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Е. Храмов, А.А. Короновский, М.К. Куровская and О.И. Москаленко // Phys. Lett. A. 2011. V. 375. P. 1646.
2. А.А. Короновский, М.К. Куровская, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов // Известия вузов. ПНД. 2010. Т. 18. № 1. С. 24.
3. М.О. Журавлев, М.К. Куровская, О.И. Москаленко // Письма в ЖТФ. 2010. Т. 36. № 10. С. 31.

ДИНАМИКА АВТОНОМНОГО КОЛЬЦЕВОГО ГЕНЕРАТОРА ИЗ ОДНОНАПРАВЛЕННО СВЯЗАННЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ ТОДЫ

А.А. Дворак, В.В. Астахов, Н.В. Станкевич

Саратовский государственный технический университет им. Гагарина Ю.А.
dvorak88@mail.ru

Автономные генераторы сложных колебаний, таких как квазипериодические и хаотические, представляют особый интерес при изучении сложной динамики и синхронизации. На настоящий момент известно множество автономных систем, демонстрирующих сложную динамику, а также предложены различные виды автономных генераторов квазипериодических колебаний. Так в работе [1] предложена модификация генератора Анищенко-Астахова с измененным дополнительным каскадом обратной связи, повышающим размерность системы и тем самым делающим возможной реализацию в системе двухчастотных колебаний. В работе [2] предложен генератор квазипериодических колебаний, представляющий собой гибрид генератора релаксационных колебаний и генератора с жестким возбуждением.

Также квазипериодические колебания могут возникать в распределенных системах, состоящих из замкнутых в кольцо связанных нелинейных осцилляторов. В работе [3] была исследована динамика кольца из осцилляторов Дуффинга с однонаправленной связью. Данная система в зависимости от величины связи между осцилляторами может демонстрировать периодические и квазипериодические колебания, а также хаос и гиперхаос. В настоящей работе исследуется кольцевая система из однонаправленно связанных осцилляторов Тоды. Для данной системы выявлены особенности потери устойчивости неподвижного состояния равновесия, исследованы пространственные колебательные моды, а также динамические режимы системы на плоскости ее управляющих параметров.

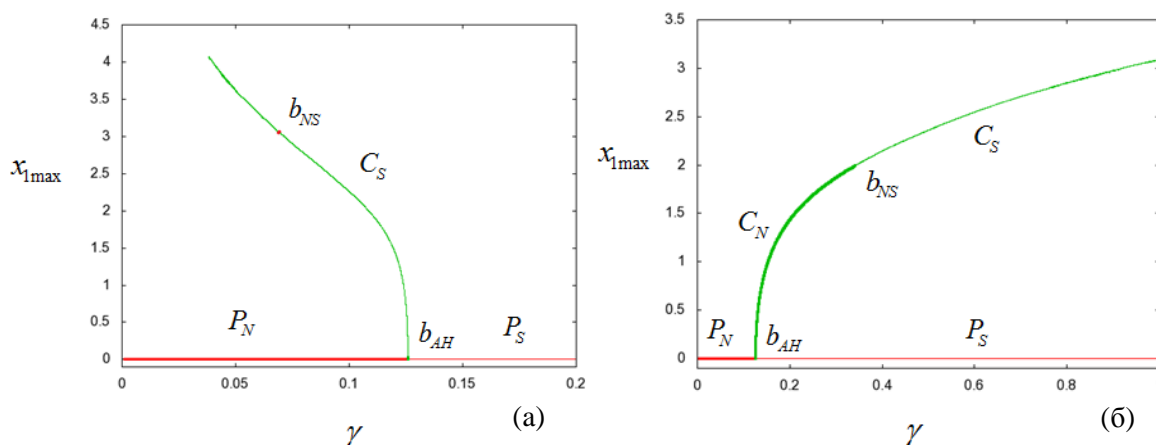


Рис. 1. Субкритическая (а) и суперкритическая (б) бифуркации Андронова-Хопфа в системе (1) при линейной (а) и нелинейной (б) связи

Уравнения цепочки однонаправленно связанных осцилляторов Года с периодическими граничными условиями возьмем в следующем виде:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= y_i, \\ \dot{y}_i &= 1 - \exp(x_i) - \alpha y_i + \gamma C(x_{i-1}, x_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где x_i, y_i — динамические переменные i -го осциллятора, α — параметр диссипации, γ — параметр связи, $C(x_{i-1}, x_i)$ — функция, определяющая вид связи. Будем рассматривать два вида связи: линейный ($C = x_{i-1} - x_i$) и нелинейный ($C = \exp(x_{i-1}) - \exp(x_i)$).

Устойчивость состояния равновесия $x_i = 0, y_i = 0$ характеризуется следующими собственными значениями:

$$\lambda_{1,2}^j = -\frac{\alpha}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\alpha}{2}\right)^2 - 1 - \gamma(1 - \exp(\sqrt{-1} \frac{2\pi j}{N}))}. \quad (3)$$

Для случая двух осцилляторов $N = 2$ действительные части собственных значений остаются отрицательными при любых положительных α и γ . При $N \geq 3$ пары комплексно-сопряженных собственных значений с возрастанием γ (уменьшением α) приобретают положительную действительную часть, при этом количество выходящих в положительную полуплоскость пар собственных значений зависит от числа осцилляторов N .

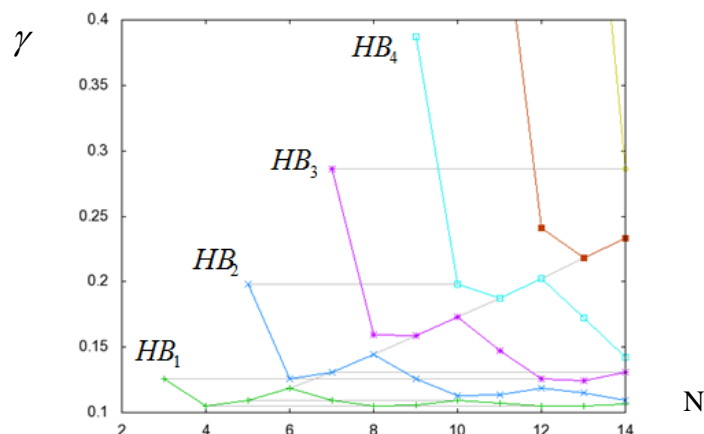


Рис. 2. Зависимость бифуркационных значений параметра связи от числа осцилляторов для первых шести бифуркаций Андронова-Хопфа

С возрастанием параметра связи состояние равновесия системы претерпевает бифуркацию Андронова-Хопфа. Как видно из рисунка (1), при линейной связи бифуркация субкритическая, седловой цикл влипают в устойчивую точку в нуле, при этом после бифуркации точка теряет устойчивость и в системе отсутствуют устойчивые периодические решения. При нелинейной связи бифуркация суперкритическая, в

результате которой рождается устойчивый предельный цикл. Такая картина связана, по всей видимости, с тем, что при линейной связи экспоненциальная характеристика осцилляторов не дает достаточного нелинейного ограничения.

Как было отмечено выше, с возрастанием числа осцилляторов в цепочке количество последовательных бифуркаций Андронова-Хопфа, которые претерпевает состояние равновесия в начале координат, возрастает. Для нечетного количества осцилляторов оно равно $(N - 1)/2$, а для четного — $N/2 - 1$. При этом в результате первой бифуркации рождается устойчивый цикл, в результате всех последующих — седловые.

Для одних и тех же пространственных мод при различном количестве осцилляторов имеют место одинаковые бифуркационные значения параметра связи. Устойчивый предельный цикл, рождающийся при наименьшем значении параметра связи, соответствует наиболее энергетически выгодной моде для данного количества осцилляторов. Циклы, соответствующие остальным модам, возможным при данном количестве осцилляторов в кольце, являются седловыми.

Рождающиеся в системе предельные циклы при дальнейшем увеличении связи претерпевают бифуркации Неймарка-Саккера, в результате чего в системе возможны квазипериодические и более сложные колебания.

Таким образом, в системе (1) в зависимости от баланса между величинами связи и диссипации может быть либо устойчивое состояние равновесия, либо периодические, квазипериодические и более сложные режимы. При этом наличие колебаний в системе возможно только при определенной нелинейной связи между осцилляторами. То есть связь в данной системе отвечает одновременно и за подкачку энергии, и за нелинейное ограничение амплитуды колебаний, необходимое для возможности существования устойчивых колебательных режимов.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Anishchenko, S. Nikolaev, G. Strelkova Oscillator of Quasiperiodic Oscillations. Two-dimensional Torus Doubling Bifurcation // 2005 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications (NOLTA2005), Bruges, Belgium, October 18-21, 2005
2. A.P. Kuznetsov, S.P. Kuznetsov, N.V. Stankevich. A simple autonomous quasiperiodic self-oscillator // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 15, 2010, 1676–1681
3. P. Perlikowski et. al. Routes to complex dynamics in a ring of unidirectionally coupled systems // CHAOS 20, 013111, 2010

ПЕРЕМЕЖАЮЩЕЕСЯ ПОВЕДЕНИЕ НА ГРАНИЦЕ ФАЗОВОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ В ПРИСУТСТВИИ ШУМА

М.О. Журавлев^{1,2}, О.И. Москаленко^{1,2}, А.А. Короновский^{1,2}, А.Е. Храмов^{1,2}

¹*ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского»*

²*ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени
Гагарина Ю.А.»*

o.i.moskalenko@gmail.com

Переमेжаемость представляет собой универсальное явление, характерное для широкого круга нелинейных систем, и наблюдается, в частности, при переходе от периодических колебаний к хаотическим, а также на границах возникновения синхронных режимов [1]. Перемежающееся поведение предшествует установлению практически всех известных типов хаотической синхронизации, причем механизмы их возникновения и характеристики перемежаемости оказываются различными для разных типов синхронного поведения, в связи с чем выделяют перемежающуюся фазовую синхронизацию [2, 3], перемежающуюся обобщенную синхронизацию [4], перемежающуюся синхронизацию с запаздыванием [5] и перемежающуюся синхронизацию, индуцированную шумом [6].

Среди вышеупомянутых типов перемежающегося синхронного поведения наиболее интересным представляется режим перемежающейся фазовой синхронизации. Тип перемежаемости, реализующийся в данном случае, существенным образом зависит от величины расстройки между взаимодействующими системами и временного масштаба наблюдения. В случае относительно слабой расстройки на границе фазовой синхронизации наблюдается перемежаемость «игольного ушка» [2], а при больших расстройках имеет место перемежаемость «кольца» [3]. Аналогичный тип перемежаемости реализуется в режиме фазовой синхронизации на граничных временных масштабах наблюдения независимо от величины расстройки между системами [7], в то время как на границе этого режима в зависимости от временного масштаба наблюдения возможна реализация либо перемежаемости «игольного ушка», либо перемежаемости «кольца», либо сосуществование обоих типов перемежаемости одновременно (так называемый режим «перемежаемости перемежаемостей») [8].

Существенное влияние на характеристики перемежаемости (в том числе вблизи границ возникновения синхронных режимов) оказывают внешние шумы. В частности, известно, что шумовое воздействие на неавтономную систему с периодической динамикой приводит к возникновению перемежающегося поведения (перемежаемости типа I в присутствии шума), характеристики которой оказываются тесно

связанными с перемежаемостью «игольного ушка» [9]. В связи с этим интересным представляется вопрос о влиянии шума на хаотическую систему, находящуюся вблизи границы возникновения синхронного режима, когда могут быть задействованы оба механизма, приводящие к перемежающемуся поведению, один из которых связан с детерминированной динамикой, а второй – со случайной.

В настоящей работе проводится исследование влияния шума на характеристики перемежающейся фазовой синхронизации. В качестве объектов исследования выбраны как сосредоточенные (две однонаправлено связанные системы Ресслера), так и пространственно-распределенные системы (гидродинамические модели диодов Пирса в случае однонаправленной связи), находящиеся под действием шума. Показано, что в обоих рассмотренных случаях шум малой интенсивности практически не оказывает влияния на характеристики перемежаемости: в случае слабой расстройки между системами на границе синхронного режима имеет место перемежаемость «игольного ушка». Увеличение интенсивности шума приводит к сдвигу порогового значения возникновения синхронного режима в сторону больших значений параметра связи, что обусловлено потерей фазовой когерентности хаотическим аттрактором ведомой системы. В результате на границе фазовой синхронизации в закритической области управляющих параметров возникает перемежаемость «кольца», а в докритической области имеет место сосуществование перемежаемостей «игольного ушка» и «кольца» одновременно. Обнаруженный эффект обладает высокой степенью общности. Можно ожидать, что подобные закономерности будут наблюдаться и в реальных системах.

Исследование выполнено при поддержке Минобрнауки РФ (№№ 14.В37.21.0751, 14.В37.21.1289), РФФИ (№ 12-02-00221, 13-02-00275), Государственного задания Минобрнауки России высшим учебным заведениям на 2013 и плановый период 2014 и 2015 гг. в части проведения НИР, а также ФНП «Династия».

