

СЕКЦИЯ 8. АКУСТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ

Построение ультразвукового изображения пузырьков миллиметрового размера в биоткани на основе решения задачи рассеяния акустических импульсов на сферической полости в жидкости	
<i>Е.А. Анненкова, О.А. Сапожников</i>	3
Измерение порога акустической кавитации в коллоидных растворах кремниевых наночастиц	
<i>Е.М. Иванова</i>	7
Оценка качества акустических полей при сканировании фокуса многоэлементных фазированных решеток устройств ультразвуковой хирургии	
<i>С.А. Ильин, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова, Л.Р. Гаврилов, О.А. Сапожников</i>	11
Точное интегрирование уравнений движения для волноводных акустических мод в градиентных кристаллах	
<i>А.В. Козлов, В.Г. Можжев</i>	15
Моделирование нелинейных акустических волн в неоднородной поглощающей среде с использованием полного волнового уравнения	
<i>Е.Г. Лобанова, В.А. Хохлова</i>	19
Ориентация вектора поляризации при различных направлениях распространения акустических волн в кристалле теллура	
<i>П.В. Мальнева, Н.В. Поликарпова</i>	23
Радиационная сила, оказываемая плоской акустической волной на твердотельный сферический рассеиватель в жидкости	
<i>А.В. Николаева, О.А. Сапожников</i>	27
Саморефракция сфокусированных акустических пучков	
<i>В.А. Гусев, Д.А. Преснов</i>	30
Экспериментальное исследование фазового перехода соизмеримая-несоизмеримая фаза в дифосфиде цинка акустическим методом	
<i>Н.И. Одина, А.Н. Семенова</i>	34

Калибровка ультразвукового излучателя мегагерцового диапазона частот в воде на основе измерения радиационной силы и акустической голограммы

В.Г. Субботин, О.А. Сапожников, С.А. Цысарь 38

Расчёт структуры акустического пучка в анизотропной среде при возбуждении пьезопреобразователем произвольной формы

В.А. Чекалина, А.С. Трушин 41

Особенности распространения упругих волн в 3-d гранулированной неконсолидированной среде

А.И. Коробов, Н.В. Ширгина, А.И. Кокшайский 44

ПОСТРОЕНИЕ УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ПУЗЫРЬКОВ МИЛЛИМЕТРОВОГО РАЗМЕРА В БИОТКАНИ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАССЕЙЯНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ НА СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В ЖИДКОСТИ

Е.А. Анненкова, О.А. Сапожников

Физический факультет,

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

a-a-annenkova@yandex.ru

Давно известно, что ультразвук воздействует на ткани, вызывая в них биологические изменения. Некоторые из таких изменений могут применяться в медицинской акустике. Так, управляемый нагрев глубоко расположенных тканей может дать положительный терапевтический эффект в ряде случаев [1]. При воздействии мощного ультразвука на ткань в определённых условиях может оказаться важным такой физический механизм, как кипение, поскольку образование пузырьков пара при кипении кардинальным образом меняет процесс воздействия ультразвука на биологическую ткань. Измерение параметров этих парогазовых пузырьков посредством ультразвуковой диагностики затруднено тем, что построение изображения при рассмотрении человеческих органов в основном базируется на слабых рассеянных сигналах, а все пузырьки являются сильными рассеивателями.

Для выявления зависимости сигнала обратного рассеяния от размера пузырька в данной работе моделируется процесс рассеяния ультразвуковых импульсов на неподвижной пустой полости. В качестве модели пузырька рассматривается абсолютно мягкая сфера, а расчет рассеянного поля производится на основе рассмотрения рассеяния фурье-компонент падающего импульса [2].

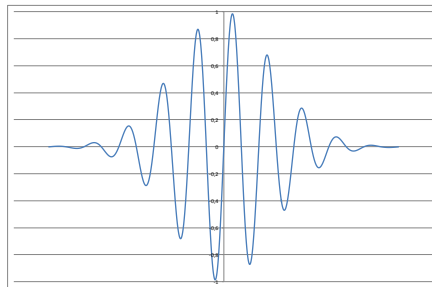


Рис. 1. Радиоимпульс с высокочастотным заполнением и колоколообразной огибающей

В задачах акустической диагностики типичный сигнал имеет вид радиоимпульса с высокочастотным заполнением и колоколообразной огибающей. Такой сигнал можно представить в следующем виде:

$$U(t) = U_0 e^{-t^2/\tau_0^2} \sin \omega_0 t . \quad (1)$$

Здесь U_0 - амплитуда сигнала; t - время; τ_0 - длительность импульса; ω_0 - центральная циклическая частота импульса.

Для расчёта рассеянного поля падающий импульс представляется в виде суперпозиции гармонических волн и рассматривается отдельно рассеяние каждой спектральной составляющей [3]. Рассеянная волна тогда будет являться суммой рассеянных волн на всех частотах:

$$p_s(r, \theta, t) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} p_m^{(s)}(r, \theta, t), \quad (2)$$

где $p_m^{(s)}(r, \theta, t)$ – акустическое давление m -й гармоники рассеянной волны, r - расстояние до центра пузырька, θ - угол между направлением на точку наблюдения и направлением распространения падающей волны. Типичные параметры в системах ультразвуковой медицинской диагностики длительность импульса $\tau_0 = 2 - 3$ мкс, период их следования $T=100$ мкс. В расчётах m можно ограничить так, чтобы соответствующие частоты $\omega_m = 2\pi m/T$ изменялись от $\omega_{min} = \omega_0 - \frac{5}{\tau_0}$ до $\omega_{max} = \omega_0 + \frac{5}{\tau_0}$. Соответствующий диапазон тогда составит $60 \lesssim m \lesssim 140$.

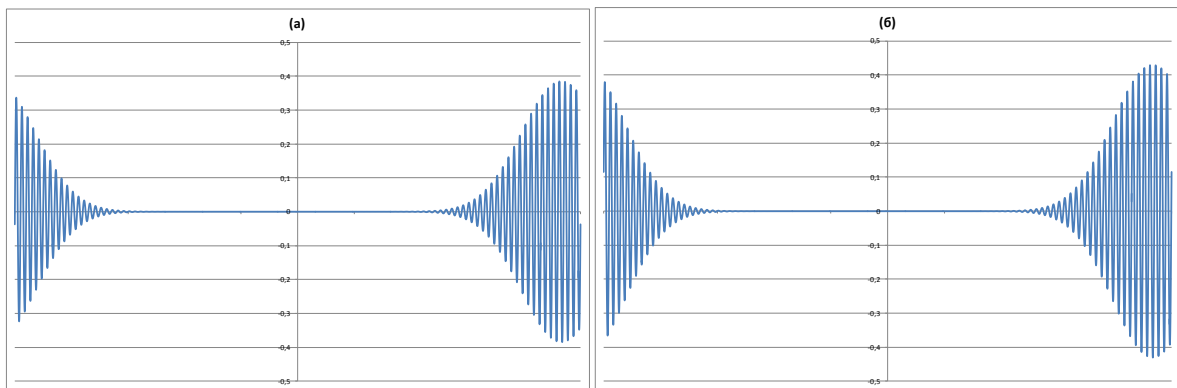


Рис. 2. Рассеянный импульс на большом расстоянии от рассеивателя. (а) – точное решение, (б) – решение с использованием асимптотики для функций Ханкеля

Результаты вычислений показали, что при рассеянии заданного выше импульса на мягкой сфере маленького радиуса ($ka < 1$) форма рассеянного сигнала не изменяется, а амплитуда уменьшается с расстоянием.

Для ускорения расчётов можно использовать тот факт, что на больших расстояниях от излучателя ($kr \gg 1$) сферическая функция Ханкеля имеет асимптотику [4]:

$$h_n^{(1)}(kr) \Big|_{kr \rightarrow \infty} = (-i)^{n+1} \frac{e^{ikr}}{kr} \quad (3)$$

При использовании этого выражения в расчетах потенциала полного поля при рассеянии плоской волны на мягкой сфере, расхождение графиков точного решения и асимптотики Ханкеля получилось незначительным (рис. 2), т.е. формулой (3) вполне можно пользоваться для ускорения

расчетов. Некоторая разница с точным решением имеется лишь в амплитуде импульсов, а формы воспроизведенных импульсов совпадают.

На рис. 3 показаны рассчитанные диаграммы направленности для рассеяния импульса на мягких сферах разных радиусов [3]. На диаграммах изображена зависимость амплитуды рассеянного импульса от угла рассеяния θ . Видно, что при малых радиусах рассеивателя диаграмма достаточно однородная. С увеличением радиуса рассеивающей сферы амплитуда рассеяния вперед растет, в то время как амплитуда по остальным направлениям остается однородной.

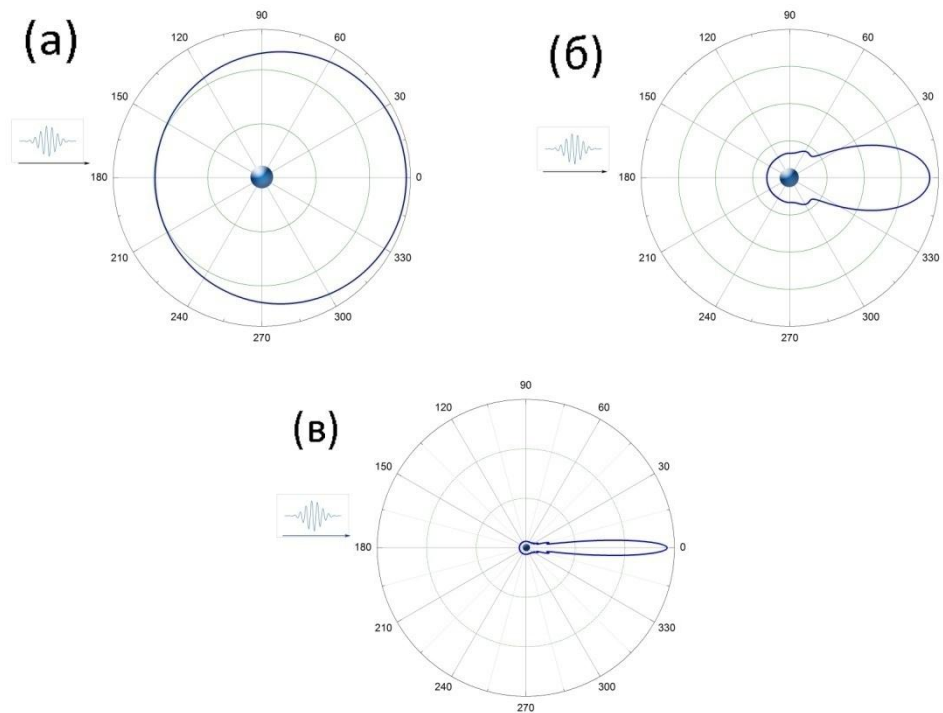


Рис. 3. Диаграмма рассеяния (а) - на сферах малого радиуса ($ka=0.4$), (б) - на сферах среднего радиуса ($ka=4$), (в) - на сферах большого радиуса ($ka=20$)

Рассчитанные формы рассеянных импульсов используются для построения яркостной картины на экране ультразвукового сканера по стандартным алгоритмам формирования изображений. Рассматривается модель электроакустического преобразователя, состоящего из 64 элементов. В первом приближении расчет проводится следующим образом: учитывается, что на каждый из элементов сигнал от рассеивателя будет приходить с различной задержкой; вводится сетка $32 \text{ мм} \times 32 \text{ мм}$ на плоскости (x,z) , с шагом $h=0,5 \text{ мм}$; для каждого узла сетки (l,k) находится время задержки сигнала с каждого элемента преобразователя, берутся амплитуды рассеянного сигнала в этот момент времени и суммируются. Далее вычисляется яркость в узлах (l,k) по формуле:

$$B_{lk} = \left\{ \sum_{n=1}^N U_{lk}^{(n)} \right\}^2, \quad (4)$$

где $U_{lk}^{(n)}$ - амплитуда рассеянного сигнала для n -го элемента преобразователя соответственно; B_{lk} – функция яркости.

На рис. 4 показано построенное на основе изложенного метода изображение рассеивателя, помещенного в точку с координатами (20, 15).

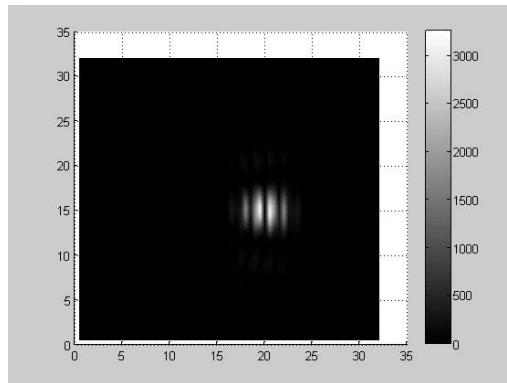


Рис. 4. Изображение рассеивателя, помещенного в точку с координатами (20, 15)

Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-2631.2012.2 и РФФИ 11-02-01189.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хилл К., Бэмбер Дж., тер Хаар Г. (ред.) “Ультразвук в медицине. Физические основы применения” // М.: Физматлит, 2008, 544 с.
2. Hickling, R. Analysis of echoes from a solid elastic sphere in water. - J. Acoust. Soc. Am., 1962, v. 34, no. 10, pp. 1582-1592.
3. Numerical recipes in Fortran 90 : the art of scientific computing / William H. Press , Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Flanner. Foreword by Michael Metcalf – 2nd ed. ,1996.
4. А.Г. Свешников, А.Н. Боголюбов, В.В. Кравцов. Лекции по математической физике. М: Изд-во Московского ун-та, Наука, 2004 (СБК).

ИЗМЕРЕНИЕ ПОРОГА АКУСТИЧЕСКОЙ КАВИТАЦИИ В КОЛЛОИДНЫХ РАСТВОРАХ КРЕМНИЕВЫХ НАНОЧАСТИЦ

Е.М. Иванова

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
физический факультет, Москва, Россия
em.ivanova@physics.msu.ru

Кремниевые наночастицы являются перспективным материалом для разработки новых методик направленной доставки лекарств в опухолевые ткани. Частицы вместе с прикрепленными к ним лекарственными препаратами могут накапливаться в опухолевых тканях за счет прикрепления к ним рецепторов, специфичных для определенных опухолей. Для активации частиц и высвобождения связанных с частицами лекарств предлагается использовать явление акустической кавитации, для создания которой необходим ультразвук высокой интенсивности. Процесс акустической кавитации начинается только при превышении уровня давления характерного для конкретной среды, который называется порогом акустической кавитации. Кремниевые наночастицы имеют пористую поверхность, что позволяет их использовать для понижения порога кавитации в биологических тканях и применять для доставки лекарств ультразвук сравнительно небольшой интенсивности.

Измерение порогов акустической кавитации проводят различными способами: по возникновению субгармоник [1] или же анализу кавитационного шума [2-3]. В настоящей работе используется первый метод.

Для создания кавитации необходимо образование в исследуемой жидкости стоячей волны достаточно большой интенсивности, что можно реализовать внутри акустического резонатора [1]. В представленной работе используется закрытый резонатор, что позволяет исследовать небольшие объемы коллоидных растворов, получение которых сопряжено с определенными технологическими трудностями.

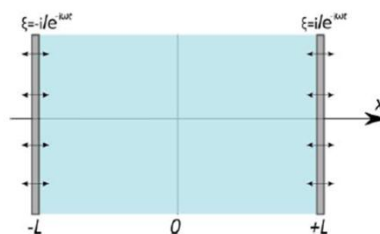


Рис. 1. Схема резонатора с двумя колеблющимися пластинами, расположенными на расстоянии $2L$.

Одна из стенок резонатора является излучателем, в то время как вторая может служить «зеркалом» - поверхностью, полностью отражающей акустическую волну, или приемником. В последнем случае,

если резонансная частота приемника приблизительно вдвое меньше рабочей частоты излучателя, то увеличивается чувствительность такой системы для регистрации субгармоники, возникающей при кавитации. Измерять структуру акустического поля в резонаторе можно также с помощью гидрофона с размерами, меньшими длины волны.

