

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова Физический факультет

СБОРНИК ТРУДОВ

ХХХV Всероссийской школы-семинара «Волновые явления: физика и применения» имени профессора А.П. Сухорукова («Волны-2024»)

26 - 31 мая 2024 года

под общей редакцией канд. физ.-мат. наук А.Н. Калиша

Информация о школе-семинаре «Волны-2024», включая сборник трудов школы-семинара, представлена на сайте http://waves.phys.msu.ru/. Адрес электронной почты организационного комитета: waves@conf.msu.ru.







Нанофотоника, метаматериалы и фотонные кристаллы

Преобразование селективных характеристик электрически управляемых чирпированных многослойных неоднородных ФПМ-ЖК дифракционных структур Ю.А. Алтухов, В.О. Долгирев, Д.М. Чубаров, С.Н. Шарангович стр. 18

Материалы с фазовым переходом для таммовских плазмон-поляритонов *Р.Г. Бикбаев, М.-Ю. Йе, Г.-П. Чэнь, И.В. Тимофеев* стр. 22

Увлечение электронов электромагнитной волной в 3D структуре на основе графена *А.В. Вальков, С.В. Крючков, Е.И. Кухарь* стр. 24

Формирование наночастиц Ag_2S в нанокомпозитных пленках $Ag-SiO_x$, полученных ионнолучевым распылением

С.И. Высочкина, Е.С. Керсновский, И.В. Польшин, К.А. Барков стр. 26

Влияние нелинейного электрического поля на плазменные колебания в двумерной полупроводниковой сверхрешетке

И.А. Агапова, С.Ю. Глазов, С.В. Крючков стр. 29

Двухдефектный магнитофотонный кристалл для селективного возбуждения спиновой динамики

П.В. Головко, Д.О. Игнатьева, В.И. Белотелов стр. 31

Мультистабильность экситон-поляритонов в хиральном микрорезонаторе: самосогласогласованный расчёт

О.А. Дмитриева, Н.А. Гиппиус, С.Г. Тиходеев стр. 34

Анизотропия оптических свойств слоев пористого кремния, содержащих подвижные носители заряда Дэн Инин стр. 36

Полосковые волноводы для интегральной нанофотоники на основе не ван-дер-Ваальсовых тонких слоев $InGaS_3$

Е.С. Завьялова, А. Кузнецов, А.Д. Большаков стр. 39

Оптическое вычисление оператора Лапласа при нормальном падении с помощью металлодиэлектрической слоистой структуры *А.И. Кашапов, Е.А. Безис, Л.А. Быков, Л.Л. Лосколовии*

А.И. Кашапов, Е.А. Безус, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович стр. 41 Синхронная генерация второй оптической гармоники в двумерных материалах на основе возбуждения блоховских поверхностных волн

С.К. Коротких, П.В. Парахина, А.А. Попкова, К.Р. Сафронов, В.О. Бессонов, А.А. Федянин стр. 43

Обратный эффект Фарадея на Ми резонансах наночастицы феррит-граната Д.М. Кричевский, Д.О. Игнатьева, В.И. Белотелов стр. 46

Дисперсионная зависимость диэлектрической проницаемости оксида вольфрама на различных этапах газохромного окрашивания в водороде Д.П. Куликова, А.С. Бабурин, Е.С. Лотков, И.А. Родионов, А.В. Барышев стр. 48

Оптические импульсы в неэрмитовой среде вблизи сингулярности *В.А. Бушуев, Б.И. Манцызов* стр. 52

Гигантский эффект термической модуляции пропускания света ENZ-массивом плазмонных наностержней в жидких кристаллах

В.Б. Новиков, А.А. Доценко, С.В. Сотничук, Н.К. Давиденко, А.Ю. Бобровский, К.С. Напольский, Т.В. Мурзина стр. 56

Проводимость многослойных примесных углеродных нанотрубок полупроводникового типа С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова, И.А. Подгорная стр. 59

Хиральный свет в Фабри-Перо резонаторе С.А. Дьяков, Н.С. Салахова, А.В. Игнатов, И.М. Фрадкин, Н.А. Гиппиус стр. 61

Оптическая диагностика наночастиц перспективных для задач биомедицины Г.О. Силаев, Ф.В. Верещагин, А.Т. Шайдулин, Е.О. Орловская, Ю.В. Орловский, Ю.Г. Вайнер стр. 64

Локализация света в хиральных микрорезонаторах для топологической фотоники *И.В. Тимофеев* стр. 66

Моделирование переноса фотонов во фрактальном волноводе при учете нелинейности 3-5 порядков

Р.Р. Трофимов, Н.Н. Конобеева стр. 68

Спектральные характеристики асимметричного микрорезонатора с дефектным слоем в виде экстракта пигментов высших растений

Л.Е. Тырышкина, А.В. Шабанов, А.В. Каткова, А.И. Краснов, Н.В. Рудакова, П.С. Панкин, Т.А. Зотина, И.В. Тимофеев стр. 70 Топологические свойства оптического таммовского состояния в одномерной цепочке микрорезонаторов Д.П. Федченко, А.С. Зуев, И.В. Тимофеев стр. 72

О методе анизотропной трансфер матрицы А.В. Шабанов, Д.П. Федченко, Д. Кох, И.В. Тимофеев стр. 74

Оптическая сортировка наночастиц мембранами, поддерживающими связанные состояния в континууме Г.В. Шадрина, Е.Н. Булгаков, А.Ф. Садреев, К.Н. Пичугин стр. 78

Когерентные оптические явления

Спектры излучения и оценка качества мощного лазерного диода при выходе на рабочий режим В.В. Близнюк, В.А. Паршин, А.Г. Ржанов, О.И. Семенова, А.Е. Тарасов, Н.А. Хлынцев стр. 81

Методика измерения основных параметров интегральных кольцевых микрорезонаторов Д.А. Брюквина, Н.Ю. Дмитриев, Д.А. Чермошенцев, И.А. Биленко стр. 83

Косые солитоны в бозе-эйнштейновском конденсате *А.М. Камчатнов* стр. 87

Распространение фрактальных спеклов в оптических системах и в свободном пространстве *Р.Т. Кубанов, А.М. Зотов, П.В. Короленко, А.Ю. Мишин* стр. 88

Лазерное формирование релятивистских электронных зеркал и генерация некогерентных рентгеновских лучей

В.В. Кулагин, В.Н. Корниенко, В.А. Черепенин стр. 90

Генерация излучения с перестраиваемым спектром в активных кольцевых фотоннокристаллических волоконных резонаторах *А.С. Абрамов, В.А. Лапин, П.П. Миронов* стр. 94

Спектры и когерентность лазерных диодов с широким контактом в надпороговом режиме генерации *А.Г. Ржанов* стр. 97 Дифракция Брэгга на регулярных доменных структурах с наклонными стенками при смещении зондирующего гауссова пучка вдоль полярной оси кристалла ниобата лития *Е.Н. Савченков, Д.А. Бельская, А.В. Дубиков, М.А. Чувакова, А.Р. Ахматханов, В.Я. Шур* стр. 100

О сверхсветовых объектах в неравновесных средах *С.В. Сазонов* стр. 105

Дифракционные и интерферометрические методы исследования сегнетоэлектрических и фоторефрактивных кристаллов: эффекты и определение материальных параметров *С.М. Шандаров* стр. 106

Четырехволновое смешение в активной среде лазерного диода, индуцированное обратной связью от высокодобротного микрорезонатора

А.Е. Шитиков, Д.М. Сокол, Н.Ю. Дмитриев, А.Г. Сахарова, В.Е. Лобанов, Д.А. Чермошенцев, И.А. Биленко

стр. 107

Оптика предельно коротких импульсов

Создание и сверхбыстрое управление решетками разности населенностей и оптических микрорезонаторов при когерентном взаимодействии одноцикловых и полуцикловых предельно коротких световых импульсов с резонансной средой

Р.М. Архипов, М.В. Архипов, А.В. Пахомов, О.О. Дьячкова, Н.Н. Розанов стр. 111

Сохранение электрической площади при распространении предельно коротких импульсов в различных средах

А.В. Пахомов, Н.Н. Розанов, М.В. Архипов, Р.М. Архипов стр. 112

О динамике параметров предельно коротких импульсов, распространяющихся в среде в области аномальной дисперсии групповой скорости *В.А. Халяпин, А.Н. Бугай* стр. 114

Квантовые и нелинейные явления

Квантовые флуктуации и волны зарядовой плотности в квазиодномерных сверхпроводящих каналах К.Ю. Арутюнов, Я.С. Лехтинен, А.Г. Семенов, А.Д. Заикин стр. 117 Настраиваемый элемент связи между бозонными модами в сверхпроводниковом чипе для квантовых вычислений

B.C. Беляева, Axel Eriksson, Simone Gasparnetti стр. 119

(2+1)D солитонные пары в плоском квадратично-нелинейном кристалле с неоднородностью *Б.С. Брянцев, А.А. Калинович* стр. 123

Распространение фемтосекундных импульсов в газонаполненном волокне с использованием квантовомеханического подхода к описанию нелинейности *Н.Р. Врублевская, Д.Е. Шипило, И.А. Николаева, Н.А. Панов, О.Г. Косарева* стр. 127

О возможности усиления терагерцового излучения слоями кристаллического кварца в поле волны накачки

И.И. Казаков, М.С. Гусельников, С.А. Козлов стр. 129

Пространственно-зависимые лэмбовские сдвиги атомов в волноводе и их влияние на оптические коллективные эффекты

А.С. Курапцев стр. 133

Нелинейная восприимчивость газовой среды – применение непертурбативной теории отклика атома на лазерное поле

К.В. Львов, С.Ю. Стремоухов стр. 136

Методы вычисления квазивероятностных функций бананового состояния *Б.Н. Нугманов* стр. 138

Подбор оптимальных параметров насыщающегося поглотителя на основе УНТ в волоконном лазере солитонного типа

М.В. Прибылов, П.А. Итрин, Д.А. Коробко, А.В. Сыса, Ю.П. Шаман стр. 141

Улучшение чувствительности схемы квантовых невозмущающих измерений с помощью сжатых состояний света

Д.И. Салыкина, С.Н. Балыбин стр. 144

Формирования негауссовых состояний с помощью РДС-кристалла *Р. Сингх, А.Е. Теретёнков, А.В. Белинский* стр. 146

Диагностика параметров плазменного канала по оптическому излучению плазмы *Е.М. Стародубцева, И.Н. Цымбалов, Д.А. Горлова, К.А. Иванов, А.Б. Савельев* стр. 149 Особенности процессов параметрического рассеяния света и генерации второй гармоники в условиях квантовой накачки

И.А. Терещенко, О.В. Тихонова стр. 152

К теории уединенных электромагнитных волн в двумерных сверхрешетках на основе графена *С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова, И.Н. Федулов* стр. 154

Физика и применение микроволн

Корреляционный анализ влияния размера пикселя пространственного модулятора терагерцового излучения в методе фантомных изображений *TP*. *Балгора*. *И*.Ш. *Удерцов*.

Т.В. Благова, И.Ш. Хасанов стр. 156

Применение методов радиофотоники в проектировании приемных устройств СВЧ для формирования и регистрации радиоголограмм

Д. Буркитбаев, В.В. Валуев, В.В. Кулагин, Р.В. Рыжук, В.А. Черепенин стр. 159

Применение метода эквивалентных схем для анализа воздействия наносекундными импульсами на биологические среды *Р.А. Денисов, В.А. Вдовин, С.А. Сапецкий*

стр. 163

Использование широкополосного микроволнового излучения для спектрометра на область 2 – 4 ГГц

И.Е. Иванов, Д.Е. Диас Михайлова стр. 166

Численное моделирование переноса микроволнового излучения в дождевых осадках методом последовательных кратностей рассеяния *Я.А. Илюшин, Я.В. Копцов, Б.Г. Кутуза* стр. 169

Преобразование плоского фронта униполярного импульса излучения в цилиндрический В.Н. Корниенко, В.В. Кулагин стр. 172

Генерация субтерагерцового хаотического излучения в сильноточном релятивистском гиротроне в режиме умножения частоты

Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова, А.Н. Леонтьев, А.М. Малкин, Р.М. Розенталь, А.С. Сергеев стр. 174

Расчет энергетических возможностей импульсного релятивистского гиротрона диапазона 300 ГГц

А.Н. Леонтьев, Р.М. Розенталь, О.П. Планкин, Е.С. Семенов стр. 176

Влияние двумерных процессов на группирование интенсивных электронных потоков в широкополосных клистронах *В.Е. Родякин, В.Н. Аксенов* стр. 179

Оптическая и волновая электроника

Об эффективной фотоупругой постоянной и акустооптическом качестве жидкостей П.А. Никитин стр. 181

Возможности применения акустооптической мультиспектральной съемки для исследования красочных слоев картин

Е.А. Дьяконов, Н.В. Поликарпова стр. 183

Измерение глубины оптической модуляции света интерференционным методом *Д.С. Кукушкин, Г.А. Князев* стр. 186

Акустика неоднородных сред

Среднее поле разрывных волн в случайно-неоднородных средах *Д.М. Алексеев, В.А. Гусев* стр. 188

Определение характеристик ультразвуковой двумерной фокусирующей решетки в воздухе на основе измерения акустической голограммы и радиационной силы Ш.А. Асфандияров, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников стр. 192

Экспериментальное исследование влияния кратковременного холодового воздействия на упругие свойства полимера ABS *А.Б. Володарский, Н.И. Одина, А.И. Кокшайский, А.И. Коробов* стр. 196

Изменение амплитуды поверхностных акустических волн в слоистых плавно неоднородных средах

Д.А. Жарков, Р.А. Жостков стр. 199

Восстановление внутренней структуры объекта с помощью аппарата угловых гармоник Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева, А.С. Черняев стр. 202 Акустическое таммовское состояние в одномерном фононном кристалле с дефектами структуры

А.С. Зуев, С.Я. Ветров, Д.П. Федченко, И.В. Тимофеев стр. 206

Особенности распространения акустических волн в узких трубках переменного сечения с учетом присоединенной массы К.О. Комаровский, В.А. Гусев стр. 210

Физические эффекты, влияющие на точность измерения акустической радиационной силы, действующей на сферический рассеиватель в воде Л.М. Котельникова, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников стр. 214

Фазовое запаздывание сигнала в распределенном акустическом сенсоре кабельной охранной системы и поле смещений охранной системы на основе электрохимических геофонов В.Г. Криштоп, П.В. Дудкин стр. 218

Вывод эмпирических формул Лагасса для клиновых акустических волн *В.Г. Можаев* стр. 219

Влияние размеров центрального отверстия мощных фокусированных излучателей на параметры нелинейного ультразвукового поля в фокусе Ф.А. Нартов, М.М. Карзова, В.А. Хохлова стр. 220

Экспериментальное исследование упругих колебаний льда вмороженным векторным приемником

Б.В. Неверов, А.А. Кнышов, А.Н. Котов, Д.А. Преснов, А.С. Шуруп стр. 223

Характеризация губчатых композитов на основе природных биополимеров методами импульсной акустической микроскопии

Ю.С. Петронюк, Е.А. Храмцова, К.Г. Антипова, С.Г. Васильева, А.Н. Богаченков, А.Е. Соловченко, Т.Е. Григорьев стр. 225

Трехмерная модель сейсмоакустической поверхностно-волновой томографии с использованием полосчатого базиса

Д.Д. Позднякова, Д.А. Преснов, А.С. Шуруп стр. 228

Эволюция подводного течения и звуковое излучение при ударе заряженной капли о поверхность воды

В.Е. Прохоров стр. 232

Временной подход к численному моделированию генерации низкочастотного излучения при импульсной накачке

М.С. Сергеева, А.В. Квашенникова, П.В. Юлдашев, И.Б. Есипов, В.А. Хохлова стр. 235

Проектирование настраиваемых акустических метаматериалов с применением методов теории рассеяния

Д.В. Смирных, К.В. Дмитриев стр. 239

Исследование влияния сжимающих напряжений на динамические характеристики глинистых грунтов при различных уровнях сдвиговых деформаций *А.А. Стародумов* стр. 241

Акустическая голография: от теории к практическим применениям *С.А. Цысарь* стр. 245

Метарэлеевское рассеяние волны Рэлея В.Н. Чуков стр. 246

Учет взаимодействия мод в томографии мелкого моря при использовании базиса полосчатого типа *А.В. Щербина, А.С. Ширип*

стр. 248

Гидродинамические волны и течения

К аналитическому описанию спектра капиллярно-волновых движений на заряженной поверхности вязкой жидкости

Д.Ф. Белоножко стр. 251

Структура течений в Черной губе Кандалакшского залива в разные фазы приливного цикла И.И. Иванова, А.А. Будников, А.И. Васин стр. 253

Моделирование трёхмерной свободной конвекции в наножидкости Fe₃O₄/H₂O методом конечных элементов *М.А. Медведева, А.С. Федотов* стр. 256

Использование геометрических свойств трех инвариантов в волновом уравнении для напряженности электрического поля *В.М. Овсянников* стр. 259 Поля физических переменных при распространении поверхностных возмущений в вязкой стратифицированной жидкости *А.А. Очиров, У.О. Трифонова* стр. 263

Нелинейные волны, распространяющиеся вдоль свободной поверхности идеальной жидкости *А.А. Очиров, К.Ю. Лапшина* стр. 266

О структуре течения за отошедшей ударной волной *Г.Б. Сизых* стр. 269

Гидродинамическая модель системы термостабилизации установки MPD коллайдера NICA A.C. Федотов, И.А. Зур, Ю.В. Шафаревич, М.А. Медведева, Ю.А. Федотова, В.Г. Сенкевич, А. Галуза, А. Шиш, М.В. Ващиленко, А.Л. Новиков, И.А. Балашов, С.А. Мовчан, А.А. Макаров, Г.В. Мещеряков, В.А. Самсонов стр. 272

Дрейф электронов в рабочем объёме детектора ТРС при турбулентной свободной конвекции в газовой смеси

А.С. Федотов, М.А. Медведева, Ю.В. Шафаревич, И.А. Зур, И.А. Балашов, С.А. Мовчан стр. 275

Наблюдательные, логические и теоретические основы теории периодических течений в жидкостях и газах *Ю.Д. Чашечкин* стр. 278

Термическое уравнение состояние для воды в жидкой фазе *С.В. Чучупал, А.А. Волков* стр. 279

Магноника и спинтроника

Распространение спиновых волн в наноразмерных связанных ферритовых пленках *В.В. Балаева, М.А. Морозова* стр. 282

Демультиплексирование спиновых волн с помощью спинового тока *Н.Д. Лобанов, В.В. Балаева, О.В. Матвеев, М.А. Морозова* стр. 284

Изучение особенностей спининжекционной генерации ТГц излучения в массивах магнитных нанопроволок

С.Г. Чигарев, Е.А. Вилков, Д.Л. Загорский, И.М. Долуденко, А.И. Панас, В.М. Каневский стр. 286

Исследование СВЧ генерации в магнитных туннельных переходах с эллиптичным свободным слоем, ориентированным под углом к поляризатору В.Р. Киктева, Г.А. Кичин, П.Н. Скирдков, К.А. Звездин

стр. 288

Влияние параметров кроссбаров с STT-MRAM на точность работы аналоговых нейронных сетей

К.В. Киселева, Д.А. Черкасов, Г.А. Кичин, В.Н. Антонов, К.А. Звездин стр. 289

Возбуждение прямых объёмных магнитостатических спиновых волн фемтосекундными лазерными импульсами в плёнке феррит-граната С. Коларь, Д.М. Кричевский, Д.О. Игнатьева, А.И. Чернов стр. 291

Возбуждение коротких спиновых волн магнитооптическими методами Д.В. Коньков, С.В. Луценко, А.Е. Безменова (Храмова), Д.О. Игнатьева, Н.С. Каурова, Г.Н. Гольцман, В.Н. Бержанский, В.И. Белотелов стр. 293

Исследование намагниченности в синтетическом антиферромагнетике (CoFeB/Ru/CoFeB) И.С. Кузьмин, П.Н. Скирдков стр. 296

Влияние формы образца на возможности управления неизохронностью автоколебаний спинтронного осциллятора

А.А. Матвеев, А.Р. Сафин, О.В. Кравченко, С.А. Никитов стр. 298

Резистивная связь идентичных антиферромагнитных осцилляторов *А.Ю. Митрофанова, А.Р. Сафин, С.А. Никитов* стр. 300

Моделирование возбуждения спиновых волн воздействием электрического поля на доменную стенку в магнитных пленках с неоднородным магнитоэлектрическим взаимодействием *Н.В. Мясников, А.П. Пятаков* стр. 303

Микромагнитное моделирование динамики переключения гетероструктуры мультиферроик/ферромагнетик

Л.Г. Натёкин, К.А. Звездин, П.Н. Скирдков стр. 305

Температурные исследования магнитных свойств спинтронных гетероструктур типа ферромагнетик/материал с большим спин-орбитальным взаимодействием методом ферромагнитного резонанса

```
А.С. Пахомов, П.Н. Скирдков, А.И. Чернов, К.А. Звездин 
стр. 307
```

Макроскопическая электрическая поляризация в рамках спин-токовой модели *М.И. Труханова, П.А. Андреев* стр. 309

Влияние наноструктурирования на поведение намагниченности в гетероструктурах HMlNiFe *А.С. Трушин, Г.А. Кичин, К.А. Звездин* стр. 313

Исследование оптического переключения пленок феррит-гранатов в широком диапазоне температур

В.В. Юрлов, К.А. Звездин, А.К. Звездин стр. 316

Нелинейная динамика и информационные системы

Разработка алгоритма детектирования саккадических движений глаз на основе модельной аппроксимации В.М. Антипов, О.В. Пилюгин, А.А. Бадарин стр. 318

Динамическая система с сильно нелинейным седловым полем *С.Т. Белякин, А.В. Степанов* стр. 320

Анализ данных по пассажиропотокам метрополитенов Москвы и Санкт-Петербурга с использованием гравитационного метода построения матрицы корреспонденций *И.А. Кочетов* стр. 324

Анализ влияния размера рекуррентной нейронной сети на точность моделирования и предсказания динамики стохастического нейрона ФитцХью-Нагумо *Н.Д. Кулагин, А.В. Андреев, А.Е. Храмов* стр. 326

Параметрический усилитель бегущей волны на основе дискретной волноводной линии с джозефсоновскими переходами *А.Н. Николаева, В.К. Корнев, Н.В. Колотинский* стр. 328

Био- и медицинские приложения волновой физики

Увеличение сигнала ЯМР в воде при погружении в неё соленоида *Н.В. Анисимов* стр. 330 Магнитно-резонансная визуализация в реальном времени артикуляторных органов и легких при произнесении речи *Н.В. Анисимов, Г.Е. Кедрова*

стр. 332

Интенсивные лазерные импульсы в радиационной биологии и медицине *А.Н. Бугай* стр. 334

Алгоритм пространственно-спектральной калибровки видеоспектрометра и коррекции мультиспектральных данных

А.А. Золотухина, А.С. Мачихин, А.В. Гурылева, Г.В. Нестеров, В.В. Тедеева стр. 335

Принципы организации программного обеспечения анализа волновых процессов ЭЭГ в интересах диагностики уровня физической подготовки атлетов *К.О. Иванов, И.И. Попов, А.А. Роженцов, Е.А. Гладышева* стр. 339

Гистотрипсия с кипением как неинвазивный метод механического разрушения опухолей: пилотные эксперименты по лечению рака молочной железы и лейомиомы матки человека ex vivo

А.В. Квашенникова, Е.М. Пономарчук, С.А. Цысарь, Д.Д. Чупова, П.А. Пестова, Н.В. Данилова, П.Г. Мальков, А.Л. Черняев, С.В. Буравков, В.А. Хохлова стр. 341

Экспериментальная проверка точности численного моделирования транскраниального фокусированного ультразвука с помощью k-Wave

А.А. Крохмаль, И. Симкок, Б. Триби, Э. Мартин стр. 345

Сравнение численного и физического экспериментов по созданию объема теплового разрушения биоткани при воздействии мощным фокусированным ультразвуком П.А. Пестова, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова, М.М. Карзова стр. 349

Функциональный анализ электрической активности головного мозга детей при прохождении когнитивных задач: вычисление значений фазовой синхронизации *О.В. Пилюгин, А.А. Бадарин* стр. 352

Механическое разрушение ткани головного мозга человека ex vivo методом гистотрипсии с кипением

Е.М. Пономарчук, С.А. Цысарь, А.В. Квашенникова, Д.Д. Чупова, П.А. Пестова, М.М. Карзова, Л.А. Папикян, С.А. Бакулева, Н.В. Данилова, П.Г. Мальков, А.В. Кадрев, А.Л. Черняев, С.В. Буравков, О.А. Сапожников, В.А. Хохлова стр. 354 Влияние геометрических характеристик черепа на транскраниальную фокусировку ультразву-кового поля

О.В. Солонцов, Д.Д. Чупова, Л.Р. Гаврилов, Е.А. Мершина, В.Е. Синицын, О.А. Сапожников, В.А. Хохлова

стр. 357

Экспериментальная модель артефактов изображений при ультразвуковом исследовании лёгких человека

С.Д. Сорокин, С.А. Цысарь, М.В. Рябков, О.А.Сапожников, М.М. Карзова, С.В. Буравков, В.А. Хохлова

стр. 360

Низкочастотная КР микроспектроскопия кератинов человеческого волоса *Е.И. Травкина, Н.Н. Брандт* стр. 363

Новые типы фрактальных изображений для использования в арттерапии и офтальмологии Ф.А. Тулапин, О.М. Вохник, А.М. Зотов, Р.Т. Кубанов, П.В. Короленко стр. 365

Терагерцовые осциллирующие кинки в микротрубочках *А.С. Батова, А.Н. Бугай, Н.В. Устинов* стр. 367

Возможности электронного смещения фокуса многоэлементного излучателя при транскраниальной фокусировке ультразвука в мозг

Д.Д. Чупова, О.В. Солонцов, Л.Р. Гаврилов, В.Е. Синицын, Е.А. Мершина, О.А. Сапожников, В.А. Хохлова стр. 370

Математические задачи волновой физики

Излучение арионов при распространении волн в галактическом магнитном поле *А.В. Бедда, В.И. Денисов, И.П. Денисова, О.Н. Гавриш* стр. 372

Критерии адекватности безызлучательного предела в численных исследованиях разреженной плазмы Л.В. Бородачев стр. 375

Волноводные свойства графен-содержащей планарной структуры, гидродинамическое приближение Д.А. Евсеев, Д.И. Семенцов стр. 378 Статистическое исследование механизма захвата атомов в долгоживущие пары внутри газовой ячейки

С.Е. Ким, Е.Н. Попов стр. 380

Различные способы построения модифицированного пропагатора в трехмерных широкоугольных параболических моделях, основанных на Фурье разложении пропагатора *Е.О. Коннова, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова* стр. 383

Синхронная прецессия момента щелочных атомов в условиях неадиабатической динамики *Е.Н. Попов, А.С. Селеменчук, С.П. Воскобойников* стр. 387

Моделирование лазерного нагрева многослойных структур на основе кремния и золота Ю.В. Шафаревич, А.С. Федотов стр. 390

Исследование сингулярности электромагнитного поля в волноводе произвольной формы со входящими рёбрами

А.Н. Боголюбов, И.Е. Могилевский, М.М. Шушарин стр. 393

Преобразование селективных характеристик электрически управляемых чирпированных многослойных неоднородных ФПМ-ЖК дифракционных структур

Ю.А. Алтухов, В.О. Долгирев, Д.М. Чубаров, С.Н. Шарангович Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР) vitial2@mail.ru, shr@tusur.ru

Введение. Современное развитие оптических сетей связи тесно связано с применением дифракционной оптики, которая играет ключевую роль в повышении их эффективности. Использование дифракционных элементов, включая голографические объективы, способствует увеличению пропускной способности и улучшению качества передачи данных, снижая при этом затраты на оборудование. Кроме того, развитие этой области приводит к появлению инновационных оптических устройств, таких как квантовые компьютеры и мультиплексоры, способные обрабатывать огромные объемы данных на высоких скоростях. Это открывает новые возможности для значительного увеличения пропускной способности оптических сетей связи и ускорения передачи информации.

В современной науке наблюдается растущий интерес к многослойным неоднородным голографическим дифракционным структурам (МНГДС). Эти структуры имеют потенциал для широкого использования как ключевые компоненты в оптических сетях связи в качестве мультиплексоров [1-4] и в генерации фемтосекундных лазерных импульсов [5-7]. Основная особенность таких структур заключается в их угловой избирательности, проявляющейся в формировании набора локальных максимумов, которые зависят от соотношения толщин промежуточных и дифракционных слоев.

Ранее проведенные исследования [1, 2] продемонстрировали перспективу управления угловой избирательностью как одиночных, так и мультиплексированных МНГДС, сформированных в фотополимерных композициях, содержащих высокие концентрации нематических жидких кристаллов (ФПМ-ЖК). Например, применение внешнего электрического поля к определенным дифракционным слоям позволило не только изменять уровень дифракционной эффективности, но и модифицировать сам угловой отклик, сопровождая этот процесс значительным смещением угловой избирательности [2]. В случае мультиплексированных МНГДС, где последовательно были сформированы несколько дифракционных структур под разными углами записи, наблюдалось многократное расширение как угловых, так и спектральных характеристик [1].

Вместе с тем, уширение угловых и спектральных характеристик для фотонных структур также возможно за счет изменения периода вдоль вектора решетки (чирпирование). Так, например, в работах [8] авторы показали на примере одиночных голографических дифракционных структур (ГДС) в ФПМ возможность уширения селективного отклика дифрагировавшего излучения за счет формирования структуры с изменяющимся периодом.

Таким образом, основной целью работы на данном этапе является исследование процесса преобразования селективных характеристик электрически управляемых чирпированных МНГДС на основе ФПМ-ЖК.

Теоретическая часть. Для описания процесса дифракции света на чирпированных МНГДС с ФПМ-ЖК за основу будет использована математическая модель, представленная ранее в работах [1, 2]. При этом, будет учтен фазовый профиль $\varphi_c^n(\vec{r})$ чирпированной структуры для каждого слоя:

$$\varphi_{c}^{n}(\vec{r}) = \varphi_{0}^{n} + \nabla \varphi^{n} \cdot \vec{r} + 0, 5\nabla^{2} \varphi^{n} \cdot \vec{r}^{2}, \qquad (1)$$

где $\nabla \phi^n = K_0^n$ является средней величиной, а $0, 5\nabla^2 \phi^n$ квадратичным коэффициентом изменения модуля вектора решетки \vec{K} .

Тензор же диэлектрической проницаемости для ФПМ-ЖК в *n*-м слое МНГДС с переменным периодом будет определяться следующими параметрами: объемной долей ЖК, изменением состава полимера и ЖК компоненты, а также самой чирпированной структуры:

$$\hat{\varepsilon}^{n} = (1 - \rho)(\varepsilon_{p}^{n} \cdot \hat{I} + \Delta \hat{\varepsilon}_{c}^{n} + \Delta \hat{\varepsilon}_{p}^{n}) + \rho(\hat{\varepsilon}_{LC}^{n} + \Delta \hat{\varepsilon}_{c}^{n} + \Delta \hat{\varepsilon}_{LC}^{n}), \qquad (2)$$

где ρ – определяет объемную долю нематических ЖК, $\hat{\mathbf{I}}$ – единичный тензор, ε_p^n – значение полимерной составляющей, $\hat{\varepsilon}_{LC}^n$ – тензор диэлектрической проницаемости ЖК составляющей, $\Delta \hat{\varepsilon}_p^n$ и $\Delta \hat{\varepsilon}_{LC}^n$ – функции, определяющие изменение тензора диэлектрической проницаемости, $\Delta \hat{\varepsilon}_c^n = 0.5\Delta \hat{\varepsilon}_p^n \left[U_0 U_m(\vec{r}) \exp\left(i \cdot \varphi_c^n(\vec{r})\right) \right]$ – периодические изменения в тензоре диэлектрической проницаемости и нормированный амплитудный профиль.

Световое поле на выходе чирпированной МНГДС в результате процесса преобразования частотно-угловых спектров взаимодействующих плоских световых пучков можно представить в виде матричной функции [1, 2]:

$$\vec{E}^{m,N} = \vec{T}^{m,N} = \vec{T}^{m,N} \cdot \vec{A}^{m,N-1} \cdot \vec{T}^{m,N-1} \cdot \dots \cdot \vec{A}^{m,1} \cdot \vec{T}^{m,1} \cdot \vec{E}_0,$$
(3)

где $\vec{E}^{m,n} = \begin{bmatrix} E_0^{m,n}(\omega, \Delta K) \\ E_1^{m,n}(\omega, \Delta K) \end{bmatrix}$, $\vec{T}^{m,n} = \begin{bmatrix} T_{00}^{m,n}(\omega, \Delta K) & T_{10}^{m,n}(\omega, \Delta K) \\ T_{01}^{m,n}(\omega, \Delta K) & T_{11}^{m,n}(\omega, \Delta K) \end{bmatrix}$ – матричная передаточная

функция, $\vec{E}_0 = \begin{bmatrix} E_0(\omega, \Delta K) \\ 0 \end{bmatrix}$, $\vec{A}^{m,n}$ – матрица перехода для промежуточного слоя из [1],

 ω – частота считывающего пучка, ΔK – фазовая расстройка, m = 0, e – индекс, соответствующий обыкновенным и необыкновенным волнам, N и n – количество и номер дифракционных слоев. Компоненты матрицы $\vec{T}^{m,n}$ определены в [1, 2].

Численное моделирование. При численном моделировании исследовалась двухслойная ГДС с однородными профилями показателя преломления, в которой была записана чирпированная дифракционная структура на длине волны $\lambda = 633$ нм и углами между записывающими пучками $2\theta = 16$ градусов. Параметры для моделирования: $\lambda_{\text{read}} = 1431$ нм – длина считывающей волны; $d_n = 20$ мкм – толщины ФПМ-ЖК слоев; $t_n = 120$ мкм - толщина промежуточного слоя; угол Брэгга для считывающей волны (λ_{read}) составляет $\theta_b = 18$ градусов.

На рис. 1 приведена зависимость дифракционной эффективности (η) от угла поворота и длины волны считывания как одиночных, так и двухслойных ГДС, которые имели как постоянный период решетки, так и изменяющийся с квадратичным коэффициентом $0.5\nabla^2 \varphi^n = 3 \cdot 10^5$. Поляризация считывающего излучения при этом совпадала с собственными необыкновенными волнами в образце.



Рис. 1. Зависимость дифракционной эффективности от угла поворота и длины волны считывания.

Как видно из рис. 1, наличие изменяющегося периода у ГДС приводит к уширению угловых и спектральных характеристик в 3.6 раза по сравнению со стандартными ГДС. Если же сравнивать полученные данные с результатами для мультиплексированных МНГДС из работы [], то в случае мультиплексированных МНГДС увеличение угловых и спектральных характеристик осуществлялось за счет слияния селективностей двух решеток, при этом ширина локальных максимумов не изменялась, а их количество возрастало. Для случая с чирпированными МНГДС, количество локальных максимумов остается неизменным, но их ширина увеличивается. Таким образом, для постоянства ширины локальных максимумов в случае чирпированных МНГДС необходимо увеличивать ширину буферного слоя.

На рис. 2 приведена зависимость дифракционной эффективности двухслойной стандартной и чирпированной ГДС от угла поворота и длины волны считывания при влиянии внешнего электрического поля к каждому слою.



Рис. 2. Зависимость дифракционной эффективности от угла поворота и длины волны считывания при воздействии внешним электрическим полем.

Как видно из рис. 2, при внешнем электрическом воздействии к каждому дифракционному слою происходит снижение дифракционной эффективности и смещение угловой селективности при считывании световым излучением с поляризацией, совпадающей с собственными необыкновенными волнами в образце, на одинаковую величину, которая напрямую зависит от толщины дифракционного слоя. При этом, для стандартной МНГДС относительно общей ширины угловой селективности смещение более существенно, чем для чирпированной структуры. Так, например, при напряжении $E = 1.16E_c$ смещение для стандартной МНГДС составило 5 локальных максимума, а для чирпированной всего 2.

Заключение. В данной работе представлены результаты исследования по преобразованию селективных характеристик электрически управляемых чирпированных многослойных неоднородных голографических дифракционных структурах, сформированных в фотополимерных композициях с высоким содержанием нематических жидких кристаллов. В ходе исследования было выявлено, что:

- при считывании чирпированной МНГДС световой волной, поляризация которой совпадает с поляризацией собственных необыкновенных волн в образце, количество локальных максимумов остается неизменным, но их ширина увеличивается.

- при считывании чирпированной МНГДС световой волной, поляризация которой совпадает с поляризацией собственных необыкновенных волн, и при одинаковой полярности прикладываемого внешнего электрического поля к каждому дифракционному слою происходит снижение дифракционной эффективности со смещением угловой селективности в одну сторону. При этом, относительно общей ширины угловой селективности, у чирпированной структуры смещение происходит на меньшее число локальных максимумов, вследствие их значительного уширения.

Таким образом, с помощью метода чирпирования возможно кратно уширить угловые и спектральные характеристики многослойных неоднородных голографических дифракционных структур, сформированных в фотополимеризующихся композициях с нематическими жидкими кристаллами.

ЛИТЕРАТУРА

- V.O. Dolgirev, S.N. Sharangovich, D.S. Rastrygin // Bull. Russ. Acad. Sci.: Phys. 2024. V. 88. No. 1. P. 6–12.
- 2. В.О. Долгирев, С.Н. Шарангович // Известия РАН. Серия физическая. 2023. Т. 87, № 1. С. 12–18.
- 3. R. Malallah et al. // J. Opt. Soc. Am. A. 2019. V. 36. No. 3. P. 320–333.
- 4. E.F. Pen, M.Yu. Rodionov // Quantum Electron. 2010. V. 40. No. 10. p. 919–924.
- 5. X. Yan et al. // Appl. Phys. B. 2019. V. 125. Art. No. 67.
- 6. N.L. Kazanskiy et. al. // Quantum Electron. 2020. V. 50. No. 7. P. 629-635.
- 7. D. Pavlov // Opt. Lett. 2019. V. 44. No. 2. P. 283–286.
- E.A. Dovolnov, S.N. Sharangovich, J.T. Sheridan // Photorefractive Effects, Materials, and Devices 2005 (PR05), OSA Trends in Optics and Photonics Series (TOPS). 2005. P. 337-342.

Материалы с фазовым переходом для таммовских плазмон-поляритонов

Р.Г. Бикбаев^{1,2}, М.-Ю. Йе^{3,4}, Г.-П. Чэнь^{3,4}, И.В. Тимофеев^{1,2} ¹Институт физики им. Л.В. Киренского, ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск ²Сибирский федеральный университет, Красноярск ³Национальный университет Ян-Мин Чао-Тун, Тайнань, Тайвань ⁴Национальный университет Цинхуа, Синьчжу, Тайвань bikbaev@iph.krasn.ru

В последние годы огромный интерес вызывает стоячая поверхностная волна, не переносящая энергию - таммовский плазмон-поляритон (ТПП) [1]. Формирование такой волны возможно на границе раздела двух отражающих сред, например, фотонного кристалла (ФК) и планарной металлической пленки. При этом амплитуда поля на длине волны ТПП локализована на границе раздела сред и экспоненциально спадает в обе стороны от неё. Экспериментально ТПП проявляется в виде узкого пика в энергетических спектрах образца [2]. Привлекательность ТПП связана с возможностью создания на их основе нового класса устройств, таких как датчики и оптические переключатели, многоканальные фильтры, усилители Фарадеевского вращения, усилители эффекта Керра, органические солнечные элементы и поглотители. Ранее было показано, что эффективную перестройку длины волны ТПП можно осуществить за счет внедрения в структуру жидкого кристалла [3]. Преимуществом этого подхода является возможность управления оптическими свойствами структуры путем изменения как электрического поля, так и температуры. Однако такие устройства являются достаточно медленными, так как характерное время переключения жидкого кристалла может достигать нескольких миллисекунд. Другим многообещающим подходом является применение материалов с фазовым переходом, таких как: диоксид ванадия, GST или сульфид сурьмы (Sb2S3). В этом случае переключение происходит на 3 порядка быстрее, чем в структурах на основе жидких кристаллов. Среди перечисленных материалов хотелось бы уделить особенное внимание сульфиду сурьмы (см. Рис. 1). Привлекательность этого материала связана со значительным изменением показателя преломления (больше чем на 1 на длине волны 600 нм) при переходе из аморфного состояния в кристаллическое и практически нулевым значением коэффициента экстинкции в ближней инфракрасной и телекоммуникационной области спектра.



Рис. 1. Зависимости действительной и мнимой части комплексного показателя преломления сульфида сурьмы в аморфной и кристаллической фазе.

В данной работе экспериментально продемонстрирована возможность изменения длины волны ТПП за счет кристаллизации слоя сульфида сурьмы, расположенного между слоем золота и одномерным фотонным кристаллом. Толщина золотой пленки 30 нм. Фотонный кристалл состоит из чередующихся слоев диоксида кремния и диоксида титана с толщинами 145 нм и 95 нм. На рисунке 1а представлено изображение изготовленной структуры, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа.



Рис. 1. (а) Изображение изготовленной структуры, полученное с помощью сканирующего электронного микроскопа. Экспериментально измеренные спектры отражения структуры для аморфной (b) и кристаллической (c) фазы слоя сульфида сурьмы.

Из рисунка видно, что при переходе из аморфного состояния в кристаллическое длина волны ТПП сдвигается на 45 нм с 886 нм до 932 нм. Красный сдвиг ТПП обусловлен увеличением показателя преломления слоя сульфида сурьмы при его фазовом переходе из аморфного состояния в кристаллическое. Предложенный способ изменения длины и, как следствие, фазы отраженной волны может быть использован при проектировании устройства для отклонения светового луча [4].

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22-42-08003.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. M. A. Kaliteevski et. al. // Phys. Rev. B. 2007. V. 76. P. 165415.
- 2. M. E. Sasin et. al. // Appl. Phys. Lett. 2008.V. 92. P. 251112.
- 3. S.-C. Jeng // Liquid Crystals. 2020. V. 47. P. 1223-1231.
- 4. R. G. Bikbaev, K.-P. Chen, I.V. Timofeev // Photonics 2023. V. 10. P. 1151.

Увлечение электронов электромагнитной волной в 3D структуре на основе графена

А.В. Вальков¹, С.В. Крючков^{1,2}, Е.И. Кухарь¹ ¹Волгоградский государственный технический университет ²Волгоградский государственный социально-педагогический университет valkov.valkovalex@yandex.ru

Топологические 3D дираковские кристаллы представляют собой новый класс квантовых материалов, для носителей заряда которых характерно наличие как трех степеней свободы движения, так и релятивисткой формы закона дисперсии [1]. По этой причине структуру, относящуюся к данному классу, именуют также 3D графеном (3DG) [2,3]. Известно, что изготовление свободного листа графена с идеальной двумерностью затруднительно, поскольку неизбежно сопровождается возникновением дефектов и деформаций поверхности [4]. С целью устранения искажений используют специальные подложки, например h-BN. Нетрудно видеть, что 3DG лишены такой необходимости.

В зависимости от структуры 3DG существуют те или иные области их применения [5,6] и различные способы их изготовления [7,8]. Так в [9] предложена 3D структура, представляющая собой сверхрешетку (СР), вдоль оси роста которой располагаются графеновые листы, разделенные полупроводниковыми прокладками, играющими роль квантовых барьеров. В низкоэнергетическом одноминизонном приближении закон дисперсии носителей заряда в такой структуре можно записать в следующем виде:

$$\varepsilon(\vec{p}) = \varepsilon_{\perp}(\vec{p}_{\perp}) + \Delta \left(1 - \cos\frac{p_z d}{\hbar}\right). \tag{1}$$

Здесь d – период СР, Oz – ось СР, Δ – полуширина минизоны проводимости, определяемая прозрачностью барьеров, разделяющих графеновые слои, $\varepsilon_{\perp}(\vec{p}_{\perp})$ – закон дисперсии дираковских электронов в графеновой плоскости, \vec{p}_{\perp} – поперечная по отношению к оси СР компонента импульса. Ниже представлены результаты исследования радиоэлектрического эффекта, возникающего в СР на основе 3DG. Данный эффект, как известно, может выступать в качестве основы метода диагностики полупроводниковых низкоразмерных систем, в частности – рассматриваемых здесь СР. Он заключается в возникновении электрического тока вдоль направления распространения электромагнитного (ЭМ) излучения.

Пусть ЭМ волна, имеющая круговую поляризацию, распространяется вдоль оси *Oz.* Считаем, что длина волны сильно превышает длину свободного пробега электрона. Это позволит пренебречь как пространственной неоднородностью функции распределения, так и координатной зависимостью ЭМ поля волны. Зависимость напряженности электрического поля волны от времени считаем гармонической и имеющей частоту ω и амплитуду E_0 . Плотность тока увлечения электронов, наводимого волной вдоль оси *Oz*, рассчитывается согласно формуле $j_z = -e \sum_{\vec{p}} v_z(\vec{p}) f^{(1)}(\vec{p},t)$, где $\vec{v} = \partial \varepsilon / \partial \vec{p}$ – скорость носителей заряда, $f^{(1)}(\vec{p},t)$ – первая поправка к функции распределения, полученная путем решения кинетического уравнения Больцмана итерациями по малому параметру v/c. Амплитудные и частотные зависимости тока увлечения, вычисленные для невырожденного электронного газа и низких температур, представлены на Рис. 1.



Рис 1. Зависимости плотности тока увлечения от амплитуды (а) при $\omega = 5$ ТГц и от частоты волны (б) при $E_0 = 0.5$ кВ/см. Сплошная линия соответствует $\Delta_g = \Delta$, пунктирная – бесщелевому графену.

Приведем результаты, которые удается получить аналитически для некоторых предельных случаев. Обозначим $u_0 = e v_F \tau E_0 / \Delta$ – безразмерная амплитуда напряженности электрического поля волны, τ – время релаксации, v_F – скорость на поверхности Ферми, Δ_g – полуширина энергетической щели в одиночном графене. В ситуации $\Delta_g \neq 0$ нетрудно показать, что $|j_z| \propto E_0^2$ для слабого излучения ($u_0 \ll 1$), и $|j_z| \propto E_0$ для сильного излучения ($u_0 \gg 1$). Если $\omega \tau \gg 1$, то для плотности тока увлечения получается следующее выражение:

$$j_{z} = j_{0}g \left(1 - \frac{8}{\omega\tau} E \left(-\frac{4u_{0}^{2}}{g^{2}\omega^{2}\tau^{2}}\right) \operatorname{sh}^{-1}\left(\frac{\pi}{\omega\tau}\right)\right),$$
(2)

где $j_0 = n_0 e \Delta^2 d^2 / c \hbar^2$, $g = \Delta_g / \Delta$, n_0 – концентрация свободных носителей заряда, $E(\xi)$ – полный эллиптический интеграл 2-го рода. В случае использования бесщелевого графена ($\Delta_g = 0$) плотность тока пропорциональна амплитуде волны:

$$j_{z} = -\frac{4j_{0}u_{0}}{4+\omega^{2}\tau^{2}}\operatorname{cth}\left(\frac{\pi}{\omega\tau}\right).$$
(3)

Описанная зависимость тока увлечения от амплитуды волны отличает 3DG от CP на основе материалов с квадратичным законом дисперсии, где ток увлечения пропорционален квадрату амплитуды.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Z. K. Liu et al. // Science. 2014. V. 343. P. 864.
- 2. T. Kiryu, M. Koshino. // Phys. Rev. B. 2019. V. 99. P. 085443.
- 3. E. Umar et al. // J. Environ. Chem. Eng. 2023. V. 11. P. 110339.
- 4. J.C. Meyer et al. // Nature. 2007. V. 446. P. 60.
- 5. Ch. Zhong et al. // Carbon. 2019. V. 154. P. 478.
- 6. Y. Ding et al. // Front. Phys. 2023. V. 18. P. 53301.
- 7. Zh. Sun, S. Fang, Y.H. Hu. // Chem. Rev. 2020. V. 120. P. 10336.
- 8. A. Macili et al. // Appl. Surf. Sci. 2023. V. 615. P. 156375
- 9. D. Bolmatov, Ch.-Yu Mou. // JETP. 2011. V. 112. P. 102.

Формирование наночастиц Ag₂S в нанокомпозитных пленках Ag-SiOx, полученных ионно-лучевым распылением

С.И. Высочкина, Е.С. Керсновский, И.В. Польшин, К.А. Барков

Воронежский государственный университет vysochkina@phys.vsu.ru

Сульфид серебра (Ag₂S) является прямозонным полупроводником с шириной запрещенной зоны 0,9-1,1 эВ и обладающий фотолюминесценций в ИК диапазоне [1]. В последнее время самое широкое применение в различных областях физики и технологии получили наночастицы сульфида серебра, во многом благодаря наличию прямых переходов в ИК-области [2]. При этом положение спектра фотолюминесценции и спектра поглощения наночастиц Ag₂S будет определяться их размером [3]. На данный момент ночастицы Ag₂S активно используются в биосенсорике [4], оптоэлектронике [5], фотокатализе [6], инфракрасных датчиках [7], фототранзисторах [1] и прочих оптоэлектронных устройствах в диапазоне длин волн ближнего ИК [8,9]. Кроме того, сульфид серебра является прекрасным материалом для преобразования солнечной энергии в электричество [11]. Более того известны конструкции датчиков на основе наночастиц Ag₂S для селективного определения влажности воздуха [10]. Сульфид серебра Ад₂S известен как экологически чистый и нетоксичный материал, что позволяет его использовать в качестве покрытий медицинских устройств или системах биологически активной доставки [12]. Кроме того, имеются данные о создании мемристорных структур на основе нанокомпозита Ag/Ag₂S/Ag [13]. При этом наиболее распространенным способом получения наночастиц Ag₂S является синтез коллоидных растворов [3]. Однако интегрирование сульфида серебра в кремниевую технологию требует промышленных подходов к формированию массивов наночастиц Ag₂S. Одним из вариантов структуры для твердотельной электроники являются композитные пленки SiO₂, содержащие наночастицы Ag₂S и полученные золь-гель методом [14]. При этом наличие матрицы на основе диоксида кремния, контактирующей с поверхностью наночастиц Ag₂S будет пассировать оборванные связи, действующие как центры безызлучательной рекомбинации и возникающие в результате нестехиометрии примитивной моноклинной решетки [15]. Отклонения от стехиометрического состава наночастиц Ag₂S приводит к существенному росту концентрации дефектов, оказывающих влияние на поглощающие и люминесцентные свойства. Поэтому целью данной работы является формирование массивов наночастиц Ag₂S в пленке диоксида кремния путем отжига в парах серы пленки нанокомпозитной пленки SiO_x с нанокристаллами серебра, полученной методом ионно-лучевого распыления составной мишени, совместимым с полупроводниковой технологией.

Исходные пленки SiO_x с наночастицами Ag толщиной около 1,5 мкм были получена на подложке Si (100) методом ионно-лучевого распыления составной мишени из чистого Ag (99.99%) и кремниевых навесок Si (КДБ-12) размером. Осаждение пленки осуществлялось в вакуумной камере (10^{-6} Topp), которая затем была заполнена Ar (чистота 99.992%) до общего давления газа $8 \cdot 10^{-4}$ Topp. Неэквидистантное расположение кремниевых навесок на поверхности серебряной мишени позволило получить нанокомпозитные пленки Ag-SiO_x с различным содержанием серебра от ~ 55 до 80 ат.%. Для отработки процесса сульфидизации серебра методом ионно-лучевого распыления была получена пленка чистого Ag толщиной 1,5 мкм на кремниевой подложке, при аналогичных условиях. Отжиг пленки чистого серебра и нанокомпозитных пленок Ag-

SiO_x проводился в парах серы в квазизамкнутом объеме при температурах от 150 до 400 °C.

Атомный состав пленки определялся на растровом электронном микроскопе (РЭМ) JEOL JSM-6380LV с приставкой для микроанализа INCA Energy 250 при энергии первичных электронов 5 кэВ.

Анализ структуры образца проводился на дифрактометре ДРОН-4-07 с Си $K_{\alpha l,2}$ -излучением λ =1,542 Å.

Морфология поверхности ионно-лучевых нанокомпозитных пленок Ag₂S-SiO_x анализировалась с помощью сканирующего атомно-силового микроскопа Solver P47 NT-MDT (ACM) в области сканирования 1x1 мкм.

Фазовый состав пленки $Ag_{80}Si_{20}$ определялся с помощью уникальной методики ультрамягкой рентгеновской эмиссионной спектроскопии (УМРЭС), реализованной на спектрометре PCM-500. Данный метод позволяет регистрировать характеристическое рентгеновское Si $L_{2.3}$ излучение, возникающее в результате переходов электронов из валентной зоны на остовный Si 2p уровень. В результате метод УМРЭС дает информацию о плотности электронных состояний в валентной зоне. Возбуждение рентгеновских эмиссионных Si $L_{2.3}$ -спектров осуществлялось электронным пучком с энергией E от 1 до 3 кэB, что обеспечивало глубину анализа от 10 до 60 нм



Рис. 1. Зависимость атомного соотношения Ag/S и морфологии поверхности в нанокомпозитных пленках Ag₂S-SiO_x от температуры сульфидизации. РЭМ изображения на вставках получены с разрешением 0,5 мкм.

Согласно данным ACM микроскопии средние размеры наночастиц Ag в исходной нанокомпозитной пленке Ag-SiO_x составляют около 30 нм и находятся в нанокристаллическом состоянии. Результаты рентгеноструктурного анализа

обнаруживают формирование фазы Ag₂S во всех пленках Ag₂S-SiO_x в независимости от температуры отжига. В то же время по данным микроанализа в пленке, отожженной при минимальной температуре 150 °C, содержание серы составляет 23 ат.%, а соотношение компонент Ag/S составляет 1,5 и не соответствует стехиометрии фазы Ag₂S. При этом поверхность пленки Ag₂S-SiO_x достаточно гладкая, и характеризуется небольшой шероховатостью. Увеличение температуры отжига до 200 °С приводит к росту содержания серы в образце до ~33 ат.% и соотношение компонент Ag/S составляет ~1.93 и приближается к стехиометрии Ag₂S. В тоже время происходит существенное изменение микроструктуры пленки с образованием «лепестковых» структур, что хорошо видно на вставке к Рис. 1. Дальнейшее увеличение до 300 и 350 °C приводит к существенному увеличению размера гранул Ag₂S с одновременным уменьшением соотношения содержания элементов Ag/S до значения ~1.75. При максимальной температуре отжига 400 °С уменьшение атомного соотношения Ag/S прекращается, при этом структура поверхности пленки имеет мелкодисперсный характер (Рис.1). При этом по данным УМРЭС обнаруживается взаимодействие частиц Ag₂S с матрицей SiO_x с образованием твердого раствора на основе Ag и Si.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-79-10294, https://rscf.ru/project/23-79-10294/.

ЛИТЕРАТУРА

1. Roshan H. et al. //2021 29th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE). – IEEE. 2021. P. 1-4.

2. I. Tretyakov et al. // Phys. status solidi – Rapid Res. Lett. 2019. V. 13. No. 9, P. 1900187.

3. A.S. Perepelitsa et al. // Journal of Luminescence. 2018. V. 198. P. 357.

4. Chang H. et al. //Talanta. 2023. V. 257. P. 124343.

5. R. A. Ismail // Surfaces and Interfaces. 2020. V. 21. P. 100753.

6. Chang C. J. et al. //Journal of Photochemistry and Photobiology A: Chemistry. 2023. V. 445. P. 115027.

7. F. Ravanan et. Al // 2020 28th Iranian Conference on Electrical Engineering (ICEE). 2020. P. 1–4.

8. V. S. Gurchenko et al. // Journal of the Korean Physical Society. 2023. V. 83. P. 471–476.

9. Zang P. et al. //Chemistry of Materials. 2023. V. 35. – №. 18. – P. 7770-7780.

10. M. F. Afsar et al. // J. Mater. Sci. Mater. Electron. 2019. V. 30. No. 11. P. 10117–10127.

11. Mirahmadi F. S. et al. //Solar Energy. 2020. V. 202. P. 155-163.

12. Sara Fateixa et al. // Colloids and Surfaces B: Biointerfaces 74 (2009) 304–308.

13. Belov A. N et al.//Advances in Nanoparticles. 2014. V. 3. №. 01. P. 1-4.

14. Armelao L. et al. //Journal of Materials Chemistry. 1999. V. 9. №. 11. P. 2893-2898.

15. Perepelitsa A. S. et al. //Journal of Luminescence. 2021. V. 231. P. 117805.

Влияние нелинейного электрического поля на плазменные волны в двумерной полупроводниковой сверхрешетке

И.А. Агапова, С.Ю. Глазов, С.В. Крючков Волгоградский государственный социально-педагогический университет ser-glazov@yandex.ru

Исследовано влияние нелинейного электрического поля на плазменные волны в двумерной сверхрешетке. Расчеты выполнены на основе квантовой теории плазменных волн в приближении случайных фаз с учетом процессов переброса. В предельном случае слабой нелинейности получено аналитическое выражение для закона дисперсии плазменных волн.

Изучение процессов распространения плазменных волн в двумерных полупроводниковых структурах в системе с периодическим потенциалом является важным направлением исследования коллективных явлений в низкоразмерных системах. В настоящее время особый интерес вызывает изучение нелинейных электромагнитных волн, распространяющихся в полупроводниковых структурах с неквадратичным законом дисперсии.

В данной работе исследуется влияние нелинейной электромагнитной волны на закон дисперсии плазменных волн в двумерной (2D) полупроводниковой квантовой сверхрешетке (СР).

Энергетический спектр носителей заряда в 2D СР выбран в модельном виде

$$\varepsilon(\vec{p}) = \Delta - \frac{\Delta}{2} \Big[\cos(p_{\chi}d) + \cos(p_{\chi}d) \Big], \tag{1}$$

где Δ – полуширина минизоны проводимости; d – период CP; \vec{p} – квазиимпульса электрона (здесь и далее \hbar =1).

Ограничимся одноминизонным приближением, пренебрегая межминизонными переходами.

В режиме редких столкновений, вдоль слоев СР могут распространяться кноидальные волны. Напряженность электрического поля такой волны в дипольном приближении имеет вид

$$E_{x}(t) = E_{0} sn \left[\frac{2K(\kappa) \omega_{0}}{\pi} t, \kappa \right], \qquad (2)$$

где $\kappa = eE_0 d \left| 1 - \beta^2 \right|^{1/2} / (2\omega_p \beta)$ – модуль нелинейности, $\omega_0 = \frac{\pi}{2K(\kappa)} \frac{\beta}{\left| 1 - \beta^2 \right|^{1/2}} \omega_p$, $K(\kappa)$ –

полный эллиптический интеграл первого рода, b = u/V, V -скорость волны в отсутствие электронов, u -фазовая скорость волны, $E_0 -$ амплитуда напряженности поля нелинейной волны.

В дальнейшем удобнее перейти от напряженности нелинейной волны к безразмерному потенциалу $\Phi(t)$

$$\Phi(t) = 2 \arcsin\left\{\kappa \, sn\left[\frac{2K(\kappa)\,\omega_0}{\pi}t, \kappa\right]\right\},\tag{3}$$

где $0 < \kappa \leq 1$.

Нелинейное электрическое поле будем описывать векторным потенциалом $\vec{A}(t) = \{-c\Phi(t)/ed, 0\}$.

В рамках квантовой теории плазменных волн с использованием приближения случайных фаз с учетом процессов переброса [1, 2] найдено уравнение, определяющее дисперсионную зависимость $\omega(\vec{k})$.

В случае $\omega_0 > \Delta$ и $\kappa < 0.5$ дисперсионное уравнение имеет вид

$$\frac{2\pi e^2}{\chi} \Pi(\vec{k}, \omega) S(\vec{k}) = 1, \qquad (4)$$

$$S(\vec{k}) = \sum_{n,m} \frac{\left| M([\vec{k} + \vec{g}]_{\chi}) \right|^2 \left| M([\vec{k} + \vec{g}]_{y}) \right|^2}{\sqrt{(k_{\chi} + g_{\chi})^2 + (k_{\chi} + g_{\chi})^2}},$$
(5)

$$\Pi(\vec{k},\omega) = \sum_{p} J_{0}^{2} \left[\Delta \sin(p_{x}d + \alpha_{x}) \sin(\alpha_{x}) \frac{a_{1}(\kappa)}{2\omega_{0}} \right] J_{0}^{2} \left[\Delta \cos(p_{x}d + \alpha_{x}) \sin(\alpha_{x}) \frac{b_{0}(\kappa)}{\omega_{0}} \right] \times \frac{n(\vec{p} + \vec{k}) - n(\vec{p})}{\Delta \left[\sin(p_{x}d + \alpha_{x}) \sin(\alpha_{x}) a_{0}(\kappa) + \sin(p_{y}d + \alpha_{y}) \sin(\alpha_{y}) \right] - \omega},$$
(6)

где $\alpha_x = k_x d/2$, $\alpha_y = k_y d/2$, $a_i(\kappa)$ и $b_i(\kappa)$ коэффициенты разложения $\sin\Phi(t)$ и $\cos\Phi(t)$ в тригонометрический ряд Фурье.

Для получения явного вида $S(\vec{k})$ нужно задать вид потенциальных ям в СР. При $\varphi(x) = const$ при $0 \le x \le d$, и $\varphi(x) = 0$ при x < 0, x > d формула (5) примет вид

$$S(\vec{k}) = \frac{4}{d^4} \sum_{n,m} \frac{[1 - \cos(k_X d)] [1 - \cos(k_Y d)]}{(k_X + g_X)^2 (k_Y + g_Y)^2 \sqrt{(k_X + g_X)^2 (k_Y + g_Y)^2}}.$$
(7)

При произвольных значениях \vec{k} не удается получить аналитическое выражение для $S(\vec{k})$. При малых значениях $k \left(k_x, k_y << \pi/d\right) S(\vec{k}) \sim 1/k$ и спектр плазмонов обладает дисперсией $\omega^2 \sim k$, характерной для 2D газа без периодического потенциала.

Для невырожденного электронного газа в пределе высоких температур $\Delta \ll T$ рассмотрим частный случай, для которого можно получить аналитическое выражение закона дисперсии $\omega(k)$. При $\omega_0 \gg \Delta$ и $k_y = 0$ получаем:

$$\omega(k_{\chi}) = a_0(\kappa) \Delta \left| \sin \frac{k_{\chi} d}{2} \right| \frac{f(k_{\chi})}{\sqrt{f(k_{\chi})^2 - 1}}, \qquad (8)$$

где

$$f(k_{\chi}) = 1 + \frac{\chi T}{2\pi e^2 N_0} \frac{a_0(\kappa)}{S(k_{\chi})}, \chi$$
 – диэлектрическая проницаемость решетки.

Установлена возможность управления частотой плазменной волны параметрами внешней нелинейной волны. Показано, что уменьшение амплитуды нелинейной волны приводит к увеличению плазменной частоты. При $kd/2 \ll 1$ получаем ожидаемую дисперсионную зависимость $\omega^2 \sim k$, характерную для 2D газа без CP.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. С.Ю. Глазов, С.В. Крючков // ФТП. 2000. Т.34. № 7. С. 835.
- 2. С.Ю. Глазов, Е.С. Кубракова // Изв. РАН. Сер.физ. 2009. Т. 73. № 12. С. 1713.