ЛИТЕРАТУРА

1. П. Берже, И. Помо, К. Видаль “Порядок в хаосе” М.: Мир, 1991.
2. A.S. Pikovsky et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. No. 1. P. 47.
3. A.E. Hramov et al. // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97. P. 114101.
4. A.E. Hramov, A.A. Koronovskii // EPL. 2005. V. 70. No. 2. P.169.
5. S. Boccaletti, D.L. Valladares // PRE. 2000. V. 62. No. 5. P. 7497.
6. О.И. Москаленко и др. // НД. 2011. Т. 7. В. 2. С. 197.
7. М.О. Zhuravlev et al. // Phys. Rev. E. 2011. V. 83. P. 027201.
8. М.О. Журавлев и др. // Изв. вузов. ПНД. 2011. Т. 19. В. 1. С. 109.
9. A.E. Hramov et al. // Phys. Lett. A. 2011. V. 375. P. 1646.

ВОЗНИКНОВЕНИЕ СЖАТОГО СОСТОЯНИЯ ПУЧКА В НИЗКОВОЛЬТНОЙ СИСТЕМЕ С ДОПОЛНИТЕЛЬНЫМ ТОРМОЖЕНИЕМ

Е.Н. Егоров¹, А.Е. Храмов^{1,2}

¹Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского

²Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.
evgeniy.n.egorov@gmail.com

Важной задачей современной электроники СВЧ является исследование образования и нелинейной динамики виртуального катода (ВК) в интенсивных электронных потоках (см., например, работы [1-3]). Интерес к этой задаче обусловлен как фундаментальной важностью исследований сложного поведения распределенных пучково-плазменных систем, так и прикладным значением, связанным с разработкой виркаторов и их различных модификаций.

Одним из перспективных и активно развиваемых направлений здесь является изучение *сжатых состояний пучков* (ССП) [4,5]. Сжатое состояние пучка характеризуется высокой плотностью и малой скоростью электронов потока в некоторой области пространства взаимодействия. В мощных приборах СВЧ электроники, содержащих релятивистские электронные пучки, для реализации СПП обычно используют составное пространство дрейфа из труб разного радиуса [6], так что во второй трубе большего радиуса образуется нестационарный ВК. Вся система помещается в сильное продольное магнитное поле, в результате в первой трубе большего радиуса между ВК и катодом пушки скапливается пространственный заряд и устанавливается СПП.

Ранее была предложена модификация виркатора, в которой нестационарный ВК формируется в интенсивном (с высоким первеансом) электронном потоке за счет дополнительного торможения электронов – низковольтный виркатор (НВ) [7,8]. Ввиду сходства процессов образования и колебаний ВК в системе без торможения и с торможением можно ожидать, что в последней также возможно установление СПП. Целью данной работы является исследование особенностей процесса возникновения режима СПП в винтовом нерелятивистском электронном потоке с дополнительным торможением пучка.

Исследование формирования сжатого состояния пучка проводилось на примере низковольтного виркатора с источником электронов в виде магнетронно-инжекторной пушки (МИП) [9]. В МИП формируется внешнее продольное магнитное поле в конфигурации *магнитной ловушки*, а электронный пучок, формируемый МИП, обладает высоким первеансом, что необходимо для возникновения ВК в НВ. Схематическое изображение НВ с МИП (верхняя полуплоскость сечения (r,z)) приведено на рис. 1.

Математическая модель исследуемой системы представляет собой 2.5-мерную самосогласованную систему уравнений движения заряженных частиц и уравнения Пуассона (подробно модель описана в работе [10]). Система имеет три безразмерных управляющих параметра: α – безразмерный ток пучка, $\Delta\varphi$ – тормозящая разность потенциалов, определяемая разностью потенциалов на электродах 5 и 2, и величина магнитного поля B_0 в области трубы дрейфа. В численном моделировании указанной системы использовался метод крупных частиц (интегрирование уравнения движения) и пятиточечная разностная схема (интегрирование уравнения Пуассона).

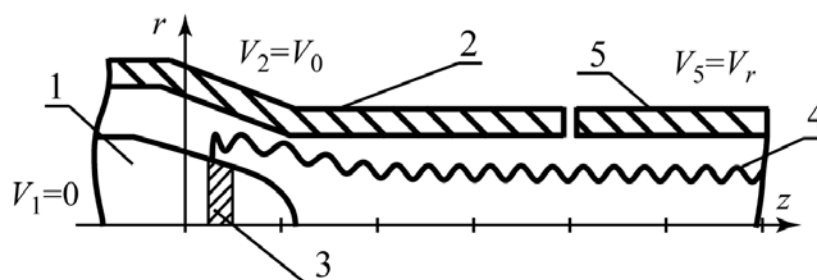


Рис. 1. Схема магнетронно-инжекторной пушки: 1 – катод, 2 – ускоряющий электрод, 3 – эмитирующий пояс, 4 – электронный поток, 5 – тормозящий электрод. Предполагается, что катод заземлен $V_1=0$, ускоряющее напряжение подается на электрод 2: $V_2=V_0$, на тормозящий электрод подается напряжение $V_5=V_r < V_2$.

Итак, в области отражающего электрода 5 при превышении тормозящей разности потенциалов некоторого критического значения $\Delta\varphi_c$ в трубе дрейфа пушки образуется ВК. Вследствие отражения частиц от ВК, между ВК и катодом пушки скапливается пространственный заряд и образуется ССП. На рис. 2 приведён фазовый портрет электронного пучка в безразмерных координатах (z, v_z) для пучка в сжатом состоянии.

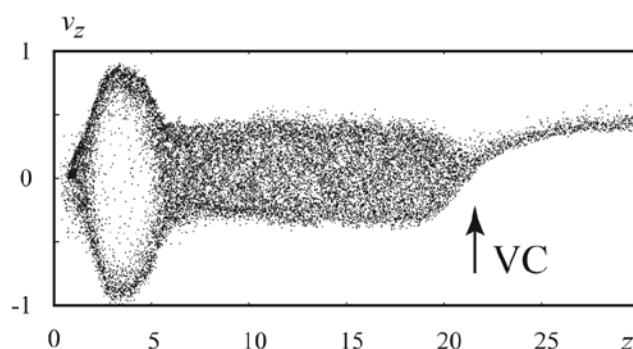


Рис. 2. Фазовый портрет для пучка в сжатом состоянии. Стрелкой VC обозначено местоположение ВК.

В ходе работы была исследована карта режимов на плоскости управляющих параметров $(\alpha, \Delta\varphi)$. Было показано, что при увеличении безразмерного тока пучка α или тормозящей разности потенциалов $\Delta\varphi$ система с винтовым пучком последовательно проходит три состояния: 1)

режим, при котором в системе не возникает ВК, при котором наблюдается полное прохождение пучка через пространство дрейфа; 2) режим образования нестационарного ВК; и 3) режим ССП.

В ходе дальнейших исследований было обнаружено, что для виркатора с дополнительным торможением пучка характерно возникновение продольных колебаний пространственного заряда в сжатом состоянии потока. На рис. 3 приведено распределение плотности пространственного заряда (показано цветом) на плоскости (t, z) . Видно, что на рисунке чётко прослеживаются колебания пространственного заряда в области около катода, как чередование по времени чёрных и белых пятен в области $z \approx 5$ (в нормированных единицах), что является нижней границей ССП – распределённого ВК. Плотность заряда, скапливающегося около катода значительно выше плотности в области ССП, поэтому колебания заряда около катода значительно более ярко выражены, чем в остальном пространстве. В области ССП, отмеченного на рисунке скобкой *SBS*, хорошо видны колебания пространственного заряда с малой амплитудой, определяемые неупорядоченным движением (дрейфом) отдельных заряженных частиц.

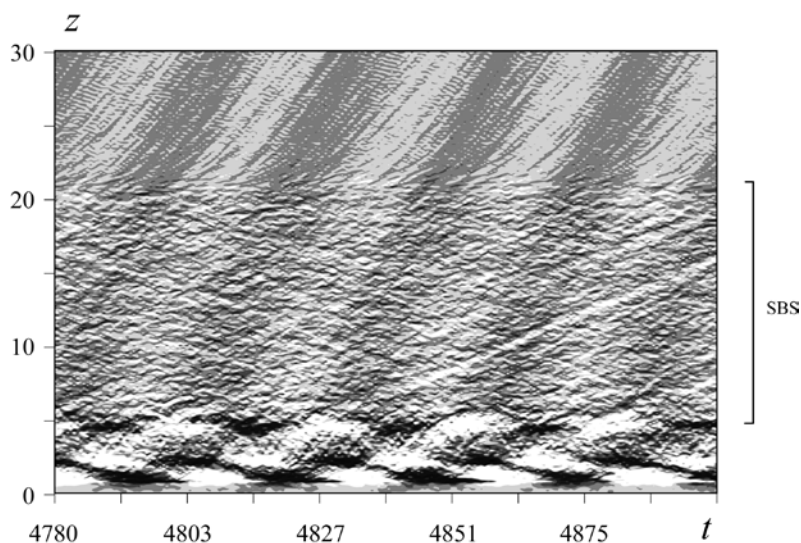


Рис. 3. Зависимость плотности пространственного заряда пучка (показана оттенками серого) в пространстве и времени для пучка в сжатом состоянии.

Также вдоль пространства взаимодействия отчётливо видны чередующиеся во времени светлые и тёмные полосы, начинающиеся от области с координатой $z \approx 5$ до выхода из пространства дрейфа $z = 30$. Частота следования этих возмущений определяется частотой, с которой пространственный заряд накапливается и рассасывается в области $z \approx 5$, то есть частотой колебаний ВК.

Как показал анализ траекторий заряженных частиц для ССП, в данном режиме продольных колебаний заряда, в пучке не возникает отчётливых пространственных сгустков электронов. Возникновение продольных

колебаний в системе определяется возникновением возмущений плотности пучка в режиме ССП, которые возбуждаются колебаниями в области магнитной ловушки и двигаются вдоль пространства со скоростью волн пространственного заряда. Последнее подтверждается изменением скорости возмущения вдоль пространства дрейфа пучка, заметное на рис. 3.

Таким образом, в работе проведено исследование возникновения и динамики ССП в нерелятивистской системе с дополнительным торможением.

Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (Соглашения №№ 14.В37.21.0764, 14.В37.21.1171), грантами РФФИ (12-02-00345 и 12-02-33071), а также Президентской программы поддержки молодых российских учёных (МК-818.2013.2 и МД-345.2013.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. М.В. Кузелев, А.А. Рухадзе, П.С. Стрелков. Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
2. Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Т. 2. М.: Физматлит, 2004.
3. А.Е. Дубинов, В.Д. Селемир. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 6, С. 575
4. А.М. Ignatov, V.P. Tarakanov. // Phys. Plasmas. 1994. V. 1. № 3. PP. 741-744.
5. А.Е. Дубинов // Письма в ЖТФ, 1997. Т. 23, № 22, С. 29-33.
6. А.Е. Дубинов, И.В. Макаров, С.А. Садовой и др. // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. № 5. СС. 81-86.
7. Ю.А. Калинин, А.А. Короновский, А.Е. Храмов и др. // Физика плазмы. 2005. Т. 31. № 11. СС. 1009-1025.
8. Е.Н. Егоров, Ю.А. Калинин, А.А. Короновский и др. // Известия вузов. Радиофизика. 2006. Т. XLIX. № 10. СС. 843-852.
9. S.E. Tsimring Electron beams and microwave vacuum electronics. John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2007.
10. С.А. Куркин, А.А. Короновский, Е.Н. Егоров и др. // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т. 18. № 6. СС. 106-137.

ДИНАМИКА ПРЕДЕЛЬНО КОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ В ВОЛНОВОДНЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБКАХ

Н.Н. Конобеева¹, М.Б. Белоненко²

¹Волгоградский государственный университет

²Волгоградский институт бизнеса

yana_nn@inbox.ru

Данная работа посвящена исследованию динамики предельно коротких импульсов, которые можно рассматривать в качестве дискретных солитонов, распространяющихся в углеродных нанотрубках (УНТ) с металлической проводимостью, организованных в волноводные слои. Как известно, в зависимости от симметрии нанотрубки подразделяются на два вида: хиральные и ахиральные [1, 2]. Хиральные УНТ имеют винтовую симметрию, ахиральные – аксиальную. Причем хиральные НТ могут проявлять как металлическую, так и полупроводниковую проводимость в зависимости от чисел, определяющих различный способ свертывания графитовой плоскости в углеродную нанотрубку (n,m). Причем условие металлической проводимости выполняется, если разность чисел n и m кратна 3.