Частоты резонатора вычисляются по формуле: $f_{рез} = cN/4L$, где c – скорость звука в резонаторе, N – целое число, $2L$ – расстояние между стенками. Добротность резонатора, определяемая диссипацией в системе, равна $Q = \pi f_{рез} / \alpha c$, где α – коэффициент поглощения. Она также связана и с шириной резонансной линии Δf на уровне 0,7 от максимальной амплитуды $Q = f_{рез} / \Delta f$.

Коэффициент поглощения в дистиллированной воде $\alpha = 0,025 \text{ см}^{-1}$, поэтому для измерения влияния раствора на скорость звука и поглощение, необходимо чтобы концентрация частиц в растворе превышала 0,8 г/л, иначе поглощение за счет частиц становится более чем вдвое меньшим поглощения в воде, а такое поглощение невозможно зафиксировать используемыми здесь методами. На рис. 2 показаны измеренные резонансные линии для растворов с различными концентрациями кремниевых частиц. Излучателем служил преобразователь ПП-1 МГц. Видно, что с увеличением концентрации происходит сдвиг резонансной частоты в сторону высоких частот, что говорит об увеличении скорости звука в исследуемом растворе, а также уширение самой линии, что говорит об уменьшении добротности, а следовательно увеличении поглощения.

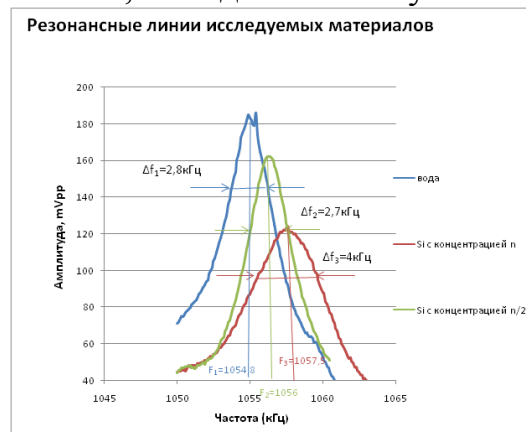


Рис. 2. Резонансные линии исследуемых материалов.

На основе данных результатов можно получить значение скорости звука в коллоидных средах. Зная сдвиг резонансных частот растворов относительно резонансной частоты воды, а также скорость звука в дистиллированной воде $c = 1480 \text{ м/с}$, скорость звука в исследуемом материале можно получить по формуле: $\Delta c_i = (F_i - F_1) \cdot c_1 / F_1$, где F_i – резонансная частота линии соответствующего раствора); c_i – скорость звука в растворе; $\Delta c_i = c_i - c_1$ –

сдвиг скорости звука в растворе относительно скорости звука в воде c_1 . В коллоидных растворах скорость звука увеличилась на несколько м/с.

Измеренное значение коэффициента затухания оказалось равным $\alpha_{\text{эксп}}=5,9\text{ м}^{-1}$. Коэффициент затухания УЗ состоит из двух слагаемых – затухания, связанного с конструкцией резонатора, которое можно измерить при заполнении резонатора дистиллированной водой, и затухания, вызванного собственно наличием коллоидных частиц. Тогда коэффициент затухания в коллоидном растворе может быть вычислен по формуле:

$$\alpha_c = \frac{\pi F}{c} \left(\frac{1}{Q} - \frac{1}{Q_0} \right),$$

где Q_0 , Q – добротности резонатора, заполненного чистой водой и коллоидным раствором соответственно. Таким образом, для коллоидных растворов получаем: $\alpha_{n/2}=0,04\text{ м}^{-1}$, $\alpha_n=0,085\text{ м}^{-1}$.

Порог кавитации зависит от температуры [3], которая изменяется как за счет внешних условий, так и вследствие поглощения части ультразвуковой энергии. Постоянный мониторинг температуры внутри резонатора проводился с помощью двух термопар малого размера. Термопары располагались по оси резонатора на расстоянии примерно 4 мм друг от друга. Использование двух термопар позволяло усреднить влияние стоячей волны на измерение температуры, поскольку термопары находились в точках с различными амплитудами волны.

Конструкция резонатора состоит из двух пьезоэлектрических преобразователей диаметром 20 мм, закрепленных в плексигласовом полумесяце параллельно друг другу на расстоянии 22 мм. Пьезопреобразователи (ПП) имели собственные частоты 1 и 2.5 МГц. Объем резонатора заполнялся коллоидными растворами кремниевых наночастиц различной концентрации и с различными свойствами поверхности. На один из пьезопреобразователей подавался сигнал с генератора «Tektronix AFG3021B», а другой выполнял функцию приемника.

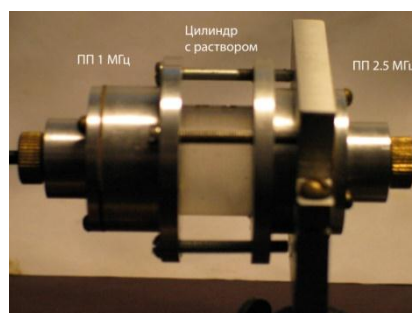


Рис. 3. Фотография резонатора.

Измерения порога кавитации проводились следующим образом. На ПП с резонансной частотой 2.5 МГц подавалось переменное напряжение с выхода усилителя мощности. Производилась настройка резонатора на одну из линий вблизи резонансной частоты этого ПП. Форма волны на втором ПП с резонансной частотой 1 МГц регистрировалась помощью осциллографа «Tektronix TDS3032B». Амплитуды субгармоники и первых трех гармоник основной частоты вычислялись с помощью алгоритма БПФ, встроенного в схему осциллографа. Измеренные преобразователем ПП-1МГц амплитуды субгармоники, первой, второй и третьей гармоник в зависимости от амплитуды давления на излучателе ПП-2.5МГц в растворах кремниевых наночастиц приведены на рис.3.

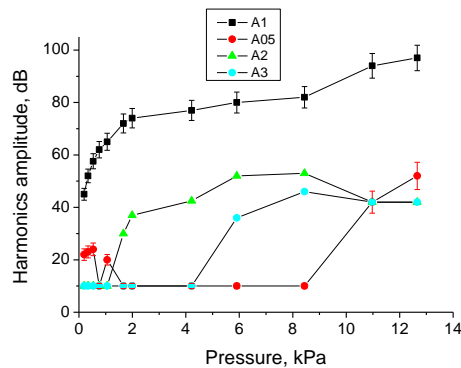


Рис. 4. Амплитуды гармоник, зарегистрированные ПП-1МГц в зависимости от амплитуды давления на излучателе ПП-2.5 МГц. Раствор частиц кремния.

Амплитуда 1-й гармоники (частота 2501 кГц) довольно быстро растет в диапазоне 0.1-2 кПа, затем ее рост замедляется. При давлении 2 кПа отмечен рост 2-й гармоники на 30 дБ, затем ее амплитуда стабилизируется на значении 40 -50 дБ. Субгармоника имеет флуктуации в пределах 10 дБ до значений давления 8-9 кПа, затем следует ее резкий рост до 30дБ (при $p=11$ кПа) и 40 дБ (при $p=13$ кПа). Таким образом, порог кавитации находится в области 10 -11 кПа. Отметим, что в чистой воде при таких амплитудах давления субгармоника не регистрировалась, т.е. ее уровень не превышал уровень цифрового шума.

Работа поддержана грантом РФФИ 11-02-90301.

ЛИТЕРАТУРА

1. Диденкулов И.Н., Мартьянов А.И., Прончатов-Рубцов Н.В. // Труды XXIV сессии РАО, Н.Новгород, 2011.
2. К. Хилл, Дж. Бэмбер, Г. тер Хаар (ред.) “Ультразвук в медицине. Физические основы применения”. М.: Физматлит. 2008.
3. K. Brabec, V. Mornstein // Central European Journal of Biology, CEJB 2(2), 213-221, 2007

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА АКУСТИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ ПРИ СКАНИРОВАНИИ ФОКУСА МНОГОЭЛЕМЕНТНЫХ ФАЗИРОВАННЫХ РЕШЕТОК УСТРОЙСТВ УЛЬТРАЗВУКОВОЙ ХИРУРГИИ

С.А. Ильин¹, П.В. Юлдашев¹, В.А. Хохлова¹, Л.Р. Гаврилов²,
О.А. Сапожников¹

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

²Акустический институт им. Н.Н. Андреева

sergey_ilyin@acs366.phys.msu.ru

В настоящее время в медицине широко используются ультразвуковые фокусирующие излучатели для проведения неинвазивных (без прямого хирургического вмешательства) операций [1, 2]. Для этих целей недавно начали применяться мощные многоэлементные фазированные решетки (рис. 1), позволяющие независимо варьировать амплитуды и фазы элементов, проводить электронное сканирование фокуса и создавать различные комбинации из нескольких фокусов [3]. При электронном сканировании фокуса необходимо учитывать возникающие побочные эффекты, обусловленные дискретной структурой решеток, в частности, это уменьшение амплитуды поля в фокусе и появление побочных максимумов. Качество поля решетки определяется степенью проявления этих эффектов. Для их оценки необходимо проводить измерения либо численные расчеты трехмерных полей при различных положениях основного фокуса, что является трудоемким процессом. В данной работе представлен аналитический метод, позволяющий рассчитывать поле многоэлементных фазированных решеток намного быстрее, чем путем прямого численного расчета, при сохранении точности результатов.

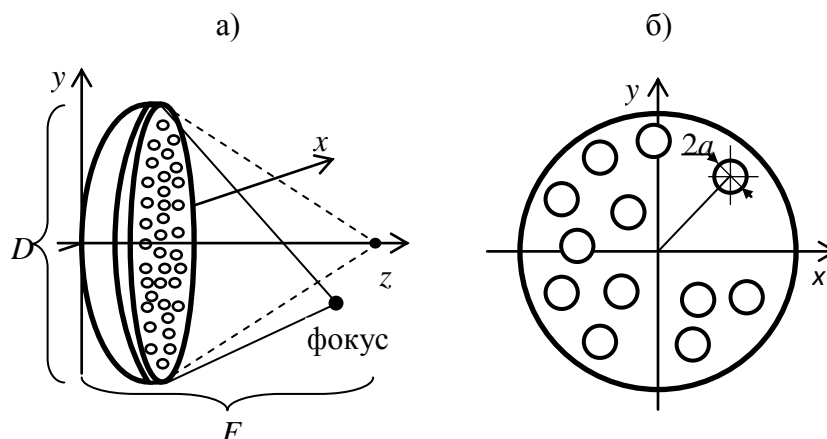


Рис. 1. Общая схема многоэлементной фазированной решетки. а) – вид на решетку сбоку, б) – вид вдоль оси z . D – апертура решетки, F – радиус кривизны решетки, a – радиус элемента решетки.

Рассмотрим типичную для использования в неинвазивной хирургии многоэлементную решетку, представляющую собой сферическую чашку, на которой расположены круглые поршневые элементы, нормали к которым направлены в геометрический центр кривизны чашки (рис. 1) [3].

В линейной постановке задачи излучаемое поле всей решетки представляет собой сумму акустических полей от каждого элемента. Поле каждого элемента можно рассчитать с помощью интеграла Рэлея:

$$p_i(\vec{r}, t) = -\frac{i\omega\rho_0 e^{-i\omega t}}{2\pi} \int_S \frac{v_n(\vec{r}') e^{ikR}}{R} dS', \quad (1)$$

где i – мнимая единица, ρ_0 – плотность среды, k – волновой вектор, ω – циклическая частота элемента, S – площадь поверхности элемента, v_n – скорость колебаний поверхности элемента, R – расстояние от центра элемента до точки наблюдения поля.

Обычно расчет интеграла (1) проводится численно. Однако, учитывая, что характерный размер элементов существующих решеток много меньше размеров самой решетки ($a \ll D$), длина дифракции поля одиночного элемента гораздо меньше радиуса кривизны решетки F . В этом случае уже на небольших расстояниях от поверхности решетки поле каждого из элементов можно аппроксимировать аналитическим решением в дальнем поле. Аналитическое решение для одиночного круглого поршневого излучателя известно [4], но ранее не применялось для расчета полей многоэлементных решеток. В данной работе этот метод используется для расчета поля, создаваемого решеткой, и анализа его качества при электронном сканировании фокуса в пространстве. Начальная фаза волны для каждого из элементов решетки задавалась с учетом задержки прихода волны в смещенный фокус (рис. 1).

Анализировалось качество поля, создаваемого фазированной решеткой с квазислучайным расположением элементов экспериментальной установки Имперского колледжа Лондона [3]. Решетка имела следующие параметры: диаметр $D = 170$ мм, радиус кривизны $F = 130$ мм, радиус элементов $a = 3.5$ мм, рабочая частота 1.0 МГц. Расчеты проводились в воде, скорость звука 1500 м/с. Оценки качества акустического поля при электронном сканировании фокуса такой решетки проводились ранее в [3]. Но в связи с большими временными затратами прямого численного интегрирования рассматривалось конечное число положений фокуса, а качество поля анализировалось только в плоскости сканирования. В данной же работе, с применением быстрого аналитического решения, стало возможно рассмотреть сканирование фокуса в объеме, при этом анализ качества создаваемых решеткой полей также проводился в объеме.

Вначале было проведено электронное сканирование фокуса в области вблизи центра кривизны решетки и определены области смещения фокуса,

в пределах которых амплитуда давления основного максимума

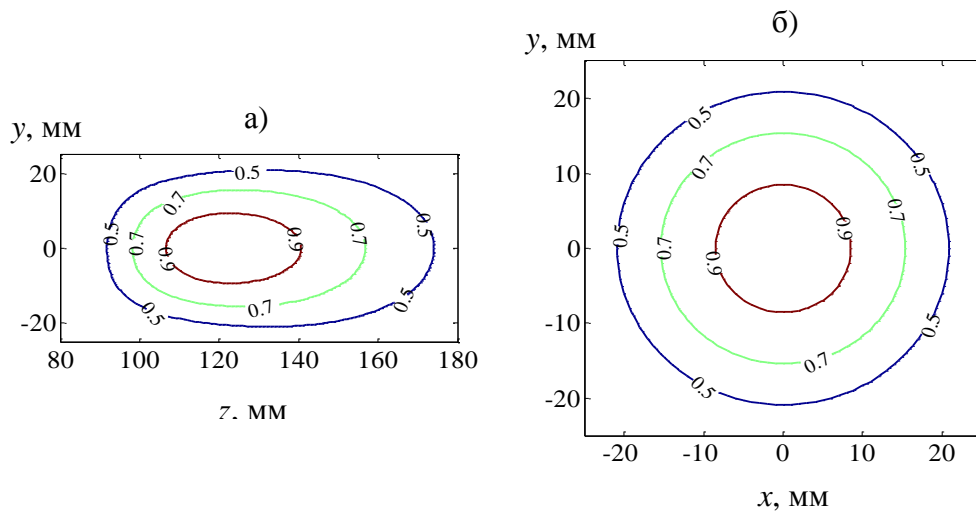


Рис. 2. Области падения амплитуды давления в основном максимуме на 10, 30 и 50% от наибольшего значения. а) – плоскость вдоль оси решетки, б) – плоскость, перпендикулярная оси решетки и проходящая через ее центр кривизны.

уменьшается на 10, 30 и 50% от максимально достигаемого значения. Эти области показаны в виде контуров в плоскости оси пучка yz и плоскости xu , перпендикулярной оси решетки и проходящей через ее центр кривизны. Как видно из рисунка, максимум давления достигается при фокусировке не в центр кривизны, а ближе к излучателю (рис. 2, а). Область уменьшения интенсивности симметрична относительно оси решетки, ее характерные размеры по уровню 0.5 от максимума интенсивности (0.7 от максимума амплитуды) составляют 30 мм в поперечном сечении и 60 мм вдоль оси.