Двухдефектный магнитофотонный кристалл для селективного возбуждения спиновой динамики

П.В. Головко^{1,2}, Д.О. Игнатьева^{1,2,3,4}, В.И. Белотелов^{1,2,3,4} *I Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия 2 Российский Квантовый Центр, Москва, Россия 3 Крымский федеральный университет им. В. И. Вернадского, Симферополь, Россия 4 Московский физико-технический институт, Долгопрудный, Россия* golovko.pv18@physics.msu.ru

Первым явлением, продемонстрировавшим взаимодействие магнетизма и оптики и заложившим основу современной магнитофотоники, стал эффект Фарадея – изменение поляризации света, проходящего через намагниченный материал. Этот эффект можно охарактеризовать фарадеевским углом поворота плоскости поляризации света, проходящего через материал, вдоль его намагниченности. Механизм эффекта заключается в магнитном круговом двулучепреломлении, то есть вызванном намагничиванием различии фазовых скоростей двух круговых поляризаций с противоположными спиральностями [1]. Открытие эффекта Фарадея имело сугубо фундаментальное значение, однако в последующие годы был предложен ряд способов применения магнитооптических явлений, таких как хранение данных, волоконнооптическая связь (изоляторы, модуляторы), сенсорика и магнитометрия [2-3].



Рисунок 1. Схема рассматриваемого магнитофотонного кристалла

В последнее время большую популярность набирает обратный эффект Фарадея (ОЭФ), который возникает, когда циркулярно поляризованный световой импульс, проходя через магнитную среду, воздействует на спины за счет комбинационного рассеяния, в результате чего индуцирует магнитный момент. Экспериментально этот метод реализуется с помощью фемтосекундных лазерных импульсов и обеспечивает существенную перестройку свойств возбужденных спиновых волн по их типу [4], длине волны [5] и начальной фазе [6]. Этот эффект позволяет возбуждать спиновые волны нетермическим методом и управлять ими. Для эффективного возбуждения спиновых волн необходимо создание некой неоднородности магнитного поля либо внутри самого образца. При помещении магнитофотонного кристалла во внешнее магнитное поле и при воздействии на него импульса накачки, формируется интерференционная картина

электромагнитного поля лазерного импульса. Если импульс является циркулярно поляризованным, то в соответствии с ОЭФ индуцируется эффективное магнитное поле, его величина определяется следующим образом:

$$H_{IFE} = -\frac{ig}{16\pi M_s} [\mathbf{E} \times \mathbf{E}^*], \qquad (1)$$

Где g – коэффициент гирации магнитной пленки, M_s – намагниченность насыщения материала, E, E^* – вектор электрического поля накачки и его комплексное сопряжение.

В данной работе предложен магнитофотонный кристалл с двумя магнитными слоями, с помощью которого возможно селективно возбуждать динамику только в одном из слоев. При этом выбор слоя, в котором происходит возбуждение, зависит от длины волны. Для изучения была выбрана структура, изображенная на рис. 1: три одинаковых фотонных кристалла из диоксида кремния SiO₂ (n_1 =1.4532) и оксида титана TiO₂ (2.2444), состоящих из 9 слоев, разделяют два магнитных слоя. Толщины диэлектрических слоев были выбраны четвертьволновыми:

$$d_{1,2} = \frac{\lambda}{4n_{1,2}}$$
(2)

Такая структура будет иметь запрещенную зону от 0.66 мкм до 1.017 мкм. Микрорезонаторные или дефектные моды возникают на длине волны, на которой слой имеет толщину половины длины волны:

$$\lambda_{res} = 2dn \tag{3}$$

Необходимо, чтобы в двух дефектах длины волн были различны, поэтому дефектные слои выбраны разными по толщине: разница составляет $\Delta \lambda = 0.02$ мкм. На рис. 2 изображен спектр коэффициента пропускания рассматриваемой структуры. Можно заметить два пика, которые соответствуют дефектным модам.



Рисунок 2. Спектры коэффициента пропускания магнитофотонного кристалла

На резонансных длинах волн $\lambda_1 = 0.779$ мкм и $\lambda_2 = 0.821$ мкм было построено распределение $[E \times E^*]$ (рис. 3). Видно, что концентрация поля внутри магнитного слоя достигает максимума. При воздействии на магнитофотонный кристалл фемтосекундным лазерным импульсом на длине волны 0.779 мкм свет будет локализоваться во втором магнитном дефекте, а при $\lambda_2 = 0.821$ мкм происходит локализация в первом магнитном слое. То есть, за счет изменения длины волны можно возбуждать прецессию поочередно в одном из дефектов.



Рисунок 3. Распределение поля магнитофотонного кристалла на $\lambda_1 = 0.779$ мкм (а) и $\lambda_2 = 0.821$ мкм (б)

Подобные структуры могут найти применение в манипуляции спиновыми волнами, а также в области оптомагнитной записи информации, отличающейся высокой скоростью и плотностью записи.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 21-72-10020.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. A. K. Zvezdin and V. A. Kotov, Modern magnetooptics and magnetooptical materials (CRC Press, 1997).
- Ignatyeva D. O. et al. //Journal of Physics D: Applied Physics. 2021. T. 54. №. 29. C. 295001.
- 3. Borovkova O. V. et al. //Photonics Research. 2020. T. 8. №. 1. C. 57-64.
- 4. A. I. Chernov et al MSSW vs BVMSW," Opt Lett 42, 279 (2017).
- 5. M. Jäckl et al // Phys Rev X 7, 021009 (2017).
- 6. A. I. Chernov et al //Photonics Res 6, 1079 (2018).

Мультистабильность экситон-поляритонов в хиральном микрорезонаторе: самосогласогласованный расчёт

О. А. Дмитриева^{1,2*}, Н.А. Гиппиус², С. Г. Тиходеев^{1,2,3} ¹ Московский государственный университета им. М.В.Ломоносова ²Сколковский институт науки и технологий ²Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук *dmitrieva.oa16@physics.msu.ru

В настоящей работе теоретически исследовано возникновение явлений би- и мультистабильности в хиральном полупроводниковом брэгговском микрорезонаторе с квантовыми ямами при увеличении интенсивности оптической накачки. Объект исследования — брэгговский микрорезонатор с 12 квантовыми ямами в активной области, на верхнем зеркале которого для достижения хиральности был изготовлен фотонный кристалл, представляющий собой протравленную в зеркале квадратную решётку микропилларов с симметрией С4.

Ранее было установлено [1-3], что подобные микрорезонаторы с квантовыми ямами могут проявлять би- и мультистабильность под воздействием сильной резонансной оптической накачки из-за синего сдвига экситонной частоты в результате взаимодействия между экситонами. Известен подход, позволяющий описывать эти явления с помощью кубического уравнения для экситонной плотности. С его помощью показано, что в случае хирального микрорезонатора наблюдается би- и мультистабильность степени циркулярной поляризации экситонной плотности [4].

В данной работе проведен самосогласованный расчет с учетом неоднородности распределения поля и экситонной плотности. Для расчёта выбиралось некоторое затравочное распределение экситонной плотности в системе и на его основе задавались значения синего сдвига экситонной частоты, которые определяли диэлектрическую проницаемость слоёв системы. По заданным значениям диэлектрической проницаемости проводился расчёт распределения поля в системе с помощью Фурьемодального разложения и метода матрицы рассеяния [5,6], что позволяло рассчитать соответствующую экситонную плотность. Далее методом Ньютона минимизировалось отклонение полученной экситонной плотности от затравочной.

Было получено распределение экситонной плотности для различных уровней интенсивности накачки (рис. 1). Показано, что отклик, рассчитанный с учётом неоднородности поля в системе, хорошо соответствует приближению среднего поля с небольшим отличием порядка 4% (рис. 2).

Таким образом, исследование подтвердило возможность возникновения мультистабильности в системе полупроводниковых брэгговских микрорезонаторов с квантовыми ямами при увеличении интенсивности оптической накачки и показало, что анализ этих явлений в приближении среднего поля является допустимым.

Работа поддержана грантом РНФ № 22-12-00351.



Рис. 1. Зависимость экситонной интенсивности от координаты в направлении, перпендикулярном плоскости резонатора. Вертикальные полосы показывают положение квантовых ям в активной области микрорезонатора. Горизонтальные линии показывают усредненные значения интенсивности экситонов в соответствующих квантовых ямах на нижней (красные линии) и верхней (синие линии) ветвях бистабильного S-контура.



Рис. 1. Зависимость средней по объёму экситонной интенсивности от интенсивности накачки в правой (синим) и левой (красным) циркулярной поляризации, рассчитанная двумя методами: в приближении однородного поля — линии, с самосогласованным учётом неоднородности — точки.

ЛИТЕРАТУРА

1. N. A. Gippius, S. G. Tikhodeev, V. D. Kulakovskii et al. // Europhys.Lett. 2004. V. 67. P. 997.

2. N.A. Gippius, I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov et al. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98. P. 236401.

3. С.С. Гаврилов // УФН 2020. Т. 190 137.

4. Дмитриева О.А., Гиппиус Н.А., Тиходеев С.Г. // Доклады РАН. Физика. Технические науки. 2023. Т. 510. С. 10–15.

5. Whittaker D.M., Culshaw I.S. // Phys. Rev. B. 1999. V. 60. No 15. P. 2610–2618.

6. Tikhodeev S.G., Yablonskii A.L., Muljarov E.A., Gippius N.A., Ishihara T. // Phys. Rev. B. 2002. V. 66. No 4. P. 045102.

Анизотропия оптических свойств слоев пористого кремния, содержащих подвижные носители заряда

Дэн Инин

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия <u>yingying.d@outlook.com</u>

Известно, что благодаря анизотропии формы, составляющие его наноструктур, пористый кремний (ПК) может проявлять сильное двулучепреломление, что означает различие показателей преломления для света с различным направлением линейной поляризации. Благодаря этому свойству ПК может использоваться в самых разных областях фотоники, включая оптические фильтры, датчики и сенсоры [1-3]. Важным фактором, влияющим на оптическую анизотропию ПК, являются подвижные свободные носители заряда в кремниевых кристаллитах, концентрация которых может контролируемо изменяться в широких пределах при введении легирующих примесей, адсорбции молекул и/или фотовозбуждении. В последнем случае становится возможным управление анизотропией оптических свойств при фотогенерации подвижных носителей заряда. Данная работа посвящена исследованию влияния концентрации свободных носителей заряда, изменяемой в диапазоне нескольких порядков по величине на двулучепреломление, дихроизм, отражение и преломление света ближнего инфракрасного (ИК) диапазона в пористых кремниевых слоях микрометровой толщины.

В используемой модели слои ПК рассматриваются как композитная среда, состоящая из ансамбля эллипсоидов из кристаллического кремния с варьируемой анизотропией формы с различными соотношениями полуосей, разделенных пустотами (порами). Использовалось приближение эффективной среды Бруггемана (ЕМА) для моделирования комплексной диэлектрической функции с учетом концентрации свободных носителей по модели Друде [4]. Численное моделирование проводилось в диапазоне концентраций свободных носителей, от низких уровней, характерных для слаболегированного кремния, до высоких уровней, связанных с сильно легированными образцами или слоями ПК в условиях интенсивного фотовозбуждения. Расчет эффективной диэлектрической проницаемости проводился по обобщенной формуле Бруггемана [4]:

$$P\frac{\varepsilon_{eff}-\varepsilon_1}{\varepsilon_{eff}+L(\varepsilon_1-\varepsilon_{eff})} + (1-P)\frac{\varepsilon_{eff}-\varepsilon_2}{\varepsilon_{eff}+L(\varepsilon_2-\varepsilon_{eff})} = 0,$$
(1)

где P - пористость, L - коэффициент деполяризации, зависящий от направления электрического поля по отношению к оптической оси, ε_{eff} - эффективная диэлектрическая проницаемость, ε_1 , ε_2 - диэлектрические функции пор и нанокристаллов соответственно, величина последней дается выражением:

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{\infty} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - i\omega\tau^{-1}},\tag{2}$$

где плазменная частота $\omega_p = \sqrt{\frac{e^2 N_p}{m^* \varepsilon_0}}$, *е* - элементарный заряд, N_p - концентрация свободных носителей заряда, m^* - эффективная масса носителя заряда, ε_0 – диэлектрическая постоянная в системе СИ.

Значения основных компонентов коэффициента деполяризации для модели эллипсоидов вращения задавалось выражениями:

$$L_{\parallel} = \frac{1}{1 - x^2} \left(1 - x \frac{\arcsin\sqrt{1 - x^2}}{\sqrt{1 - x^2}} \right), \quad L_{\perp} = \frac{1 - L_{\parallel}}{2} \quad . \tag{3}$$

Были рассчитаны значения разности показателей преломления, оптического дихроизма, а также разностей коэффициентов отражения и пропускания для обыкновенной и необыкновенной волн (Δn , $\Delta \alpha$, ΔR и ΔT) для различных параметров анизотропии x = 0, 0.2, 0.5, 1.2, 1.3 и 1.5 (что соответствует нитям и эллипсоидам вращения с различными соотношениями полуосей: x=a/b) на частоте инфракрасного излучения 1000 см⁻¹. Результаты расчетов для Δn и $\Delta \alpha$ для ПК с пористостью 60% представлены на рис.1. Видно, что в то время, как дихроизм монотонно возрастает с ростом концентрации носителей заряда (см. рис1а), величина двулучепреломления (рис.1б) проявляет немонотонность, объясняемую приближением частоты плазменных колебаний к анализируемой частоте ИК излучения. Зависимости разностного коэффициента отражения и пропускания для слоя ПК с пористостью 60% и толщиной 10 мкм показаны на рис.2. Они указывают на немонотонность анизотропии оптического отклика в области плазменной частоты.



Рис. 1. Зависимости величины двулучепреломления (а) и дихроизма (б) от концентрации свободных носителей зарядах в пористом кремнии (P=60%) с различными параметрами анизотропии формы для ИК излучения с $\omega = 1000 \text{ см}^{-1}$.



Рис. 2. Зависимости величины разности коэффициента отражении (а) и пропускании (б) от концентрации свободных носителей зарядах в пленке пористого кремния (P=60%, толщина 10 мкм) с различными параметрами анизотропии формы для ИК излучения с $\omega = 1000 \text{ cm}^{-1}$.

В целом, результаты расчетов свидетельствовали о сильном влиянии концентрации свободных носителей на оптические характеристики слоев ПК. В частности, увеличение
концентрации свободных носителей приводило к заметному усилению дихроизма ПК, характеризующегося дифференциальным поглощением света, поляризованного вдоль разных осей эллипсоидов. Этот эффект объясняется взаимодействием между свободными носителями и электромагнитным полем, которое модулируется пористой структурой кремниевой матрицы. Полученные результаты качественно согласуются с измерениями оптических свойств сильно легированных бором слов ПК, представленными в работах [4,5]. Также возможна экспериментальная проверка выводом проведенного моделирования для слоев низколегированного ПК в условиях интенсивной фотогенерации свободных носителей заряда, что является темой дальнейших исследований.

Автор благодарит своего научного руководителя - проф. В.Ю.Тимошенко за поставленную задачу и полезные обсуждения.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Diener et al. // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78. P. 3887.

2. J. Alvarez et al. // Opt. Expr. 2012. V. 19. No 27. P. 26106.

3. C. R. Ocier et al. // Opt. Mat. Express. 2020. V. 10. No 4. P. 868.

4. V. Yu. Timoshenko et al. // Phys. Rev. B 2003. V.67. No 11. P. 113405.

5. K. S. Sekerbayev et al. // Semicond. 2017. V. 51. No 8. P.1091.

Полосковые волноводы для интегральной нанофотоники на основе не ван-дер-Ваальсовых тонких слоев InGaS₃

Е.С. Завьялова¹, А. Кузнецов^{1,2}, А.Д. Большаков^{1,2,3} ¹Академический университет им. Ж. И. Алферова, Санкт-Петербург, Россия ²Московский физико-технический институт (НИУ), Долгопрудный, Россия ³Ереванский государственный университет, Ереван, Армения <u>ladieseniya@gmail.com</u>

В настоящее время актуальны исследования новых материалов для разработки новой элементной и компонентной базы интегральной нанофотоники. Одной из основных задач интегральной фотоники является увеличение поверхностной плотности упаковки элементов что возможно достичь с помощью оптически плотного материала, работающего в диапазоне более коротких длин волн, например, в видимом. Также материал должен быть технологически удобен в контексте изготовления схем в рамках планарной технологии. Для данной задачи хорошим кандидатом являются тонкие слои InGaS₃. Данная работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованию базовых элементов интегральной нанофотоники - полосковых волноводов на основе InGaS₃. InGaS₃ - это полупроводник с большой запрещенной зоной (2,73 эВ) и высоким показателем преломления (>2,5) [1]. Он является новым слоистым материалом с гексагональной симметрией кристаллической решетки, однако не является ван-дер-Ваальсовым. Слоистая структура материала позволяет методом эксфолиации отделять слои с точностью до монослоя, что позволит интегрировать InGaS₃ в процессы планарной технологии и точно контролировать геометрию элементов. В данной работе методами численного моделирования, а именно с помощью методов конечных разностей в частотной области (FDE) и конечных разностей во временной области (FDTD) в ПО Ansys Lumerical были рассчитаны три различных конфигурации волноводов на основе InGaS₃: квадратный, ТЕ и ТМ волноводы (рис. 1). Анализ распространения электромагнитных волн внутри волноводов на основе $InGaS_3$ продемонстрировал их эффективную локализацию (рис. 1). Также были получены зависимости эффективного показателя преломления и потерь фундаментальной моды от размеров структуры при длине волны 505 нм. Анализ модельных данных показывает, что с уменьшением размера волновода наблюдается снижение локализации поля внутри InGaS₃. Также были проанализированы возможности создания одномодовых волноводов, а путем расчета спектров пропускания были продемонстрированы отсечки волноводного эффекта, связанные с делокализацией поля и поглощением в материале.



Рис. 1. Формальные схема исследуемой системы, где InGaS₃ выступает в качестве квадратного (а), ТЕ (б) и ТМ (в) волновода (сверху) и распределение электрического поля фундаментальной моды в поперечном сечении в квадратном (г), ТЕ (д) и ТМ (е) волноводе (снизу)

Помимо численного моделирования была проведена экспериментальная характеризация волноводных свойств полосков InGaS₃, которые были вырезаны из слоя толщиной 260 нм с помощью зонда атомно-силового микроскопа (рис. 2a) Суть эксперимента заключалась в засветке одного из концов волновода перестраиваемым лазером в диапазоне длин волн 630-480 нм, и наблюдении с помощью оптического микроскопа излучения с противоположного конца (рис. 2б), по аналогии с работой [2].



Рис. 2. (а) РЭМ изображение четырех волноводов (один из них выделен зеленым контуром), (б) оптические изображения волноводов, демонстрирующие наличие и отсечку волноводного эффекта

В виду больших латеральных размеров волноводов (260х1100 нм²) не наблюдается отсечка волноводного эффекта, связанная с делокализацией фундаментальной моды. Однако, отсечка, возникающая на 500 нм, несколько отличается от более ранней работы [1], что, вероятно, может быть связано с качеством поверхности данных волноводов, образованных в результате достаточно грубого метода фабрикации.

Авторы выражают благодарность Российскому научному фонду (грант 24-22-20064) за поддержку фабрикации наноструктур и их характеризации.

- 1. Toksumakov A. N. et al. // npj 2D Materials and Applications. 2022. V. 6. No 1. P. 85.
- 2. Kuznetsov A. et al. //Small. 2023. V. 19. No 28. P. 2301660.

Оптическое вычисление оператора Лапласа при нормальном падении с помощью металлодиэлектрической слоистой структуры

А.И. Кашапов, Е.А. Безус, Д.А. Быков, Л.Л. Досколович Самарский национальный исследовательский университет им. академика С.П. Королева <u>ar.kashapov@outlook.com</u>

Возможность оптического вычисления оператора Лапласа представляет большой интерес для задач оптической обработки информации, в особенности, задач аналоговых оптических вычислений и обработки изображений [1-6]. Оператор Лапласа может быть применен для выявления изменений яркости или контраста на изображениях, поскольку он позволяет выделить контуры объектов, точки пересечения линий и другие важные детали, что, в частности, может повысить точность классификации изображений [7]. Следует отметить, что высокая скорость и эффективность оптических методов обработки изображений делает их важными в таких областях, как медицинская диагностика, машинное зрение, анализ изображений в научных и промышленных приложениях, а также в робототехнике.

В настоящей работе исследуется слоистая металлодиэлектрическая структура, состоящая из четырех чередующихся слоёв металла и диэлектрика, расположенных на оптически толстом слое хрома. Показано, что такая структура позволяет выполнять оптическое вычисление оператора Лапласа от профиля нормально падающего оптического пучка с высокой точностью.

Геометрия и параметры предлагаемой структуры представлены на рис. 1. В настоящей работе рассматривается пример со следующими показателями преломления: $n_{\text{Cu}} = 0.2257 + 3.434i$ (медь), $n_{\text{Cr}} = 3.139 + 3.312i$ (хром), $n_{\text{TiO2}} = 1.457$ (диоксид титана) при длине волны в свободном пространстве $\lambda = 633$ нм. Отметим, что приведенные параметры не являются уникальными и результаты, аналогичные приведенным ниже, могут быть получены для различных сочетаний материалов структуры и длин волн падающего излучения.



Рис. 1. Геометрия и параметры исследуемой металлодиэлектрической слоистой структуры.

На рис. 2а показан модуль передаточной функции (ПФ) исследуемой структуры. Отметим, что модуль рассчитанной ПФ с высокой точностью аппроксимируется квадратичной функцией, что позволяет ожидать высокого качества вычисления оператора Лапласа [2, 6].

В качестве примера использования исследуемой структуры для оптического вычисления оператора Лапласа был рассмотрен нормально падающий на структуру линейно поляризованный гауссов пучок с профилем *x*-компоненты электрического поля ~exp[$-(x^2 + y^2) / \sigma^2$] при $\sigma = 6$ мкм. Для расчета профиля отраженного пучка использовался метод строгого решения задачи дифракции электромагнитного излучения на слоистых структурах [8]. Нормированное среднеквадратичное отклонение профиля отраженного пучка (рис. 26) от аналитически вычисленного оператора Лапласа для рассмотренного примера не превышает 1%.



Рис. 2. (а) Нормированные на максимальные значения модуль передаточной функции исследуемой структуры и (б) профиль *E_x*-компоненты отраженного пучка, содержащей результат оптического вычисления оператора Лапласа.

В заключение, в настоящей работе показана возможность эффективного оптического вычисления оператора Лапласа при нормальном падении с помощью простой слоистой структуры, состоящей из четырех чередующихся слоев металла и диэлектрика. Приведенные результаты численного моделирования в рамках строгой электромагнитной теории дифракции демонстрируют возможность оптического вычисления оператора Лапласа с высоким качеством. По мнению авторов, полученные результаты перспективны для новых систем оптической обработки информации и оптических вычислений.

Работа выполнена в рамках выполнения государственного задания Министерства науки и высшего образования РФ Самарскому университету (проект FSSS-2024-0016).

- 1. D.A. Bykov et al. // Opt. Express. 2014. V. 22. No. 21. P. 25084.
- 2. L.L. Doskolovich et al. // Opt. Express. 2023. V. 31. No. 10. P. 17050.
- 3. Y. Zhou et al. // Nat. Phot. 2020. V. 14. P. 316.
- 4. Y. Tu et al. // Opt. Commun. 2023. V. 549. Art. No. 129935.
- 5. C. Guo et al. // Optica. 2018. V. 5. No. 3. P. 251.
- 6. A.I. Kashapov et al. // Computer Opt. 2023. V. 47. No. 6. P. 845.
- 7. D.V. Soshnikov et al. // Computer Opt. 2023. V. 47. No. 5. P. 691.
- 8. M.G. Moharam et al. // J. Opt. Soc. Am. A. 1995. V. 12. P. 1077.

Синхронная генерация второй оптической гармоники в двумерных материалах на основе возбуждения блоховских поверхностных волн

С.К. Коротких, П.В. Парахина, А.А. Попкова, К.Р. Сафронов, В.О. Бессонов, А.А. Федянин Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия sonya12k34@mail.ru

В настоящее время активно развиваются устройства интегральной фотоники, позволяющие создавать сложные оптические схемы на едином чипе. Для реализации полноценного набора компонент необходима разработка компактного и эффективного преобразователя частоты светового сигнала. Одним из возможных подходов к решению этой задачи является использование двумерных материалов, обладающих высокой оптической нелинейностью и обеспечивающих новые функциональные свойства оптической платформы без изменения её исходных характеристик. Однако при нормальном падении света на монослои нелинейного материала длина взаимодействия ограничена их толщиной, что делает эффективность нелинейного процесса очень низкой. Решением может стать использование фотоннокристаллической платформы, поддерживающей поверхностные состояния — блоховские поверхностные волны (БПВ) [1], которые распространяются вдоль границы раздела между фотонным кристаллом (ФК) и диэлектриком в спектральной области фотонных запрещенных зон (ФЗЗ). Закон поверхностных состояний определяется только геометрическими дисперсии параметрами ФК [2], что позволяет возбуждать их в требуемой спектральной области. длиной распространения, достигающей БПВ обладают большой нескольких миллиметров вследствие отсутствия омических потерь [3], а также обеспечивают высокую локализацию электромагнитного поля на границе раздела сред [4]. Это делает их перспективными для усиления нелинейных эффектов на поверхности, в частности генерации второй оптической гармоники (ГВГ).

Для эффективной ГВГ необходимо выполнение фазового синхронизма, то есть реализации случая, когда волна нелинейной поляризации, генерируемая в веществе, распространяется с той же фазовой скоростью, что и волна накачки. Для усиления генерации с использованием нескольких поверхностных состояний, поддерживаемых ФК, данное условие будет эквивалентно равенству эффективных показателей преломления БПВ на частотах накачки и второй гармоники, зависящих от угла падения излучения на образец.

Данная работа посвящена исследованию синхронной генерации второй оптической гармоники в тонких слоях нелинейного материала, нанесённых на поверхность ФК, поддерживающего одновременное синхронное возбуждение БПВ на длинах волн накачки и второй гармоники.

В работе исследовались два типа фотонных кристаллов, параметры которых были оптимизированы при помощи метода матриц распространения [5,6] для синхронного возбуждения двух мод БПВ при нанесении на поверхность ФК тонких пленок нелинейных материалов. В качестве нелинейных слоев были выбраны гексагональный нитрид бора (hBN) и дисульфид молибдена (MoS₂), обладающих высокой квадратичной восприимчивостью. Так как и длина волны накачки, и длина волны второй гармоники должны лежать в области прозрачности материала, были выбраны спектральные области вблизи 800 нм и 400 нм для прозрачного hBN и 800 нм и 1600 нм для MoS₂, который в видимом диапазоне является полупроводником и имеет значительное поглощение. Для фотонных кристаллов первого типа (N1), рассчитанных на усиление ГВГ в hBN, оптимизированные параметры составили 10 пар чередующихся слоев SiO₂, и Ta₂O₅ с

толщинами 262 нм и 63 нм соответсвенно, верхний слой SiO₂ - 289 нм. Для данных Φ К наблюдается возбуждение БПВ на длинах волн 400 нм и 800 нм. Фотонные кристаллы второго типа (N2) рассчитаны на возбуждение БПВ на длинах волн 800 нм и 1600 нм и предполагают усиление ГВГ в MoS₂. Φ K N2 состоят из 10 пар чередующихся слоев SiO₂ и Ta₂O₅ с толщинами 484 нм и 188 нм соответственно, верхний слой SiO₂ - 555 нм.

Исследуемые фотонные кристаллы были изготовлены методом магнетронного распыления. Экспериментальные спектры отражения образцов были измерены в схеме Кречмана при освещении ФК излучением фемтосекундного титан-сапфирового лазера (центральная длина волны 800 нм, спектральная ширина 30 нм). Для измерения спектра отражения ФК N1 в области 400 нм использовался генератор второй оптической гармоники на основе нелинейного кристалла ВВО. Измеренные спектры отражения ФК N1 в области длин волн накачки (800 нм) и ВГ (400 нм) изображены на рис. 1. В спектрах наблюдаются резонансы, соответствующие закону дисперсии блоховских поверхностных волн. По положениям резонансов были определены эффективные показатели преломления БПВ на 800 нм и 400 нм, которые оказались близкими по значению друг к другу. Это подтверждает выполнение условия фазового синхронизма для ФК N1. Заметно, что резонанс в области 400 нм имеет большую ширину по сравнению с резонансом в области 800 нм, и, соответственно, меньшую добротность. Это объясняется повышением угловой расходимости пучка при прохождении через генератор второй оптической гармоники.



Рис.1. Спектрально-угловые зависимости коэффициента отражения ФК N1 в диапазонах длин волн (а) накачки и (б) второй гармоники.

Методом отщепления от объемного кристалла с последующим переносом на ΦK N1 были нанесены слои hBN с минимальной толщиной плёнки 8.8 нм, на ΦK N2 – слои MoS_2 с участком монослоя (0.65 нм). Оценка толщин проводилась с помощью атомносиловой микроскопии. Кроме того, для оценки латеральных размеров нелинейных материалов, а также для удобства визуальной настройки на образцы были получены изображения слоёв нелинейных материалов с помощью сканирующей электронной микроскопии и оптической микроскопии (рис.2). Далее было проведено исследование распределения нелинейного отклика по поверхности образцов методом нелинейной микроскопии в схеме на отражение. Для этого излучение фемтосекундного титансапфирового лазера фокусировалось объективом в перетяжку радиусом 1 мкм, и поверхность образцов перемещалось относительно луча. Сгенерированный в каждой точке сигнал второй гармоники проходил через тот же объектив и измерялся при помощи СМОЅ камеры с предварительной установкой системы фильтров.



Рис.2. Изображения поверхности образцов hBN (a) и MoS_2 (б), полученные с помощью оптической микроскопии в схеме на отражение.

Эффективность ГВГ была оценена по формуле $\eta = P_{2w}/P_w^2$, где P_w и P_{2w} – пиковые мощности первой и второй гармоник соответственно. В слоях hBN эффективность составила 9×10^{-16} BT⁻¹, в монослое $MoS_2 - 2 \times 10^{-15}$ BT⁻¹. Такие низкие значения эффективности ГВГ объясняются малой длиной взаимодействия в схеме с нормальным падением света – от доли нанометра до десятков нм. Использование БПВ, распространяющихся вдоль поверхности, позволит увеличить длину взаимодействия до десятков микрометров, а также увеличить напряжённость поля вблизи нелинейного слоя. Согласно результатам численных расчётов, для монослоя hBN такая схема генерации должна повысить эффективность преобразования до 2×10^{-5} BT⁻¹.

- 1. Yeh P., Yariv A., Cho A.Y.. // Appl Phys.Lett. 1978. V. 32 (2). P.104–105.
- Bezus E. A., Bykov D. A., Doskolovich L. L., // Comput. Opt. 2018.V. 42 (1). P. 22– 27.
- Tommaso, Liscidini Marco // Optics Lett. 2020. Vol. 45, no. 23. Pp. 6534– 6537.
- 4. Виноградов А. П., и др. // Успехи физических наук. 2010. V. 53 (3). Р. 249-261.
- 5. Bethune D.S.. // JOSA B. 1989. V. 6 (5). P. 910–916.
- 6. Yeh P., Yariv A., Cho A.Y.. // JOSA. 1977. V. 67 (4). P. 423-438.

Обратный эффект Фарадея на Ми резонансах наночастицы ферритграната

Д.М. Кричевский^{1,2}, Д.О. Игнатьева^{1,3}, В.И. Белотелов^{1,3} ¹Российский квантовый центр, Москва, Россия ²Московский физико-технический институт (НИУ), Долгопрудный, Россия ³Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

krichevskii.dm@phystech.edu

Исследования взаимодействие лазеров коротких импульсов с магнитоупорядоченными материалами открыли перспективы для ряда прорывных технологий, таких как нетермическая запись информации, управление магнитным порядком и спиновыми волнами анфтиферромагнетиков [1]. Для ряда приложений наиболее перспективно использовать бездиссипативные методы возбуждения динамических процессов в магнетиках, например за счет обратного эффекта Фарадея, создающее в магнитной среде эффективное магнитное поле, величина которого пропорциональна интенсивности света. При этом, пространственное разрешение возбуждающей области ограничено дифракционным пределом. Для контроля динамических процессов магнетиков на наномасштабе активно применяются наноструктуры, поддерживающие возбуждение оптических мод. Оптической моды характеризуются собственным распределением электромагнитного поля, которые локализованы внутри структуры. Кроме локализации, поля мод могут менять пространственное распределение эффективного поля обратных магнитооптических эффектов, что может приводить, например к возможности управлять спектром возбуждаемых спиновых волн.

Среди разнообразия оптических мод, Ми моды наночастиц занимают особое положение. Развитие технологий создания наноразмерных структур позволили создавать полностью диэлектрические наноструктуры, поддерживающие Ми моды. Возбуждение Ми мод в таких системах позволяет усиливать линейные и нелинейные оптические эффекты, за счет сильной локализации электромагнитного поля как в ближайшем ее окружении, так и внутри частицы [2]. Последнее критически важно для обратной магнитооптики. При этом, каждая мода характеризуется особым распределением электромагнитного поля в форме сферических гармоник. Поэтому, важно понять какие особенности обратных магнитооптических эффектов возможны при возбуждении Ми резонансов наночастицах из магнитных диэлектриков.

В данной работе мы сфокусировались на исследовании обратного эффекта Фарадея в полностью диэлектрической наночастице из висмутового феррит-граната (ФГ) при возбуждении в ней Ми мод различных порядков.

Исследуемая система представляла собой наночастицу висмутового ΦГ (Bi₃Fe₅O₁₂) диаметром 400 нм, окруженная воздухом. Показатель преломления ΦГ был выбран n=2.6+0.01i. Для обратной магнитооптики важны именно внутренние электрические поля, поскольку эффективное магнитное поле обратного эффекта Фарадея для материалов типа ΦГ с кубической решеткой определяется векторным произведением:

$$\boldsymbol{H}^{IFE} = -\frac{g}{M_s} \mathrm{Im}[\boldsymbol{E}\boldsymbol{E}^*] \tag{1}$$

В (1) g – гирация материала, M_s – намагниченность насыщения, а E – вектор электрического поля света. Для Ми резонансов различных порядков внутренние электрические поля определяются соотношением [3]:

$$\boldsymbol{E}_{int} = \sum E_q (c_q \boldsymbol{M}_{o1q}^{(1)} - i d_q \boldsymbol{N}_{e1q}^{(1)})$$
(2)

здесь $E_q = i^q E_0 \frac{(2q+1)}{q(q+1)}$, E_0 – амплитуда падающего света, c_q, d_q – коэффициенты Ми, $M_{o1q}^{(1)}$ и $N_{e1q}^{(1)}$ – векторные сферические гармоники. Рисунок 1 показывает различные сечения распределений х, у и z-компонент H^{IFE} исследуемой системы для семейства электрических (Е) и магнитных (М) дипольных (D), квадрупольных (Q) и октупольных (O) мод при накачке круговой поляризацией.



Рис. 1. Сечения пространственного распределения компонент эффективных магнитных полей *H*^{IFE}.

Компоненты H^{IFE} характеризуются сложным распределением. Внутри частицы для H_x и H_y наблюдаются знакопеременные поля, при этом H_y копирует повернутое на $\frac{\pi}{2}$ вокруг оси z распределение H_x , что обусловлено вращательной симметрией системы. Для MD резонанса H_x и H_y представляют собой стоячую волну во всех 3-х направлениях. По мере увеличения порядка мод, как магнитной, так и электрической природы количество знакопеременных пучностей увеличивается. Стоит отметить, что z-компонента не имеет значимых знакопеременных особенностей. При этом для каждой моды есть область, где поле максимально. Если внешнее магнитное поле приложить вдоль z-оси, то основной вклад в возбуждение динамики намагниченности будут давать H_x и H_y . Их сильная локализация может позволить возбудить стоячие моды высоких порядков, которые обусловлены обменным взаимодействие, то есть обменные спиновые волны [4].

Работа финансово поддержана Российским научным фондом, грант No. 21-72-10020.

ЛИТЕРАТУРА

1. Němec P. et al. Antiferromagnetic opto-spintronics //Nature Physics. – 2018. – T. 14. – No. 3. – C. 229-241.

2. Kruk S., Kivshar Y. Functional meta-optics and nanophotonics governed by Mie resonances //Acs Photonics. $-2017. - T. 4. - N_{\odot}. 11. - C. 2638-2649.$

3. Hulst H. C., van de Hulst H. C. Light scattering by small particles. - Courier Corporation, 1981.

4. Ignatyeva D. O. et al. Optical excitation of multiple standing spin modes in threedimensional optomagnonic nanocavities //Physical Review Applied. $-2024. - T. 21. - N_{\odot}. 3. - C. 034017.$

Дисперсионная зависимость диэлектрической проницаемости оксида вольфрама на различных этапах газохромного окрашивания в водороде

Д.П. Куликова¹, А.С. Бабурин^{1,2}, Е.С. Лотков^{1,2}, И.А. Родионов^{1,2}, А.В. Барышев¹ ¹ФГУП «ВНИИА им. Н.Л. Духова», Москва, Россия ²НОЦ ФМН, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия dp.kulikova@yandex.ru

Ввиду реализации концепции развития водородной энергетики в России важной задачей является разработка безопасных и высокочувствительных сенсоров Н2. Детектирование водорода с использованием газохромных материалов (ΓM), в качестве которых чаще всего выступают оксиды переходных металлов (WO₃, TiO₂, V₂O₅ и т.д.), является перспективным направлением исследований. Это обусловлено тем, что особенности протекания окислительно-восстановительных реакций различны в смесях газов с различными концентрациями водорода, других газов-восстановителей, кислорода и водяных паров, что в случае оптических сенсоров проявляется в вариациях как амплитуды электромагнитной волны, так и скорости её изменения [1,2]. Более того, принципиальным преимуществом ГМ является то, что влияние различных внешних факторов приводит к отличным друг от друга изменениям комплексного показателя преломления в видимом и инфракрасном диапазонах длин волн [2]. Таким образом, для моделирования газочувствительных структур и их оптимизации необходимо знать дисперсионную зависимость оптических констант ГМ и скорость их изменения в исследуемом диапазоне длин волн [3]. Оксид вольфрама WO₃ обладает рекордной чувствительностью к водороду и часто используется в разрабатываемых оптических сенсорах. Важно отметить, что механизм газохромного окрашивания WO₃ остаётся образом, определение эволюции дисперсионной дискуссионным [4]. Таким зависимости диэлектрической проницаемости $\varepsilon = \varepsilon_1 + i\varepsilon_2$ в процессе восстановления оксида вольфрама в H₂ имеет важное как прикладное, так и фундаментальное значение.

В данной работе мы представляем подход к измерению эллипсометрических параметров оксида вольфрама на различных стадиях его окрашивания в водороде. Образцы представляли собой плёнки WO₃ толщиной 180 нм, покрытые слоем катализатора Pd толщиной 1 нм, на кремниевых подложках. Комплексная диэлектрическая проницаемость материалов была восстановлена из спектров эллипсометрических параметров Ψ и Δ , измеренных с помощью эллипсометра J.A. Woollam V-VASE в диапазоне длин волн 300-1700 нм ($\approx 0,73$ -4,13 эВ) при трёх углах падения света: $\alpha = 45^\circ$, 60° и 75°. Для проведения измерений в различных газовых средах была разработана ячейка с кварцевыми окнами. Смесь из аргона, кислорода и водорода подготавливалась с помощью газового стенда и протекала через ячейку со скоростью 100 мл/мин при атмосферном давлении.

Модели для анализа плёнок WO₃, не покрытых и покрытых палладием, многослойные системы co следующими представляли собой структурными элементами: кремниевая подложка (0,5 мм)/слой оксида вольфрама (~180 нм)/слой эффективной среды по Бруггеману (≈5 нм), используемый лля описания шероховатости плёнок или каталитического слоя Pd. Для аппроксимации спектров эллипсометрических параметров WO3 использовались дисперсионные модели Таук-Лоренца и Коди-Лоренца без и с «хвостом» Урбаха. По результатам восстановления є была определена ширина запрещённой зоны оксида вольфрама: $E_g = 3,3640 \pm 0,0016$ эВ. Наименьшая ошибка аппроксимации была получена для модели Коди-Лоренца с «хвостом» Урбаха, поэтому далее будут представлены дисперсионные зависимости ε , восстановленные с её использованием.

целью определения оптических свойств вольфрама С оксила в водородосодержащей атмосфере бинарная плёнка WO₃/Pd была помещена в газовую ячейку. Отклик на водород представлял собой временные измерения параметра Ψ на $\lambda = 1200$ нм и $\alpha = 75^{\circ}$, см. Рис. 1. Образец был приведён в исходное *Состояние 1* с помощью продувки ячейки чистым аргоном в течение 30 минут, по истечении этого времени были измерены спектры Ψ и Δ. Затем в аргон был добавлен водород – его концентрация составила 0,05 об. %. На данном шаге произошло быстрое изменение эллипсометрических параметров ввиду протекания восстановительной реакции: FWHM δ пика производной $d\Psi/dt$ составила ≈ 35 с. Важно отметить, что время измерения спектров Ψ и Δ при трёх углах падения света в диапазоне длин волн 300-1700 нм составляет 15 минут. Таким образом, проведение измерений непосредственно во время стремительного восстановления WO₃ является некорректным подходом.

Следующий метод был реализован с целью измерения спектров Ψ и Δ на различных стадиях газохромного окрашивания WO₃. Бинарная плёнка была восстановлена до полностью окрашенного *Состояния 2* на Рис. 1. Далее в течение времени $d\tau$ в газовую ячейку поступала смесь газов 95 об. % Ar + 5 об. % O₂, которая затем была заменена на чистый аргон. Данные манипуляции привели к частичному окислению WO₃ и его переходу в квазиравновесное «замороженное» *Состояние 3*. С помощью периодической смены состава протекающего газа в соответствии с алгоритмом Ar \rightarrow 95 об. % Ar + 5 об. % O₂ ($d\tau$ = от 10 с до 2 минут при приближении к неокрашенному состоянию) \rightarrow Ar контролировались *Состояния 3-11* оксида вольфрама оказались эквивалентны состояниям окрашивания, отмеченным кругами на Рис. 1, между *Состояниями 1* и 2, и соответствующие спектры Ψ и Δ характеризуют быструю кинетику ε_1 и ε_2 в процессе окрашивания, что было подтверждено с помощью дополнительных измерений с использованием спектрометра с ПЗС-матрицей.



Рис. 1. Изменение Ψ во времени для бинарной плёнки WO₃/Pd на λ = 1200 нм и α = 75° в ходе восстановления в 0,05 об. % H₂ в Ar и поэтапное окисление с помощью периодического добавления 5 об. % O₂ в Ar. Вставка иллюстрирует первую производную по времени параметра Ψ.

Спектры эллипсометрических параметров WO₃/Pd, измеренные в *Состоянии 2*, были аппроксимированы с использованием модели, включающей в себя функцию Коди-Лоренца с «хвостом» Урбаха и спектральную особенность с максимумом на 1,1 эВ, связанную с оптическим поглощением, вызванным газохромным окрашиванием (Рис. 2(а)). В ходе окрашивания ε_1 оксида вольфрама увеличилась в диапазоне 0,75-1,25 эВ и уменьшилась в диапазоне 1,25-4,0 эВ. Спектральная особенность в дисперсионной зависимости ε_2 была с высокой точностью аппроксимирована двумя

функциями Гаусса, см. вставку на Рис. 2(а). В соответствии с данным подходом спектры Ψ и Δ были аппроксимированы для всех *Состояний 2-11*.

Полученные центральные энергии гауссовых пиков для наиболее окрашенного состояния (Состояние 2) составили $E_1 = 1,032 \pm 0,008$ эВ и $E_2 = 1,45 \pm 0,09$ эВ. Поэтапное изменение ε в процессе окрашивания показано на Рис. 2(а). Так как эволюция полос поглощения представляет большой интерес, на Рис. 2(б) и (в) представлены зависимости спектральных положений их максимумов и интегралов от времени. В процессе окрашивания центральные энергии обоих пиков не изменились, а ширина контура E_2 испытывала бо́льший рост по сравнению с шириной контура E_1 . Интегралы полос поглощения возрастали по экспоненциальному закону, при этом на начальных этапах окрашивания (первые две минуты), интеграл E_1 был больше интеграла E_2 , а при дальнейшей эволюции процесса наблюдалась обратная картина.



Рис. 2. Спектральная зависимость действительной и мнимой частей диэлектрической проницаемости оксида вольфрама на различных этапах его окрашивания в 0,05 об. % H₂ в Ar. Номера кривых соответствуют *Состояниям* на Рис. 1. (б) Восстановленные центральные энергии полос поглощения в *Состояниях 2-11*. (в) Изменение интегралов гауссовых контуров E₁ и E₂ во времени в процессе газохромного окрашивания и таблица, отражающая изменение их амплитуд и FWHM: A_{1,2} и **w**_{1,2}.

На основании анализа полученных зависимостей и представленных в литературе работ [5,6], в которых обсуждается оптическое поглощение в WO_{3-х} с недостатком кислорода, был сделан вывод: возникновение полосы поглощения E_1 обусловлено образованием кислородных вакансий на поверхности WO_{3-х}, а полосы E_2 – образованием вакансий в объёме. Отметим, что в процессе газохромного окрашивания отношение интегралов E_1 и E_2 увеличилось от нуля до двух. Данный результат может быть связан с соотношением количества формируемых поверхностных и объёмных вакансий в WO_{3-х}, обусловленным либо технологией изготовления образца, либо концентрацией водорода в газовой смеси.

Особенности формирования полос поглощения E_1 и E_2 напрямую влияют на кинетику комплексного показателя преломления n+ik оксида вольфрама. В контексте задачи оптимизации и изготовления функциональных структур на основе WO₃, характеризующихся амплитудным и быстрым откликом на малые концентрации H₂, были определены экстремумы производных по времени dn/dt и dk/dt в различных спектральных диапазонах в процессе окрашивания, см Рис. 3. Обнаружено, что величина dn/dt достигает максимального значения на краю измеряемого спектрального диапазона – на $\lambda = 1700$ нм, а величина dk/dt – на $\lambda = 1100$ нм. Полученные результаты могут быть полезны в выборе рабочего спектрального диапазона при разработке структур, отклик на водород которых связан с изменением преломления и/или увеличением поглощения.



Рис. 3. Производные по времени *n* и *k* WO₃ для выбранных длин волн в процессе восстановления, начавшегося при напуске в газовую ячейку водорода в момент времени *t* = 0 мин.

Таким образом, в работе был продемонстрирован *in-situ* метод восстановления с помощью спектральной эллипсометрии комплексной диэлектрической проницаемости газохромных материалов в промежуточных стадиях окислительно-восстановительной реакции. Установлены закономерности изменения действительной и мнимой частей ε оксида вольфрама с недостатком кислорода WO_{3-x}. На основе их анализа сделан вывод, что увеличение оптического поглощения в оксиде вольфрама обусловлено формированием кислородных вакансий на поверхности и в объёме материала. Определены спектральные диапазоны, в которых наблюдаются наиболее амплитудные и быстрые изменения *n* и *k* WO_{3-x}. Представленный подход и полученные результаты могут быть полезны в экспериментальных и теоретических исследованиях не только газохромных, но и электрохромных и фотохромных материалов.

- 1. H. Wang et al. // Int. J. Hydrog. Energy. 2019. V. 44. P. 15665-15676.
- 2. D.P. Kulikova et al. // Sci. Rep. 2023. V. 13. No 890.
- 3. D.P. Kulikova et al. // Opt. Express. 2020. V. 28. No 21. P. 32049-32060.
- 4. C. Gao et al. // Int. J. Hydrog. Energy. 2023. V. 48. P. 2442-2465.
- 5. M. Gerosa et al. // J. Phys. Chem. C. 2016. V. 120. P. 11716-11726.
- 6. V.E. Alexandrov et al. // Eur. Phys. J. B. 2009. V. 72. P. 53-57.

Оптические импульсы в неэрмитовой среде вблизи сингулярности

В. А. Бушуев, Б. И. Манцызов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова bmantsyzov@gmail.com

Исследования квантово-механических систем с РТ-симметричным (parity-timesymmetric) неэрмитовым гамильтонианом показали, что в таких системах возможно существование состояний с действительными собственными значениями энергии [1, 2]. В оптике аналогичными свойствами обладают неэрмитовые среды с РТ-симметричной функцией диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\vec{r}) = \varepsilon^*(-\vec{r})$ с четной действительной $\operatorname{Re} \varepsilon(\vec{r})$ и нечетной мнимой $\operatorname{Im} \varepsilon(\vec{r})$ частями (рис. 1*a*). Благодаря балансу усиления и поглощения, в таких средах возможно распространение РТ-симметричных мод с действительными значениями волновых чисел [3, 4]. Кроме того, в РТ-симметричных средах существует особая точка (ОТ) спонтанного распада РТ-симметричных состояний [5, 6], т.е. критическое значение параметров системы, при изменении которых в среде появляются РТ-несимметричные моды, распространяющиеся с усилением и поглощением. Именно вблизи ОТ теоретически предсказаны и экспериментально обнаружены такие необычные оптические явления, как: однонаправленное брэгговское отражение, или однонаправленная невидимость [7-9]; увеличение пропускания среды при повышении поглощения в случае пассивных РТсимметричных материалов [10, 11]; асимметричное деление коротких оптических импульсов диспергирующей РТ-симметричной среде спектральная В [12]; сингулярность [13, 14].

В настоящей работе рассмотрено взаимодействие коротких оптических импульсов с РТ-симметричным фотонным кристаллом (ФК) при наличии частотной сингулярности спектральных коэффициентов отражения $R(\omega)$ и прохождения $T(\omega)$, в том числе в случае материальной дисперсии. Линейная задача динамической брэгговской дифракции импульсов в ФК решена спектральным методом в двухволновом приближении. Для восстановления РТ-симметричных свойств среды использован метод широкополосной квази-РТ-симметрии [15]. Показано, что в особой точке распада РТ-симметричных мод поля коэффициенты отражения и прохождении и прохождении изменяются незначительно. Однако даже при малом отклонении от ОТ при определенной толщине ФК возникают частотные сингулярности коэффициентов $R(\omega)$ и $T(\omega)$. Это приводит к большому сужению спектров импульсов и к их затягиванию во времени. Наблюдается также асимметрия отражения импульсов при смене знака брэгговского угла падения излучения на ФК.

Представим резонансную диэлектрическую проницаемость диспергирующего ФК в виде $\varepsilon(z, \omega) = \varepsilon_0 + \varepsilon'(z, \omega) + i\varepsilon''(z, \omega)$. Из соотношения Крамерса-Кронига следует, что учет частотной зависимости функции $\varepsilon''(z, \omega)$ приводит к нарушению условия РТсимметрии среды. Восстановление РТ-симметричных свойств ФК для квазимонохроматического импульса возможно в случая использования условия широкополосной квази-РТ-симметрии, когда ширина спектра импульса гораздо меньше, чем ширина линии неоднородного уширения среды [8, 12, 15]. В частном случае пренебрежения дисперсией запишем

$$\varepsilon(z,\omega_0) = \varepsilon_0 + \varepsilon_r(\omega_0)\cos(hz) + i\varepsilon_i(\omega_0)\sin(hz) =$$

= $\varepsilon_0 + \varepsilon_1(\omega_0)\exp(-ihz) + \varepsilon_{-1}(\omega_0)\exp(ihz),$ (1)

где $h = 2\pi/d$ - модуль вектора обратной решетки ФК, d - период решетки, ω_0 - брэгговская частота, совпадающая с частотой резонансного усиления и поглощения в ФК, $\varepsilon_{1,-1}$ - коэффициенты Фурье функции $\varepsilon(z)$:

$$\varepsilon_1 = (\varepsilon_r - \varepsilon_i)/2, \quad \varepsilon_{-1} = (\varepsilon_r + \varepsilon_i)/2.$$
 (2)

Значения параметров, при которых имеет место ОТ распада РТ-симметричных решений, задаются условием $\varepsilon_r(\omega_0) = \varepsilon_i(\omega_0)$, т.е. $\varepsilon_1 \varepsilon_{-1} = 0$. Степень близости параметров системы к ОТ будем задавать величиной $\sigma(\omega_0) = \varepsilon_i / \varepsilon_r$.



Рис. 1. *а* – четная и нечетная функции распределения реальной и мнимой частей диэлектрической проницаемости в РТ-симметричном фотонном кристалле (ФК), *б* – схемы падения импульсов слева и справа на ФК.

Пусть на структуру падает импульс $E_{in}(\vec{r},t) = A_{in}(t) \exp(i\vec{k}_0 \cdot \vec{r} - i\omega_0 t)$ с амплитудой $A_{in}(t)$, где $\vec{k}_0 = (k_0 \sin \theta, sk_0 \cos \theta)$, θ - угол падения, $k_0 = \omega_0 / c$, ω_0 - центральная частота, s = +1 при падении слева, s = -1 при падении справа (рис. 16).

Используем спектральный метод для решения задачи распространения импульса. Представим поле падающего импульса в виде интеграла Фурье и решим аналитически задачу динамической брэгговской дифракции в ФК в двухволновом приближении для каждой спектральной компоненты поля [15], т.е. найдем соответствующие амплитуды волн и дисперсионные соотношения для волновых векторов в ФК. Иными словами, вычислим спектральные амплитудные коэффициенты отражения $R(\Omega)$ и прохождения $T(\Omega)$, где $\Omega = \omega - \omega_0$. Далее, проводя фурье-синтез, получим величины полей в любой точке ФК в определенный момент времени, т.е., в частности, определим зависимости от времени амплитуд отраженного R(t) и прошедшего T(t) импульсов.

Полученные спектральные амплитудные коэффициенты отражения $R(\Omega)$ и прохождения $T(\Omega)$ фотонного кристалла имеют вид

$$R(\Omega) = i \frac{\varepsilon_r (1 - s\sigma) \sin \varphi}{2[W \cos \varphi - i\alpha \sin \varphi]} = i \frac{\varepsilon_r (1 - s\sigma) \sin \varphi}{2W} T(\Omega), \qquad (3)$$

$$T(\Omega) = \frac{W}{W\cos\varphi - i\alpha\sin\varphi},\tag{4}$$

где

$$W = \sqrt{\alpha^2 - \varepsilon_1 \varepsilon_{-1}}, \quad -\varepsilon_1 \varepsilon_{-1} = (\varepsilon_i^2 - \varepsilon_r^2)/4 = \varepsilon_r^2 (\sigma^2 - 1)/4.$$
(5)

Величина $\alpha = \alpha_{\Omega} - \alpha_{\theta}$ определяет отклонение от точного брэгговского условия по углу $\Delta \theta = \theta - \theta_B = 0$ и частоте $\Omega = 0$, где $\alpha_{\Omega} = 2(\Omega/\omega_0)\varepsilon_0 \cos^2 \theta_B$, $\alpha_{\theta} = \Delta \theta \varepsilon_V \sin 2\theta_{BV}$, $\cos \theta_B = \lambda_0 / 2d \sqrt{\varepsilon_0}$, $\sin \theta_{BV} = \sqrt{\varepsilon_0 / \varepsilon_V} \sin \theta_B$, ε_V - диэлектрическая проницаемость среды, окружающей ФК. Фаза $\varphi = k_0^2 WL/h$ варьируется при изменении толщины L = Nd фотонного кристалла и параметра близости к ОТ σ , здесь N - число периодов.

Из выражений (3)-(5) следует, что точно в ОТ, при $\sigma = 1$, величина $|T(\Omega)|^2 = 1$ при любых α . Сингулярности в (3) и (4) отсутствуют. При отклонении от ОТ, $\sigma \neq 1$, вблизи условия Брэгга $|\alpha| << 1$ у функций $R(\Omega)$ и $T(\Omega)$ появляются полюсы Ω_j в комплексной плоскости частот $\Omega = \Omega' + i\Omega''$. Таким образом, возникают частотные сингулярности, при которых $R(\Omega_j), T(\Omega_j) \rightarrow \infty$. Значения фаз в этом случае $\varphi \approx (\pi/2)(2m+1)$, где m = 0, 1, 2, ...



Рис. 2. Спектры $R(\Omega)$ при различных значениях параметра σ ; S – спектр падающего импульса, $k_z < 0$. Параметры: N = 109, $\lambda_0 = 0.8$ мкм, d = 0.5 мкм, $\epsilon_0 = 1.3$, $\epsilon_r = 0.0254$.

Полюсы необходимо учитывать при выполнении фурье-синтеза, т.е. при нахождении временных зависимостей функций R(t) и T(t). Из принципа причинности следует [16, 17], что если полюсы находятся в нижней полуплоскости комплексной частоты, то пределы интегрирования в интеграле прямого преобразования Фурье следует брать только по действительной оси частот. Если же полюс находится в верхней полуплоскости, то необходимо проводить интегрирование выше полюса.

Графики на рис. 2 показывают изменения спектров отражения импульсов $R(\Omega)$ в зависимости от параметра близости к ОТ σ . Отметим, что при $\sigma > 1$ в ФК распространяются РТ-симметричные моды поля. Видно, что спектр отраженного импульса при $\sigma = 1.1$ значительно уже не только по сравнению со спектром падающего импульса, кривая *S*, но и по отношению к спектрам при других близких значениях $\sigma = 1.11$; 1.09. Величина коэффициента отражения при $\sigma = 1.1$ многократно увеличивается. Это связано с появлением в ФК частотной сингулярности, поскольку при данном значении σ и выбранном числе периодов N = 109 величина фазы в (3), (4) близка к критическому значению $\varphi \approx \pi/2$.

Сужение спектров отраженных и прошедших импульсов в условиях частотной сингулярности неминуемо должно приводить к соответствующему затягиванию импульсов во времени. На рис. 3 представлены графики интенсивностей отраженных и прошедших импульсов при различных значениях σ . При выбранных здесь параметрах, полюсы функций $R(\Omega)$ и $T(\Omega)$ лежат в нижней полуплоскости. Из сравнения графиков видно, что малое изменение σ на 1% приводит к многократному увеличению длительности и усилению импульсов. По сравнению с падающим импульсом

длительность отраженного сигнала возрастает более чем в 20 раз. Дальнейшее увеличение числа периодов структуры *N* приводит к появлению полюсов функций в



Рис. 3. Интенсивности падающего (I_{in}), отраженного (R) и прошедшого (T) импульсов для ФК с N = 109 при $\sigma = 1.10$ и $\sigma = 1.09$.

верхней полуплоскости комплексных частот, происходит переход к режиму лазерной генерации излучения в ФК.

Отметим, что описанная сверхмонохроматизация и усиление импульсов в РТсимметричных ФК за счет частотной сингулярности при определенных значениях параметра близости к особой точке сохраняется и в случае учета дисперсии при широкополосной РТ-симметрии среды. Существует также асимметрия отражения импульсов при смене знака брэгговского угла падения излучения на ФК.

- 1. C. M. Bender and S. Boettcher // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 5243.
- 2. Z. Bian et al. // Phys. Rev. Res. 2020. V 2. P. 022039(R).
- 3. A. Ruschhaupt, F. Delgado and J. G. Muga // J. Phys. A. 2005. V. 38. P. L171.
- 4. M.-A. Miri and A. Alù // Science. 2019. V. 363. P. eaar7709.
- 5. A. Guo et al. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103, P. 093902.
- 6. K. H. Kim et al. // Nature Commun. 2016. V. 7, P.13893.
- 7. M. Kulishov et al. // Opt. Expr. 2005. V. 13. P. 3068.
- 8. V. A. Bushuev et al. // Opt. Lett. 2019. V. 44. P. 5667.
- 9. L. Feng et al. //Science. 2011. V. 333. P. 729.
- 10. A. Guo et al. // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 103. P. 093902.
- 11. В. А. Бушуев, Б. И. Манцызов // ЖЭТФ. 2022. Т. 162. С. 322-330.
- D. M. Tsvetkov, V. A. Bushuev, B. I. Mantsyzov // Phys. Rev. A. 2019. V. 99. P. 023846.
- 13. A. Mostafazadeh // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102. P. 220402.
- 14. Y. D. Chong et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V. 105. P. 053901.
- 15. D. M. Tsvetkov et al. // Phys. Rev. A. 2018. V. 98. P. 053844.
- 16. Л. Д. Ландау, Е. М. Лившиц. Электродинамика сплошных сред (Физматлит, 2003), Гл. 9.
- 17. J. Skaar // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. P. 026605-7.

Гигантский эффект термической модуляции пропускания света ENZмассивом плазмонных наностержней в жидких кристаллах

В.Б. Новиков¹, А.А. Доценко^{1,2}, С.В. Сотничук², Н.К. Давиденко², А.Ю. Бобровский³,

К.С. Напольский^{2,3}, Т.В. Мурзина¹ ¹Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия ²Факультет наук о материалах МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия ³Химический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия vb.novikov@physics.msu.ru

Управление параметрами светового излучения является одной из центральных задач современной фотоники и систем обработки информации. Особый интерес здесь вызывают оптические метаматериалы благодаря своим необычным оптическим свойствам и резонансному характеру взаимодействия со светом. Комбинирование нематических жидких кристаллов (ЖК) с такими системами позволяет контролируемо перестраивать их характеристики, например, с помощью изменения температуры, приложением электрического или магнитного полей [1].

Перспективным видом искусственных оптических структур являются анизотропные Epsilon-Near-Zero (ENZ) метаматериалы, представляющие собой среды, в которых обыкновенная ε_0 или необыкновенная ε_e компонента тензора диэлектрической проницаемости ε близка к нулю в окрестности определенной длины волны света λ_{ENZ} . Экспериментально ENZ режим ε достигается, например, в массивах плазмонных наностержней, расположенных внутри диэлектрической матрицы, или при чередовании нанослоев металла и диэлектрика.

ENZ особенность композитов приводит к возникновению разнообразных оптических эффектов. Так, малая величина є может приводить к усилению напряженности электрического поля световой волны в ENZ метаматериале, многократно увеличивая эффективность генерации оптических гармоник и самовоздействия света в нем. Более того, небольшая по величине модуляция близкого к нулю є под действием высокоинтенсивной лазерной накачки позволяет изменять мощность и поляризацию зондирующего излучения [2, 3]. Высокая чувствительность оптического отклика ENZ метаматериалов к параметрам эффективной диэлектрической проницаемости композита делает существенными обычно слабые эффекты пространственной дисперсии и связанной с ней нелокальности оптического отклика структуры в ENZ спектральной области. В частности, в массивах плазмонных наностержней возникает эффект нулевого пропускания и появление фазовых сингулярностей в спектрах прохождения света. Недавно эти особенности позволили получить пространственно-временные оптические вихри [4] и наблюдать эффекты быстрого и медленного света [5]. Возникновение таких ярких динамических явлений связано с нелокальностью отклика структуры и возбуждением в наностержнях плазмонных мод, параметры которых определяются, в частности, диэлектрической проницаемостью матрицы. Контролируемое изменение ее параметров может быть применено для управления светом, с помощью ENZ массива плазмонных наностержней.

В данной работе экспериментально и численно исследована гибридная оптическая структура, состоящая из массива упорядоченных золотых наностержней в матрице анодного оксида алюминия (AOA), свободностоящие сегменты которых окружены нематическими ЖК. Термооптические свойства ЖК использованы для эффективного модулирования коэффициента пропускания света.