Также в последние годы наблюдается повышенное внимание исследователей к нелинейному распространению света в дискретных волноводных структурах, что обусловлено возможностями практического использования нелинейно-оптических эффектов, а также тем, что распространения световых пучков в таких структурах аналогично движению электрона в кристаллической решетке. Физические явления, лежащие в основе эффекта, наблюдаются в таких системах, как полупроводниковые сверхрешетки, биологические молекулярные структуры, Бозе-Эйнштейновский конденсат с периодическим потенциалом и др [3].

В настоящей работе анализируется поведение электромагнитного импульса распространяющегося в металлических УНТ, что очень важно для практических приложений. Теоретический интерес к исследованию свойств таких УНТ обусловлен тем, что учет "металличности" может приводить к существенному изменению накопленных знаний о свойствах исследуемых материалов и выявлению новых эффектов. Например, в силу того, что металлические УНТ не имеют запрещенной зоны, в них возможны эффекты аналогичные наблюдаемым в графеновых системах. В частности, отметим высокую скорость Ферми и как следствие высокую подвижность носителей заряда в металлических нанотрубках.

Рассмотрим переменное электрическое поле, распространяющееся в системе металлических углеродных нанотрубок в геометрии, когда

электромагнитное поле линейно поляризовано и направлено вдоль оси нанотрубок.

В общем случае нанотрубок типа (N_x, N_y) имеем следующие периодические граничные условия [4]:

$$\sqrt{3} N_x k_x a + N_y k_y a = \vec{C}_h \vec{k} = 2\pi q \quad (1)$$

где $N_y a$ соответствует операции трансляции, $\sqrt{3} N_x a$ – соответствует операции вращения, a – постоянная решетки, q – целое число, \vec{k} – волновой вектор, \vec{C}_h – хиральный вектор, определяемый единичными векторами гексагональной решетки.

Общее дисперсионное соотношение для одномерной структуры хиральных нанотрубок имеет вид [4]:

$$\epsilon_q(\vec{k}) = \pm \gamma_0 \left(1 + 4 \cos \left(\frac{q\pi}{N_x} - \frac{N_y \vec{k} a}{2N_x} \right) \cos \left(\frac{\vec{k} a}{2} \right) + 4 \cos^2 \left(\frac{q\pi}{N_x} - \frac{N_y \vec{k} a}{2N_x} \right) \right)^{1/2} \quad (2)$$

где $\gamma_0 \approx 2.7$ эВ, $\vec{k} a$ принадлежит диапазону $[-\pi, \pi]$, одномерный волновой вектор \vec{k} вдоль оси нанотрубки $(n, m) = (N_x, N_y)$ определяется согласно уравнению (1), $a = 3b/2\hbar$, $b = 0.142$ нм – расстояние между соседними атомами углерода. Из данного соотношения легко получить дисперсионное соотношение для нанотрубок «arm-chair» типа (положив $N_x = N_y$), которые всегда проявляют металлические свойства.

Результаты численного решения уравнения Максвелла с учетом диэлектрических и магнитных свойств, показали, что металлическая проводимость углеродных нанотрубок оказывает существенное влияние на процесс распространения и форму предельно коротких импульсов. Изменяя входные параметры системы (начальная амплитуда, скорость) можно управлять параметрами импульса.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 12-02-31654)

ЛИТЕРАТУРА

1. А.В. Елецкий // Успехи физических наук. 1997. Т. 167. №9. С. 945.
2. S. Reich “ Carbon nanotubes. Basic concepts and physical properties ” Berlin: Wiley-VCH Verlag, 2003.
3. E. Smirnov, M. Stepic, С.Е. Ruter, D. Kip., V. Shandarov // Opt. Lett. 2006. V.31. P. 2338.
4. П. Харрис. Углеродные нанотрубы и родственные структуры. Новые материалы XXI века. М.: Техносфера, 2003.

ВЫБОР ПАРАМЕТРОВ МЕТОДА ПРИЧИННОСТИ ПО ГРЕЙНДЖЕРУ ДЛЯ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ВЫРАЖЕННЫМ ВРЕМЕННЫМ МАСШТАБОМ

М.В. Корнилов, Т.М. Голова, И.В. Сысоев

Саратовский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского
golovatanya@rambler.ru

Метод нелинейной причинности по Грейнджеру [1, 2] активно используется в ряде положений физики, биологии, медицины для выявления связанности между системами по их экспериментальным реализациям с помощью предсказательных моделей. Например, он используется в климатологии для предсказания появления муссонов, в медицине – для анализа связанности областей мозга по рядам энцефалограмм.

Суть метода заключается в следующем. Пусть имеется два временных ряда: ряд $\{x_n\}_{n=1}^N$ от системы X и ряд $\{y_n\}_{n=1}^N$ от системы Y . Требуется определить, воздействует ли система Y на систему X .

В начале, строится индивидуальная модель (1) размерности D_s :

$$x_n = f(x_{n-\tau}, x_{n-\tau-1}, \dots, x_{n-\tau-(D_s-1)})l + c^s + \xi_n^s \quad (1)$$

Коэффициенты c^s оцениваются методом наименьших квадратов по экспериментальной реализации $\{x_n\}_{n=1}^N$, модель имеет среднеквадратичную ошибку аппроксимации ε_s^2 , равную дисперсии остатков ξ_n^s . Затем строится совместная модель, где D_a это размерность добавки:

$$x_n = g(x_{n-\tau}, x_{n-\tau-1}, \dots, x_{n-\tau-(D_s-1)})l + y_{n-\tau}, \dots, y_{n-(D_a-1)}l - \tau + c^j + \xi_n^j, \quad (2)$$

имеющая среднеквадратичную ошибку прогноза ε_j^2 . Эффективность работы метода оценивалась с помощью показателя улучшения прогноза:

$$PI = 1 - \varepsilon_j^2 / \varepsilon_s^2 \quad (3)$$

$PI = 0$ в случае, если данные из ряда Y не помогают предсказывать динамику системы X . PI достигает 1, если динамика X полностью описывается совместной моделью, но не описывается индивидуальной.

Ранее отмечалось [3], что работоспособность метода в значительной степени определяется тем, насколько удачно выбраны значения дальности прогноза τ и лага l . Однако решить эту задачу — найти оптимальные значения τ и l — в общем случае очень сложно, в частности теоретически может быть показано, что во многих случаях значение PI в заведомо ложную сторону отлично от нуля [4]. Но определённых результатов можно добиться, если существенно сузить класс рассматриваемых объектов. Целью данной работы является исследование эффективности метода

нелинейной причинности по Грейнджеру для систем с хаотической динамикой и выраженным характерным временным масштабом T (пиком в спектре) в случае однонаправленной связи. Исследование проводилось на примере эталонных динамических систем: Рёсслера, Лоренца, уравнений автогенератора с 1,5 степенями свободы. Функции f и g аппроксимировались квадратичными полиномами, размерности выбирались равными $D_s = 2$, $D_a = 1$, что соответствует простейшей нелинейной модели из всех возможных.

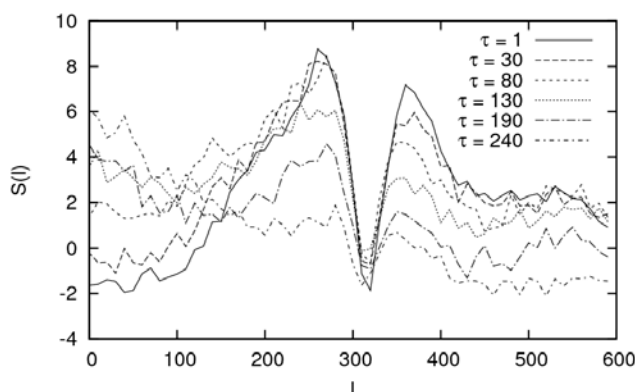


Рис. 1(а) Зависимость $S(l)$ при различных τ для системы Рёсслера

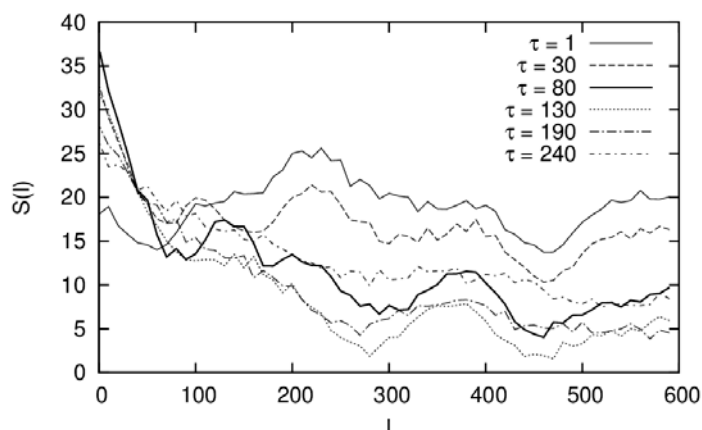


Рис. 1(б) Зависимость $S(l)$ при различных τ для системы Лоренца

Для решения поставленной задачи проводился трёхпараметрический анализ: строились зависимости $PI(k)$ — улучшения прогноза от силы связи — при разных τ и l . Значения τ варьировались в пределах от 1 до половины характерного периода системы $T/2$, а лага от 1 до T . Поскольку регулярность колебаний может также характеризоваться старшим ляпуновским показателем λ , для каждой из рассмотренных эталонных систем рассчитывалось его значение, соответствующее индивидуальной динамике. Поскольку анализировать весь набор таких графиков затруднительно, была предложена интегральная мера S : сумма разностей значений PI полученных в правильную сторону (там, где связь действительно присутствует) и в ложном направлении, т. е.

подсчитывалась площадь фигуры, ограниченной соответствующими кривыми. Такая оценка позволяет сказать, какие параметры модели лучше всего подходят для выявления направления связи (средняя разница между улучшением прогноза в верную и неверную стороны максимальна), поскольку в этом случае значения площади будут максимальны.

В результате численного эксперимента были получены следующие результаты. При рассмотрении систем с достаточно малым старшим ляпуновским показателем (система Рёсслера $\lambda=0,11$, автогенератор с 1.5 степенями свободы $\lambda=0,076$) лучшие результаты достигались при использовании значений дальности прогноза или лага больших $\frac{1}{2}$ характерного периода — см. рис. 1(а), где представлены зависимости $S(l)$ при различных τ для системы Рёсслера. Для двух связанных однонаправленной связью систем Лоренца картинка выглядит несколько иначе — рис. 1(б). Видно, что в этом случае лучшие значения достигаются при значениях дальности прогноза больших 1, однако при этом необходимо брать лаг близкий или равный единице. Старший ляпуновский показатель этой системы существенно больше — $\lambda=0,89$.

В данной работе для сравнительно узкого, но распространённого на практике класса систем — слабохаотических с выраженным характерным масштабом, показано, что работоспособность метода нелинейной причинности по Грейнджеру можно существенно повысить, если выбирать дальность прогноза и лаг, опираясь на свойства сигнала: его характерный период и значение старшего ляпуновского показателя системы. Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 12-02-00377.

ЛИТЕРАТУРА

1. Granger C.W.J. Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods // *Econometrica*. 1969. Vol. 37. No. 3. P. 424-438.
2. Yonghong Chen, Govindan Rangarajan, Jianfeng Feng, Mingzhou Ding. Analyzing Multiple Nonlinear Time Series with Extended Granger Causality // *Physics Letters A*. Volume 324, Issue1, Pages 26–35.
3. Сысоева М.В., Диканев Т.В., Сысоев И.В. Выбор временных масштабов при построении эмпирической модели // *Изв. вузов «Прикладная нелинейная динамика»*, т. 20, № 2, 2012.
4. D.A. Smirnov, B.P. Bezruchko, "Spurious causalities due to low temporal resolution: Towards detection of bidirectional coupling from time series" // *Europhys. Lett*. 2012. V. 100. 10005.

МОДЕЛЬ ИНЖЕКЦИОННОГО ЛАЗЕРА С УЧЁТОМ ИНЕРЦИОННОСТИ ПРОЦЕССА ДИФФУЗИИ НОСИТЕЛЕЙ

Ю.И. Кузнецов, А.Г. Ржанов
МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет
ruznets39@mail.ru, rjanov@mail.ru

Современный подход к описанию физических процессов в инжекционных лазерах (ИЛ) базируется на решении самосогласованной системы уравнений в частных производных, учитывающей пространственные и временные изменения основных параметров лазера – оптического поля и концентрации неравновесных носителей в активной области. Распределённая самосогласованная модель ИЛ включает в себя кинетические уравнения для учёта накачки, диффузии, спонтанного и вынужденного излучения в каждой точке активного слоя, волновое уравнение для нахождения частот, усиления и профилей лазерных мод, а также материальные соотношения, связывающие оптические и электронные характеристики среды [1,2].

Учёт инерционных свойств активной среды в распределённых моделях ИЛ осуществляется посредством того, что в кинетическом уравнении для концентрации неравновесных носителей учитываются процессы, происходящие в каждой точке активного слоя. Это требует решения уравнений в частных производных, создания сложных разностных схем для численного счёта, нужны существенные затраты времени и ресурса компьютера. Мы предлагаем упрощение модели без потери адекватности описания. Для этого предлагается ввести запаздывание в кинетическое уравнение для концентрации носителей. Тогда становится возможным отказаться от координатных зависимостей концентрации носителей и интенсивности излучения.