Падение интенсивности в основном максимуме при сканировании фокуса можно компенсировать, увеличив полную мощность излучаемой решеткой энергии. Но при этом будут также усиливаться и побочные максимумы, что нежелательно при проведении облучения. В работе были рассчитаны области сканирования, в которых интенсивность побочных максимумов не превышала 10% от интенсивности (или 33% процента от амплитуды давления) в основном максимуме, что является принятым критерием безопасности облучения [3, 5 - 7]. На рис. 3 показаны эти области вместе с областями уменьшения амплитуды поля в основном фокусе. Видно, что область, в которой пик интенсивности побочных максимумов составляет не более 10% от интенсивности в основном максимуме, превышает по размерам область, в которой интенсивность основного максимума уменьшается в два раза. Это означает, что уменьшение интенсивности в основном максимуме в два раза является более сильным условием безопасного облучения, так как в этом случае достаточно мощные побочные максимумы еще не возникают. При этом возможна компенсация уменьшения интенсивности в основном фокусе с помощью увеличения общей излучаемой мощности решетки без снижения

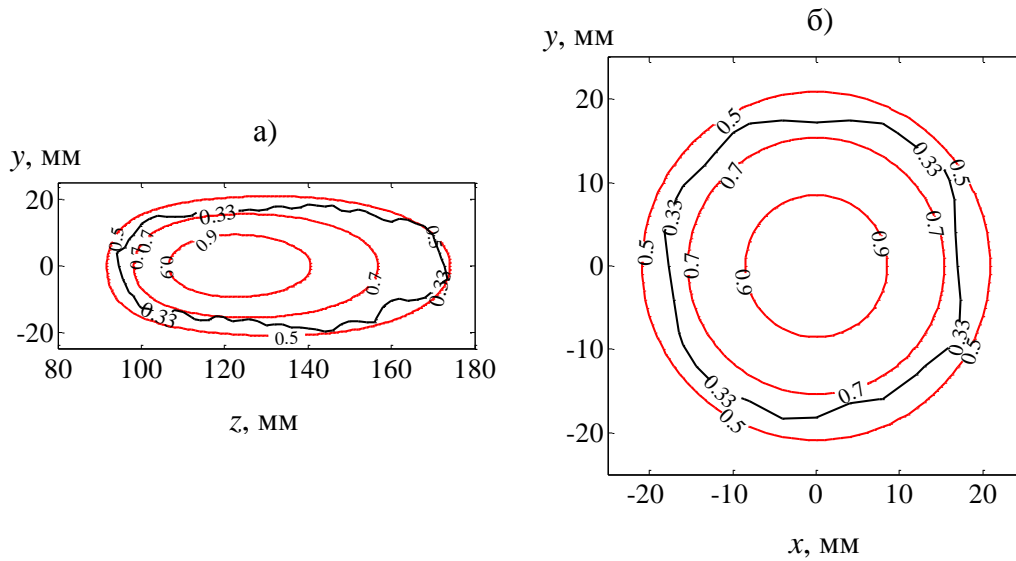


Рис. 3. Совмещенные области сканирования, соответствующие уменьшению амплитуды давления в основном максимуме на 10, 30 и 50% от наибольшего значения (красные контуры), и области, в которых интенсивность побочных максимумов не превышает 10% от интенсивности основного максимума (черные контуры). а) – плоскость вдоль оси решетки, б) – плоскость, перпендикулярная оси решетки и проходящая через ее центр кривизны.

уровня безопасности облучения.

Таким образом, в работе показана возможность прогнозирования качества акустических полей при электронном сканировании фокуса в задачах ультразвуковой хирургии с помощью быстрого аналитического метода расчета дальнего поля многоэлементных решеток.

Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-2631.2012.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. К. Хилл, Дж. Бэмбер, Г. тер Хаар (ред.) “Ультразвук в медицине. Физические основы применения” М.: Физматлит. 2008.
2. М.Р. Бэйли, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников, С.Г. Карлг, Л.А. Крам // Акустический журнал. 2003. Т. 49. No 4. Стр. 437-464.
3. L.R. Gavrilov, J.W. Hand // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr. 2000. V. 47. No 1. P. 125-139.
4. Н.Т. О’Neil // The Journal of the ASA. 1949. V. 21. No 5. P. 516-526.
5. S.A. Goss, L.A. Frizell, J.T. Kouzmanoff, J.M. Barich, J.M. Yang // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelect. Freq. Contr. 1996. V. 43. No. 6. P. 1111-1121.
6. E.S. Ebbini, C.A. Cain // IEEE Trans. Biomed. Eng. 1991. V. 38. No. 7. P. 634-643.
7. E.B. Hutchinson, M.T. Buchanan, K. Hynynen // Med. Phys. 1996. V. 23. No. 5. P. 767-776.

ТОЧНОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ ДЛЯ ВОЛНОВОДНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ МОД В ГРАДИЕНТНЫХ КРИСТАЛЛАХ

А.В. Козлов, В.Г. Можяев

МГУ имени М.В. Ломоносова, физический факультет

av_kozlov@inbox.ru, vgmozhaev@mail.ru

Функционально-градиентные материалы представляют интерес для широкого спектра применений, в частности, для создания материалов и деталей с заданными наперед свойствами. При этом создание новых материалов и изучение их свойств является в настоящее время одним из наиболее приоритетных направлений развития естественных наук [1]. Среди множества искусственных сред можно отдельно отметить функционально градиентные материалы, представляющиеся перспективными для их применения в различных областях науки и техники. Эти материалы имеют пространственно неоднородную структуру и характеризуются плавным изменением состава по объему, и используются, например, для создания деталей и конструкций с заданными свойствами. Изучение волновых свойств градиентных материалов является важным как для развития фундаментальной науки, так и для практических приложений, в частности для определения характеристик таких материалов и для их неразрушающего контроля. Волноводные явления в разнообразных неоднородных средах изучались многими исследователями для волн различной природы, включая сейсмические, акустические, оптические волны, радиоволны, волны в плазме, спиновые и гравитационно-капиллярные волны и другие (см., например [2-10]).

Для изотропных плавно-неоднородных сред к настоящему времени однозначно установлено, что волноводная локализация возникает в областях, где фазовая скорость волн минимальна. В литературе также часто встречается альтернативная формулировка данного "волноводного закона" в виде требования уменьшения показателя преломления с ростом расстояния от волноводной оси. Подобные волноводные среды с локальным минимумом волновой скорости или максимумом показателя преломления называют также линзовыми или фокусирующими. С другой стороны, области неоднородных сред с увеличенной волновой скоростью, являются, как известно, антиволноводными. В этом случае рефракция приводит к повороту и выталкиванию лучей из таких областей, создавая, таким образом, зоны тени, куда прямые лучи от точечного источника, помещенного в среду, не проникают. Никаких исключений из этих волноводных "законов" до сих пор известно не было. Однако влияние анизотропии на эти обычные волноводные условия в плавно-неоднородных средах, таких как кристаллы, в литературе пока не исследовалось. В настоящей работе рассмотрено волноводное

распространение изгибных акустических волн в неоднородных пластинах. В качестве исходных уравнений движения акустических волн рассмотрим уравнения изгибных волн, распространяющихся в ортотропных кристаллических пластинах

$$\rho(y)\ddot{u}_x = c_{11} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + c_{66} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} + (c_{12} + c_{66}) \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y}, \quad (1)$$

$$\rho(y)\ddot{u}_y = c_{66} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + c_{22} \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} + (c_{12} + c_{66}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y}, \quad (2)$$

где c_{11} , c_{12} , c_{22} , c_{66} упругие модули; u_x , u_y компоненты смещения; $\rho(y)$ - переменная плотность. Для гармонических волн плотность, входящую в уравнения движения, можно исключить, если умножить уравнение (1) на u_y , а уравнение (2) на u_x и найти разность этих уравнений. В результате получаем одно квадратичное по амплитуде волн уравнение с постоянными коэффициентами

$$0 = c_{11} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} u_y + c_{66} \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} u_y + (c_{12} + c_{66}) \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} u_y - \\ - c_{66} \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} u_x - c_{22} \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} u_x - (c_{12} + c_{66}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} u_x. \quad (3)$$

Допустим, что между продольной и поперечной компонентой смещений, так же как и для гауссова пучка, выполняется следующая дифференциальная связь

$$u_x = U \frac{\partial u_y}{\partial y}, \quad (4)$$

где U имеет смысл отношения амплитуд компонент u_x и u_y . Эта связь позволяет преобразовать уравнение (3) в уравнение относительно основной компоненты смещений u_y .

$$0 = c_{11} U \frac{\partial^3 u_y}{\partial x^2 \partial y} u_y + c_{66} U \frac{\partial^3 u_y}{\partial y^3} u_y + (c_{12} + c_{66}) \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} u_y - \\ - c_{66} U \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \frac{\partial u_y}{\partial y} - c_{22} U \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \frac{\partial u_y}{\partial y} + (c_{12} + c_{66}) U^2 \frac{\partial^3 u_y}{\partial x \partial y^2} \frac{\partial u_y}{\partial y}. \quad (5)$$

Будем искать решение уравнения (5) в виде бегущей волны $u_y = v(y) \exp(ik_x x)$. В таком случае, избавляясь от зависимости от x из уравнения (5) получаем

$$Av'v + Bv'''v + Cv''v' = 0, \quad (6)$$

где $A = -k_x^2 c_{11} U + (c_{12} + c_{66}) i k_x + c_{66} U k_x^2$, $B = c_{66} U$, $C = -c_{22} U + i k_x (c_{12} + c_{66}) U^2$, а штрихом обозначена производная по координате y . Это уравнение легко интегрируется один раз с результатом

$$A v^2 + 2B v'' v + (C - B) v'^2 = 0. \quad (7)$$

Константа интегрирования здесь положена равной нулю из условия спадания поля волноводных мод до нуля при бесконечном удалении от волноводной оси. После деления уравнения (7) на v^2 и использования замены $v = \exp[\Phi(y)]$, имеем

$$A + 2B(\Phi'' + \Phi'^2) + (C - B)\Phi'^2 = 0. \quad (8)$$

В свою очередь с помощью замены $\Phi' = W$ уравнение (8) сводится к виду

$$W' = q_0 + q_2 W^2, \quad (9)$$

где $q_0 = -A/(2B)$, $q_2 = -(B + C)/(2B)$. Наконец, интеграл уравнения (12.44) имеет вид

$$W = \Phi' = \frac{\sqrt{q_0}}{q_2} \operatorname{tg}(y q_2 \sqrt{q_0} + K_1). \quad (10)$$

Последовательно возвращаясь к исходным переменным, находим

$$v = \exp(\Phi) = K_2 [\cos(y q_2 \sqrt{q_0} + K_1)]^{1/q_2^2}. \quad (11)$$

Из условия спадания поля до нуля на бесконечном удалении от волноводной оси положим константу интегрирования K_1 равной нулю. Тогда окончательно выражение для профиля волноводной моды примет вид

$$v(y) = K_2 [\cos(y q_2 \sqrt{q_0})]^{1/q_2^2}, \quad (12)$$

причем вторая константа K_2 очевидно приобретает смысл значения фазовой скорости на волноводной оси $K_2 = v(0) \equiv v_0$. Отметим, что в общем случае коэффициенты q_0 и q_2 являются комплексными, поэтому окончательный вид функции (12.47) зависит от этих коэффициентов. Рассмотрим несколько возможных случаев.

- 1) Оба параметра q_0 и q_2 являются действительными положительными числами. Профиль скорости имеет вид степенного косинуса.
- 2) Чисто мнимые q_0 и q_2 дают функцию $v(y)$ типа степенного гиперболического секанса, или, в частном случае, профиль Эпштейна.
- 3) Если можно считать, что на разумных расстояниях от волноводной оси аргумент косинуса $y q_2 \sqrt{q_0}$ стремится к нулю, то в таком пределе получаем

$$v(y) = K_2 \exp[(1/q_2^2) \ln \cos(yq_2 \sqrt{q_0})] \approx K_2 \exp[(1/q_2^2) \ln(1 - q_0 q_2^2 y^2)] \approx K_2 \exp(-q_0 y^2) \quad (13)$$

Итак, при определенном выборе q_0 и q_2 можно получить как гауссов профиль, так и профиль в виде степенного гиперболического секанса или профиль Эпштейна, или степенной косинус. Представленные расчеты позволяют сделать вывод, что полученное решение (11) является естественным локализованным решением для изучаемой системы уравнений при выполнении связи симметрии (4) между компонентами смещения в любой точке среды. При этом соответствующий профиль плотности может быть найден прямой подстановкой (11) в любое из исходных уравнений движения (1) или (2).

Таким образом, методом прямого интегрирования уравнения движения получено точное аналитическое решение для волноводных акустических мод в градиентных высокосимметричных кристаллах ромбической, тетрагональной и кубической сингоний с плавным симметричным профилем неоднородности материальных свойств. Этот профиль не фиксируется изначально, а определяется из найденного решения для допустимого распределения волнового поля локализованных мод.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Birman, L.W. Byrd Modeling and analysis of functionally graded materials and structures // Appl. Mech. Rev. 2007. V. 60. No 5. P. 195.
2. Л.М. Бреховских «Волны в слоистых средах» М.: Наука, 1973.
3. W.C. Chew «Waves and Fields in Inhomogeneous Media» New York: Van Nostrand Reinhold, 1990.
4. M.J. Adams «An Introduction to Optical Waveguides» New York: John Wiley & Sons, 1981.
5. Ю.А. Кравцов, Ю.И. Орлов «Геометрическая оптика неоднородных сред» М.: Наука, 1980.
6. Л.М. Бреховских, Ю.П. Лысанов «Теоретические основы акустики океана» Л.: Гидрометеиздат, 1982.
7. А. Ярив «Введение в оптическую электронику» М.: Высшая школа, 1983.
8. H.A. Haus «Waves and Fields in Optoelectronics» Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1984.
9. M.J. Adams «An Introduction to Optical Waveguides» New York: John Wiley & Sons, 1981.
10. S. Kal «Basic Electronics: Devices, Circuits and IT Fundamentals» New Delhi: Prentice-Hall, 2006.

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В НЕОДНОРОДНОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ СРЕДЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПОЛНОГО ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Е.Г. Лобанова, В.А. Хохлова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

E-mail: moreva@physics.msu.ru

Задачи о распространении нелинейных волн в поглощающих средах привлекают к себе повышенный интерес в связи с развивающимися приложениями мощного ультразвука в медицине, такими как, например, разрушение почечных камней сфокусированными ударными импульсами (экстракорпоральная литотрипсия) и неинвазивная ультразвуковая хирургия [1, 2]. Для задач медицинской акустики важно уметь описывать распространение волн в таких средах. Известен ряд модельных нелинейных уравнений эволюционного типа и получены численные результаты, описывающие однонаправленное распространение волн и ограниченных пучков в биологических тканях [3, 4]. Однако часто необходимо учитывать эффекты отражения и рассеяния, тогда встает вопрос о построении и решении полного нелинейного волнового уравнения [5]. Такие задачи исследованы гораздо менее полно. В данной работе представлена разностная схема для расчета акустических полей в неоднородной вязкой среде и предварительные результаты численного моделирования одномерного волнового уравнения для такой среды.

Будем описывать одномерное волновое движение в неоднородной среде системой уравнений Навье-Стокса [6]. С учетом перехода к акустическим волнам данные уравнения гидродинамики будут иметь вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_0(x) \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} - \left(\zeta + \frac{4}{3} \eta \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = -\rho' \frac{\partial u}{\partial t} - \rho_0(x) u \frac{\partial u}{\partial x} - \rho' u \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0(x) \frac{\partial u}{\partial x} = -\rho' \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial \rho'}{\partial x}, \\ p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_0 \rho' + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_0 \rho'^2 + \dots \end{array} \right. \quad (1)$$

Введем следующие обозначения:

$$c_0^2(x) = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_0, \quad \varepsilon = 1 + \frac{\rho_0}{2c_0^2} \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_0. \quad (2)$$

В системе (1) ρ' и p' - отклонения от равновесных значений плотности и давления: $\rho = \rho_0(x) + \rho'$, $p = p_0 + p'$; u - колебательная

скорость; $c_0(x)$ - скорость звука в среде, $\rho_0(x)$ - равновесная плотность среды; $b = \zeta + \frac{4}{3}\eta$ - вязкость среды, соответствующая квадратичному закону поглощения по частоте $\alpha = \alpha_0(\omega/\omega_0)^2$, где $\alpha_0(\omega_0)$ - коэффициент поглощения на частоте ω_0 .