Экспериментальная структура была получена электрохимическим осаждением золота в поры пленки АОА толщиной 50 мкм, при этом был сформирован массив

параллельных наностержней (Рис. 1). Их длина составляла L = 420 нм, диаметр d = 30 нм, а расстояние между центрами a = 100 нм, что соответствует объемной доле металла в композите около 8%. Затем тонкий слой матрицы АОА селективно растворялся, оголяя золотые сегменты длиной примерно 100 нм. Свободное пространство между ними заполнялось ЖК 5СВ, которые находятся в нематической фазе при температуре ниже $T_c = 35$ °C, проявляя при этом (а) высокую оптическую анизотропию, вызванную преимущественной ориентацией молекул ЖК, и (б) значительный термооптический коэффициент показателей преломления.



Рис. 1. Изображение метаматериала со свободностоящими сегментами золотых наностержней, окруженными ЖК. Красная стрелка указывает направление падения света на структуру.

Обнаружено, что при падении р-поляризованного света со стороны матрицы AOA сформированный гибридный метаматериал демонстрирует выраженные спектральные особенности в частотно-угловых зависимостях коэффициента пропускания (τ). Так при температуре (T) структуры выше 35 °C, когда ЖК находится в изотропной фазе, наблюдается два хорошо выраженных минимума при длинах волн $\lambda_{\text{ENP}} = 525$ нм и $\lambda_{\text{ENZ}} = 639$ нм. Их положение вызвано резонансом обыкновенной компоненты ε_0 и нулевым значением действительной части ε_e соответственно, что подтверждается расчетами главных компонент тензора эффективной диэлектрической проницаемости композита с использованием модели Максвелла-Гарнетта. Особенно важно, что в окрестности угла падения $\theta_0 = 31.5^\circ$ наблюдается усиление поглощения света в ENZ спектральной области, формируя локальный λ - θ минимум пропускания.

Именно эта особенность в сочетании с термооптическими свойствами ЖК использовалась нами для эффективного управления коэффициентом пропускания света. Ее появление в спектре τ массива наностержней связано с деструктивной интерференцией двух оптических волн, представляющих собой гибридизованные моды (а) цилиндрического плазмона, распространяющегося вдоль наностержней, и (б) второй волны, связанной с дипольным откликом металлического цилиндра на электрическое поле падающей световой волны. Появление этих мод в композите с субволновыми масштабами a и d металлических элементов удается описать в рамках модели эффективной среды с пространственной дисперсией или оптической нелокальностью [5].

Обнаружено резонансное изменение коэффициента прохождения света вблизи λ_{ENZ} и угла падения θ_0 при охлаждении структуры. Так, уменьшение температуры метаматериала с 40 °C до 22 °C вызывает более чем 60 кратное изменение τ в ENZ области спектра. Это показано на Рис. 2 (а), где приведено отношение $\mathscr{F} = \tau (22 \text{ °C})/\tau (40 \text{ °C})$ спектров коэффициента прохождения при двух температурах.

Измерения пропускания при длине волны света $\lambda = 637$ нм и угле падения θ_0 показали, что (а) выраженный температурный эффект возникает именно в нематической фазе ЖК, (б) пропускание монотонно растает при охлаждении структуры, начиная с T_c , (в) τ практически не меняется с температурой в изотропной фазе (Рис. 1 (б)). Полученная нами термическая чувствительность пропускания $|d\mathcal{F}/dT|$ мала в изотропной фазе ЖК, демонстрируя значение порядка 0.01, и становится очень большой в нематической фазе. В последнем случае она меняется в диапазоне от 1°C⁻¹ при T = 22 °C до более чем 100 °C⁻¹ в области фазового перехода ЖК. Полученные значения весьма значительны. Для сравнения, в плазмонной метаповерхности, окруженной ЖК, ранее была продемонстрирована величина $|d\mathcal{F}/dT| \approx 0.04$ °C⁻¹ [1]. Наблюдаемое нами изменение τ вызвано λ - θ сдвигом локального минимума пропускания, значения которого достигают $\Delta \lambda \approx -16$ нм, $\Delta \theta \approx 2^\circ$ при охлаждении в рассматриваемом диапазоне температур 22-40 °C.



Рис. 2. (а) Спектральная зависимость отношения (\mathscr{F}) коэффициентов пропускания метаматериала при температурах 22 °C и 40 °C; угол падения θ_0 , (б) температурная зависимость \mathscr{F} при $\lambda = 637$ нм.

Теоретический анализ и численное моделирование подтверждают наблюдаемый температурный эффект изменения пропускания в ENZ метаматериале. Установлено, что его механизм связан с изменением фазовой скорости и амплитуды мод света в метаматериале при перестройке температуры ЖК, вызывая вариацию условий интерференции этих мод. Анализ температурного сдвига λ - θ минимума пропускания указывает на то, что в нематической фазе ЖК молекулы преимущественно ориентированы вдоль металлических наностержней.

Таким образом, экспериментально и теоретически обнаружен гигантский эффект термической модуляции коэффициента пропускания света ENZ метаматериалом из массива золотых наностержней, сегменты которых окружены ЖК молекулами. Показана ключевая роль нелокальности оптического отклика структуры в проявлении этого эффекта.

Работа поддержана Российским Научным Фондом, грант 22-13-00055.

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Petronellaet al. // ACS Appl. Mater. Interfaces. 2023. V. 15. No 42. P. 49468.

- 2. A.D. Neira et al. // Nat. Commun. 2015. V. 6. No 1. P. 7757.
- 3. L.H. Nicholls et al. // Nat. Photonics. 2017. V. 11. No 10. P. 628.
- 4. V.B. Novikov, and T.V. Murzina // Opt. Lett. 2023. V. 48. No 8. P. 2134.
- 5. V.B. Novikov et al. // Phys. Rev. B. 2022. V. 106. No 16. P. 165415.

Проводимость многослойных примесных углеродных нанотрубок полупроводникового типа

С.Ю. Глазов¹, Н.Е. Мещерякова¹, И.А. Подгорная^{1,2} ¹Волгоградский государственный социально-педагогический университет ²Волгоградский государственный медицинский университет <u>ser-glazov@yandex.ru</u>

Современные технологии позволяют получать углеродные нанотрубки (УНТ) практически без примесей [1], так называемые «чистые» нанотрубки. В работе [2] изучена проводимость беспримесных однослойных УНТ различных типов в электрического поля, получены присутствии постоянного вольтамперные характеристики, выявлены участки дифференциальной отрицательной проводимости. В [3] приведены результаты исследования влияния переменного электрического поля на проводимость и генерацию высших гармоник тока вертикально выровненного массива полупроводникового типа, находящегося олнослойных УНТ В постоянном электрическом поле, и выявлен эффект абсолютной отрицательной проводимости.

Наличие примесей существенно влияет на проводимость УНТ. В [4] исследована зависимость плотности тока в однослойных УНТ от характеристик приложенных статического и переменного электрических полей с учетом ионизации примесных центров и показано, что ионизация приводит к росту концентрации носителей заряда в минизоне проводимости и соответственно, к увеличению плотности тока. Большой интерес исследователей вызывают многослойные УНТ. Данная работа посвящена исследованию проводимости многослойных УНТ полупроводникового типа с учетом ионизации примесей.

Энергетический спектр носителей заряда в однослойной УНТ типа zigzag (*m*,0) в приближении сильной связи имеет вид

$$\varepsilon(\vec{p}) = \pm \gamma \sqrt{1 + 4\cos(ap_z)\cos\left(\frac{\pi s}{m}\right) + 4\cos^2\left(\frac{\pi s}{m}\right)},\tag{1}$$

где квазиимпульс \vec{p} задается как (p_z, s) , $\gamma \approx 2.7$ эВ, $a = 3b/2\hbar$, b = 0.142 нм – расстояние между соседними атомами углерода, $s = 1, 2 \dots m$, разные знаки относятся к зоне проводимости и валентной зоне.

Плотность электрического тока, возникающего в многослойной УНТ под действием внешних электрических полей, найдена с помощью кинетического уравнения Больцмана с модельным интегралом столкновений Батнагара–Гросса–Крука при учете темпа генерации и рекомбинации. Взаимодействием между слоями пренебрегаем. При описании ионизации атомов под действием внешних электрических полей применен квазиклассический метод мнимого времени. Процесс перехода электрона с примесного уровня в зону проводимости представляет собой туннелирование электрона через потенциальный барьер. При этом предполагалось выполнение условия

$$Im(S) \gg \hbar$$
 (2)

необходимого для применения квазиклассического приближения. Здесь *S* – классическое действие, которое набирает частица при подбарьерном движении, определяемое формулой

$$S = \int_0^{t_0} \left[\varepsilon \big(p(t) \big) - V \right] dt, \tag{3}$$

V-энергия залегания примеси.

Начало интенсивного роста тока и длительность процесса установления насыщения ионизации определяются характеристиками примеси: глубиной залегания и концентрацией. Наличие примесных центров увеличивает значение силы тока, начиная с определенного значения поля, причем для глубоких примесей этот эффект проявляется в случае более сильных полей. Меняя параметры внешних приложенных электрических полей, можно оценить глубину залегания примеси.

Численный анализ проведен для многослойной УНТ, состоящей из трех нанотрубок типа zigzag (m,0) полупроводникового типа при $m_1 = 14$, $m_2 = 23$ и $m_3 = 32$.

На рис.1 показана зависимость силы тока от напряженности постоянного электрического поля E_1 при фиксированных значениях частоты ω и амплитуды переменного электрического поля E_0 . Сплошной линией представлен график, соответствующий «чистым» (без примесей) УНТ, пунктирной – с учетом ионизации примесей. Начало роста тока и длительность процесса установления насыщения ионизации определяются глубиной залегания примесеи и ее концентрацией.



Рис. 1. Зависимости силы тока от напряженности постоянного электрического поля в безразмерных единицах при $\omega/v=2$; $a - aeE_0/v = 3$, a) m = 14; δ) m = 23; e) m = 32; e) совместная.

В проведенном исследовании произведена оценка параметров полей, для которых выполняются условия применимости квазиклассического приближения и метода мнимого времени при учете ионизации примеси.

ЛИТЕРАТУРА

1. E.A. Zhukova et al. // Mater. Today. Proc. 2018. V. 5. No. 12. Art. No. 25948.

2. М.Б. Белоненко, С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова // ФТП. 2010. Т. 44. № 9. С. 1248.

3. С.А. Максименко, Г.Я. Слепян // РиЭ. 2002. Т. 47. № 3. С. 261.

4. С.Ю. Глазов, Н.Е. Мещерякова, И.А. Подгорная // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 1. С. 58.

Хиральный свет в Фабри-Перо резонаторе

С.А. Дьяков¹, Н.С. Салахова¹, А.В. Игнатов¹, И.М. Фрадкин^{1,2} и Н.А. Гиппиус¹ ¹Сколковский институт науки и технологий ²Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет) Natalia.Salakhova@skoltech.ru

Хиральность — это свойство объекта, при котором он не может быть сопоставлен со своим зеркальным отражением путем вращения и перемещения. Свойства объектов с разной хиральностью, так же называемые энантиомерами, зачастую отличаются, в частности хиральные молекулы лекарственных средств разной закрученности оказываются более или менее эффективными. Исследования взаимодействия света с хиральным веществом чрезвычайно важны для создания методик, позволяющих разделять органические молекулы разных хиральностей. Одним из подходов является создание резонаторов, поддерживающих моды с хиральным электромагнитным полем, которое по-разному взаимодействует с правым или левыми энантиомерами [1]. Наиболее известными примерами хирального поля являются правая и левая циркулярнополяризованные волны, а также суперпозиция таких волн одной хиральности.

В данной работе мы теоретически исследовали резонаторы Фабри-Перо, поддерживающие стоячие волны с высокой плотностью хиральности [2]. Зеркала таких резонаторов представляют собой одномерные фотонно-кристаллические пластины, сделанные из Ван-дер-Вальсового материала As₂S₃. Данный материал обладает одной из наибольших известных на данный момент анизотропией в плоскости [3]. Анизотропия предоставляет дополнительную степень своды и позволяет создать хиральные резонаторы разных геометрий.



Рис. 1. (а) Коэффициенты отражения и прохождения хирального фотонно-кристаллического зеркала для света с левой и правой поляризацией. Плотность хиральности (b) и нормированная интенсивность излучение хирального диполя (c) в зависимости от расстояния между зеркалами резонатора. (d) Распределение плотности хиральности электромагнитного поля внутри резонатора в x-z сечении.

Мы продемонстрировали, что одномерная фотонно-кристаллическая пластина, сделанная из анизотропного материала, может использоваться в качестве так называемого «handedness-preserving mirror». Такое зеркало сохраняет поляризацию циркулярно-поляризованного света при отражении в отличии от обычных металлических или диэлектрических Брэгговских зеркал [4]. Отклонение оси анизотропии материала от направления периодичности кристалла на угол отличный от 0 или 90 градусов (смотри рис.1) позволяет понизить симметрию системы, в следствии чего она приобретает хиральные свойства. Резонатор Фабри-Перо, состоящий из таких

хиральных зеркал, обладает конституционной хиральностью. Предполагая, что модуль коэффициента отражения зеркал близок к 1, мы можем вывести условие, при котором в такой структуре наблюдается резонанс:

$$g = \frac{1}{k} (-\arg r + \pi N) \tag{1}$$

При расстоянии между зеркалами g, удовлетворяющем данному условию, в резонаторе устанавливается стоячая волна из двух волн одной и той же поляризации, распространяющихся вверх и вниз. Итоговое поле имеет линейную поляризацию в каждой точке внутри резонатора, однако направление поляризации вращается по правому или левому винту в зависимости от выбранной геометрии. На рис.1 показан случай волны с левой поляризацией. Изображенные на панелях (b, c) плотность хиральности $C = \text{Im}(\vec{E} \cdot \vec{H}^*)$ и нормированная интенсивность излучение хирального диполя $I = (\vec{E} \cdot \vec{E}^*) + (\vec{H} \cdot \vec{H}^*)$ имеют явно выраженные резонансы при значениях g, соответствующих (1). Также можем видеть на панели (d), что плотности хиральности равномерна по всему объему резонатора, что дает существенное преимущество для исследования взаимодействия с хиральным веществом по сравнению со структурами, создающими лишь локально-хиральные поля.



Рис. 2. (а) Коэффициенты отражения и прохождения фотонно-кристаллического зеркала для света с левой и правой поляризацией. Плотность хиральности (b) и нормированная интенсивность излучение хирального диполя (c) в зависимости от расстояния между зеркалами резонатора. (d) Распределение плотности хиральности электромагнитного поля внутри резонатора в x-z сечении.

Понизить симметрию системы так же можно используя поворот двух одномерных фотонно-кристаллических зеркал относительно друг друга в плоскости. Рассмотрим систему, в которой фотонно-кристаллические слои сделаны из изотропного материала или ось анизотропии находится под угол 0 или 90 градусов к направлению периодичности. Такое зеркало будет одинаково отражать правую и левую циркулярные поляризации (смотри рис. 2 (а)), однако резонатор, образованный парой зеркал, будет обладать хиральными свойствами. Такая геометрия обладает конфигурационной т хиральностью. Как и в предыдущем случае, предположим, что модуль коэффициентов отражения близок к единице, тогда, добавляя поворот зеркал на углы $+\alpha$ и $-\alpha$, получим условие для резонансных расстояний между зеркалами:

$$g = \frac{1}{k} \left(-\arg r + 2\alpha + \pi N \right) \tag{2}$$

Для такого резонатора при отличии угла α от 0, $\pi/4$ и $\pi/2$ резонансные расстояния между зеркалами для правой и левой поляризаций отличаются, что хорошо видно на рис.2 (b, c), однако в противном случае волны правой и левой поляризаций будут интерферировать и итоговое полу будет обладать нулевой хиральностью. В резонаторе

с конфигурационной хиральностью плотность хиральности так же равномерно распределена по всему объему, что видно на рис.2 (d).

Так же можно сделать резонатор, сочетающий в себе оба типа хиральности и конституционную и конфигурационную. Для резонатора из двух хиральных фотоннокристаллических зеркал, сделанных из анизотропного материала, и повернутых относительно друг друга резонансное условие принимает вид:

$$g = \frac{1}{n} \left(-\arg r + 2\alpha + \pi N \right) \tag{3}$$

Полная зависимость плотности хиральности от расстояния и угла поворота приведена на рисунке 3.



Рис. 3. (а) Плотность хиральности в зависимости от расстояния между зеркалами резонатора и относительным углом поворота.

Практическая привлекательность такой конфигурации заключается в том, что для любого экспериментально достижимого расстояния между зеркалами мы можем получить поле с высокой плотностью хиральности, настроившись на резонансное условие изменением угла относительного поворота, или наоборот. Также следует учитывать, что и сами хиральные зеркала на основе одномерных фотонно-кристаллических пластин просты в изготовлении в сравнении с представленными в литературе двумерными диэлектрическими фотонно-кристаллическими зеркалами сложной формы и периодическими структурами из металлических частиц.

- [1] J. Feis, D. Beutel, J. Köpfler, X. Garcia-Santiago, C. Rockstuhl, M. Wegener и I. Fernandez-Corbaton, «Helicity-Preserving Optical Cavity Modes for Enhanced Sensing of Chiral Molecules,» *Physical Review Letters*, т. 124, р. 033201, January 2020.
- [2] S. A. Dyakov, N. Salakhova, A. V. Ignatov, I. M. Fradkin, V. P. Panov, Y.-k. Song и N. A. Gippius, *Chiral light in twisted Fabry-Pérot cavities*, arXiv, 2023.
- [3] A. S. Slavich, G. A. Ermolaev, M. K. Tatmyshevskiy, A. N. Toksumakov, O. G. Matveeva, D. V. Grudinin, A. Mazitov, K. V. Kravtsov, A. V. Syuy, D. M. Tsymbarenko, M. S. Mironov, S. M. Novikov, I. Kruglov, D. A. Ghazaryan, A. A. Vyshnevyy, A. V. Arsenin, V. S. Volkov и K. S. Novoselov, *Exploring van der Waals materials with high anisotropy: geometrical and optical approaches*, arXiv, 2023.
- [4] V. A. Fedotov, A. V. Rogacheva, N. I. Zheludev, P. L. Mladyonov и S. L. Prosvirnin, «Mirror that does not change the phase of reflected waves,» *Applied Physics Letters*, т. 88, February 2006.

Оптическая диагностика наночастиц перспективных для задач биомедицины

<u>Г.О. Силаев^{1,2}</u>, Ф.В. Верещагин¹, А.Т. Шайдулин^{2,3}, Е.О. Орловская³, Ю.В. Орловский³, Ю.Г. Вайнер^{1,2}

¹Институт спектроскопии РАН, 108840, г. Москва, Троицк, ул. Физическая, д.5 ²Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 101000, г. Москва, ул. Мясницкая, д. 20 ³Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН, 119991 ГСП-1, г. Москва, ул. Вавилова, д.38 vainer@isan.troitsk.ru

Разработка и совершенствование методов оперативной диагностики наночастиц (НЧ) является важной задачей современной науки и техники. Наиболее используемыми для визуализации НЧ методами являются методы электронной и атомно-силовой микроскопии, позволяющие проводить измерения с нанометровым пространственным разрешением. Однако эти методы малодоступны и характеризуются сложной и трудоемкой процедурой подготовки образца, а также большой длительностью процессов измерения и обработки полученных данных, и, кроме того, оказывают сильное нежелательное воздействие на образец. Принципиальным ограничением электронной микроскопии является малая пригодность этого метода для исследований частиц в водных средах. Это обстоятельство сильно ограничивает возможности применения электронной микроскопии для исследования объектов биологической природы в нативных условиях, так как требует их высушивания, что неизбежно приводит к необратимым искажениям получаемой информации.

Методы оптической диагностики в большинстве случаев обладают более низким пространственным разрешением. Однако, как показывают результаты многочисленных работ, выполненных в последние десятилетия, это обстоятельство не препятствует возможности их применения для целей оптической визуализации и характеризации одиночных НЧ самой разной природы, в том числе биологической, в водных средах. Кроме того, оптические методы, в отличие от вышеупомянутых, характеризуются существенно более высокой оперативностью и бо́льшей доступностью, а также, в большинстве случаев, высокой чувствительностью, позволяющей визуализировать не только одиночные НЧ, но и одиночные атомы и молекулы. Важными преимуществами оптических методов и, в частности, методов оптической микроскопии, являются возможность достижения пренебрежимо малого воздействия на исследуемый образец и возможность изучения образцов в водных средах, что особенно важно при изучении частиц биологической природы.

В докладе представлены результаты применения высокочувствительного темнопольного лазерного ультрамикроскопа, работающего по схеме «светового листа»[1], в режиме регистрации упругого рассеяния света, для исследования наночастиц в жидких средах различной природы, перспективных для дальнейшего применения в различных задачах биомедицины. Разработанный микроскоп позволяет визуализировать в водных растворах одиночные НЧ размерами до 10 нм и менее, определять их индивидуальные размеры, основываясь на анализе их траекторий броуновского движения, а также отличать одиночные НЧ от агрегатов, основываясь на анализе сигналов упругого рассеяния света.

В докладе излагаются результаты применения разработанного микроскопа, для изучения кристаллических наностержней на основе лантана фторида - LaPO₄,

допированного ионами празеодима Pr^{3+} (LaPO₄:Pr³⁺), синтезируемых с применением метода гидротермального коллоидного синтеза.



Рис. 1 Микрофотограмма наностержней LaPO₄:Pr³⁺, полученная с помощью просвечивающего электронного микроскопа.

Интерес к изучению указанных НЧ связан с перспективностью их применения для малоинвазивной фототерапии раковых опухолей. Это объясняется тем, что НЧ LaPO4: Pr^{3+} позволяют осуществлять эффективное преобразование рентгеновского излучения, используемого в медицине, в излучение УФ-С диапазона (100-280 нм), и, таким образом, реализовать доставку УФ-С излучения в подлежащую фототерапии опухоль, в которую предварительно вводятся указанные НЧ. Необходимость целенаправленно помещать данные наностержни в определенные новообразования делает актуальным изучение их гидродинамических свойств и процессов агрегации, поскольку указанные нежелательные процессы сильно затрудняют доставку НЧ в ткани, пораженные раковой опухолью. В докладе обсуждаются результаты изучения процессов агрегации НЧ LaPO4: Pr^{3+} в водных растворах.



Рис.2 Распределения гидродинамических радиусов синтезированных коллоидных наностержней LaPO₄: Pr^{3+} и образуемых ими кластеров, измеренные в различных жидких растворах: (а) - в очищенной деионизированной воде с pH = 7; (б) - в слабом растворе NaOH с pH=9.

ЛИТЕРАТУРА

1. G.O. Silaev et al. Phys. Wave Phenom. 31, 160-170 (2023).

Локализация света в хиральных микрорезонаторах для топологической фотоники

И. В. Тимофеев^{1,2}

¹Институт физики им. Л.В. Киренского, ФИЦ КНЦ СО РАН ²Сибирский федеральный университет, г. Красноярск tiv@iph.krasn.ru

Топологическая фотоника [1,2] возникла в результате открытия топологического изолятора для фотонов. Ключевой принцип объемно-краевого соответствия пришел в оптику из физики конденсированного состояния [3] вместе с такими концепциями как фотонные кристаллы [4], оптические таммовские состояния [5,6] и связанные состояния в континууме [7]. Универсальный язык топологии позволил создать впечатляющий ряд миниатюрных фотонных устройств, таких как микролазеры [8], спектрометры, модуляторы, интерферометры, волноводы, коронографы, перестраиваемые дифракционные решетки, голограммы и линзы толщиной порядка микрометра с диапазоном использования от очков дополненной реальности до создания новых протоколов для обработки квантовой информации. С одной стороны, непосредственные причины бума в топологической фотонике кроются в развитии технологий, таких как прецизионная фотополимерная печать анизотропными оптическими материалами. С другой стороны, освоение субволнового масштаба открывает новые способы генерации и управления светом, основанные на дифракции и интерференции. Этим дифракционные фазовые волновые пластины и метаповерхности отличаются от классических зеркал, линз и призм, где управление светом происходит посредством изменения геометрической формы поверхности И показателя преломления. Топологические состояния наблюдаются в видимом и инфракрасном диапазонах частот, с использованием решетки спиральных волноводов, решетки кольцевых резонаторов, на поляритонных цепях и антенных решетках резонаторов.

Актуален вопрос о наличии топологических состояний в материалах, способных изменять ориентацию оптической оси на волновом и субволновом масштабе. Для его решения требуется обобщить закономерности топологической фотоники на векторные поля. В анизотропных материалах зеркальная симметрия нарушается за счет структурной хиральности. В поляризационной оптике становится существенным учет геометрической (топологической) фазы [9,6], которая еще до появления концепции топологической фотоники была использована Владимирским, Рытовым, Панчаратнамом, Берри и другими авторами при описании особенностей зонной структуры, поляризации на сфере Пуанкаре и сингулярной фазы вблизи нулевой амплитуды в центре оптического вихря. Уже в случае плоских слоистых структур закручивание оптической оси сопровождается отражением от анизотропных слоев и локализацией света в плоскости [10]. Частичная локализация в ортогональных направлениях возможна при переходе от однородных к структурированным слоям на примере диэлектрической метаповерхности, трехмерно-периодической голубой фазы электроконвективно неустойчивой холестерика, доменной структуры жидкокристаллического слоя [11]. Такие периодические структуры получаются в результате самоупорядочения мягкой материи.

Топологические свойства вещества и поля двойственны: самоупорядочению фотонных структур на основе мягкой материи отвечает устойчивость оптических волн, распространяющихся в таких структурах. При этом структура частично навязывает свою симметрию и топологию распространяющемуся в ней свету. Например, анизотропные структуры порождают поляризованные волны, а в геликоидальных структурах локализуются геликоидальные стоячие волны. При расчете рассеяния и локализации волн в хиральных фотонных структурах важен учет геометрической фазы, которая объясняет высокую чувствительность резонансной длины волны и поляризации к внешним воздействиям. Такая чувствительность приводит к созданию новых управляемых с высокой точностью хиральных фотонных устройств.

Работа выполняется при поддержке Российского научного фонда № 24-12-00236, https://rscf.ru/project/24-12-00236/

- 1. A.B. Khanikaev, A. Alù // Nature Commun. 2024, V. 15, P. 931.
- A.S. Sergeev "Topological insulators and geometry of vector bundles" // arXiv:2011.05004 (2020)
- 3. A.S. Ustinov, A.S. Shorokhov, D.A. Smirnova // Письма в ЖЭТФ, 2021, Т. 114, С. 787– 788.
- 4. В.И. Белотелов, А.К. Звездин "Фотонные кристаллы и другие метаматериалы" (Библиотечка "Квант" № 94) М.: Бюро Квантум, 2006.
- 5. M.A. Kaliteevski et. al. // Phys. Rev. B. 2007. V. 76. P. 165415.
- 6. С.Я. Ветров, И.В. Тимофеев, В.Ф. Шабанов // УФН, 2020, Т. 190, С. 37-62.
- 7. A.F. Sadreev // Reports Prog. Phys. 2021, V. 84, P. 055901.
- 8. A. Dikopoltsev et al. // Science 2021, V. 373, P. 1514-1517.
- 9. Д.Н. Клышко // УФН, 1993, Т. 163, С. 1–18.
- 10. M.-Y. Lin, W.-H. Xu, R.G. Bikbaev et al. // Materials (Basel). 2021, V. 14, P. 2788.
- 11. V.A. Gunyakov et al. // Opt. Mater. 2020. V. 100, P. 109630.

Моделирование переноса фотонов во фрактальном волноводе при учете нелинейности 3-5 порядков

P.P. Трофимов, Н.Н. Конобеева Волгоградский государственный университет <u>r.trofimov@volsu.ru</u>

Данная работа посвящена исследованию распространения фотонов в волноводной системе с фрактальным поперечным сечением в виде треугольника и квадрата Серпинского с гексагональной структурой.

В последние десятилетия число исследований и вариантов использования материалов с фрактальной структурой многократно увеличилось. Такая тенденция связана в первую очередь с новыми свойствами, которые приобретают системы, а также с улучшением характеристик существующих устройств [1-3].

Отметим, что влияние фрактальной размерности очень ярко проявляется в квантовом транспорте [4]. Например, на наномасштабах речь идет о переносе заряда, спина и тепла [5], в том числе электронов [6]. Но также можно говорить о квантовом переносе других частиц, в частности, фотонов. Так в работе [7] изучены особенности диффузии одиночных фотонов во фрактальной фотонной решетке. При этом при проведении вычислительных экспериментов не учитывалась нелинейность, которая может оказаться важным фактором при обобщении имеющихся моделей, чтобы они лучше соответствовали реальной физике.

В настоящей работе будет учтена нелинейность 3-5 порядков, которая имеет место в различных системах, например, в воздухе, в оптическом стекле и пр. [8]. Также ранее не рассматривалась гексагональная структура ячеек фрактальной сетки, что актуально с точки зрения использования графеновых материалов, имеющих такую структуру, для создания волноводных устройств.

Связь оператора эволюция одиночных фотонов с гамильтонианом системы *Н* определяется соотношением:

$$\left| \left(t \right) \right\rangle = e^{-iHt} \left| \left(0 \right) \right\rangle, \tag{1}$$

здесь $|(0)\rangle$ - начальное состояние системы, $|(t)\rangle$ - состояние в момент времени *t*.

В приближении сильной связи гамильтониан имеет вид:

$$H = -\lambda \cdot \sum_{k,m} t_{k,m} a_m^+ a_k, \qquad (2)$$

здесь a^+ , a^- операторы рождения-уничтожения частицы в определенном узле, $t_{k,m}$ – интеграл перескока между узлами m и k, λ - константа взаимодействия между узлами, определяющая расстояние между соседними волноводами и показывающая вероятность перехода между ними.

Уравнение, описывающее квантовый транспорт во фрактальной решетке представляет собой аналог дискретного нелинейного уравнения Шредингера, в котором учтена нелинейность высоких порядков:

$$i\frac{\partial}{\partial t}a_m + \lambda \cdot \sum_k t_{km}a_k + \varepsilon \left|a_m\right|^2 a_m + \gamma \left|a_m\right|^4 a_m = 0, \qquad (3)$$

где $i = \sqrt{-1}$, $|a_m|^2$ определяет вероятность нахождения фотона в *m*-ом узле, є и γ описывают нелинейности третьего и пятого порядков.

На рисунке 1 представлено влияние расстояния между волноводами на вероятность нахождения фотона в определенном узле.



Рис. 1. Вероятность нахождения фотона в *m*-ом узле для треугольника Серпинского для разного расстояния между волноводами в фиксированный момент времени t=16 отн. ед.: (*a*) λ =0.1; (*b*) λ =0.2.

В ходе проведенного исследования проанализирована эволюция системы в зависимости от амплитуды начального распределения частиц, геометрии фрактала и других параметров задачи.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (РНФ) (грант № 23-71-00016, https://rscf.ru/project/23-71-00016/). Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова.

ЛИТЕРАТУРА

1. C.C. Vu, T.T.N. Truong, J. Kim // Materials Today Physics. 2022. V. 27. P. 100795.

2. X. Zhang et al. // RSC Adv. 2018. V. 8. P. 1852.

3. B. Pal, A. Chakrabartia // Eur. Phys. Journal B. 2012. V. 85. Art. no. 307.

4. D. ben-Avraham, S. Havlin "Difusion and reactions in fractals and disordered systems". Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2000.

5. D.A. Ryndyk. "Theory of quantum transport at nanoscale". Cham: Springer, 2016.

6. Н.Н. Конобеева, Р.Р. Трофимов, М.Б. Белоненко // ЖТФ. 2023. Т. 57. Вып. 7. С. 570.

7. X.-Y. Xu et al. // Nature Photonics. 2021. V. 15. P. 703.

8. В.П. Кандидов и др. // Сб. тезисов XI международного симпозиума по фотонному эхо и когерентной спектроскопии (ФЭКС-2017) (Светлогорск, 2017). С. 16

Спектральные характеристики асимметричного микрорезонатора с дефектным слоем в виде экстракта пигментов высших растений

Л.Е. Тырышкина^{1,2,3}, А.В. Шабанов^{1,3}, А.В. Каткова^{1,2}, А.И. Краснов^{1,2}, Н.В. Рудакова^{1,2}, П.С. Панкин^{1,2}, Т.А. Зотина⁴, И.В. Тимофеев^{1,2}

¹Институт физики им Л.В. Киренского СО РАН – обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск 660036, Россия ²Сибирский федеральный университет, Красноярск 660041, Россия ³ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск 660036, Россия ⁴Институт биофизики СО РАН, Красноярск 660036, Россия letyryshkina@iph.krasn.ru

Фотонные кристаллы (ФК) представляют собой структуры, периодически изменяющие показатель преломления на масштабе длины волны света. ФК обладают уникальными оптическими свойствами, что делает их полезными для современных технологий фотоники. ФК позволяют локализовать электромагнитные волны на дефектах структуры [1]. При частичном разупорядочении слоев локализация поля на дефекте ФК сохраняется [2]. Такие ФК-структуры ведут себя подобно реальным биологическим структурам, например, как стопка гран в хлоропласте [3]. Возникающее резонансное поглощение света существенно зависит от положения дефекта внутри структуры ФК. Одномерный ФК с дефектным слоем в центре структуры представляет собой симметричный микрорезонатор. Ранее было показано, что асимметричные микрорезонаторы поглощают световую энергию эффективнее симметричного микрорезонатора той же толщины [4]. В данной работе исследуются экспериментальные спектры отражения асимметричного ФК-микрорезонатора с дефектным слоем в виде экстракта пигментов высших растений. Результаты объясняются на основе теории связанных мод [5] и подтверждаются численным моделированием при помощи матрицы переноса [6].

Исследуемая структура собирается из двух различных ФК-зеркал с дефектным слоем между ними. Каждое ФК-зеркало содержит 8 пар чередующихся слоев нитрида кремния (Si₃N₄) и диоксида кремния (SiO₂), плюс один непарный слой Si₃N₄ завершающий структуру. ФК-структура располагается на стеклянной подложке поверх слоя оксида цинка допированного алюминием (AZO) толщиной 100 нм. Показатели преломления слоев: $n(SiO_2) = 1,45$ и $n(Si_3N_4) = 2,05$. Толщины слоев первого ΦK_1 составляют SiO₂ = 140 нм и Si₃N₄ =73 нм. Толщины слоев второго $\Phi K_2 - SiO_2 = 149$ нм и Si₃N₄ = 77 нм. Зазор между ΦK -зеркалами заполняется раствором хлорофилла в диметилсульфоксиде (DMSO). Толщина полученного дефектного слоя составляет 19,48 ± 0,02 мкм. Вследствие того, что ΦK имеют различную толщину слоев, результирующая структура оказывается асимметричной по отношению к падающему свету.

Для численного моделирования спектральных характеристик используется метод матрицы переноса [6]. Рассчитываются спектры пропускания, поглощения и отражения ФК структуры для противоположных направлений падения света со стороны ФК₁ либо ФК₂. Спектры пропускания асимметричной ФК-структуры совпадают при двух взаимопротивоположных направлениях падения света. В то же время спектры отражения показывают существенное отличие в зависимости от стороны освещения структуры (рисунок 1а).



Рис. 1. а) Рассчитанные спектры отражения (в относительных единицах) для ФК-структуры с асимметрично расположенным дефектом: сплошная линия со стороны ФК₁, штрихпунктирная – со стороны ФК₂. б) Измеренные спектры отражения ФК-структуры с асимметрично расположенным дефектом: сплошная линия со стороны ФК₁, штрихпунктирная – со стороны ФК₂. На вставке рисунка 1б) изображён микрорезонатор, заполненный экстрактом пигментов.

Таким образом, численный расчет показал зависимость спектров отражения и поглощения световой волны в ФК-структуре от положения дефектного слоя в нем, что подтверждается экспериментальными данными (рисунок 1б). При этом свет поглощается эффективнее в случае, когда дефект смещен ближе к источнику света.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.Ф. Шабанов, С.Я. Ветров, А.В. Шабанов. Оптика реальных фотонных кристаллов. Жидкокристаллические дефекты, неоднородности. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2005. С. 239.

2. A.V. Shabanov, M.A. Korshunov, E.R. Bukhanov // Comput. Opt. 2017. V. 41. No 5. P. 680-686.

3. S.-H. Pao, P.-Y. Tsai, C.-I. Peng et al. // Journal of Plant Research. 2018. V. 131. No 4. P. 655-670

4. P.S. Pankin et al. // JOSAB. 2023. V. 40. No 1. P. 87-93.

5. Л.Е. Тырышкина, Н.В. Рудакова, П.С. Панкин и др. Влияние асимметрии положения дефекта фотонного кристалла на поглощение света // Сборник трудов XXXIV Всероссийской школы-семинара «Волновые явления: физика и применения» имени профессора А.П. Сухорукова, 28 мая – 2 июня 2023, Москва. С. 41-43

6. D.W. Berreman // J. Opt. Soc. Am. 1972. V. 62. P. 502.

Топологические свойства оптического таммовского состояния в одномерной цепочке микрорезонаторов

Д.П. Федченко¹, А.С. Зуев¹, И.В. Тимофеев¹ ¹Институт Физики им. Л.В. Киренского СО РАН – обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН fdp@iph.krasn.ru

Среди важных задач топологической фотоники можно выделить использование электронных топологичеких изоляторов как оптических материалов [1-3], применение фотонных топологических изоляторов [4-6], в том числе для получения топологически устойчивых оптических таммовских состояний [7], а также топологических состояний на массивах вертикально-излучающих микролазеров [8-9]. В данной работе мы изучаем топологические и граничные состояния на одномерной SSH-решетке (Su-Schrieffer-Heeger) микрорезонаторов, содержащей дефект в центре. Типичная решетка с коэффициентами связи t и t' (t > t') изображена на рисунке 1(A). Например, можно рассматривать зигзагообразную решетку с чередующимися продольной и поперечной связями вертикальных лазеров в качестве микрорезонаторов [7].



Рис. 1. (A) Схематическое изображение SSH-решетки с помещенным в центре дефектом. Здесь отношение λ = t/t' равно 4. (E), (F) Зонная структура SSH-решетки с дефектом. Синим цветом выделен номер излучающей моды. (C), (D) Красный и зеленый графики показывают амплитуду и фазу излучения соответственно. (B) Дефектная решетка с подкрученной фазой на угол φ. (G) Зигзагообразная SSH-решетка вертикальных лазеров и одиночный вертикальный лазер в качестве микрорезонатора.

Микрорезонаторы, находящиеся на краях решетки сильно связаны. Периодическое чередование сильной и слабой связей t и t' нарушено помещением в центре нескольких сильных связей. Для симметрии мы рассматриваем конечные решетки с нечетным числом микрорезонаторов. Гамильтониан системы может быть записан в виде двухдиагональной матрицы *H*. Комплексные коэффициенты в гамильтониане соответствуют фазовой подкрутке констант связи.

	/0	4	0	0	0	0	0	0	0
	4	0	1	0	0	0	0	0	0 \
	0	1	0	4e ^{iφ}	0	0	0	0	0
	0	0	$4e^{-i\phi}$	0	4e ^{iφ}	0	0	0	0
H =	0	0	0	$4e^{-i\phi}$	0	4e ^{iφ}	0	0	0
	0	0	0	0	$4e^{-i\phi}$	0	4e ^{iφ}	0	0
	0	0	0	0	0	$4e^{-i\phi}$	0	1	0
	0	0	0	0	0	0	1	0	4
	/0	0	0	0	0	0	0	4	0/

Матрица *Н* является самосопряженной, а, следовательно, ее спектр вещественен. Зонная структура решетки показана на рисунке 1 (Е и F). Дефектная мода (рис. 1 (С)), находящаяся на краю спектра, почти не излучает, в отличие от топологической моды (рис. 1 (D)). Амплитуда принимает максимальное значение в центре решетки на дефекте. Наиболее важным представляется вопрос о физической реализации цепочки с комплексными константами связи [10].



Рис. 2. (А и В) Амплитуды излучения и зонная структура в случае, когда число констант связи в элементарной ячейке является делителем числа констант связи в периодической структуре.

(С и D) Амплитуды излучения и зонная структура в случае, когда число констант связи в элементарной ячейке *не* является делителем числа констант связи в периодической структуре.

(Е) Схема сильных и слабых связей в периодической структуре.

На рисунке 2 указан способ обобщения результата о делимости числа констант связи в периодической структуре [8]. Исследуется появление таммовских состояний на периодических решетках, в которых нарушено свойство, что две любые ближайшие константы связи имеют различные значения. Появление таммовских состояний в SSHцепочках, при определенных условиях, свидетельствует о четности числа констант связи (т.е. о делимости на два).

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22-42-08003.

- 1. Д.О. Игнатьева и др. // Ученые записки физ. фак-а МГУ, № 5, с. 165203
- 2. A.S. Sergeev // SciPost Physics Lecture Notes, C. 067 (2023)
- 3. А.И. Маймистов и др. // Ученые записки КазГУ, 160(1), 17-24 (2018).
- 4. F. Gao, et al. // Nature communications 7.1: 11619 (2016).
- 5. Z. He, et al., // ACS Photonics 9.7: 2322-2326 (2022).
- 6. D.P. Fedchenko, et al. // Symmetry, 14(12), 2673 (2022).
- 7. Q. Wang, et al., // Physical Review B, 93(4), 041415 (2016).
- 8. P. St-Jean, et al. // Nature Photonics, 11(10), 651-656 (2017).
- 9. A. Dikopoltsev, et al. // Science 373, 1514-1517 (2021).
- 10. D.N. Vavulin and A.A. Sukhorukov // Physical Review A 96.1: 013812 (2017).
О методе анизотропной трансфер матрицы

А.В. Шабанов¹, <u>Д.П. Федченко</u>¹, Д. Кох², И.В. Тимофеев¹

¹Институт Физики им. Л.В. Киренского СО РАН – обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН ²Федеральный исследовательский центр «Красноярский научный центр Сибирского отделения Российской академии наук»

fdp@iph.krasn.ru

До сих пор в оптике анизотропных сред существует множество открытых вопросов. С другой стороны, в листьях растений обнаружены длиннопериодические упорядоченные структуры, состоящие из слоев с различной диэлектрической проницаемостью, что позволяет применять метод трансфер матрицы для изучения биофотонно-кристаллических структур [1]. Строгие аналитические математические способы описания подобных объектов играют важную роль. Одним из первых является теоретический метод Берремана, основанный на 4×4 матричной экспоненте [2]. Абдулхалим в своей работе применяет интерполяционные полиномы Лагранжа–Сильвестра для построения анизотропной трансфер матрицы [3]. Здесь мы предлагаем еще один метод построения спектров анизотропных фотонных кристаллов [4, 5]. Суть матричного метода переноса в изотропной среде при нормальном падении света состоит в том, что амплитуды A и B волн, идущих в правом и левом направлении соответственно, в предыдущем и текущем слоях находятся в зависимости:

$$A_{N-1} = \frac{1}{2}((1+C)A_Ne^{-ik_Nz_N} + (1-C)B_Ne^{ik_Nz_N}),$$

$$B_{N-1} = \frac{1}{2}((1-C)A_Ne^{-ik_Nz_N} + (1+C)B_Ne^{ik_Nz_N}),$$

где через z обозначена локальная переменная слоя с началом отсчета, помещенным на правую границу, $k_N = \omega n_N/c$ – волновое число (далее введем нормировку c = 1), а $C = n_N/n_{N-1}$.

На матричном языке уравнения для амплитуд A_{N-1} , B_{N-1} запишутся в виде:

$$\begin{pmatrix} A_{N-1} \\ B_{N-1} \end{pmatrix} = 1/2 \begin{pmatrix} (1+C)e^{-ik_N z_N} & (1-C)e^{ik_N z_N} \\ (1-C)e^{-ik_N z_N} & (1+C)e^{ik_N z_N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix}$$
$$= M_2(C, k_N, z_N) \begin{pmatrix} A_N \\ B_N \end{pmatrix},$$

где M_2 – матрица переноса. При C = 1 матрица M_2 принадлежит классу SL(2, \mathbb{C}).

Перенося данный подход на случай анизотропных слоев получаем выражение для амплитуд обыкновенной A_o , B_o и необыкновенной A_e , B_e волн:

$$(A_{o_{N-1}}, B_{o_{N-1}}, A_{e_{N-1}}, B_{e_{N-1}})^T = M_4 (A_{o_{N-1}}, B_{o_{N-1}}, A_{e_{N-1}}, B_{e_{N-1}})^T,$$

где T обозначает операцию транспонирования матрицы. Матрица M_4 из последнего равенства является комплексной матрицей порядка 4, включающей четыре блока порядка 2, заполненных элементами схожими с теми, что составляют матрицу переноса для изотропной среды.

Анизотропная матрица переноса при нормальном угле падения имеет вид:

$$M_{4} = \begin{pmatrix} M_{2}\left(\frac{k_{o_{N}}}{k_{o_{N-1}}}, k_{o_{N}}, z_{N}\right) & M_{2}\left(\frac{k_{e_{N}}}{k_{o_{N-1}}}, k_{e_{N}}, z_{N}\right) \\ -M_{2}\left(\frac{k_{e_{N-1}}n_{o_{N}}^{2}}{k_{o_{N}}n_{e_{N-1}}^{2}}, k_{o_{N}}, z_{N}\right) & M_{2}\left(\frac{k_{e_{N-1}}n_{e_{N}}^{2}}{k_{e_{N}}n_{e_{N-1}}^{2}}, k_{e_{N}}, z_{N}\right) \end{pmatrix} S,$$

с матрицей S вида

$$S = \begin{pmatrix} \cos(\delta) & \cos(\delta) & -\sin(\delta) & -\sin(\delta) \\ \cos(\delta) & \cos(\delta) & -\sin(\delta) & -\sin(\delta) \\ \sin(\delta) & \sin(\delta) & \cos(\delta) & \cos(\delta) \\ \sin(\delta) & \sin(\delta) & \cos(\delta) & \cos(\delta) \end{pmatrix},$$

где δ – азимутальный угол поворота главной оптической оси вдоль оси перпендикулярной границе слоев.

Рассмотрим частный случай анизотропной слоистой среды с нормальным падением света, вращающейся главной осью по мере прохождения вглубь структуры и с одинаковыми толщинами слоев. В этом случае будем считать, что орта локального базиса Озеена каждого слоя совпадает с директором. Например, это холестерические жидкие кристаллы, смектики С*, фильтры Шольца. В данных условиях показатели преломления не зависят от номера слоя, а следовательно матрица M_4 для участка холестерического жидкого кристалла (ХЖК) с длиной участка L и шагом спирали L_0 существенно упрощается:

$$M_{4} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2e^{-\imath k_{o}\Delta z} & 0 & \left(1 + \frac{n_{e}}{n_{o}}\right)e^{-\imath k_{e}\Delta z} & \left(1 - \frac{n_{e}}{n_{o}}\right)e^{\imath k_{e}\Delta z} \\ 0 & 2e^{\imath k_{o}\Delta z} & \left(1 - \frac{n_{e}}{n_{o}}\right)e^{-\imath k_{e}\Delta z} & \left(1 + \frac{n_{e}}{n_{o}}\right)e^{\imath k_{e}\Delta z} \\ \left(1 + \frac{n_{o}}{n_{e}}\right)e^{-\imath k_{o}\Delta z} & \left(1 - \frac{n_{o}}{n_{e}}\right)e^{\imath k_{o}\Delta z} & 2e^{-\imath k_{e}\Delta z} & 0 \\ \left(1 - \frac{n_{o}}{n_{e}}\right)e^{-\imath k_{o}\Delta z} & \left(1 + \frac{n_{o}}{n_{e}}\right)e^{\imath k_{o}\Delta z} & 0 & 2e^{\imath k_{e}\Delta z} \end{pmatrix} S.$$

При разбиении фотонного кристалла на N частей $\Delta z = L/N$, $\delta = 2\pi L/L_0 N$. При работе с большим количеством слоев в жидком кристалле целесообразно представить матрицу M_4 в виде $M_4 = V\Lambda V^{-1}$, где Λ – диагональная матрица собственных значений M, а V – матрица, столбцами которой являются собственные векторы матрицы M_4 . Очевидно, что $M^N = V\Lambda^N V^{-1}$.

Характеристическое уравнение для матрицы М₄ ХЖК имеет вид

$$\lambda^4 + \alpha \lambda^3 + \beta \lambda^2 + \alpha \lambda + 1 = 0,$$

коэффициенты характеристического полинома выражаются по формулам

$$\alpha = -2\cos(\delta)(\cos(k_o\Delta z) + \cos(k_e\Delta z)),$$

$$\beta = (2 + 2\cos^2(\delta))\cos(k_o\Delta z)\cos(k_e\Delta z) - \sin^2(\delta)\sin(k_o\Delta z)\sin(k_e\Delta z)\left(\frac{n_o}{n_e} + \frac{n_e}{n_o}\right) + \cos^2(\delta)$$

а корни

$$\begin{split} \lambda_1 &= -\frac{\alpha}{4} + \frac{\sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2 + 8}}{4} + \frac{\sqrt{2\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2 + 8}} - 4\beta^2 - 8}{4}, \\ \lambda_2 &= -\frac{\alpha}{4} + \frac{\sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2 + 8}}{4} - \frac{\sqrt{2\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2 + 8}} - 4\beta^2 - 8}{4}, \\ \lambda_3 &= -\frac{\alpha}{4} - \frac{\sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2 + 8}}{4} + \frac{\sqrt{2\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2 + 8}} - 4\beta^2 - 8}{4}, \\ \lambda_4 &= -\frac{\alpha}{4} - \frac{\sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2 + 8}}{4} - \frac{\sqrt{2\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{\alpha^2 - 4\beta^2 + 8}} - 4\beta^2 - 8}{4}. \end{split}$$

Характеристическое уравнение ХЖК является возвратным (последовательность коэффициентов (1, α, β, α, 1) образует палиндром). Подобным свойством, например, обладают матрица единичного (равного единице по норме) кватерниона и матрица A, коммутирующая с матрицей кватерниона

$$A = \begin{pmatrix} a & -b & -c & -d \\ b & a & d & -c \\ c & -d & a & b \\ d & c & -b & a \end{pmatrix},$$

а её характеристическое уравнение

$$\lambda^{4} -4a\lambda^{3} + (4a^{2} + 2(a^{2} + b^{2} + c^{2} + d^{2}))\lambda^{2} -4a(a^{2} + b^{2} + c^{2} + d^{2})\lambda + (a^{2} + b^{2} + c^{2} + d^{2})^{2} = 0.$$

Если определитель матрицы $det A = (a^2 + b^2 + c^2 + d^2)^2$ равен единице, то характеристическое уравнение становится палиндромом.

Возвратные уравнения степеней 2d и 2d + 1 сводятся к решению уравнения степени d, которое по теореме Абеля–Руффини разрешимо в радикалах для степеней $d \le 4$. Следовательно, любое возвратное уравнение степени, не превышающей 9, разрешимо в радикалах.

Разложим элементы матрицы M_4 в ряд Маклорена по Δz до первого порядка:

$$\widetilde{M_4} = \begin{pmatrix} 1 - k_o \Delta z & 0 & \pi \left(1 + \frac{n_e}{n_o}\right) \frac{\Delta z}{L_0} & \pi \left(1 - \frac{n_e}{n_o}\right) \frac{\Delta z}{L_0} \\ 0 & 1 + k_o \Delta z & \pi \left(1 - \frac{n_e}{n_o}\right) \frac{\Delta z}{L_0} & \pi \left(1 + \frac{n_e}{n_o}\right) \frac{\Delta z}{L_0} \\ -\pi \left(1 + \frac{n_o}{n_e}\right) \frac{\Delta z}{L_0} & -\pi \left(1 - \frac{n_o}{n_e}\right) \frac{\Delta z}{L_0} & 1 - k_e \Delta z & 0 \\ -\pi \left(1 - \frac{n_o}{n_e}\right) \frac{\Delta z}{L_0} & -\pi \left(1 + \frac{n_o}{n_e}\right) \frac{\Delta z}{L_0} & 0 & 1 + k_e \Delta z \end{pmatrix}$$

Корни λ_m характеристического уравнения матрицы $\widetilde{M_4}$ имеют вид:

$$\lambda_m = 1 + \frac{\Delta z}{2L_o} F_m,$$

где

$$F_{1,2} = \pm \sqrt{q_1 - q_2}, \quad F_{3,4} = \pm i \sqrt{q_1 + q_2},$$

$$q_1 = 2\omega L_o \sqrt{(\omega L_o)^2 (n_e^2 - n_o^2)^2 + 32\pi^2 (n_o^2 + n_e^2)}, \quad q_2 = 2(\omega L_o)^2 (n_o^2 + n_e^2) + 16\pi^2.$$

а собственные векторы X_m выражаются формулами:

$$\begin{split} X_{1m} &= \frac{2 i \pi \omega L_o \Delta z^2 (1 - n_e / n_o)}{L_o^2 ((\lambda_m - 1)^2 - (\omega \Delta z)^2 n_o n_e + i \omega \Delta z (n_o + n_e) (\lambda_m - 1)) + (2 \pi \Delta z)^2}, \\ X_{2m} &= \frac{2 i \pi \omega L_o \Delta z^2 (1 + n_e / n_o)}{L_o^2 ((\lambda_m - 1)^2 + (\omega \Delta z)^2 n_o n_e - i \omega \Delta z (n_o - n_e) (\lambda_m - 1)) + (2 \pi \Delta z)^2}, \\ X_{3m} &= \frac{-\omega \Delta z n_e^2 (L_o^2 (\lambda_m - 1)^2 - \Delta z^2 ((\omega L_o \Delta z)^2 - 2 \pi^2))) (\lambda_m - 1)}{2 \omega \pi^2 n_o^2 \Delta z^3 (n_e^2 - n_o^2)} + \\ &+ \frac{-i n_e (\Delta z^2 ((\omega L_o \Delta z)^2 + 4 \pi^2) + L_o^2 (\lambda_m - 1)^2}{2 \omega \pi^2 n_o^2 \Delta z^3 (n_e^2 - n_o^2)} + \frac{1}{(n_e^2 - n_o^2)}, \\ X_{4m} &= 1. \end{split}$$

Из соотношения $\lambda_m - 1 = (\Delta z/2L_0)F_m$ получаем, что величина Δz сокращается в собственных векторах. Т.е. метод устойчив относительно предельного перехода $\Delta z \to 0$. Пусть $n = L/\Delta z$, пользуясь вторым замечательным пределом, получаем формулу для возведения диагональной матрицы в большую степень:

$$\lim_{n \to \infty} \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4 \end{pmatrix}^n = \lim_{n \to \infty} \begin{pmatrix} \lambda_1^n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_4^n \end{pmatrix}$$
$$= \begin{pmatrix} e^{\frac{LF_1}{2L_0}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{LF_2}{2L_0}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{LF_3}{2L_0}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\frac{LF_4}{2L_0}} \end{pmatrix}$$

Пределы для собственных чисел матрицы M_4 при $\Delta z \to 0$ в точности совпадают с теми, которые приведены для матрицы маклореновских приближений.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. М.А. Коршунов и др. //Доклады Академии наук. 2018. Т. 478. №. 3. С. 280–283.
- 2. D.W. Berreman //1972 J. Opt. Soc. Am. 62 502.
- 3. I. Abdulhalim //J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 1 (1999) 646–653.
- 4. С.П. Палто //ЖЭТФ. 2001. Т. 119. №. 4. С. 638.
- 5. Gevorgyan A H, Rafayelyan M S //J. Opt. 15 125103 (2013).

Оптическая сортировка наночастиц мембранами, поддерживающими связанные состояния в континууме

Г.В. Шадрина¹, Е.Н. Булгаков², А.Ф. Садреев², К.Н. Пичугин² ¹Институт вычислительного моделирования, ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск, Россия ²Институт физики им. Л. В. Киренского, ФИЦ КНЦ СО РАН, Красноярск, Россия galiy sha@mail.ru

К многочисленным приложениям связанных состояний в континууме (ССК) в последнее время прибавилась оптическая сортировка наночастиц по размеру, диэлектрической проницаемости, форме и т.д., за счет огромного усиления оптической силы Ашкина [1,2], которую можно представить как градиент оптического потенциала

$$U(x, y, z) = -\pi r_p^3 \frac{\varepsilon_p - \varepsilon_l}{\varepsilon_p + 2\varepsilon_l} \left| \vec{E}(x, y, z) \right|^2.$$
⁽¹⁾

Здесь r_p – радиус сферической наночастицы с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_p = 3^2$, ε_l – диэлектрическая проницаемость воды с наночастицами различных размеров, проходящих через мембраны под действием броуновских сил. E(x,y,z) – решение уравнения Максвелла. Общая схема показана на Рис. 1 (а).



Рис. 1. (а) Две кремниевые мембраны с диэлектрической проницаемостью ε= 12, погруженные в воду с показателем преломления 1.33. Лазерные лучи одной и той же частоты, но разной мощности резонансно возбуждают ССК в каждой мембране. (б) Интенсивность ССК, определяющая оптический потенциал, в элементарной ячейке мембраны.

Кремниевая мембрана с периодически расположенными сквозными квадратными отверстиями поддерживает различные ССК, из которых было выбран ССК с максимальной интенсивностью ЭМ поля внутри отверстий мембраны (Рис.1б). Хотя теоретически добротность ССК равна бесконечности, на практике она ограничена. Мы выбрали добротность $Q = 10^5$, что вполне достаточно для управления движением наночастиц радиусом $r_p = 0,5 - 2$ нм.

Идея сортировки основана на управлении броуновским движением наночастиц в воде оптической силой Ашкина. В процессе броуновского движения через первую мембрану наночастицы большого размера застревают в ячейках левой мембраны, так как оптический потенциал для них больше. В то время как малые частицы продолжают процесс броуновского движения в направлении правой мембраны. На Рис. 2а изображено поведение вероятности попадания в правую P_R и левую P_L мембраны в зависимости от размера наночастицы. Как видно, пороговое значение по радиусу частиц, когда происходит локализация на мембраны, которая также поддерживает ССК на той же частоте, но с большей интенсивностью поля за счет приложения большей мощности источника справа W_R , заключается в том, чтобы локализовать частицы, которые смогли преодолеть левую мембрану. Поскольку слишком малые

частицы вообще не локализуются электромагнитным полем, то в результате мы получаем функцию распределения вероятности на правой мембране с характерным максимумом, как показано на Рис. 2а сплошными линиями.

Процесс численного моделирования броуновского движения наночастиц в электромагнитном поле строился следующим образом. Пусть наночастицы равномерно распределены по пространству слева от обеих мембран. Диапазон возможных радиусов сортируемых частиц берется от половины нанометра до нескольких нанометров. При воздействии на мембрану лазерного луча, можно рассчитать временную эволюцию плотности вероятности для смеси частиц, используя уравнение Фоккера-Планка

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = \left[-\nabla F + kT\nabla^2 \right] P,\tag{2}$$

где $\tau = \tau/\gamma$, $\gamma = 6\pi\eta r_p$ – коэффициент трения, T = 300K – температура воды с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_l = 1.33^2$ и вязкостью $\eta = 0.0009\Pi a \times c$. Резонансное возбуждение кардинально влияет на броуновское возбуждение, если глубина оптического потенциала сравнима с kT. При добротности моды $Q = 10^5$ и падающей мощности порядка 10мBT/ μ м² сила Ашкина конкурирует с броуновской силой при $r_p \sim 1$ нм. На рисунке 2а можно видеть распределение частиц по размерам внутри отверстий мембраны в разные моменты времени. Видно, что частицы радиусом $r_p \lesssim 1.3$ нм свободно диффундируют сквозь мембрану, а частицы с $r_p \gtrsim 1.3$ нм задерживаются ей.



Рис. 2. (а) Плотности вероятности, полученные из уравнения Фоккера-Планка. Вероятность попадания в левую мембрану (пунктирные линии) и правую мембраны (сплошные линии). (б) Вероятность захвата частиц левой мембраной (а),(с) и правой мембраной (b),(d) в зависимости от времени с разной глубиной потенциалов (верхняя панель) и с одинаковой (нижняя панель).

Чтобы меньшие частицы могли быть захвачены правой мембраной, оптический потенциал там должен быть глубже, чем слева, что достигается при условии $W_R > W_L$ (Рис.1б). Причем, его необходимо выбирать таким образом, чтобы частицы захватывались именно в диапазоне наклона P_L , тогда можно будет получить пик вероятности P_R (Рис.2а), ширина и положение которого зависят от величины и соотношения мощностей лазерных лучей, направленных с разных сторон, как это видно на рисунке 2б. Таким образом, целевой размер захваченных наночастиц можно регулировать интенсивностью левого и правого лазерных лучей.

Резюмируя, мы предлагаем принципиально новый подход к сортировке сверхмалых частиц (порядка 1нм), позволяющий выделять очень узкую полосу размеров. Наш расчет показывает, что из смеси частиц радиусом $r_p = 0,5 - 2$ нм может быть выделена фракция с размерами $r_p = 1 \pm 0.2$ нм с высоким процентом локализации (~80%).

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 22-12-00070).

ЛИТЕРАТУРА

1. E.N. Bulgakov, A.F. Sadreev // Opt. Lett. 2023. V. 48. No 17. P. 4705.

2. H. Zhao et al. // Sens. Actuators B: Chem. 2021. V. 331. P. 129428.

Спектры излучения и оценка качества мощного лазерного диода при выходе на рабочий режим

В.В. Близнюк^{1,*}, В.А. Паршин¹, А.Г. Ржанов^{2,**}, О.И Семенова¹, А.Е. Тарасов¹, Н.А. Хлынцев¹

^{1.} Национальный исследовательский университет «МЭИ» ² Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова *4059541@mail.ru, **rjanov@mail.ru

Существует несколько методов оценки качества многослойной гетероструктуры в мощных лазерных диодах (МЛД). Примеры можно найти в работах [1-3].

Так, в патенте [3] описан прямой способ оценки качества гетероструктуры полупроводникового лазера, который включает в себя воздействие на волноводный полупроводникового лазера световым излучением, испытывающим слой не межзонного поглощения в его активной области. В волноводных и ограничительных слоях гетероструктуры излучение поглощается на свободных носителях и дефектах структуры. Регистрация величины интенсивности светового излучения, прошедшего через указанные слои при отсутствии тока накачки и при определённой заданной величине тока накачки, позволяет определить величину внутренних оптических потерь. При величине внутренних оптических потерь, меньших заданной величины для данного типа лазера, судят о высоком качестве гетероструктуры полупроводникового лазера. Технический результат заключается в обеспечении возможности контроля отдельного полупроводникового лазера в линейке или матрице лазеров при высоких токах накачки. Подобный способ хорош, но он требует трудоёмких измерений, сложного оптического оборудования и вмешательства в конструкцию МЛД. Поэтому он не годится для МЛД с выходом излучения в волокно.