Пространственно неоднородное выжигание носителей в активном слое ИЛ и диффузия носителей приводят при определённых условиях к возникновению автомодуляционного (АМ) и хаотического режимов генерации. Эти явления наблюдаются при решении распределённых моделей, но отсутствуют в простых.

Будем считать, что профиль концентрации неравновесных носителей в активном слое ИЛ $N(y,t)$ до выжигания гауссовский. После выжигания на профиле появляется гладкий минимум. Аппроксимируем $N(y,t)$ вблизи

$y = 0$ зависимостью: $N(y,t) = N(0,t) + A(t)y^2$, где $A(t) = \frac{1}{2} \frac{d^2 N}{dy^2} \Big|_{y=0}$. До

выжигания кривизна гауссового профиля в максимуме равна $A(t) \approx -\frac{N(0,t)}{2\sigma^2}$,

где σ^2 - дисперсия. После выжигания кривизна профиля к моменту времени t определяется скоростью выжигания, которое происходило во

время $t - \tau$, где τ - время, примерно равное периоду квазирезонанса переходного процесса, либо периоду автомодуляции (АМ) излучения [3]:

$$\tau \approx \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{\tau_{ph}\tau_{sp}} \cdot \left(\frac{I}{I_{th}} - 1\right) - \frac{1}{2\tau_{sp}^2} \cdot \left(\left(\frac{I}{I_{th}} - 1\right) + 1\right)^2}}, \quad (1)$$

где I - ток накачки; I_{th} - пороговый ток; τ_{sp} - время спонтанной рекомбинации неравновесных носителей; τ_{ph} - время жизни фотонов в «холодном» лазерном резонаторе.

Таким образом, мы имеем запаздывающую реакцию системы на выжигание и последующую диффузию: $A(t) = ka(N(t - \tau) - N_{tr})S(t - \tau)$, где k - коэффициент, определяющий скорость диффузии и размер канала генерации, a - дифференциальное усиление среды, $N(t)$, $S(t)$ - средние концентрации неравновесных носителей и фотонов в лазерном резонаторе, N_{tr} - концентрация прозрачности активного слоя.

С учётом принятых предположений и нормировки, скоростные уравнения в одномодовом приближении примут вид:

$$\frac{dN}{dt} = I - (1 + K)N - R(N - 1)S + KR(N_{\tau} - 1)S_{\tau}; \quad (2)$$

$$\frac{dS}{dt} = R(N - 1)S - \theta S + \beta N, \quad (3)$$

где нормированные величины: I - ток накачки; R - дифференциальное усиление; K - коэффициент, учитывающий скорость и длину диффузии; $N_{\tau} = N(t - \tau)$; $S_{\tau} = S(t - \tau)$ - запаздывающие значения концентраций; τ - характерное время запаздывания; θ - потери излучения в «холодном» лазерном резонаторе; β - фактор спонтанного излучения.

Для детального исследования системы уравнений (2)-(3) были взяты следующие типичные для гетероструктур AlGaAs/GaAs параметры: $N_{tr} = 10^{23} \text{ м}^{-3}$ (нормировочная концентрация); $\tau_{sp} = 2 \text{ нс}$ (нормировочное время); $\tau_{ph} = 1.3 \text{ пс}$; толщина активного слоя $d = 0.2 \text{ мкм}$; длина диффузии $L = 3 \text{ мкм}$. При этом нормированные параметры принимают следующие значения: $R = 800$; $K = 0.4$; $\theta = 1538$; $\beta = 10^{-3}$.

Система (2)-(3) при $K < 1$ имеет единственное ненулевое решение:

$$N_0 = 1 + \frac{\theta}{R}; \quad (4)$$

$$S_0 = G[I - I_{th}]. \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой ватт-амперную характеристику ИЛ, где $G = (\theta(1 - K))^{-1}$ - её наклон, а $I_{th} = (1 + K)N_0$ - пороговый ток. Мы учитываем также, что в режиме генерации $\beta N \ll \theta S$. Таким образом, получаем значения параметров $G = 1.08 \cdot 10^{-3}$, $I_{th} = 4.09$.

При анализе системы уравнений (2)-(3) были найдены области различных типов решений и сценарии перехода к хаосу. С использованием метода D-разбиений [4] была построена область устойчивости в координатах (τ, I) . Как следует из (1), время запаздывания τ зависит, кроме времён τ_{sp} и τ_{ph} , от превышения порога генерации I/I_{th} . Так, нормированное время $\tau = 0.16$ соответствует превышению порога в 2 раза.

При увеличении тока накачки от 4.1 до 4.8 наблюдается стационарный процесс, что соответствует на фазовой плоскости (N, S) устойчивому фокусу с центром в точке (N_0, S_0) . При $I > 4.8$ происходит бифуркация рождения устойчивого предельного цикла, и вплоть до $I = 5.3$ наблюдается АМ. Далее система переходит к хаосу с образованием странного аттрактора. Переход осуществляется через перемежаемость [5]: чередование цугов с разной частотой АМ, чередование цугов с турбулентными всплесками большой амплитуды. На других участках (значения тока накачки 5.8 и 6.4) мы наблюдали крайне быстрый переход к хаосу через последовательность бифуркаций удвоения периода.

Физическая интерпретация возникновения хаотической АМ такова. С ростом тока накачки растёт интенсивность вынужденного излучения в центре профиля усиления, растёт кривизна $A(t)$ профиля распределения носителей в области пространственного выжигания. Это усиливает поперечный диффузионный ток. Процесс диффузии, обладающий инерционностью, добавляет в модель ИЛ недостающие степени свободы, без которых описание хаотической АМ невозможно, хотя наблюдалось экспериментально. В силу того, что процесс генерации в ИЛ происходит, как правило, в узком канале, диффузия играет роль добавочного источника вложения энергии в систему из «недокаченных» соседних с каналом областей, увеличивая её неустойчивость. Кроме того, вариации накачки и времени запаздывания оказывают влияние на фазовые соотношения в лазерном резонаторе, которые определяют возможность самовозбуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Vuus // IEEE J. QE. 1983. V. QE-19. No. 6. P. 953.
2. А.С. Логгинов, А.Г. Ржанов // ДАН СССР. 1989. Т. 309. № 6. С. 1354
3. “Основы оптоэлектроники” // Под ред. К.М. Голанта. М.: Мир, 1988.
4. Ю.И. Неймарк “Динамические системы и управляемые процессы” М.: Наука, 1978.
5. В.С. Анищенко “Сложные колебания в простых системах” М.: Наука, 1990.

ЦИФРОВАЯ СИСТЕМА ПЕРЕДАЧИ ИНФОРМАЦИИ НА БАЗЕ ХАОТИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Д.Д. Кульминский¹, А.С. Караваев^{1,2}, В.И. Пономаренко^{1,2},
М.Д. Прохоров²

¹ ФГБОУ Саратовский государственный университет им. Чернышевского

² Саратовский филиал ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН

kulminskydd@gmail.com

Исследования хаотических динамических систем показали, что скрытая передача информации с использованием концепции динамического хаоса является одним из перспективных направлений [1–2]. Интерес к хаотическим коммуникационным системам обусловлен тем, что хаотические системы обладают широкополосным спектром мощности, позволяют обеспечить высокую скорость передачи информации и остаются работоспособны при малых отношениях сигнала к шуму. Кроме того, они допускают возможность простой аппаратурной реализации с большим выбором различных колебательных режимов.

Для повышения конфиденциальности хаотических систем связи было предложено осуществлять скрытую передачу данных на базе генераторов с запаздыванием, демонстрирующих хаотическую динамику очень высокой размерности [3]. Известны разные способы передачи информационного сигнала с хаотической несущей: хаотическая маскировка, переключение хаотических режимов, нелинейное подмешивание, частотная модуляция хаотическим сигналом и другие, из которых одним из наиболее распространенных является нелинейное подмешивание информационного сигнала к хаотическому [4]. Однако одним из существенных недостатков таких систем связи является сравнительно низкая помехоустойчивость [5]. Дело в том, что для обеспечения скрытности передачи информации уровень сигнала сообщения должен быть существенно меньше уровня хаотической несущей. В таких условиях наличие помех в канале связи приводит к значительному искажению информационного сигнала, выделяемого на выходе схемы.

В данной работе мы предлагаем систему передачи информации, основанную на принципе нелинейного подмешивания, в которой информационный сигнал подмешивается к хаотическому сигналу генератора с запаздывающей обратной связью, формируемому в результате цифровых вычислений на простом программируемом микроконтроллере. При этом в приемник, параметры которого совпадают с параметрами передатчика, поступает цифровой сигнал, и для извлечения его информационной компоненты также используются цифровые вычисления. Такая система передачи информации использует маскировку информационного сигнала хаотическим сигналом высокой размерности и

процесс передачи помехоустойчив, что характерно для цифровых устройств передачи.

Предложенная схема позволяет передавать и принимать речевые и музыкальные сигналы в реальном времени без заметных искажений. В работе показано, что данная схема эффективна на примере передачи музыкального сигнала. В случае идентичности параметров приемника и передатчика временные реализации и спектры исходного сигнала и сигнала полученного из приемника качественно похожи. На слух сигнал на входе системы и на выходе не отличаются. Высокое качество дешифрования скрытого сигнала достигается за счет использования цифровых элементов в схеме, которые обеспечивают идентичность параметров и высокую устойчивость к шуму.

Для стороннего субъекта передаваемый по каналу связи сигнал представляет собой шум без всякой полезной информации. Для качественного выделения скрытого сообщения из хаотической несущей неавторизованный субъект должен знать структуру передатчика и точные значения параметров системы. Это является непростой задачей для рассмотренной системы связи. В радиотехническом эксперименте исследовалась возможность выделения информационного сигнала из хаотической несущей в случае расстройки параметров приемника и передатчика для указанной схемы передачи. Установлено, что для выделения информационного сигнала расстройка параметров системы не должна превышать 1%.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 13-02-00227)

ЛИТЕРАТУРА

1. L.M. Pecora, T.L. Carroll // *Phys. Rev. Lett.* 1990. V. 64. P. 821.
2. U. Parlitz, L.O. Chua, L. Kocarev, K.S. Halle, A. Shang // *Int. J. of Bifurcation and Chaos.* 1992. V. 2. P. 973.
3. K. Pyragas // *Int. J. of Bifurcation and Chaos.* 1998. V. 8. P. 1839.
4. А.С. Дмитриев, А.И. Панас “Динамический хаос: новые носители информации для систем связи” М.: Физматлит, 2002.
5. А.А. Короновский, О.И. Москаленко, А.Е. Храмов // *УФН.* 2009. Т. 179. С. 1281.

ВЛИЯНИЕ ВНЕШНЕГО РЕЗОНАТОРА НА ДИНАМИКУ ДОМЕНОВ В ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЕТКЕ

В.В. Макаров¹, С.А. Куркин¹, А.А. Короновский^{1,3}, К.Н. Алексеев²,
А.Е. Храмов^{1,3}, А.Г. Баланов^{1,2,3}

¹Саратовский Государственный Университет им Н.Г. Чернышевского

²Department of Physics, Loughborough University, United Kingdom

³Саратовский Государственный Технический Университет им. Гагарина Ю.А.
vladmak404@gmail.com

Исследование различных явлений в полупроводниковых сверхрешетках в настоящее время является важной и активно исследуемой задачей электроники сверхвысокочастотного и терагерцового диапазонов [1,2]. В контексте использования полупроводниковых сверхрешеток в высокочастотной электронике важной задачей является изучение взаимодействия сверхрешетки с внешними электродинамическими системами, с которыми может быть связана наноструктура. Такая постановка задачи может быть рассмотрена в двух аспектах. Во-первых, на высоких частотах невозможно избавиться от паразитных емкостей и индуктивностей элементов подключения сверхрешетки (провода, контакты и т.п.), которые образуют паразитные резонансные контуры, воздействующие на сверхрешетку. Поэтому при изучении режимов генерации сверхрешетки необходимо учитывать влияние такого внешнего «паразитного» резонансного контура. Во-вторых, хорошо известно, что внешние электродинамические системы часто являются эффективным способом управления сложными нелинейными колебательными процессами в диапазоне сверхвысоких частот, в частности, введение дополнительных резонансных систем может приводить к возбуждению хаотических колебаний в генераторах (например, в резонансной ЛОВ [3]). В данном докладе представлены результаты численного исследования динамики пространственного заряда в полупроводниковой наноструктуре, помещенной во внешний добротный резонатор.