В первых двух уравнениях (1) линейные по возмущениям u , ρ' и p' члены собраны в левой части, а нелинейные члены - в правой части. Исключая с помощью уравнения состояния системы (1) возмущения плотности, перепишем первые два уравнения (1), сохраняя линейные и квадратичные по переменным u и p' члены:

$$\begin{cases} \rho_0(x) \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p'}{\partial x} - \left(\zeta + \frac{4}{3}\eta \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx - \frac{p'}{c_0^2} \frac{\partial u}{\partial t} - \rho_0(x) u \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0(x) \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{(\varepsilon - 1)}{\rho_0(x) c_0^4} \frac{\partial}{\partial t} (p'^2) - \frac{p'}{c_0^2} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{u}{c_0^2} \frac{\partial p'}{\partial x} \end{cases} \quad (3)$$

Целью работы было решение задачи Коши для линеаризованной системы уравнений (3) с двумя начальными и граничными условиями.

В качестве начальных условий задавались нулевые условия:

$$p(x, t = 0) = 0, \quad u(x, t = 0) = 0 \quad (4)$$

Граничное условие при $x=0$ соответствовало колебаниям в виде радиоимпульса с гипергауссовой огибающей, а при $x = x_{\max}$ - абсолютно отражающей стенке:

$$u(0, t) = \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t-t_0}{\sigma} \right)^{2p} - i\omega t \right], \quad u(x_{\max}, t) = 0 \quad (5)$$

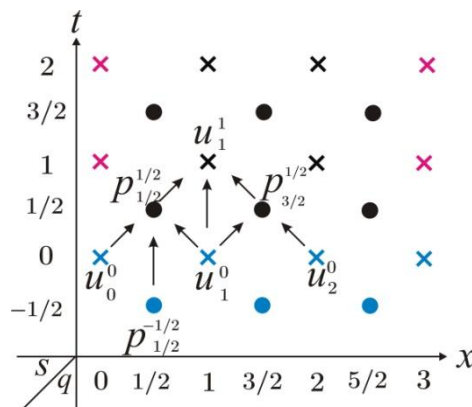


Рис. 1. Схема построения решения на смещенных сетках. Розовым цветом выделены начальные условия, голубым – граничные

Для моделирования системы уравнений (3) конечно-разностным методом функция $u(x,t)$ задавалась в узлах сетки по координате x , а $p(x,t)$ - в узлах сетки, смещенной на половину шага [7]. Алгоритм построения решения от слоя к слою иллюстрируется на рис. 1.

Ниже представлены результаты моделирования линейризованной системы уравнений (3), иллюстрирующие эффекты распространения волны в двух направлениях, поглощения и отражения от импедансной границы. Рассмотрено три случая: распространение волнового пакета в идеальной среде; в вязкой среде и в неоднородной вязкой среде. Так, в случае идеальной среды результаты моделирования подтверждают отсутствие искусственной дисперсии и поглощения волны на сетке (рис.2а,б). На рисунках 2в,г также показано расплывание гауссовского импульса в вязкой среде, что хорошо согласуется с известным аналитическим решением [6].

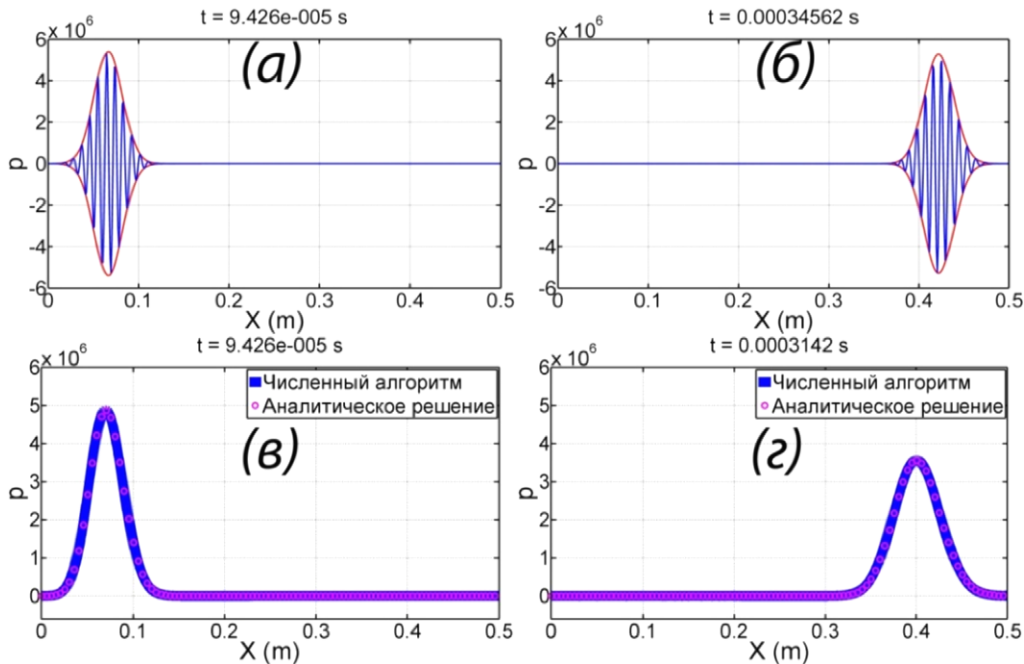


Рис. 2. Эволюция волнового пакета в идеальной среде (а),(б) в моменты времени $t = 0.094$ мс, 0.35мс и гауссовского видеоимпульса в поглощающей среде (в),(г) в моменты времени $t = 0.094$ мс, 0.31мс

Для моделирования волнового распространения в неоднородной вязкой среде были выбраны следующие значения параметров в линейризованной системе уравнений (3):

$$\begin{pmatrix} c \\ \rho \end{pmatrix} = 1500 + 500 \arctan \left[\frac{1000(x - 0.5)}{0.5} \right], \quad \alpha_0 = 3.5 + 3 \arctan \left(\frac{x - 0.5}{0.5} \right) \quad (6)$$

Интегрирование проводилось в единицах системы СИ. Коэффициент поглощения $\alpha_0(x)$ подбирался таким образом, чтобы реализовать переход из воды в биологическую ткань, а параметры плотности $\rho_0(x)$ и скорости

звука $c_0(x)$ среды, чтобы наблюдать рассеянную волну от границы раздела. Использовались следующие параметры численной схемы: временной шаг $\tau = 10^{-8}$ с, шаг по координате x $h = 10^{-4}$ м и общее число шагов по времени $N = 10^6$. Результаты моделирования в различные моменты времени t показаны на рис.3. Прямая волна задавалась на левой границе в форме радиоимпульса с гипергауссовой огибающей ($p = 4$) в (5) с параметрами $\omega_0 = 2\pi f$, $f = 0.5$ МГц, $\sigma = 5\pi/\omega_0$, $t_0 = 3\sigma$.

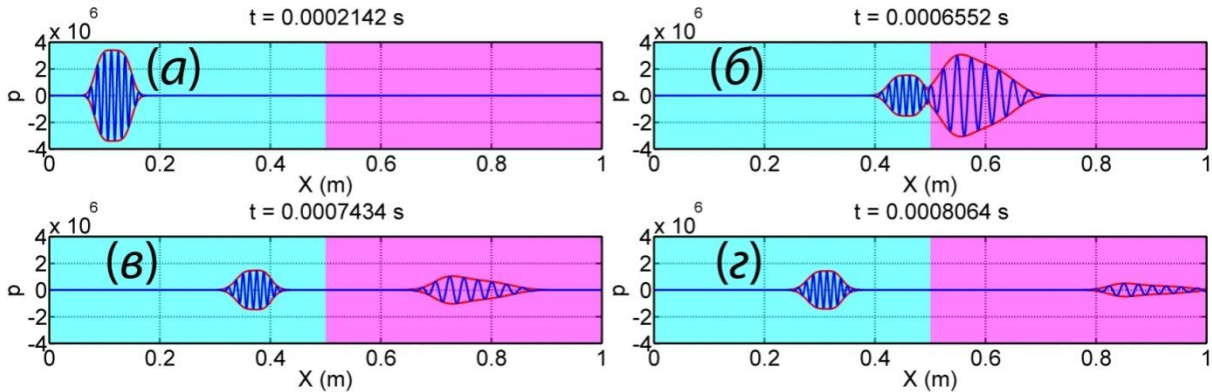


Рис. 3. Эволюция профиля акустического давления. Профили (а),(б),(в) и (з) соответствуют временам 0.21мс, 0.66мс, 0.74мс и 0.81мс, соответственно. Граница раздела задавалась вблизи координаты $x = 0.5$ м

Представленные здесь предварительные результаты планируется обобщить на нелинейный случай (3), а также учесть произвольный по частоте закон поглощения. Работа поддержана грантом Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-2631.2012.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. М.Р. Бэйли, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников, С.Г. Каргл, Л.А. Крам // Акуст. журн. 2003. Т. 49, № 4, с. 437-464.
2. К. Хилл, Дж. Бэмбер, Г. тер Хаар (ред.) “Ультразвук в медицине. Физические основы применения” М.: Физматлит, 2008.
3. С.С. Кашеева, О.А. Сапожников, В.А. Хохлова, М.А. Аверкью, Л.А. Крам // Акуст. журн., 2000, Т. 46, № 2, С. 211 – 219.
4. Е.А. Филоненко, В.А. Хохлова // Акуст. журн. Т. 47. № 4. 2001. С. 415.
5. I.M. Hallaj and R.O. Cleveland // J. Acoust. Soc. Am., 1999, v. 105, L7-L12.
6. М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков “Теория волн.” М.: Наука, 1990.
7. W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, and Flannery B.P. Numerical Recipes in FORTRAN (Cambridge Univ. Press, New York, 1992.

ОРИЕНТАЦИЯ ВЕКТОРА ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ НАПРАВЛЕНИЯХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В КРИСТАЛЛЕ ТЕЛЛУРА

П.В. Мальнева, Н.В. Поликарпова
Физический факультет МГУ им. М.В.Ломоносова
malneva@physics.msu.ru

В последние годы возрос интерес исследователей к средам естественного и искусственного происхождения, характеризующимся необычными физическими свойствами. Так, например, было обнаружено, что в кристаллах, периодических структурах и метаматериалах углы между фазовой и групповой скоростью волны могут принимать практически любые значения [1-2]. Известно, что в акустооптических устройствах последнего поколения применяются именно такие кристаллические материалы, у которых физические свойства, например, акустические или оптические, необычны. Оказалось, что объемные волны в таких материалах могут распространяться весьма своеобразно. Особый интерес для современной акустооптики представляют новые среды, в которых не совпадают направления фазовой и групповой скорости акустических волн. Несовпадение скоростей особенно ярко проявляется таких кристаллах, как парателлуриит (TeO_2), каломель (Hg_2Cl_2) и т. д. [3]. К подобным материалам относится и монокристаллический теллур (Te).

В некоторых акустооптических средах необычно ведут себя не только фазовые и групповые скорости, но и поляризация упругих волн. В кристаллах с сильной анизотропией направление вектора поляризации иногда бывает очень трудно предсказать. Так, в большинстве кристаллических материалах самая быстрая упругая волна обычно является продольной или квазипродольной, т.е. имеет поляризацию, совпадающую или близкую по направлению к волновому вектору ультразвука. Медленная акустическая мода, наоборот, имеет преимущественно поперечное направление поляризации.

Однако в последнее время особое внимание привлекают кристаллические среды [4], в которых наблюдается обратная картина: вдоль некоторых направлений вектор поляризации для быстрой волны направлен ортогонально волновому вектору, что характерно для поперечной моды. И, наоборот, колебания частиц для более медленной волны параллельны волновому вектору, что указывает на её продольный характер. Вместе с тем, в иных направлениях волна ведет себя, как в обычных средах. Это говорит о том, что при изменении направления распространения моды имеет место смена поляризации акустической волны из продольной в сдвиговую. Необходимо отметить, что данный эффект является весьма необычным и наблюдается в ограниченном наборе кристаллов.

К настоящему моменту обнаружено, что подобная смена поляризации происходит в средах с определенным соотношением констант матрицы жесткости, характеризующей упругие свойства материала. Оказалось, что в кристалле парателлуриата (TeO_2) и теллура (Te) имеет место именно такое соотношение коэффициентов жесткости. Предметом исследования настоящей работы явились поляризационные характеристики упругих волн в кристалле теллура и явление трансформации квазипродольной волны в квазипоперечную.

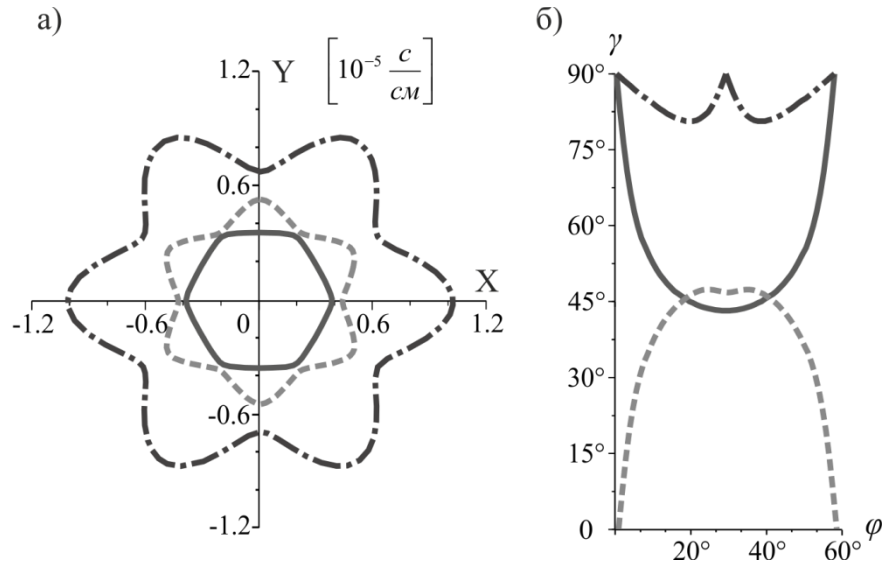


Рис. 1. Поверхности медленности (а) и зависимость угла поляризации от направления распространения волны (б) в плоскости XOY кристалла теллура: сплошная линия - квазипродольная волна, пунктир - быстрая квазипоперечная волна, штрихпунктирная линия - медленная квазипоперечная волна.

Исследование распространения акустических волн проведено для всех направлений распространения ультразвука в материале. Анализ для плоскости XOZ кристалла теллура показал, что в направлении оси X вектор поляризации волны, имеющей максимальную скорость $V = 2.29 \cdot 10^5$ см/с, направлен ортогонально волновому вектору $\gamma = 90^\circ$. Это позволяет определить эту волну как чистую поперечную акустическую моду. С другой стороны, у более медленной волны при $V = 2.24 \cdot 10^5$ см/с вектор поляризации коллинеарен с волновым вектором (рис. 1), что при $\gamma = 0$ соответствует продольной моде. Подобная особенность распространения волн является нетипичной и, за исключением теллура, еще наблюдается лишь в кристалле парателлуриата. Иное поведение упругих волн наблюдается вдоль оси Z кристалла. Продольная волна со скоростью $V = 3.4 \cdot 10^5$ см/с и $\gamma = 0$ является самой быстрой модой, в то время как, медленная волна со скоростью $V = 2.23 \cdot 10^5$ см/с при $\gamma = 90^\circ$ является

поперечной. Это полностью соответствует закономерности, присущей известным акустическим кристаллам.

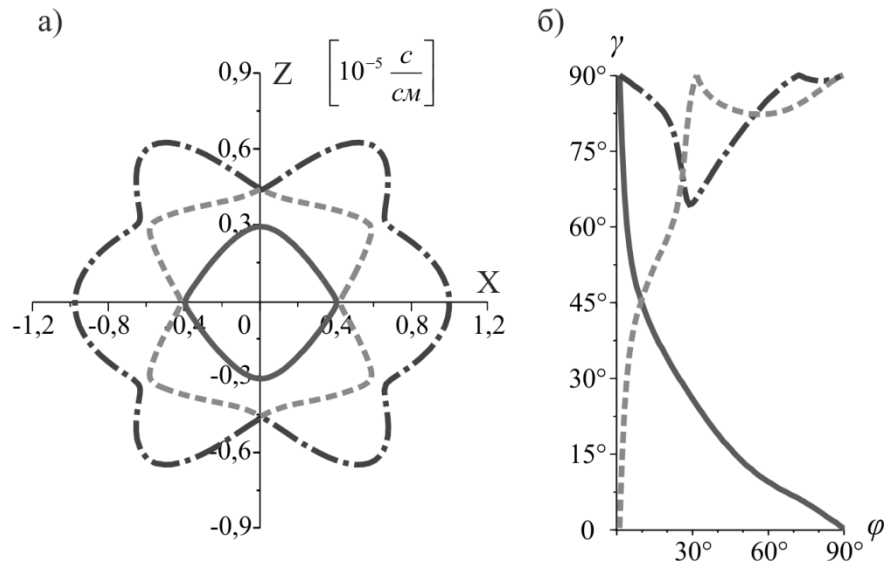


Рис. 2. Поверхности медленности (а) и зависимость угла поляризации от направления распространения волны (б) в плоскости XOZ кристалла теллура: сплошная линия - квазипродольная волна, пунктир - быстрая квазипоперечная волна, штрихпунктирная линия - медленная квазипоперечная волна.