В данной работе мы предлагаем метод оценки качества гетероструктуры МЛД на основе измерений спектрограмм в надпороговом режиме генерации. Как и в работах [1, 2], в качестве спектрального прибора мы использовали монохроматор МДР-23. Метод имеет ряд особенностей. Во-первых, мы исключили фактор временной деградационной зависимости спектральной характеристики лазера при заданных параметрах тока накачки. Для этого измерения спектра излучения лазера при разных токах накачки проводились в течение малого (не более 30 минут) интервала времени. Во-вторых, значения тока накачки лежат в диапазоне 1.15 Іпор-2.6 Іпор. Это меньше штатного значения для данного типа МЛД. Для каждого экземпляра лазерного диода была измерена зависимость тока накачки от напряжения, приложенного к входу лазерного модуля. Для всех измерений характерно, что при пороговом токе Inop примерно равном для большинства диодов 65 мА, напряжение на входе лазерного модуля даже при максимальном значении тока накачки 167 мА, при котором проводились измерения, не превышает значения, при котором драйвер начинает работать в штатном режиме источника тока. В такой ситуации были приняты меры для стабилизации тока накачки во время измерений спектральных характеристик. Это было сделано с помощью дополнительной стабилизации напряжения питания драйвера.

Было установлено, что в течение 10 секунд после подключения лазерного модуля к блоку питания УБП наблюдается монотонное увеличение тока на входе модуля на 0,5%. По истечении указанного времени относительная нестабильность тока накачки не превышает 0,02% в течение всего времени измерений спектрограмм, то есть в течение 60 секунд. Как показывает практика, при таком уровне нестабильности тока накачки обеспечивается повторяемость результатов измерения спектральных линий, как по амплитуде, так и по центральной частоте. Таким образом, точность измерений

спектрограмм лазерного диода можно увеличить путем задержки начала измерений относительно момента включения питания лазерного модуля не менее чем на 10 секунд. Кроме того, нами было установлено, что при токах накачки, не превышающих 1.7 I_{пор}, охлаждение корпуса лазерного модуля направленным потоком воздуха не приводит к изменению спектрограмм, измеренных без принудительного охлаждения модуля, а значит и к изменению условий анализа спектрограмм с целью определения качества гетероструктуры, зондируемой такими токами накачки.

На рис. 1 приведена при токе накачки І_н=95 мА спектрограмма МЛД №121, имеющего пороговый ток Inop=65 мА, штатный ток Im=275 мА, штатную мощность Р_ш=200 мВт. В спектре при токе І_н=95 мА наблюдалось две группы продольных мод (N_к=2). При увеличении тока накачки в указанном выше диапазоне значений происходит возгорание новых групп спектральных линий, вызванное перераспределением энергии между каналами генерации. В наших измерениях число групп (каналов) достигало N_к=5. Это вызвано тем, что указанный лазер уже имел наработку более 1000 часов. Число каналов генерации при малой накачке МЛД определяется шириной контакта (активной области) прибора. Для исследуемого устройства с наработкой минимальное число каналов оказалось равным двум. В случае, данный прибор имел нулевую наработку часов, этот результат если бы свидетельствовал бы о плохом качестве гетероструктуры. Далее, имея указанные спектральные данные при малых и больших токах накачки, с помощью методики, описанной нами в [4], можно делать более определённые выводы о качестве гетероструктуры МЛД как при нулевой наработке, так и при наличии приобретённой деградации.



Рис. 1. Спектрограмма МЛД №121 при токе накачки І=95 мА.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 11 С. 1598.

2. В. В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 7. С. 1008.

3. Д. А. Веселов и др. "Способ оценки качества гетероструктуры полупроводникового лазера". Патент RU2015121783/28А. 2015-06-08.

4. А.Г. Ржанов и др. // Самарцевские Чтения (ФЭКС/IWQO-2023): Сборник тезисов. г. Светлогорск, 18 – 22 сентября 2023 г. С. 174.

Методика измерения основных параметров интегральных кольцевых микрорезонаторов

Д.А Брюквина^{1,2}, Н.Ю. Дмитриев^{1,2}, Д.А. Чермошенцев^{1,2}, И.А. Биленко^{2,3} ¹Московский физико-технический институт 141701, Долгопрудный, Московская обл., Россия ²Российский квантовый центр 121205, Москва, Россия ³Физический факультет, Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова 119991, Москва, Россия

d.briukvina@rqc.ru

В современной оптике, линейной, нелинейной и квантовой, получило широкое распространение использование микрорезонаторов различного строения и размера. Этот оптический инструмент позволяет получать целый ряд интересных для исследования эффектов, таких как генерация оптической гребенки, генерация параметрического излучения, второй и третьей гармоник и т.д. Эти и многие другие оптические эффекты были успешно воспроизведены на различных типах резонаторах, кристаллических и интегральных.

На заре исследования в области микрооптики использовались кристаллические микрорезонаторы с модами шепчущей галереи (МШГ), однако в последнее время их все чаще вытесняют интегральные кольцевые микрорезонаторы на чипах [1]. В особенности, сильный интерес вызывают быстроразвивающиеся направление - кольцевые микрорезонаторы, на основе которых удается генерировать частотные гребенки [2].

Однако, использование микрорезонаторов требует точного знания параметров, необходимых в расчетах для каждого конкретного эксперимента. Таким образом, существенную роль в результате исследований играет предварительное исследование конкретного чипа и определение таких параметров, как дисперсия, область свободной дисперсии (ОСД), показатель нелинейности и другие.

В данной работе представлен и подробно описан метод измерения основных характеристик интегральных кольцевых микрорезонаторов, включающих в себя Q – добротность, D_2 – показатель дисперсии второго порядка, $\frac{\kappa_0}{2\pi}$ – собственную ширину линии микрорезонатора, $\frac{\kappa_c}{2\pi}$ – ширину линии, обусловленной связью и $\frac{\gamma}{2\pi}$ – величину расщепления [1]

Исследуемый фотонный чип представлял собой набор структур из нитрида кремния, состоящих из интегрального кольцевого микрорезонатора и прямого интегрального волновода, связанного с микрорезонатором посредством выпадающего поля (evanescent coupling) (рис. 1б). В качестве источника использовался перестраиваемый в широком диапазоне узкополосный лазер Toptica CTL-1550 с волоконным выходом. Его излучение с помощью волоконного делителя направлялось в два плеча с откалиброванным интерферометром Маха – Цендера (ИМЦ) и фотонным чипом. Заведение излучения в интегральный фотонный чип осуществлялось через торец путем подведения линзированного (конического) волокна (рис. 1в). Излучение на выходе интегрального чипа через линзированное волокон преобразовывалось в электрический сигнал с помощью фотодетектора Thorlabs DET01CFC. Преобразованный электрический сигнал, пропорциональный оптической мощности, записывался с помощью встроенного АЦП лазера. Электрический сигнал ИМЦ также подавался на блок контроля лазера Торtica. Полученные данные скачивались на персональный компьютер с использованием дистанционного доступа к блоку управления лазера через сеть Ethernet.



Рис1. Измерение данных для характеризации микрорезонатора: а) Принципиальная схема используемой установки: Лазер — перестраиваемый источник лазерного излучения (Toptica CTL 1550); Ген. имп. — генератор импульсов произвольной формы для перестройки частоты лазерного источника (Keysight 33500B); ФД — фотодетектор; АЦП — аналого-цифровой преобразователь для сбора и записи данных (в эксперименте встроен в блок управления лазера); SiN – исследуемы микрорезонатор. б) Фотография характеризуемых структур интегральных микрорезонаторов. в) Фотография чипа на экспериментальной установке

Таким образом, экспериментальные данные представляли собой зависимости пропускания фотонного чипа с интегральным микрорезонатором и пропускания ИМЦ от длины волны. Для обработки полученных экспериментальных данных и определения параметров микрорезонатора была разработана оригинальная программа.

На первом этапе разработанной программой с помощью встроенных библиотек Python находились максимумы функции пропускания предварительно откалиброванного интерферометра Маха-Цендера, которые использовались для калибровки длины волны [3], а также производилось удаление части спектра, поскольку, в малом промежутке в левой и правой частях спектра содержалось большое количество точек, соответствующих шуму и осложняющих результаты дальнейшей обработки.

Во второй части проводилась калибровка мощности с учетом зависимости выходной мощности используемого лазера от длины волны. Полученные спектры пропускания дополнительно нормировались на этот параметр для дальнейшего более точно вычисления глубины резонансов и, как следствие, значений искомых характеристик. Такая же нормировка проводилась для данных ИМЦ.

Следующим этапом обработки было определение длин волн, соответствующих собственным частотам интегрального кольцевого микрорезонатора. Написанный скрипт осуществлял анализ функции пропускания структуры с кольцевым резонатором и находил пики, соответствующие собственным частотам. Таким образом, находились все собственные частоты микрорерзонатора, лежащие в интересующем нас диапазоне длин волн.



Рис2. Графики с результатами анализа. В первом ряду – результаты сканирования с обозначенными найденными программой резонансами и график для определения дисперсии. Во втором и третьем ряду гистограммы полученных параметров микрорезонатора

На четвертом этапе обработки, используя найденные значения собственных частот осуществлялся расчет значений D_1 и D_2 , области свободной дисперсии и показателя дисперсии второго порядка, путем последовательной аппроксимации линейной и квадратичной функциями

Следующие три этапа обработки заключались в аппроксимации и исследовании каждого конкретного найденного резонанса. Для этого в спектре выделалась подобласть вокруг длины волны конкретного резонанса. Затем форма резонанса аппроксимировалась несколькими функциями. Первая, приблизительная, аппроксимация проводилась с использование функции Фабри-Перо. Данная аппроксимация была направлена на учет влияния резонатора Фабри-Перо, возникающего из-за отражений от края чипа. Затем резонансы аппроксимировались функций Лоренца с учетом связи и расщепления [1].

Затем на основе полученных параметров аппроксимирующей функции для каждого из резонансов, получались значения параметров $\frac{\kappa_0}{2\pi}, \frac{\kappa_c}{2\pi}$ и $\frac{\gamma}{2\pi}$.

На финальной стадии обработки данных собиралась статистика параметров для каждого резонатора, также строились соответствующие графики и в результате работы программы формировалась таблица графиков распределения и справочной информации. Пример получаемой таблицы представлен на рисунке 2.

Таким образом, в данной работе была предложена и успешно опробована методика измерения параметров кольцевых интегральных микрорезонаторов. Описанная методика позволяет проводить измерения Q, D_2 , κ_0 , κ_c и γ микрорезонатора в диапазоне 1510 – 1620 нм. Стоит отметить, что предложенная методика позволяет осуществлять полную характеризацию одной структуры за время, не превышающее 10 минут, без учета времени на юстировку.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Городецкий М.Л. Оптические микрорезонаторы с гигантской добротностью. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.
- 2. A. L. Gaeta et al. // Nature Photonics 13, 158 (2019).
- 3. N.Yu. Dmitriev et al. // Journal of Experimental and Theoretical Physics. 2022, V. 135. No 1. P. 9.

Косые солитоны в бозе-эйнштейновском конденсате

A.M. Камчатнов Институт спектроскопии РАН kamch@isan.troitsk.ru

Как известно, при движении тел в каких-либо средах в них возбуждаются волны, примерами которых могут служить «корабельные» волны на поверхности воды или ударные волны в газе. В предлагаемой лекции будет обсуждаться новый тип такого рода возбуждений – косые солитоны. Мы рассмотрим физический контекст, в котором возникло понятие о косых солитонах, а именно проблему сверхтекучести. В работах по сверхтекучести жидкого гелия было выяснено, что переход от сверхтекучего течения мимо препятствия к вязкому происходит тогда, когда на препятствии начинают порождаться вихревые кольца. Первоначальные численные исследования аналогичных лвумерных систем бозе-эйнштейновского конденсата показали, что в этом случае порог потери сверхтекучести также является дозвуковым и сверхтекучесть исчезает вследствие генерации на препятствии вихревых точечных пар. Когда скорость течения превышает скорость звука, то к генерации вихревых пар в форме вихревых дорожек, расположенных внутри конуса Маха, добавляется генерация корабельных волн, образующих волновую структуру, расположенную вне конуса Маха. Дальнейшие исследования показали, что при существенном превышении скорости звука вихревые дорожки превращаются в новые структуры, которые были названы «косыми» солитонами [1]. В случае слабо неидеального бозе-газа, косые солитоны – это двумерные солитоны, являющиеся решениями двумерного уравнения Гросса-Питаевского. Как известно, при их генерации в неподвижной среде они неустойчивы относительно изгибных возмущений. Однако при наличии достаточно быстрого течения конденсата вдоль солитона неустойчивые моды сносятся течением и двумерный солитон становится эффективно устойчивым [2,3]. Такое предсказание генерации устойчивых двумерных солитонов было подтверждено в экспериментах с поляритонным конденсатом [4,5]. Условия существования косых солитонов в неоднородном поляритонном конденсате были выяснены в работе [6]. Более сложные структуры – «косые бризеры» – обсуждались в работе [7]. Эксперименты по течению разреженного поляритонного газа мимо препятствия [8] показали, что похожие на косые солитоны структуры могут наблюдаться и в линейном режиме. Тщательный анализ [9] данных из работ [4,5] подтвердил нелинейную природу наблюдавшихся в них косых солитонов. Структуры же, наблюдавшиеся в [8], были объяснены в работе [10] как результат интерференции падающей и рассеянной на препятствии волн с образованием фазовых сингулярностей поляритонного поля.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. G.A. El, A. Gammal, A.M. Kamchatnov // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97, P. 180405.
- 2. A.M. Kamchatnov, L.P. Pitaevskii // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100, P. 160402.
- 3. A.M. Kamchatnov, S.V. Korneev // Phys. Lett. A. 2011. V. 375, P. 2577.
- 4. A. Amo et al. // Science. 2011. V. 332. P. 1167.
- 5. G. Grosso et al. // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107, P. 245301.
- 6. А.М.Камчатнов, С.В. Корнеев // ЖЭТФ. 2012. Т. 142. С. 658.
- 7. A.M. Kamchatnov, Y.V. Kartashov // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 111, P. 140402.
- 8. P. Cilibrizzi et al. // Phys. Rev. Lett. 2014. V. 113. P. 103901.
- 9. A. Amo et al. // Phys. Rev. Lett. 2015. V. 115. P. 089401.
- 10. A. M. Kamchatnov, N. Pavloff. // Eur. Phys. J. D. 2015. V. 69. P. 32.

Распространение фрактальных спеклов в оптических системах и в свободном пространстве

Р.Т. Кубанов, А.М. Зотов, П.В. Короленко, А.Ю. Мишин Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия pvkorolenko@rambler.ru

структуры Спекловые фрактальные нашли использование оптической в диагностике и при проведении медикобиологических исследований. Однако, несмотря на достаточно подробную проработку приложений прикладной направленности, некоторые вопросы фундаментального характера нуждаются в более подробном Ряд из них связан с изучением особенностей дифракционного изучении. распространения волн со спекловой структурой. Работы, посвященные этой проблеме (например, обширная работа [1]), обходят, как правило, вопрос о влиянии перераспределения интенсивности дифракционного светового пучка на его фрактальные свойства. В данной работе фрактальные параметры излучения совместно с изменяющимися в процессе рассматриваются распространения статистическими характеристиками.

При модельном представлении изучаемых спекловых полей применялся способ, основанный на использовании свойств двумерной функции Вейерштрасса со случайными фазами ее гармоник [2]. Основное внимание уделяется распространению спеклового излучения после прохождения собирающей линзы. Структура излучения за линзой рассчитывалась методом разложения начального поля по плоским волнам и последующим их сложением с учетом фазовых набегов. Расчет предусматривал определение на разных расстояниях z от линзы фрактальной размерности поля D распространяющегося светового пучка и размеров спеклов р. Результат расчета представлен на рис. 1.



Рис. 1. Зависимость фрактальной размерности D (красная линия) и размеров спеклов р (синяя линия) от расстояния z. R – радиус кривизны волнового фронта пучка сразу за линзой.

Значки на графиках получены путем усреднения величин D и р по пяти реализациям. В процессе распространения пучок сохранял фрактальные признаки, хотя его фрактальная размерность изменялась. Сохранялась, подчиняясь релеевскому закону, и

плотность вероятности распределения интенсивности. В фокальной области линзы при z = R размерность D, как и размеры спеклов, были минимальными. При этом в фокальной плоскости распределение интенсивности определялось фурье-образом начального распределения поля. В области изображения пучка (z = 2R) фрактальная размерность, хотя была и близка к начальному значению, но заметно из-за влияния дифракции ему уступала. Это обстоятельство следует учитывать при практическом использовании фрактального излучения в арт терапии и офтальмологии.

Был рассмотрен случай распространения спеклового фрактального волнового пучка с изначально плоским волновым фронтом в свободном пространстве. Для снижения влияния краевых эффектов использовалась дополнительная супергауссовая корректирующая функция поперечных координат х, у $T_{x,y}$, играющая роль"мягкой" диафрагмы

$$T_{x,y} = \xi e^{-\left[\left(x * u - \frac{(K+1) * u}{2}\right)^2 + \left(y * u - \frac{(K+1) * u}{2}\right)^2\right]^4},$$
(3)

где ξ , u, K - постоянные параметры. Происходящие изменения в структуре такого пучка при его распространении качественно иллюстрирует рис.2, на котором приведена структура поля в начальной плоскости (рис.1а) и на расстоянии от нее $z_1 = 0.0001 d^2/\lambda$, где d – размер рабочего поля, λ – длина волны (рис.1б).



Рис.2. Трансформация структуры спеклового пучка.

Количественный анализ трансформации структуры спекловой волны показал, что такие характеристики поля как плотность вероятности и радиус корреляции значений интенсивности, их стандартное отклонение в области $0 < z < z_1$ в зависимости от реализации могут претерпевать заметные, а иногда значительные изменения. В то же время, фрактальная размерность, рассчитанная методом покрытий, испытывала отклонения от среднего значения, равного 2.45, не превышающие 2%. Это говорит об устойчивости такой важной характеристики спеклового поля, как его фрактальная размерность.

Планируется, что результаты численного моделирования будут использованы для тестирования пространственного модулятора света, с помощью которого могут быть получены фрактальные световые пучки различной конфигурации.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. N. Bender et al. //Optica. 2018. V.5. No.5. P.595 600.
- 2. А.М. Зотов и др. // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. 2019. № 6. С. 52–57.

Лазерное формирование релятивистских электронных зеркал и генерация некогерентных рентгеновских лучей

В.В. Кулагин¹, В.Н. Корниенко², В.А. Черепенин²

¹Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга, МГУ им. М. В. Ломоносова ²Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН victorykulagin@yandex.ru

Рентгеновские лучи являются в настоящее время одним из наиболее эффективных инструментов исследования различных систем во многих областях науки и техники. Особое место занимают источники рентгеновского излучения, основанные на синхротронном излучении релятивистских электронов [1]. С широким распространением лазеров мультитераваттного уровня метод генерации рентгеновских лучей с помощью синхротронного излучения привлекает все большее внимание исследователей возможностью создания полностью оптического рентгеновского источника излучения с контролируемыми параметрами.

Основой генератора рентгеновских лучей может быть источник, формирующий релятивистское электронное зеркало, параметры которого во многом определяют параметры рентгеновских импульсов. Для нанопленки идея синхронного ускорения электронов сверхмощным неадиабатическим лазерным импульсом была впервые предложена в [2], и затем были исследованы характеристики формируемых релятивистских электронных зеркал [3]. При перпендикулярном падении неадиабатического лазерного импульса с безразмерной релятивистской амплитудой $a_0 = |e|E_0/(mc\omega)$ (е и *m* – заряд и масса электрона, E_0 и ω - амплитуда и частота лазера с длиной волны λ , *с* – скорость света в вакууме) на плазменный слой может происходить одновременное продольное (по отношению к оси луча лазера) смещение всех электронов слоя под действием продольной компоненты силы Лоренца. При достаточно большой амплитуде поля эта сила разгоняет электроны до релятивистских скоростей. В результате может сформироваться релятивистское электронное зеркало с диаметром порядка нескольких микрон при толщине в несколько нанометров и менее. Необходимым условием формирования такого сгустка является превышение амплитудой лазерного импульса определенного порога, зависящего от параметров плазменного слоя.

При падении встречного лазерного импульса на такое релятивистское электронное зеркало формируется электромагнитный импульс с увеличенной частотой вследствие преобразования Доплера. Когерентная часть импульса исследовалась в [4,5] для перпендикулярного падения встречного импульса на зеркало. В этом случае преобразование частоты оказывалось пропорциональным нормированной энергии электронов у, что связано с поперечным движением зеркала. Также в отраженном импульсе присутствует и некогерентная часть, для которой направление распространения максимума интенсивности отличается от перпендикуляра к зеркалу и совпадает с направлением скорости электронов. Аналитические оценки параметров этого излучения показали [6], что при использовании современных лазеров возможна генерация аттосекундных рентгеновских и гамма пучков с максимальной энергией в единицы МэВ и высокой яркостью.

Моделирование взаимодействия лазерного импульса с электронами с помощью РІС-кодов не позволяет исследовать поля рентгеновских и гамма частот. В то же время их генерация происходит в результате движения и синхротронного излучения электронов в поле встречного лазерного импульса [1], и это движение уже допускает РІС моделирование. Тогда высокочастотные излучаемые поля в дальней зоне могут быть вычислены по найденным координатам и импульсам частиц на каждом шаге моделирования с помощью применения потенциалов Лиенара-Вихерта.

В работе параметры релятивистских электронных зеркал найдены из двумерного РІС моделирования взаимодействия мощного ускоряющего лазерного импульса с крутым фронтом (длительность фронта – доли периода импульса) с плазменным слоем. После того, как зеркало сформировалось, под углом к оси ускоряющего импульса запускается встречная волна, в поле которой и происходит синхротронное излучение электронов зеркала. Линейно поляризованный (вдоль оси х) ускоряющий лазерный импульс с безразмерной амплитудой $a_0 = 10$, диаметром 20 мкм (по уровню e^{-1}) и длиной волны 1 мкм, распространяется вдоль линии *x*=20*λ* в положительном направлении оси z (Рис. 1а). Импульс имеет вид отрезка синусоиды длиной 5 длин волн, что соответствует неадиабатической форме импульса, когда уже первый полуцикл имеет амплитуду, близкую к максимальной амплитуде импульса [4]. Толщина плазменного слоя составляет 5 нм, плотность 0.6·10²² см⁻³, начальное положение $z = 0.5\lambda$. Характеристики электронов релятивистского зеркала через 4.5 периода Т₀ лазерного поля после начала моделирования представлены на Рис. 1. Угол падения плоской встречной волны, включающей один период T_0 , равен 170° к оси z, ее амплитуда $a_1 = 1$. Встречная волна задавалась как внешнее поле, что упростило модификацию уже имеющегося численного PIC кода на случай неколлинеарного падения ускоряющего и встречного импульсов. Короткая длительность встречной волны позволила детально исследовать генерацию синхротронного излучения различными частями зеркала. Для расчета этого излучения была написана отдельная программа, использующая сохраняемые на каждом шаге РІС моделирования координаты и импульсы частиц.



Рис. 1. Характеристики электронов релятивистского зеркала через 4.5 периода T₀ лазерного поля от начала моделирования: (а) - пространственное распределение электронов, (б) и (в) - нормированные на *mc* продольный и поперечный импульсы. На панели (а) показана также встречная волна (синяя полоса, масштабы по осям *z* и *x* различные).

Из Рис. 16,в следует, что наибольшую энергию имеют электроны вблизи оси лазерного импульса (участок зеркала от $x=15\lambda$ до $x=25\lambda$). Длительность взаимодействия встречной волны с зеркалом составляет $1.5T_0$, остальные электроны в окне моделирования имеют существенно меньшие энергии и формируют низкочастотную часть излучения, в расчете дальнего поля они не учитываются. Зависимости параметров наиболее энергичных электронов зеркала от времени представлены на Рис. 2. Поскольку ускорение электронов зеркала еще не закончилось к началу взаимодействия с встречной волной (удлинение времени ускорения требует увеличения окна моделирования и, соответственно, компьютерных ресурсов), их импульсы и энергия растут, рост нормированной энергии происходит от $\gamma=44.5$ до $\gamma=59$. Угол, составляемый вектором скорости наиболее энергичных электронов релятивистского зеркала по

отношению к оси *z*, также изменяется от -12 до -10.5 градусов. Исходя из этих значений был выбран угол падения встречной волны 170°. Так как энергия электронов и угол их вектора скорости изменяются согласованно и регулярно во время взаимодействия со встречной волной, характеристики формируемого излучения (частота, спектральная плотность интенсивности и др.) будут зависеть не только от направления, но и от времени.



Рис. 2. Характеристики наиболее энергичных электронов релятивистского зеркала в зависимости от времени: (а) - нормированные энергия γ (синяя кривая) и продольный импульс p_z (красная кривая) электронов, (б) - нормированный поперечный импульс p_x электронов (синяя кривая) и угол вектора скорости (в градусах) по отношению к оси z (красная кривая).

Характеристики синхротронного излучения представлены на Рис. 3. Зависимость поля излучения от времени (Рис. 3а) на расстоянии 7 мм от области моделирования вдоль линии максимальной интенсивности с углом -11° от оси *z* имеет вид шума, что связано с некоррелированным излучением отдельных электронов зеркала, имеющих разные координаты и разброс импульсов. Центральная часть импульса с большими амплитудами формируется электронами релятивистского зеркала, начало и конец - менее энергичными электронами, окружающими зеркало с обеих сторон. Все электроны с нормированной энергией γ , меньшей максимальной на 20, в расчете поля в дальней зоне не участвовали. Длительность импульса излучения определяется временем прохождения встречной волны по релятивистскому зеркалу и окружающим электронам (Рис. 1а).



Рис. 3. Характеристики синхротронного излучения электронов релятивистского зеркала за все время взаимодействия со встречной волной: (а) - зависимость поля излучения электронов от времени на расстоянии 7 мм от области моделирования вдоль линии максимальной интенсивности, составляющей угол -11° от оси z, (б) - спектральная плотность интенсивности излучения в этой же точке, (в) - интегральная (по частоте) интенсивность рентгеновского излучения в зависимости от угла от оси z.

Спектральная плотность интенсивности имеет модуляцию, характерную для генерации синхротронного излучения в поле лазерной волны [7]. Период модуляции составляет около $1.4 \cdot 10^{18}$ Гц, т.е. порядка 5.8 кэВ. В интервале 10 дБ от максимума спектральной плотности интенсивности отчетливо видны 9 периодов модуляции, таким образом, формируется некогерентное рентгеновское излучение с максимальной энергией фотонов более 50 кэВ. Для других направлений максимальная энергия излученных фотонов уменьшается, при этом период модуляции спектра также становится меньше. Уменьшение или увеличение безразмерной амплитуды встречной волны позволяет уменьшать или увеличивать максимальное значение спектральной плотности интенсивности, а также максимальную энергию фотонов. Таких же результатов можно достичь, изменяя амплитуду ускоряющего лазерного импульса. Это позволит создать полностью оптический рентгеновский источник излучения с контролируемыми параметрами.

На Рис. Зв представлена интегральная (по частоте) интенсивность рентгеновского излучения в зависимости от угла от оси z. Интенсивность имеет максимум при отклонении от оси z на угол -11 градусов, что соответствует направлению скорости наиболее энергичных электронов во время взаимодействия встречной волны с зеркалом (Рис. 2). Ширина распределения составляет порядка 1.5°, что несколько превышает величину 1°, соответствующую максимальной энергии электронов [1]. Это связано с продолжающимся ускорением электронов во время взаимодействия взаимодействия зеркала с встречной волной и медленным изменением их энергии.

Таким образом, с помощью численных 2D моделирований исследована генерация рентгеновских лучей синхротронного типа при взаимодействии встречной лазерной волны с релятивистском электронным зеркалом, сформированным мощным ускоряющим лазерным импульсом из плазменного слоя. Излучаемые поля в дальней зоне вычисляются по найденным на каждом шаге моделирования координатам и импульсам частиц с помощью применения потенциалов Лиенара-Вихерта. Показано, что максимальная энергия фотонов рентгеновского излучения составляет более 50 кэВ, а угловое распределение имеет ширину порядка 1.5 градусов. Изменение амплитуды встречной волны позволяет менять максимальную энергию фотонов, что дает возможность создать полностью оптический рентгеновский источник излучения с контролируемыми параметрами.

ЛИТЕРАТУРА

1. S. Corde et al. // Rev. Mod. Phys. 2013. V. 85. No 1. P. 1.

2. V.V. Kulagin, V.A. Cherepenin, M.S. Hur et al. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. P. 124801.

3. V.V. Kulagin, V.A.Cherepenin, Y.V. Gulyaev et al. // Phys. Rev. E. 2009. V. 80. P. 016404.

4. В. В. Кулагин, В. Н. Корниенко, В. А. Черепенин и др. // Квант. электрон. 2013. Т. 43. № 5. С. 443.

5. В. В. Кулагин, В. Н. Корниенко, В. А. Черепенин // Квант. электрон. 2016. Т. 46. № 4. С. 315.

6. В. В. Кулагин, В. Н. Корниенко, В. А. Черепенин // Журнал Радиоэлектроники. 2015. № 12.

7. K. Lee, Y. H. Cha, M. S. Shin et al. // Phys. Rev. E. 2003. V. 67. No 4. P. 026502.

Генерация излучения с перестраиваемым спектром в активных кольцевых фотонно-кристаллических волоконных резонаторах

А. С. Абрамов, В. А. Лапин, П. П. Миронов

Научно-исследовательский технологический институт им. С.П. Капицы, Ульяновский государственный университет

aleksei__abramov@mail.ru; lva2013@yandex.ru; museum73@rambler.ru;

Рассматривается генерация излучения с гребенчатым спектром в кольцевом волоконном резонаторе с синхронизацией гармонических мод, обеспечиваемой диссипативным четырехволновым смешением. При этом основным элементом резонатора рассматриваемой лазерной системы является усиливающий одномерный фотонный кристалл, который сочетает в себе свойства внутрирезонаторного фильтра и усилителя мощности. Путем использования стандартных уравнений распространения, описывающие преобразование сигнала в кольцевом резонаторе и выходном волоконном каскаде, продемонстрирована возможность использования предложенной модели в качестве широкополосного частотного гребенчатого генератора с регулируемой частотой повторения генерируемых сигналов.

Исследование и разработка высокочастотных волоконных лазерных систем, позволяющих генерировать последовательности ультракоротких импульсов (УКИ) с частотой повторения в несколько гигагерц, представляют большой интерес для многих технических применений с использованием широкополосных оптических частотных гребенчатых генераторов. Гребенка стандартной частоты представляет собой композицию когерентных узких равноудаленных лазерных линий, причем центральная линия имеет максимальную яркость. Область применения генераторов лазерной гребенки чрезвычайно широка и включает в себя применение в оптическая связь, спектроскопия, метрология, микроволновая фотоника и т.д. [1–3]. С практической точки зрения наиболее привлекательными источниками для генерации частотной гребенки являются волоконные солитонные лазеры с синхронизацией гармонических мод. Эти лазеры сочетают в себе ряд важных свойств, таких как компактность, надежность, низкая стоимость и простота вывода излучения из системы [4].

Одним из подходов в получению режима гармонической синхронизации мод является использование диссипативного четырехволнового смешивания (DFWM в англоязычных источниках) [5]. В этом случае режим гармонической синхронизации в волоконном резонаторе реализуется путем добавления внутрирезонаторного фильтра со свободным спектральным диапазоном, равным частоте следования выходной последовательности импульсов. Влияние четырехволнового смешивания заключается в том, что общее усиление в резонаторе будет преобладать над потерями только для двух продольных мод. Остальные моды резонатора могут приобретать энергию только за счет эффективного параметрического взаимодействия, поскольку они находятся в области, где потери выше, усиления. В результате все взаимодействующие моды становятся синхронизированными по фазе, что приводит к генерации импульсов с частотой повторения, равной разнице частот между двумя исходными продольными модами [6].

Важным элементом в схеме кольцевого лазера является периодическая активная структура с модулированным показателем преломления (ПП)

$$n = n_0 \left(1 + \delta n \cos\left(2\pi z / \Lambda\right) \right), \tag{1}$$

где n_0 – невозмущенный показатель преломления, δn – глубина модуляции ПП , Λ – период изменения ПП, z – продольная координата.



Рис. 1. Схема кольцевого резонатора: (SMF) одномодовое волокно, (ОИ) оптический изолятор, (ФК) фотонный кристалл и (В) выходной соединитель.

Динамика распространения излучения в кольцевом резонаторе и волоконном световоде описывается стандартным нелинейным уравнением Шредингера (НУШ):

$$\frac{\partial A}{\partial z} - i\frac{d_2}{2}\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{d_3}{6}\frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - iR|A|^2 A = 0$$
⁽²⁾

в котором значения дисперсии второго и третьего порядков $d_2 = -2 \cdot 10^{-26} \text{ c}^2/\text{м}$ и $d_3 = 10^{-41} \text{ c}^3/\text{м}$, соответственно, значение нелинейности $R = 3 \cdot 10^{-3} \text{ (Bt·m)}^{-1}$.

При этом влияние фотонно-кристаллического элемента учитывалось при помощи выражения для коэффициента пропускания [7]:

$$T(\omega) = \frac{S \exp(i\Delta\beta L)}{(g - i\Delta\beta)\sinh SL - S\sinh SL}$$
(3)

где L – длина фотонно-кристаллического элемента, а параметр $S^2 = \kappa^2 + (g - i\Delta\beta)^2$ определяется коэффициентом связи прямой и обратной волн, $\kappa = 2\pi n_0 \delta n / \lambda_0$, и отстройка согласования фаз в активной фотонно-кристаллической структуре, $\Delta\beta = n_0 \omega / c - \pi / \Lambda$, $\lambda_0 = 1.55 \cdot 10^{-6}$ м – центральная длина волны.

Коэффициент усиления рассматриваемой структуры выбирался с учетом ограниченной ширины линии усиления и эффектов насыщения и имеет вид:

$$g = g_0 \exp\left(-\omega^2 / 2\Delta\omega^2\right) \cdot \left[1 + \frac{1}{E_g} \int_0^{\tau_{\rm win}} |A(t)| dt\right]^{-1}$$
(4)

где g_0 – коэффициент усиления сигнала, $\Delta \omega = 6\pi \cdot 10^{12} \text{ c}^{-1}$ – ширина линии усиления активного элемента ФК, $E_g = 0.8 \text{ нДж}$ – энергия насыщения активного элемента в однородной среде, τ_{win} – размер окна моделирования, A(t) – текущая амплитуда огибающей сигнала, проходящего через фотонно-кристаллическую структуру.

На рис. 2 приводятся спектры сигнала (красные кривые) и пропускания активной структуры ФК (синие кривые) на выходе кольцевого резонатора, которые были получены для трех значений параметра модуляции $\delta n = (1.5, 6.5, 13.5) \cdot 10^{-4}$, для которых ширина запрещенной зоны будет составлять $\Omega = (0.8, 3.5, 7) \cdot 10^{11}$ с⁻¹ соответственно.

Видно, что спектр генерируемого излучения имеет линейчатый вид с двумя ярко выраженными центральными линиями, имеющими максимальную яркость. Их положение соответствует краям запрещенной зоны активной структуры ФК.

При этом спектральную картину можно изменить, выбрав соответствующую глубину модуляции ПП (рис. 2). При моделировании параметр E_g энергии насыщения усиления находится в диапазоне [0,75, 0,9] нДж. Его значение выбрано таким образом, чтобы только две моды резонатора находились в области результирующего положительного усиления, а максимальный уровень сигнала оставался примерно равным 1-3 МВт. Как видно, в установившемся режиме система работает как двухчастотный гребенчатый генератор, где расстояние между двумя маленькими гребенками в точности равно ширине запрещенной зоны (рис. 2).

Большая спектральная яркость двух центральных линий может быть объяснена тем фактом, что кольцо рассматриваемая система на самом деле представляет собой DFB-лазер, работающий в качестве усилителя в режиме, предшествующем широкополосной генерации. В данном случае мы можем утверждать, что в рамках исследуемого сценария в кольцевом генераторе формируется система из k стабильно связанных генераторов (k $\approx \Delta \omega L/\Omega$, где $\Delta \omega L$ - общая ширина генерируемого линейчатого спектра).



 $\delta n = (1.5, 6.5, 13.5) \cdot 10^{-4}$ – рис. (a, b, c) структур ФК.

Работа выполнена при поддержке РНФ в рамках научного проекта № 23-22-00412.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bandelow U., Radziunas M., Vladimirov A., Hüttl B., Kaiser R. Opt. Quantum Electron. **38** (4–6), 495 (2006).

2. Kippenberg T.J., Holzwarth R., Diddams S.A. Science (80-.). 332 (6029), 555 (2011).

3. Рибенек В.А., Золотовский И.О., Итрин П.А., Коробко Д.А. *Квантовая электроника* **52** (7), 604 (2022).

4. Fermann M.E., Hartl I. Nat. Photonics 7 (11), 868 (2013).

5. Peccianti M., Pasquazi A., Park Y., Little B.E., Chu S.T., Moss D.J., Morandotti R. *Nat. Commun.* **3** (1), 765 (2012).

6. Korobko D.A., Fotiadi A.A., Zolotovskii I.O. Opt. Express 25 (18), 21180 (2017).

7. Ярив А. Квантовая электроника (Москва: «Советское радио», 1980).

Спектры и когерентность лазерных диодов с широким контактом в надпороговом режиме генерации

А.Г. Ржанов

Физический факультет МГУ имени М.В.Ломоносова rjanov@mail.ru

В последних работах нами изучались теоретически и экспериментально спектры излучения лазерных диодов (ЛД) с широким контактом (ШК), мощность излучения которых составляла от десятых долей до единиц ватт [1-7]. Это были исследования возможности установления степени деградации ЛД с помощью детального изучения экспериментальных спектров излучения с последующей их привязкой к постепенному изменению параметров ЛД, которые являются свидетельством деградации. Прежде всего, это относится к величине внутренних потерь излучения в резонаторе α_{enymp} и средней длине когерентности излучения ЛД $L_{ког}$. Рассмотрение проводилось в предположении штатного режима работы при котором ЛДШК имеет срок службы не менее 10 000 часов и при этом рабочая точка на ватт-амперной характеристике (BTAX) находится примерно в середине линейного участка. Такой режим выбирается из лучших потребительских свойств устройства. Для установки штатного режима генерации используют драйвер: стабилизированный источник, рассчитанный на штатную величину тока накачки I_{ur} .

Для рассматриваемого теоретически ЛДШК штатный ток составлял примерно $I_{uu}=1$ А при мощности излучения $P_{uu}=0.5$ Вт, пороговом токе $I_{nop}=0.5$ А и средней длине волны $\lambda_0 = 981$ нм. Эти и подобные им ЛД с несколько другими параметрами были рассмотрены нами при разных часах наработки в штатном режиме [8]. Пример такого спектра ЛДШК в штатном режиме показан на рис. 1.



Рис. 1. Пример спектра излучения ЛДШК при штатном токе накачки [8].

В штатном режиме работы спектры излучения ЛДШК отличаются большой насыщенностью, связанной с наличием продольных, поперечных мод резонатора ЛД, а также присутствием в резонаторе генерации в нескольких когерентных, но не связанных по фазе излучения пространственных каналах. Кроме перечисленных типов оптических колебаний в сложной структуре полей активного лазерного резонатора возможно существование динамики излучения, которая может существенно обогащать спектр ЛД. Экспериментально при спектральных измерениях выделить такую динамику сложно. Возможность таких исследований открывают только методы

пространственной и спектральной хронографии. В конечном итоге все указанные особенности излучения связаны с нелинейным характером взаимодействия излучения с активной средой резонатора ЛДШК.

В приведённом на рис. 1 спектре излучения довольно сложно точно идентифицировать отдельные когерентные моды и выделить группы мод, соответствующие разным каналом генерации. Оценки параметров такого ЛД были сделаны нами в работе [9]. Для прояснения и упрощения анализа деградации ЛД мы предлагаем проводить анализ спектров, полученных при небольшом (5-10%) превышении порога генерации. Такой режим называют надпороговым.

Особенностью надпороговой генерации является, во-первых, отсутствие в каналах латеральных мод высших порядков. Во-вторых, эффективные внутренние потери α_{enymp} в резонаторе оказываются меньше за счёт того, что фактор оптического ограничения Γ по трансверсальной оси x (поперёк слоёв структуры) при малых значениях мощности светового излучения оказывается меньше, чем при больших. Коэффициент оптического ограничения Γ фундаментальной моды для тонких планарных волноводов можно оценивать по формуле [10]:

где d_{KR} - толщина слоя квантовой ямы, n_2 и n_1 - показатели преломления активного (квантовая яма) и соседних волноводных слоёв соответственно.

Например, для значений $d_{K\pi}=12$ нм, $n_1=3.4$ и $n_2=3.8$ в системе In_{0.26}Ga_{0.74}As_{0.47}P_{0.53} / In_{0.14}Ga_{0.86}As выражение (1) даёт приближённое значение Г=0.009. Зная коэффициент нелинейной рефракции для In_{0.26}Ga_{0.74}As_{0.47}P_{0.53} и соотношение между токами накачки в надпороговом и штатном режимах генерации ЛД мы можем оценить разницу значений Г и внутренних потерь α_{GHYMP} :

$$\alpha_{\rm servmp} = \Gamma \alpha_{\rm K} + (1 - \Gamma) \alpha_{\rm sonoood} \tag{2}$$

где α_{KS} и $\alpha_{волновод}$ - потери в квантовой яме и в расширенной волноводной структуре лазера. Таким образом, параметры Г и $\alpha_{внутр}$ определяют среднюю длину когерентности $L_{\kappa or}$ лазерного излучения, а в конечном итоге и спектрально-пространственные характеристики излучения [8]:

$$n_{_{}^{} \phi \phi} = \Gamma n_2 + (1 - \Gamma) n_1 \tag{3}$$

$$L_{_{\kappa O \mathcal{E}}} = \frac{2\pi n_{_{\vartheta \phi \phi}}}{\alpha_{_{ehymp}} + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 R_2}},$$
(4)

где $n_{3\phi\phi}$ - эффективный показатель преломления лазерного волновода, L - длина ЛД, R_1 , R_2 - коэффициенты отражения зеркал по мощности. Как правило, в промышленных ЛД средней мощности до 200-300 мВт величина R_1R_2 =0.3, а для мощности более 0.5 Вт R_1R_2 =0.02.

Остаётся плохо изученным вопрос о величине эффективного показателя преломления, с которым напрямую связан межмодовый спектральный интервал Фабри-Перо Δλ_{ΦΠ} ЛД [9, 10]:

$$\Delta \lambda_{\phi II} = \frac{\lambda_0^2}{2n_{adm}L} \,. \tag{5}$$

В выражении (3) от накачки зависят все величины, причём влияние это может быть довольно большим. Поэтому величина $\Delta\lambda_{\Phi\Pi}$ при одной и той же длине лазерного резонатора в разных режимах может существенно различаться. Это наблюдалось в эксперименте. Применительно к ЛД на рис.1 имеем *L*=670 мкм. К сожалению, не всегда бывает известен точный состав слоёв ЛДШК и коэффициент нелинейной рефракции в системе с квантовой ямой и расширенным волноводом, что делает расчёты крайне неточными. Однако можно рассмотреть проблему с другой стороны: зная межмодовое расстояние $\Delta\lambda_{\Phi\Pi}$ в надпороговом режиме оценить величину длины резонатор (5), а затем, используя данные спектральных измерений в штатном режиме, оценить

изменения $n_{3\phi\phi}$, Γ и коэффициент нелинейной рефракции $A = \left| \frac{\partial n_{3\phi\phi}}{\partial N} \right|$, где N -

концентрация избыточных носителей в квантовой яме. Для расчётов удобно воспользоваться экспериментальной ВтАХ и формулами, следующими из кинетических уравнений:

$$\partial J = \frac{ed}{\tau_{cn}} \partial N \,, \tag{6}$$

$$A = \frac{\partial n_{s\phi\phi}}{\partial I} \left/ \frac{\partial N}{\partial I} \right, \tag{7}$$

где e - заряд электрона, d - толщина квантовой ямы, I, J - ток накачки и его плотность, N, τ_{cn} - концентрация и время жизни избыточных носителей в квантовой яме.

Параметры (1)-(5) является определяющим в ЛДШК для фиксации качества и степени деградации ЛДШК [8].

Как было показано в работах [8, 9], для ЛДШК характер спектра излучения, пространственная структура и количество каналов генерации существенно зависят от внутренних потерь α_{shymp} . Это является причиной различия распределении излучения по каналам генерации и числа этих каналов. Поэтому следует ожидать в эксперименте токовую зависимость числа широких пиков в частотных спектрах ЛДШК: чем выше ток накачки, тем большее число широких пиков (1-3 нм по длине волны) должно появляться в спектре излучения лазера.

Таким образом, в работе предлагается способ определения качества гетероструктуры мощных ЛДШК по виду их надпороговых спектров.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.Г. Ржанов // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 1. С. 6.

2. А.Г. Ржанов // Изв. РАН. Сер. физ. 2021. Т. 85. № 2. С. 250.

3. А.Г. Ржанов // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 2. С. 221.

4. A.G. Rzhanov // EPJ Web of Conferences. 2019. V. 220, P. 02013-1.

5. O.I. Koval et al. // Physics of Wave Phenomena. 2013. V. 21. No. 4. P. 287.

6. В. В. Близнюк и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2015. Т. 79. № 12. С. 1666.

7. А.Г. Ржанов // Изв. РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. № 11. С. 1508.

8. V. V. Bliznyuk et al. // Bull.Rus.Acad.Sci.:Phys. 2024. V. 88, No. 1. P. 21.

9. А.Г. Ржанов и др. // Самарцевские Чтения (ФЭКС/IWQO-2023): Сборник тезисов. г.

Светлогорск, 18 – 22 сентября 2023 г.С. 174.

10. Х. Кейси, М. Паниш "Лазеры на гетероструктурах. Основные принципы. Т.1" М.: Мир,1981.

Дифракция Брэгга на регулярных доменных структурах с наклонными стенками при смещении зондирующего гауссова пучка вдоль полярной оси кристалла ниобата лития

Савченков Е.Н.¹, Бельская Д.А.¹, Дубиков А.В.¹, Чувакова М.А.², Ахматханов А.Р.², Шур В.Я.²

¹Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники ²Уральский федеральный университет rossler@mail.ru

Брэгговская дифракция световых волн на регулярных доменных структурах (РДС) в сегнетоэлектрических кристаллах позволяет реализовать с её применением различные устройства для управления временными и пространственными характеристиками лазерного излучения. Для РДС в кристаллах ниобата лития управление дифракционными устройствами брэгговского типа осуществляется при приложении к ним постоянного [1–3], импульсного [4], или синусоидального электрического поля [5]. При этом необходимо учитывать влияние наклона доменных стенок на форму дифракционного пятна в случае смещения центра зондирующего пучка по полярной координате z от положения, соответствующего равенству размеров исходных и переполяризованных областей РДС.

Целью настоящей работы является эксперименты по брэгговской дифракции света на РДС с наклонными стенками, созданной методом электрической переполяризации в образеце 5% MgO:LiNbO₃, при смещении положения центра зондирующего гауссова пучка по полярной координате *z*. В численных расчетах использовалась известная модель [6] и соотношения для пространственных зависимостей интенсивности дифрагированного света на выходе РДС, принимающие во внимание возмущения диэлектрического тензора кристалла, создаваемые доменными стенками.

В эксперименте исследовался образец РДС с пространственным периодом $\Lambda = 8.79$ мкм, сформированной в кристалле 5% MgO:LiNbO₃ с размерами 40×2×1 мм³ вдоль осей X, Y и Z, соответственно. Доменные стенки Y-типа данного образца, описанного ранее в работе [7], имели наклон $\alpha = 0.31^{\circ}$ к полярной оси кристалла. Образец размещался на поворотном столике, позволяющем задавать угол Брэгга в плоскости XY для наблюдения дифракции в первый порядок. Зондирующий гауссов пучок He-Ne лазера с необыкновенной поляризацией, длиной волны $\lambda = 632.8$ нм, мощностью 22,5 мВт и апертурой $r_0 = 0.7$ мм фокусировался на входную грань кристалла y = 0 сферической линзой с фокусным расстоянием F = 350 мм. В ходе эксперимента зондирующий пучок смещался вдоль полярной оси Z от положения, при котором имела место симметрия по координате z' в плоскости наблюдения дифракционного максимума порядка m = 1. Данная плоскость наблюдения X'Z' соответствующих дифракционных порядков располагалась в зоне Фраунгофера на расстоянии 1650 мм от выходной грани образца.

В экспериментах с помощью цифровой фотокамеры фиксировались картины распределений интенсивности для первого дифракционного максимума в зоне Фраунгофера (Рис.1), а также картины положения зондирующего светового пучка на выходной грани кристалла (Рис.2). Фотографии картин для первого дифракционного максимума расположены в единой системе координат и масштабе, отражающем реальные изменения в распределении интенсивности по координате z' в ходе эксперимента. Размеры дифракционных пятен определялись по линейной шкале, размещенной в плоскости наблюдения рядом с ними.



Рис. 1. Картины распределения интенсивности в первом брэгговском порядке для дифракции на РДС с периодом 8.79 мкм в кристалле 5% MgO:LiNbO₃ при изменении положения зондирующего пучка от нижнего положения (а) до симметричного положения (в, г) и далее до верхнего положения (е) центра гауссова пучка на входной *Y*-грани.





Рис. 2. Фотографии прошедшего зондирующего пучка на выходной *Y*-грани кристалла 5% MgO:LiNbO₃ с РДС с периодом 8.79 мкм при изменении положения центра зондирующего пучка от нижнего положения (а) до симметричного положения (в, г) и далее до верхнего положения (е) пучка на выходной *Y*-грани.

На рисунках 2а-2е просматриваются верхняя и нижняя Z-грани кристалла, высота которого составляет 1 мм, что позволяет найти местоположение середины выходящего из кристалла зондирующего пучка по оси Z.

Для описания результатов эксперимента воспользуемся предложенной в [7] моделью изотропной дифракции Брэгга на РДС, учитывающей наклон доменных стенок к полярной оси кристалла. Для дифракции Брэгга с использованием представления светового поля зондирующего гауссова пучка через угловой спектр плоских волн [8], в приближения слабой связи [9], амплитуды составляющих углового спектра для дифрагированного пучка *m*-го порядка с проекцией волнового вектора k_z на выходной грани кристалла y = d, могут быть записаны в следующем виде [7]:

$$F_{dm}(d,k_z) = -\frac{\pi}{2\lambda} \frac{n_e^3 P_S^2 R_{33}}{\cos(m\theta_{B1})} \frac{\omega_0 r_w}{\Lambda} \times$$
(1)

$$\times \int_{z_b}^{z_t} C_m^*(z) \exp(ik_z z) dz \int_0^d \frac{\exp\left\{-(z-z_G)^2 / \left[r_w^2 - i\lambda y / \left(\pi n_e \cos(m\theta_{B1})\right)\right]\right\}}{\sqrt{r_w^2 - i\lambda y / \left(\pi n_e \cos(m\theta_{B1})\right)}} dy,$$

где n_e – необыкновенный показатель преломления; P_S – величина спонтанной поляризации; R_{33} – квадратичная электрооптическая постоянная кристалла; ω_0 – половина толщины доменной стенки; z_G определяет положение центра зондирующего пучка при y = 0, θ_{BI} – угол Брэгга для первого дифракционного порядка, r_w – радиус зондирующего пучка в фокальной плоскости

Коэффициенты разложения по составляющим непрерывного углового спектра в Фурье-разложении возмущений, создаваемых наклонными доменными стенками, описываются интегральным выражением [7],

$$C_m(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \exp\left(im\frac{\pi}{2}\right) \exp\left[im\frac{2\pi}{\Lambda} \operatorname{tg}\alpha\left(z_0 - z_m\right)\right] \operatorname{sinc}\left[\left(K_z + m\frac{2\pi}{\Lambda}\operatorname{tg}\alpha\right)\frac{h_i}{2}\right] + (2)\right\}$$

$$+\exp\left(-im\frac{\pi}{2}\right)\exp\left[-im\frac{2\pi}{\Lambda}\operatorname{tg}\alpha\left(z_{0}-z_{m}\right)\right]\operatorname{sinc}\left[\left(K_{z}-m\frac{2\pi}{\Lambda}\operatorname{tg}\alpha\right)\frac{h_{i}}{2}\right]\right]\exp\left[iK_{z}\left(z-z_{m}\right)\right]dK_{z},$$

и определяются составляющими непрерывного углового спектра с волновыми числами K_z , где z_0 – координата, в которой размеры переключенной и исходной областей кристалла одинаковы, $h_i = z_t - z_b$ – промежуток вдоль координаты z, превышающий диаметр перетяжки $2r_w$, в котором доменные стенки с углом наклона α существуют в кристалле.

С учетом условия непрерывности тангенциальных составляющих для волновых векторов дифрагированного светового поля k_x и k_z при y = d, его распределение интенсивности в брэгговских максимумах в дальней зоне, при $R \gg 4r_w^2/\lambda$ и $x'_m = m\lambda R/\sqrt{4\Lambda^2 - (m\lambda)^2}$, может быть получено как

$$I_m(z') \sim \left| F_{dm} \left(d, k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{z'}{\sqrt{R^2 + (x'_m)^2 + (z')^2}} \right) \right|^2.$$
(3)

Рассчитанные с использованием соотношений (1)-(3) нормированные распределения интенсивности $I_1(z')$ в дифракционном максимуме с m = 1 для снимков на рис.1(а - г) представлены сплошными кривыми на рис. 3-5; точками представлены усредненные экспериментальные распределения интенсивностей по вертикальной координате вдоль полярной оси кристалла.



Рис. 3. Красные точки – нормированные распределения интенсивности дифрагированного пучка по координате z' для рис.1(в), синие – для рис. 1(г). Сплошная линия – рассчитанная по формулам (1)-(3) нормированная зависимость интенсивности дифрагированного пучка для зондирующего пучка с центром, соответствующим z₀, где размеры исходной и переполяризованной областей РДС одинаковы



Рис. 4. Красные точки – нормированная зависимость распределения интенсивности дифрагированного пучка по координате z', полученная для рис.1(б), синие – для рис. 1(д). Сплошная линия – рассчитанная по формулам (1)-(3) нормированная зависимость интенсивности дифрагированного пучка, для зондирующего пучка с центром, смещенным на ±0,08 мм от координаты z₀



Рис. 5. Красные точки – нормированная зависимость распределения интенсивности дифрагированного пучка по координате z', полученная для рис.1(а), синие – для рис. 1(е). Сплошная линия – рассчитанная по формулам (1)-(3) нормированная зависимость интенсивности дифрагированного пучка, для зондирующего пучка с центром, смещенным на ±0,12 мм от координаты z₀

Работа выполнена в рамках Госзадания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации на 2023-2025 годы (задание FEWM-2023-0012)

ЛИТЕРАТУРА

[1] M. Yamada et al. // Appl. Phys. Lett. 1996. V. 69. No 24. P. 3659.

- [2] J. A. Abernethey et al. // Appl. Phys. Lett. 2002. V. 81. No 14. P. 2514.
- [3] I. Mhaouech et al. // Opt. Lett. 2016. V. 41. No 18. P. 4174.
- [4] H. Gnewuch et al. // IEEE Photon. Technol. Lett. 1998. V. 10. No 12. P. 1730.
- [5] M. Yamada // Rev. Sci. Instrum. V. 71. No 11. P. 4010.
- [6] H. Kogelnik Bell Syst. Tech. J. 1969. V. 48. No 9. P. 2909.
- [7] Е.Н. Савченков и др. // Письма в ЖЭТФ, 2019, Т. 110, No. 3, С. 169.
- [8] М. Б. Виноградова "Теория волн" М.: Наука, 1990.
- [9] В. И. Балакший и др. "Физические основы акустооптики" М.: Радио и связь, 1985.

О сверхсветовых объектах в неравновесных средах

С.В. Сазонов

Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» sazonov.sergey@gmail.com

Представлен аналитический обзор экспериментальных и теоретических работ по сверхсветовому распространению лазерных импульсов в неравновесных средах. Показано, что при этом не возникает противоречий с принципом причинности и постулатами теории относительности.

В связи с постоянным усовершенствованием лазерной техники появилась возможность генерации очень коротких оптических импульсов [1]. Длительность таких импульсов порядка нескольких фемтосекунд, что значительно короче типичных времен релаксации населенностей квантовых уровней различных сред. В таких условиях появляются уникальные возможности исследования неравновесных состояний вещества, соответствующих инверсным населенностям квантовых состояний. В таких средах с необходимостью присутствуют сверхсветовые режимы распространения лазерных импульсов. На эту тему известно много работ, начиная с 60-х годов прошлого столетия [2 – 5]. В экспериментальной работе [2] зарегистрированная групповая скорость превышала скорость света в вакууме в 6 – 9 раз. В методических обзорах [3 – 5] детально исследованы механизмы сверхсветового (superluminal) распространения.

Обстоятельные исследования приводят к выводу, что в таких неравновесных средах групповая скорость не переносит ни энергии, ни информации. С этой скоростью распространяется профиль импульса, снимающий своей передней частью. расположенной далеко впереди от центрального пика, энергию инвертированной среды. Такой механизм распространения называется переформированием (reshaping). Этим обусловлено кажущееся нарушение принципа причинности в тонких пленках с инверсной населенностью квантовых уровней [6]. В этих условиях среда начинает индуцировано излучать световую энергию задолго до того, как пик импульса доходит до среды. Индуцированное излучение в этом случае вызывает находящаяся далеко впереди от центрального пика его практически незаметная «хвостовая» часть. В результате она порождает новый пик импульса, переводя среду к моменту прихода в нее старого пика в равновесное состояние. При этом старый пик поглощается, и создается впечатление сверхсветового распространения максимума импульса. Со сверхсветовой скоростью распространяется не энергия импульса, а его форма.

Сверхсветовые импульсы в неравновесных средах неустойчивы, как и сами такие среды. Это можно сказать как о резонансных квазимонохроматических импульсах, так и об импульсах, не имеющих ярко выраженной несущей частоты и называемых предельно короткими импульсами. Однако время развития соответствующей неустойчивости может значительно превышать время распространения импульса через неравновесную среду.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. P. Täschler et al. // Nature Photonics. 2021. V. 15. P. 919.
- 2. Н.Г. Басов и др. // ЖЭТФ. 1966. Т. 50. С. 23.
- 3. А.Н. Ораевский // УФН. 1998. Т. 168. С. 1311.
- 4. С.В. Сазонов // УФН. 2001. Т. 171. № 6. С. 663.
- 5. Н.Н. Розанов // УФН. 2005.Т. 175. № 2. С. 181.
- 6. M. Blaauboer et. al. // Phys. Rev. A. 1998. V. 57. P. 4905.

Дифракционные и интерферометрические методы исследования сегнетоэлектрических и фоторефрактивных кристаллов: эффекты и определение материальных параметров

С.М. Шандаров

Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники stanislavshandarov@gmail.com

В первой части лекции рассматриваются векторные диаграммы различных видов брэгговской дифракции и взаимодействия световых волн на объемных периодических структурах в фоторефрактивных (ФР) и сегнетоэлектрических кристаллах, включая вырожденные виды в одноосных материалах, попутное и встречное взаимодействие. Обсуждаются уравнения связанных волн, используемые для анализа дифракции Брэгга на регулярных доменных структурах (РДС) в сегнетоэлектрических кристаллах и двухпучкового взаимодействия на динамических голограммах в ФР средах. Уделяется внимание описанию собственных волн для одноосных и кубических гиротропных кристаллов; подчеркивается тензорный характер возмущений диэлектрической проницаемости среды, необходимых для реализации различных видов двухволнового взаимодействия.

часть Вторая лекции посвящена рассмотрению механизмов возмущения диэлектрического тензора РДС В сегнетоэлектрических кристаллах И принимается фоторефрактивными динамическими голограммами. Для РДС BO внимание пространственное распределение электрической поляризации и упругих полей, индуцируемых вследствие электрострикции и обратного флексоэлектрического эффекта, а также прикладываемое внешнее электрическое поле. Эти поля обуславливают возмущения оптических свойств благодаря упругооптическому и электрооптическим эффектам, квадратичному по электрической поляризации и линейному по напряженности приложенного электрического поля. Для ФР голограмм рассмотрена одноуровневая модель зонного переноса, позволяющая описать формирующееся периодическое распределение электрического поля в приближении малых контрастов интерференционной картины. Представлены соотношения для распределения электрического поля и его градиента в ФР голограмме при диффузионном механизме фотоиндуцированного перераспределения заряда. При анализе возмущений, создаваемых в кубических гиротропных кристаллах класса силленитов, учитываются вызываемые электрическими полями изменения как в диэлектрическом тензоре, так и в псевдотензоре гирации.

Третья часть лекции посвящена применению методов адаптивной голографической интерферометрии для определения материальных параметров кубических гиротропных кристаллов силиката и титаната висмута. Рассмотрены схемы таких интерферометров, в которых реализуется попутное и встречное взаимодействие волн с круговой поляризацией, представлены теоретические соотношения и экспериментальные данные по коэффициентам двухпучковой связи, сопоставление которых позволяет оценить коэффициенты флексоэлектрической связи, электо- и флексогирации этих кристаллов.

В четвертой части представлены результаты экспериментального исследования эффекта пироэлектрической генерации электрических разрядов в циклах нагрева и охлаждения кристалла ниобата лития с параллельными Z-гранями, образующими интерферометр Фабри-Перо. Отражение лазерного пучка с длиной волны 532 нм от данного кристалла позволило зарегистрировать динамику изменения в нем электрического поля с постоянной времени, составляющей менее 1 мкс.

Четырехволновое смешение в активной среде лазерного диода, индуцированное обратной связью от высокодобротного микрорезонатора

А.Е. Шитиков, Д.М. Сокол, Н.Ю. Дмитриев, А.Г. Сахарова, В.Е. Лобанов, Д.А. Чермошенцев, И.А. Биленко Российский квантовый центр Artem.E.Shitikov@gmail.com

Стабильные лазерные источники с малым уровнем фазовых шумов являются незаменимыми элементами современных передовых приложений. Существует множество методов стабилизации лазерных источников. Однако, зачастую они требуют применения сложных электронных схем подстройки, что является препятствием для их широкого применения. Эффект затягивания частоты лазерного диода на частоту микрорезонатора зарекомендовал себя простым и надежным методом стабилизации частоты источника, позволяющим достигать мгновенной ширины линии менее одного герца. Эффект затягивания частоты лазерного диода на частоту высокодобротного микрорезонатора — универсальный способ сужения ширины излучения лазерного диода [1]. Частотно-селективная обратная связь формируется за счет обратного рэлеевского рассеяния на неоднородностях микрорезонатора [2] и приводит к коллапсу спектра и сужению ширины лазерной линии [3]. Такие компактные и энергоэффективные лазерные источники с узкой шириной линии обеспечивают решающее преимущество для современной фотоники. Несмотря на то, что эффект известен и исследуется более 20 лет, из-за богатой нелинейной динамики, возможной в связанной системе "лазермикрорезонатор", эффект затягивания, а также различные оптические процессы, реализуемые в режиме затягивания, по-прежнему привлекает значительное внимание научного сообщества. В данной работе экспериментально и численно исследовано явление четырехволнового смешения в усиливающей среде лазерного диода, индуцированное обратной связью за счёт рэлеевского рассеяния от высокодобротного микрорезонатора [4], наблюдаемое вблизи перехода в режим затягивания.