Для описания коллективной динамики заряда в полупроводниковой сверхрешетке используется стандартная модель, основанная на самосогласованной системе уравнений Пуассона и непрерывности, которые интегрируются численно [4]. Предполагается, что в резонансной системе возбуждается только одна мода колебаний, что позволяет нам моделировать внешний резонатор с помощью нестационарных уравнений Кирхгофа. Считается, что полупроводниковая сверхрешетка находится при низкой температуре $T = 4.2$ К.

На рис. 1 показаны вольт-амперные характеристики (ВАХ) системы «сверхрешетка во внешнем резонаторе» при различных частотах внешнего резонатора. ВАХ имеет типичный для сверхрешеток вид с пиком Есаки-Тсу и падающим участком отрицательной дифференциальной

проводимости [1]. Обратим внимание на сильную изрезанность на низких частотах внешнего резонатора, тогда как зависимость для автономной системы (сверхрешетка без резонатора) гладкая. При увеличении частоты резонатора изрезанность становится менее выраженной, при этом начало генерации смещается в сторону низких напряжений. Также обратим внимание на появление провала на ВАХ в области $V_0 \approx 370$ мА при превышении частотой резонатора частоты собственных колебаний сверхрешетки. Наблюдаемые эффекты говорят о существенном влиянии параметров внешнего резонатора на динамику пространственного заряда в сверхрешетке.

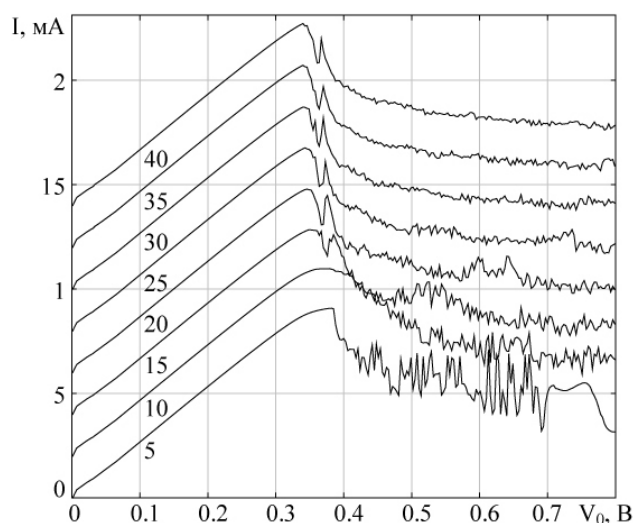


Рис.1 Вольт-амперные характеристики системы “сверхрешетка во внешнем резонаторе” при различных частотах внешнего резонатора, добротность резонатора $Q=150$. Для наглядности каждая следующая ВАХ сдвинута на 2 мА.

Для дальнейшего исследования системы была построена бифуркационная диаграмма колебаний напряжения в резонаторе при изменении частоты резонатора от 14 до 22 ГГц, которая представлена на рис. 2. Хорошо видна широкая область хаоса в области 15 ГГц, что говорит о принципиальном усложнении характера колебаний в системе по сравнению с автономной, где возможна только периодическая генерация.

Для иллюстрации режимов колебаний в системе на врезке к рисунку приведены спектры колебаний напряжения в резонаторе при двух различных частотах внешнего резонатора. На врезке (а) представлен спектр колебаний, которые реализуются при $f_Q=14.43$ ГГц. На нем присутствует только основная частота и ее гармоники, что соответствует простому периодическому режиму. На врезке (б) представлен спектр, соответствующий хаотическому режиму при $f_Q=15.22$ ГГц. Спектр сильно зашумлен, основная частота размывается, четко выраженные гармоники отсутствуют.

Таким образом, в работе показано, что внешняя резонансная система существенно усложняет динамику полупроводниковой сверхрешетки, более того, внешний добротный резонатор может быть использован для получения хаотической широкополосной генерации, что представляет непосредственный интерес для электроники сверхвысоких частот. Следует отметить, что полученные теоретические результаты хорошо согласуются с результатами проведенных экспериментальных исследований [5]. Области хаотической динамики имеют место при малых частотах внешнего резонатора $f_Q < 16$ ГГц.

Области хаотической динамики по напряжению соответствуют областям скачков и изрезанности на ВАХ (см. рис. 1), что позволяет особенности поведения ВАХ с перестройкой динамических режимов динамики доменов в сверхрешетке.

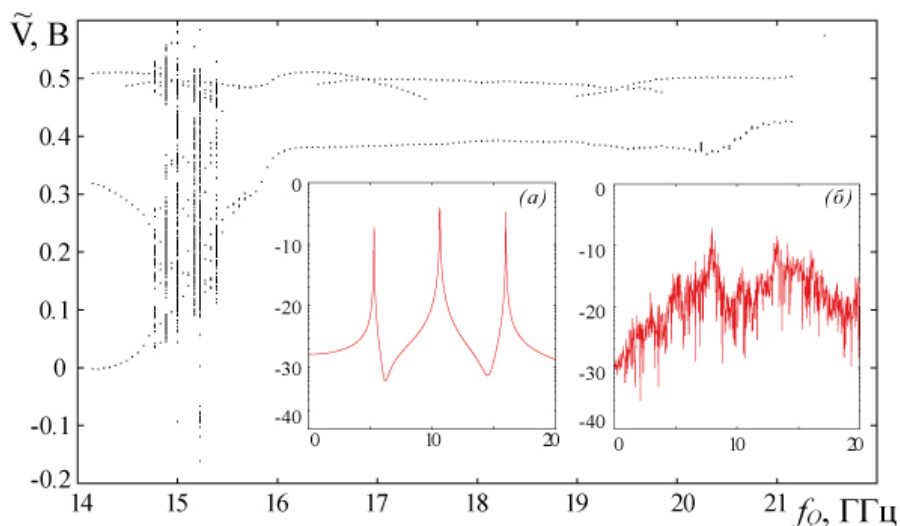


Рис. 2: Бифуркационная диаграмма колебаний напряжения в резонаторе при изменении частоты резонатора. Напряжение питания $V_0=510$ мВ, добротность резонатора $Q=750$. На врезке представлены спектры колебаний напряжения в резонаторе: $f_Q=14.43$ ГГц (а), $f_Q=15.22$ ГГц (б).

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых – кандидатов (МК-672.2012.2) и докторов (МД-345.2013.2) наук, ведущих научных школ (проект НШ-1430.2012.2), а также РФФИ (проект 12-02-33071).

ЛИТЕРАТУРА

1. L. Esaki and R. Tsu // IBM J. Res. Develop. E. 1970. V. 14. No 1. P. 61.
2. Bonilla L.L., Grahn H.T // Rep. Prog. Phys. E. 2005. V.68. No 3. P. 577.
3. Д. И. Трубецков, С. П. Кузнецов, Н. М. Рыскин, и А. Е. Храмов // Нелинейные волны'2004, НижнийНовгород: ИПФ РАН. 2005. С. 287–326.
4. А. О. Selskii, *et al.* // Phys. Rev. B 2011. V. 84, P. 235311.
5. А. Е. Храмов, *et al.* // applied in Phys.Rev.Lett. 2013.

ВЛИЯНИЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ШУМА НА ОПРЕДЕЛЕНИЕ СВЯЗАННОСТИ МЕТОДОМ НЕЛИНЕЙНОЙ ПРИЧИННОСТИ ПО ГРЕЙНДЖЕРУ ДЛЯ СИСТЕМ С РАЗНЫМ ТИПОМ АТТРАКТОРА

Ф.Б. Парамонов, И.В. Сысоев

СГУ им. Н.Г. Чернышевского

pheodor.paramonov@gmail.com

Введение

Вопрос о связанности сигналов часто решается с помощью метода причинности по Грейнджеру [1]. Изначально применялся только к линейным моделям, однако известны также различные его нелинейные обобщения [2, 3], в том числе с аппроксимацией нелинейных функций в виде полиномов общего вида [4]. Вопрос учета шумов анализа их влияния на динамику системы актуален. В работах [5, 6] проводились исследования для линейных моделей, в работе [7] исследовался вопрос о монотонности зависимости основного показателя метода — величины улучшения прогноза от измерительного шума и была выявлена в ряде систем не тривиальное поведение.

Целью работы является выявить, в каких случаях зависимость основного показателя метода нелинейной грейнджеровской причинности — улучшения прогноза от уровня измерительного шума при различных уровнях связи может быть немонотонна.

Метод нелинейной грейнджеровской причинности

Вначале строится собственная (индивидуальная) модель (1):

$$x_n = f\left(x_{n-l}, x_{n-2l}, \dots, x_{n-D_s l}, c^s\right) + \zeta, \quad (1)$$

где f — аппроксимирующая функция, l — лаг модели, D_s — собственная размерность модели, c^s — неизвестные коэффициенты, а ζ — остатки.

Вторым этапом строится совместная модель (2):

$$x_n = g\left(x_{n-1}, x_{n-2l}, \dots, x_{n-D_s l}, y_{n-1}, y_{n-2l}, \dots, y_{n-D_a l}, c^j\right) + \zeta_n^j, \quad (2)$$

где D_a — размерность добавки, c^j — коэффициенты совместной модели; и f и g — полиномы общего вида, порядка P . Коэффициенты обеих моделей подгоняются методом наименьших квадратов. В итоге получается собственная ошибка аппроксимации ε_s^2 и совместная ε_j^2

В качестве количественной меры воздействия используется PI — улучшение прогноза, определяемое по формуле (3):

$$PI = 1 - \frac{\varepsilon_j^2}{\varepsilon_s^2} \quad (3)$$

Улучшение прогноза $PI=0$ в случае, если данные из ряда Y не помогают предсказывать динамику системы X , т. е. $\varepsilon_j^2 = \varepsilon_s^2$. PI достигает 1, если динамика X полностью описывается совместной моделью ($\varepsilon_j = 0$), но не описывается индивидуальной.

Численный эксперимент

Исследовалась связанность между дискретными отображениями одной природы, но расстроенные по параметрам и между отображениями разной природы. Как отмечалось в работах [4, 5] при наличии шума уровень PI будет монотонно спадать с ростом среднеквадратичного отклонения σ . Однако в полученных результатах наблюдается не только монотонный спад количественной характеристики, но в некоторых случаях возможен эффект локального роста зависимости $PI(\sigma)$. Построив фазовые портреты и диаграммы Ламеррея (рис. 1, ряды 1-5), проведя кластерный анализ полученных групп точек можно сделать следующий вывод. Так как ведущая система находится в хаотическом режиме (рис. 1, ряд 1), а ведомая в периодическом (рис. 1, ряды 2-4), то внести информацию о динамике ведомой она не может. Поэтому при небольших уровнях шума PI спадает с ростом σ (рис. 1, ряд 6). Однако, по мере зашумления сигнала структура ведомой системы размывается под действием шума и прогноз заметно ухудшается (рис. 1, ряд 3). В силу того, что аттрактор ведущей системы многоленточный, и перескок точки с одной ленты на другую происходит синхронно, то эта информация позволяет определить периодическую структуру ведомой модели и уровень PI поднимается. Затем при росте уровня измерительного шума σ структура систем совсем размывается (рис. 1, ряды 4-5) и зависимость $PI(\sigma)$ снова продолжает монотонно спадать.

Модели, используемый в численном моделировании:

1. Логистическое отображение воздействующее на логистическое отображение.
2. Отображение окружности воздействующее на отображение окружности.
3. Отображения Эно воздействующее на отображение Эно.
4. Отображения Эно воздействующее на отображение окружности
5. Дискретное отображения Пуанкаре системы Ресслера воздействующее на отображение Пуанкаре системы Ресслера.