Если теллур характеризуется предсказуемым поведением акустических волн вдоль оси Z и необычным распространением вдоль оси X материала, то в данном срезе (плоскость XOZ) кристалла должно существовать направление, в котором квазипродольная волна преобразуется в квазипоперечную моду [4]. Это направление было найдено для плоскости XOZ кристалла теллура, и оно определяется относительно оси X углом $\varphi^* = 8.8^\circ$. На рис. 2 показано, что при углах $\varphi^* < \varphi < 90^\circ$ направлению поляризации соответствует изменение угла γ между вектором поляризации и волновым вектором в пределах $0 < \gamma < 45^\circ$. Это означает, что рассматриваемая волна является квазипродольной. И наоборот, при $0 < \varphi < \varphi^*$ волна всегда ведет себя как квазисдвиговая мода с углом $45^\circ < \gamma < 90^\circ$, а вдоль оси X как чисто сдвиговая.

В плоскости XOY кристалла теллура (рис. 1) угол между поляризацией быстрой волны и направлением распространения ультразвука меняется в диапазоне $90^\circ > \gamma > 45^\circ$. При этом рассматриваемая мода всегда остается либо поперечной, либо квазипоперечной. Исключение составляет лишь небольшой интервал углов φ . В этом интервале волна становится квазипродольной, однако угол γ лишь незначительно отличается от 45° . С другой стороны, более медленная волна, обозначенная пунктиром, в подавляющем большинстве направлений остается либо продольной, либо квазипродольной.

Необходимо подчеркнуть, что во всех рассматриваемых срезах кристалла прослеживается явление трансформации квазипоперечной моды в квазипродольную. В данной работе определены все направления, при которых в кристалле теллура происходит необычное явление трансформации квазипродольной волны в квазипоперечную и наоборот.

Следует отметить, что обнаруженные закономерности должны учитываться при разработке новых акустооптических приборов: модуляторов, дефлекторов и фильтров [5–6], в которых применяются косые срезы кристалла теллура. Можно также ожидать справедливости выводов, сделанных в работе для данного материала, и для других кристаллов, принадлежащих как к тригональной, так и к другим типам симметрии.

Работа поддержана грантами Президента РФ МК-1643.2011.8 и Российского фонда фундаментальных исследований 10-07-00683а.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Буров, В.Б. Волошинов, К.В. Дмитриев, Н.В. Поликарпова // УФН, 2011, Т. 181, № 11, С. 1205.
2. В.Г. Веселаго // УФН, 2011, Т. 181, №11, С. 1201.
3. В.Б. Волошинов, О.Ю. Макаров, Н.В. Поликарпова // ПЖТФ, 2005, Т. 31, №8, С. 79.
4. A.G. Every and V.I. Neiman // J. Appl. Phys., 1992, Т. 71, №12, P. 6018.
5. V.B. Voloshinov, N. Gupta, G.A. Knyazev and N.V. Polikarpova // Journal of Optics, 2011, V. 13, № 1, P. 015706.
6. N. Gupta, V.B. Voloshinov, G.A. Knyazev and L.A. Kulakova // Journal of Optics, 2012, V. 14, № 3, P. 035502.

РАДИАЦИОННАЯ СИЛА, ОКАЗЫВАЕМАЯ ПЛОСКОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ВОЛНОЙ НА ТВЕРДОТЕЛЬНЫЙ СФЕРИЧЕСКИЙ РАССЕЙВАТЕЛЬ В ЖИДКОСТИ

А.В. Николаева, О.А. Сапожников

Физический факультет,

Московский государственный университет им.М.В.Ломоносова

niko200707@mail.ru

При рассеянии волн любой природы происходит частичная передача количества движения рассеивающему объекту. Как следствие, волна оказывает силовое воздействие на рассеиватель, т.е. возникает «радиационная» сила. Указанный эффект известен давно и нашёл ряд применений на практике. В докладе рассматривается новая возможность практического использования явления радиационного давления в урологии. Известно, что в почках человека могут образоваться камни, со временем увеличивающиеся в размерах, т.е. возникает нефролитиаз (мочекаменная болезнь). В настоящее время существует эффективный метод лечения почечных камней – ультразвуковая литотрипсия, основанная на дроблении камней мощными фокусированными импульсами. Однако иногда не все образующиеся осколки выводятся естественным путём, что приводит к опасности образования новых камней. Для перемещения мелких почечных камней к устью мочеточника может быть использован неинвазивный подход, основанный на радиационной силе, создаваемой ультразвуковым пучком от экстракорпорального источника. В данной работе представлен аналитический метод расчета радиационной силы, оказываемой плоской акустической волной на сферический рассеиватель.

Алгоритм расчёта состоит из двух основных этапов: сначала решается задача о рассеянии звука на сфере, а затем полученные данные для рассеянной волны используются для расчета радиационной силы.

Рассмотрим идеальную жидкость с плотностью ρ и скоростью распространения звука c . Поместим в жидкость абсолютно жесткую сферу радиуса a :

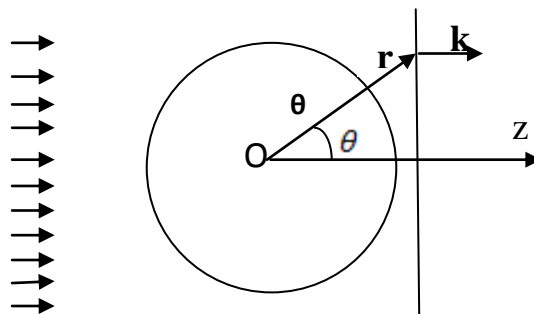


Рис.1. К выводу поля, создаваемого плоской волной

В этом случае акустическое поле, создаваемое этой волной, записывается как:

$$p' = \frac{P}{2} e^{-i\alpha t} + \frac{P^*}{2} e^{i\alpha t} \quad (1)$$

Комплексная амплитуда давления P в случае плоской волны: $P_{i\ddot{a}\ddot{a}} = p_0 e^{ikr} = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} i^n (2n+1) j_n(kr) P_n(\cos \theta)$, где $j_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2z}} J_{n+\frac{1}{2}}(kr)$ - сферическая функция Бесселя, $P_n(\cos \theta)$ - полином Лежандра.

Амплитуда результирующего поля есть сумма амплитуды падающей и рассеянной волн $P = P_{i\ddot{a}\ddot{a}} + P_{\delta\ddot{a}\ddot{n}\ddot{n}}$ причем рассеянное поле:

$$P_{\delta\ddot{a}\ddot{n}\ddot{n}} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n P_n(\cos \theta) h_n^1(kr) \quad (2)$$

где $h_n^{(1)}(kr)$ - функция Ханкеля 1-го рода. Коэффициент b_n находится из условия равенства нулю нормальной составляющей скорости на поверхности абсолютно жесткого рассеивателя:

$$b_n = -i^n (2n+1) \frac{j_n'(ka)}{h_n^{(1)'}(ka)} \quad (3)$$

Тогда амплитуда результирующего поля будет равна:

$$P = p_0 \sum_{n=0}^{\infty} P_n(\cos \theta) (2n+1) i^n (j_n(kr) - \frac{j_n'(ka)}{h_n^{(1)'}(ka)} h_n^{(1)}(kr)), \quad (4)$$

она задает полное поле звуковой волны вокруг сферы радиуса a .

Вторым этапом является непосредственный расчет радиационной силы, которая в линейной акустике является квадратичной величиной от акустических возмущений. При ее определении необходимо учитывать величины 2-го порядка малости, не обращающиеся в нуль после усреднения по времени.

В квадратичном приближении радиационная сила записывается в виде интеграла по замкнутой поверхности S , содержащий в себе исследуемый рассеиватель. [1] $\vec{F} = \iint (L\vec{n} - \rho\vec{v}(\vec{v}\vec{n})) dS$, где $L = K - U = \frac{\rho\vec{v}^2}{2} - \frac{p^2}{2\rho c^2}$, K - плотность кинетической энергии, U - плотность потенциальной энергии, \vec{n} - вектор внешней нормали к элементу поверхности dS .

Учитывая, что искомая радиационная сила \vec{F} действует вдоль оси z и имеет единственную компоненту F_z , получим аналитические выражения для этой силы [2]

Для численного моделирования используются следующие параметры $c=1500\text{m/s}$, $\rho=1000\text{kg/m}^3$ для воды. Для удобства анализа вводится безразмерная величина Y_p , которая определяется как: $Y_p = \frac{Fc}{I\pi a^2}$, где I – интенсивность падающей волны.

На рис. 2 приведены частотные зависимости $Y_p(f)$ для абсолютно жесткого рассеивателя и рассеивателей из нержавеющей стали и стекла, рассчитанные при неизменном радиусе шарика $a=2\text{mm}$.

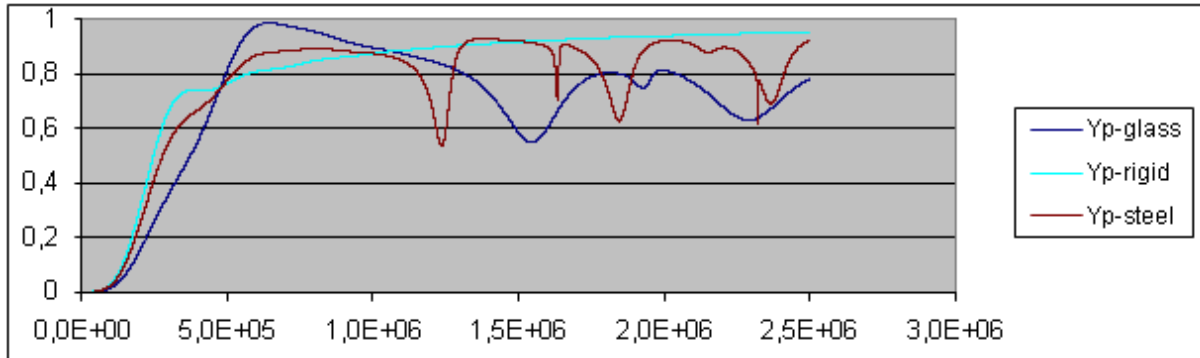


Рис. 2 Зависимость нормированной величины Y_p от частоты f источника.

Из графиков видно, что в случае абсолютно жесткого рассеивателя с увеличением частоты удельная радиационная сила быстро растет, однако после достижения частотой значения, при котором радиус рассеивателя становится порядка длины волны, рост замедляется и наступает насыщение - величина Y_p практически не зависит от частоты падающей плоской волны. Для стекла и нержавеющей стали картина несколько иная. Для них можно отчетливо наблюдать локальные провалы кривой $Y_p(f)$, которые соответствуют резонансным упругим колебаниям шарика на указанных частотах. Отметим, что расчеты в двух последних случаях проводились не по формуле (4), а по более сложным формулам, учитывающим возбуждение продольных и сдвиговых волн внутри рассеивателя. В дальнейшем планируется провести серию экспериментов, подтверждающих результаты численного моделирования.

Работа поддержана грантами Президента Российской Федерации для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-2631.2012.2 и РФФИ 11-02-01189.

ЛИТРАТУРА

1. Л.К. Зарембо, В.А. Красильников “Введение в нелинейную акустику” М.: Наука, 1966.
2. T. Hasegawa, T. Kido // Acoust. Sci. & Tech. 22, 4(2001), pp.273-281

САМОРЕФРАКЦИЯ СФОКУСИРОВАННЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ПУЧКОВ

В.А. Гусев, Д.А. Преснов

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,**Физический факультет, кафедра акустики*presnov@physics.msu.ru

Рассматривается осевое поле мощных (нелинейных) звуковых волн без влияния дифракции на примере гауссовского сфокусированного пучка. Зависимость скорости фронта волны от ее амплитуды позволяет выделить нелинейную рефракцию импульса, которая заключается в том, что области пучка с большей амплитудой бегут быстрее, в результате приосевые области пучка выбегают вперед и нарушается условие согласования лучей друг с другом. Соответственно, приосевые лучи перестают пересекаться и каустическая особенность исчезает. Результаты работы могут найти свое применение в медицинской терапии, а также в задачах связанных с военной обороной.

В качестве исходной, запишем систему уравнений нелинейной геометрической акустики для осесимметричных пучков [1], в которой учтена саморефракция волны [2] и сделан переход к функции наклона лучей – производной эйконала по поперечной координате [3]:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial z} + \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial r} = -\frac{\mu}{2} \frac{\partial A}{\partial r}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} - \gamma \left(p - \frac{A}{2} \right) \frac{\partial p}{\partial T} + \alpha \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{p}{2} \left(\frac{\partial \alpha}{\partial r} + \frac{\alpha}{r} \right) = 0. \quad (2)$$

Здесь p – акустическое давление, A – его амплитуда. Все переменные в нормированы на свои характерные значения. Параметр γ равен отношению фокусного расстояния к нелинейной длине. Параметр μ – отношению квадрата фокусного расстояния к нелинейной и дифракционным длинам и в наиболее интересных с точки зрения практики случаях оказывается малой величиной [1].

Если считать искривление траектории луча за счет саморефракции малым, то можно воспользоваться методом растянутых характеристик [5]. Вводятся лучевые координаты $r = r(z, \xi)$, где ξ соответствует номеру луча в поперечном направлении. Тогда для гауссовского сфокусированного пучка с начальным наклоном лучей $\alpha_0 = -\xi$ и поперечной формой $R = \exp(-\xi^2)$ получается [1], в первом порядке по μ , выражение для расходимости лучей $Q = \frac{dr}{d\xi}$ на оси пучка ($\xi = 0$):

$$\frac{d^2 Q}{dz^2} = \frac{\mu}{Q^2} \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1+\gamma s}} + \frac{1}{(1+\gamma s)^{3/2}} \right) \equiv \frac{\mu}{Q^2} f(s), \quad (3)$$

$$Q(z=0)=1, \frac{dQ}{dz}(z=0)=-1, s = \int_0^z \frac{dz'}{Q}. \quad (4)$$

Соответственно амплитуда определяется следующим выражением:

$$A = \frac{1}{Q(s)} \frac{1}{\sqrt{1+\gamma s}}. \quad (5)$$

В случае малых γ есть две возможности построения аналитического решения уравнения (3). Во-первых, рассматривая формально случай $\gamma \rightarrow 0$, получим точно интегрируемое уравнение. Решение состоит из двух ветвей – до точки поворота

$$z_1 = (1+2\mu)^{-3/2} \left(\sqrt{1+2\mu} \left[1 - \sqrt{(1+2\mu)Q^2 - 2\mu Q} \right] + 2\mu \ln \frac{1+1/\sqrt{1+2\mu}}{\sqrt{Q} + \sqrt{Q-2\mu/(1+2\mu)}} \right), \quad (6)$$

и после точки поворота $z_2 = 2z_0 - z_1$ и достигает в точке поворота z_0 минимальное значение $Q_{\min} = 2\mu/(1+2\mu)$.