Известно, что эффект затягивания сильно зависит от фазы обратного рассеяния, пришедшей из микрорезонатора волны. Эта фаза определяется оптическим путем между лазером и микрорезонатором [5]. Полагая, что спектр нестабилизированного лазера достаточно широк, подстроив частоту лазера вблизи собственной частоты микрорезонатора, при определенном значении фазы обратного рассеяния можно переключиться на режим, при котором часть лазерного излучения, наиболее близкая по частоте к моде микрорезонатора, отражается обратно в усиливающую среду лазера и усиливается там. В этом случае в зоне усиления лазерного диода присутствуют две волны: начальное излучение лазерного диода и волна, отраженная обратно от микрорезонатора с частотой, соответствующей его собственной частоте. Из-за сильной нелинейности усиливающей среды лазерного диода эти волны могут взаимодействовать друг с другом и вызывать автоколебательный процесс в рассматриваемой системе. Этот процесс происходит до перехода лазерного диода из свободного режима в режим затягивания.

Изучаемая система состоит из одномодового полупроводникового лазера, связанного с высокодобротным микрорезонатором посредством электромагнитной волны, отраженной от него. Подобная система может быть описана системой уравнений, включающей скоростные уравнения для лазера для нормированной комплексной амплитуды лазерного поля A и плотности носителей заряда выше моды прозрачности лазера N, а также уравнения для комплексных амплитуд полей прямой (A⁺) и обратной (A⁻) волн в микрорезонаторе [1]. Систему можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dt'} &= \frac{1}{2\tau_p} (N-1)(1+i\alpha_H)A + i(\xi_0 + v_\omega t')A - 2\frac{\kappa_{do}}{\kappa_m} \frac{T_m}{T_o} e^{\frac{i\omega_m \tau_s}{2}} A^-, \\ \frac{dN}{dt'} &= -\frac{1}{2\tau_e} (\mu + N + N|A|^2), \\ \frac{dA^+}{dt'} &= -A^+ + i\beta A^- - 2\eta \frac{T_0}{T_m} e^{\frac{i\omega_m \tau_s}{2}} A, \\ \frac{dA^-}{dt'} &= -A^- + i\beta A^+, \end{aligned}$$

где τ_p - время жизни фотона внутри лазерного резонатора, τ_e – время релаксации носителей, κ_m – ширина линии микрорезонатора, $\xi_0 = 2(\omega_m - \omega_{do})/\kappa_m$ – нормированная отстройка собственной частоты лазера от частоты микрорезонатора, ν_{ω} – нормированная скорость перестройки частоты, a_H – фактор Генри, k_{do} – коэффициент выходных потерь резонатора лазерного диода, $T_m = \sqrt{\eta \kappa_m \tau_m}$, η – эффективность связи с микрорезонатором, τ_m – время обхода микрорезонатора, T_0 - амплитудный коэффициент пропускания выходного зеркала лазера, τ_s - время распространения света от лазера до резонатора и обратно, $\mu = J/J_{th}$ — ток лазера, нормированный на пороговый ток, β – нормированный коэффициент связи прямой и обратной волн в микрорезонаторе. Моделировалась динамика системы при перестройке частоты лазера, динамика процесса представлена на рисунке 1.

Стоит отметить, что в результате моделирования были обнаружены два типа колебаний. Первый связан с резким изменением интенсивности лазерного излучения вследствие смены режима работы лазера со свободного на затянутый. Этот процесс связан с релаксационными колебаниями. Второй режим является результатом процесса четырехволнового смешения в усиливающей среде лазерного диода. Мы тщательно проверяли устойчивость режимов, останавливая изменение частоты в момент возникновения режимов. Установлено, что первый режим не является стационарным, он быстро исчезает с прекращением перестройки частоты. С другой стороны, второй, являющийся результатом процесса четырехволнового смешения, остается стабильным, когда перестройка частоты прекращается. На рис. 1 показана спектрограмма лазерного излучения для одного из режимов, соответствующих исследуемым колебаниям. Рабочая частота лазерного диода ξ₀ перестраивалась от 15 до -5, скорость развертки частоты лазера $\pi/800$. Спектры лазерного излучения в различных точках отстройки частоты лазера ξ_0 показаны на рис. 1 снизу. Режим работы лазера переходит от свободной генерации к возбуждению осцилляторного режима, а затем в режим затягивания. В спектре излучения вокруг начальной частоты лазера появляются дополнительные эквидистантные спектральные компоненты с интервалами в радиочастотном диапазоне. В зависимости от расстройки ξ_0 меняется частота колебаний. Здесь мы видим, что частота колебаний уменьшается с отстройкой, однако поведение частот колебаний зависит от рассматриваемой фазы обратного рассеяния.



Рис. 1. а) Эволюция волны поля А внутри лазера с уменьшением расстройки лазерного резонатора ξ при $\omega_0 \tau_s = -0,07\pi$, $k_{do}/\kappa_m = 24,39$. Выбор параметров определяется наличием режима генерации дополнительных гармоник. На нижней панели представлены спектры, рассчитанные в различных точках отстройки собственной частоты лазерного диода от частоты микрорезонатора. (б) $\xi = 22,02$ соответствует режиму свободного хода лазера. (в), (г) $\xi = 18,43$ и $\xi = 9,45$ демонстрируют разные режимы генерации, обусловленные процессом четырехволнового смешения. (д) $\xi = 2,99$ соответствует лазеру в режиме затягивания.

В экспериментальной установке заведение оптического излучения из лазерного диода в фотонный чип с микрорезонатором происходит торцевым методом. Прошедшее излучение на выходе из чипа собирается с помощью линзированного волокна и направляется в измерительное оборудование: осциллограф, анализатор оптического спектра и анализатор радиочастотного спектра. Фотонный чип содержит структуры, состоящие из волновода и микрокольцевого резонатора радиусом 25 мкм. Микрорезонаторы имеют свободный спектральный диапазон 998 ГГц и аномальную дисперсию групповой скорости. Параметры моды накачки лазерного диода определяются путем аппроксимации функцией Лоренца с учетом обратного рассеяния [2]: коэффициент собственных потерь $\kappa_0 = 135$ МГц, коэффициент потерь связи $\kappa_c = 74$ МГц и коэффициент обратного рассеяния $\gamma = 304$ МГц. В качестве источника накачки использован лазерный диод с распределенной обратной связью с длиной волны 1564 нм и максимальной выходной мощностью 100 мВт.

Частота лазерного диода сканируется в окрестности собственной частоты микрорезонатора, монотонным увеличением тока диода. В ходе сканирования синхронно регистрируются следующие параметры выходного сигнала: сигнал пропускания с осциллографа, радиочастотный спектр и оптический спектр (см. рис. 2). В начале сканирования лазерный диод излучает в свободном режиме. Когда частота диода приближается к резонансу, появляется слабое обратное рассеяние от микрорезонатора. Интенсивность этого обратного рассеянного света слишком мала, чтобы навязать собственную частоту микрорезонатора и затянуть частоту лазерного диода. Однако ее достаточно для возбуждения колебаний четырехволнового смешения в среде усиления. Переход в состояние генерации сопровождался небольшим изменением наклона сигнала пропускания (2.5 – 12.5 с на рис. 2), появлением боковых спектральных компонент на оптическом спектре и соответствующий сигнал биений на радиочастотном спектре. Дальнейшее увеличение тока диода мы уменьшаем частотный интервал между собственной частотой лазерного диода и модой микрорезонатора и увеличиваем интенсивность обратной связи от микрорезонатора. Затем лазерный диод переходит в режим затягивания, и его частота синхронизируется с режимом микрорезонатора (рис. 2
12.5 – 16 с). При дальнейшем увеличении тока лазерный диод возвращается в режим свободной генерации.



Рис. 2. Динамика эффекта лазерного четырехволнового смешения и затягивания, полученная в эксперименте. Спектр пропускания при перестройке частоты лазерного диода показан вместе с эволюцией радиочастотного и оптического спектров, представленных спектрограммами (б), (в).

Проведено моделирование эффекта четырехволнового смешения в активной среде лазерного диода в присутствие обратного рассеяния от микрорезонатора. Проявление этого эффекта сильно зависит от степени отстройки рабочей частоты лазерного диода и собственной частоты микрорезонатора. Полученные результаты согласуются с экспериментальными данными. Наше исследование предлагает важные выводы о поведении лазерных диодов и раскрывает новые аспекты динамики поведения системы лазер-микрорезонатор.

- 1. N. M. Kondratiev, et al. // Front. Phys. 2023. № 18 P. 21305.
- M. L. Gorodetsky, A. D. Pryamikov, and V. S. Ilchenko // J. Opt. Soc. Am. 2000. № 17. P. 1051.
- 3. R. Galiev, et al. // Opt. Exp. 2018. V. 26. P. 30509.
- 4. N.M. Kondratiev, et al. // Opt. Exp. 2017. V. 25. № 23. P. 28167.
- 5. A. E. Shitikov, et al. // Opt. Exp. 2023. № 31. P. 313.

Создание и сверхбыстрое управление решетками разности населенностей и оптических микрорезонаторов при когерентном взаимодействии одноцикловых и полуцикловых предельно коротких световых импульсов с резонансной средой

Р.М. Архипов^{1,2}, М.В. Архипов^{1,2}, А.В. Пахомов^{1,2}, О.О. Дьячкова^{1,2}, Н.Н. Розанов^{1,2}

¹Санкт-Петербургский государственный университет, 199034 Санкт-Петербург, Россия ²Физико-технический институт имени А.Ф.Иоффе, 194021 Санкт-Петербург, Россия arkhipovrostislav@gmail.com

Генерация сверхкоротких электромагнитных импульсов, содержащих несколько циклов колебаний поля, является активно развивающейся областью современной физики [1-2]. Важность тематики подчёркивается присуждением Нобелевской премии по физике в 2023 году за работы в области получения и применения аттосекундных импульсов [3]. В последнее время активно обсуждается возможность получения импульсов, имеющих уже предельно короткую длительность в заданном спектральном диапазоне- так называемых униполярных полуцикловых импульсов, см. обзор [4]. Если привычные всем сверхкороткие импульсы содержат несколько полуволн напряженности поля, то полуцикловые импульсы содержат всего одну полуволну. Очевидно, что полуцикловые импульсы способны очень быстро управлять населенностями атомных систем за времена порядка длительности импульса. Поэтому, такие импульсы могут иметь множество интересных применений в сверхбыстрой оптике [5]. В данной лекции будет приведен обзор последних работ авторов, иллюстрирующих одно из интересных применений полуцикловых импульсов – создание и сверхбыстрое управления решетками атомных населенностей и светоиндуцированными динамическими микрорезонаторами [6-14]. Такие структуры возникают при когерентном взаимодействии предельно коротких импульсов со средой. Обсуждается применения данных структур в сверхбыстрой оптике и голографии. Обсуждается возможность наведения временных фотонных кристаллов в атомной среде с помощью предельно коротких импульсов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. F. Krausz and M. Ivanov // Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81. P. 163 (2009).
- 2. K. Midorikawa // Nature Photonics. 2022. V.16. P.267.
- 3. https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2023/summary/
- Р. М. Архипов, М. В. Архипов, Н. Н. Розанов // Квантовая электроника. 2020. Т. 50. No 9. C. 801.
- 5. N. Rosanov, D. Tumakov, M. Arkhipov, R. Arkhipov // Physical Review A. 2021. V. 104. № 6. P. 063101.
- 6. R. Arkhipov et al. // Opt. Lett. 2021. V. 41. P. 4983.
- 7. R.M. Arkhipov et al. // Scientific Reports. 2017. V. 7. Art. No. 12467.
- 8. R. Arkhipov et al. // Scientific Reports. 2021. V. 11. Art. No. 1961.
- 9. Р. М. Архипов // Письма в ЖЭТФ. 2021. Т. 113. № 10. С.636.
- 10. O. Diachkova et al. // Optics Communications. 2023. V. 538. P. 129475.
- 11. R. Arkhipov et al. Applied Physics B // 2024. V. 130. P. 52.

12. O. Diachkova et al. // SSR preprint,

https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=4773864

- 13. R. Arkhipov et al., submitted, arXiv preprint arXiv:2402.09302.
- 14. R. Arkhipov, submitted, arXiv preprint arXiv:2402.16122.

Сохранение электрической площади при распространении предельно коротких импульсов в различных средах

А.В. Пахомов¹, Н.Н. Розанов^{1,2}, М.В. Архипов^{1,2}, Р.М. Архипов^{1,2} ¹Санкт-Петербургский государственный университет ²Физико-технический институт РАН им. А.Ф. Иоффе, г. Санкт-Петербург antpakhom@gmail.com

В последние десятилетия большой интерес исследователей связан с оптикой предельно коротких импульсов (ПКИ), в частности фемто- и аттосекундной длительности [1, 2]. Применение таких предельно коротких импульсов открывает новые возможности для управления разными сверхбыстрыми процессами в веществе. В то же время взаимодействие таких предельно коротких импульсов, в особенности субцикловой длительности, со средами проявляет ряд свойств, существенно отличных от случая квази-монохроматических импульсов, что также обуславливает интерес к изучению нелинейно-оптических явлений с помощью предельно коротких импульсов.

В частности, в оптике ПКИ возникает необходимость введения нескольких новых физических величин. Одной из них является так называемая электрическая площадь импульса, определяемая как интеграл по времени от вектора напряженности электрического поля в заданной точке пространства [3]:

$$\overline{S}_E = \int_{-\infty}^{+\infty} \overline{E}(t) dt.$$
(1)

Так, электрическая площадь импульса (1) достаточно короткой длительности полностью определяет воздействие субцикловых импульсов на разные квантовые системы [4, 5]. Кроме того, электрическая площадь (1) в одномерной геометрии задачи подчиняется фундаментальному закону сохранения, непосредственно вытекающему из уравнений Максвелла [3], согласно которому электрическая площадь постоянна в пространстве при распространении произвольного ПКИ в любой среде с диссипацией:

$$\frac{d}{dz}S_E = 0 \implies S_E(z) = \text{const.}$$
(2)

Нарушения правила сохранения (2) были недавно получены при использовании некоторых упрощающих приближений, например приближения однонаправленного распространения [6, 7], но в этих случаях они являлись лишь следствием грубости и ограниченной точности сделанных приближений. В то же время само по себе правило сохранения электрической площади не позволяет определить значения, которые может принимать константа в правой части выражения (2). В данной работе будут обобщены наши результаты по изучению распространения ПКИ в разных линейных и нелинейных проводящих и диэлектрических средах и получены ряд общих соотношений для значений константы в выражении для сохранения электрической площади (2).

Рассмотрим ситуацию, когда на слой некоторой среды конечной толщины падает по нормали предельно короткий импульс с линейной поляризацией и достаточно большими поперечными размерами пучка, так что допустимо одномерное рассмотрение. В таком случае для прохождения такого предельно короткого импульса через среду справедливо правило сохранения в форме (2). Однако, выражение (2) было бы неверно интерпретировать как равенство константы в правой части электрической площади исходного падающего импульса. Действительно, в силу определения (1) в рассматриваемой задаче со стороны падения исходного импульса через каждую точку в пространстве пройдет также и отраженное поле. Тогда правило сохранения (2) требует только, чтобы электрическая площадь прошедшего импульса была равна сумме электрических площадей падающего и отраженного импульсов.



Рис. 1. Зависимость постоянной электрической площади $S_E(z) = \text{const}$ при прохождении ПКИ через слой линейной проводящей среды от толщины слоя L; ω_p - плазменная частота среды, γ – коэффициент затухания, $S_{E, \text{ inc}}$ - электрическая площадь исходного падающего импульса.

Таким образом, достаточным оказывается определить электрическую площадь только для отражённого или прошедшего поля. При этом решение такой задачи сильно зависит от типа самой оптической среды. Нами были проанализированы два наиболее важных случая — линейная проводящая среда только со свободными зарядами и произвольная диэлектрическая среда только со связанными зарядами [8]. В случае произвольной диэлектрической среды было строго показано, что электрическая площадь излучаемого средой поля всегда равна нулю. В частности, это относится к отраженному от среды полю. В результате, константа в правой части (2) оказывается в точности равна электрической площади исходного падающего импульса. Важно отметить, что данный вывод справедлив даже при произвольной нелинейности среды.

В случае проводящей среды, как было показано, электрическая площадь излучаемого средой поля, наоборот, всегда отлична от нуля [8]. Для линейной среды, описываемой моделью Друде-Лоренца, были получены в явном виде аналитические выражения для электрической площади как отражённого, так и прошедшего поля в зависимости от толщины слоя и параметров среды (см. пример на рисунке 1).

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 21-72-10028).

ЛИТЕРАТУРА

1. F. Krausz, M. Ivanov // Rev. Mod. Phys. 2009. V. 81. P. 163.

2. М.Ю. Рябикин, М.Ю. Емелин, В.В. Стрелков // УФН. 2023. Т. 193. №4. С. 382.

3. Н.Н. Розанов // Опт. и спектр. 2009. Т. 107. С. 761.

4. R.M. Arkhipov et al. // Opt. Lett. 2019. V. 44. P. 1202.

5. A. Pakhomov et al. // Phys. Rev. A. 2022. V. 105. P. 043103.

6. А.В. Богацкая, А.М. Попов // Письма в ЖЭТФ. 2023. Т. 188. №4. С. 291.

7. A.V. Bogatskaya, E.A. Volkova, A.M. Popov // Laser Phys. Lett. 2024. V. 21. P. 015401.

8. А.В. Пахомов и др. // Письма в ЖЭТФ. 2024. Т. 119. №2. С. 100.

О динамике параметров предельно коротких импульсов, распространяющихся в среде в области аномальной дисперсии групповой скорости.

А.Н. Бугай ¹,В.А. Халяпин ²

¹Объединенный институт ядерных исследований, Дубна, Россия, ² ФГБОУ ВПО «Калининградский государственный технический университет» slavasxi@gmail.com

В настоящей работе аналитически описывается динамика оптических импульсов, распространяющихся в дисперсионной среде. При этом не используется разложение в ряд волнового числа по частоте [1]. Уравнение, описывающее однонаправленное распространение импульса (без учета ионизации и ВКР), имеет вид

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = -\frac{2\pi}{c} \int_{0}^{\infty} \frac{\partial \chi(\tau')}{\partial \tau'} \psi(z, \tau - \tau') e^{i\omega_0 \tau'} d\tau' + i\eta \psi |\psi|^2 - \frac{\eta}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau} (\psi |\psi|^2) = 0, \qquad (1)$$

где $\tau = t - z / c$, z – координата, вдоль которой распространяется сигнал, $\chi(\tau) = \Theta(\tau) 2e^2 \sum_{p,j} N_p A_{pj} \sin w_{pj} \tau / m w_{pj}$ - диэлектрическая восприимчивость среды,

 $\Theta(\tau)$ - функция Хевисайда, *e* - заряд электрона, N_p - концентрация атомов или молекул сорта p, A_{pj} -величина, пропорциональная силе осциллятора *j*-го резонанса, ω_{pj} -частота соответствующего резонанса, $\eta = 3\chi^{(3)}\omega_0 / 8c = n_0^2\omega_0 n_2 / 8\pi$ - коэффициент кубической нелинейности, *c* - скорость света в вакууме, ω_0 - центральная частота сигнала, $\chi^{(3)}$ - кубическая восприимчивость, n_2 - нелинейный показатель преломления, ψ - является огибающей электрического поля и связана с электрическим полем *E* соотношением

$$E(z,\tau) = \frac{1}{2}\psi(z,\tau)\exp(-i\omega_0\tau) + c.c.$$
 (2)

При выводе уравнения (1) не применялось приближение медленно меняющейся огибающей (ММО). Следует заметить, что уравнение (1) не описывает генерацию гармоник. В частности, в работе [2] было показано, что для импульсов, включающих в себя порядка одного-двух колебания поля кубическая нелинейность обуславливает генерацию четвертой гармоники. Соответствующий эффект генерации нечетных гармоник в среде с квадратичной нелинейность был предсказан в работе [3].

Анализ динамики параметров импульса проводится на основе метода моментов [4]. Пробное решение выберем в виде

$$\psi = B \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau - T}{\tau_p}\right)^2 (1 + iC) + i\left(\phi + \Omega\left(\tau - T\right)\right)\right)$$
(3)

где B - амплитуда сигнала, τ_p - его длительность, C - параметр, определяющий частотную модуляцию, ϕ - фаза, Ω - сдвиг частоты импульса. Все параметры зависят от координаты z. Определим моменты импульса в виде

$$\tau_p^2 = \frac{2}{E} \int_{-\infty}^{\infty} (\tau - T)^2 \left| \psi \right|^2 d\tau , \qquad (4)$$

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \left|\psi\right|^2 d\tau , \qquad (5)$$

$$T = \frac{1}{E} \int_{-\infty}^{\infty} \tau \left| \psi \right|^2 d\tau, \qquad (6)$$

$$C = \frac{i}{E} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\tau - T\right) \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau}\right) d\tau, \qquad (7)$$

$$\Omega = -\frac{i}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\psi^* \frac{\partial \psi}{\partial \tau} - \psi \frac{\partial \psi^*}{\partial \tau} \right) d\tau \,. \tag{8}$$

Используя метод моментов, можно найти выражения для параметров сигнала.

Переход от уравнения (1), справедливого для предельно коротких импульсов, к ММО можно осуществить, разлагая подынтегральную функцию в правой части (1) в ряд

$$\psi(z,\tau-\tau') \approx \psi(z,\tau) - \frac{\partial \psi(z,r,\tau)}{\partial \tau} \tau' + \frac{\partial^2 \psi(z,r,\tau)}{2\partial \tau^2} \tau'^2 + \dots$$
(9)

и применяя преобразование Фурье

$$\chi(\omega) = \int_{0}^{\infty} \chi(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau, \quad \frac{\partial^{n} \chi(\omega)}{\partial \omega^{n}} = (i)^{n} \int_{0}^{\infty} \tau^{n} \chi(\tau) e^{i\omega\tau} d\tau.$$
(10)

Тогда из (1) получаем обобщенное НУШ

$$\frac{\partial \psi}{\partial z} = i \left(k - \frac{\omega_0}{c} \right) \psi - \sum_n \frac{\left(i \right)^{n-1}}{n!} \beta_n \frac{\partial^n \psi}{\partial \tau^n} + i \eta \psi \left| \psi \right|^2 - \frac{\eta}{\omega_0} \frac{\partial}{\partial \tau} \left(\psi \left| \psi \right|^2 \right), \tag{11}$$

где $k = \omega_0 \left(1 + 2\pi \chi(\omega_0) \right) / c$, $\partial^n k / \partial \omega^n = \beta_n$. Отсюда следует, что и решение системы

(4)-(8) в пределе ММО должно перейти в решение уравнения (11).

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Министерства науки и высшего образования РФ № 075-02-2024-1430.

- 1. S. A. Kozlov; S. V. Sazonov // ЖЭТФ. 1997. Т. 84(2). С. 221.
- A.A. Drozdov, S.A. Kozlov, A.A. Sukhorukov, Yuri.S. Kivshar. Phys. Rev. A. 2012. V. 86. P. 053822.
- S.V. Sazonov // Journal of Russian Laser Research, 2018. V. 39(3). P. 252. 39, Number 3, May, 2018

4. J. Santhanam et al. // Opt.Commun. A. 2001. V. 222. P. 413.

Квантовые флуктуации и волны зарядовой плотности в квазиодномерных сверхпроводящих каналах

К.Ю. Арутюнов ^{1,2}, Я.С. Лехтинен ^{3,4,} А.Г. Семенов ^{1,5}, А.Д. Заикин ^{1,5,6} ¹ Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия

² Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН, Москва, Россия ³ VTT Technical Research Centre of Finland Ltd., 02150 Espoo, Finland

⁴ Department of Physics, University of Jyvaskyla, PB 35, FI-40014 Jyvaskyla, Finland

⁵ Физический институт РАН им. П.Н. Лебедева, Москва, Россия

⁶ Institute for Quantum Materials and Technologies, Karlsruhe Institute of Technology (KIT),

76021 Karlsruhe, Germany

karutyunov@hse.ru

В связи с бурным развитием нанотехнологий в последние десятилятия значительно возрос интерес к физике низкоразмерных систем, в том числе – квазиодномерной сверхпроводимости. Выяснилось, что в таких объектах вклад флукуаций параметра порядка может радикальным образом повлиять на их свойства [1]. Например, за счет эффекта квантового проскальзывания фазы (КПФ) подавляются такие, казалось бы, «классические» атрибуты сверхпроводимости как нулевое сопротивление [1,2] и незатухающие (мэйсснеровские) токи [1,3]. Обозначенные явления, с одной стороны, накладывают фундаментальные ограничения на использование сверхтонких сверхпроводящих каналов, а с другой – открывают возможности для качественно новых применений: таких как, элементы квантовой логики (qubits) [4] и квантовый эталон силы тока [5,6].

Относительно недавно появились экспериментальные работы, в которых на одних и тех же квазиодномерных сверхпроводящих титановых наноструктурах измерялись интегральные электронные свойства (эффективное сопротивление) и локальные (плотность состояний) (Рис. 1) [7].



Рис. 1. Микрофотография наноструктуры, полученная методом растровой электронной микроскопии [7]. Объекты исследования – титановые нанопровода (на рисунке расположены вертикально) с толщиной 30 нм и с различной шириной от 30 нм до 60 нм. Из предыдущих исследований известно, что именно в этой области сечений наблюдается переход от «классической» сверхпроводимости к режиму КПФ. Горизонтальная линия – алюминиевый нанопровод с толщиной 30 нм и шириной 150 нм. В области перекрытия сформирован тонкий оксидный барьер Al-AlOx-Ti, позволяющий проведение измерний туннельных вольт-амперных характеристик (BAX).

Были получены достаточно нетривиальные результаты. Как и ожидалось, интегральные характеристики – температурные зависимости эффективного сопротивления R(T), демонстрируют существенное уширение с уменьшением сечения нанопровода (Рис. 2а). В самых тонких каналах нулевое сопротивление не достигается даже при температурах, значительно ниже критической T_c. Эффект объясняется вкладом КПФ [1-2]. А вот туннельные ВАХ демонстрируют лишь слабое размытие плотности состояний в области сверхпроводящей щели (Рис. 2б).



Рис. 2. (а) Типичные температурные зависимости эффективного сопротивления R(T), нормированного на сопротивление в нормальном состоянии R_N, двух титановых нанопроводов в области температур ниже критической T_c≈300 мК. (б) Фрагмент туннельных BAX в области щелевых смещений eV~∆(Ti)+∆(Al) для тех же титановых нанопроводов, измернных при сверхнизких температурах T=20 мK<< T_c[7]. На вставке показана производная BAX dI/dV в широком интервале смещений.

Различие влияния квантовых флуктуаций комплексного параметра $\Delta = |\Delta| e^{i\varphi}$ на интегральные и локальные свойства квазиодномерного сверхпроводника связано с возмущением волн зарядовой плотности (мода Муи-Шёна [8]), индуцированных флуктуациями фазы φ [9]. В достаточно коротких каналах, меньше некой характерной длины, зависящей от сечения сверхпроводника и от его погонных емкости и индуктивности, эти возмущения диссипируют в «массивных» берегах, и система обнаруживает «стандартные» сверхпроводящие свойства. А вот в длинных каналах, обмен плазмонами Муи-Шёна между отдельными актами КПФ приводит к подавлению дальнодействующей когерентности и, соответственно, экспериментально проявляются только локальные сверхпроводящие свойства (Рис. 26), в то время как интегральные (нулевое сопротивление) отсутствуют (Рис. 2а). Обнаруженные закономерности и, в частности – эффекта возбуждения плазмонных волн в тонких сверхпроводящих каналах. Работа выполнялась при поддержке проекта «Зеркальные лаборатории» Фонда фундаментальных исследований НИУ ВШЭ.

- 1. K.Yu. Arutyunov, D. Golubev, A.D. Zaikin // Phys. Rep. 2008. V. 464. P.1.
- 2. M. Zgirski et al. // Phys. Rev. B. 2008. V. 77, P. 054508.
- 3. K. Yu. Arutyunov et al. // Sci. Rep. 2012. V. 2. P.293.
- 4. O. V. Astafiev et al. // Nature. 2012. V. 484 No. 7394. P. 355.
- 5. J. S. Lehtinen, K. Zakharov, K. Yu. Arutyunov // Phys. Rev. Lett. 2012. V.109, P. 187001.
- 6. Z. Wang, J. S. Lehtinen, K. Yu. Arutyunov // Appl. Phys. Lett. 2019. V. 114. P.242601.
- 7. К. Ю. Арутюнов et al. // Физика твердого тела. 2021. V. 63. No. 9. Р. 1233.
- 8. J. E. Mooij, G. Schön // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 55. P. 114.
- 9. K.Yu. Arutyunov et al. // Comm. Phys. 2021. V. 4. P. 146.

Настраиваемый элемент связи между бозонными модами в сверхпроводниковом чипе для квантовых вычислений

B.C. Беляева^{1,2}, Axel Eriksson², Simone Gasparnetti² ¹Российский квантовый центр, Сколково, Россия ²Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden v.beliaeva@rgc.ru

За последние несколько десятилетий было придумано множество перспективных алгоритмов в сфере квантовых вычислений (КВ), эффективность которых превосходит аналогичные для классических компьютеров [1,2]. В настоящее время сверхпроводниковые чипы остаются одной из самых перспективных платформ для реализации КВ. Для репрезентации информации в КВ существует два различных подхода: дискретный и вещественный. В КВ на основе вещественных переменных кубит реализуется при помощи кодировки бозонных мод. Существует множество различных архитектур реализации квантовых систем на основе бозонных мод, но всех их можно разделить на трёхмерные и планарные структуры. Планарные архитектуры создаются методами литографии, являются компактными и могут быть изготовлены в чистой комнате.

В системе вещественных переменных кодировка базисных состояний |0> и |1> реализуется как суперпозиция фоковских состояний линейного гармонического осциллятора. Тем не менее, для универсальных квантовых вычислений нелинейность играет существенную роль: для многомодовых КВ необходимо установить возможность универсального контроля над единичной бозонной модой посредством управления линейным резонатором с помощью кубита. Если такой одномодовый универсальный контроль осуществлён, для мультимодовой универсальности достаточно вентиля для двух мод. При этом, такой двумодовый вентиль может быть линейным – в КВ на вещественных переменных такой линейный вентиль называется Гауссовым. Примером такого вентиля для интермодального взаимодействия является светоделение. Пример динамики светоделения продемонстрирован на рис. 1(а).



Рис. 1. (а) Динамика населения двух мод под действием оператора светоделения. Начальное состояние первой моды – фоковское состояние |1>, второй – вакуум (|0>). (б) Схема контура SNAIL

Преимуществом данного гейта является то, что его реализация проще по сравнению с другими аналогичными вентилями.

Для достижения быстрого и эффективного светоделения с помощью элемента связи и его последующей параметрической модуляции, необходимо, чтобы этот элемент удовлетворял следующим параметрам:

• Позволял достичь процессов с большой точностью

- Обеспечивал высокое отношение коэффициентов связи во «включенном» состоянии по сравнению с «выключенным»
- Нейтрализовывал эффект нежелательных нелинейных эффектов высоких порядков

Для этих целей был использован элемент связи в виде резонансного контура, роль индуктивности в котором выполнял так называемый Сверхпроводниковый Нелинейный Асимметричный Индуктивный эЛемент (СНАЙЛ или SNAIL) [3]. Он состоит из n джозефсоновских контактов с энергией E_J , соединённых последовательно между собой и подключённых параллельно к одному контакту с энергией αE_J , где $\alpha < 1$, как показано на рис. 1(б). Можно показать, что в потенциальной энергии такого элемента при определённом соотношении n, α и внешнего приложенного поля Φ_{ext} можно подавить нежелательные керровские слагаемые четвёртого порядка при сохранении переменных третьего порядка, которые участвуют в трёхволновом смешении – одном из способов реализации светоделительного вентиля. Будем называть такое соотношение параметров равновесной точкой.

Использование контура на основе SNAIL позволяет осуществить светоделительный вентиль [4] двумя способами: параметрическая модуляция посредством изменения потока внешнего поля через SNAIL контур и трёхволновое смешение, осуществляемое подведением к контуру моды с определённой частотой. И тот и другой способ даёт возможность осуществить два светоделительных вентиля параллельно, подведя на контур соответствующие импульсы одновременно. В данной работе рассматривается параметрическая модуляция потока внешнего поля.

В данной работе была разработана планарная конструкция, включающая в себя четыре линейных резонатора, два из которых подключены к кубиту и считывающему резонатору, а также связь – нелинейный контур со SNAIL. Подробная схема дизайна планарного чипа изображена на рис. 3(а). Дизайн создан с помощью библиотеки Qiskit Metal для языка программирования Python. Чип условно разделён на четыре части, по каждому резонатору (см. 3(а)). В дальнейшей работе эксперимент проведён на 1 и 4 резонаторах. На основе этого дизайна в чистой комнате был создан чип, его фотографию можно увидеть на рис 3б.



Рис. 3. (а) Схема дизайна чипа, рендер сделан с помощью Qiskit Metal для Python. Соединительный порты (чёрные) выполняют связь между креплением, в котором находится чип и к которому подводятся управляющие провода, и линиями передачи сигнала (зелёная), линии для трёхволнового смешения (жёлтые) и параметрической модуляции (фиолетовая). Системы считывания (синие) соединены с двумя из четырех резонаторов (красные). Все резонаторы ёмкостно соединены с элементом связи – контуром на основе SNAIL (розовый). (б) Снимок изготовленного чипа

Далее чип был помещён в криостат, оперирующий при температуре 10 мК. Сначала была произведена характеризация чипа: найдены резонансные частоты и добротности резонаторов, время жизни кубитов, кривая зависимости частоты соединительного элемента от приложенного внешнего поля.

Схема проведения светоделительного эксперимента представлена на рис. 4. Сначала резонатор 1 из вакуумного состояния переводился в фазовой плоскости в когерентное состояние с коэффициентом α – для этого к резонатору подводится мода с резонансной частотой и амплитудой, заранее откалиброванной и соответствующей выбранному α . Далее производилась параметрическая модуляция – импульс переменного тока с частотой, равной разности резонансных частот резонаторов, направляется к нелинейному элементу связи. От длительности импульса зависит степень обмена состояниями между резонаторами. Последнее действие – томография состояния резонатора 4 посредством измерения функции Вигнера. Функция Вигнера – функция Квазивероятностного распределения в фазовом пространстве. Отображение функции Вигнера на фазовую плоскость (томография Вигнера) позволяет однозначно характеризовать состояние, полученное в резонаторе.



Рис. 4. Схема последовательности импульсов в светоделительном эксперименте.

Результаты томографии Вигнера для различных продолжительностей импульса приведены на рис. 5. При увеличении длительности импульса видно, как положение «пучка» в фазовой плоскости меняется.



Рис. 5. Томография Вигнера резонатора 4, полученная при различных длительностях импульсов параметрической модуляции. Длительность варьируется от 10 до 260 нс.

Для каждой полученной картины томографии был затем посчитан соответствующий коэффициент смещения *α*. Динамика изменения этого коэффициента по отношению к времени импульса приведена на рис. 6. Можно заметить, что коэффициент смещается к нулю по мере увеличения длительности импульса – это связано с временем жизни резонаторов, между которыми происходит обмен.

Для валидации такого поведения подобранных коэффициентов смещения была проделана симуляция светоделительного взаимодействия. Это было сделано с помощью библиотеки QuTiP для языка Python, с помощью которой получилось написать уравнение Линдблада. Классическое светоделительное взаимодействие без потерь было взято в виде

$$\frac{\hat{H}_{bs}}{\hbar} = g_{bs}(t) \left(e^{i\theta} \hat{a}_1^{\dagger} \hat{a}_4 + e^{-i\theta} \hat{a}_1 \hat{a}_4^{\dagger} \right), \tag{1}$$

где $g_{bs}(t)$ – степень связи, \hat{a}_1 , \hat{a}_4 – операторы уничтожения для бозонных мод, соответствующие резонаторам 1 и 4. Добавляя в симуляцию операторы Линдблада, получена аппроксимация, отмеченный синей кривой на рис. 5.

В результате работы была создана планарная платформа для работы с бозонными модами посредством связи на основе SNAIL. Это позволило провести характеризацию элементов чипа и последующий светоделительный эксперимент в режиме подавления нежелательных керровских взаимодействий четвёртого порядка. С помощью томографии Вигнера посредством параметрического модулирования потока внешнего поля через SNAIL была явно продемонстрирована инициализация начального состояния в одном резонаторе, последующий переход этого состояния в другой резонатор и обратно.



Рис. 6. Экспериментальный значения (чёрные точки) и результат симуляции эволюции системы с помощью уравнения Линдблада (синяя кривая).

- 1. Shor, Peter W. // Proceedings 35th annual symposium on foundations of computer science. Ieee.1994.
- 2. Grover, Lov K. // Physical review letters 1997. V. 79. No 2. P. 325.
- 3. Frattini, N. E. et al. // Applied Physics Letters 2017. V. 110 No 22. P. 222603.
- 4. Chapman, Benjamin J., et al. // PRX Quantum 2023. V. 4. No 2. P. 020355.

(2+1)D солитонные пары в плоском квадратично-нелинейном кристалле с неоднородностью

Б.С. Брянцев, А.А. Калинович

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова» brisbryantsey@mail.ru

Раздел нелинейной оптики объединяет в себе множество явлений, интересных современным ученым. Одним из перспективных направлений, связанных с оптикой, является исследование солитонных структур в различных нелинейных средах. Особенно внимательно относятся к керровской среде, описываемой нелинейным уравнением Шредингера, которое, как известно, обладает солитонным решением[1]. Многомерные импульсы-пучки в керровской среде подвержены коллапсу самофокусировки[2-4], из-за чего строго солитонными не являются, так как распадаются на определенном расстоянии внутри нелинейной среды при превышении критического значения амплитуды, поэтому нелинейность для процесса формирования и распространения солитонов является необходимым, но не достаточным условием. Для борьбы с разрушением пространственно-временных локализаций ученые разработали множество способов, количество которых увеличивается до сих пор. Они включают в себя, но не ограничиваются следующими: использование сред, учитывающих высшие порядки нелинейности и дисперсии[5], сред с комбинированным типом нелинейности[6]; использование сред с неоднородностью как в отдельности в качестве компенсатора дифракционного расплывания[7], так и в комплексе с другими модификациями среды например, учет дисперсии связи между градиентными волноводами с керровской нелинейностью, играющей роль аналога спин-орбитальной связи в конденсате Бозе-Эйнштейна[8]; использование сред с квадратичной нелинейностью[9].

В нашей работе мы остановились, во-первых, на среде с квадратичной нелинейностью, использование которой дает нам некоторые преимущества по сравнению с керровской средой в частности, более низкий порог возбуждения, а также отсутствие коллапса самофокусировки, и, во-вторых, на использовании в качестве модификации среды двух плоских волноводов, или, другими словами, пространственной неоднородности. Также необходимо сказать, что мы рассматриваем распространение пар двумерных пространственно-временных импульсов на основной и удвоенной частотах, причем каждый из них находится в специально отведенном для него волноводе, характеристиками которого можно управлять. Некоторая часть энергии импульсовпучков может проникать в области между волноводами, за счет чего осуществляется связь между ними. Стоит отметить, что данная работа является продолжением исследования[10], которое, в свою очередь, продолжает наработки[11]. В данной работе мы исследуем влияние положения волноводов, а также соотношение фаз импульсов на процесс распространения импульсов-пучков. Мы надеемся, что комбинация среды с квадратичной нелинейностью и связанных плоских волноводов помогут в стабилизации и формировании оптических солитонных пар.

Исследование ведется методами компьютерного моделирования, так как системы уравнений, имеющие многомерные солитонные решения, в общем случае не являются интегрируемыми в квадратурах. Безразмерная система уравнений, использующаяся для расчета и описывающая распространение пар импульсов-пучков в квадратичнонелинейной среде с волноводами, в квазиоптическом приближении выглядит следующим образом:

$$\begin{split} &i\frac{\partial\bar{A}_{1}}{\partial\bar{z}} = D_{q1}p_{1}(\bar{x})\bar{A}_{1} - D_{\tau 1}\frac{\partial^{2}\bar{A}_{1}}{\partial\bar{\tau}^{2}} + \bar{A}_{1}^{*}\bar{A}_{2}e^{i\Delta\bar{k}\bar{z}} + D_{x1}\frac{\partial^{2}\bar{A}_{1}}{\partial\bar{x}^{2}}, \\ &i\frac{\partial\bar{A}_{2}}{\partial\bar{z}} = D_{q2}p_{2}(\bar{x})\bar{A}_{2} - D_{\tau 2}\frac{\partial^{2}\bar{A}_{2}}{\partial\bar{\tau}^{2}} + \gamma\bar{A}_{1}^{2}e^{-i\Delta\bar{k}\bar{z}} + D_{x2}\frac{\partial^{2}\bar{A}_{2}}{\partial\bar{x}^{2}}. \end{split}$$
(1)

Здесь A_1, A_2 – безразмерные амплитуды на основной и удвоенной частотах, $D_{q1} = \frac{2\pi\omega l_{nl}}{cn_{\omega}^{(0)}\bar{a}_{\omega}^2}\chi_{\omega}^{(0)}, D_{q2} = \frac{4\pi\omega l_{nl}}{cn_{2\omega}^{(0)}\bar{a}_{2\omega}^2}\chi_{2\omega}^{(0)}$ – коэффициенты, отвечающие за влияние неоднородности , за влияние дисперсии, дифракции и нелинейности ответственны: $D_{\tau 1} = \frac{\beta_{\omega} l_{nl}}{2\tau_{in}^2}, D_{\tau 2} = \frac{\beta_{2\omega} l_{nl}}{2\tau_{in}^2}, D_{x1} = \frac{cl_{nl}}{2\omega n_{\omega}^{(0)}R_{in}^2}, D_{x2} = \frac{cl_{nl}}{4\omega n_{2\omega}^{(0)}R_{in}^2}, \gamma = \frac{\alpha_{2\omega}}{\alpha_{\omega}}$. За форму профиля волноводов отвечает $p_{1,2}(x)$:

$$p_{1,2} = a_{\omega,2\omega}^{-2} \left[1 - exp\left(-\frac{(x-x_w)^2}{a_{\omega,2\omega}^2} \right) - exp\left(-\frac{(x+x_w)^2}{a_{\omega,2\omega}^2} \right) \right].$$
(2)

При такой волноводной функции показатели преломления имеют минимумы вблизи $x = \pm x_w$. Характерная ширина волноводов задается с помощью параметров $a_{\omega,2\omega}$.

В ходе вычислений на левую границу среды подается сигнал следующего вида:

$$A_{1}(z = 0) = E_{11} \exp(-(x - x_{w})^{2} - (\tau - \tau_{10})^{2} + i\varphi_{11}) + E_{12} \exp(-(x + x_{w})^{2} - (\tau - \tau_{20})^{2} + i\varphi_{12}), A_{2}(z = 0) = E_{21} \exp(-(x - x_{w})^{2} - (\tau - \tau_{10})^{2} + i\varphi_{21}) + E_{22} \exp(-(x + x_{w})^{2} - (\tau - \tau_{20})^{2} + i\varphi_{22}),$$
(3)

где x_w - безразмерная координата центра волновода, E_{11} и E_{12} - начальные амплитуды на основной частоте в правом и левом волноводах, E_{21} и E_{22} - начальные амплитуды на второй гармонике в правом и левом волноводах, τ_{10} и τ_{20} - начальные временные сдвиги, φ_{11} , φ_{12} , φ_{21} , φ_{22} - начальные сдвиги фаз.

Перед тем как перейти к изменению параметров, связанных со сдвигом фаз и положением волновода, было найдено стационарное солитоноподобное решение, основываясь на результатах статьи[10]. Солитонные пары на основной и удвоенных частотах распространялись стабильно на дистанцию в 250 нелинейных длин, сохраняя свой пространственно-временной размер, что можно увидеть на рис.1. Стоит отметить, что часть энергии сигнала на основной гармонике рассеялась во время процесса генерации второй гармоники, что является характерной чертой для данного явления. Форма профиля сигнала сохраняется и является подобной начальному распределению амплитуды.



124

Рис.1 Генерация пары связанных солитонов синхронными ($\tau_{10} = \tau_{20} = 0$) синфазными ($\varphi_{11} = \varphi_{12} = 0$) пучками основной частоты $E_{11} = 0.5$, $E_{12} = 0.5$, $E_{21} = 0$, $E_{22} = 0$. Пиковые интенсивности (а) основной частоты (черный и красный для левого и правого волноводов соответственно) и второй гармоники (синий и зеленый для левого и правого волноводов соответственно). Параметры волновода $x_w = 2.0$, $a_\omega = a_{2\omega} = 2$, $D_{q1} = 10$, $D_{q2} = 10$. Коэффициенты дифракции $D_{x1} = 0.1$, $D_{x2} = 0.05$, коэффициенты дисперсии $D_{\tau 1} = 0.05$, $D_{\tau 2} = 0.1$, коэффициент нелинейности $\gamma = 0.5$.

В первом расчете импульсы подавались синфазно($\varphi_{11} = \varphi_{12} = 0$). Теперь же для исследования влияния соотношения фаз между сигналами были проведены расчеты с параметрами стационарного решения, где фаза одного из начальных импульсов на основной гармонике φ_{11} из (3) изменялась от 0 до π с шагом 0.1 π . Дистанция распространения была ограничена 50 нелинейными длинами для уменьшения суммарного времени расчета. Конечная интенсивность импульсов в левом и правом волноводах меняется периодически. Она достигает в первом волноводе локального минимума при $\varphi_{11} = 0.5\pi$, в тот же момент импульс-пучок во втором волноводе имеет локальный максимум. При дальнейшем увеличении фазы φ_{11} интенсивность в первом волноводе достветствующих локальных экстремумов при $\varphi_{11} = \pi$.



Рис.2 Пиковые интенсивности для основной частоты $E_{11} = 0.5$, $E_{12} = 0.5$ с разными фазами ($\varphi_{11} \in [0; 0.5\pi], \varphi_{12} = 0$) для первого волновода. Параметры волновода $x_w = 2.0, a_\omega = a_{2\omega} = 2, D_{q1} = 10, D_{q2} = 10$. Коэффициенты дифракции $D_{x1} = 0.1, D_{x2} = 0.05$, коэффициенты дисперсии $D_{\tau 1} = 0.05, D_{\tau 2} = 0.1$, коэффициент нелинейности $\gamma = 0.5$.

Если сблизить волноводы, изменив параметр x_w , связь между ними, очевидно, возрастет, что может повлиять на режим распространения сигналов в данной структуре. На рисунке 3 видно, что при небольшом сближении ($x_w = 1.9$ при $a_{\omega,2\omega} = 2$) импульсы начинают обмениваться друг с другом энергией, при этом положение пространственных центров сигналов начинает осциллировать, изменяется режим распространения. Энергия между областями с неоднородностью периодически нарастает. Колебания центров импульсов наблюдалось и при $x_w = 2.0$, когда волноводы не перекрывали друг друга, но при их сближении амплитуда этих осцилляций растет. При достижении $x_w = 1.7$ солитонный режим нарушается, взаимодействие между областями с неоднородностями становится деструктивным, мешая сохранению начальной формы сигналов, что приводит к рассеиванию большой части энергии импульсов.



Рис.3 Поперечные профили пучков при $\tau=0$ и при $x_w = 1.9$ для основной частоты в промежутке от z=20 до z=40 с шагом z=5 (а). Положение пространственных центров в зависимости от расстояния z для $x_w = 1.9$ (б) и $x_w = 2.0$ (в). Параметры волновода $a_\omega = a_{2\omega} = 2$, $D_{q1} = 10$, $D_{q2} = 10$. Коэффициенты дифракции $D_{x1} = 0.1$, $D_{x2} = 0.05$, коэффициенты дисперсии $D_{\tau 1} = 0.05$, $D_{\tau 2} = 0.1$, коэффициент нелинейности $\gamma = 0.5$.

В настоящей работе рассмотрено формирование и распространение пространственно-временных солитонов в паре связанных оптических волноводов в плоском квадратично-нелинейном кристалле при изменении параметров, связанных с положением центров волноводов и соотношением фаз между импульсами. Показано, что при различном соотношении фаз между сигналами меняется конечная амплитуда солитонной пары, а также характер взаимодействия между импульсами. Перекрывание волноводами друг друга усиливает связь между импульсами, что влияет на пространственное положение сигналов во время распространения, добавляя заметную осцилляцию вдоль пространственной оси.

ЛИТЕРАТУРА

1. Kivshar Y.S., Agrawal G. "Optical Solitons: From Fibers to Photonic Crystals", Academic press, 2003.

- 2. Silberberg, Y., Opt. Lett. 15, 1282-1284 (1990)
- 3. L. Bergé, Phys. Rep. 303, 259 (1998).
- 4. E. A. Kuznetsov and F. Dias, Phys. Rep. 507, 43 (2011).
- 5. Muniyappan, A. et al., Opt Quant Electron 56, 440 (2024).
- 6. Sudipta Das, et al., Optik, V. 247, 167865 (2021)
- 7. Sazonov, Sergey V. et al., Phys. Rev. A 100, 033835 (2019)
- 8. Kartashov Y.V. et al., Opt Lett. 2015 Mar 15;40(6):1045-8.
- 9. Sakaguchi, H. and Malomed, B.A., J. Opt. Soc. Am. B 29, 2741-2748 (2012).
- 10. Kalinovich, A.A., Zakharova, I.G. Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 87, 1785–1790 (2023).
- 11. Kalinovich A.A. et al.// PLoS ONE. 2019. V. 14. № 8.

Распространение фемтосекундных импульсов в газонаполненном волокне с использованием квантовомеханического подхода к описанию нелинейности

Врублевская Н.Р.¹, Шипило Д.Е.^{1,2}, Николаева И.А.^{1,2}, Панов Н.А^{1,2}, Косарева О.Г.^{1,2} ¹ Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

² Физический факультет, MI у имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Росси ² Физический институт им. П. Н. Лебедева РАН, 119991 Москва, Россия <u>vrublevskaia.nr19@physics.msu.ru</u>

Самосогласованное моделирование распространения фемтосекундных лазерных импульсов в газонаполненном волокне с нелинейностью, полученной квантовомеханически, показало, что третья гармоника ультрафиолетового (УФ) импульса практически не демонстрирует эффектов фазового синхронизма в отличие от третьей гармоники инфракрасного (ИК) импульса.

Для моделирования распространения фемтосекундных лазерных импульсов в газовых средах используется однонаправленное уравнение Максвелла [1]. Для описания нелинейных поляризации И тока, являющегося источником В уравнении распространения, обычно применяют феноменологический подход, основанный на представлении нелинейного отклика в виде суперпозиции тока электронов, освободившихся в актах многофотонной/туннельной ионизации, и нелинейной поляризации среды — отклика связанных электронов. Помимо феноменологического, существует квантовомеханический способ описания нелинейности [2,3]. заключающийся в получении нелинейности из численного решения нестационарного уравнения Шрёдингера. В нашей недавней работе [4] проведено моделирование взаимодействия высокоинтенсивного фемтосекундного лазерного излучения с модельной системой — одномерной потенциальной ямой с уровнями энергии, приближенно соответствующими основному и возбужденным состояниям атома ксенона. В широком диапазоне интенсивностей импульса от 0.1 до 100 TBt/cm² и его центральных длин волн от 266 до 1500 нм из численного решения нестационарного уравнения Шредингера нами получен нелинейный отклик среды, состоящей из таких невзаимодействующих между собой квантовых систем.



Рис. 1: Нелинейная поляризация атомной системы, полученная в квантовомеханическом расчете (красные линии) и на основе феноменологической модели (черные линии) при воздействии импульса на длине волны 1500 нм с интенсивностью (а) 15 и (б,в) 59 ТВт/см² (слева) и для импульса на длине волны 266 нм с интенсивностью (д) 2 и (е,ж) 25 ТВт/см² (справа), (г) и (з) – поля соответствующих импульсов.

Сравнение нелинейных откликов, наводимых В газовой среде невзаимодействующих атомов ксенона, полученных согласно феноменологическому и одномерному квантовомеханическому подходам показало их хорошее согласие для ИК импульсов [рис. 1(а-в)]. Показано, что в ультрафиолетовой части спектра нелинейный отклик модельной газовой среды даже при интенсивности ~1 TBт/см² не может считаться кубическим по полю [рис. 1(д)], т. к. эффективный коэффициент кубичной нелинейности демонстрирует дисперсию и сильную зависимость от интенсивности. При этом нелинейная поляризация имеет запаздывание до четверти оптического периода относительно внешнего поля [рис. 1(e)], а ее спектр асимметрично уширен в длинноволновую область.

Целью настоящей работы является самосогласованное моделирование распространения фемтосекундного лазерного импульса в газонаполненном волокне с нелинейностью, определяемой квантовомеханически [4] и сравнение нелинейного отклика газовой среды на ИК и УФ импульсы.



Рис. 2: Эволюция спектра третьей гармоники при распространении ИК импульса ($\lambda = 1500$ нм) пиковой интенсивности $I_0 = 15$ TBT/см² (а) и УФ импульса ($\lambda = 266$ нм) пиковой интенсивности $I_0 = 10$ TBT/см² (б) в волокне, заполненным ксеноном с давлением p = 100 атм.

Численное моделирование показало, что эволюция спектра третьей гармоники ИК импульсов [рис. 1(а)] при распространении воспроизводит как колебания спектральной интенсивности с расстоянием, так и характерный наклон полос на спектре, являющийся следствием эффекта фазового синхронизма для импульса малой длительности. Ранее иллюстрация этого эффекта была получена при численном моделировании распространения лазерных ИК импульсов с помощью феноменологической модели [5]. Распространение фемтосекундных импульсов УФ частотного диапазона [рис. 2(б)] приводит к качественно другой динамике спектра третьей гармоники: эффекты, связанные с фазовым синхронизмом, наблюдаются только на субмикронных расстояниях, после чего осцилляции прекращаются и происходит только затухание, связанное с поглощением в волокне.

- [1] A.V. Husakou, J. Herrmann Phys. Rev. Lett., 87, 203901 (2001).
- [2] E. A. Volkova, A. M. Popov, Zh. Eksp. Teor. Fiz., 106, 735 (1994).
- [3] M. Kolesik, J. M. Brown, A. Teleki et al., Optica, 1, №5, 323 (2014).
- [4] Врублевская Н.Р., Шипило Д.Е. и др., *Письма в ЖЭТФ*, **117**, №6, 400 (2023).
- [5] N.A. Panov, D.E. Shipilo, V.A. Andreeva et al., PRA, 94, 041801(R) (2016).

О возможности усиления терагерцового излучения слоями кристаллического кварца в поле волны накачки

И.И. Казаков, М.С. Гусельников, С.А. Козлов Университет ИТМО ikazzzakov@yandex.ru

Аннотация. Аналитически выведены условия, при которых в беззеркальном нелинейном интерферометре Фабри-Перо наблюдается эффект максимального усиления. Продемонстрировано, дифференциального что для эффективного дифференциального усиления входного сигнала геометрическая толщина рабочей среды и интенсивность излучения на входе в интерферометр должны принимать строго фиксированные дискретные значения, определяемые коэффициентом отражения среды и коэффициентом ее нелинейного показателя преломления. Показано, что при взаимодействии высокоинтенсивного терагерцового излучения пластинкой с кристаллического кварца, максимальное дифференциальное усиление будет наблюдаться при толщине кристалла порядка 1 мм и интенсивностях излучения порядка 10^8 Bt/cm^2 .

Введение. Нелинейное пропускание интерферометров, заполненных различными оптическими средами, сопровождающееся эффектами би- и мультистабильности, а также эффектом дифференциального усиления, было экспериментально продемонстрировано еще в 70-е годы прошлого века [1]. Эти явления вызвали большой интерес из-за их фундаментальной значимости и больших перспектив практического применения для создания оптических логических устройств [2]. Было показано, что наибольшую эффективность нелинейного пропускания демонстрируют интерферометры Фабри-Перо, заполненные средами с одновременно высокой и малоинерционной нелинейностью показателя преломления. Однако материалы, время нелинейного отклика которых соответствовало бы субпикосекундному диапазону, что сравнимо с быстродействием электронных транзисторов, и нелинейность которых при этом наблюдалась бы при относительно невысоких интенсивностях излучения, найдены не были [3]. Это не позволило реализовать многообещающие научные проекты, такие как, например, создание чисто оптических сверхбыстродействующих цифровых вычислительных систем.

Недавнее обнаружение у ряда сред в терагерцовом (ТГц) спектральном диапазоне одновременно гигантской и малоинерционной нелинейности показателя преломления колебательной природы, в миллионы раз превосходящей нелинейность этих сред в видимом и ближнем ИК диапазонах [4], возродило надежды на создания оптических логических устройств, но уже не в оптическом, а в ТГц спектральном диапазоне.

В настоящей работе анализируется возможность применения нелинейных интеферометров Фабри-Перо для дифференциального усиления ТГц излучения.

Основная часть. Пропускание нелинейного интерферометра Фабри-Перо при облучении его плоской монохроматической волной описывается формулой [2]

$$I_{t} = \frac{I_{0}}{1 + \frac{4R}{(1-R)^{2}} sin^{2} \left(\frac{2\pi L}{\lambda} n_{0} + \frac{31 + R2\pi L}{21 - R \lambda} n_{2} I_{t}\right)}$$
(1)

где I_t – интенсивность излучения на выходе из интерферометра, I_0 – интенсивность излучения на входе в интерферометр, R – энергетический коэффициент отражения интерферометра, λ – длина волны падающего излучения, L – толщина среды интерферометра, n_0 – линейный показатель преломления среды, n_2 – коэффициент нелинейного показателя преломления среды.

Формула (1) справедлива не только для интерферометров с зеркалами, но и для беззеркальных интерферометров, в которых отражение происходит на границе раздела диэлектрических сред в соответствии с формулами Френеля. В таком случае коэффициент отражения R будет определяться линейным показателем преломления среды n_0 . При этом мы полагаем зависимость R от n_2 пренебрежимо малой.

На рисунке 1 показаны характерные кривые функции пропускания (1) для кристаллического кварца в ТГц спектральном диапазоне. Зеленая кривая соответствует эффекту бистабильного пропускания излучения, красная – эффекту слабого дифференциального усиления, а синяя – эффекту максимального дифференциального усиления.



Рис. 1. Характерные кривые пропускания нелинейного интерферометра Фабри-Перо при разных значениях толщины рабочей среды интерферометра. Расчеты проведены для кристаллического кварца с параметрами: $n_0=2.1, R=0.126, n_2=5.1\cdot 10^{-10}, \lambda=0.3$ мм, красная кривая – L=0.676 мм, синяя – L=0.656 мм, зеленая – L=0.636 мм.

Аналитически условия наблюдения максимального дифференциального усиления задаются равенствами

$$\begin{cases} \frac{dI_0}{dI_t} = 0\\ \frac{d^2I_t}{dI_0^2} = 0 \end{cases}$$
(2)

Условие (2) для зависимости (1) принимает вид

$$\begin{cases} \frac{1+R^2}{2R} - \cos^2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) + 2\tilde{I}_t \sin^2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) = 0\\ \sin^2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) + \tilde{I}_t \cos^2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) = 0 \end{cases}$$
(3)

где

$$\begin{cases} \tilde{L} = \frac{2\pi}{\lambda} L n_0 \\ \tilde{I}_t = \frac{3}{2} \frac{1+R}{1-R} \frac{n_2}{n_0} \tilde{L} I_t \end{cases}$$

$$\tag{4}$$

Система (3) сводится к квадратному уравнению

$$\left(\cos^{2}(\tilde{I}_{t}+\tilde{L})\right)^{2}+\frac{1+R^{2}}{2R}\cos^{2}(\tilde{I}_{t}+\tilde{L})-2=0,$$
(5)

решение которого, вследствие ограничения на область значений косинуса, представляется в виде

$$\cos^2(\tilde{I}_t + \tilde{L}) = f(R), \tag{6}$$

где

$$f(R) = -\frac{R^2 + 1 - \sqrt{R^4 + 34R^2 + 1}}{4R}.$$
(7)

Подставив (6) во второе уравнение системы (3) получим решение для переменных \tilde{I}_t и \tilde{L} , из которых с помощью (1) и (4) получим финальное решение для интенсивности излучения на входе в интерферометр и толщины рабочей среды интерферометра, при которых наблюдается максимальное дифференциальное усиление

$$\begin{cases} I_0 = \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{Ln_2} \Phi(R) \\ L = \frac{\lambda}{2\pi n_0} (\Psi(R) + \pi m) \end{cases}$$
(8)

Здесь *т* – целое число и

$$\Phi(R) = \frac{2}{3} \frac{1-R}{1+R} \frac{\sqrt{1-(f(R))^2}}{f(R)} \left(1 + \frac{2R(1-f(R))}{(1-R)^2}\right),\tag{9}$$

$$\Psi(R) = -\frac{\sqrt{1 - (f(R))^2}}{f(R)} - \frac{1}{2} \arccos(f(R)).$$
(10)

Из второго уравнения системы (8) видно, что для заданного материала рабочей среды нелинейного интерферометра при падении на него излучения с длиной волны λ эффект максимального дифференциального усиления будет наблюдаться только при строго фиксированных дискретных значениях $L = L_m$. При этом первое уравнение системы (8) показывает, что интенсивность входного излучения, которая необходима для наблюдения эффекта, обратно пропорциональна L и, следовательно, так же имеет дискретный набор значений.

Если умножить правую и левую часть первого уравнения из (8) на Ln_2 , то слева получим интеграл распада. Для заданного коэффициента отражения он всегда много меньше единицы, что свидетельствует о том, что эффект дифференциального усиления будет наблюдаться раньше распадной неустойчивости [5]. Однако для некоторых I_0 , разрешенных условиями (8), произведение n_2I_0 оказывается больше единицы, что не соответствует приближению, из которого выведена формула (1). В связи с этим к (8) необходимо добавить дополнительное условие для I_0 . Например, $n_2I_0 < 0, 1$.

Для численной оценки выведенных формул возьмем кристаллический кварц, который в ТГц спектральном диапазоне обладает коэффициентом нелинейного показателя преломления порядка 10^{-10} Вт/см² и $n_0 = 2.1$. При центральной частоте излучения в 1 ТГц эффект максимального дифференциального усиления в беззеркальном нелинейном интерферометре Фабри-Перо из кристаллического кварца возможно наблюдать, начиная с толщин порядка 0.65 мм и входных интенсивностей порядка $1.7 \cdot 10^8$ Вт/см². Зависимость интенсивности входного излучения от толщины рабочей среды интерферометра из кристаллического кварца, при которых в нем наблюдается эффект максимального дифференциального усиления, представлена на рисунке 2.



Рис 2. Зависимость интенсивности излучения на входе в нелинейный интерферометр из кристаллического кварца от геометрической толщины его рабочей среды, при которых наблюдается эффект максимального дифференциального усиления. Красными точками отмечены значения, запрещенные из-за несоответствия условию $n_2I_0 < 0, 1$.

На рисунке 3 приведена иллюстрация дифференциального усиления прямоугольного сигнала в нелинейном интерферометре Фабри-Перо из кристаллического кварца.