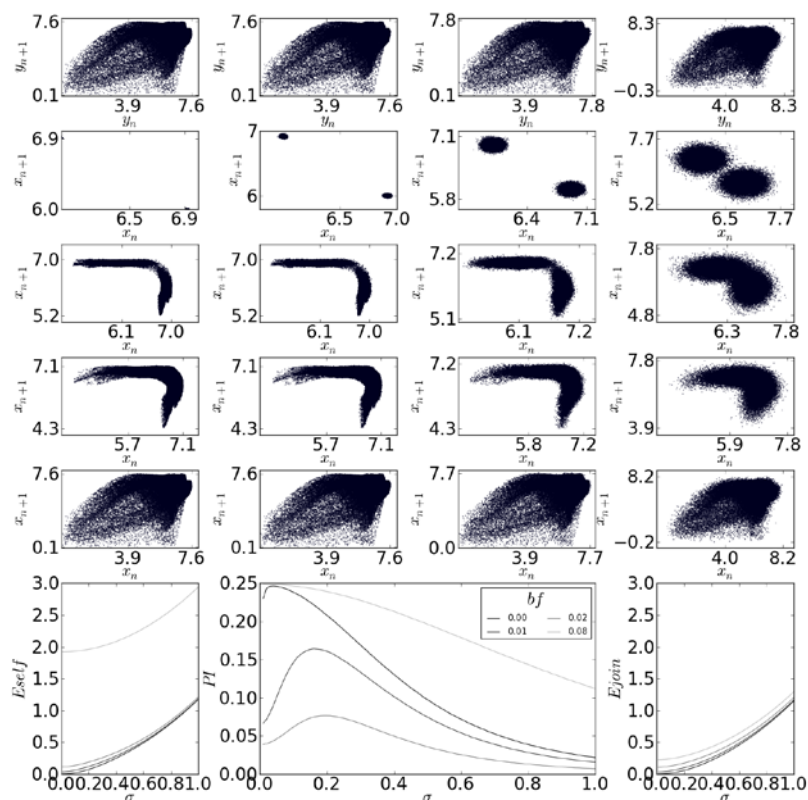


Рис. 1 - график показывает динамику системы при параметрах $a_x = 0.2$, $c_x = 5.7$, $a_y = 0.38$, $b_y = 0.2$, $c_y = 5.7$ и $b_x = 1.10$. В рядах №№1-5 представлены диаграммы Ламмерея. Ряд №1 и №2 – внутренняя динамика собственных сигналов X и Y . Ряды №№ 3-5 показывают динамику ведомой системы при воздействии на нее ведущей, с увеличением номера ряда растет коэффициент связи между системами. С увеличением номера столбца для каждого ряда увеличивается уровень измерительного шума в системе. Ряд №6, столбцы 1 и 4 представляют зависимости уровня ошибок аппроксимации, собственной и совместной соответственно, от измерительного шума. Центральный график ряда №6 – зависимость улучшения прогноза PI от уровня измерительного шума σ . Чем светлее кривая, тем сильнее связь между системами. Все значения приведены в безразмерных относительных единицах и приведенные данные усреднены по 100 реализациям. Шум нормальный с нулевым средним, различный для каждой реализации.

Закключение. Обнаруженный ранее эффект наблюдается для систем с многоленточным аттрактором. Это можно объяснить тем, что переключение между лентами несёт синхронную информацию о состоянии обеих систем и, как следствие, помогает в предсказании поведения ведомой системы. Поэтому в диапазоне не больших шумов возникает локальный рост зависимости $PI(\sigma)$ и в ряде случаев уровень PI может быть постоянен.

ЛИТЕРАТУРА

1. C. W. J. Granger. Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods. *Econometrica*, Vol. 37, No. 3., 1969, pp. 424—438.
2. Daniele Marinazzo, Mario Pellicoro, and Sebastiano Stramaglia. Nonlinear parametric model for Granger causality of time series. *Phys. Rev. E* 73, 066216 (2006).
3. K. Ishiguro, N. Otsu, M. Lungarella and Y. Kuniyoshi. Comparison of nonlinear Granger causality extensions for low-dimensional systems. *Phys. Rev. E* 77, 036217 (2008).
4. Yonghong Chen, Govindan Rangarajan, Jianfeng Feng, Mingzhou Ding. Analyzing Multiple Nonlinear Time Series with Extended Granger Causality. *Physics Letters A*. Volume 324, Issue 1, Pages 26—35.
5. H. Nalatore, M. Ding, and G. Rangarajan, *Phys. Rev. E* 75, 031123 (2007).
6. Matthias Winterhaldera, Bjorn Scheltera,b, Wolfram Hesse, Karin Schwabc, Lutz Leistritz , Daniel Klan , Reinhard Bauerd, Jens Timmera,b, Herbert Witte. Comparison of linear signal processing techniques to infer directed interactions in multivariate neural systems. // *Signal Processing*, 85 (2005) 2137–2160.
7. Ф.Б. Парамонов, И.В. Сысоев. Эффект увеличения нелинейной грейнджеровской причинности с ростом уровня измерительного шума. // «Нелинейные дни в Саратове для молодых — 2011»; Сборник материалов научной школы конференции. – Саратов: ООО ИЦ «Наука», 2012 С. 93-97.

МЕТОД РАСЧЕТ СПЕКТРА ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЛЯПУНОВА ДЛЯ
ПУЧКОВО-ПЛАЗМЕННЫХ СИСТЕМ, ОПИСЫВАЕМЫХ МЕТОДОМ
КРУПНЫХ ЧАСТИЦ

Н.С. Фролов¹, В.А. Максименко^{1,2}, А.А. Короновский^{1,2}, А.Е. Храмов^{1,2}

¹ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского»,

410012, Астраханская, 83, Саратов, Россия

²ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени
Гагарина Ю. А.»,

410054, Политехническая, 77, Саратов, Россия

phrolovns@gmail.com

Ляпуновские показатели являются мощным инструментом для анализа сложной динамики систем, являющихся предметом изучения различных областей науки, включая радиофизику и нелинейную динамику [1]. Методы расчета спектра показателей Ляпунова основаны на алгоритме Бенеттина [2] и детально разработаны для систем с малым числом степеней свободы. Прямое применение данных методов для анализа пространственно-распределенных систем оказывается проблематичным [3], хотя данный класс систем является очень важным в различных прикладных применениях, в частности, при исследовании систем электронной и плазменной природы [4].

В настоящем докладе описывается метод анализа пространственно-распределенных пучково-плазменных систем, моделируемых в рамках метода крупных частиц [5], при помощи расчета спектров показателей Ляпунова.

В качестве базовой модели был выбран диод Пирса - эталонная модель пучково-плазменных систем, удобная для теоретического и численного анализа сложной динамики потока заряженных частиц со сверхкритическим током [4,6]. В рамках метода крупных частиц электронный поток представляется в виде совокупности заряженных листов (крупных частиц), инжектируемых в пространство взаимодействия через равные промежутки времени Δt . Численное моделирование такой системы осуществляется с помощью совместного решения уравнения движения электронного потока и уравнения Пуассона для нахождения конфигурации поля и потенциала пространственного заряда [6].

В качестве состояния Диода Пирса для расчета показателей Ляпунова будем использовать вектор $U = (\rho(x,t), v(x,t))^T$. При этом для расчета первых N показателей в рассмотрение введем набор возмущений $V_i(x,t), i = 1, \dots, N$, удовлетворяющих условию нормировки и ортогональности. Набор возмущений, удовлетворяющих этим условиям, можно получить с помощью процедуры ортогонализации Грамма-Шмидта. Особенностью метода является то, что для описания эволюции возмущений в работе будет использована система линеаризованных в окрестности состояния

$U(x,t)$ гидродинамических уравнений, что позволяет эффективно анализировать линейную динамику возмущений в системе, а также проводить необходимые перенормировки, свойственные алгоритму Бенеттина.

Таким образом, по истечении периода времени длительностью T , набор возмущений $V_i(x,t)$ вновь подвергается указанной процедуре ортогонализации Грамма-Шмидта. Описанная последовательность действий повторяется M раз, после чего подсчитываются суммы

$$S_i = \sum_{j=1}^M \ln \|\tilde{V}_i(x, jT)\|. \quad (1)$$

Здесь $\|\tilde{V}_i(x, jT)\|$ - возмущение до перенормировки, но после ортогонализации. В этом случае оценка значений пространственных ляпуновских экспонент определяется как

$$\Lambda_i = \frac{S_i}{MT} \quad (2)$$

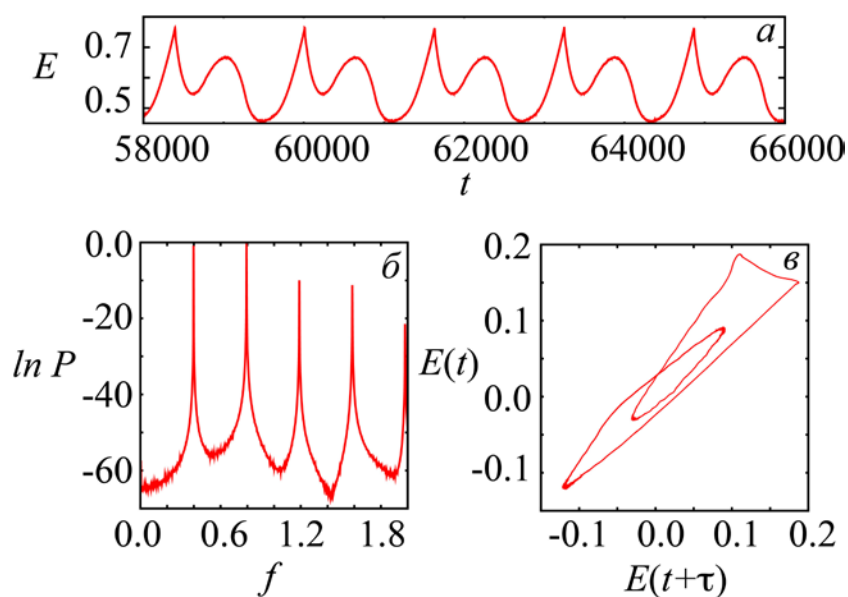


Рис. 1. Временная реализация (а), спектр (б) и фазовый портрет (в) колебаний поля пространственного заряда в исследуемой системе в точке с координатой $x=0.5$

С помощью описанного метода расчета спектра пространственных ляпуновских экспонент была исследована динамика электронного потока в Диоде Пирса. Для иллюстрации приведем результаты расчета системы с параметром Пирса $\alpha = 1.4$ без заполнения ионным фоном ($n_{ion} = 0$). Известно, что при указанных управляющих параметрах в системе происходит формирование виртуального катода, совершающего близкие к периодическим колебания во времени и пространстве (рис. 1).

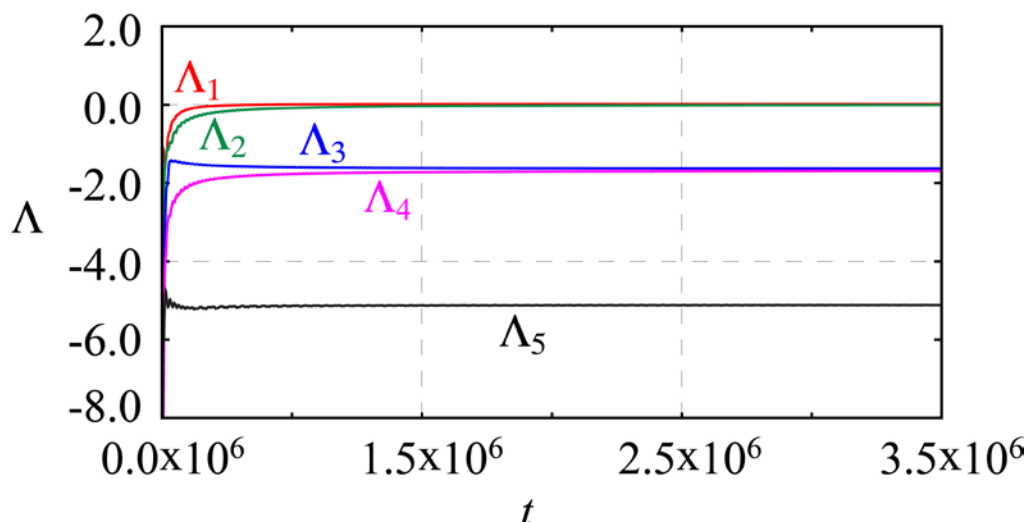


Рис.2 Зависимость пяти старших пространственных ляпуновских показателей от времени для модели диода Пирса при $\alpha = 1.4$ и $n_{ion} = 0$

На рис. 2 приведены результаты расчета зависимостей пяти старших показателей Ляпунова от времени для этого случая. Из рисунка видно, в данный режим характеризуется двумя нулевыми показателями, соответствующих комплексно-сопряженным возмущениям опорного состояния. Следует отметить, что два нулевых показателя являются максимальными в спектре, что соответствует периодической динамике исследуемой системы при выбранных управляющих параметрах. Таким образом, рассчитанный спектр показателей Ляпунова качественно соответствует режиму, наблюдаемому в системе. Рассмотренный алгоритм может быть использован для анализа сложной, в том числе и хаотической, динамики пространственно-распределенных пучково-плазменных систем, описываемых в рамках метода крупных частиц.

Работа выполнена при поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки молодых российских ученых – кандидатов (МК-818.2013.2) и докторов (МД-345.2013.2) наук, ведущих научных школ (проект НШ-1430.2012.2), а также РФФИ (проект 12-02-33071).

ЛИТЕРАТУРА

1. С.П. Кузнецов, «Динамический хаос». М.: Физматлит, 2001
2. G. Benettin, et al. // Meccanica. 1980. V. 15. P. 9.
3. А.Е. Храмов et al. // Physics of Plasmas. 2012. V. 19. № 8. P. 082302
4. Д.И. Трубецков, А.Е. Храмов, «Лекции по СВЧ электронике для физиков». В 2-х томах. М.: Физматлит, 2003, 2004.
5. С. Birdsall, А.В. Langdon «Plasma physics, via computer simulation». NY: McGraw-Hill. (1985)
6. Е. Н. Егоров и др. // РиЭ. 2007. Т. 52. № 1. С. 51-64.

РЕЖИМЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АНСАМБЛЯ АВТОГЕНЕРАТОРОВ И ДВУМЕРНОГО ВОЛНОВОГО ПОЛЯ

С.П. Чернявский
ЧелГУ, г. Челябинск
pavlovich.1313@gmail.com

Одним из направлений нелинейной динамики являются процессы, связанные с формированием пространственно-временных структур в нелинейных динамических системах. Исследования таких процессов представляют интерес для многих областей физики. Построение простых компьютерных моделей, является эффективным методом исследования динамики нелинейных систем, различной природы [1].

В работах [2, 3] была рассмотрена дискретная по времени и временным координатам модель взаимодействия ансамбля активных осцилляторов с двумерным волновым полем. Целью данной работы является исследование колебательного режима со связью по скорости в прямоугольной области.

Динамика волнового поля, возбуждаемого ансамблем автогенераторов, описывается следующим уравнением:

$$u(x, y, t + 1) = a_1 u(x, y, t) - a_2 u(x, y, t - 1) + bW(t, x \pm 1, y \pm 1) + gF(x, y, t) \quad (1)$$

где $W(x \pm 1, y \pm 1, t) = u(x - 1, y, t) + u(x + 1, y, t) + u(x, y - 1, t) + u(x, y + 1, t)$

$u(x, y, t)$ - дискретная функция, изменяющаяся с единичным шагом, определяющая состояние поля в точке с координатами x, y в момент времени t , g - коэффициент связи волнового поля с осцилляторами. Коэффициенты a_1 и a_2 уравнения (1) имеют следующий вид:

$$a_1 = 2(2v^2 - 1)\exp(-\gamma), a_2 = \exp(-2\gamma), b = v^2 \exp(-\gamma), \quad (2)$$

где v - фазовая скорость волны, γ - декремент затухания.

Уравнение (1) описывает прямоугольное колебательное поле, реализованное в виде решетки осцилляторов, взаимодействующих друг с другом. На это поле оказывается воздействие ансамблем активных осцилляторов. При исследовании динамики поведения системы, пространственные координаты сетки изменялись в диапазонах $0 \leq x \leq L$, $0 \leq y \leq H$. Для границы $x = L$ было наложено периодическое условие: $u(0, y) = u(L, y)$, для верхней и нижней границ: $u(x, H, t) = u(x, H - 1, t)$, $u(x, 0, t) = u(x, 1, t)$. Данные ограничения позволяют представить колебательную среду в виде цилиндра, высотой H , причем энергия колебаний данной среды не выходит за её пределы. Частоты мод волнового поля без модуляции верхней и нижней границы определяются как:

$$\beta_{n,m} = v \sqrt{(2\pi n / L)^2 + (\pi(2m+1) / H)^2}$$

Зависимость колебаний (n,m) - моды от пространственных переменных имеет следующий вид:

$$u_{n,m}(x,y) = \frac{2}{\sqrt{LH}} \sin\left(\frac{2\pi}{L}nx\right) \sin\left(\frac{\pi}{2H}(2m+1)y\right)$$

Влияние колебательного поля на осциллятор описывается следующим уравнением:

$$z(n,t+1) = d_1(z)z(n,t) - d_2(z)z(n,t-1) + g \Delta u(x(n), y(n), t), \quad (3)$$

где $\Delta u(x(n), y(n), t) = u(x(n), y(n), t) - u(x(n), y(n), t-1)$. Коэффициенты d_1 и d_2 этого уравнения нелинейно зависят от параметров осциллятора:

$$d_1 = 2 \exp(\varepsilon(1 - \alpha z^2(n,t))) \cos(\beta), d_2 = \exp(2\varepsilon(1 - \alpha z^2(n,t))).$$

При малой нелинейности $\varepsilon \ll 1$, $\varepsilon\alpha \ll 1$ уравнение (3) является дискретным аналогом уравнения Ван-дер-Поля [4], где β частота колебаний осциллятора.

Расположение ансамбля в пространстве выглядит следующим образом. В колебательном поле присутствует N_s групп осцилляторов. Координаты по оси y центров групп равны h . По оси x расстояние между группами кратно продольной длине волны. Каждая группа занимает прямоугольную область колебательного поля размером N_x узлов по оси x и N_y узлов по оси y .

В ходе исследования динамики системы рассматривался вариант воздействия осцилляторов на поле следующего вида:

$$F(x, y, t) = \sum_{n=1}^N \delta(x - x(n)) \delta(y - y(n)) \Delta z(n, t) \quad (4)$$

где, $\Delta z(n, t) = z(n, t) - z(n, t-1)$, $\delta(s) = \begin{cases} 1, s=0 \\ 0, s \neq 0 \end{cases}$, функция $z(n, t)$ описывает

состояние осциллятора в точке с координатами $x(n)$, $y(n)$ в момент времени t .

Для того, чтобы идентифицировать, находится ли колебательный процесс в стационарном режиме или нет, воспользуемся проекцией $P_m(t)$ на семейство ортогональных функций, определяющих зависимость собственных мод от координаты y :

$$P_m(t) = \sqrt{\frac{2}{H}} \sum_{y=0}^{H-1} u(x_0, y, t) \sin\left(\frac{\pi}{2H}(2m+1)y\right)$$

В ходе эксперимента, было показано, что возможно получить устойчивый режим работы двумерного колебательного поля при связи по скорости. Данный режим характеризуется меньшей стационарной амплитудой, по сравнению со смешанной связью. Однако путем увеличения параметра g уравнения (1), возможно улучшить режим работы.

На рисунке 1 представлены режимы работы (1) – стандартные значения, (2) – усиленное воздействие осциллятора на поле. Как показал эксперимент, последующее усиление ведет к нарушению структуры.

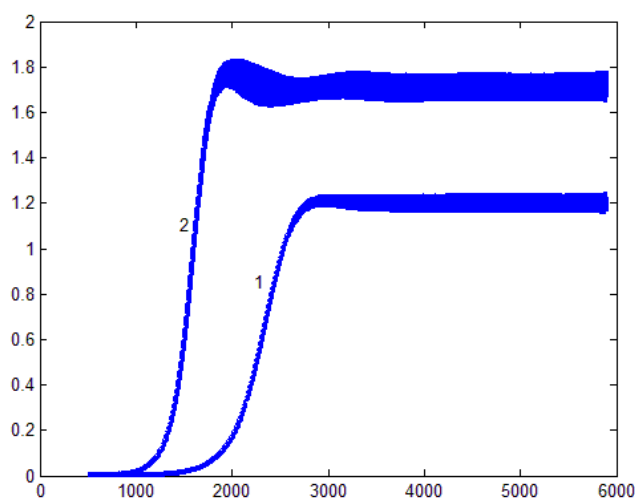


Рис. 1. Режимы работы поля при связи по скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д.И Трубецков, А.Е. “Храмов Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков” Т. 2. М: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. В.Н. Корниенко, А.П. Привезенцев “Многоволновое взаимодействие ансамбля автогенераторов в двумерном волновом поле с неоднородной границей” // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55. №7. С. 801-807
3. В.Н Корниенко, А.П. Привезенцев “Формирование пространственно-временных структур в системе активная среда – волновое поле в области с полупрозрачной границей” // Радиотехника и электроника. 2011 Т. 56 №4 С. 417-422
4. Г. Корн, Т. Корн “Справочник по математике” М.: Наука, 1978.

ХАОС И СОЛИТОНЫ В ФЕРРОМАГНИТНЫХ СТРУКТУРАХ

Ю.П. Шараевский

Саратовский государственный университет имени Н.Г.Чернышевского

SharaevskyYP@info.sgu.ru

В последние десятилетия получили интенсивное развитие исследования нелинейных волновых процессов в тонких ферритовых пленках, связанных с магнитостатическими спиновыми волнами (МСВ) [1]. Интерес к этим волнам связан, прежде всего, с тем, что они обладают целым рядом преимуществ перед другими типами волн: легко возбуждаются практически во всем диапазоне сверхвысоких частот (1–40 ГГц); обладают большим замедлением; существует возможность управления дисперсионными характеристиками этих волн с помощью внешних нагрузок и магнитного поля; нелинейные явления начинаются при достаточно низких уровнях мощности. В настоящее время благодаря успехам в технологии выращивания пленочных магнитных материалов большой интерес вызывает получение кристаллов, подобных фотонным [2], на основе магнитных материалов – магнонных кристаллов (МК) [3–5]. Размерные эффекты, разнообразие дисперсионных свойств, сильная поверхностная и объемная анизотропия пленочных магнитных материалов – все это способствует формированию уникальных электродинамических и нелинейных характеристик при распространении магнитостатических волн в таких структурах, а также открывает более широкие возможности для управления этими характеристиками.

В лекции представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований, направленных на изучение особенностей нелинейных явлений в планарных структурах на основе ферромагнитных пленок и магнонных кристаллов.

В лекции конкретно рассматриваются следующие вопросы:

- Нелинейные процессы в ферромагнитных пленках и в слоистых структурах на их основе (трехволновые и четырех волновые процессы), приводящие к хаотическим колебаниям, самомодуляции и самофокусировке, образованию солитонов огибающей.
- Периодические и квазипериодические магнонные кристаллы, включая фрактальные структуры, на основе ферритовых пленок и исследование брэгговских резонансов в них.
- Исследования, направленные на изучение влияния 3М процессов распада на брэгговские резонансы в спектре магнитостатических волн. Теоретические и экспериментальные результаты, связанные с выяснением основных механизмов формирования щелевых солитонов в запрещенной зоне МК в условиях 3М распада магнитостатической волны.

- Управление характеристиками линий передачи с использованием слоистых ферромагнитных структур и МК для создания на их основе перестраиваемых нелинейных переключателей, нелинейных СВЧ фильтров, элементов с насыщающимся поглощением и др.
- Исследование различных режимов генерации хаотических солитонов и параметрических солитонов в кольцевых автоколебательных системах с нелинейными элементами на основе ферромагнитных структур с активными и пассивными резонаторами, где в роли последних могут выступать магнетонные кристаллы.

Обсуждаются также вопросы, связанные с экспериментальным исследованием на основе комплекса Бриллюэновской спектроскопии пространственно-временной динамики волновых процессов в ферромагнитных структурах. Комплекс обеспечивает пространственное разрешение волновых возбуждений до 100 нм при временном разрешении до 1 нсек в диапазоне частот от 1 ГГц до 0.5 ТГц. К настоящему времени с помощью комплекса проведены исследования нелинейной динамики магнитоэлектрических и спиновых волн в латеральных ферромагнитных структурах, магнетонных кристаллах, некогерентных магнитных возбуждений в композитных пленках с наночастицами магнетита.

Работа выполнена в рамках гранта Правительства РФ для государственной поддержки научных исследований, проводимых под руководством ведущих учёных в российских образовательных учреждениях высшего профессионального образования (№ 11.G34.31.0030), гранта РФФИ (проект № 11-02-00047), президентской программы поддержки ведущих научных школ РФ (проект № НШ-1430.2012.2).

ЛИТЕРАТУРА

- 1 E.W. Philip «Nonlinear phenomena and chaos in magnetic materials». World Scientific Publisher. 1994.
- 2 Ю.С. Кившарь, Г.П. Агравал «Оптические солитоны. От волоконных световодов к фотонным кристаллам». М.:Физматлит. 2005.
- 3 Ю.В. Гуляев, С.А. Никитов, Л.В. Животовский и др.// Письма в ЖЭТФ.2003.Т. 77. №10. С.670.
- 4 A A Serga, A V Chumak and B Hillebrands //J. Phys. D: Appl. Phys. 2010.V.43. P. 264002.
- 5 S.V. Grishin, Yu.P. Sharaevskii, S.A. Nikitov, E.N. Beginin, S.E. Sheshukova //IEEE Transactions on Magnetics.2011.Vol.47, №.10. P. 3716-3719.

ФОРМИРОВАНИЕ ЩЕЛЕВЫХ СОЛИТОНОВ В ОГРАНИЧЕННОМ МАГНОННОМ КРИСТАЛЛЕ

С.Е. Шешукова¹, М.А. Морозова¹, Е.Н. Бегинин¹, Ю.П. Шараевский¹,
С.А. Никитов^{1,2}

¹ ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского»

² Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН

SheshukovaSE@yandex.ru

В последние годы активно исследуются сверхвысокочастотные (СВЧ) свойства периодических структур, изготовленных на основе ферромагнитных пленок (магнонных кристаллов - МК), в которых распространяются магнитостатические волны (МСВ) [1-5]. Это обусловлено большими успехами в технологии выращивания пленочных магнитных материалов и новым подходам в технологиях получения периодических структур. Особый интерес представляют исследования нового типа солитонов (щелевых солитонов), которые могут распространяться в запрещенной зоне с групповой скоростью намного меньше, чем скорость распространения солитона в однородной нелинейной среде. Изучение таких солитонов представляет интерес не только с фундаментальной точки зрения, но и имеет широкие потенциальные возможности для практического использования таких структур в телекоммуникационных системах

Целью данной работы было исследование особенностей распространения импульсных сигналов в одномерной периодической ферромагнитной структуре и определение условий формирования в ней щелевых солитонов.