Второй вариант – при малых, но конечных γ функцию $f(s)$ в (3) можно аппроксимировать функцией $f(s) \sim e^{-\gamma s}$. Перейдем к новой независимой переменной s : $Q = Q(z(s))$. Тогда уравнение принимает вид:

$$\frac{d^2 Q}{ds^2} - \frac{1}{Q} \left(\frac{dQ}{ds} \right)^2 = \mu f(s), \text{ где } f(s) = e^{-\gamma s}. \quad (7)$$

Решение, с учетом граничных условий, записывается следующим образом:

$$Q = \frac{2\mu}{2\mu+(1-\gamma)^2} \operatorname{ch}^2 \frac{\sqrt{2\mu+(1-\gamma)^2}}{2} \left(s - \frac{2}{\sqrt{2\mu+(1-\gamma)^2}} \operatorname{arch} \sqrt{\frac{2\mu+(1-\gamma)^2}{2\mu}} \right) e^{-\gamma s}. \quad (8)$$

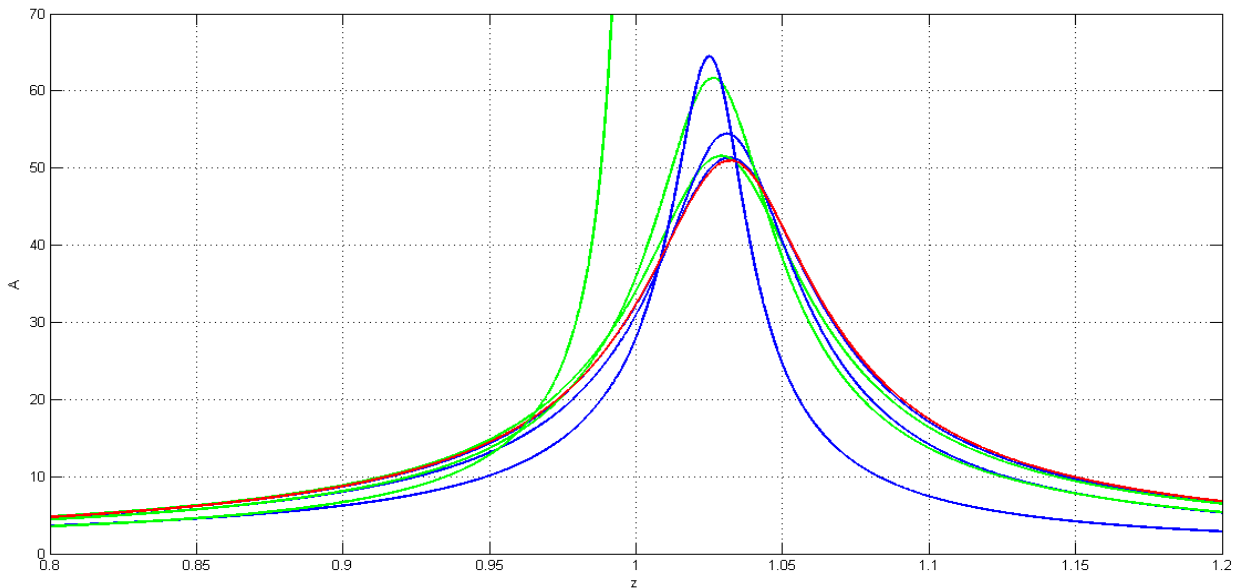


Рис. 1 Поле на оси. Зависимость амплитуды, от пройденного расстояния. Синим – численное решение, зеленый – решение с экспонентой, красное решение при $\gamma=0$. $\mu=0.01$; $\gamma=0.01;0.1;0.5$

Анализируя полученный результат, замечаем принципиальное влияние саморефракции – амплитуда в фокусе не бесконечна, а ограничена; максимум амплитуды сдвинут в область за геометрическим фокусом вдоль направления распространения пучка. Предложенные решения, как и следовало ожидать, хорошо работают, когда параметр γ близок к 0. Как видно уже при $\gamma = 0.1$ различия в решениях составляют 10–20%.

Теперь построим решение еще одним методом, для которого уже не требуется малость γ . Вернемся к уравнению (7) с произвольной функцией $f(s)$ и будем искать его решение методом возмущений, считая малым параметр μ , т.е. $Q = Q_0 + \mu Q_1 + \mu^2 Q_2$. Подставляя это разложение в уравнение и решая, получим:

$$Q_0 = e^{-s}; Q_1 = e^{-s} \int_0^s G ds; Q_2 = e^{-s} \int_0^s \int_0^s G^2 ds ds, \text{ где } G = \int_0^s f(s) e^s ds. \quad (9)$$

Отметим что полученные выражения, записанные в квадратурах, справедливы, вообще говоря, для любого вида функции $f(s)$, но не всегда могут быть вычислены точно. Поэтому для случая сфокусированного гауссовского пучка, который мы рассматривали ранее, решение (9) было построено численным методом:

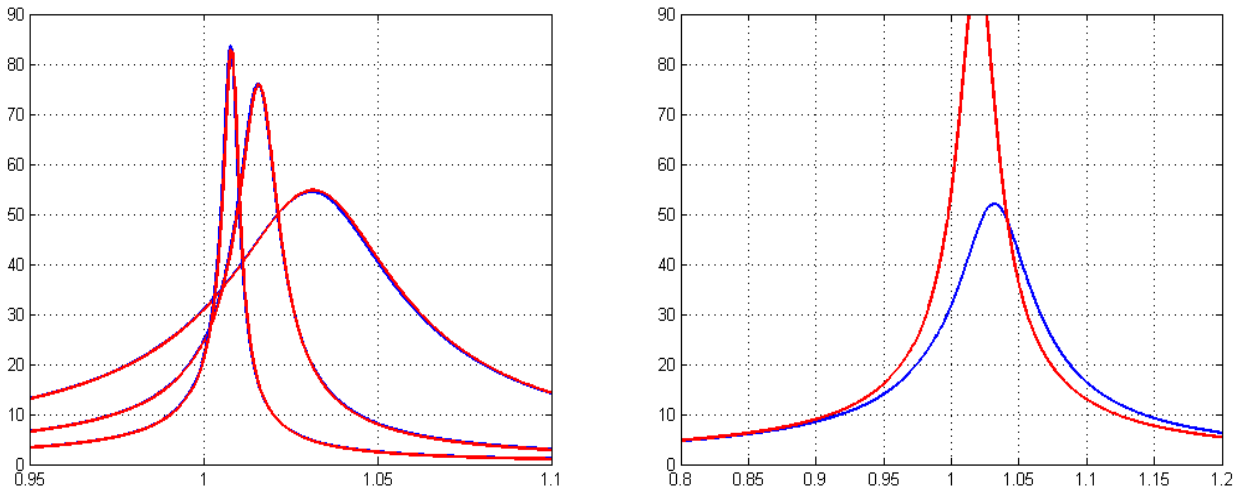


Рис. 2 Поле на оси. Синим – численное решение, красным – асимптотическое разложение. На левом рисунке, для параметров $\gamma = 10; 2; 0.1$. На правом $\gamma = 0.03$.

Сравнение численного решения уравнения (3) с решением, полученным методом асимптотического разложения, показывает хорошее совпадение для $\gamma > 0.04$.

Как видно, при больших γ поле оказывается локализовано в меньшей области. В то же время, при изменении параметра γ в 100 раз предельная амплитуда меняется на проценты. Исходя из выражения (5), можно ожидать, что величина $Q\sqrt{1+\gamma s}$ изменяется медленнее, чем Q . Переходя в (7) к функции $F = Q\sqrt{1+\gamma s}$, и введя переменную $s_1 = 1 + \gamma s$, получим:

$$F'' + \frac{F}{2s_1^2} - \frac{F'^2}{F} = \frac{\mu}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{1}{s_1} \right). \quad (10)$$

Как показывает численный анализ, при больших γ эффективное расстояние s быстро нарастает, так что переменная s_1 также оказывается большой величиной и в нулевом приближении членами пропорциональными $1/s_1$ можно пренебречь, тогда решение записывается в виде:

$$F = \frac{C^2 e^{-2\sqrt{1+a}s} + aCe^{-\sqrt{1+a}s} + a^2/4}{2C(1+a)e^{-\sqrt{1+a}s}}, \quad C = \sqrt{1+a} + 1 + a/2, \quad a = \frac{\mu}{2\gamma^2}. \quad (11)$$

Итак, в результате работы было исследовано упрощенное уравнение, полученное методом растянутых характеристик, на основе которого удобно проводить анализ для поля на оси. Написаны аналитические выражения, показано их хорошее совпадение с численным решением уравнения для разных значений параметра γ , который соответствует широкому диапазону различных типов источников. Было описано поведение звукового поля в области фокусировки, выделены физические эффекты вызванные влиянием стратификации. Для создания полной картины распространения волнового пучка остается задачей построение аналитического представления поперечной структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Гусев // Ежегодник РАО. “Акустика неоднородных сред” Москва, 2007. Выпуск 8. С. 103-112.
2. А.Г. Мусатов, О.В. Руденко, О.А. Сапожников // Акуст. Журн. Т.38, №3, с.502-510, 1992.
3. В.А. Гусев, О.В. Руденко // Акуст. журн, т.52, №1, с.30-42, 2006.
4. М.Б. Виноградова, О.В. Руденко, А.П. Сухоруков “Теория волн” М.: Наука, 1990.
5. А. Найфе “Методы возмущений” М.: Мир, 1976.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ФАЗОВОГО ПЕРЕХОДА СОИЗМЕРИМАЯ-НЕСОИЗМЕРИМАЯ ФАЗА В ДИФОСФИДЕ ЦИНКА АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Н.И. Одина, А.Н. Семенова

119991, г. Москва, ГСП-1, Ленинские горы, д.1, стр.2, Физический факультет
Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова
niodina@mail.ru

В настоящей работе содержатся результаты экспериментального исследования температурной зависимости скорости продольного ультразвука частотой 5 МГц в монокристалле дифосфида цинка ZnP_2 тетрагональной модификации в области структурного фазового перехода соизмеримая - несоизмеримая фаза. Дифосфид цинка является полупроводником с характерной шириной запрещенной зоны порядка 2 эВ [1]. Он используется как рабочий элемент оптических и тепловых детекторов и солнечных батарей [2].

Дифосфид цинка тетрагональной модификации относится к пространственной группе симметрии 422 [3]. Несмотря на простую химическую формулу, он имеет сложную структуру, включающую 8 формульных единиц в элементарной ячейке. Каждый атом цинка окружен четырьмя атомами фосфора, а каждый атом фосфора – двумя атомами цинка и двумя атомами фосфора таким образом, что атомы фосфора образуют зигзагообразные цепочки, проходящие через весь кристалл. Элементарная ячейка состоит из четырех слоев, повернутых друг относительно друга на 90 градусов. Кристаллическая решетка дифосфида цинка является достаточно нестабильной, что приводит к фазовым переходам и образованию сверхструктур, причем период возникающей пространственной модуляции может быть как кратен исходному периоду решетки (соизмеримая, или соразмерная фаза), так и не кратен (несоизмеримая, или несоизмеримая фаза). В частности, в интервале температур 80-400 К дифосфид цинка тетрагональной модификации выявляет последовательность фазовых переходов соизмеримая - несоизмеримая фаза, иногда называемую «дьявольской лестницей» из-за ее характерного вида [1, 4, 5].

В настоящей работе для оценки качества выращенного образца ZnP_2 и его пригодности для дальнейших измерений было проведено экспериментальное исследование температурной зависимости скорости продольного ультразвука частотой 5 МГц. Для исследования была выбрана температурная область 295 -320 К, захватывающая одну ступеньку «дьявольской лестницы».

Для проведения ультразвуковых исследований была использована автоматизированная ультразвуковая установка, реализующая стандартный

эхо-импульсный метод измерений с квадратурной обработкой сигнала [6]. Принципиальная схема установки показана на рис.1.

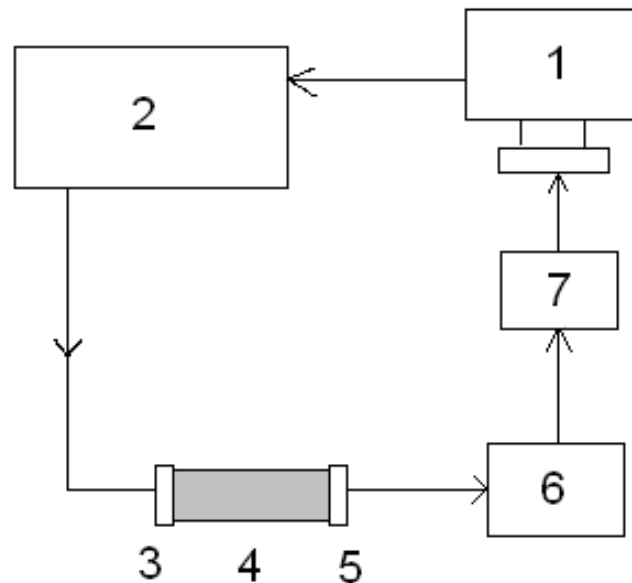


Рис. 1. Принципиальная схема ультразвуковой установки (1-компьютер, 2-выходной модуль, 3-излучающий пьезопреобразователь, 4-образец, 5 – приемный пьезопреобразователь, 6- усилитель , 7 – АЦП).

Установка состояла из отдельных модулей, управляемых с помощью компьютера (1). Выходной модуль (2) формировал зондирующий сигнал в виде радиоимпульса заданной длительности с набивкой заданной частоты, равной резонансной частоте преобразователя. Усиленный импульс (с амплитудой порядка 40 В) подавался на излучающий пьезоэлектрической преобразователь (3), подклеенный к образцу (4). Сигнал с приемного пьезопреобразователя (5) после усиления усилителем (6) поступал на АЦП (7) и затем в компьютер для квадратурной обработки. Данная установка позволяла измерять амплитуду сигнала с точностью не хуже 0,5 %, а фазу – 0,2 градуса.

Для проведения исследования зависимости от температуры использовалась специальная вставка, схема которой показана на рис.2. Исследуемый образец (1) с приклеенными к противоположным граням преобразователями (2-3) помещался на диэлектрическую подложку (4), на которой в контакте с образцом размещался датчик температуры (5). Датчик температуры представлял собой полупроводниковый диод с крутизной термометрической характеристики порядка 2,4 мВ/К. В качестве акустической склейки использовалось силиконовое масло. Диэлектрическая подложка размещалась на дне латунного кожуха (6). Для уменьшения теплоотвода вставка монтировалась на трубке из нержавеющей стали (7). Для нагревания вставка помещалась в печь с нагревательным элементом в виде нихромовой нити (на рисунке не показана). Скорость изменения температуры составляла порядка 1 К/мин.

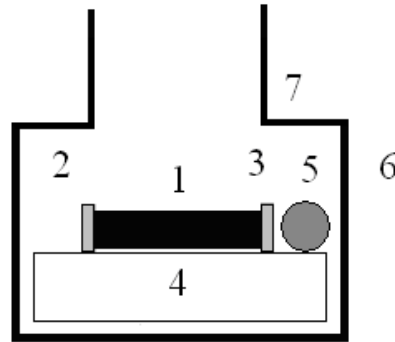


Рис. 2. Схема низкотемпературной вставки (1 - образец, 2,3 - пьезопреобразователи, 4 - диэлектрическая подложка, 5 - датчик температуры, 6 - латунный кожух, 7 - трубка из нержавеющей стали)

Исследуемый образец был вырезан из монокристалла ZnP_2 , выращенного методом Бриджмена, и представлял собой прямоугольный параллелепипед размерами $3 \times 4 \times 5$ мм. Длинное ребро образца было ориентировано вдоль направления $[100]$ с точностью не хуже одного градуса. Продольная волна частотой 5 МГц запускалась в направлении $[100]$. Измерения производились при охлаждении. На рис.3. приведена зависимость относительного изменения скорости продольной волны v_{100}^{100} от температуры в интервале температур 295 – 320 К. Изменение скорости в исследуемом интервале температур составило порядка 0,06%. В интервале температур 305-315 К виден двойной минимум порядка 0,1 %, аналогичный тем, которые наблюдались в работах других авторов [1].

На контрольном образце, выполненном из дюралюминия, в этом температурном интервале никаких особенностей отмечено не было. Это позволяет связать аномальное поведение скорости звука в дифосфиде цинка в исследованном интервале температур с фазовым переходом соизмеримая – несоизмеримая фаза. Пока неясно, с чем связан маленький минимум при температуре 309,5 К, расположенный между двумя большими минимумами: объясняется ли он значительной погрешностью измерений в области перехода (которая, возможно, связана со слишком большой скоростью охлаждения), или он связан с особенностями фазового перехода. Этот вопрос нуждается в дальнейших исследованиях. Кроме того, видно, что наклон прямых в области соизмеримой фазы слева и справа от перехода различен, причем больший наклон наблюдается в области больших температур. Этот результат также согласуется с данными других авторов [1].