Рис. 3. Пример дифференциального усиления прямоугольного сигнала (красный) в нелинейном интерферометре Фабри-Перо из кристаллического кварца.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ в рамках гранта № 24-22-00084

- 1. В. Н. Луговой // Квантовая электроника. 1979. Т. 6. №10. С. 2053–2070.
- 2. H. Gibbs "Optical bistability: controlling light with light" Elsevier, 2012.
- 3. С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин "Оптика фемтосекундных лазерных импульсов" М.: Наука, 1988.
- 4. Tcypkin A. et al. // Physical Review Applied. 2021. V. 15. No 5. P. 054009.
- 5. Власов С. Н., Таланов В. И. "Самофокусировка волн". Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997

Пространственно-зависимые лэмбовские сдвиги атомов в волноводе и их влияние на оптические коллективные эффекты

А.С. Курапцев

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого aleksej-kurapcev@yandex.ru

Изучение оптических коллективных эффектов в атомных ансамблях представляет собой одно из наиболее перспективных направлений квантовой физики. Данное направление находит ряд применений в квантовой метрологии, стандартизации частоты и квантовой информатике. К настоящему времени стало понятно, что для правильного теоретического описания коллективных эффектов с учетом всех межатомных корреляций требуется микроскопический подход.

В рамках микроскопического подхода электромагнитное диполь-дипольное взаимодействие между атомами можно интерпретировать как обмен фотонами, в том числе и виртуальными. Похожий физический механизм излучения и последующего поглощения виртуальных фотонов одним и тем же атомом обуславливает естественную ширину линии атомных переходов. Поэтому подходы квантовой оптики позволяют описывать в рамках единого формализма как спонтанный распад отдельных атомов, так и межатомные диполь-дипольные взаимодействия [1-5]. Однако существует одна проблема, которая обычно игнорируется в этих подходах: проблема лэмбовского сдвига. В рамках стандартных нерелятивистских подходов лэмбовский сдвиг имеет ультрафиолетовую расходимость. В случае ансамблей атомов в свободном пространстве эту проблему удается легко обойти - поскольку лэмбовский сдвиг всех атомов одинаков, его можно аддитивно включить в частоту перехода [6]. Однако этот простой прием не работает, когда мы имеем дело с ансамблями атомов, находящимися в резонаторе или волноводе, Рис. 1. В этом случае атомы, находящиеся в разных положениях, имеют различные лэмбовские пространственных сдвиги из-за пространственной неоднородности электромагнитного поля в резонаторе и/или волноводе [7-11]. В свою очередь, это может оказывать влияние на межатомное диполь-дипольное взаимодействие и связанные с ним кооперативные эффекты.



Рис. 1. Эскиз волновода и атомного ансамбля, расположенного внутри него. Рисунок-вставка иллюстрирует модельную структуру атомных уровней, использованную в расчетах. a и b – это размеры прямоугольного поперечного сечения волновода, L – это длина волновода (бесконечная), J_g – полный угловой момент атома в основном состоянии, J_e – его значение в возбужденном состоянии, m_J – проекция полного углового момента на ось квантования z, ω_0 – резонансная частота атомного перехода.

В настоящей работе исследован лэмбовский сдвиг, который зависит от положения атома в волноводе. Проанализировано, как это влияет на характер диполь-дипольного взаимодействия.

В качестве метода исследования была выбрана комбинация двух подходов - квантового микроскопического подхода для анализа кооперативных эффектов, который основан на модели связанных осциллирующих диполей, и квантовоэлектродинамического метода Бете для расчета лэмбовских сдвигов.

Рассчитан лэмбовский сдвиг 1s состояния атома водорода, находящегося в волноводе, Рис. 2. На Рис. 2 видно, что разброс в Лэмбовских сдвигах для атомов, расположенных в разных точках пространства внутри волновода, составляет сотни МГц, что вполне сравнимо с естественной шириной линии перехода $2p \rightarrow 1s$, которая составляет 100 МГц. Поэтому, пространственная зависимость Лэмбовских сдвигов оказывать существенное влияние на характер диполь-дипольного может взаимодействия между различными атомами в волноводе. Это было наглядно продемонстрировано на примере модельной системы из двух одинаковых атомов, один из которых в начальный момент времени возбужден, а второй изначально находится в основном состоянии [12]. В работе [12] проанализированы отличия в динамике населенностей возбужденных состояний обоих атомов для случая, когда лэмбовские сдвиги учтены, от случая, когда эти сдвиги не учитывались. Конкретные расчеты были проведены для двух значений разности лэмбовских сдвигов атомов: 0.5 от естественной ширины линии перехода и 3 естественные ширины линии перехода. Показано, что уже для первого случая учет лэмбовских сдвигов приводит к заметным количественным изменениям в динамике населенностей, а для второго случая эти изменения носят не только количественный, но и качественный характер.



Рис. 2. Лэмбовский сдвиг 1*s* состояния атома водорода в зависимости от пространственного расположения атома в волноводе (x_1, y_1) . Размеры поперечного сечения волновода: a=4, b=2. За единицу длины принято обратное волновое число излучения, резонансного переходу 2р \rightarrow 1s атома водорода.

- 1. M.J. Stephen // J. Chem. Phys. 1964. V. 40. P. 669.
- 2. D.A. Hutchinson, H.F. Hameka // J. Chem. Phys. 1964. V. 41. P. 2006.
- 3. R. Bonifacio, P. Schwendimann, F. Haake // Phys. Rev. A. 1971. V. 4. P. 302.
- 4. R. Bonifacio, P. Schwendimann, F. Haake // Phys. Rev. A. 1971. V. 4. P. 854.
- 5. Z. Ficek, R. Tanas, S. Kielich // Opt. Acta. 1986. V. 33. P. 1149.
- 6. И.М. Соколов, Д.В. Куприянов, М.Д. Хэви // ЖЭТФ. 2011. Т. 139. С. 288.

7. А.А. Белов, Ю.Е. Лозовик, В.Л. Покровский // ЖЭТФ. 1989. Т. 96. С. 552.

8. P. Horak, P. Domokos, H. Ritsch // Europhys. Lett. 2003. V. 61. P. 459.

9. X.-H. Wang, Y.S. Kivshar, B.-Y. Gu // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. Art. No. 073901.

10. P. Yao et al. // Phys. Rev. B. 2009. V. 80. Art. No. 195106.

11. M.V. Rybin et al. // Sci. Rep. 2016. V. 6. Art. No. 20599.

12. A.S. Kuraptsev, I.M. Sokolov // Phys. Rev. A. 2023. V. 107. Art. No. 042808.

Нелинейная восприимчивость газовой среды – применение непертурбативной теории отклика атома на лазерное поле

К.В. Львов^{1,2}, С.Ю. Стремоухов^{1,2}

¹Московский Государственный Университет им. М.В. Ломоносова ²Национальный Исследовательский Центр «Курчатовский институт» lvov.kv14@physics.msu.ru

Значения нелинейной восприимчивости среды являются необходимым параметром традиционно используемых моделей распространения лазерного излучения через среду (FME, UPPE, NLSE и др. [1]), которые позволяют теоретически исследовать различные экспериментально наблюдаемые нелинейно-оптические особенности взаимодействия среды с лазерным полем: генерация когерентного излучения, филаментация, оптический пробой и др.

восприимчивость Нелинейная среды определяется, как правило, феноменологически, путем согласования теоретической модели с полученными экспериментальными данными [2, 3]. Разработано также несколько теоретических подходов. Модель ангармонического осциллятора применялась для расчета как электронной нелинейной восприимчивости в оптическом диапазоне частот [4, 5], так и колебательной нелинейной восприимчивости в терагерцовой области [6]. Большое распространение получил метод расчета нелинейной восприимчивости свободных атомов с помощью теории возмущения, где в качестве возмущения рассматривается внешнее электрическое поле [7]. Однако, как правило, границы применимости такого подхода и условия сходимости теории возмущений остаются за рамками исследований. Помимо теории возмущения, существуют и непертурбативные подходы, например, метод квазиэнергетических состояний [8].

Все указанные выше теоретические подходы используют дипольное приближение при учете взаимодействия атома с лазерным полем. Вместе с тем, развит непертурбативный подход, который позволяет рассчитать населенность энергетических уровней атома с учетом произвольного порядка мультипольности взаимодействия атома с лазерным полем [9]. В данной работе приводятся результаты применения данного теоретического подхода К аналитическому расчету нелинейной восприимчивости. Полученные числовые значения находятся в полном согласии с многочисленными экспериментальными данными и позволяют проследить зависимость нелинейной восприимчивости от давления газовой среды, длины волны (в нерезонансном случае) и интенсивности лазерного излучения.

В частности, в работе было получено аналитическое выражения для нелинейной восприимчивости k-го порядка для газовой среды в предположении настолько малого поля, что динамикой населенностей уровней энергии можно пренебречь. В случае сильного возбуждения, т.е. настолько сильного внешнего поля, что динамикой населенностей уровней пренебречь уже нельзя, аналитическое выражение получить крайне затруднительно, но можно численно получить зависимость нелинейной поляризации от напряженности лазерного поля.

На рис. 1 приведены значения нелинейного показателя преломления n_2 , рассчитанные по аналитической зависимости от давления газовой среды для двух различных сред: атомарного водорода и аргона. Полученные значения полностью соответствуют многочисленным экспериментальным данным [2, 3].



Рис. 1. Зависимость нелинейного показателя преломления n₂ аргона и атомарного водорода от давления газовой среды.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант № 24-22-00188). К.В. Львов является стипендиатом Фонда развития теоретической физики и математики «Базис».

- 1. A. Couairon et al. // Eur. Phys. J. Spec. Top. 2011. V. 199. P. 5-76.
- 2. H.J. Lehmeier et al. // Opt. Comm. 1985. V. 56. P. 67-72.
- 3. M.J. Shaw, C.J. Hooker, D.C. Wilson // Opt. Comm. 1993. V. 103. P. 153-160.
- 4. С.А. Ахманов, Р.В. Хохлов «Проблемы нелинейной оптики» М.: Наука, 1964.
- 5. A.N. Azarenkov et al. // Quantum Electron. 1993. V. 23. P. 633.
- 6. A. Tcypkin et al. // Phys. Rev. Appl. 2021. V. 15. P. 054009.
- 7. M.A. Yuratich, D.C. Hanna // J. Phys. B: Atom. Mol. Phys. 1976. V. 9. P. 7290.
- 8. A.G. Fainshtein et al. // Phys. Rep. 1992. V. 210. No. 3. P. 111-221.
- 9. A.V. Andreev et al. // Eur. Phys. J. D. 2012. V. 66. P. 16.
- 10. Я.И. Френкель, А.И. Губанов // УФН. 1940. Т. 24. № 1. С. 68-121.

Методы вычисления квазивероятностных функций бананового состояния

Б. Н. Нугманов^{1,2} ¹Московский физико-технический институт ²Российский квантовый центр nugmanov.bn@phystech.edu

Для описания состояний света в квантовой оптике часто использутся квазивероятностные функции Хусими и Вигнера. Приведём соответствующие определения [1]:

 $Q(\beta) = \frac{1}{\pi} |\langle \beta | \psi \rangle|^{f}$ $W(x,p) = \frac{1}{\pi} \int \psi(x-y) \psi(x+y) e^{2ipy} dy$

Данные функции не являются распределениями в смысле классической механики, однако они однозначно характеризуют матрицу плотности изучаемого состояния и указывают области фазового пространства, которые вносят основной вклад при вычислении каких-либо средних.

Как известно, идеальный лазер является генератором когерентных состояний света. Данные состояния рассматриваются как квазиклассические, так как имеют строго положительную квазивероятностную функцию Вигнера. Эксперименты, с такими состояниями и линейными измерителями допускают эффективное моделирование на классическом компьютере.

Перспективным способом генерации существенно неклассических состояний света является пропускание света в когерентном состоянии через кубически нелинейную среду. На рисунке 1 представлена соответствующая схема.



Рис. 1. Генерируемое яркое когерентное состояние полается в нелинейный микрорезонатор. На выходе получается исследуемое банановое состояние. На графиках схематически изображены линии уровней функции Вигнера входного и выходного состояний.

Гамильтониан света в кубически нелинейной среде во вторичном квантовании представим в виде:

$$\hat{H} = -\gamma \hat{n}(\hat{n}+1)$$

Эффективным параметром нелинейности при этом является $\Gamma = {}_{Y}\tau$, где ${}_{Y}$ – величина, пропорциональная фактору нелинейности и обратно пропорциональная объему моды в микрорезонаторе, а τ - время эволюции. Практическим ограничением на время эволюции является добротность микрорезонатора. В результате эволюции когерентного состояния с амплитудным коэффициентом α получается состояние ψ :

$$|\psi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{i\Gamma n^2} \vee n\rangle$$

Интересно отметить, что в течение эволюции распределение по числу фотонов не меняется, однако состояние становится неклассическим.

Одним из первых, кто начал изучать свет после прохождения через кубически нелинейную среду в терминах квазивероятностных распределений был Китагава [2],

назвавший их "банановыми" из-за характерной формы на фазовой плоскости. Тонкости использования бананового состояния в резонаторах и наилучшие по показателям добротности и нелинейности материалы приведены в статье [3].

В доступных в настоящее время прозрачных на оптических частотах материалах нелинейность мала, поэтому для наблюдения нелинейных эффектов требуется большое числа фотонов (порядка нескольких миллионов).

Численный расчет квазивероятностных распределений для негауссовских состояний с таким большим числом фотонов бананового состояния затруднителен. В литературе как ограничиваются очень небольшим средним числу квантов, порядка нескольких штук [4]. В нашей работе [5] мы разработали быстрые не приводящие к переполнению алгоритмы вычисления квазивероятностных функций Хусими и Вигнера данного состояния.

Полученные нами формулы основываются на асимптотических разложениях, сложность которых увеличивается с ростом среднего числа фотонов. Так, функцию Вигнера можно посчитать за время, порядка корня из среднего числа квантов. На рисунке 2 изображён пример результатов упомянутых вычислений. Функция Хусими бананового состояния устроена чуть более просто, так что её можно вовсе посчитать за время порядка O(1). Основным методом при получении замкнутого выражения для функции Хусими являются преобразование Хаббарда-Стратановича и комплексный метод перевала. Используя связь между функциями Вигнера и Хусими через характеристические функции, мы получаем явный ряд для функции Вигнера. Численные эксперименты показывают, что для его подсчёта при среднем числе квантов порядка миллиона, достаточно нескольких тысяч слагаемых.



Рис. 2. На двумерном графике цветами обозначены значения функции Вигнера бананового состояния при |α|=2700. Эффективный параметр нелинейности Г=10⁻⁶. На графике видны области негативности, демонстрирующие негауссовость полученного состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Schleich, Wolfgang P. Quantum optics in phase space / Wolfgang P Schleich. — John Wiley & Sons, 2011.

2. Kitagawa, M. Number-phase minimum-uncertainty state with reduced number uncertainty in a Kerr nonlinear interferometer / M Kitagawa, Y Yamamoto // Physical Review A. — 1986. — Vol. 34, no. 5. — P. 3974.

3. On perspectives of generating quasi-Fock state via resonant self-phase-modulation / SN Balybin, F Ya Khalili, DV Strekalov et al. // Quantum and Nonlinear Optics VII / SPIE. — Vol. 11558. — 2020. — Pp. 9–24.

 M. Stobińska, G. Milburn, and K. Wódkiewicz, Wigner function evolution of quantum states in the presence of self-kerr interaction, Physical Review A 78, 013810 (2008).
 5. https://arxiv.org/abs/2311.18395

Подбор оптимальных параметров насыщающегося поглотителя на основе УНТ в волоконном лазере солитонного типа

М.В. Прибылов^{1*}, П.А. Итрин¹, Д.А. Коробко¹, А.В. Сыса², Ю.П.Шаман²

1 Ульяновский государственный университет, Ульяновск, Россия

2 Федеральное государственное бюджетное научное учреждение «Научно-производственный комплекс «Технологический центр», Москва, Россия

*e-mail address: hks14865@gmail.com

Разработка лазерных источников ультракоротких импульсов на протяжении многих лет остается важнейшей задачей лазерной физики и актуальна для применения в широком ряду приложений современной фотоники, в частности, в задачах оптической связи, спектроскопии, метрологии, высокоточной обработки и так далее. Волоконные солитонные лазеры с пассивной синхронизацией мод весьма привлекательны для подобных приложений благодаря сочетанию компактности, простоты конструкции и эксплуатации широкими удобства возможностями. обеспечиваюшими в с субпикосекундную импульсную генерацию и подстройку длины волны. Среди субпикосекундных волоконных лазеров значительный интерес в последние годы вызывают лазеры пассивной синхронизацией мод, обеспечивающейся с насыщающимся поглотителем на основе углеродных нанотрубок (УНТ) [1].

Целью данной работы был поиск характеристик УНТ-насыщающегося поглотителя, обеспечивающих в кольцевом волоконном лазере солитонного типа (с аномальной дисперсией резонатора) генерацию импульса минимальной длительности, и таким образом, обладающего максимально широким спектром. Используемые образцы изготовлены в НТЦ "Технологический центр" и содержат 97% одностенных углеродных нанотрубок с полупроводниковым типом проводимости. На первом этапе работ для каждого образца были проведены стандартные измерения основных характеристик насыщающегося поглотителя, которые схематично представлены на Рис. 1(а) [2]. Эксперименты показали, что партия исследуемых образцов УНТ-насыщающихся поглотителей характеризуется значительным изменением величины ненасыщаемых (~ 1,2 % - 65,4%) и насыщаемых (~ 41,4 %– 82,4%) потерь [3].

В ходе последующих экспериментов исследуемые образцы были использованы в конфигурации кольцевого волоконного лазера с аномальной дисперсией резонатора и пассивной синхронизацией мод при помощи УНТ насыщающегося поглотителя (Рис 1 (б)). Длина волоконного резонатора соответствует фундаментальной частоте следования импульсов 9,9 МГц, при этом длина активного Ег-легированного волокна составляла ~ 40 см, а максимальная мощность накачки не превосходила 100 мВт.



Рис. 1. (а) Характеристики насыщающегося поглотителя, где As – насыщаемые потери, Ans – ненасыщаемые потери, Psat – мощность насыщения. (б) Схема волоконного кольцевого лазера.

Для исследуемых образцов были получены данные о пороговой мощности накачки, обеспечивающей синхронизацию мод. Практически все образцы обеспечили успешную синхронизацию мод при произвольной ориентации контроллеров поляризации, т.е. обеспечили самозапуск волоконного лазера в импульсном режиме. Исключение составили два образца с минимальным уровнем ненасыщаемых потерь. Импульсы лазера, генерируемые вблизи порога, были охарактеризованы по ширине спектра. Полученные результаты сопоставлены с данными о параметрах, используемых в волоконном лазере УНТ-насыщающихся поглотителей и сведены в таблицу.

Конечным результатом исследований стали зависимости выходных характеристик волоконного лазера от параметров УНТ-поглотителя, представленные на рис. 2 (а-г).



Рис. 2. (а) Зависимость ширины оптического спектра генерируемых импульсов от насыщаемых и ненасыщаемых потерь; (б) мощность на выходе волоконной схемы в зависимости от ненасыщаемых потерь; (в) зависимость мощности на выходе схемы от мощности накачки; (г) зависимость величины пороговой мощности синхронизации мод от ненасыщаемых потерь.

На основании проведенного анализа результатов были сделаны следующие выводы. В рассмотренной конфигурации волоконного лазера для генерации импульса, обладающего максимально широким спектром (красные столбцы на рис. 2 (а)), оптимальные параметры УНТ-поглотителя должны находится в следующих диапазонах: насыщаемые потери – ~ 54% – 64%; ненасыщаемые потери ~ 34 % – 44% (Рис. 2 (а)). Пороговая мощность синхронизации мод находится в прямой линейной зависимости от величины ненасыщаемых потерь (Рис. 2 (г)), при этом выходная мощность лазера (Рис. 2 (б)) и эффективность генерации (Рис. 2(в)) значительно снижаются с ростом этих потерь.

Таким образом, в работе продемонстрировано влияние насыщаемых и ненасыщаемых потерь УНТ-поглотителя на ширину спектра, мощность выходного сигнала и пороговую мощность синхронизации мод волоконного лазера в стандартной конфигурации.

Работа поддержана Российским научным фондом (проект № 23-79-30017).

- 1. M. Chernysheva et al. // Nanoph 2017. V.6. No 1. P. 1-30.
- 2. K.Y. Lau, X Liu. and J. Qiu. // Adv. Photonics 2022. V. 3. No 1. P. 2200023.
- 3. D.A. Stoliarov et al. // Optical Fiber Technology 2021. V. 63. P. 102524.

Улучшение чувствительности схемы квантовых невозмущающих измерений с помощью сжатых состояний света

Д.И. Салыкина^{1,2}, С.Н. Балыбин^{1,2} ¹Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия ²Российский квантовый центр, Москва, Россия koil257@mail.ru

Одно из существенных различий между квантовой и классической физикой заключается в том, что точное измерение в микроскопическом мире невозможно без внесения в его процессе возмущений или "обратного флуктуационного влияния", присущего самой процедуре измерения. Для случаев, когда нам важно оставлять интересующую нас величину неизменной, была предложена концепция квантовых невозмущающих измерений (КНИ) [1]. Реализация такого измерения требует взаимодействия объекта гамильтониана измерителем, использования с коммутирующего с оператором измеряемой величины [2]. В частности, КНИ энергии требует нелинейного по обобщенной координате взаимодействия. Квантовая оптика является перспективной областью для реализации КНИ, поскольку в ней достижимы хорошие уровни чувствительности и доступны среды со сравнительно большой нелинейностью [3].

В данной работе мы будем рассматривать схему КНИ на основе микрорезонатора шепчущей галереи, использующую Керровскую нелинейность $\chi^{(3)}$. с модами Поскольку эффективный локализации электромагнитного объем поля В микрорезонаторе может быть исключительно мал, а добротность высока, нелинейные явления должны наблюдаться и при небольшой входной оптической мощности, в том числе и в случае, если нелинейность диэлектрика невелика [4]. Эффект кросс-фазовой модуляции в такой системе приводит к возникновению запутанного состояния сигнальной и пробной моды, благодаря чему можно проводить измерения числа фотонов в сигнальной моде n_S невозмущающим образом, измеряя сдвиг фаз φ_{p} в пробной волне:

$$\varphi_p = \Gamma_X n_{S_r}$$

где Гх - коэффициент кросс-фазовой модуляции.

[5] было продемонстрировано, КНИ В статье ЧТО схема основе на микрорезонатора теоретически позволяет преодолеть предел дробового шума, однако применений желательно для практических получить лучший уровень чувствительности.

Стандартным методом уменьшения влияния шумов на измерение в интерферометрии является использование в схеме сжатых состояний света, что было подтверждено в ряде экспериментов. На данный момент достигнуты значения сжатия 7-12 дБ [6] в интерферометрических схемах и около 5 дБ [7] в схемах на чипе.

В работе [8] нами была исследована возможность повышения точности измерения благодаря использованию в схеме сжатых состояний света на входе. Также был проведен учет мешающего эффекта самофазовой модуляции и продемонстрировано, что его влияние можно устранить путем выбора для измерения «умной» квадратуры, которая может быть получена путем подбора гомодинного угла. Также была выполнена оптимизация значения угла входного сжатия.

Однако одним из значительных недостатков сжатых состояний света является их чувствительность к потерям. В случае работы с микрорезонаторами существенную роль играют потери на выведение света из резонатора (или потери на связь). С целью уменьшения их влияния мы предлагаем использовать микрорезонатор с комбинацией $\chi^{(2)}$ и $\chi^{(3)}$ нелинейностей для генерации сжатия непосредственно внутри микрорезонатора (полная схема приведена на рисунке 1). Для этой схемы мы детально проанализировали источники квантовых шумов как для пробной, так и для сигнальной моды. Анализ показал, что исследуемая система может рассматриваться как один из перспективных вариантов реализации квантового невозмущающего измерения в оптике.



Рис. 1. Схема квантового неразрушающего измерения.

Также в работе проводится оценка чувствительности данной схемы с учетом реалистичных значений сжатия, эффективности детекторов и накачки. Показано, что такая чувствительность позволяет генерировать и верифицировать негауссовские квантовые состояния света, характеризующиеся отрицательно-значными распределениями Вигнера. Поэтому рассмотренная схема КНИ может представлять интерес для задач квантовой обработки информации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Braginsky, V. B., Vorontsov, Y. I., and Thorne, K. S. // Science (New York, N.Y.), 209(4456), 547–557 (1980).

2. V.B. Braginsky, V. B. and F.Ya. Khalili // Rev. Mod. Phys. 68, 1-11, (1996)

3. V. B. Braginsky and S.P. Vyatchanin // Sov. Phys. Dokl. 26, 686 5 (1981).

4.V. B.Braginsky, M. L.Gorodetsky, and V. S. Ilchenko // Phys. Lett. A 137, 393 (1989)

- 5. S. N. Balybin et al. // Phys. Rev. A 106, 013720 (2022)
- 6. C. Darsow-Fromm et al. // Optics Letters (2021)
- 7. Avik Dutt et al. // Phys. Rev. Applied 3, 044005 (2015)
- 8. S.N. Balybin, D.I. Salykina, and F.Ya. Khalili // Phys. Rev. A 108, 053708 (2023)
Формирования негауссовых состояний с помощью РДС-кристалла

Р. Сингх, А.Е. Теретёнков, А.В. Белинский Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, 119991, ГСП-1, Москва ranjit.singh@mail.ru

Интерес к генерации неклассических запутанных состояний света и их применению в различных задачах квантовой информатики и квантовых фантомных изображений с использованием кристаллов с регулярно-доменной структурой (РДСкристаллов) растет [1-5]. Это связано с тем, что такие кристаллы позволяют эффективно реализовать не один нелинейный процесс, а несколько, например, параметрический процесс, генерацию суммарных частот и других с различными поляризациями взаимодействующих мод.

Теоретическое исследование квантовых статистических свойств света осуществлено в приближением заданного поля накачки [1-4] и без него [5]. В работе [6] было показано формирование негауссовых состояний (состояний котов Шредингера) в случае, когда квантовая накачка истощается в ходе параметрического процесса в монодоменном кристалле с квадратичной нелинейностью $\gamma^{(2)}$. В данной работе мы исследовали квантовые свойства света с помощью функции Вигнера в случае, когда накачка второй гармоники является квантовой, а остальные находятся в состоянии вакуума на входе РДС-кристалла. Распределения Вигнера дают полную информацию о квантовых свойствах света. С помощью функции квазивероятностного распределения Вигнера можно визуализировать одновременно квантовые флуктуации обеих квадратур на фазовой плоскости. Квантовые фазовые портреты иллюстрируют интерференцию между состояниями, негауссову (с отрицательной вероятностью) [7] структуру квантового состояния света на качественном уровне.



Рис. 1. Фазовый портрет мод \hat{a}_1 , \hat{a}_2 , \hat{a}_3 без приближения заданной накачки в РДС-кристалле. Мода накачки \hat{a}_2 находилась в когерентном состоянии, а остальные – в вакуумном при $\zeta = 0,4464$, $|\alpha_2|^2 = 12$, $\varphi_2 = 0$.

Оба процесса (параметрический процесс и суммарная генерация) могут быть эффективно реализованы в РДС-кристалле [1-5]. Гамильтониан взаимодействия мод \hat{a}_1 \hat{a}_2 , \hat{a}_3 на частотах ω , 2ω , 3ω с необыкновенной поляризацией распространяются коллинеарно внутри РДС-кристалла и имеет вид [3-5]

$$\widehat{H}_{int} = \hbar(\gamma_1 \hat{a}_1^{+2} \hat{a}_2 + \gamma_2 \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3^{+} + k.c.), \tag{1}$$

где γ_1 и γ_2 – коэффициенты связи нелинейного взаимодействия параметрического процесса и генерации суммарной гармоники.

Собственные значения и собственные векторы гамильтониана взаимодействия (1) были найдены численно [5]. На основе полученных собственных значений и векторов

была найдена матрица плотности, когда мода \hat{a}_2 находилась в когерентном состоянии со средним числом фотонов 12, а остальные – в вакуумном состоянии:

$$\hat{\rho}(\zeta) = \hat{U}(\zeta)\hat{\rho}(0)\hat{U}^+(\zeta),$$

где $\hat{U}(\zeta) = exp(-i\hat{H}_{int}\zeta/\hbar), \quad \hat{\rho}(0) = |\psi_0\rangle\langle\psi_0|$ – матрица плотности начального состояния. $|\psi_0\rangle = |0_1\rangle|\alpha_2\rangle|0_3\rangle, \quad \zeta = \gamma_2 t$ – приведенная длина взаимодействия. Функция Вигнера моды вычисляется с помощью формулы [9]

$$W_j(x_j, p_j, \zeta) = \frac{1}{\pi\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} \langle x_j - y | \hat{\rho}_j(\zeta) | x_j + y \rangle \exp\left(\frac{2ip_j y}{\hbar}\right) dy, (j = 1, 2, 3),$$

где $\hat{\rho}_1(\zeta) = Tr_2[Tr_3[\hat{\rho}(\zeta)]], \hat{\rho}_2(\zeta) = Tr_1[Tr_3[\hat{\rho}(\zeta)]], \hat{\rho}_3(\zeta) = Tr_1[Tr_2[\hat{\rho}(\zeta)]]$ редуцированная матрица плотности моды $\hat{a}_1, \hat{a}_2, \hat{a}_3. x_j = Re(a_j), p_j = Im(a_j).$

Конкретные результаты расчета функции Вигнера $W_j(x_j, p_j, \zeta)$ для всех трех мод показаны на рис. 1 и 2.



Рис. 2. Фазовый портрет мод \hat{a}_1 , \hat{a}_2 , \hat{a}_3 без приближения заданной накачки в РДС-кристалле. Мода накачки \hat{a}_2 находилась в когерентном состоянии, а остальные – в вакуумном при $\zeta = 0,5328$, $|\alpha_2|^2 = 12$, $\varphi_2 = 0$.

Из рис. 1 видно, что состояния мод \hat{a}_1 и \hat{a}_3 становятся негауссовыми, а функция Вигнера меняет знак при определенной длине взаимодействия. На рис. 2 показано, что в ходе эволюции состояние моды \hat{a}_1 перестает быть негауссовым, а состояние моды \hat{a}_3 становится более негауссовым. Негауссовы состояния могут быть полезными для задач квантовой сенсорики, то есть, можно улучшить квантовую чувствительность интерферометра Маха-Цендера, когда необходимо измерить фазовую задержку в плече интерферометра [8,9].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. А.С. Чиркин. Оптика и спектроскопия. 1998. Том 87, № 4, с. 627-631.
- 2. A.S. Chirkin. Laser Physics. 2002. Vol. 12, № 6, p. 941-947.
- A.S. Chirkin, A.V. Nikandrov. 2003. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. vol. 5, p. 169.
- 4. A.S. Chirkin, E.V. Makeev. 2005. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. vol. 7, p. S500.
- А.В. Белинский, Р. Сингх. Квантовая электроника. 2018. Том 48, №7, с. 611– 614.

- 6. R. Singh, A.E. Teretenkov. The formation of Schrodinger cat-like states in the process of spontaneous parametric down-conversion. 2024. arXiv:2405.14526.
- 7. M. Walschaers. PRX Quantum. 2021. Vol. 2, 030204.
- 8. D. Salykina, F. Khalili. Symmetry. 2023. Vol. 15 (3) p. 774.
- 9. R. Singh, A. E. Teretenkov. 2024. Physics open. Vol 18, 100198.

Диагностика параметров плазменного канала по оптическому излучению плазмы

Е.М. Стародубцева¹, И.Н. Цымбалов^{1,2}, Д.А. Горлова^{1,2}, К.А. Иванов^{1,3}, А.Б. Савельев^{1,3} ¹Физический факультет, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, 119991, Москва, Россия ²Институт ядерных исследований Российской академии наук, 117312, Москва, Россия ³Физический институт имени П.Н. Лебедева Российской академии наук, 119192, Москва, Россия

starodubtceva.em19@physics.msu.ru

Электроны могут быть эффективно ускорены релятивистским лазерным импульсом с помощью различных механизмов. Когда лазерное излучение взаимодействует с плазмой, может быть сформирован плазменный канал. В этом случае можно ускорить электроны при их одновременном движении в полях лазерной волны и плазменного канала. Этот механизм ускорения называется прямым лазерным ускорением (DLA) [1].

Ранее мы рассматривали аналитическую модель прямого лазерного ускорения электронов [2] и определили область параметров для эффективной инжекции электронов с низкой начальной энергией. Этими параметрами являются плотность электронов вне канала $n_{e \ out}$ и показатель преломления внутри канала – η (см. рис. 1). Ниже мы опишем метод получения параметров плазменного канала из эксперимента. Следует отметить, что диапазон значений показателя преломления является узким, поэтому для DLA ускорения электронов очень важно иметь возможность измерять показатель преломления внутри канала непосредственно из эксперимента.



Рис. 1. Область параметров плазменного канала (закрашенная область), в которой происходит эффективная инжекция электронов с низкой начальной энергией (*n_{cr}* – критическая плотность).

Вынужденное комбинационное рассеяние (ВКР) в плазме происходит, когда лазерный импульс накачки рассеивается на электронной плазменной волне [3]. При ВКР вперед стоксова волна распространяется в направлении лазерного импульса, а при ВКР назад – в противоположном. ВКР вперед имеет бо́льшую пороговую интенсивность [3], следовательно, при распространении лазерного импульса через плазму с нарастающей плотностью первым начнет появляться рассеяние назад и даст информацию о невозмущённой плазме. Таким образом, регистрируя спектр рассеянного назад излучения, из максимальной длины волны в спектре можно получить максимальную концентрацию электронов вне канала (1).

$$n_{e_{out}} = \left(1 - \frac{\lambda_L}{\lambda_{\text{BKP}_{max}}}\right)^2 n_{cr} \tag{1}$$

где λ_L – длина волны лазерного излучения, $\lambda_{BKP max}$ – максимальная длина волны в спектре ВКР назад.

Излучение второй гармоники от стенок плазменного канала – еще одно явление, наблюдаемое в экспериментах по DLA ускорению электронов.

Угол излучения второй гармоники θ_c удовлетворяет соотношению:

$$\cos\theta_c = \frac{k_\omega}{k_{2\omega}} = \frac{\eta_\omega}{\eta_{2\omega}}$$
(2)

где k – волновой вектор, ω – частота падающего лазерного импульса.

Таким образом, можно определить показатель преломления внутри плазменного канала из плотности электронов вне канала из спектра ВКР назад и угла излучения второй гармоники:

$$\eta_{\omega} = \cos\left(\theta_{c}\right) \sqrt{1 - \frac{n_{e_{out}}}{4n_{cr}}} \tag{3}$$

Был проведен эксперимент по DLA (1 ТВт Ti:Sa, 800 нм, 10 Гц, 50 фс, 50 мДж) с пленочной мишенью (лавсан, 12 мкм). Плазма создавалась лазером Nd:YAG (1064 нм, 10 Гц, 200 мДж, 10 нс). Изменяя задержку между импульссами, плотность плазмы можно было варьировать от 0,01 до 0,06 n_{cr} . Для регистрации излучения второй гармоники использовалась ПЗС-камера с полосовым фильтром 400 ± 20 нм. Для записи спектра ВКР назад использовался волоконный спектрометр 200-1100 нм. Фильтр >850 нм и узкополосный фильтр на 1064 нм были установлены перед волокном для защиты от рассеянного излучения. Излучение было собрано в волокно с помощью 50-миллиметрового объектива.

Рис. 2 показывает параметры плазменного канала, полученные в результате эксперимента.



Рис. 2. Параметры плазменного канала, полученные в результате эксперимента.

Точки, соответствующие полученным из эксперимента параметрам плазменного канала (см. рис. 2), лежат левее области, в которой, согласно аналитической модели (см. рис. 1), ожидаются эффективная инжекция низкоэнергетичных электронов и их последующее эффективное ускорение DLA механизмом. Это объясняется тем, что для формирования плазменного канала с нужным соотношением плотности электронов и показателя преломления, нужна бо́льшая интенсивность лазерного излучения. Альтернативным способом, который, возможно, позволит попасть в нужный диапазон параметров плазменного канала при ТВт мощности лазерного импульса, является формирование канала в плазме с заранее созданной неоднородностью плотности. Существуют различные способы это сделать: например, с помощью предымпульсов [4] или пропуская через газовую кювету электрический разряд [5].

ЛИТЕРАТУРА

- 1. A. Pukhov et al. // Phys. Plasmas 1999. V. 6. P. 2847.
- 2. E. Starodubtseva et.al. // Phys. Plasmas 2023. V. 30. P. 083105.
- 3. W. L. Kruer // "The Physics of Laser Plasma Interactions" //Addison-Wesley 1988.
- 4. C. G. R. Geddes et al. // Nature 2004. V. 431. N. 7008. P. 538–541.
- 5. P. Leemans W et al. // Nature Physics 2006. V. 2. P. 696–699.

Особенности процессов параметрического рассеяния света и генерации второй гармоники в условиях квантовой накачки

И.А. Терещенко^{1,2}, О.В. Тихонова^{1,2}

¹Физический факультет, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова ²НИИ ядерной физики имени Д.В. Скобельцына, МГУ имени М.В. Ломоносова <u>tereshchenko.ia19@physics.msu.ru</u>, ovtikhonova@mail.ru

Важной задачей квантовой оптики является генерация различных неклассических состояний электромагнитного поля, в том числе сжатых состояний, которые можно получить, например, в процессе параметрического рассеяния света [1]. Известно, что сжатый свет может быть использован для сверхчувствительных измерений с уменьшением уровня шума ниже дробового или стандартного квантового предела. Помимо этого, одним из наиболее интересных направлений является анализ нелинейных процессов под действием неклассического света. Это направление является новым и еще малоисследованным. Одним из немногочисленных примеров экспериментальной реализации являются эксперименты по возбуждению второй гармоники светом в состоянии сжатого вакуума [2]. В эксперименте было обнаружено, что начальное состояние поля и корреляции фотонов в нем сильно влияют на характеристики выходного сигнала второй гармоники [2]. Обычно большинство нелинейных процессов рассматривается именно в случае классической накачки, так как квантовая накачка характеризуется ограниченным запасом фотонов, которые могут расходоваться в процессе взаимодействия в отличие от случая классического поля, число фотонов в котором так велико, что их убывание пренебрежимо мало. Физические особенности нелинейных процессов под действием неклассических полей еще очень мало изучены и представляют собой важный объект современных квантовых исследований.

В данной работе в рамках полностью квантового подхода анализируется взаимное влияние одновременно происходящих процессов генерации второй гармоники и параметрического рассеяния, которые единым образом связаны друг с другом в нелинейном резонаторе. Гамильтониан исследуемой системы имеет следующий вид:

$$\widehat{H} = \hbar\omega_0 \widehat{a}^+ \widehat{a} + 2\hbar\omega_0 \widehat{c}^+ \widehat{c} + i\hbar\Gamma \left(\widehat{a}^{+2} \widehat{c} - \widehat{c}^+ \widehat{a}^2 \right).$$
(1)

В рассматриваемом случае мода высокочастотного поля является накачкой для процесса параметрического рассеяния, в то время как, фотоны низкочастотного поля стимулируют генерацию света на удвоенной частоте.

Теоретический подход основан на решении нестационарного уравнения Шредингера с гамильтонианом (1) с использованием разложения волновой функции по собственным функциям отдельных полевых мод. В общем случае решение получено численно, однако для малого числа фотонов, изначально запасенных в системе, решение было получено аналитически. На основе полученного решения были исследованы различные режимы динамики системы, приводящие к перераспределению начальной энергии между высокочастотной и низкочастотной модами. Так, на начальных этапах динамики взаимодействия продемонстрирована преимущественная генерацию сигнала параметрического рассеяния в случае, когда вся энергия изначально была запасена в высокочастотной моде, то есть в квантовой накачке. Однако, в этом режиме был обнаружен эффект истощения квантовой накачки при сравнении динамики среднего числа фотонов в низкочастотной моде, в случае квантовой и классической высокочастотной накачки.

Также был рассмотрен случай, когда низкочастотное поле изначально находилось в когерентном состоянии с <N>=20. Из рис. 1 видно, что на начальном этапе взаимодействия происходит перекачка энергии, однако затем достигается эффект равновесного числа фотонов в модах поля. Таким образом, показан баланс между процессами генерации второй гармоники и параметрическим рассеянием.



Рис. 1. Зависимость среднего числа фотонов для а) низкочастотной и b) высокочастотной мод в случае, когда низкочастотная мода находилась в когерентном состоянии с <N>=20.

Таким образом, обнаружено формирование «равновесного» двумодового состояния в системе, для которого среднее число фотонов в каждой из подсистем практически не меняется со временем. Для анализа квантовых корреляций в системе был рассчитан параметр Шмитда, который показал, что моды в процессе нелинейного взаимодействия характеризуются высокой степенью запутывания вплоть до тех пор, пока в системе не наступит баланс. Также было проанализировано распределение по числу фотонов, в результате чего было обнаружено формирование более узкого распределения по сравнению с распределением Пуассона. На основе гистограмм, рассчитанных для определенных моментов времени, показано, что максимальному сужению распределения соответствует максимум запасенной энергии в высокочастотном поле, впоследствии же происходит перекачка энергии. И распределение для низкочастотной моды приобретает более широкий вид. Для более детального анализа был рассчитан параметр Манделя, показавший формирование субпуассоновского распределения на начальных этапах взаимодействия, а впоследствии возраставший при наличии осцилляций. Таким образом, продемонстрирована квазипериодическая смена режимов. Обнаружено сужение распределения по числу фотонов низкочастотной моды при смещении нелинейного процесса в сторону генерации второй гармоники, которое сменяется существенным уширением в случае, когда превалирует параметрическая генерация.

Важно отметить возможность экспериментального наблюдения обнаруженных эффектов. Хотя параметр нелинейности Г достаточно мал, эффективная нелинейная связь для квантовых полей может быть реализована в высокодобротных резонаторах. Также очень перспективными с этой точки зрения оказываются джозефсоновские сверхпроводящие системы на чипе. В качестве таких систем могут быть рассмотрены кубиты-трансмоны, выступающие в качестве нелинейных осцилляторов, с эффективной нелинейной связью между ними.

Исследование выполнено в рамках Программы развития Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина» и при поддержке фонда Базис (грант №23-2-1-33-1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Р.В. Захаров, О. В. Тихонова // УФН. 2023. Т. 193. № 4. С. 406.

2. K.Yu. Spasibko et al. // Phys. Rev. Lett. 2017. V. 119. P. 223603.

К теории уединенных электромагнитных волн в двумерных сверхрешетках на основе графена

С.Ю. Глазов¹, Н.Е. Мещерякова¹, И.Н. Федулов² ¹Волгоградский государственный социально-педагогический университет ² Югорский государственный университет <u>ser-glazov@yandex.ru</u>

В связи с активным изучением полупроводниковых структур на основе графена вызывает интерес исследование в них нелинейных оптических явлений [1-5]. Их актуальность связана с возможностью использования графеновых структур в качестве рабочей среды для генерации уединенных электромагнитных импульсов (УЭИ) [1]. В работе [3] изучена возможность генерации УЭИ в одномерных сверхрешетках (СР) на основе графена (ГСР). В последнее время интерес исследователей вызывают 2D ГСР [6-9]. В [7] исследована возможность распространения электромагнитных импульсов в 2D ГСР в бесстолкновительном приближении и рассчитан солитоно-электрический ток и заряд, увлекаемый солитоном при его распространении. В [8] представлены результаты численного моделирования эволюции уединенных электромагнитных импульсов в бесстолкновительном режиме и с учетом столкновений с использованием метода разностных схем. Работа [9] посвящена изучению взаимного влияния солитонов, распространяющихся вдоль осей двумерной сверхрешетки на основе графена по взаимоперпендикулярным направлениям.

В данной работе получено обобщенное уравнение синус-Гордона, описывающее распространение уединенного электромагнитного импульса вдоль произвольных направлений в плоскости двумерной (2D) графеновой сверхрешетки (ГСР) со слабой неаддитивностью энергетического спектра в бесстолкновительном приближении. Исследованы особенности распространения уединенных электромагнитных импульсов в такой структуре. Численно исследована возможность существования солитонного решения обобщенного уравнения синус-Гордона.

Энергетический спектр электронов в 2D ГСР в одноминизонном приближении выбран в случае слабой неаддитивности в виде [7]

$$\varepsilon(\vec{p}) = \Delta_{\rm SiC} \left\{ g_0 - g_1 \left[\cos(p_x d) + \cos(p_y d) \right] - g_2 \cos(p_x d) \cos(p_y d) \right\},\tag{1}$$

где \vec{p} – квазиимпульс электрона, d – период ГСР, здесь и далее $\hbar = 1$.

Система уравнений для компонент безразмерного векторного потенциала имеет вид [7]

$$\frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial \tilde{t}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial \tilde{x}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_x}{\partial \tilde{y}^2} + \sin \varphi_x (1 + \beta \cos \varphi_y) = 0, \qquad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial \tilde{t}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial \tilde{x}^2} - \frac{\partial^2 \varphi_y}{\partial \tilde{y}^2} + \sin \varphi_y (1 + \beta \cos \varphi_x) = 0$$

где $\tilde{t} = t \, \varpi / \sqrt{\chi}$, $\tilde{x} = x \, \varpi / c$, $\tilde{y} = y \, \varpi / c$, $\varpi^2 = 2 \pi n_0 e^2 B_{10} d / a$, $\beta = 2 B_{11} / B_{10}$ [7]. Система уранений (2) имеет (2+1)-размерность», функция $\varphi(t, x, y)$ зависит от трех независимых переменных: одной временной и двух пространственных. В случае $\beta = 0$ уравнения (2) представляют собой двумерное синус-уравнение Гордона, для которого существуют точные солитонные решения [10].

Будем интересоваться волнами, распространяющимися вдоль оси *s* под углом θ к оси *x* ГСР. В этом случае $\varphi_x = -\varphi(s)\sin(\theta), \varphi_y = \varphi(s)\cos(\theta), f = \varphi(s)\cos(\theta)$ из (2) имеем

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 f}{\partial s^2} + \sin f [1 + \beta \cos(f \cdot tg(\theta))] = 0.$$
(3)

Для квадратной ГСР, учитывая симметрию уравнений (2), будем исследовать распространение волн под углами $\theta \in [0; \pi/4]$.

В случае, когда $\theta = 0$ УЭИ распространяется вдоль оси *x* ГСР, напряженность электрического поля совпадает с осью *y*, магнитное поле перпендикулярно плоскости образца, уравнение (3) трансформируется к хорошо известному уравнению синус-Гордона с перенормированными безразмерными координатами $x_1 = s\sqrt{1+\beta}$, $t_1 = \tau\sqrt{1+\beta}$. имеет кинковое солитонное решение в виде уединенного 2π -импульса

$$f(t_1, x_1) = 4 \operatorname{arctg}\left[\exp\left(\frac{x_1 - t_1 u / V}{\sqrt{1 - (u / V)^2}}\right)\right],$$
(4)

где u – скорость кинка, где V = с $\chi^{-1/2}$ – скорость электромагнитной волны в отсутствии электронов, χ – эффективная диэлектрическая проницаемость.

В случае, когда $\theta = \pi/4$ уравнение (3) является двойным синус-уравнением Гордона, имеющим кинковое решение [11]

$$f(\tau, s) = -2 \operatorname{arctg}\left[\frac{\sqrt{\beta + 1}}{sh(\xi / \xi_0)}\right],\tag{5}$$

где $\xi = s - \pi u / V$; $\xi_0 = \sqrt{1 - (u/V)^2} / \sqrt{\beta + 1}$, u – скорость кинка.

Получено кинковое решение уравнения (3), которое задается в неявном виде интегральным соотношением. Численно исследовано, является ли это решение солитонным. Исследовано изменение формы кинков, движущихся навстречу друг другу, до и после столкновения. Форма импульса в случае столкновения двух кинков меняется гораздо существенней, чем в случае распространения одиночного импульса, что позволяет сделать вывод о том, что уравнение (3) не имеет солитонных решений, кроме случая, когда $\theta = 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Popa, Z. Sun, F. Torrisi et al. // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 97. P. 203106.

2. F. Martin-Vergara, F. Rus, F.R. Villatoro // Nonlinear Systems. 2018. V.2. P.85.

3. S.V. Kryuchkov, E.I. Kukhar', Physica B. 2013. V. 408. P. 188.

4. Yu.V. Bludov, et al. // Phys. Rev. B. 2015. V. 91. P. 045424.

5. E.I. Kukhar, S.V. Kryuchkov, E.S. Ionkina // Semiconductors. 2018. V. 52. № 6. P. 766.

6. Y. Zhang et al. // NPJ 2D Materials and Applications. 2018. № 2:31.

7. С.Ю. Глазов, Г.А. Сыродоев // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 1. С. 98.

8. S.Yu.Glazov, G.A. Syrodoev // Journal of Physics: Conference Series. 2021. – V. 1740. No 1. 012062.

9. О.Ю. Бабина, С.Ю. Глазов, И.Н. Федулов // Изв. РАН. Сер. физ. 2023. Т. 87. № 1. С. 30.

10. S. Johnson, P. Suarez, A. Biswas // Zh.Vychisl.Mat.Mat.Fiz. 2012. V.52, № 1. P.105.

11. С.В. Крючков, Г.А. Сыродоев // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. V. 33. №12. Р. 1427.

Корреляционный анализ влияния размера пикселя пространственного модулятора терагерцового излучения в методе фантомных изображений

Т.В. Благова, И.Ш. Хасанов

Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН

blagova.tv@ntcup.ru

Метод фантомных изображений (ghost imaging) позволяет получать изображение объекта при помощи однопиксельного приёмника в результате сканирования объекта пространственно-модулированным освещением. Этот метод основан на использовании корреляционных свойств света для восстановления изображения и может быть реализован как с использованием классических источников света [1], так и посредством квантовых — запутанных фотонов [2], а также с применением цифровых управляемых источников света — пространственных модуляторов света (ПМС) [3]. При этом независимо от физической реализации, математически фантомное изображение O(x, y) представляет собой корреляционную функцию 2-го порядка между пространственным распределением интенсивности света опорного пучка P (паттернами) и интегральной интенсивностью S сигнала от объекта, зарегистрированного однопиксельным приёмником:

$$O(x,y) \propto \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} P(x',y')_{i} \cdot S_{i} - \frac{1}{N^{2}} \sum_{i=1}^{N} P(x',y') \sum_{i=1}^{N} S.$$
(1)

Данный метод особенно перспективен для применения в диапазонах спектра электромагнитного излучения, в которых многопиксельные приёмники высокого разрешения остаются практически недоступными, как, например, в терагерцовом диапазоне [4].

Одним из заметных преимуществ метода фантомных изображений является снижение требований к мощности источников излучения и к качеству оптических компонентов системы. Регистрация интегрального сигнала однопиксельным приёмником позволяет приём слабых сигналов без учёта фазовой составляющей, таким образом снижая влияние среды между объектом и приёмником, вызванной как неидеальностью оптических элементов, так и турбулентностью, и рассеянием в среде [5].

В наших работах [6,7] было продемонстрировано, что корреляционный анализ является эффективным средством для оценки влияния различных типов аберраций на качество фантомных изображений. Аберрации оптической системы приводят к несоответствию между паттерном P(x', y'), регистрируемым камерой в опорном плече системы, и паттерном P(x, y), проецируемым на объект и регистрируемым однопиксельным приемником $S = \int dx \, dy \, P(x, y)$. Применение вычислительного метода фантомных изображений позволяет отказаться от опорного плеча с камерой, поскольку необходимый паттерн может быть сгенерирован с использованием ПМС.

Большая часть исследований, связанных с методом фантомных изображений (ФИ), концентрируется на оптике видимого диапазона, для которого доступны коммерческие ПМС, в частности матрицы микрозеркал (DMD) и модуляторы на жидких кристаллах (LC-SLM). В соответствии с принципами Фурье-оптики, разрешающая способность этих устройств ограничена размером пикселя с одной стороны и минимально достижимым размером дифракционного предела, определяемого радиусом диска Эйри $r = 1.22 \frac{\lambda}{D} f$, с другой. Для достижения высокой детализации и точности в модуляции светового поля, как правило, необходимо, чтобы размер пикселя превышал длину волны (см. рис. 1: для высоких значений отношения размера пикселя к радиусу диска Эйри корреляция между

паттернами стремится к 1). Это условие обычно выполняется для ПМС, работающих в видимом и инфракрасном (ИК) диапазонах, но не в терагерцовом (ТГц) диапазоне.



Рис. 1. Средний коэффициент корреляции для паттернов на основе матриц Адамара в зависимости от размера пикселя ПМС к радиусу диска Эйри.

В качестве одного из перспективных направлений для модуляции ТГц излучения рассматриваются ПМС на основе жидкокристаллических структур [8]. Однако, размер пикселя таких ПМС составляет порядка 100 микрометров, тогда как длина волны излучения, для которых они спроектированы составляет порядка 1 миллиметра. В результате, изображение, формируемое с использованием таких ПМС, в значительной степени ограничено дифракцией.



Рис. 2. Одномерные паттерны (а) и (в) и их проекция на в объектной плоскости (б) и (г). Коэффициент корреляции между (а) и (б) — 0.85, между (в) и (г) — 0.98.

Дифракционное ограничение на пространственные частоты паттернов приводит к тому, что высокие частоты, как правило, подвергаются более значительным искажениям (см. рис. 2). Это снижает степень корреляции между проецируемым паттерном на объект и тем, который генерируется на пространственном модуляторе света (ПМС). Для эффективного сканирования объекта с минимально необходимым количеством паттернов, как правило, используется их ортогональный набор, например, на основе матриц Адамара [9]. Кроме того, алгоритмы сжимающих измерений (compressive sampling) позволяют ещё уменьшить количество необходимых паттернов, обеспечивая таким образом более высокую скорость сканирования по сравнению с растровым [10].

Предлагаемый корреляционный анализ между паттернами на ПМС и его образом, проецируемым на объект, позволяет ранжировать паттерны по уровню искажений, вносимых дифракцией. Это, в свою очередь, способствует оптимизации качества фантомных изображений, особенно в контексте отбора паттернов при неполном семплировании в алгоритмах сжимающих измерений.

Ещё одним применением корреляционного анализа является выбор стратегии микросканирования в методах сверхразрешения. В случае, когда размер пикселя ПМС составляет меньше длины волны, становится возможным применение алгоритмов субволнового сканирования [11]. В частности, наш анализ позволяет установить преимущество полного сканирования над частичным (четвертичным).

Таким образом, корреляционный анализ представляет собой полезный инструмент для оптимизации метода фантомных изображений с применением пространственных модуляторов света с целью повышения качества изображений.

ЛИТЕРАТУРА

1. I.Sh. Khasanov et al. // AIP Conf. Proc. 2020. V. 2299. P. 030008.

2. D.A. Balakin, A.V. Belinsky // Quantum Inf. Process. 2022. V. 21. P. 251.

3. H. Guerboukha, K. Nallappan, M. Skorobogatiy // Adv. Opt. Photon. 2018. V. 10. P. 843–938.

4. Y. Deng et al. // Opt. Express. 2023. V. 31. P. 10273–10286.

5. J. Cheng // Opt. Express. 2009. V. 17. P. 7916–7921.

6. T.V. Blagova, I.S. Khasanov // J. Phys.: Conf. Ser. 2021. V. 2091. P. 012009.

7. I.Sh. Khasanov, L.A. Zykova // Proc. of the Fourth International Conference on Terahertz and Microwave Radiation: Generation, Detection, and Applications, 2020. P. 54.

8. S.A. Kuznetsov et al. // Proc. of the 2021 46th International Conference on Infrared, Millimeter and Terahertz Waves (IRMMW-THz), IEEE, 2021. Pp. 1–1.

9. L. Zhou et al. // Chin. Opt. Lett. 2024. V. 22. P. 031104.

10. M. Burger et al. // arXiv:1903.08893 [Physics] (2019).

11. M.-J. Sun et al. // Opt. Express. 2016. V. 24. P. 10476–10485.

Применение методов радиофотоники в проектировании приемных устройств СВЧ для формирования и регистрации радиоголограмм.

Д. Буркитбаев¹, В.В. Валуев², В.В. Кулагин¹, Р.В. Рыжук², В.А. Черепенин³

²Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», ³Институт радиотехники и электроники им. В.А.Котельникова РАН daurendo@mail.ru, victorvkulagin@yandex.ru

В последнее время всё более востребованной становится технология радиовидения, для решения которой необходимо составлять радиопортрет "блестящих точек" удаленного объекта. Для осуществления этой технологии необходимо проектирование приемных устройств с высокой разрешающей способностью. Однако использование приемных устройств СВЧ, построенных исключительно на электронной компонентной базе, не всегда подходит для решения такой задачи. Это обусловлено применением сверхширокополосных сигналов для увеличения разрешения по дальности и необходимостью использовать опорную СВЧ волну для формирования радиоголограммы. Приемные устройства, построенные на базе радиофотонных технологий, позволяют решить эту проблему.

Проведено теоретическое и экспериментальное исследования приемного устройства СВЧ, построенного с использованием радиофотонных компонентов. Его схема была разработана для двухмерной задачи определения угла прихода сигнала от удаленного объекта, что требовало формирования и регистрации радиоголограммы отраженной от объекта СВЧ волны. Для этого в каждом приемнике линейной антенной решетки добавлялась опорная волна в радиофотонном блоке обработки, состоящем из СW-лазера, двойного параллельного электрооптического модулятора и фотодетектора.

С помощью численных моделирований была исследована работа такой системы. волна предполагалась Отраженная от объекта плоской (дальняя зона) с синусоидальной зависимостью от времени. В этом случае разность фаз СВЧ сигналов, принимаемых соседними приемниками, постоянна и не зависит от их положения в линейной антенной решетке. После смешения принимаемого и опорного сигналов в двойном параллельном модуляторе и последующего фотодетектирования формируется сигнал, содержащий информацию об интенсивности интерференционной картины отраженной и опорной волн I_{p-r} в точке нахождения приемника, при этом все оптические частотные компоненты удалены. Для постоянной разности фаз сигналов между соседним приемниками *I*_{p-r} является также синусоидальной функцией от номера приемника в решетке или его координаты вдоль решетки, фактически на решетке формируется поверхностная волна с частотой, зависящей от угла падения принимаемой волны на решетку (угол падения отсчитывается от вертикали). Поэтому для такого сигнала угол падения можно определять, вычисляя Фурье преобразование и находя частотный пик *I*_{*p*-*r*}.

В численных моделированиях использовались следующие параметры системы: длина СВЧ волны 3 см, расстояние между приемниками вдоль линейной антенной решетки 1.5 см, количество приемников 100, длина решетки 1.5 м. При смешении принимаемого и опорного сигналов в модуляторе фаза опорной волны соответствовала ее нормальному падению на решетку (угол 0 градусов от вертикали к линейке детекторов). Усредненная по времени I_{p-r} представлена на Рис. 1а для одиночного отражающего объекта (шум предполагался малым), а ее спектр - на Рис. 16. Принимаемая волна падала на решетку под углом 50 градусов от нормали. Отличие I_{p-r} от синусоидальной функции связано с относительно малым количеством приемников на длине поверхностной волны. В то же время при выбранном расстоянии между приемниками на периоде поверхностной волны будет не менее двух точек оцифровки даже при ее скользящем падении, что достаточно для сохранения информации. Для малого уровня шума угол прихода волны определяется достаточно точно и равен 50 градусам. В случае увеличенных шумов точность нахождения угла будет определяться полушириной спектрального пика, т.е. длиной линейной антенной решетки. Если вычислять полуширину спектрального пика по уровню -3 дБ от максимума, то она оказывается порядка одного градуса, что соответствует дифракционной ширине луча.



Рис. 1. Выходной сигнал фотодетектора для одиночного отражающего объекта под углом 50 градусов от нормали: (а) - усредненная по времени I_{p-r} , (б) - спектральный пик I_{p-r} .

На Рис. 2 представлена I_{p-r} для двух отражающих объектов под углами 25 и 50 градусов. Здесь уже выходной сигнал более сложный (Рис. 2а), поскольку соответствует интенсивности для случая биения двух волн с разными частотами. Однако направления на два объекта по-прежнему хорошо определяются и равны 25 и 50 градусов (Рис. 2б). Также необходимо отметить, что ширина спектральных пиков немного меняется в зависимости от угла падения из-за нелинейности преобразования угла падения в частоту поверхностной волны. На Рис. 2в представлен модуль спектра I_{p-r} для двух близкорасположенных объектов под углами 20° и 21° (случай 500 датчиков). Очевидно, что объекты разрешаются, подтверждая сделанную выше оценку. При дальнейшем уменьшении разности углов два максимума сливаются в один.



Рис. 2. Выходной сигнал фотодетектора для двух отражающих объектов под углами 25 и 50 градусов: (а) - усредненная по времени I_{p-r} , (б) - спектральный пик I_{p-r} , (в) - спектральный пик I_{p-r} для двух близкорасположенных целей под углами 20 и 21 градусов.

Схема экспериментального макета системы определения угла прихода сигнала представлена на Рис. 3. В качестве источника отраженной волны используется рупорная антенна. Излучение генератора СВЧ, настроенного на частоту 7.5 ГГц, разделяется на 2 канала. Первый канал ведет к излучающей рупорной антенне, второй - через аттенюатор (-20дБ) к одному из плеч двойного параллельного модулятора Маха-

Цандера, настроенного на квадратурную точку (середина линейного участка передаточной функции). Приемная антенна (отрезок прямоугольного волновода), перемещаемая вдоль линии 3, принимает падающие на неё сферические волны, излучаемые рупорной антенной. От приемной антенны сигнал идет на малошумящий усиленная волна поступает усилитель (26дБ), и затем на второе плечо электрооптического модулятора. После модулятора сумма оптических полей, промодулированных СВЧ сигналами с двух входов, поступает на фотодетектор через оптическое волокно. Полученное после фотодетектора СВЧ поле идет на измеритель мощности через усилитель (23дБ). Данные об измеренной мощности оцифровываются и анализируются с помощью пакета программ в среде MatLab.



Рис. 3. Схема экспериментального макета: 1 - излучающая антенна, 2 - приемная антенна, 3 – линия передвижения приемной антенны, Θ – угол прихода волны, L - расстояние между антеннами, Microwave generator - генератор СВЧ, Attenuator - аттенюатор, Amplifier - усилитель, Cable - коаксиальный СВЧ кабель, Laser - лазер, OF - оптоволокно, MZM - двойной параллельный электрооптический модулятор Маха-Цандера, PD - фотодетектор, Power meter - измеритель мощности, ADC - АЦП, Processing - анализ с помощью пакета программ, Result - выходные данные.

В схеме используются следующие компоненты: измеритель мощности СВЧ (Agilent N1912A), двойной параллельный модулятор с полосой 30 ГГц (IXblue MXIQ-LN-30), лазер 1.55 мкм (PPCL550), фотодетектор с полосой 16 ГГц (НПФ Дилаз), МШУ с полосой частот 1...18 ГГц, аттенюаторы 3дБ, 10дБ (Agilent).

Полученные на макете экспериментальные данные, их сравнение с теоретической моделью и результаты обработки представлены на Рис. 4. Интерференционная картина, полученная экспериментально для угла 30.8°, показана на Рис. 4а (красная кривая), и близко соответствует кривой на Рис. 1а, полученной в численном моделировании. Там же помещена кривая, описывающая результат интерференции для поля сферической волны (синяя кривая). Разность фаз двух кривых была свободным параметром и выбиралась из условия максимально близкого соответствия кривых. Очевидно, что теория дает достаточно хорошее совпадение с экспериментом.