Для построения теоретической модели, описывающей распространение сигнала через МК на частотах, лежащих внутри запрещенной зоны, использовался метод связанных волн. Представляя амплитуду огибающей в виде суперпозиции прямой и встречной волн, была построена модель в виде связанных нелинейных уравнений Шредингера (НУШ) с учетом потерь, описывающая распространение МСВ в ограниченном МК. Также было получено выражение для коэффициента связи, которое, в основном, зависит от геометрических параметров структуры. В отличие от [3] полученная система уравнений позволяет исследовать прохождение импульсов с частотой несущей строго совпадающей с центром запрещенной зоны. На основе численного решения построенной системы НУШ было получено, что при определенном значении входной амплитуды в выходном сигнале можно наблюдать два всплеска с интервалом равным длительности входного импульса. Данные всплески являются результатами дифференцирования фронта и среза входного прямоугольного импульса. При увеличении входной амплитуды в выходном сигнале между всплесками формируется

дополнительный импульс. При дальнейшем увеличении амплитуды образующийся между всплесками импульс приближается к переднему всплеску выходного сигнала, т.е. его скорость увеличивается (рис. 1).

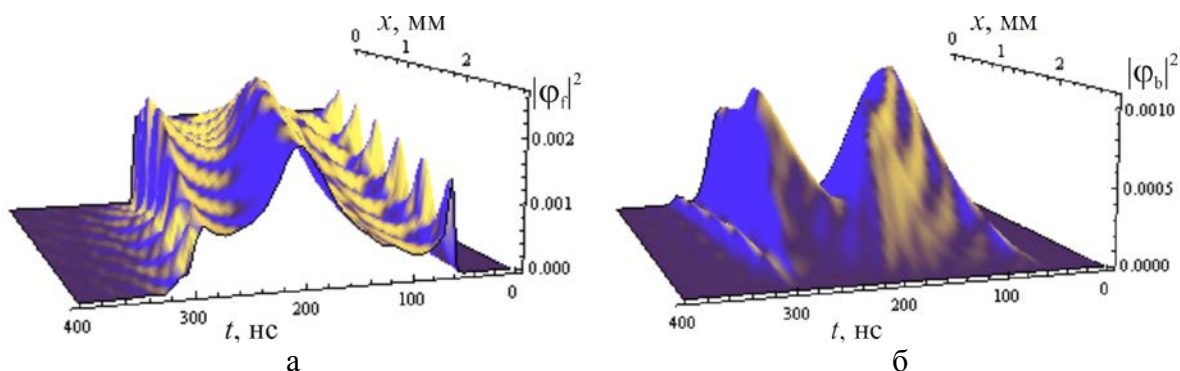


Рис. 1. Пространственно-временная эволюция амплитуды огибающей прямой волны (а) и встречной волны (б) вдоль МК.

Для проведения экспериментальных исследований была собрана установка, содержащая генератор СВЧ-сигналов, макет линии передачи (ЛП) на основе МК и СВЧ-анализатор цепей. На вход ЛП подавались прямоугольные импульсы длительностью 260 нс, мощность которых менялась от -10 дБмВт до 20 дБмВт. Частота несущей совпадала с центром запрещенной зоны и лежала в области частот, при которых возможны трехмагنونные процессы распада МСВ.

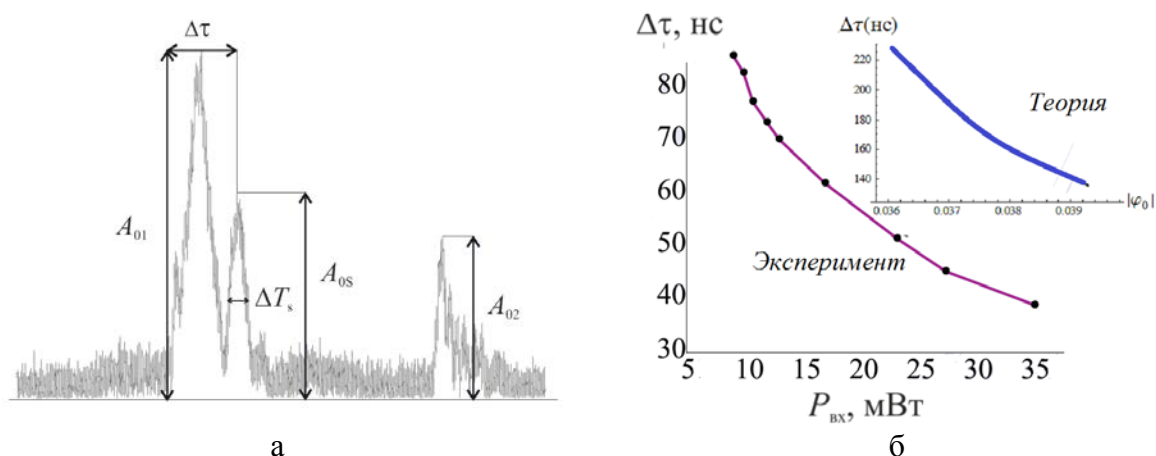


Рис.2. Огибающая выходного сигнала: амплитуды начального A_{01} , дополнительного A_{0S} и конечного A_{02} импульсов (а); зависимость смещения дополнительного импульса от мощности входного сигнала (б).

Было получено, что при изменении входной мощности наблюдается аналогичная динамика как при численном эксперименте – формируется дополнительный импульс (рис. 2 а). Были исследованы характеристики этого импульса: зависимость пиковой мощности от его длительности и входной мощности, а также величины смещения от входной мощности (рис. 2 б). Наблюдается хорошее соответствие экспериментальных и

теоретических результатов, из которых видно, что при увеличении входной мощности $\Delta\tau$ уменьшается, т.е. дополнительный импульс приближается к переднему всплеску выходного сигнала. Следовательно, с увеличением входной мощности скорость дополнительного импульса увеличивается, что является одним из свойств солитонов - скорость пропорциональна амплитуде. Также было исследовано поведение фазы внутри импульса, которая представляет собой «полочку». На основе экспериментальных данных были оценены времена нелинейности, дисперсии и релаксации, а также пороговая мощность входного сигнала, которые подтвердили солитонную природу генерируемых импульсов.

Таким образом, в данной работе показана возможность генерации солитоноподобных импульсов в запрещенной зоне одномерного МК при распространении поверхностной МСВ на частотах ниже 4 ГГц. Влияние трехмагнанных процессов сводится к формированию "скола" на срезе импульса, что приводит к уменьшению коэффициента пропускания при увеличении входной мощности выше пороговой. Генерация импульсов наблюдается при увеличении входной мощности, скорость импульсов меньше групповой скорости поверхностных волн в однородной плёнке и растёт с увеличением амплитуды. Данный эффект генерации солитоноподобных импульсов хорошо описывается в рамках теории связанных волн с помощью системы связанных нелинейных уравнений Шредингера для огибающих прямой и встречной волн в периодической структуре.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (12-07-31009), Правительства РФ (№ 11.G34.31.0030) и стипендии Президента РФ (СП-1551.2013.5).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю.В.Гуляев, С.А. Никитов // ДАН. 2001. Т.380. С.469.
2. A.A. Serga, A.V. Chumak and B. Hillebrands // J. Phys. D: Appl. Phys. 2010. V. 43 P. 264002.
3. А.В. Дроздовский, М.А. Черкасский, А.Б. Устинов, Н.Г. Ковшиков, Б.А. Калиникос // Письма в ЖЭТФ, 2010. Т. 91, вып. 1. С.17-22.
4. A.V. Ustinov, B.A. Kalinikos, V.E. Demidov and S.O. Demokritov // Physical Review B. 2010. Vol. 81. P. 180406.
5. М.А. Морозова, Ю.П. Шараевский, С.Е. Шешукова // Изв.вузов.: Прикладная нелинейная динамика. 2010. Т.18, №5. С. 113-124.

ЛОКАЛЬНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА ВБЛИЗИ ГРАНИЦ УСТАНОВЛЕНИЯ СИНХРОННЫХ РЕЖИМОВ

С.А. Шурыгина¹, А.А. Короновский^{1,2}, М.К. Куровская¹,
О.И. Москаленко^{1,2}, А.Е. Храмов^{1,2}

¹ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный университет имени
Н.Г. Чернышевского»

²ФГБОУ ВПО «Саратовский государственный технический университет имени
Гагарина Ю.А.»
shuryginasa@gmail.com

Известно, что показатели Ляпунова представляют собой мощный инструмент для анализа сложного поведения систем [1-2]. Они широко используются для описания как автономной, так и неавтономной динамики систем с сосредоточенными и распределенными параметрами. Одним из наиболее важных приложений показателей Ляпунова является их использование для обнаружения качественных изменений в динамике системы при варьировании управляющих параметров. Например, показатели Ляпунова используются для обнаружения перехода от хаотического режима к гиперхаосу [3], для выявления наличия гиперболического аттрактора [4], для диагностики различных типов хаотической синхронизации [5, 6].

Известно, что в двух связанных хаотических системах при изменении параметра связи, как правило, происходит последовательный переход в область отрицательных значений двух показателей Ляпунова: сначала нулевого, а затем положительного [7]. Изменение знака показателя Ляпунова, как отмечалось выше, свидетельствует о качественных изменениях, произошедших в динамике системы. В ряде случаев, переход одного из показателей Ляпунова в область отрицательных значений связывают с возникновением синхронного поведения, как например, в случае синхронизации периодических колебаний или при установлении режима обобщенной хаотической синхронизации [5, 6]. В то же самое время, для связанных хаотических осцилляторов при установлении режима фазовой синхронизации условный показатель Ляпунова является уже существенно отрицательным [5]. Поэтому, принимая во внимание отрицательность рассматриваемой величины, следует полагать, что в этом случае ниже границы фазовой синхронизации должны проявляться некоторые черты синхронного поведения, хотя сам режим фазовой синхронизации еще не установился.

В настоящей работе показано, что как в системах, демонстрирующих периодическую динамику, находящихся под воздействием шума (отображение окружности, автогенератор Ван дер Поля), так и связанных хаотических системах (осцилляторы Ресслера) переход одного из нулевых показателей Ляпунова в область отрицательных значений происходит до

момента установления режима фазовой синхронизации, причем в системах с периодической динамикой добавление шума приводит к уменьшению значения управляющего параметра, соответствующего этому переходу. В рассмотрении введены локальные условные показатели Ляпунова отдельно для ламинарных и турбулентных фаз. Показано, что за отрицательность условного нулевого показателя отвечают ламинарные фазы: распределение локальных условных показателей Ляпунова на плоскости «значение показателя – длительность фазы» сдвигается в область отрицательных значений, в то время как распределение соответствующих показателей Ляпунова для турбулентных фаз остается практически симметричным относительно нуля. Отрицательность условного нулевого показателя Ляпунова является проявлением синхронизма, наблюдающегося на определенных временных интервалах вблизи границы установления режима фазовой синхронизации, где полностью синхронный режим еще не установился.

В работе также исследованы закономерности перехода одного из положительных показателей Ляпунова в область отрицательных значений. Показано, что переход условного показателя Ляпунова через нуль происходит немного раньше установления режима обобщенной хаотической синхронизации, определенной с помощью метода вспомогательной системы. В той области, где соответствующий условный показатель отрицателен, но режим обобщенной синхронизации еще не диагностируется, имеет место перемежающееся поведение. Установлено, что, как и в случае нулевого показателя Ляпунова, отрицательность старшего (положительного) условного показателя Ляпунова является проявлением синхронизма, наблюдающегося на определенных временных интервалах, что соответствует ламинарным фазам поведения, в то время как в турбулентных фазах старший условный показатель Ляпунова положителен и близок к нулю.

Исследование выполнено при поддержке Минобрнауки РФ (14.В37.21.0751, 14.В37.21.0059), РФФИ (12-02-00221) и Государственного задания Минобрнауки России высшим учебным заведениям на 2013 и плановый период 2014 и 2015 гг. в части проведения НИР.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. Porcher R., G. Thomas // *Phys. Rev. E*. 2001. V. 64. No. 1. P. 010902.
2. A.E. Hramov et al. // *Physics of Plasmas*. 2012. V. 19. No. 8. P. 082302.
3. С.П. Кузнецов и др. // *Изв. вузов. Р/ф*. 2004. Т. 47. № 5–6. С. 383.
4. S.P. Kuznetsov // *Phys. Rev. Lett*. 2005. V. 95. P. 144.
5. A.E. Hramov et al. // *Phys. Rev. E*. 2008. V. 78. P. 036212.
6. K. Pyragas // *Phys. Rev. E*. 1996. V. 54. No 5. P. R4508.
7. А.А. Короновский и др. // *РиЭ*. 2011. Т. 56. № 12. С. 1490.