Проведенные измерения показали высокое качество образца и его пригодность для дальнейших измерений. В дальнейшем, помимо проведения экспериментальных исследований распространения поперечных ультразвуковых волн, планируется исследование нелинейных упругих параметров дифосфида цинка, а также его гомолога, также

выявляющего последовательность фазовых переходов соизмеримая – несоизмеримая фаза - дифосфида кадмия [1, 5].

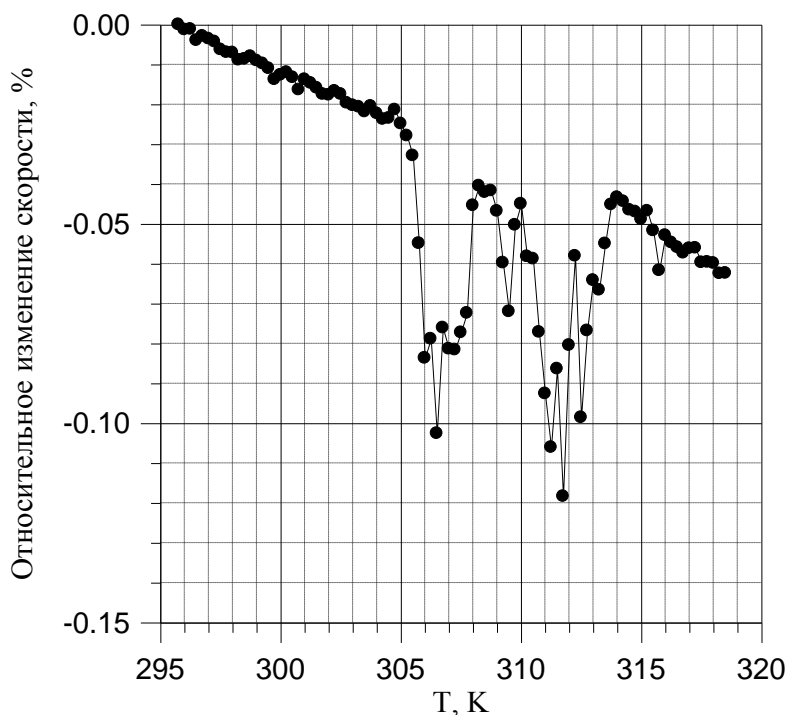


Рис. 3. Экспериментально измеренная зависимость относительного изменения скорости продольных ультразвуковых волн от температуры

Работа была выполнена в Центре коллективного пользования физического факультета МГУ по нелинейной акустической диагностике и неразрушающему контролю при поддержке гранта Президента Российской Федерации № НШ-2631.2012.2 и гранта РФФИ № 12-02-00507-а.

ЛИТЕРАТУРА

1. L.E.Soshnikov, V.M Trukhan, T.V.Golyakevich, H.L.Soshnikova // Crystallography reports. 2005. V. 50, Suppl. 1. S37.
2. В.Б.Лазарев, В.Я.Шевченко, Л.Х.Гринберг, В.В.Соболев “Полупроводниковые соединения группы A(II)B(IV)” М. Наука. 1976. 256 с.
3. Landolt-Bornstein / Numerical Data and Functional Relationship in Science and Technology. New Series. Group III. 1983. V.17e. Springer-Verlag.
4. А.У.Шелег, В.В. Зарецкий // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т.39. С. 166.
5. С.Manolikas, J. van Tendeloo, S. Amelinckx // Phys. stat. sol.(a). 1986. Т. 97. PP. 87.
6. А.И.Коробов, А.Ф. Асаинов, Б.Б.Воронов, И.Н.Кокшайский // Измерительная техника. 1995. №9. С. 60.

КАЛИБРОВКА УЛЬТРАЗВУКОВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ МЕГАГЕРЦОВОГО ДИАПАЗОНА ЧАСТОТ В ВОДЕ НА ОСНОВЕ ИЗМЕРЕНИЯ РАДИАЦИОННОЙ СИЛЫ И АКУСТИЧЕСКОЙ ГОЛОГРАММЫ

В.Г. Субботин, О.А. Сапожников, С.А. Цысарь

Физический факультет, Московский государственный университет им.

М.В. Ломоносова

flameacc@gmail.com

Ультразвуковые источники мегагерцового диапазона находят широкое применение в неразрушающем контроле, а также в медицинской диагностике и терапии. В медицинских приложениях актуальной является абсолютная калибровка датчиков по мощности, чтобы избежать нежелательного разрушения тканей в процессе ультразвукового облучения биоткани. Одним из классических методов измерения полной акустической мощности источника W является метод измерения радиационной силы F , действующей на поглотитель ультразвука при направлении на него ультразвукового пучка. Метод основан на простой связи [1]:

$$F = \frac{W}{c} \quad (1)$$

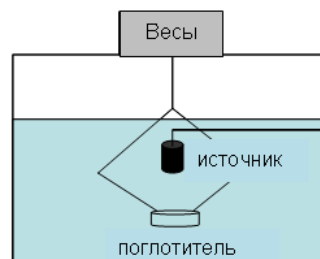


Рис. 1. Схема установки по измерению радиационной силы

где c – скорость звука. Указанная формула, однако, справедлива лишь в приближении плоской волны, падающей на идеальный поглотитель.

Принцип измерения радиационной силы пояснен на рис. 1. Акустический пучок, излучаемый пьезоэлектрическим источником, направлялся на поглотитель, вес которого измеряется с помощью прецизионных весов. При включении источника вес изменяется на величину, равную радиационной силе. Согласно формуле (1), при измерениях в воде ($c=1490$ м/с) изменение веса связано с соответствующей акустической мощностью волны фактором 68 мг/Вт. В эксперименте измерялась также подводимая к источнику электрическая мощность. Отношение акустической мощности к электрической задает коэффициент полезного действия пьезоэлектрического преобразователя.

На рис. 2 представлены зависимости акустической мощности пучка от подводимой к излучателю электрической мощности на двух частотах, 1.193 МГц (левый график) и 1 МГц (правый график). В качестве источника использовался плоский пьезокерамический излучатель в виде диска диаметром 100 мм. Измерения проводились в отстоявшейся водопроводной воде при нормальной температуре. Как видно, зависимость акустической мощности от электрической близка к линейной, что указывает на линейный характер колебаний пьезопластины в используемом диапазоне мощностей. Отношение мощностей (к.п.д.) равно 0.91 и 0.77 для 1.2 МГц и 1 МГц, соответственно.

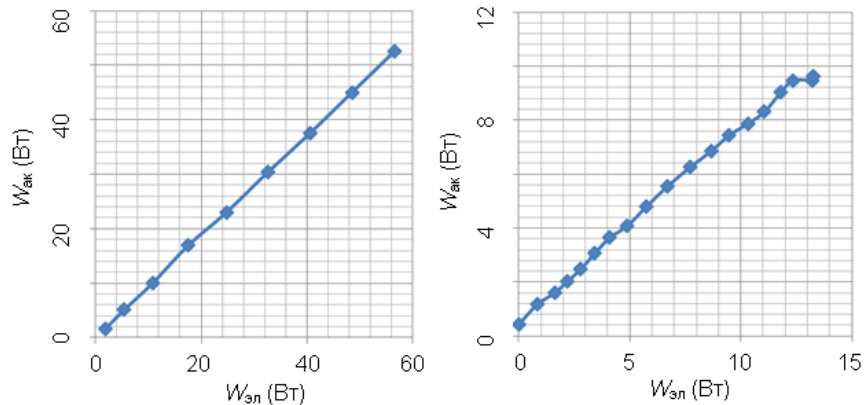


Рис. 2. Зависимость измеренной акустической мощности от подводимой к источнику электрической мощности

Реальные источники создают сильно неоднородные пучки, заметно отличающиеся по структуре от плоской волны, поэтому метод радиационной силы в его традиционной реализации оказывается неточным. В данной работе мы предлагаем модификацию метода, позволяющую измерять полную мощность произвольных ультразвуковых пучков. Подход основан на совместном измерении радиационной силы и акустической голограммы - двумерного распределения амплитуды и фазы волны в плоскости перед источником. Формула для подсчёта радиационной силы имеет следующий вид [2, 3]:

$$F_z = \iint_{\text{плоскость}(x,y)} \left\langle \frac{p^2}{2\rho_0 c_0^2} + \frac{\rho_0 \langle u_z^2 - u_x^2 - u_y^2 \rangle}{2} \right\rangle dx dy. \quad (2)$$

Здесь предполагается, что измеряется компонента силы F_z , направленная вдоль вертикальной оси z . В формуле (2) p – акустическое давление, ρ_0 и c_0 – плотность и скорость звука среды, $\mathbf{u} = (u_x, u_y, u_z)$ – колебательная скорость, скобки $\langle \dots \rangle$ обозначают усреднение по периоду волны. Как видно, для расчёта силы требуется знать распределение акустического

давления и колебательной скорости на плоскости интегрирования. Существующие методы исследования ультразвуковых полей мегагерцового диапазона позволяют найти лишь распределение акустического давления. Для нахождения всех характеристик поля требуется разработка специальных методов. В нашей работе с этой целью используется метод акустической голографии [3]. Он основан на измерении пространственного распределения амплитуды и фазы акустического давления на некоторой плоскости перед источником, а затем использовании интеграла Рэлея для расчёта акустического давления и колебательной скорости в произвольной точке пространства. Полученные в ходе эксперимента голограммы для частот 1.2 МГц и 1 МГц проиллюстрированы на рис. 3, где показано распределение амплитуды акустического давления на поверхности излучателя (слева 1 МГц, справа 1.2 МГц).

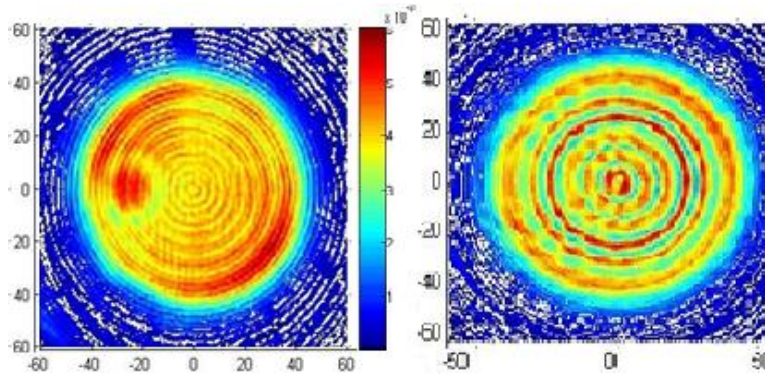


Рис. 3 Распределение амплитуды акустического давления на плоскости излучателя

Таким образом, представленный метод позволяет существенно повысить точность определения полной акустической мощности излучателей, создающих пучки со структурой, сильно отличающейся от плоской волны. В мегагерцовом диапазоне частот такой структурой обладают фокусирующие и дефокусирующие преобразователи, широко используемые в ряде медицинских и гидроакустических приложений.

Работа поддержана грантами Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ НШ-2631.2012.2 и РФФИ 11-02-01189.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Beissner // *Acustica*, 1987, v. 62, no. 4, pp. 255-263.
2. P.J. Westervelt // *J. Acoust. Soc. Am.*, 1951, v. 23, no. 4, pp. 312- 315.
3. Л.К. Зарембо, В.А. Красильников “Введение в нелинейную акустику”. М.: Наука, 1966.
4. О.А. Сапожников, Ю.А. Пищальников, А.В. Морозов // *Акуст. журн.*, 2003, т. 49, № 3, с. 416–424.

РАСЧЁТ СТРУКТУРЫ АКУСТИЧЕСКОГО ПУЧКА В АНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ ПРИ ВОЗБУЖДЕНИИ ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

В.А. Чекалина, А.С. Трушин

Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова

a.trushin@physics.msu.ru

Акустооптика – это наука, изучающая взаимодействие света и звука. Приборы, использующие акустооптический эффект, применяются в различных областях науки и техники для управления характеристиками лазерного излучения и оптической обработки информации. Эти приборы отличаются высокой надёжностью, отсутствием механических движущихся частей, возможностью электронной перестройки параметров, а также малыми управляющими электрической мощностью и напряжением [1]. Чтобы удовлетворять требованиям, предъявляемым современной наукой и техникой к акустооптическим устройствам, необходимо ясное понимание физических процессов, происходящих в акустооптической ячейке. Так, на работу акустооптических фильтров сильное влияние оказывает структура акустического поля, определяемая процессами возбуждения акустического пучка и его распространения в кристалле. Исследованию этих процессов и посвящена настоящая работа. Следует отметить, что указанная задача является актуальной задачей кристаллоакустики, и её решению посвящено большое количество работ, среди которых можно упомянуть [2]. Оказалось, что предлагаемые методы решения задачи, в основном, ориентированы на нужды сейсмологии и дефектоскопии. С точки зрения акустооптики более плодотворным выглядит подход, изложенный в настоящей работе.

Рассмотрим акустически анизотропный кристалл, к грани которого приклеен пьезопреобразователь. Будем считать заданным распределение плотности силы $\vec{f}(x, y) = \hat{f}_0 \cdot f(x, y)$, действующей на поверхность кристалла со стороны пьезопреобразователя, где \hat{f}_0 - единичный вектор, вдоль которого направлена сила, а $f(x, y)$ - профиль распределения силы по поверхности кристалла. Предположим, что сила изменяется во времени по гармоническому закону с частотой ω . Тогда вглубь кристалла будет распространяться звуковой пучок, имеющий сложную структуру. Для акустически анизотропного материала он будет являться суперпозицией трёх акустических мод, каждая из которых будет одним из слагаемых в разложении пучка по спектру пространственных частот. Волна, распространяющаяся в акустически анизотропной среде, приводит к изменению в пространстве и во времени таких величин как смещение частиц, их скорость, тензор деформации и тензор напряжения. С точки зрения акустооптики наибольший интерес представляют компоненты

тензора деформации и их линейные комбинации, которые могут быть определены предложенным в работе методом. Также данный метод может быть применён для определения пространственного распределения любых из упомянутых величин.

Следуя методу Галёркина [3], было рассмотрено уравнение эластодинамики, определяющее распространение волн в объёме кристалла:

$$\rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_j \partial x_k}, \quad (1)$$

где ρ - плотность материала, \vec{u} - смещение частиц, c_{ijkl} - компоненты тензора упругих постоянных. Общее решение этого уравнения отыскивалось как сумма плоских гармонических волн. Причём для удобства подбора решений, удовлетворяющих граничным условиям, гармонические волны группировались по условию равенства проекций волновых векторов на плоскость границы кристалла и пьезопреобразователя. Гармонические волны записывались в виде

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = A \cdot \hat{q} \cdot \exp\{i\omega(\vec{s}\vec{r} - t)\}, \quad (2)$$

где A – амплитуда смещения частиц, \hat{q} - единичный вектор поляризации, определяющий направление смещения частиц, участвующих в распространении волны, \vec{s} - вектор медленности и \vec{r} - радиус вектор. Методами, обычно применяющимися при анализе поверхностных волн, определялись функции $\vec{s} = \vec{s}(s_x, s_y)$ и $\vec{q} = \vec{q}(s_x, s_y)$ такие, что гармоническая волна (2) являлась решением уравнения (1) [4]. При этом проводилось объединение решений вида (2) в группы, так, что волны из одной группы имели одинаковые проекции $\{s_x, s_y\}$ на плоскость пьезопреобразователя. Общее решение уравнения (1) таким образом выписывалось в виде

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \int ds_x ds_y A(s_x, s_y) \sum_{p=1}^3 B_p(s_x, s_y) \vec{q}_p(s_x, s_y) \cdot \exp\{i\omega(\vec{s}_p(s_x, s_y)\vec{r} - t)\}, \quad (3)$$

где $A(s_x, s_y)$ - амплитуда, присвоенная группе волн, $B_p(s_x, s_y)$ - взаимные веса решений внутри группы, p – номер компоненты в группе.