На Рис. 4б представлены угловые спектры, полученные в результате Фурьеанализа интерференционных картин. Угол, оцененный по середине экспериментального распределения (по уровню -3дБ), составляет 30.8°. Это значение совпадает с истинным углом и является близким к теоретическому значению в 31.4°. Точность вычисления угла определяется шириной распределения, которая в данном случае значительная и составляет около 20°. Это вызвано тем, что расстояние до источника сигнала недостаточно большое, приходящая волна не плоская, а сферическая, в результате чего величина периода пространственной волны нелинейно меняется вдоль линии перемещения приемной антенны. Для небольших уровней шума (отношение сигнал/шум более 10-13 дб) такой метод оценки угла прихода сигнала может быть приемлемым, для более зашумленных данных алгоритм обработки должен быть модифицирован с применением метода максимального правдоподобия.



Рис. 4. Экспериментальные результаты, полученные на макете, и результаты их обработки. Сравнение экспериментальных и аналитических интерференционных картин (а) и угловых спектров (б): 1 - эксперимент, 2 - теория, сферическая волна. Предложенный алгоритм обработки экспериментальных данных (в): 1, 2 - спектры данных, полученных с левой и правой половин антенной решетки, 3 - полный спектр для сравнения (ср. панель (б)). Исходные и восстановленные координаты цели (г): 1 - истинное положение источника, 2 - восстановленное положение, желтая линия - антенная решетка.

Первое приближение координат источника для решения уравнений метода максимального правдоподобия с помощью последовательных приближений можно получить делением массива данных на две равные части, соответствующие левой и правой половинам антенной решетки. Каждая часть решетки "видит" источник под своим углом (26° и 36° по спектрам на Рис. 4в), точка пересечения прямых, отложенных от середин левой и правой половин антенной решетки под этими углами и дает положение источника в первом приближении (Рис. 4г). В данном случае ошибка по углу оказывается менее 1°, координаты х и у истинного (265,342) и восстановленного (241,285) источников различаются в пределах 10% и 30%.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. Valuev et. al. // Abstract Book of the 5-th Int. Conf. Terahertz and microwave radiation: generation, detection and applications. 2023. P. 125.

2. В.В. Кулагин и др. // В кн.: Мокеровские чтения. 14-я Международная научнопрактическая конференция по физике и технологии наногетероструктурной СВЧэлектроники. Москва. 2023. С. 39.

Применение метода эквивалентных схем для анализа воздействия наносекундными импульсами на биологические среды

Р.А. Денисов, В.А. Вдовин, С.А. Сапецкий ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН, г. Москва denisoff.ro@yandex.ru

В последние 20 лет перспективным направлением исследований в биологии и медицине считается воздействие видеоимпульсами малой длительности (<1 мкс) и высокой амплитуды (~ 1-10 кВ) [1]. В связи с малой величиной энергии приложенного импульса рассматриваемое воздействие считается нетепловым. Ключевую роль в процессе играет электропорация – образование пор под действием интенсивного электрического поля в клеточной мембране. Исследования показали, что благодаря электропорации воздействие может влиять на происходящие внутри клетки процессы, в частности, активировать апоптоз и некроз, механизмы клеточной гибели, различающиеся степенью поражения окружающих здоровых клеток [2]. В настоящее время активно предлагаются различные медицинские применения этой технологии, в частности, в онкологии [3] и дерматологии [4], а также для доставки лекарств [5] и мозговой стимуляции [6].

К данному моменту работы по тематике нетеплового воздействия ультракороткими импульсами на биоподобные среды касаются по большей части биологических аспектов проявляющихся эффектов, в то время как физические механизмы воздействия до сих пор недостаточно исследованы. Так, существует недостаточное количество работ, где анализируется трансформация импульса на разных конфигурациях нагрузок. В нашей предыдущей работе [7] мы исследовали возможность представления различных вариантов нагрузок в виде эквивалентных электрических схем, позволяющих промоделировать характерные для каждого варианта изменения импульса на объекте, а также численно оценить некоторые физические величины. Целью настоящей работы является продолжение развития этих исследований воздействия на различные варианты биологических объектов.

Установка по нетепловому воздействию мощными электромагнитными импульсами обычно включает в себя генератор импульсов, систему диагностики и нагрузку, оптимизированную под различные исследуемые среды. На основе установки, схема которой описана в нашей предыдущей работе [7], проводились эксперименты, где исследовалось влияние мощных электрических импульсов наносекундной длительности на опухолевые клетки в системе in vitro и изучение противоопухолевого эффекта in vivo на животных с перевиваемыми опухолями. Чтобы оценить реальное значение электрического потенциала непосредственно на объекте воздействия, область с образцом между электродами представлялась в виде эквивалентной электрической схемы.

В экспериментах с раковыми клетками в системе in vitro использовался стандартный микропланшет, представляющий собой пластиковую коробку, внутри которой с некоторым шагом расположены 96 цилиндрических лунок. Матрица из 5 × 5 лунок в центре микропланшета заполнялась биологическим материалом и помещалась между электродами. При составлении эквивалентной схемы микропланшета (см. рис. 1) учитывались также воздушно-пластиковые пустоты (зазоры), которые занимают некоторый его объем и существенно ослабляют степень воздействия на образец высоковольтных импульсов.



Рис. 1. Эквивалентная схема микропланшета с образцом (а) и принципиальная электрическая схема (б): 1

 верхний электрод (диск); 2 – микропланшет с образцом; 3 – нижний электрод; С₁ – суммарная емкость воздушно-пластиковых зазоров между лунками; С₂ – суммарная емкость воздушно-пластиковых зазоров снизу и сверху от лунок; С₃ – суммарная емкость лунок с биологическим материалом; R₁ – волновое сопротивление коаксиального кабеля; R₂ – суммарное электрическое сопротивление лунок с биологическим материалом.

При изучении рассматриваемого воздействия в экспериментах in vivo на животных с перевиваемыми опухолями в качестве объекта воздействия использовалась лабораторная мышь с привитой опухолью в области бедра. Мышь закрепляли на подложке из оргстекла и фиксировали в неподвижном положении, после чего помещали между электродами в установку. В отличие от эквивалентной схемы с микропланшетом, общая схема нагрузки для случая лабораторной мыши с привитой опухолью имеет более простой вид, поскольку в ней учитывается лишь подложка из оргстекла, обладающая емкостью C₂ (см. рис. 2).



Рис. 2. Эквивалентная схема бедра лабораторной мыши на подложке (а) и принципиальная электрическая схема (б): 1 – верхний электрод (диск); 2 – бедро лабораторной мыши; 3 – подложка из оргстекла; 4 – нижний электрод; С₁ – суммарная ёмкость бедра мыши; С₂ – суммарная емкость подложки из оргстекла; R₁ – волновое сопротивление коаксиального кабеля; R₂ – суммарное электрическое сопротивление бедра мыши.

Всего изучалось четыре различных варианта электрических схем нагрузок. Обозначим эти варианты следующим образом: 1 – схема рис.1 с $C_2 = 6 \ п\Phi$ (микропланшет с образцом); 2 – схема рис.1 с $C_2 = 30 \ n\Phi$ (микропланшет с образцом), 3 – схема рис.2 (мышь без подложки из оргстекла) без емкости C_2 ; и 4 – схема рис.2 с емкостью C_2 (мышь с подложкой из оргстекла). Было выполнено моделирование переходных процессов в данных схемах для случая всех четырёх вариантов в программе OrCAD PSpice. В качестве входного импульса использовался треугольный однополярный импульс с амплитудой 30 кВ (для вариантов 3 и 4) и 70 кВ (для вариантов 1 и 2) с временем нарастания и спада по 3 нс.

Моделирование показало, что на лунках микропланшета с биологическим материалом амплитуда напряжения почти на 2 порядка меньше, чем на выходе генератора: 0.75 кВ и 2 кВ для вариантов 1 и 2 (см. рис.3), а сам импульс меняет форму, становясь биполярным. Это связано с тем, что напряжение поступает через малую ёмкость C₂. Амплитуда напряжения при t = 3 нс меняет знак, что объясняется поступлением на него напряжения с заряженного конденсатора С2 в схеме рис.1, который оказывается полключенным с обратной полярностью. Аналогичная картина наблюдается для варианта 4, что также объясняется наличием емкости C₂ в схеме рис.2. Что касается варианта 3, импульс напряжения остается монополярным, причем амплитуда на нагрузке (порядка 20 кВ) падает в 1.5 раза относительно исходного.



Рис. 3. Слева: зависимость напряжения от времени: для микропланшета с C₂ =6 пФ − (1), для микропланшета с C₂ =30 пФ − (2), для мыши без подложки − (3) и для мыши с подложкой − (4) (для графика (3) значения уменьшены в 10 раз). Справа: зависимость энергии, рассеиваемой на нагрузке, от времени: для микропланшета с C₂ = 6 пФ − (1), для микропланшета с C₂ = 30 пФ − (2), для мыши без подложки − (3) и для мыши с подложкой − (4) (для графиков (2) и (3) значения уменьшены в 10 раз).

В среде энергия рассеивается в виде тепла и для вариантов 1, 2 и 4 она составляет порядка 320 мкДж, 2 мДж и 40 мкДж соответственно (см. рис. 3). Из графиков видно, что энергия накапливается во время прохождения первого и второго импульса, а затем не меняется. Для случая варианта 3 энергия достигает максимума 3.7 мДж и далее выходит на плато.

Проведенный анализ переходных процессов показал, что при воздействии наносекундных электрических импульсов на различные типы емкостных нагрузок возможна их сильная трансформация. Таким образом, для конкретных типов нагрузок, в которых присутствует конструктивная емкость C_2 монополярный импульс трансформируется в биполярный. Амплитуда напряжения падает на один – два порядка, причём величина её падения также определяется емкостью C_2 , а энергия накапливается постепенно, выходя в середине процесса на промежуточное плато. Такие эффекты необходимо учитывать при планировании подобных экспериментов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. K.H. Schoenbach. // Bioelectromagnetics. 2018. V.39. No 4. PP. 257-276.
- 2. T.B. Napotnik, T. Polajžer, D. Miklavcic. // Bioelectrochemistry. 2021. V. 141.
- 3. M. Breton, L.M. Mir. // Bioelectromagnetics, 2012, 33, 106–123.
- 4. J. Newman et al. // Journal of cosmetic and laser therapy. 2020. V. 22. PP. 1-5.
- 5. Ю.В. Гуляев и др. // РЭ. 2015. Т. 60, № 10, С. 1051–1063.
- 6. M. Zamponi, R. Petrella, P. Mollica. // Bioelectricity. 2021. V. 3. No. 3. PP. 176-185.
- 7. В.А. Вдовин и др. // РЭ. 2023. Т. 68. № 9. С. 910-916.

Использование широкополосного микроволнового излучения для спектрометра на область 2 – 4 ГГц

И.Е. Иванов¹, Д.Е. Диас Михайлова^{1,2} ¹ИОФ РАН, Москва ²НИЦ «КИ», Москва <u>iei@fpl.gpi.ru</u>

В Институте общей физики на протяжении последних лет разрабатываются плазменные релятивистские микроволновые источники [1], излучение которых может иметь шумовой (широкополосный) характер в полосе 1 – 4 ГГц. Шумовой импульс представляет собой хаотическую последовательность цугов квазисинусоидальных сигналов длительностью 3 – 5 нс разной интенсивности, мощностью до 150 МВт, общей длительностью до 500 нс. Данное излучение применяется как зондирующее для анализа объектов. На рис.1 приведена схема установки. Спектрометр состоит из трёх частей: 1 – источника микроволнового излучения, 2 – многомодовой волноводной секции диаметром 30 см, с помощью которой широкополосное излучение подводится к диагностической одномодовой секции 3. Одномодовая секция представляет собой стандартный медный волновод прямоугольного сечения 72 × 34 мм, в котором в диапазоне 2,08 - 4,17 ГГц может распространятся только одна мода излучения H_{10} . В волноводе установлены две регистрирующие штыревые антенны А и Б длиной 5 мм, чувствительность которых от 2 до 4 ГГц линейна и меняется в два раза. Антенные вводы сделаны герметично, что позволяет производить откачку волновода до десятых значений Торр для исследования вещества, помещённого в волновод. Излучение с антенн А и Б и поступает на цифровой осциллограф Tektronix TDS 7404с шириной полосы 4 ГГц. Запись одного импульса имеет длительность 800 нс при количестве отсчётов 50000 (количество точек записи). В задней части волновода рядом с антенной Б помещён поршень, при этом образуется режим стоячей волны. На антенне А фиксируется сигнал с минимумами, а на антенне Б он практически равен входному, поскольку расстояние от поршня до антенны Б меньше четверти длины волны в волноводе на всех частотах. Этот сигнал служит репером. Если теперь поделить спектр сигнала Б на спектр сигнала А, то на частотах, соответствующих узлам, получатся максимумы. Такой график расположения узлов (минимумов) стоячей волны от частоты, мы будем называть "гребёнкой". Кроме того, амплитуда максимумов гребёнки отражает интенсивность спектра самого сигнала.

Положение пиков рассчитывается по формулам:

$$\lambda_{\rm goinh} = \frac{c}{\sqrt{\nu^2 - \nu_{\kappa p}^2}} \qquad \qquad \lambda_{\kappa p} = \frac{2}{\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}},$$

а расстояние между пиками Δv стоячей волны есть

/

$$\Delta v = \frac{c}{v2D} \sqrt{v^2 - v_{\kappa p}^2} ,$$

где *с* – скорость волны в среде (в волноводе), $v_{\rm kp}$ – частота отсечки волновода 72 × 34 мм, равная 2,08 ГГц, $\lambda_{\rm goл H}$ – длина волны в волноводе, *a* и *b* – стороны волновода, *m* и *n* – число полуволн на соответствующих сторонах волновода. Одномодовая область ограничивается частотой 4,17 ГГц. Если мы рассматриваем волновод, заполненный газом, то показатель преломления практически такой же, как и в воздухе, т.е. n \approx 1. Однако, это различие может быть зафиксировано по положению пиков гребёнки. На

рис. 2 приведён график гребёнки для паров спирта для D = 92,0 см (расстояние от антенны Б до поршня 2 см). Для этого графика найдено, что n = 1,006. Это число подбирается при расчёте, при этом положении пиков соответствует целому числу полуволн (правая шкала на графике).



Рис. 1. Схема установки: 1 – излучающий рупор, 2 - многомодовая волноводная секция диаметром 30 см, 3 – одномодовая секция (диагностическая).



Рис. 2. Изображение гребёнки для паров спирта для D = 92 см. На правой шкале число полуволн для соответствующего пика.

При такой процедуре положение пиков зависит от точного определения базового расстояния D в формулах для расчёта $\lambda_{goлH}$ и соответствующей частоты. Поэтому на первом этапе фиксируется положение поршня и проводится эксперимент с воздухом, при этом считаем, что n = 1. Затем расстояние D, измеренное линейкой, корректируется программой для точного совпадения пиков с графиком гребёнки. Величина D должна быть найдена с точностью до 1 мм. На втором этапе в волновод помещается вещество и производятся записи при этом фиксированном значении D. Таким образом, можно проводить измерение показателя преломления газовой фазы вещества с точностью 10⁻³.

ЛИТЕРАТУРА

 1. П. С. Стрелков, В. П. Тараканов, Д. Е. Диас Михайлова, И. Е. Иванов, Д. В. Шумейко, Физика плазмы, 2019, том 45, № 4, с. 335–345, DOI: 10.1134/S0367292135030093

Численное моделирование переноса микроволнового излучения в дождевых осадках методом последовательных кратностей рассеяния.

Я.А. Илюшин^{1,2}, Я.В. Копцов¹, Б.Г. Кутуза² ¹МГУ имени М.В. Ломоносова ²Институт радиотехники и электроники В.А. Котельникова РАН ilyushin@phys.msu.ru

атмосферой Электромагнитное излучение, рассеянное (молекулами, аэрозолями, частицами облаков и осадков), в результате рассеяния становится поляризованным. При этом, степень поляризации зависит от типа явления рассеяния. Поляризация наблюдаемого излучения несет дополнительную информацию для интерпретации атмосферных оптических явлений и улучшить наши знания о свойствах компонентов атмосферы (размер, форма, показатель преломления и т. д.) и их вертикальном распределении [1]. Поляриметрические измерения продемонстрировали значительные преимущества при восстановлении оптических свойств аэрозолей и облаков [2.3]. Все больше и больше инструментов с возможностью поляриметрических измерений эксплуатируется на различных платформах либо находится в стадии проектирования. В их числе следует упомянуть POLDER, PARASOL, CIMEL [2] и другие. По итогам ряда исследований [4,5] выявлены значительные ошибки в моделировании переноса излучения и дистанционном зондировании атмосферы из-за игнорирования поляризации атмосферы, особенно для зондирований атмосферы на коротких длинах волн, например в ультрафиолете. По этой причине для интерпретации наблюдений и определения физических свойств рассеивающих частиц в атмосфере необходима точная и быстрая модель векторного переноса радиации.



Рис. 1. Пример результатов численного расчета углового распределения восходящего теплового радиоизлучения дождевой атмосферы. Длина волны 8 мм, интенсивность дождевых осадков 10 мм/ч, толщина дождевого слоя 3 км. Коэффициент ламбертовского отражения подстилающей поверхности 0.25. Сплошная кривая – сумма всех кратностей рассеяния, штриховая кривая – эталонное решение методом конечных разностей в дискретных ординатах [11,12]. Пунктирные кривые – последовательные кратности рассеяния до четвертого порядка включительно (указаны цифровыми метками).

Метод последовательных кратностей рассеяния [6] представляет собой итерационный подход к решению векторного уравнения переноса излучения (ВУПИ) и явно учитывающий каждый порядок рассеяния. Обычно яркость каждой итерации уменьшается с увеличением порядка рассеяния из-за постепенного поглощения лучистой энергии средой или ее выхода через границы. Итерационный процесс

продолжается до тех пор, пока вклад итерации не станет значительно меньшим, чем общая яркость предыдущих итераций. Однако в случае оптически толстой и сильной рассеивающей среды с альбедо однократного рассеяния, близким к единице, сходимость может быть чрезвычайно медленной.



Рис. 2. Относительные вклады последовательных кратностей рассеяния в общий поток восходящего излучения. Длина волны 8 мм, интенсивность дождевых осадков 10 мм/ч, толщина дождевого слоя 3 км. Коэффициент ламбертовского отражения подстилающей поверхности 0.25.

кратностей рассеяния обеспечивает Метод последовательных более интуитивный и физически обоснованный подход, чем многие численные методы решения ВУПИ. Он позволяет проверять отдельные порядки рассеяния и предоставляет ценную физическую информацию. Кроме того, его можно легко применить к неоднородным средам или средам со сложной геометрией. Несколько численных методов [6-8] были разработаны для облегчения вычислительной нагрузки, связанной с этим методом, что делает его пригодным для широкого спектра теоретических и практических приложений. Метод последовательных кратностей и его основная концепция применялись к ряду задач переноса излучения, от одномерного скалярного переноса [6] до более сложного векторного переноса [6,7] и неплоскопараллельные проблемы [8].

В этой работе мы применяем метод последовательного порядка рассеяния для моделирования радиотеплового излучения дождевых осадков в микроволновом диапазоне. Рассматривается модель однородного сплошного плоскопараллельного слоя дождевых осадков. Основные уравнения метода последовательных кратностей, используемые здесь, выведены ранее в работе [10]. Формулировку и описание модели можно найти в ранее опубликованных работах [11,12]. Численные результаты сравниваются с результатами решения ВУПИ методом конечно-разностной схемы в дискретных ординатах, приведенными там же.

По результатам численного моделирования (Рис.1, 2) выявлено преобладание однократно рассеянного излучения во всех рассмотренных ситуациях (Рис. 2). Практически это означает, что качественно удовлетворительные результаты могут быть получены уже в рамках модели однократно рассеянного излучения. Также показано хорошее согласие результатов численного решения ВУПИ с помощью обоих указанных выше подходов (Рис. 1).

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования сверхвысокопроизводительными вычислительными ресурсами МГУ имени М.В. Ломоносова [13].

ЛИТЕРАТУРА

1. Кутуза Б.Г., Данилычев М. В., Яковлев О.И. "Спутниковый мониторинг Земли: Микроволновая радиометрия атмосферы и поверхности" URSS. 2016.

2. F.M. Breon et al. // Geophys. Res. Lett.. 2000. V.27. No.24. PP. 4065–4068.

3. F.M. Breon et al. // IEEE Trans Geosc. Rem. Sens. 2005. V.43. PP.1796–1805.

4. C. Adams, G. Kattawar // J. Quant. Spectr. Rad. Transf. 1970. V.10. P.341.

5. C. Emde, B. Mayer // J. Quant. Spectr. Rad. Transf. 2018. V.218. P.151.

6. B. Wang// J. Quant. Spectr. Rad. Transf. 2024. V.315. P.108900.

7. Q. Min, M. Duan // J. Quant. Spectr. Rad. Transf. 2004. V. 87. No.3-4. PP.243-259.

8. M. Duan, Q. Min // J. Quant. Spectr. Rad. Transf. 2005. V. 95. No. 1. P.21-32.

9. M. Herreras-Giralda, et al. // J. Quant. Spectr. Rad. Transf. 2022. V.291. P.108327.

10. Kutuza, B. G., et al. // Radio Sci. 1998. V. 33. No.3. P.677-695.

11. Ilyushin Y. A., Kutuza B. // Atmos. Ocean. Phys. 2016 .V.52. No.1. PP.74 -81.

12. Илюшин Я. А., Кутуза Б. Г. // Физические основы приборостроения. 2018. Т. 7. No.1. C.37–47.

13. Vl. Voevodin, et al. // Supercomputing Frontiers and Innovations. 2019. V.6. No.2. P.4–11.

Преобразование плоского фронта униполярного импульса излучения в цилиндрический

В.Н.Корниенко¹, В.В.Кулагин^{1,2} ¹ИРЭ им. В.А.Котельникова РАН ²МГУ им. М.В.Ломоносова, ГАИШ МГУ korn@cplire.ru

Проблема генерации сверхкоротких электромагнитных импульсов в различных частотных диапазонах в последнее время вызывает существенный интерес в научных кругах. Особо следует отметить задачу генерации электромагнитных импульсов, длительность которых составляет доли периода колебаний (см., например [1]). В литературе такие импульсы получили название уни- или монополярных (МЭМИ).

К настоящему времени рассмотрено множество способов генерации МЭМИ, в том числе микроволнового диапазона [2].

Отдельной задачей является изменение направления распространения МЭМИ, их фокусировка и т.д. В частности, рассмотрены задачи дифракции МЭМИ на простейших объектах: цилиндре, ленте и др. [3-5]. Отметим, что в указанных работах линейные размеры объектов значительно превосходили пространственную длину падающего импульса. В большинстве рассмотренных случаев поле дифракции оказывалось знакопеременным. Исходя из предложенного в указанных работах механизма формирования знакопеременного поля (за счет возбуждения на краях объектов цилиндрических волн), можно сделать следующее предположение для задачи дифракции на щели МЭМИ, имеющего плоский фронт. Если ширина щели будет много меньше пространственной длины падающего импульса, то возможно формирование поля дифракции, структура которого будет близка к монополярной. При этом форма фронта поля дифракции должна быть цилиндрической.

Для проверки этой гипотезы рассмотрим следующую задачу.

Пусть в двумерной области G (рис.1.) распространяется в положительном направлении оси x монополярный электромагнитный импульс l с плоским фронтом. Область содержит идеально проводящий экран 2 со щелью шириной d. Найдем динамику электромагнитного поля в том числе за экраном. Для этого воспользуемся численным решением системы уравнений Максвелла с соответствующими начальными и граничными условиями.



Рис. 1. К постановке задачи.

Численное моделирование было выполнено при следующих значениях параметров рассматриваемой системы. Размер области G 400x700 СМ. Пространственная длина падающего импульса L_{имп}, рассчитанная по полуширине его амплитуды, составила 15 см. Ширина щели d = 5 см, т.е. $L_{имп} / d = 3$. Толщина экрана – 5 СМ.

На рис.2. показано пространственное распределение магнитной компоненты поля в фиксированный момент времени $t_{\phi \mu \kappa c}$. К указанному моменту МЭМИ (1) успел отразиться от непрерывной части экрана. Из представленных результатов следует, что поле, прошедшее через щель, имеет сферический фронт (2) и является монополярным.



Рис. 2. Пространственное распределение магнитной компоненты. *1* – отраженный импульс, 2 – прошедший импульс, *3* – идеально проводящий экран с узкой щелью. Справа – шкала амплитуд.

Таким образом, можно считать, поле дифракции МЭМИ с плоским фронтом на идеально проводящем экране со щелью, ширина которой удовлетворяет условию $d / L_{\text{имп}} << 1$, имеет вид монополярного импульса с цилиндрическим фронтом.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. You, R.R. Jones, P.H. Bucksbaum // Optics letters. 1993. V. 18. No 4. P. 290.

2. Корниенко В.Н., Румянцев Д.Р., Черепенин В.А. // Журнал радиоэлектроники [электронный журнал]. 2017. №. 3. Режим доступа: <u>http://jre.cplire.ru/jre/mar17/8/text.pdf</u>.

3. V. N. Kornienko, V. V. Kulagin $\prime\prime$ Bull. of the Russ. Acad. of Sci: Physics. 2021. Vol. 85. No. 1. P. 50.

4. V. N. Kornienko, V. V. Kulagin, and D. N. Gupta // J. of Communications Technology and Electronics. 2021. Vol. 66. No. 7. P. 818.

5. V. N. Kornienko, V. V. Kulagin // Bull. of the Russ. Acad. of Sci: Physics. 2022. Vol. 86. No. 1. P. 59.

Генерация субтерагерцового хаотического излучения в сильноточном релятивистском гиротроне в режиме умножения частоты

Н.С. Гинзбург, И.В. Зотова, А.Н. Леонтьев, А.М. Малкин, Р.М. Розенталь, А.С. Сергеев

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород leontiev@ipfran.ru

Гиротроны традиционно относятся к узкополосным источникам излучения, что связано с резонансным характером взаимодействия винтового электронного потока с высокодобротными модами открытого резонатора. Однако последние исследования показывают, что при определенных условиях в гиротронах могут реализовываться режимы широкополосной хаотической генерации [1,2]. Подобные источники представляют определенный интерес в субтерагерцовом и терагерцовом диапазоне частот, где в настоящее время идет активное развитие систем связи.

Вместе с тем, увеличение рабочей частоты гиротронов источников сталкивается с проблемой обеспечения большой надкритичности (превышения рабочего тока над стартовыми значениями), необходимой для реализации хаотических режимов использовании генерации [3]. Данная проблема может быть решена при взаимодействия на гармониках гирочастоты. Это позволяет уменьшить рабочее значение магнитного поля пропорционально номеру гармоники. Однако, как уже говорилось выше, необходимым условием получения широкополосной генерации является большая надкритичность. Это значительно затрудняет возможность селективного возбуждения многочастотных колебаний на одной из гармоник гирочастоты, из-за паразитной конкуренции на основной гармонике. В этой связи представляет интерес использование эффекта умножения частоты в гиротронах. В работе [4] было показано, что одним из способов обеспечения большой надкритичности является снижение рабочего напряжения гиротрона. В частности, для гиротрона диапазона 250 ГГц это позволяет рассчитывать на реализация источника диапазона 0.5 ТГц с шириной спектра около 20 ГГц и средним уровнем мощности до 0.5 мВт. Другая возможность создания большой надкритичности заключается в использовании сильноточных электронных пучков [5]. Рассмотрим далее возможность генерации хаотического излучения в гиротроне на моде ТЕ₁₁, возбуждаемым электронным пучком с энергией 500 кэВ и током 500А в режиме умножения частоты.

Известно, что для эффективного умножения излучения в гармонику с номером n, необходимо, чтобы азимутальный индекс моды на первой и n-ой циклотронных гармониках различались в n раз. Одновременно при этом должно выполняться и условие кратности собственных частот [6,7]. Для рабочей моды TE_{11} на первой циклотронной гармонике этим условиям лучше всего удовлетворяет мода TE_{72} на седьмой гармонике.

Моделирование электронно-волнового взаимодействия выполнялось на основе системы нестационарных уравнений с нефиксированной структурой поля. Расчеты показали, что существует область магнитных полей, при которых в субтерагерцовом диапазоне частот на седьмой гармонике гирочастоты возбуждаются хаотические колебания, ширина спектра которых достигает 15 ГГц (Рис.1). При этом мощность генерации находится на мегаваттном уровне. Интересно отметить, что уровень мощности на основной циклотронной гармонике лишь в несколько раз превышает это значение. Таким образом, моделирование показывает очень высокий коэффициент нелинейного преобразования, показывающий отношение уровня мощности на гармонике гирочастоты к уровню мощности на основной гармонике. Данный результат,



очевидно, требует дополнительной проверки, прежде всего с точки зрения воспроизводимости в рамках трехмерного моделирования методом крупных частиц.

Рис. 1. Спектр выходного излучения на основной циклотронной гармонике на моде TE₁₁ (левый столбец) и на седьмой циклотронной гармонике на моде TE₇₂ (правый столбец) при изменении ведущего магнитного поля.

Исследование выполнено при поддержке Российского Научного Фонда, грант № 23-12-00161.

ЛИТЕРАТУРА

1. Розенталь Р.М. и др. "Генерация широкополосного хаотического излучения в гиротронах в режиме перекрытия высокочастотного и низкочастотного резонансов" // ЖТФ, 2017. Т.87. №10. С. 1555-1561.

2. Р.М. Розенталь и др. "Экспериментальное наблюдение хаотической генерации с шириной спектра 1.5% в гиротроне в условиях большой надкритичности" // Письма в ЖТФ. 2019. Т. 45. №. 10. С. 38-41.

3. Rozental R.M. et. al. "Generation of electromagnetic rogue-waves in submillimeterband gyrotrons" // J. IR MM THz waves. 2019. V. 40. No .2. P. 150-157.

4. Rozental R.M. et. al. "Generation of Chaotic Terahertz-band Radiation Based on Frequency Multiplication in Gyrotrons" // J. IR MM THz waves. 2023. V. 44. No. 11-12, P. 924-935.

5. Розенталь Р.М. и др. "Генерация волн-убийц в гиротронах с сильноточными релятивистскими пучками" // Изв. РАН. Сер. физическая. 2020. Т. 84. № 2. С. 243-246.

6. Леонтьев А.Н и др. "Умножение частоты в сильноточном релятивистском гиротроне для получения мощного излучения терагерцевого диапазона" // Изв. РАН. Сер. Физическая. 2023. Т.87, № 1, С.57-60.

7. Леонтьев А.Н. и др. "Возбуждение высоких циклотронных гармоник в сильноточном релятивистском гиротроне в режиме умножения частоты" // Письма в ЖТФ. 2022. Т. 48, № 24. С. 11-14.

Расчет энергетических возможностей импульсного релятивистского гиротрона диапазона 300 ГГц

А.Н. Леонтьев, Р.М. Розенталь, О.П. Планкин, Е.С. Семенов

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород leontiev@ipfran.ru

Создание мощных источников терагерцового излучения является одной из актуальных задач современной вакуумной электроники. Очевидный путь повышения выходной мощности заключается в наращивании энергетических характеристик электронных потоков, в том числе переход в релятивистские области энергий. В терагерцовом диапазоне частот значительное преимущество перед другими типами приборов имеют гиротроны, основанные на взаимодействии винтовых электронных потоков с гладкими электродинамическими системами [1]. При этом, как показывают результаты теоретических и экспериментальных исследований, КПД релятивистских гиротронов, при условии оптимизации их параметров, оказывается сравним с традиционными источниками на основе слаборелятивистских винтовых пучков [2,3]. Рассмотрим далее возможность создания импульсного релятивистского гиротрона диапазона 300 ГГц, возбуждаемого электронным пучком с энергией 250 кэВ и током 100 А.

При разработке длинноимпульсных гиротронов терагерцового диапазона при выборе рабочей моды в первую очередь оценивается величина омических потерь и тепловые нагрузки на стенку резонатора [4,5]. Следующим шагом уже является исследование процессов конкуренции мод. В случае гиротрона с микросекундной длительностью импульса величина омических потерь оказывает влияние на эффективность взаимодействия, но не вызывает проблем с нагревом резонатора.

В свою очередь, с точки зрения повышения селективности резонатора, привлекательным является использование мод шепчущей галереи, поля которых локализованы вблизи стенок резонатора [6]. Вследствие этого, при транспортировке электронного потока вблизи стенки резонатора, условия самовозбуждения будут выполнены только для мод шепчущей галереи.

Однако при проведении экспериментальных исследований стало понятно, что селективное возбуждение мод вида $TE_{m,1}$ уже при значении числа азимутальных вариаций $m \ge 9$ возможно только при использовании дополнительных методов селекции, например – введение в резонатор коаксиального металлического стержня [7,8]. В свою очередь, для мод вида $TE_{m,2}$ ситуация значительно лучше. В частности, на моде $TE_{22,2}$ были успешно реализованы гиротроны диапазона 110 ГГц [9] и 303 ГГц [10].

Вместе с тем, существует верхний предел азимутального индекса рабочей моды. В работе [11] были сделаны оценки, согласно которым устойчивая генерация на модах шепчущей галереи может быть достаточно просто реализована при значениях азимутальных индексов m ≤ 30. В частности, в работе [12] исследовался сценарий включения гиротрона на моде TE22,2 и было показано, что возбуждение рабочей моды может быть реализовано в достаточно широкой области параметров.

С учетом вышесказанного, в качестве рабочей была выбрана мода TE_{33,2}. Радиус однородного участка резонатора был выбран равным 6.65 мм, что соответствует значению критической частоты около 300.7 ГГц. Радиус инжекции пучка для выбранной моды близок к предельно достижимому значению и составляет 5.5 мм. Оптимизация геометрии резонатора проводилась на основе расчетов электронно-

волнового взаимодействия в рамках стационарных одномодовых уравнений гиротрона с нефиксированной структурой поля [13]. Согласно результатам моделирования максимальная мощность генерации достигается при магнитном поле около 15 Т и составляет 8 МВт, что соответствует КПД около 32%.

Однако на практике установлению генерации на рабочей частоте предшествуют процессы возбуждения и последующего подавления паразитных мод на фронте импульса ускоряющего напряжения. На рис.1 показана форма импульса ускоряющего напряжения, измеренная на реальной экспериментальной установке. Моделирование многочастотных процессов электронно-волнового взаимодействия было выполнено с использованием трехмерной версии PIC-кода KARAT. В экспериментальном импульсе присутствует нарастающий фронт длительностью около 1 мкс. Однако на данный момент трехмерное PIC-моделирование динамики гиротронов на таких временах будет занимать очень много реального времени. В этой связи в моделировании длительность фронта ускоряющего напряжения была сокращена до 150 нс при сохранении формы переднего фронта. Такое сокращение длительности фронта не должно приводить к существенному изменению динамики системы. Это связано с тем, что длительность фронта по прежнему значительно превышает характерные времена установления колебаний ~ $Q/(2\pi f)$, где Q и f – добротность и собственная частота моды [14].



Рис. 1. Экспериментальная осциллограмма ускоряющего напряжения (верхний рисунок, временной масштаб одной клетки равен 500 нс) и зависимость от времени энергии электронов и выходной мощности в оптимальном режиме в трехмерном PIC-моделировании.

Моделирование показало, что в оптимальном режиме генерации общая длительность генерации колебаний на рабочей моде в диапазоне 300 ГГц составляет около 100 нс, что соответствует примерно 600 нс времени в реальной системе. Таким образом, с учетом максимальной мощности генерации порядка 7 МВт, полная энергия импульсного терагерцового излучения может превышать 4 Дж.

Исследование выполнено в рамках проекта ИПФ РАН FFUF-2022-0007.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sabchevski S. et. al. "Development and Applications of THz Gyrotrons" // Advances in Terahertz Source Technologies. - Jenny Stanford Publishing, Singapore. 2024. P.419-459.

2. Завольский Н.А. и др. "О достижении высокого КПД релятивистского гиротрона" // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2001. Т. 44. № 4. С. 345-352.

3. Зайцев Н.И. и др. "Десятимегаваттный импульсный гиротрон с длиной волны 1 см и КПД 50%" // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 2003. Т. 46. № 10, С. 914-918.

4. Завольский Н.А. и др. "Численное моделирование процессов электронноволнового взаимодействия в резонаторах мощных гиротронов с частотой 300 ГГц" // Изв. вузов. Радиофизика. 2021. Т. 64. № 3. С. 192–205.

5. D. Mondal, et al. "Realistic design studies on a 300-GHz, 1-MW, DEMO-class conventional-cavity gyrotron" // IEEE Transactions on Electron Devices. 2022. V. 69. No. 3. P. 1442-1450.

6. Л.А. Вайнштейн. Открытые волноводы и открытые резонаторы. – М.: Советское радио, 1966.

7. Быков Ю.В. и др. "Влияние профиля резонатора на предельную мощность гиротрона" // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 10, С. 1544-1547.

8. Gaponov A.V. et. al. "Powerful millimetre-wave gyrotrons" // Int. J. Electron. 1981. V. 51. No. 4. P. 277-302.

9. K. Sakamoto et. al. "Major improvement of gyrotron efficiency with beam energy recovery" // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 74. No. 26. P. 3532-3535.

10. T. Saito "Oscillation characteristics of a high power 300 GHz band pulsed gyrotron for use in collective Thomson scattering diagnostics" // Plasma and Fusion Research. 2019. V. 14. 1406104.

11. G. S. Nusinovich "Review of the theory of mode interaction in gyrodevices" // IEEE Transactions on Plasma Science. 1999. V. 27. No. 2, P. 313-326.

12. O. Dumbrajs et. al. "Start-up scenario of a high-power pulsed gyrotron for 300 GHz band collective Thomson scattering diagnostics in the large helical device" // Physics of Plasmas. 2016. V. 23. 023106.

13. Семёнов Е.С. и др. "Анализ Режимов Генерации в Технологическом Гиротроне с Магнито-Экранироанной системой в Среде ANGEL" // Изв. вузов. Радиофизика. 2023. Т. 66, № 7-8. С. 645–663.

14. Моисеев М.А., Нусинович Г.С "К теории многомодовой генерации в гиромонотроне " // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 11. С. 1709-1717.

Влияние двумерных процессов на группирование интенсивных электронных потоков в широкополосных клистронах

В. Е. Родякин¹, В.Н.Аксенов^{1,2}

¹НИЦ «Курчатовский институт», ²Физический факультет и международный. Лазерный центр, МГУ им.М.В.Ломоносова <u>vrodyakin@mail.ru</u>

Весьма актуальной задачей остается разработка создание И мощных широкополосных многолучевых усилительных клистронов (МЛК). Теоретические исследования и эксперименты, проведенные в 70 годах на многолучевых вариантах клистронов, показали возможность реализации широкополосных клистронов с полосой до 10%. В настоящее время МЛК с полосой от 2% до 14% широко используются в передатчиках мощных радиолокационных станций (РЛС) различного назначения. В этих приборах удается совместить многие преимущества клистронных усилителей в одном приборе: высокое усиление, большую выходную СВЧ мощность, высокий КПД, широкую полосу при относительно малом питающем напряжении (десятки киловольт) и малых габаритах.

Однако достижение в одном клистроне таких параметров, как высокий КПД и широкая полоса усиливаемых частот, требует при разработке их конструкции системного 2D и 3D анализа физических процессов в этих приборах. Применение же одномерных программ для оптимизации параметров конструктивных элементов широкополосных МЛК ограничено начальной стадией исследования процессов в таких приборах. Это объясняется несколькими основными факторами.

Во-первых, МЛК используются пространственно-развитые В электродинамические структуры, что осложняет фокусировку интенсивных электронных потоков в пролетных каналах прибора и вызывает токооседание в приборе. При высокой эффективности взаимодействия образование в системе взаимодействия плотных сгустков электронов приводит дополнительно динамической расфокусировке пучка, что также увеличивает токооседание в динамическом режиме работы прибора. Также на радиальные пульсации электронов в системе взаимодействия значительное влияние оказывают условия формирования электронных потоков в электронной пушке. Одномерные программы не учитывают радиальных пульсаций электронного потока в приборе и токооседания.

Во-вторых, в отличие от узкополосных клистронов, группирование электронов на различных частотах в полосе усиливаемых частот широкополосных МЛК имеет различный характер. Поэтому в различных точках полосы амплитуда электромагнитных полей на предвыходном резонаторе достигает высоких значений, что усиливает влияние двумерных нелинейных процессов, которые ограничивают возможность применения одномерных дисковых моделей для их описания [1].

Также для расширения полосы и уменьшения вероятности вакуумного пробоя в современных МЛК активно используются многозазорные резонаторы. Моделирование энергоотбора от электронных потоков в таких выходных системах с помощью одномерных программ может приводить к значительным погрешностям в расчетах.

В настоящей работе представлены результаты исследований влияния двумерных физических процессов на группирование электронного потока в мощном МЛК С диапазона. Первая версия клистрона КС4079Е-1Е была сконструирована в Институте Электроники Китайской академии наук с использованием китайской одномерной программы КLY6. В данной версии прибора использовалось 24 электронных пучка с общим током 29 А при ускоряющем напряжении 23 кВ. Однако при испытаниях

прибора было обнаружено, что в средней части амплитудно-частотной характеристики клистрона имеется весьма внушительный провал, который не был предсказан одномерной программой КLY6. Анализ прибора с помощью одномерной программы Клистрон – МГУ также не выявил данного провала.

Для проверки результатов, полученных по одномерным программ, были проведены расчеты с помощью двумерного комплекса программ Арсенал-МГУ [2]. Программный комплекс Арсенал-МГУ был протестирован при созлании нерелятивистских и релятивистских клистронных усилителей различной конструкции в СССР и России в ряде отраслевых институтов и показал высокую эффективность. Арсенал ΜΓУ использовался И используется при расчетах мощных многорезонаторных клистронных усилителей в Институте физики высоких энергий Японии (КЕК) и Институте Электроники Китайской академии наук, где также показал хорошее соответствие расчетов экспериментальным данным. Результаты расчетов с помощью программного комплекса Арсенал-МГУ показали наличие провала в амплитудно-частотной характеристике тестируемого МЛК и показали хорошее соответствие экспериментальным результатам [3]. Сравнение амплитудно-частотных характеристик, полученных с помощью одномерных программ и двумерной программы Арсенал-МГУ, с экспериментальными данными приведено на рисунке 1.



Рис.1 Сравнение амплитудно-частотных характеристик клистрона КС4079-1Е, полученных с помощью одномерных программ КLY6 (1) и Клистрон-МГУ (2), двумерного комплекса программ Арсенал-МГУ (3), с экспериментальными данными.

В работе анализируется влияние различных факторов, приведших к значительному расхождению результатов численного моделирования физических процессов в МЛК, полученных по одномерным программам и двумерного комплекса программ Арсенал-МГУ.

Работа проведена в рамках выполнения государственного задания НИЦ «Курчатовский институт.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. В.Е. Родякин В.Е. и др. // Журнал Радиоэлектроники, 2020, №12, 33 С.
- 2. В.Е. Родякин В.Е., Сандалов А.Н., // Межвузовский сборник "Вопросы электронной техники", Саратов, 1988, 15 с.
- 3. Y. Ding et al.// IEEE Transactions on ED, vol. 54, no. 4, pp. 624-631, April 2007

Об эффективной фотоупругой постоянной и акустооптическом качестве жидкостей

П.А. Никитин^{1,2}

¹Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН ²Национальный исследовательский университет «МЭИ» <u>nikitin.pavel.a@gmail.com</u>

Акустооптический (AO) эффект был предсказан и открыт около 100 лет назад [1]. С тех пор он широко применяется в науке и технике, а на его основе изготавливаются высоко эффективные устройства оптической обработки информации. Исторически AO взаимодействие было впервые исследовано в воде. Однако потом было установлено, что при использовании двулучепреломляющих кристаллов можно на порядок улучшить характеристики таких AO устройств, как дефлектор [2]. Кроме этого, появились новые направления применения AO, например, обработка изображений [3]. Более того, AO устройства стали поляризационно чувствительными, что с одной стороны затрудняет юстировку, а с другой – открывает новые возможности [4].

Основным параметром среды АО взаимодействия является коэффициент АО качества M_2 , характеризующий связь между электромагнитной волной и ультразвуком и не зависящий от параметров излучателя ультразвука [5]:

$$M_2 = \frac{p^2 n^6}{\rho V^3},$$
 (1)

где *p* – эффективная фотоупругая постоянная, *р* - плотность, *V* – скорость звука, а *n* – показатель преломления.

Конечно, этот параметр не является ключевым, однако при прочих равных он показывает, насколько энергоэффективным является АО устройство. Для многих сред давно известны показатель преломления, плотность и скорость звука. Данных же по фотоупругим свойствам сред на несколько порядков меньше. В первую очередь это связано с их актуальностью использования, т.е. можно заранее по косвенным признакам оценить будет ли пригодна среда для того или иного применения. Поэтому экспериментальные исследования велись в первую очередь для многообещающих сред. Теории же, позволяющей предсказать значение фотоупругой постоянной для произвольной среды, до последнего времени не было. Лишь недавно с использованием принципов квантовой механики на суперкомпьютерах стали проводится оценки фотоупругой постоянной [6]. С одной стороны, это позволяет получить результат сразу, а, с другой стороны, без аналитической формулы становится невозможным предсказание. Лишь накопив значительный материал по фотоупругим свойствам различных сред, можно будет провести некоторую классификацию, которая внесёт большую ясность в этот сложный вопрос.

В данной работе рассматриваются АО параметры только для жидкостей, как для наиболее простых сред. Основная суть заключается в следующем. В известных моделях диэлектрическая проницаемость жидкости связана с плотностью среды некоторой функциональной зависимостью $f(\varepsilon) \propto \rho$. Например, для модели Онсагера [7]:

$$\frac{(\varepsilon-1)(2\varepsilon+1)}{\varepsilon} \propto \rho. \tag{1}$$

Коэффициент пропорциональности в (1) является в первом приближении постоянной величиной, пропорциональной поляризуемости молекулы вещества. Таким образом, на первый взгляд, количество неизвестных только возросло, что затруднит
анализ. Однако для оптически изотропной среды фотоупругая постоянная может быть выражена через ρ∂ε/∂ρ:

$$p = \frac{1}{n^4} \left(\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial \rho} \right). \tag{2}$$

Поэтому, перенеся в уравнении (1) плотность влево и взяв производную, можно получить выражение для $\rho \partial \epsilon / \partial \rho$ и, самое важное, оно не будет зависеть от поляризуемости среды и даже от плотности среды, а лишь от показателя преломления.

Так, для рассмотренной модели Онсагера оказывается справедливым выражение:

$$p = \frac{(n^2 - 1)(2n^2 + 1)}{n^2(2n^4 + 1)}.$$
(3)

Полученный результат очень важен, поскольку позволяет оценивать фотоупругие свойства среды лишь по одному параметру: по показателю преломления. Конечно, это очень удобно, однако в тоже время говорит о существенной ограниченности используемой модели. Из зависимости p(n) можно получить ещё один практический результат. Поскольку показатель преломления зависит от длины волны, то и фотоупругая постоянная также зависит от длины волны. Данный факт был давно известен из эксперимента и был интуитивно понятен, однако до сих пор не было объясняющей его теории.

Наконец, можно получить более простое выражение для коэффициента АО качества. Для этого воспользуемся линейной зависимостью скорости звука от плотности $V = w(-1+v\rho)$, где v и w – константы вещества:

$$\frac{M_2 w^3}{v} = \frac{1}{v \rho (v \rho - 1)^3} \left[\frac{n(n^2 - 1)(2n^2 + 1)}{(2n^4 + 1)} \right]^2.$$
(4)

Как видно, нормированный коэффициент АО качества зависит только от двух параметров (n и $v\rho$), что позволяет построить график $M_2(n, v\rho)$.

В докладе будет представлен также ряд других моделей и результаты расчётов для порядка 100 жидкостей. Полная версия материалов будет подана в ближайшее время в рецензируемый журнал.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Debye, F.W. Sears. // Proceedings of the National Academy of Sciences. 1999. V. 18. No 6. P. 409.

2. V. B. Voloshinov, J. C. Mosquera // Optics and Spectroscopy. 2006. V. 101. P. 635.

3. J.C. Schotland // Progress in Optics. 2020. V. 65. P. 347.

4. V.I. Balakshy, S.N. Mantsevich // Optics & Laser Technology. 2012. V. 44. No 4. P. 893.

5. K.B. Yushkov, N.F. Naumenko, V.Ya. Molchanov // Materials. 2022. V. 15. Art.no. 8183.

6. Yu.N. Zhuravlev, D.V. Korabelnikov // Russian Physics Journal. 2017. V. 60. P. 149.7. L. Onsager // Journal of the American Chemical Society. 1936. V. 58. No 8. P. 1486.

Возможности применения акустооптической мультиспектральной съемки для исследования красочных слоев картин

Е.А. Дьяконов, Н.В. Поликарпова

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва ead1989@gmail.com

Акустооптические перестраиваемые фильтры представляют собой устройства, позволяющие выделять определенные длины волн света из входящего луча [1]. Достоинством акустооптических фильтров перед иными видами спектральных приборов является возможность быстрой настройки длины волны путем изменения частоты управляющего сигнала, а также широкое угловое поле зрения, позволяющее непосредственно работать с изображениями, формируемыми в оптических системах. В свою очередь, это дает возможность осуществлять мультиспектральную съемку, то есть получение изображений объекта на различных длинах волн. В настоящее время акустооптических исследованиях [2], колориметрии [3], биомедицинской микроскопии [4], экологии и сельском хозяйстве [5], проверке документов на подлинность [6] и ряде других.

Одним важных применений мультиспектральной ИЗ съемки является исследование объектов не только в видимой области спектра, но также в инфракрасных или ультрафиолетовых лучах. В случае таких объектов, как произведения изобразительного искусства или ветхие исторические документы, это позволяет изучить особенности объекта, невидимые невооруженным глазом. Например, таким образом оказывается возможным обнаружить наброски и предварительные варианты картины, сделанные художником и впоследствии закрытые окончательным слоем краски [7,8]. Известно также, что надписи на древних рукописях, которые выглядят полностью стершимися или истлевшими в видимом свете, могут быть сравнительно уверенно прочитаны на инфракрасном или ультрафиолетовом снимке [9,10]. Следует отметить, что данный метод исследования не требует какого-либо механического или химического воздействия на объект, что особенно важно при изучении предметов, представляющих культурную и историческую ценность.

В настоящей работе исследована возможность применения акустооптических технологий для мультиспектральной съемки в целях искусствоведения. В качестве модельного объекта был изготовлен ряд образцов, имитирующих карандашный набросок под слоем масляной краски. Каждый образец (рис. 1) представлял собой симметричную фигуру, нарисованную карандашом на холсте и наполовину закрашенную мазком краски. Было использовано несколько красок разных цветов, чтобы выявить возможные различия спектрального пропускания различных пигментов.



Рис. 1. Общий вид экспериментальных образцов, масштаб 1,5:1.

Экспериментальная установка (рис. 2) состояла из источника света на основе лампы накаливания (1), освещающей образец (2), оптической системы, состоящей из объективов (3,4) и формирующей уменьшенное изображение объекта (5) в акустооптической ячейке (6) соответственно размеру ее линейной апертуры. Поляризаторы (7,8) служат для разделения отфильтрованного и неотфильтрованного световых пучков. Окуляр (9) формирует увеличенное мнимое изображение (10), которое фиксируется цифровой камерой на основе СМОЅ-матрицы (11). Параметры акустооптической ячейки были выбраны в соответствии с расчетами, изложенными в литературе [6]. Средой взаимодействия в акустооптической ячейке служил кристалл парателлурита с углом среза $\alpha = 10^{\circ}$. Рабочий спектральный диапазон ячейки охватывал видимую и, частично, ближнюю инфракрасную область спектра на длинах волн λ = 450...850 нм. Спектральное разрешение в инфракрасной области составило величину, близкую к R = 300. Пространственное разрешение установки было равно $N = 200 \times 150$ пикселей ограничивалось геометрическими И размерами акустооптической ячейки.



Рис. 2. Оптическая схема экспериментальной установки (обозначения см. в тексте).

На рис. 3 показана серия снимков образцов, сделанных на различных длинах волн в видимом и ближнем инфракрасном диапазоне спектра. Снижение контрастности изображения на длинах волн более 850 нм обусловлено выходом за пределы рабочего частотного диапазона конкретной акустооптической ячейки и не является принципиальным недостатком применяемого метода. На снимках видно, что розовая краска становится практически прозрачной еще на самом краю видимой области; а синяя и темно-зеленая краски – на различных длинах волн инфракрасного излучения. Отметим, что аналогичный образец, закрашенный черной краской (на фото не показан) оставался непрозрачным во всём доступном для нашего исследования спектральном диапазоне, что, по-видимому, объясняется наличием частиц углерода в составе пигмента.

Различие в спектральном пропускании красок различных цветов, в принципе, можно использовать и для исследования промежуточных красочных слоев, что также является весьма часто встречающейся задачей в искусствоведении. В этом заключается выгодное отличие мультиспектрального метода съемки от обычной фотосъемки через инфракрасный светофильтр.

Также следует отметить, что инфракрасная область спектра в целом представляется более интересной для мультиспектрального исследования красочных слоев картин, чем видимая область. Поэтому для таких исследований целесообразно использовать более специализированные акустооптические ячейки и камеры, рабочий спектральный диапазон которых начинается от длинноволнового края видимой области спектра и простирается дальше в инфракрасную область.

ОБРАЗЕЦ 1	ОБРАЗЕЦ 2	ОБРАЗЕЦ З		
	TE	E		
580 нм	730 нм	840 нм		
TEL				
670 нм	800 нм	880 нм		
TEL				
730 нм	840 нм	910 нм		

Рис. 3. Фотографии экспериментальных образцов на различных длинах световых волн.

Работа поддержана грантом РНФ № 23-12-00057.

ЛИТЕРАТУРА

1. I.C. Chang. Acousto-optic devices and applications // Handbook of Optics, 2nd ed., New York: McGraw Hill, 1995. V. 2. P. 12.1–12.54.

2. O. Korablev et al. // Applied Optics. 2018. V. 57. No. 10. P. C103-C119.

3. А.С. Беляева и др. // Светотехника. 2022. № 5. С. 24–27.

4. K.B. Yushkov // Biomed. Optics Express. 2020. V.11. No. 12. P. 7053-7061.

5. A. Zolotukhina et al. // Front. Environ. Sci. 2023. V. 11. Art. No. 1152450.

6. V.B. Voloshinov, K.B. Yushkov, B.B.J. Linde // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. 2007. V. 9. No. 4. P. 341–347.

7. J.R.J. van Asperen de Boer // Applied Optics. 1968. V. 7. No. 9. P. 1711–1714.

8. E. Walmsley et al. // Studies in Conservation. 1994. V. 39. No. 4. P. 217-231.

9. A. Bülow-Jacobsen // Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik. 2008. Bd. 165. P. 175–185.

10. S. Bay et al. // Zeitschrift für Papyrologie und Epigraphik. 2010. Bd. 173. P. 211–217.

Измерение глубины оптической модуляции света интерференционным методом

Д.С. Кукушкин¹, Г.А. Князев^{1,2} ¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова ²Российский квантовый центр g_knyazev@mail.ru

В последнее время технологии фотоники сделали большой шаг от фундаментальных исследований к практическим применениям. В основе современных систем оптической передачи данных используются быстродействующие оптические модуляторы. Развиваются оптические системы передачи квантовой информации [1-2].

Часто для модуляции света на высоких частотах используется электрооптический эффект Поккельса или магнитооптические эффекты Фарадея и Керра. Для всех этих эффектов характерно использование поляризационного метода регистрации модуляции поляризации прошедшего света. В такой методике модулятор помещается между двух скрещенных на угол 45 градусов поляризаторов. В результате при малом изменении поляризации света управляющим сигналом внутри модулятора происходит модуляция интенсивности света, прошедшего поляризаторы по линейному закону. Достоинством поляризационного метода является простота его реализации. Однако важной проблемой является тот факт, что прошедший свет имеет низкий коэффициент модуляции. Если рассмотреть задачу о минимизации отношения шум-сигнал, то становится очевидным (в предположении, что шум является дробовым), что необходимо увеличивать интенсивность света. При этом отношение шум-сигнал растет как корень из интенсивности. Увеличение интенсивности света ограничено лучевой и термической стойкостью используемых материалов.



Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

В нашей работе представлена иная методика выделения модуляционного сигнала. Методика основана на выделении спектральных компонент света соответствующих модуляции сигнала при помощи интерферометров. На рисунке 1 показана схема экспериментальной установки.

Установка содержит перестраиваемый лазер видимого диапазона (λ = 652нм) (1). Ширина полосы лазера не превышает ЗМГц, однако необходимо компенсировать тепловой дрейф длины волны. Для этого интенсивность лазера модулируется высокочастотным сигналом с генератора (2). Модуляция происходит в блоке управления лазером (3). Далее промодулированный свет проходит через оптический изолятор (4), чтобы устранить влияние паразитных лучей, и полупрозрачное зеркало (5), чтобы разделить его на два луча. Один из них, проходя через фокусирующую линзу (6), попадает в стабилизирующий интерферометр Фабри-Перо (7), настроенный на конкретную длину волны, после чего регистрируется фотодатчиком (8). Сигнал с фотодатчика, содержащий соответствующую длине волны интерферометра главную моду и высокочастотную модуляцию, перемножается с сигналом той же частоты, что и изначальная модуляция лазера. Перемножаются они в смесителе (9), который подаёт постоянную составляющую, зависящую от разности фаз сигналов, на блок управления лазером (3). Где она корректирует ток инжекции и, соответственно, центральную длину волны лазера, не давая ему генерировать свет, главная длина волны которого не совпадает с той, на которую настроен интерферометр (7).

Таким образом, создается обратная связь, которая стабилизирует лазер на главной длине волны, не давая ему сбиться из-за тепловых осцилляций или механических сдвигов. Наблюдать за стабилизацией и осуществлять корректировку можно с помощью осциллографа (10), на который выведены сигналы с фотодатчика и генератора.

После стабилизации длины волны лазера, осуществляется модуляция его второго луча с помощью электрооптического модулятора (11) сигналом в диапазоне частот 200МГц – 2ГГц с усилителя (12). Промодулированный луч, проходя через анализатор (13), попадает в сканирующий интерферометр (14), который регистрирует спектр при помощи программы на пк (15).

Представленная система позволяет существенно подавить центральную спектральную компоненту света и таким образом, не зависимо от величины управляющего сигнала, довести глубину модуляции до 100%. В результате в такой система отношение шумсигнал линейно зависит от интенсивности света.

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Holewa, et al. // Nat Commun. 2024. V.15, P. 3358

2. M.J. Weaver, et al. // Nat. Nanotechnol. 2024. V. 19. P. 166.

3. Белотелов В.И. // "Сенсор магнитного поля на основе рассеяния Мандельштама-Бриллюэна" Патент № RU2638918C1, 2017

Среднее поле разрывных волн в случайно-неоднородных средах

Д.М. Алексеев, В.А. Гусев Московский Государственный университет им. М.В. Ломоносова da0108@list.ru, vgusev@bk.ru

Проблема распространения волн в случайно-неоднородных средах возникает во многих случаях [1]. Особенно важен такой подход в ситуациях, когда параметры среды изменяются достаточно быстро, так что одна или несколько конкретных реализаций не дают полного представления о возможном характере эволюции волны. Такое представление могут дать только статистические характеристики типа средних величин, дисперсий, распределений вероятности. В частности, такая ситуация возникает при распространении звука в турбулентной атмосфере [2, 3]. Параметры атмосферы зависят от координат, меняются со временем, так что в различных точках пространства могут реализоваться разные условия для распространения волн, приводя к пространственному перераспределению энергии и ее концентрации. Другим важным фактором является возможность формирования акустических ударных волн с узким фронтом при возбуждении интенсивных сигналов. Соответственно, актуальной становится проблема расчета статистических характеристик ударных волн и волн с разрывами в случайно-неоднородной среде.

Одним из подходов к расчету статистических характеристик волновых полей является усреднение стохастических уравнений с целью получения уравнений для моментов – среднего поля, дисперсии и т.д. Преимуществом метода является возможность получения выражений для усредненных величин в тех случаях, когда не удается получить точное динамическое решение исходных уравнений, например в случае интенсивных акустических пучков и неодномерных волн.

Наиболее простой алгоритм нахождения усредненных величин реализуется в методе среднего поля, согласно которому в уравнении для среднего поля пренебрегается средним квадратом флуктуаций поля. В итоге, если поле разрывной волны описывается уравнением простых (римановых) волн, то для среднего поля $\langle p \rangle$ получается уравнение Бюргерса:

$$\frac{\partial \langle p \rangle}{\partial z} - \frac{\varepsilon}{\rho c_0^3} \langle p \rangle \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial \tau} = \frac{\sigma^2}{2c_0^2} \frac{\partial^2 \langle p \rangle}{\partial \tau^2}, \qquad (1)$$

где p - давление, z – координата, τ - время в сопровождающей системе координат, ρ и c_0 – плотность и средняя скорость звука, ε - нелинейный параметр, σ^2 – дисперсия флуктуаций скорости звука. Угловые скобки означают усреднение по ансамблю реализаций.

Как видно, в среднем случайные неоднородности приводят к появлению диссипации и, следовательно, расплыванию ударных фронтов. Поэтому можно было бы ожидать, что усреднение волн с разрывами не будет иметь особенностей по сравнению с гладкими волновыми профилями. Однако при попытке получить более точное решение такие особенности появляются. Уравнение простых волн позволяет получить точное динамическое решение для произвольного начального профиля F(T), которое удобно записать через спектральное разложение. Усредняя по ансамблю, можно получить следующее выражение для среднего поля:

$$\langle p \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \langle S(\omega) \rangle e^{i\omega\tau} \, d\omega = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2\pi i\omega} \frac{e^{-\frac{\omega^2}{2}} \langle \eta^2 \rangle}{\rho c^3} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega(\tau-T)} \left(e^{i\omega\frac{\varepsilon}{\rho c^3}zF} - 1 \right) dT \, d\omega \,. \tag{2}$$

Для исходной N-волны $F(T) = \begin{cases} -a_0 T / \tau_0, |T| < \tau_0 \\ 0, |T| < \tau_0 \end{cases}$ выражение (2) вычисляется

аналитически (не приводится ввиду громоздкости). Однако это выражение неверно описывает поведение N-волны. Для наглядности на рис. 1 приведен график этого решения в отсутствие флуктуаций $\langle \eta^2 \rangle = 0$:

$$\frac{\langle p \rangle}{a_0} = \frac{1}{2Z} \left\{ \frac{1}{1+Z} \left[|t+1+Z| - |t-1-Z| \right] + |t-1| - |t+1| \right\}.$$
(3)



Рис.1. Предельные профили при исчезающе малых флуктуациях среды, полученные при усреднении спектрального разложения.

Как видно, импульс уширяется и расплывается, при этом положение пикового значения практически не изменяется. В то же время правильное поведение состоит в том, что форма N-волны не изменяется, а длительность возрастает, при этом положение пикового значения сдвигается вместе с ударным фронтом. Таким образом, оказывается, что для правильного проведения операции усреднения необходимо сначала в решении уравнения простых волн провести разрывы в профиле динамического решения и только после этого проводить усреднение.