Следующим шагом метода Галёркина является минимизация невязки в граничном условии. В рассматриваемой задаче граничное условие формулируется с помощью тензора напряжения \hat{T} . По определению этого тензора на единицу поверхности действует сила $\vec{F} = \hat{T}\vec{n}$, где \vec{n} - нормаль к плоскости пьезопреобразователя. Анализ граничных условий с учётом вида выражения (3) показал, что весовые коэффициенты B_p следует подбирать так, чтобы сила \vec{F} , связанная с каждой группой волн, была равна единичному вектору \vec{f}_0 , а амплитуды $A(s_x, s_y)$ следует определить как коэффициенты двумерного преобразования Фурье функции $f(x, y)$.

При реализации вычислений указанным методом амплитуды разложения по группам волн находились с помощью быстрого

преобразования Фурье. Вид решения (3) позволяет легко учесть изменения спектра пространственных частот, которые происходят при распространении пучка в анизотропной среде. Так, при изменении координаты z на величину Δz каждое гармоническое слагаемое в выражении (3) будет умножено на величину $\exp\{i\omega s_3 \Delta z\}$. В случае объёмной волны учёт данного множителя будет приводить к изменению фазы компонент углового спектра, а в случае неоднородной волны – как к изменению фазы, так и к уменьшению амплитуды компоненты. Для нахождения пространственного распределения характеристик пучка необходимо выполнить обратное двумерное преобразование Фурье.

Исходными данными для предлагаемого метода расчёта пространственного распределения параметров акустического пучка, возбуждаемого в анизотропной среде пьезопреобразователем произвольного сечения, являются следующие величины: компоненты тензора упругих постоянных c_{ijkl} , плотность материала ρ , матрица преобразования системы координат, позволяющая учесть выбранный срез кристалла \hat{M} , единичный вектор \hat{f}_0 , зависящий от среза пьезопреобразователя, профиль плотности силы $f(x, y)$, апертура A , разбиваемая на n частей для задания физических величин в виде значений на дискретной координатной сетке, частота ω изменения силы со временем и пределы z_1, z_2 задающие объём, в котором будут проводиться расчёты.

Предлагаемый метод основан на хорошо известной в настоящее время методике быстрого двумерного преобразования Фурье. Помимо этого, на каждом из этапов расчёта допускается параллельное проведение вычислений, что позволяет провести моделирование за весьма малое время при наличии соответствующих вычислительных мощностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.И. Балакший, В.Н. Парыгин, Л.Е. Чирков “Физические основы акустооптики” М.: Радио и связь, 1985.
2. Н. Jeonga // Journal of Mechanical Science and Technology 2007. V. 21. Issue 8.
3. С.Г. Михлин “Вариационные методы в математической физике” 2-е изд. М.-Л. 1970.
4. Дж. Фарнелл, “Свойства упругих поверхностных волн”, в кн.: Физическая акустика, под ред. У. Мэзона и Р. Терстона, пер. с англ., т. 6, М., 1973

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ УПРУГИХ ВОЛН В 3-D ГРАНУЛИРОВАННОЙ НЕКОНСОЛИДИРОВАННОЙ СРЕДЕ

А.И. Коробов, Н.В. Ширгина, А.И. Кокшайский
 МГУ им. М.В. Ломоносова
 Natalia.shirgina@gmail.com

Характер распространения упругих волн в гранулированных неконсолидированных средах заметно отличается от их распространения в сплошных средах. Состояние контактов между гранулами оказывает большое влияние на особенности распространения упругих волн в таких средах [1, 2]. Исследования, проведенные в работе [1], указывают на возможный статистический характер этого процесса. Уравнение состояния гранулированных сред существенно отличается от уравнения состояния сплошных тел. Для одномерной гранулированной неконсолидированной структуры, состоящей из одинаковых шаров, уравнение состояния определяется материалом шаров, контактом между двумя шарами и имеет вид [3]:

$$\sigma = \frac{4E^*}{3\pi} \varepsilon^{3/2} \quad (1)$$

где ε – деформация шаров вызванная внешней статической сжимающей силой и упругой волной, $E^* = E/(1-\nu^2)$, E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона материала шаров. В случае 3-D структуры уравнение состояния кроме того зависит от числа контактов каждого шар с другими шарами, которое может изменяться в пределах от 6 до 12 [4]. Контакты могут отличаться величиной их статической деформации. Все это оказывает существенное влияние на упругие свойства среды. В исследуемой неупорядоченной 3-D структуре упругих шаров контакты между ними можно условно разделить на сильно и слабо деформированные [5, 6]. Уравнение состояния для такой среды можно записать следующим образом:

$$\sigma = n \frac{4E^*}{3\pi} \varepsilon^{3/2} + m \frac{4E^*}{3\pi} (\mu\varepsilon)^{3/2}, \quad (2)$$

где $(m+n) < 12$, n - число сильно, а m - слабо нагруженных контактов, приходящихся на один шар, соответственно, $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_{\sim}$ - общая деформация, ε_0 , ε_{\sim} - статическая и переменные деформации в системе шаров, $\mu < 1$ $\mu\varepsilon < \varepsilon$. Разлагая (2) в ряд Тейлора с учетом членов $\sim \varepsilon^3$, получим уравнение состояние 3-D системы в виде:

$$\sigma = C_2(\varepsilon_0)\varepsilon_{\sim} + \frac{1}{2}C_3(\varepsilon_0)\varepsilon_{\sim}^2 + \frac{1}{6}C_4(\varepsilon_0)\varepsilon_{\sim}^3 \quad (3)$$

где

$$C_2 = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} \right)_{(\varepsilon=\varepsilon_0)} = \frac{2E^*}{\pi} \sqrt{\varepsilon_0} n \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) = \frac{2E^*}{\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{1/3},$$

$$C_3 = \left(\frac{\partial^2 \sigma}{\partial \varepsilon^2} \right)_{(\varepsilon=\varepsilon_0)} = \frac{E^*}{\pi} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0}} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right) = \frac{E^*}{\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\sqrt{\mu}} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{-1/3},$$

$$C_4 = \left(\frac{\partial^3 \sigma}{\partial \varepsilon^3} \right)_{(\varepsilon=\varepsilon_0)} = -\frac{E^*}{2\pi} \frac{1}{\varepsilon_0^{3/2}} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}} \right) = -\frac{E^*}{2\pi} n \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}} \right) \left(\frac{3\pi P}{4E^*} \right)^{-1}$$

коэффициенты упругости 2-го, 3-го, 4-го порядка в 3-Д структуре, P - внешнее давление. Воспользовавшись выражением для C_2 получим выражение для зависимости скорости волны V в 3-Д системе от P :

$$V = \sqrt{\frac{C_2}{\rho}} = \left(\frac{2E^*}{\pi\rho} \right)^{1/3} \left(n \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \right)^{1/2} (3P)^{1/6}, \quad (4)$$

В случае распространения упругой волны, деформация в которой равна $\varepsilon_x = \varepsilon_{x0} \sin \omega t$, эффективный модуль упругости второго порядка C^* с точностью до членов второго порядка малости можно записать в виде:

$$C_2^* = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon_x} = C_2 + C_3 \varepsilon_x + \frac{1}{2} C_4 \varepsilon_x^2, \quad (5)$$

Откуда относительное изменение скорости продольной волны $(\Delta V/V_0)$ в системе шаров зависит от амплитуды волны ε_{x0} и внешнего давления P :

$$\frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V - V_0}{V_0} = \frac{C_4}{8C_2} \varepsilon_{x0}^2 = - \left\{ \frac{1}{8} \left(\frac{4\pi E^*}{3P} \right)^{4/3} * \left(1 + \frac{m}{n} \frac{1}{\mu^{3/2}} \right) / \left(1 + \frac{m}{n} \sqrt{\mu} \right) \right\} \varepsilon_{x0}^2 \quad (6)$$

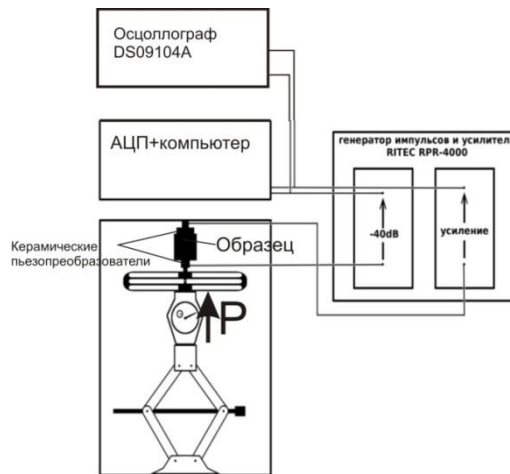


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки для исследования упругих свойств гранулированной неконсолидированной 3-Д среды приведена на рис.1. 3-Д среда моделировалась стальными шарами диаметром 2 мм или 4 мм. Шары помещались в цилиндрическую ячейку из текстолита диаметром

22 мм, высотой 28 мм. К системе шаров с помощью домкрата прикладывалась сила, величина которой контролировалась образцовым динамометром. Для проведения измерений использовался автоматизированный ультразвуковой комплекс RITEC RPR-4000, в котором реализован импульсный метод измерений. Для излучения и приема продольных упругих волн использовались пьезокерамические преобразователи. Исследования проводились на частотах 60 кГц и 120 кГц.

Скорость звука в исследуемых образцах при малом начальном поджатии составляла 450 м/с. Результаты измерения скорости упругих волн V от давления P в системах шаров диаметром 2 мм и 4 мм приведены на рис. 2. Для наглядности экспериментальные данные представлены в логарифмическом масштабе и аппроксимированы прямой линией. Коэффициент наклона в обоих случаях был близок к 0,10, тогда как теоретическая зависимость (4) предсказывает 0,16. Полученное несоответствие между теорией и экспериментом может быть связано с тем, что коэффициенты μ , m , n в (4) должны зависеть от внешнего давления P .

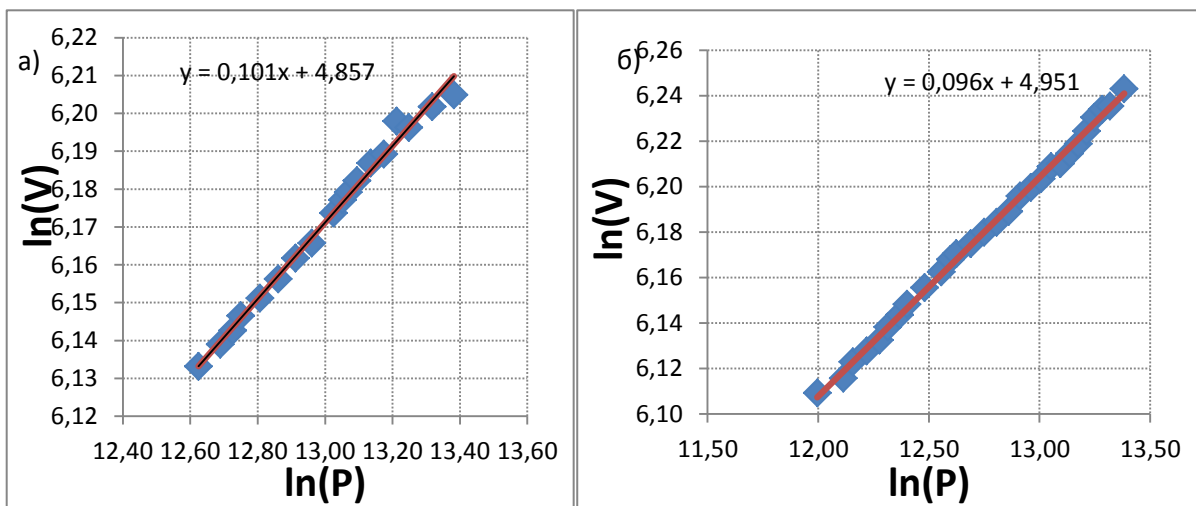


Рис. 2. Зависимость логарифма скорости $\ln(V)$ от логарифма давления $\ln(P)$ и ее аппроксимация: а) упаковка шаров диаметром 4 мм б) упаковка шаров диаметром 2 мм

На рис. 3 приведены зависимости изменения относительной скорости волны $\Delta V/V_0$ от амплитуды зондирующего сигнала A при различных величинах статического давления P для упаковок из шаров диаметром 2 мм и 4 мм. Полученные экспериментальные данные достаточно хорошо аппроксимируются зависимостью $\sim \varepsilon_{x_0}^2$. Для шаров диаметром 2 мм при малом поджатии 202,65 кПа отношение $\Delta V/V_0$ при амплитуде сигнала на излучающем преобразователе 120 В составило 6,5%, для шариков диаметром 4 мм при поджатии 60,8 кПа отношение $\Delta V/V_0$ при амплитуде сигнала на излучающем преобразователе 80 В было равно 3%. Квадратичная зависимость $\Delta V/V_0$ от амплитуды упругой волны указывает на значительную величину кубической нелинейности в 3-D гранулированной неконсолидированной структуре. С увеличением

давления P величина относительного изменения скорости волны от амплитуды сигнала A уменьшалась. Это экспериментально подтверждает теоретически предсказуемое уменьшение контактной нелинейности среды с увеличением нагрузки (6).

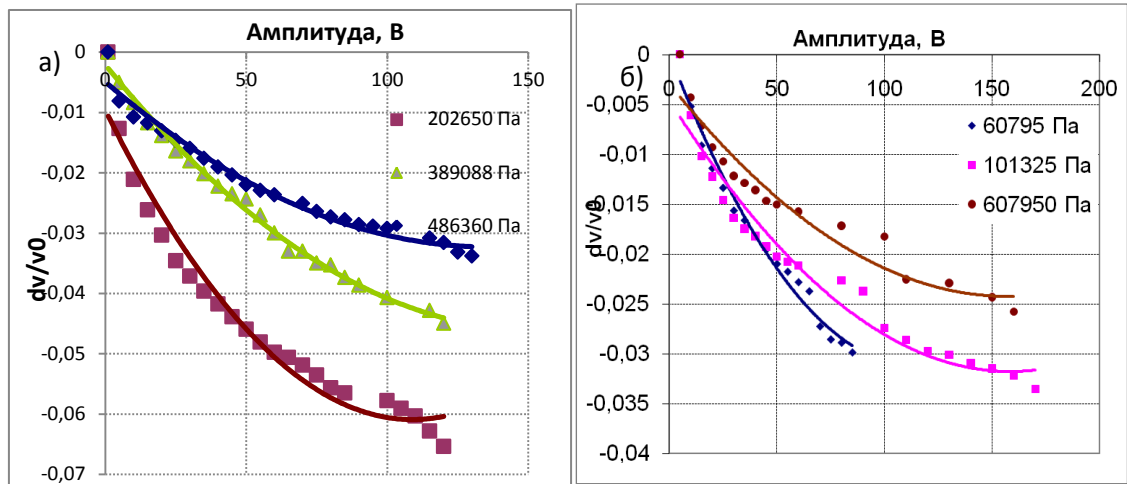


Рис. 3. Относительное изменение скорости $\Delta V/V_0$ в зависимости от амплитуды зондирующего сигнала A при различных значениях давления P для различных 3-Д сред из шаров: а) диаметром 4 мм; б) диаметром 2 мм.

На основании проведенных исследований можно сделать вывод, что гранулированная неконсолидированная 3-Д среда является сильно нелинейной упругой средой. Ее упругие свойства определяются количеством контактов между шарами и величиной их поджатия. Экспериментальные результаты удовлетворительно описываются уравнениями (4-6).

Работа выполнена в Центре коллективного пользования физического факультета МГУ им. М.В. Ломоносова по нелинейной акустической диагностике и неразрушающему контролю при поддержке гранта РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е.Д. Баженова, А. Н. Вильман, И.Б. Есипов. //Акустический журнал, 2005, том 51, Приложение, с. 46-52.
2. Brunet, T., X. Jia and P. Johnson // Geophys. Res. Lett., 2008, 35.
3. А.И. Коробов, Ю.А. Бражкин, Н.В. Ширгина. //Акустический журнал, 2012, том 58, № 1, с. 103-111.
4. И.Ю. Беляева, В.Ю. Зайцев, Л.А. Островский. //Акустический журнал, 1993, том 39, №1, с. 25-32.
5. В.Ю. Зайцев, В.Е. Назаров, В. Турна, В.Э. Гусев, Б. Кастаньеде. //Акустический журнал, 2005, том 51, № 5, с. 633-644
6. V. Yu. Zaitsev, P. Richard, R. Delannay, V. Tournat and V. E. Gusev. // EPL, 2008, 83, 6.