С учетом проведения разрыва в профиле по правилу равенства площадей получаем следующее динамическое решение уравнения простых волн для N-волны:

$$p = \begin{cases} -\frac{a_0}{\tau_0} \frac{\tau + \eta}{1 + Z}, -T_0(Z) - \eta < \tau < T_0(Z) - \eta \\ 0, \qquad -T_0(Z) - \eta > \tau, \tau > T_0(Z) - \eta \end{cases}$$
(4)

где $Z = \frac{\mathcal{E}A_0}{c_0 t_0} z$, $T(Z) = \tau_0 \sqrt{1+Z}$. Тогда выражение для среднего поля примет вид:

$$\left\langle p \right\rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-T(z)}^{T(z)} p(\tau') d\tau' \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{\left\langle \eta^2 \right\rangle}{2}\omega^2 + i\omega(\tau - \tau')} d\omega = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \left\langle \eta^2 \right\rangle} \int_{-T(z)}^{T(z)} p(\tau') \exp\left(-\frac{(\tau - \tau')^2}{2\left\langle \eta^2 \right\rangle}\right) d\tau', \quad (5)$$

где $\beta = \beta(z) = \frac{\sqrt{2\langle \eta^2 \rangle}}{\tau_0} = \frac{\sqrt{2Dz}}{c_0\tau_0} \equiv D_0\sqrt{Z}$.

При отсутствии флуктуаций $\beta \rightarrow 0$ решение (5) принимает вид:

$$\frac{\langle p \rangle}{a_0} = -\frac{1}{2} \frac{t}{1+Z} \left[\operatorname{sgn}\left(t + \sqrt{1+Z}\right) - \operatorname{sgn}\left(t - \sqrt{1+Z}\right) \right].$$
(6)

Множитель в квадратных скобках описывает прямоугольный импульс, а все выражение (48) описывает эволюцию N-импульса в однородной нелинейной среде. Теперь можно построить верное предельное решение для N-импульса, приведенное на рис. 2.



Рис.2. Правильные предельные профили N-импульса, соответствующие распространению волны в среде без флуктуаций.

Таким образом, в работе показано, что усреднение волновых профилей, содержащих разрывы, может иметь особенности, связанные с некорректным учетом положения ударных фронтов. Для построения корректного решения необходимо проводить разрыв в соответствии с правилом равенства площадей в исходном динамическом решении, а уже затем проводить усреднение. Важность рассмотренной ситуации обусловлена возможностью построения точных аналитических решений для усредненных полей на основе уравнения простых волн. Учет вязкости и переход к уравнению Бюргерса, как ожидается, может снять проблему предварительного расчета положения ударного фронта. Однако в этом случае возможности построения аналитических решений, позволяющих качественно исследовать динамику эволюции волн в случайно-неоднородной среде, и получения явных зависимостей от параметров задачи сильно снижаются. Кроме того, уравнение (1), получаемое в рамках метода среднего поля, также носит приближенный характер и не учитывает все аспекты эволюции среднего профиля.

ЛИТЕРАТУРА

1. Руденко О.В. // УФН. 1986. Т. 149. В. 3. С. 413-447.

2. Blanc-Benon Ph. // J. Acoust. Soc. Am. 2002. V. 111. № 1. Pt 2. P. 487-498.

3. Гусев В.А., Руденко О.В. // Акуст. журн. 2006. Т. 52. № 1. С. 30-42.

4. Гурбатов С.Н., Пелиновский Е.Н., Саичев А.И. // Изв. Вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 10. С. 1485-1491.

Определение характеристик ультразвуковой двумерной фокусирующей решетки в воздухе на основе измерения акустической голограммы и радиационной силы

Ш.А. Асфандияров, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет asfandiiarov.sa14@physics.msu.ru

Акустические волны ближнего ультразвукового (УЗ) диапазона (частоты от 20 до 100 кГц) способны распространяться в воздухе на расстояние в несколько метров и поэтому находят многочисленные практические применения, например, в охранных системах безопасности, отпугивателях животных, приборах измерения уровня жидкости, устройствах для бесконтактного измерения расстояний (в частности, в устройствах парковки автомобилей), пеногасителях и т.п. [1]. Малая длина волны, от нескольких миллиметров до сантиметров, позволяет создавать относительно компактные источники большого волнового размера, излучающие направленные волновые пучки. В последние годы активно исследуются многоэлементные воздушные УЗ решетки, которые позволяют иметь больше контроля над создаваемым акустическим полем [2, 3]. Однако существующие прототипы решеток являются маломощными, поэтому возможности их применения в промышленности ограничены. В Лаборатории медицинского и промышленного ультразвука ΜΓУ разработана многоэлементная спиральная фокусирующая решетка для создания высокоинтенсивных УЗ пучков в воздухе. В работе представлены результаты исследования разработанной решетки методом акустической голографии и методом измерения радиационной силы. В результате проведенных исследований были измерены акустическая и электрическая мощности, а также определена электроакустическая эффективность решетки.



Рис. 1 Фотография изготовленной 128-элементной фокусирующей решетки и сопутствующего оборудования. 1 – решетка, 2 – бытовой усилитель мощности Atoll AM 200, 3 – генератор сигналов Agilent 33250A.

Фотография изготовленной решетки *1* и сопутствующего оборудования, необходимого для ее функционирования (2, 3), представлена на рис. 1. Элементы решетки установлены в прозрачной акриловой сферической чаше (Мастерская

«Акрилайс», Москва, Россия) диаметром 500 мм и радиусом кривизны 500 мм. решетки Элементами фокусирующей выступают 128 пьезоэлектрических преобразователей УП-3-01 (ООО «Аэрофон», Волгоград, Россия) с центральной частотой излучения 35.5 кГц (рис. 1) [4]. С целью подавления паразитных дифракционных максимумов преобразователи расположены вдоль спиралей. Крепление преобразователей на сферической чаше осуществляется с помощью специальных держателей в виде трубок с внешней резьбой, вкрученных в посадочные резьбовые отверстия на акриловой чаше. Внутри трубок расположены электрические провода, питающие пьезоэлементы. Резьба держателей позволяет путём их вкручивания или выкручивания регулировать положение элементов относительно сферической чаши в пределах 40 мм с точностью позиционирования около 0.1 мм. На основании каждого держателя, находящегося с противоположной (выпуклой) стороны акриловой чаши, установлен аудио-разъем TS типа «мама» диаметром 3.5 мм, который позволяет подключать элемент к источнику электрического напряжения. Элементы решётки соединены параллельно путём электрического соединения с помощью 128 двужильных кабелей длиной 500 мм с TS разъемами типа «папа» диаметром 3.5 мм. Решётка, тем самым, образует совокупную электрическую нагрузку для источника электрической мощности. Для эффективной передачи энергии к указанной нагрузке, между источником электрического напряжения и решёткой 1 размещается согласующее устройство. Оно выполняет задачу электрического согласования решетки и электрического источника 2. В качестве источника управляющих сигналов используется лабораторный генератор сигналов 33250A (Agilent Technologies, USA) 3. Сигнал с генератора усиливается с помощью бытового усилителя мощности Atoll AM 200 (Atoll Electronique, Brecey, France), подается на согласующее устройство и далее на антенную решётку.

Исследование характеристик разработанной решетки производится с помощью метода импульсной акустической голографии [5]. Голографические измерения проводятся на экспериментальном стенде. Исследуемая решетка устанавливается неподвижно на специальном штативе. Напротив решетки устанавливается микрофон (46BE, GRAS, Denmark) с почти линейной амплитудно-частотной характеристикой в полосе частот 0-40 кГц. Микрофон в процессе измерений может перемещаться контролируемым образом в автоматическом режиме. Для этого используется система микропозиционирования UMS-3 (Precision Acoustics, Великобритания), позволяющая проводить пространственное трёхмерное сканирование с точностью позиционирования 6 мкм. Голограмма УЗ поля записывается путём регистрации сигнала микрофона в узлах плоской квадратной сетки с шагом 4 мм, ориентированной перпендикулярно оси решетки и расположенной от нее на расстоянии 240 мм. Соответствующее количество узлов сетки выбирается равным 101×101, то есть размер участка сканирования составляет 400×400 мм, что позволяет полностью охватить геометрические размеры пучка на таком расстоянии от решетки. Центр области сканирования устанавливается напротив центра решетки.

В ходе сканирования на элементы решетки подаются УЗ импульсы с плавным нарастанием и затуханием. Импульсы имеют синусоидальное наполнение на частоте 35.5 кГц и длительность 20 периодов. Сигнал с микрофона записывается в пределах временного окна длительностью 4 мс: указанной длительности достаточно для записи регистрируемого микрофоном импульсного акустического сигнала. Запись сигнала микрофона происходит с шагом дискретизации 1.6 мкс, что для выбранного временного окна составляет 2500 точек записи. Для снижения уровня шумов для каждой точки производится усреднение по 8 реализациям периодически повторяющегося сигнала.

На основе спектров записанных сигналов с использованием принципа обращения волнового фронта и интеграла Релея определяются распределения амплитуды и фазы

акустического давления на поверхности исследуемой решетки. Одно из таких распределений амплитуды (*a*) и фазы (δ), полученное на центральной частоте решетки 35.5 кГц, представлено на рис. 2. Из распределения амплитуды видно, что часть элементов решетки колеблется с малой относительно большинства элементов решетки амплитудой, однако большая часть ~ 90% элементов работает оптимально. По фазовому распределению виден результат проведенной фазировки элементов, большинство элементов излучает в фазе.



на поверхности решетки на частоте 35.5 кГц

Из полученной голограммы рассчитан угловой спектр излучаемого поля, и с его помощью рассчитана излучаемая акустическая мощность $W_{a\kappa}$ [6]. По измеренным электрическим сигналам, подаваемым на решетку, измерена электрическая мощность W_{3n} . По полученным значениям электрической и акустической мощности определяется электроакустическая эффективность:

$$E = \frac{W_{a\kappa}}{W_{a\pi}}.$$

Помимо акустической голографии, для определения акустической мощности и последующего расчёта эффективности электроакустического преобразования используется метод измерения радиационной силы [7], действующей на эталонный отражатель при его помещении в исследуемый ультразвуковой пучок. На рис 3 *а* представлено фото экспериментальной установки. УЗ фокусирующая решетка *1* расположена в основании установки и излучает вверх, над ней на подвесе расположена специальная отражающая мишень 2 в форме конуса с углом раствора 90°, изготовленная из алюминия. Подвес мишени закреплен на весах 310 С (Precisa Gravimetrics AG, Switzerland) *3* таким образом, что при воздействии на мишень радиационной силы *F*, создаваемой решеткой, показания весов *m* меняются пропорционально радиационной силе *F*:

$$m = \frac{F}{g},$$

где g – ускорение свободного падения. В ходе измерений на решетку подается непрерывный гармонический сигнал на частотах в диапазоне 35–36 кГц с шагом 0.1 кГц. Измерение электрической мощности W_{3n} , подаваемой на элементы решетки,

производится с помощью ваттметра 21A (Sonic Concepts Inc., USA) 4, который подключается в разрыв между согласующим устройством и элементами решетки.

Радиационная сила *F*, действующая на конический отражатель, связана с излучаемой акустической мощностью *W*_{ак} следующей формулой [8]:

$$F=\gamma \frac{W_{\rm ak}}{c_0},$$

где коэффициент $\gamma = 1.1651$ – поправка, рассчитанная для конкретного случая конического отражателя и фокусирующего излучателя. По полученным значениям электрической и акустической мощности определена электроакустическая эффективность решетки (рис. 3 δ).

В результате проведенной работы измерена акустическая голограмма УЗ фокусирующей решетки, которая позволяет измерить распределение амплитуды и фазы акустического давления на поверхности решетки, полную акустическую мощность излучения и электроакустическую эффективность. С помощью метода измерения радиационной силы также определена электроакустическая эффективность. Произведено сравнение полученных результатов.



Рис. 3 (*a*) Фото экспериментальной установки для измерения электроакустической эффективности УЗ решетки, 1 – УЗ решетка, 2 – конический отражатель, 3 – прецизионные весы, 4 – ваттметр. (*б*) Измеренная зависимость электроакустической эффективности от частоты излучения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Gallego-Juárez J.A. et al. // Ultrasonics. 2000. No 38(1-8). P. 331.
- 2. Liebler M. et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2020. No 148. P. 1713.
- 3. Marzo A. et al. // Rev. of Scient. Instr. 2017. No. 88. P. 085105
- 4. Гейер А.Ф., Пономарев В.А. // Вопросы радиоэлектроники. 2019. No 10. C. 11–16
- 5. Sapozhnikov O.A. et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138, No 3. P. 1515–1532.
- 6. Nikolaev D.A. et.al. // J. Acoust. Soc. Am. 2021. V. 149, No 1. P. 386-404.
- 7. Maruvada S. et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2007. V. 121. No 3. P. 1434–1439.
- 8. Shou W. et al. // Ultrasonics. 2006. V. 44. e17-e20.

Экспериментальное исследование влияния кратковременного холодового воздействия на упругие свойства полимера ABS

А.Б. Володарский, Н.И. Одина, А.И. Кокшайский, А.И. Коробов

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Физический факультет, 119991, Москва, Россия sashavolodarski@gmail.com

Акрилонитрил-бутадиен-стирол (АБС, acrylonitrile butadiene styrene — ABS) является термопластическим полимером, широко применяемым в промышленности. Он обладает высокими значениями жесткости и твёрдости, хорошо сопротивляется усталостным нагрузкам, достаточно пластичен при низких температурах [1-2].

Механические свойства полимера ABS при статических нагрузках растяжения исследовались достаточно подробно [3-4]. Так, например, в работе [3] приводятся значения для предела прочности (35,5 МПа), для модуля Юнга (2,1 ГПа), и для предельной деформации при разрыве от 6 % до 12% для образцов в форме собачьей кости, изготовленных методом литья под давлением из коммерческого ABS. Известно, что механические характеристики образцов различной формы несколько различаются [4]. Так, для нитевидных образцов полимера ABS значения модуля Юнга лежат в диапазоне 1700-2930 МПа, а предела прочности в диапазоне 26-47 МПа (по данным, приведённым в статье [4]).

Известно, что механические свойства полимеров, подвергшихся холодовому воздействию, изменяются. Влияние холодового воздействия средней длительности на механические свойства PLA исследовано в статье [5]. В ней приводятся результаты измерений модулей Юнга для образцов, изготовленных из полимера PLA и выдержанных на протяжении 48 часов при различных температурах (-40 °C, -25 °C, 0 °C или 25 °C). Модуль Юнга образцов, выдержанных при -40°C, составил 1649±5 МПа, при -25 °C — 647±6 МПа, при 0 °C — 1625±8 МПа, а при 25 °C — 1740±5 МПа.

Целью настоящей работы являлось исследование воздействия двух режимов кратковременного холодового воздействия на механические и упругие свойства нитевидных образцов полимера ABS марки eSun.

Для измерений были подготовлены 3 партии образцов: две партии, подвергавшиеся холодовой обработке, и контрольные образцы, не подвергавшиеся обработке. Все образцы являлись тонкими цилиндрами, вырезанными из коммерческого полимера марки eSun, длиной около 120 мм, диаметром 1.7 мм.

Холодовая обработка заключалась в следующем: образцы в течение 15 или 30 минут (в зависимости от температуры) охлаждались до температуры -10 °C или -30 °C, выдерживались при данных температурах полчаса, после этого также в течении 15 или 30 минут нагревались до комнатной температуры. Затем осуществлялись измерения (на установке, подробно описанной в статье [6]) их упругих и механических свойств при комнатной температуре. Измерялась зависимость деформации и относительного изменения скорости упругих волн от прикладываемого к образцу механического напряжения. По этим данным рассчитывались модуль Юнга, предел прочности, остаточная деформация при разрыве, нелинейный модуль Юнга и нелинейный акустический параметр по формулам, приведённым в работе [6]. Известно, что скорость нагружения полимеров влияет на величину их упругих параметров [7,8], поэтому измерения для различных образцов проводились с близкими скоростями нагружения.



Рис. 1. Экспериментально измеренные нагрузочные кривые

На рисунке 1 показана зависимость механического напряжения от деформации для образцов, выдержанных при температурах -10 °C и -30 °C. Из таблицы 1 видно, что упругие и прочностные характеристики образцов, выдержанных при разных температурах, достаточно близки между собой, но ниже, чем у образца, не подвергавшегося обработке. Отмечается значительная вариативность остаточной деформации при разрыве, которая возрастает при понижении температуры обработки.

	Без обработки	-10 °C	-30 °C
Модуль Юнга, ГПа	2,3±0,1	1,9±0,1	2,0±0,1
Предел прочности, МПа	46±4	38±4	39±4
Деформация при разрыве, %	14±3	12±3	6±3

Таблица 1. Механические характеристики

На рисунке 2 представлена начальная область зависимость относительного изменения скорости от величины деформации для образцов, выдержанных при температурах -10 °C и -30 °C. Видно, что понижение температуры обработки приводит к значительному уменьшению угла наклона прямой, что соответствует уменьшению нелинейного модуля Юнга (таблица 2). Так как линейный модуль Юнга менялся в противоположную сторону, результирующие изменения нелинейного модуля Юнга и нелинейного параметра не столь значительны, как изменения скорости.

	Без обработки	-10 °C	-30 °C
Нелинейный модуль Юнга, ГПа	13,8±0,8	$14,2\pm0,8$	13,4±0,8
Нелинейный акустический параметр	6,1±0,9	$7,4{\pm}0,9$	6,4±0,9

Таблица 2. Нелинейные упругие характеристики



Рис. 2. Зависимости относительного изменения скорости продольной волны от статической деформации

Проведённые измерения показали, что кратковременная выдержка при -10 °C и -30 °C оказывает воздействие на механические и упругие свойства исследованных образцов полимера ABS.

Исследования выполнены при поддержке гранта Российского научного фонда (проект № 19–12–00098).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. E.A. Campo "Selection of Polymeric Materials—How to Select Design Properties from Different Standards" New York: William Andrew Inc: Norwich, 2008.
- 2. E.N. Peters "Plastics: Thermoplastics, Thermosets, and Elastomers, Handbook of Materials Selection" New York: John Wiley & Sons, Inc., 2002.
- 3. H.D. Ramezani et al. // J. of Manuf. Proc. 2019. V. 44. P. 288–298.
- А.А. Чеврычкина, А.Д. Евстифеев, Г.А. Волков // Журн. техн. ф., 2018, Т. 88, № 3 С. 392–395.
- 5. Zhao G. et al. //Macromolecular Chemistry and Physics. 2020. V. 221. №. 3. P. 1900475.
- 6. А. И. Коробов и др. //Акустический журнал. 2021. Т. 67. №. 4. С. 387-394.
- 7. Z.N. Yin, T.J. Wang // Mater. Sci. Engineer. A. 2010. Vol. 527. N 6. P. 1461.
- А. Б. Володарский и др. // Сборник трудов XXXIV Всероссийской школысеминара «Волновые явления: физика и применения» имени А.П. Сухорукова («Волны-2023»), Секция 6. Акустика неоднородных сред. С. 24-26.

Изменение амплитуды поверхностных акустических волн в слоистых плавно неоднородных средах

Д.А. Жарков, Р.А. Жостков Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН denis.Zharkov2014@yandex.ru

Исследование распространения поверхностных волн в слоистых средах представляется собой актуальную задачу, поскольку они являются основой многих используемых методов сейсморазведки. Ряд из них, такие как MASW [1] и SPAC [2] используют информацию о скорости волны и, таким образом, на основе анализа дисперсионной кривой строится модель исследуемой среды. Другие, например, метод микросейсмического зондирования (MM3) [3] концентрируются на измерении амплитуд и последующем анализе спектров измеренных сигналов. Оба подхода имеют свои сильные и слабые стороны [4] и возникает вопрос о возможности объединения этих методов с целью использования максимального количества информации, получаемой из эксперимента, и получения наиболее точного решения обратной задачи. Для этого необходимо отчетливо понимать механизмы распространения поверхностной волны не только в вертикально, но и горизонтально неоднородных средах.

Исследованию этой темы посвящен ряд работ, например, [5]. Однако в них акцент ставится на исследование дисперсионных закономерностей, в то время как амплитудным соотношениям уделено незаслуженно мало внимания, хотя они также несут немало информации о строении среды. Более того, например, ММЗ или метод спектрального отношения горизонтальной к вертикальной компоненте (H/V) [6] целиком основаны на анализе именно амплитуд. Существуют работы, посвященные описанию первого метода с фундаментальной точки зрения [7], однако удовлетворительной теоретической основы до сих пор нет.

Целью данной работы является рассмотрение волны рэлеевского типа, распространяющейся вдоль свободной границы слоистого полупространства при плавном изменении его упругих параметров, построение зависимостей изменения амплитудных характеристик волны для различных физических и геометрических параметров системы.

Постановка задачи следующая: свободная граница расположена при z = 0, ось z направлена вниз. Слоистое упругое полупространство занимает область $z \ge 0$. Сверху при $-\infty < z < 0$ находится вакуум. Вдоль свободной границы в положительном направлении оси x распространятся поверхностная волна. Рассматривается двумерная задача.

Для описания акустического поля в упругом теле исходим из стандартных уравнений механики сплошной среды [8]. Смещение \vec{u} элемента упругой среды выражается через скалярный φ и векторный $\vec{\psi}$ потенциалы и в двумерной постановке имеют вид:

$$\vec{u} = \nabla \varphi + \operatorname{rot} \vec{\psi}, u_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial z}, u_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \psi}{\partial x}$$
 (1)

Потенциалы удовлетворяют волновым уравнениям, а для монохроматических волн – уравнениям Гельмгольца:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\varphi + k_l^2\varphi = 0, \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi + k_l^2\psi = 0$$
(2)

В уравнениях (2) введены волновые числа $k_l = \omega/c_l - для$ продольных волн и $k_t = \omega/c_t$ – для поперечных волн. Решения данных уравнений в полупространстве отыскиваются в виде плоских волн, бегущих вдоль оси *x* и убывающих по оси *z*:

$$\varphi = Ae^{-qz}e^{-i(\omega t - kx)}, \psi = Be^{-sz}e^{-i(\omega t - kx)}, \tag{3}$$

где величины $q = \sqrt{k^2 - k_l^2}$, $s = \sqrt{k^2 - k_t^2}$ определяют характерные масштабы затухания поля с глубиной.

Для слоев решения представляются в следующем виде:

$$\varphi_i = A_i^{(-)} e^{-q_i z} e^{-i(\omega t - kx)} + A_i^{(+)} e^{q_i z} e^{-i(\omega t - kx)},$$
(4a)

$$\psi_i = B_i^{(-)} e^{-s_i z} e^{-i(\omega t - kx)} + B_i^{(+)} e^{s_i z} e^{-i(\omega t - kx)}, \tag{46}$$

где $q_i = \sqrt{k^2 - k_{li}^2}, s_i = \sqrt{k^2 - k_{ti}^2}, i$ – номер слоя.

Характеристики поверхностной волны определяются не только уравнениями (1)-(4), но и граничными условиями. Они представляют собой систему уравнений, которую можно представить в матричном виде. Анализ этой матрицы в свою очередь позволяет определить скорость волны, а также связь между амплитудами потенциалов.

Для описания плавного перехода в качестве инварианта была использована величина потока энергии через полубесконечное сечение, которая выражается следующим образом [7]:

$$P = \omega^2 c_g(\omega) \int_0^\infty \rho(z) [u_x^2 + u_z^2] dz = C(\omega, c_l, c_t, \rho) F^2,$$
(5)

где
 c_g – групповая скорость, F – нормировочная амплитуда.

При подстановке выражений для компонент смещений, поток будет пропорционален квадрату единственной выбранной нормировочной амплитуды с коэффициентом, зависящем от частоты и упругих постоянных. Приравнивая поток энергии для первой и второй среды, можно получить выражение для относительного изменения амплитуды:

$$\frac{F_2}{F_1} = \sqrt{\frac{C_1(\omega, c_l, c_t, \rho)}{C_2(\omega, c_l, c_t, \rho)}} \tag{6}$$

На рис. 1 представлены зависимости изменения амплитуды при синхронном изменении скорости продольных и поперечных волн в первом и втором слое при переходе волны из однослойной системы в двухслойную. Для расчетов использовались следующие параметры:

Модель	Номер	Скорость	Скорость	Плотность,	Мощность, Н,
	слоя	продольных	поперечных	$ ho$, кг/м 3	КМ
		волн, c_l , м/с	волн, c_t , м/с		
Опорная	1	6181	3467	2714	8
Исследуемая	1	6181 <i>K</i> _{c1}	$3467K_{c_1}$	2714	$24.5K_{H}$
	2	$8047K_{c_2}$	$4530K_{c_2}$	3333	œ

При увеличении скоростей в верхнем слое амплитуда уменьшается, а при изменении скорости в нижнем слое увеличивается, что согласуется с ММЗ, согласно которому при переходе волны в более «мягкую» среду амплитуда увеличивается, а в более «твердую» - уменьшается. В зависимости от мощности слоя наблюдается максимум. Отметим, что в предельных случаях большой и малой мощности двухслойная система эквивалентна однослойной, поэтому зависимости асимптотически стремятся к

постоянной величине. В данном случае при увеличении K_H эта величина равна 1, поскольку свойства опорной среды такие же, как и у верхнего слоя исследуемой среды. Отметим, что разница теории и численного моделирования составляет менее 1%, однако при замене области перехода на более узкую (что более характерно для реальных ситуаций), наблюдается большее расхождение с теорией, связанное с тем, что в этом случае часть энергии отражается от границы и условие сохранения потока энергии не выполняется. Однако оценки показывают, что для рассматриваемых случаев это расхождение оказывается около 5%, поэтому можно считать, что при небольших контрастах результаты расчетов для плавного перехода можно применять и для резкого.

Таким образом, в работе предложен подход, позволяющий описывать изменение амплитуды поверхностной волны при переходе из одной слоистой системы в другую. Полученные результаты могут быть использованы для задачи инверсии ММЗ, поскольку позволяют теоретически вычислять изменение амплитуды ПАВ при изменении характеристик среды

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22 77 00067.



Рис. 1. Зависимость относительного изменения амплитуды горизонтальной и вертикальной компонент смещений на поверхности от коэффициента совместного изменения скорости продольных и поперечных волн в верхнем (а) и нижнем (б) слое, коэффициента изменения мощности слоя (в); λ/H=2.5; сплошная линия – теория, черные точки – численное моделирование (зона перехода – 50λ), серые точки - численное моделирование (зона перехода – λ)

ЛИТЕРАТУРА

- 1. C.B. Park et al. // Geophysics. 1999. V. 64. No 3. P. 800.
- 2. H. Okada // Exploration geophysics. 2006. V. 37. № 1. P. 73
- 3. А.В. Горбатиков, В.Л. Барабанов // Физика Земли. 1993. № 7. С. 85.
- 4. Р.А Жостков и др. // Известия РАН. Серия физическая. 2017. Т. 81. № 1. С. 72
- 5. Б.-С. Жэн, Л.-Ю. Лу // Акустический журнал. 2003. Т. 49. № 5. С. 613.
- 6. P.Malischewsky, F.Scherbaum // Wave Motion. 2004 V. 40 № 1 P. 57
- 7. Т.Б. Яновская // Физика Земли. 2017. № 6. С. 18.

8. И.А. Викторов "Звуковые поверхностные волны в твердых телах" М.: Наука, 1981.

Восстановление внутренней структуры объекта с помощью аппарата угловых гармоник

Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева, А.С. Черняев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра

акустики

burov@phys.msu.ru

Рассматривается проблема восстановления внутренней структуры исследуемого объекта в виде пространственных распределений его акустических характеристик скорости звука $c(\vec{r})$ и коэффициента поглощения $\alpha(\vec{r},\omega)$ на данной частоте ω . Объект облучается фиксированным зондирующим (падающим) полем акустического давления $u_0(\vec{r})$; это поле $u_0(\vec{r})$ рассеивается внутри неоднородного объекта, за счет чего создается поле $u(\vec{r}) \equiv u_0(\vec{r}) + u_{sc}(\vec{r})$, где $u_{sc}(\vec{r})$ – рассеянное поле. Поле $u(\vec{r})$ регистрируется приемниками, окружающими объект со всех сторон. После этого ракурс падения зондирующего поля изменяется, и соответствующие поля, рассеянные на объекте, опять принимаются. В результате перебора различных ракурсов облучения и приема получается набор экспериментальных данных рассеяния. Требуется решить обратную задачу: с помощью обработки имеющихся данных получить оценки неизвестных значений $c(\vec{r})$ и $\alpha(\vec{r},\omega)$ в каждой точке пространства \vec{r} . Ниже рассматривается строгий волновой подход к решению обратной задачи на основе функционально-аналитического алгоритма. Это позволяет, в итоге, воспроизвести пространственные распределения искомых величин в виде количественных оценок (что является принципиальным отличием обратных томографических задач от задач УЗИтипа), причем с высокой разрешающей способностью, составляющей около одной трети характерной длины волны.

Обычно в целях акустического томографирования используется импульсный режим. Тем не менее, математическая сторона функционально-аналитического подхода базируется на описании процедуры решения обратной задачи в монохроматическом случае. Тогда поле $u(\vec{r})$ при каждом фиксированном зондирующем поле подчиняется уравнению Гельмгольца

$$\nabla^2 u(\vec{r}) + k_0^2 u(\vec{r}) = v(\vec{r})u(\vec{r}), \quad k_0 = \omega/c_0,$$

где c_0 – скорость звука в однородной фоновой среде в отсутствие объекта,

$$v(\vec{r}) = \omega^2 \left(\frac{1}{c_0^2} - \frac{1}{c^2(\vec{r})} \right) - i 2\omega \frac{\alpha(\vec{r}, \omega)}{c(\vec{r})}$$

– функция рассеивателя. Решение обратной задачи предполагает восстановление функции $v(\vec{r})$ [1], из которой потом выделяются отдельные функции $c(\vec{r})$ и $\alpha(\vec{r},\omega)$ [2].

Функционально-аналитические методы решения обратной задачи сначала развивались для решения обратных задач рассеяния на квантово-механических потенциалах [3–7]. В то же время, они перспективны для решения обратной задачи акустического рассеяния [8–11]. Основная идея функционально-аналитических методов может быть кратко пояснена на примере двумерного функционального алгоритма [4–6, 8–10]. Входными данными является комплексная амплитуда рассеяния $f(\vec{k},\vec{l})$, которая считается известной для всех направлений действительных волновых векторов $\vec{k}, \vec{l} \in \mathbb{R}^2$, где

$$\vec{k}^2 = \vec{l}^2 = k_0^2. \tag{1}$$

По физическому смыслу, $f(\vec{k},\vec{l})$ пропорциональна рассеянному полю $u_{sc}(\vec{r},\vec{k})$ в дальней зоне, когда падающее поле является плоской волной $u_0(\vec{r},\vec{k}) = \exp(i\vec{k}\vec{r})$ с волновым вектором \vec{k} , а рассеянное поле регистрируется в дальней зоне в направлении, сонаправленном волновому вектору \vec{l} . Кроме того, данные $f(\vec{k},\vec{l})$ могут быть пересчитаны также из полей, принимаемых в ближней зоне [1, 12]. На этапе решения обратной задачи делается чисто математический прием – к изначально действительным волновым векторам добавляется эффективная мнимая часть, т.е. волновые векторы становятся комплексными:

$$\vec{k} = \vec{k}_R + i\vec{k}_I$$
, rge $\vec{k} \in \mathbb{C}^D$, $\vec{k}_R \equiv \operatorname{Re}\vec{k}$, $\vec{k}_I \equiv \operatorname{Im}\vec{k}$, (2)

но при строгом сохранении прежнего условия монохроматичности полей (1). Тогда на этапе обработки из классической амплитуды рассеяния $f(\vec{k},\vec{l})$ находятся значения так называемой обобщенной амплитуды рассеяния $h(\vec{k},\vec{l})$, которая соответствует условиям (1) и (2). В свою очередь, знание $h(\vec{k},\vec{l})$ позволяет найти классические и обобщенные поля внутри томографируемой области и, в конечном счете, восстановить искомую функцию рассеивателя $v(\vec{r})$.

Функциональный алгоритм практически строго учитывает многократное рассеяние волн на акустических неоднородностях исследуемого объекта, позволяя воспроизвести искомые количественные значения $v(\vec{r})$ с высокой точностью. Это является его первым преимуществом. Другое преимущество – отсутствие нелинейных систем уравнений – обеспечивается именно благодаря переходу к эффективным комплексным волновым векторам и обобщенным волновым полям и является отличительной особенностью рассматриваемого функционального подхода в двумерном пространстве. Еще одно преимущество – возможность восстановления $v(\vec{r})$ в каждой отдельно взятой точке \vec{r} независимо от значений $v(\vec{r})$ в других точках.

Несмотря на преимущества, численная реализация функциональных алгоритмов нетривиальна в силу оперирования с обобщенными полями. При численной реализации двумерного функционального алгоритма [8–10] удобно использовать аппарат угловых гармоник, который уже применялся ранее как для записи некоторых соотношений данного алгоритма, так и для коррекции экспериментальных данных, полученных при неидеальном расположении приемоизлучающих преобразователей антенны [13]. А именно, для исходных действительных векторов \vec{k} и \vec{l} в полярной системе координат имеем: $\vec{k} = \{k_0, \phi\}, \ \vec{l} = \{k_0, \phi'\},$ и тогда $f(\vec{k}, \vec{l}) \equiv f(\phi, \phi')$. По каждому из углов ϕ и ϕ' можно сделать фурье-преобразование, т.е. переход к двойному угловому спектру:

$$\widetilde{\widetilde{f}}(q,q') = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} d\varphi' f(\varphi,\varphi') \exp(-iq\varphi) \exp(-iq'\varphi') d\varphi'$$

где $q, q' = 0, \pm 1, \pm 2, ...$ – номера угловых гармоник. Тогда, в отличие от предшествующих вариантов численной реализации [8–10], в новом варианте предлагается искать обобщенную амплитуду рассеяния $h(\vec{k}, \vec{l}) \equiv h(\varphi, \varphi')$ также в терминах углового спектра. Такой прием позволяет, во-первых, повысить точность численной реализации при переходе от непрерывных величин к дискретным, поскольку q и q' являются дискретными значениями по определению. Во-вторых, в терминах

угловых гармоник строятся также другие функции, что делает удобным анализ и контроль над достаточностью имеющегося объема исходных дискретизованных данных и дискретизованных значений последующих функций, вычисляемых в процессе решения обратной задачи. Контроль важен, поскольку объем данных взаимосвязан с вопросом о единственности и устойчивости решения обратной задачи [1].



Рис. 1. Сечение x = 0 действительной (а) и мнимой (б, в) частей истинной функции рассеивателя *v* (тонкая линия) в сравнении с ее оценкой \hat{v} (толстый пунктир), восстановленной видоизмененным вариантом (а, б) и предшествующим вариантом (в) численной реализации двумерного функционального алгоритма.

Для апробации нового варианта численной реализации функционального алгоритма рассматривался рассеиватель, имеющий неоднородности как скорости звука, так и коэффициента поглощения (рис. 1а, б; $\lambda_0 = 2\pi/k_0$). При прохождении волной вдоль разных прямолинейных сечений рассеивателя создается дополнительный набег фазы, лежащий в интервале от -0.25π до 0.35π , а поглощение приводит к максимальному уменьшению амплитуды волны в ≈ 2 раза. Это означает, что эффекты многократного рассеяния волн выражены заметно, и их необходимо принимать во внимание при решении обратной задачи, о чем уже упоминалось выше.

Полный набор исходных данных рассеяния без помех $f(\varphi, \varphi')$ в количестве 256×256 соответствовал равномерному шагу дискретизации $2\pi/256$ по каждому из углов. Тем самым, в двойном угловом спектре $\tilde{f}(q,q')$ были представлены угловые гармоники q, q' = -128, -127, ..., 0, 1, 2, ..., 127. Данный спектр спадает с высокой точностью к практически нулевым значениям при высоких |q| и |q'|, и это означает, что исходный упомянутый объем дискретизованных данных $f(\varphi, \varphi')$ достаточен для решения обратной задачи.

Новый реализованный вариант позволяет восстановить рассеиватель с очень высокой точностью (рис. 1а, б), которая заметно выше, чем точность предшествующего варианта (рис. 1в) при том же самом объеме исходных данных.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-22-00192, https://rscf.ru/project/24-22-00192/

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Буров, О.Д. Румянцева "Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. 2: Обратные задачи акустического рассеяния" М.: URSS, 2020, 2021.

2. Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева, А.С. Шуруп // Известия РАН. Сер. Физическая. 2018. Т. 82. No 1. C. 41.

3. Л.Д. Фаддеев Обратная задача квантовой теории рассеяния II // Сб.: Современные проблемы математики. М.: ВИНИТИ. 1974. Т. З. С. 93.

4. П.Г. Гриневич, С.В. Манаков // Функциональный анализ и его приложения. 1986. Т. 20. No 2. С. 14.

5. R.G. Novikov // Journal of Functional Analysis. 1992. V. 103. No 2. P. 409.

6. R.G. Novikov // Physics Letters A. 1998. V. 238. No 2–3. P. 73.

7. R.G. Novikov // Intern. Mathematics Research Papers. 2005. V. 2005. No 6. P. 287.

8. В.А. Буров, О.Д. Румянцева "Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. 4: Функционально-аналитические методы решения многомерной акустической обратной задачи рассеяния" М.: ЛЕНАНД, 2024.

9. В.А. Буров и др. // Акуст. журн. 2010. Т. 56. No 4. С. 516.

10. В.А. Буров, Н.В. Алексеенко, О.Д. Румянцева // Акуст. журн. 2009. Т. 55. No 6. С. 784.

11. Н.В. Алексеенко, В.А. Буров, О.Д. Румянцева // Акуст. журн. 2008. Т. 54. No 3. С. 469.

12. В.А. Буров, А.С. Шуруп, О.Д. Румянцева, Д.И. Зотов // Известия РАН. Сер. Физическая. 2012. Т. 76. No 12. С. 1524.

13. Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева // Известия РАН. Сер. Физическая. 2022. Т. 86. No 1. C. 122.

Акустическое таммовское состояние в одномерном фононном кристалле с дефектами структуры

А.С. Зуев, С.Я. Ветров, Д.П. Федченко, И.В. Тимофеев Институт физики им. Л.В. Киренского СО РАН – обособленное подразделение ФИЦ КНЦ СО РАН ant.zue@iph.krasn.ru

Распространение волн в слоистых средах систематически изучается более пятидесяти последних лет [1], применяя различные математические методы для описания упругих и электромагнитных волн. В настоящее время сформировалась новая область науки по изучению свойств фотонных кристаллов (ФК) и устройств на их основе [2,3]. Через несколько лет концепцию ФК перенесли на случай упругих волн [4,5] и появилась концепция фононного кристалла (ФнК).

Применение ФнК, так же, как и ФК [6], не ограничивается использованием его в качестве идеального зеркала. По аналогии с локализацией электронного состояния вблизи поверхности твёрдого тела, возможна локализация световой волны на границе ФК и металла или другого ФК [7–9]. Такую локализацию называют оптическим таммовским состоянием (ОТС). По аналогии с ОТС возможна и локализация упругой волны в ФнК с дефектом или в ФнК с нарушением периодичности структуры – акустическое таммовское состояние (АТС) [10–12]. При наличии АТС за счёт локализации нелинейные свойства акустической волны могут проявляться сильнее [13].

В данной работе изучается распространение продольных акустических волн в фононном кристалле, состоящем из чередующихся слоев эпоксидно-диановой смолы ЭД-10 и воды. Обсуждается эффект, обусловленный дефектом структуры: с одной стороны конечного ФнК добавляется отражатель в виде слоя воздуха. Акустическая волна возбуждается с левой стороны. В дальнейшем количество периодов ФнК равно 2 (Рис. 1). Толщина слоя воды между слоями эпоксидной смолы $d_{water} = 1$ см, толщина эпоксидной смолы $d_{epoxy} = 0.3$ см.



Рисунок 1.Пространственное распределение поля в ФнК. Чёрная линия – зависимость квадрата модуля избыточного давления от глубины ФнК. Зелёная линия – зависимость волнового импеданса материала от глубины ФнК. Fg – частота падающей акустической волны.

Механический импеданс материала, нормированный на скорость звука и плотность воды, вычисляется по следующей формуле:

$$Z = \frac{\rho c}{c_0 \rho_0},\tag{1}$$

где c_0 – скорость звука в воде 1500 $\frac{M}{c}$, с – скорость звука в эпоксидной смоле 2630 $\frac{M}{c}$, ρ_0 – плотность воды 1000 $\frac{K\Gamma}{M^3}$, а ρ – плотность эпоксидной смолы 1210 $\frac{K\Gamma}{M^3}$.

Волновой импеданс материала, нормированный на скорость звука в воде, вычисляется по аналогии с показателем преломления в оптике по формуле:

$$n = \frac{c}{c_0},\tag{2}$$

В качестве дефекта структуры выступает отражатель, представляющий собой слой воздуха, который добавляется с правой стороны. Перед воздухом с левой стороны добавляется поглощающий слой воды с показателем волнового импеданса n = $1+3600e^{-4i/(2*\pi)}$ и толщиной d_{water2} = 0.4 см (рис.2). Для расчёта прохождения акустической волны использовался метод матрицы переноса [14, 1].



Рисунок 2. Пространственное распределения поле АТС в ФнК, ограниченный отражателем.

Чёрная линия – зависимость квадрата модуля избыточного давления от глубины ФнК. Зелёная линия – зависимость волнового импеданса материала от глубины ФнК. Fg – частота падающей акустической волны.

В спектре отражения АТС проявляется в виде провала отражения в стоп-зоне ФнК (рис.3).





Как видно из рис.3, в стоп-зоне наблюдается один провал в спектре отражения. Пространственное распределение поля на частоте, соответствующей провалу отражения в стоп-зоне ФнК, представлено на рис.4.



Рисунок 4. Пространственное распределение поля АТС в ФнК. Чёрная линия – зависимость квадрата модуля избыточного давления от глубины ФнК. Зелёная линия – зависимость волнового импеданса материала от глубины ФнК. Fg – частота падающей акустической волны.

Как видно из рис.4, акустическая волны локализуется в поглощающем слое воды между ФнК и воздухом. Частотой и степенью локализации данного состояния можно управлять с помощью изменения толщины прилегающего к воздуху слоя воды, как видно из рис.5.



Рисунок 5. АТС в спектре отражения ФнК при различной толщине d_{water2}. Малиновая линия – ФнК, без отражателя. Синяя линия – ФнК, ограниченный с одной стороны отражателем. Провал отражения в 1-ой стоп-зоне соответствует АТС. Для пункта (а) d_{water2} = 0.4 см. Для пункта (б) d_{water2} = 0.2 см.

Один из провалов (рис.5(б)) проявляется вплоть до нулевого отражения, что объясняется наличием *критической связи* АТС с падающей акустической волной. АТС при наличии отражателей с двух границ ФнК может связываться и вырождаться. А при наличии дефекта в структуре ФнК возможна гибридизация АТС и дефектной моды.

Работа выполняется при поддержке Российского научного фонда № 24-12-00236, https://rscf.ru/project/24-12-00236/

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Л.М. Бреховских "Волны в слоистых средах" М.: Наука, 1973.
- 2. E. Yablonovitch // Phys. Rev. Lett. 1987, 58, P. 2058.
- 3. А.К. Звездин // Природа, 2004, Т. 10, № 1070, с. 12–23.
- 4. M. S. Kushwaha et al. // Phys. Rev. Lett. 1993, 71, 2022.
- 5. V. Laude "Phononic Crystals: Artificial Crystals for Sonic, Acoustic, and Elastic Waves", Walter de Gruyter, 2020
- 6. В.Ф Шабанов и др. "Оптика реальных фотонных кристаллов. Жидкокристаллические дефекты, неоднородности". Н.: Издательство СО РАН, 2005.
- 7. С.Я. Ветров и др. // ЖЭТФ, 2013, т. 144, 6, р. 1129-1139.
- 8. И. В. Тимофеев и т.д. // Письма в ЖЭТФ, 2016, т. 104, 6, р. 393–397.
- 9. P.S. Pankin et al. // PIERS. IEEE. 2016, p. 4571-4574.
- 10. R.E. Camley et al. // Phis. Rev. 1983, 27, 12, p. 7318-7328.
- 11. Mei X. et al. // Sci. Ed. 2012, 27(2), p. 374–376.
- 12. N. Korozlu et al. // Soc. Amer. 2018, 143(2), p. 756-764.
- Дмитриев К.В. и др. "Линейные ультразвуковые волны в жидких и твердых средах. Учебное пособие для физического практикума по акустике" М.: Физический факультет МГУ, 2017
- 14. P. Yeh et al. //Soc. Amer. 1977, 67, p. 423–437.

Особенности распространения акустических волн в узких трубках переменного сечения с учетом присоединенной массы

В.А. Гусев, К.О. Комаровский, Московский Государственный университет им. М.В. Ломоносова vgusev@bk.ru kirill_komarovsky_1998@mail.ru

Пусть интенсивная волна распространяется в узкой трубке, на одном из участков которой имеется сужение переменного сечения. Схематически ситуация изображена на рис. 1. В общем случае параметры среды - плотность ρ_1 и скорость звука c_1 - в области II с сужением (0 < x < d) отличаются от параметров среды - плотности ρ_0 и скорости звука c_0 - на участках I и III с постоянным сечением.



Рис. 1. Трубка содержит область сужения II (0 < x < d), заполненную средой с плотностью ρ_1 и скоростью c_1 звука.

Волны в рупорах, трубах, концентраторах и других волноведущих системах с изменяющимся поперечным сечением S(x) в линейном приближении описываются уравнением Вебстера [1-3]:

$$\frac{1}{S(x)}\frac{\partial}{\partial x}\left(S(x)\frac{\partial p}{\partial x}\right) - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0.$$
(1)

Здесь x - координата, отсчитываемая вдоль оси системы, p – акустическое давление, c – скорость звука, в дальнейшем ρ – плотность среды. Оно применимо для трубок, характерный радиус которых мал по сравнению с длиной волны: $r_0 \ll \lambda$.

Для получения точных решений (1) введем вместо давления *p* новую функцию *F*:

$$p(x,t) = \frac{F(x,t)}{\sqrt{S(x)}}.$$
(2)

Для этой функции уравнение (1) примет вид:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = \frac{1}{\sqrt{S(x)}} \frac{\partial^2 \sqrt{S(x)}}{\partial x^2} F.$$
(3)

Зададим в уравнении (3) площадь поперечного сечения в виде

$$S(x) = S_m \operatorname{sh}^2 \left[\theta \left(x - \frac{d}{2} \right) \right], \theta = \frac{2}{d} \operatorname{arch} \frac{1}{\sqrt{S_m}}.$$
(4)

Здесь константы S_m , d - геометрические характеристики участка переменной толщины: S_m - минимальная безразмерная площадь сужения, достигаемая при значении координаты $x = \frac{d}{2}$, и d - длина этого участка.

Тогда уравнение (3) сведем к виду:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = \theta^2 F.$$
(5)

В этом случае для волн малой амплитуды коэффициенты уравнения оказываются постоянными, что позволяет получить точное решение. Уравнение (5) содержит по сравнению с волновым уравнением дополнительное слагаемое, ответственное за дисперсию. Оно позволяет выбрать различные режимы прохождения волны в зависимости от частоты. Значительный интерес представляет режим туннелирования волны [4]. Говоря о туннелировании, часто подразумевают квантовые эффекты проникновения частиц через потенциальные барьеры, высота которых превосходит энергию самих частиц. В данном случае речь идет о волне с убывающей с расстоянием амплитудой, но без возникновения фазового сдвига. Как будет показано ниже, при определенных условиях возможно прохождение волны без значимых потерь энергии.

Подставляя бегущую волну: $F = F_0 e^{ik_1 x} e^{-i\omega t}$ уравнение (5) можно привести к виду:

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + (k_1^2 - \theta^2)F = 0.$$
(6)

Очевидно, что эффект туннелирования возможен только в некотором узком диапазоне соответствующих параметров, который еще предстоит найти. Режим туннелирования волны отвечает значению $\theta^2 > k_1^2$. Этот режим может быть реализован для низких частот $k_1 < \theta$ или

$$\omega < \frac{2c}{d}\operatorname{arch}\frac{1}{\sqrt{S_m}}, k_1 d < 2\operatorname{arch}\frac{1}{\sqrt{S_m}}.$$
(7)

Для того, чтобы рассчитать коэффициенты отражения и прохождения волны, необходимо записать граничные условия в области 0 < x < d. Потребуем непрерывности полей давления *p* и скорости *u*: $\rho \frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial x}$, $u = -\frac{i}{k\rho c} \frac{dp}{dx}$.

Учтем, что при прохождении волны в трубке переменного сечения будет появляться присоединенная масса.

$$\begin{cases}
P_{i} + P_{r} = P_{+} + P_{-} + iP'(0) \\
P_{i} - P_{r} = i\frac{\alpha}{k_{1}}[P_{+}(\mu - b) - P_{-}(\mu + b)] \\
P_{+}e^{-\mu d} + P_{-}e^{\mu d} = P_{t} + iP'(d) \\
i\frac{\alpha}{k_{1}}[P_{+}e^{-\mu d}((\mu + b) - P_{-}e^{\mu d}(\mu - b)] = P_{t}
\end{cases}$$
(8)

В формуле (8) P_i, P_r, P_t – амплитуды падающей, отраженной, прошедшей волн, $P'(0) = \frac{M_1 \omega u_I}{S_1}$, $P'(d) = \frac{M_2 \omega u_{III}}{S_2}$, M_1, M_2 – присоединенная масса на входе в трубу и выходе соответственно, u_I, u_{III} – колебательная скорость на границе x = 0, x = d соответственно, $b \equiv \frac{2}{d}\sqrt{1-S_m} arch \frac{1}{\sqrt{S_m}}, \quad \mu = \sqrt{\theta^2 - k_1^2}, \quad \alpha = \frac{\rho_0 c_0}{\rho_1 c_1}$ – отношение акустических импедансов двух сред.

Решая систему (7), найдем выражения для P₊ и P₋:

$$P_{+} = \frac{2P_{i}}{\Delta} e^{\overline{\mu}} \left[1 - \gamma \frac{M_{1}\omega}{\sigma} \frac{1}{\rho_{0}c_{0}} \frac{\alpha}{\overline{k_{1}}} (\overline{\mu} - \overline{b}) - i \frac{\alpha}{\overline{k_{1}}} (\overline{\mu} - \overline{b}) \right]. \tag{9}$$

$$P_{-} = -\frac{2P_{i}}{\Delta}e^{-\overline{\mu}}\left[1 + \gamma \frac{M_{1}\omega}{\sigma} \frac{1}{\rho_{0}c_{0}}\frac{\alpha}{\overline{k_{1}}}(\overline{\mu} + \overline{b}) - i\frac{\alpha}{\overline{k_{1}}}(\overline{\mu} + \overline{b})\right]$$
(10)

где

$$\Delta = e^{\overline{\mu}} \left[1 - \frac{M_1 \omega}{\sigma} \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} - \overline{b}) + i \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} - \overline{b}) \right] \left[1 - \gamma \frac{M_1 \omega}{\sigma} \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} - \overline{b}) + i \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} - \overline{b}) \right] - e^{-\overline{\mu}} \left[1 + \frac{M_1 \omega}{\sigma} \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} + \overline{b}) - i \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} + \overline{b}) \right] \left[1 + \gamma \frac{M_1 \omega}{\sigma} \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} + \overline{b}) - i \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} + \overline{b}) \right],$$

а также введены безразмерные параметры

$$\overline{k_1} = k_1 d; \overline{\mu} = \mu d; \overline{b} = bd; \gamma = \frac{M_2}{M_1}$$

Здесь также учтено, что $S_1 = S_2 = S$.

Из уравнений (7)-(9) найдем коэффициент прохождения волны Т:

$$T = \frac{P_t}{P_i} = 2i \frac{\alpha}{\overline{k_1}} \frac{1}{\Delta} \left\{ \left[\left(\overline{\mu} + \overline{b}\right) \left(\left(1 - \gamma \frac{M_1 \omega}{\sigma} \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} - \overline{b}) + i \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} - \overline{b}) \right) \right) \right] + \left[\left(\overline{\mu} - \overline{b}\right) \left(\left(1 + \gamma \frac{M_1 \omega}{\sigma} \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} + \overline{b}) - i \frac{\alpha}{\overline{k_1}} (\overline{\mu} + \overline{b}) \right) \right) \right] \right\}.$$
(11)

Если положить $M_1 = 0$, что означает отсутствие присоединенной массы, то выражение (11) примет вид:

$$T = \frac{i4\alpha\overline{\mu}/k_1}{e^{\overline{\mu}} \left[1 + i\frac{\alpha}{\overline{k_1}}(\overline{\mu} - \overline{b})\right]^2 - e^{-\overline{\mu}} \left[1 - i\frac{\alpha}{\overline{k_1}}(\overline{\mu} + \overline{b})\right]^2}.$$
(12)



Рис. 2. Частотные зависимости квадрата коэффициента прохождения волны без учета присоединенной массы.

Построим частотные зависимости квадрата коэффициента прохождения волны для отношения параметров $\alpha = 2$ и трех значений минимального сечения трубки $S_m = 0.09, 0.34, 0.71$ (серый, синий, красный). В случае отсутствия присоединенной массы частотная зависимость коэффициента прохождения волны приведена на рисунке 2. Видно, что максимальный диапазон частот ($0 < \overline{k_1} \leq 1,75$), где проявляется эффект туннелирования, достигается при $S_m = 0.34$. При больших значениях частоты \overline{k} формула (12) переходит в решение, описывающее осцилляции коэффициента пропускания. Если учесть присоединенную массу и положить $\gamma = \frac{M_2}{M_1} = 0.24$, то зависимость коэффициента прохождения волны примет вид, изображенный на рисунке 3.



Рис. 3. Частотные зависимости квадрата коэффициента прохождения волны с учетом присоединенной массы.

В результате работы исследовано прохождение волны в режиме туннелирования в узких трубках переменного сечения специального вида. Учтено влияние присоединенной массы на границах области сужения трубки. Показано, что условия туннелирования ухудшаются: это выражается в уменьшении значения коэффициента прохождения волны в диапазоне частот, где наблюдался режим туннелирования без учета присоединенной массы, и в сокращении самого диапазона частот.

ЛИТЕРАТУРА

- Webster A.G. // Proc. Nat. Acad. Sci. 1919. V. 5. P. 275-282. Reprinted in J. Audio Eng. Soc. 1977. V. 25(1-2). P.24-28.
- Eisner E. // Physical Acoustics (Ed. W.P. Mason). V. 1. Pt. B. Ch. 6 . NY, Academic Press, 1964.
- 3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Курс теоретической физики. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
- 4. Руденко О.В., Шварцбург А.Б. // Акуст. журн. 2019. Т. 61. № 1. С. 30-39.

Физические эффекты, влияющие на точность измерения акустической радиационной силы, действующей на сферический рассеиватель в воде

Л.М. Котельникова, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников Физический факультет, Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова kotelnikova.lm16@physics.msu.ru

Акустическая радиационная сила – это нелинейное волновое явление, возникающее при передаче рассеивающему или поглощающему объекту количества движения (импульса) падающей на него акустической волны. Воздействие акустической радиационной силы на упругое тело приводит к его толканию или притягиванию. В частности, в медицине в настоящее время развивается направление, связанное с перемещением почечных камней и их фрагментов в теле человека под действием фокусированного ультразвука [1]. Для биомедицинских применений, по аналогии с оптическим пинцетом, который позволяет захватывать и перемещать объекты с помощью пучка света, был создан акустический пинцет, который используется для манипулирования отдельными клетками, биочастицами, а также многоклеточными организмами и различными более крупными миллиметровыми объектами [2]. Развивающиеся направления практического применения акустической радиационной силы требуют, с одной стороны, разработки новых типов излучателей и исследования режимов их работы, создающих поля со сложной пространственной структурой с целью дистанционного удержания и манипулирования объектами, с другой стороны, разработки новых теоретических моделей для расчета силы, создаваемой различными акустическими пучками, и их экспериментальной верификации [3]. Поэтому одной из актуальных экспериментальных задач является задача прецизионного измерения акустической радиационной силы.

Ранее авторами данной работы был предложен метод для измерения радиационной силы, действующей на сферический рассеиватель, основанный на взвешивании рассеивателя на электронных весах (по аналогии с методом «взвешивания» пучка, падающего на протяженный поглотитель, для определения его полной акустической мощности [4]). Использование прецизионных весов позволяло измерять силу с точностью 4 мг, что эквивалентно погрешности менее 1% при измерениях силы в фокусе пучка. Однако сложная конструкция экспериментальной установки, наличие других физических явлений, сопровождающих распространение акустических волн, а также вычислительные погрешности при численном расчете силы приводят к увеличению ошибки измерений и возникновению расхождений при сравнении результатов эксперимента с теорией. Поэтому целью настоящей работы является анализ влияния различных факторов и физических эффектов на точность экспериментальных измерений и численных расчетов радиационной силы, действующей на упругий шар в жидкости.

На рис. 1 представлена экспериментальная установка, использующаяся в данной работе для измерений вертикальной (вдоль оси УЗ пучка) компоненты акустической радиационной силы методом взвешивания. В емкость с дегазированной водой помещался фокусированный пьезокерамический излучатель в виде сферической чаши (фокусное расстояние 70 мм, апертура 100 мм). Ось создаваемого акустического пучка была направлена вертикально вниз. Излучатель был закреплен на системе позиционирования, позволявшей перемещать его с точностью 2.5 мкм вдоль трех взаимно перпендикулярных осей. С целью дальнейшего расчета радиационной силы предварительно была измерена акустическая голограмма излучателя [5]. С генератора

(Agilent 33250A, США) через усилитель (210L, Electronics & Innovation, США) на излучатель подавался непрерывный гармонический сигнал на частоте 1.072 МГц. На некотором расстоянии от излучателя на его акустической оси располагался сферический рассеиватель, который крепился в центре вспомогательного кольца большого диаметра с помощью системы натянутых тонких лесок диаметром 35.7 мкм. Кольцо посредством конструкции из жестких трубок, не касающихся стенок бассейна, опиралось на (VI-3mg, Acculab, США). Для электронные весы подавления влияния гидродинамических потоков, инициируемых ультразвуком, над шариком помещалась тонкая звукопрозрачная мембрана, в роли которой выступала полиэтиленовая пленка толщиной менее 10 мкм. Для подавления отражения от дна бассейна внизу располагался акустический поглотитель. Сигнал, подаваемый на излучатель, измерялся с помощью осциллографа TDS5034B (Tektronix, США). Проводились измерения вертикальной компоненты радиационной силы: излучатель перемещался вдоль вертикальной оси z для получения распределения силы на его акустической оси. В качестве рассеивателей использовались стальные и стеклянные шары диаметрами 4 – 8 мм.



Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 – емкость с дегазированной водой, 2 – излучатель, 3 – система позиционирования, 4 – генератор, 5 – усилитель, 6 – сферический рассеиватель, 7 – кольцо с лесками для крепления рассеивателя, 8 – электронные весы, 9 – мембрана, 10 – поглотитель, 11 – осциллограф, 12 – дополнительная электрическая нагрузка.

Одной из ключевых проблем, возникающих при измерениях радиационной силы, является образование стоячих волн между поверхностями рассеивателя И пьезопреобразователя из-за многократных переотражений [4]. В результате появляются осцилляции в экспериментально измеренной зависимости силы от расстояния в районе фокальной области излучателя. Данная проблема была частично решена путем подсоединения дополнительной электрической нагрузки: модификация электрической части установки изменяет коэффициент отражения звука от пьезопластины и при определенном импедансе нагрузки на выбранных частотах можно снизить коэффициент отражения практически до нуля [6]. Продемонстрировано, использование ЧТО дополнительного сопротивления позволяет подавить амплитуду осцилляций силы в области фокуса в 2-4 раза (см. рис. 2).

Для уменьшения относительной погрешности весов необходимо увеличивать мощность подаваемого на излучатель сигнала для увеличения абсолютной величины силы. Но повышение мощности приводит к увеличению роли нелинейных эффектов при распространении волны: профиль волны искажается, а ее спектр обогащается гармониками. Радиационная сила линейно зависит от полной мощности акустического

пучка в случае синусоидальных сигналов, в то время как появление высших гармоник может непредсказуемо повлиять на величину силы. Для оценки влияния высших гармоник был проведен анализ акустического поля в окрестности фокуса: исследовался частотный спектр непрерывных акустических сигналов, измеренных на разном расстоянии от фокусированного излучателя с помощью гидрофона капсульного типа (HGL-0200, Onda, США). Было выяснено, что для максимальной мощности на излучателе, используемой в экспериментах, амплитуда второй гармоники в фокусе не превышала 24% от амплитуды первой гармоники, а уже за фокусом на расстоянии 10 мм от него составляла менее 12% (перед фокусом на расстоянии 10 мм – 2%). Так как радиационная сила квадратично зависит от амплитуды падающей волны, то вклад второй гармоники в силу составляет в фокусе менее 6%, а на расстоянии 10 мм – менее 1.5% (менее 0.04%). С другой стороны, генерация пучка второй гармоники происходит эффективно только в районе фокуса [7], при этом ширина генерируемого пучка второй гармоники меньше ширины пучка исходной основной (первой) гармоники, что дополнительно уменьшает вклад второй гармоники в итоговую силу. С учетом появления сильных осцилляций в аксиальном распределении силы в фокальной области из-за переотражений, можно считать, что появление высших гармоник не влияет на общий вид измеренного распределения силы.



Рис. 2. Слева: экспериментальные и теоретическая кривые зависимости осевой компоненты удельной радиационной силы Y_z , действующей на стеклянный шар радиусом а = 4 мм, на оси излучателя *z* на частоте 1.072 МГц при перемещении излучателя с шагом 0.1–0.25 мм. Голубая кривая –измерения силы без дополнительной электрической нагрузки, синяя кривая – при использовании в качестве дополнительной нагрузки резистора сопротивлением 33 Ом. Справа: линейная зависимость акустической радиационной силы от полной акустической мощности падающего на шар пучка, измеренная на расстоянии 10 мм от фокуса.

Отдельно было проверено свойство линейности радиационной силы от полной мощности акустического пучка (т.е. от квадрата амплитуды падающей волны) [3]. Измеренная на оси излучателя сила в области за фокусом представляла собой линейную функцию полной мощности пучка W (см. рис. 2), которая рассчитывалась из измеренной голограммы и амплитуды сигнала, подаваемого на излучатель во время измерения силы. Измерения силы в фокусе оказались линейно зависимыми от W только при малых мощностях. При увеличении мощности наблюдались отклонения от линейности как в большую, так и в меньшую сторону в зависимости от координаты положения шара, что можно объяснить генерацией в фокусе второй гармоники, которая, переотражаясь от поверхностей пьезопреобразователя и рассеивателя, искажала общий вид кривой осцилляций силы в зависимости от расстояния, внося соответствующий вклад в измеренную величину силы.

Помимо воздействия на рассеиватель, акустическая волна может действовать непосредственно на среду распространения: в случае достаточно мощных акустических

волн в жидкостях (и газах) возникают направленные движения самой среды акустические течения (акустический ветер). В данном случае передача импульса, вызывающая появление радиационной силы, действующей на саму жидкость, обусловлена поглощением акустической волны в вязкой среде. Акустические течения непредсказуемо влиять на измеряемую величину силы, способны поэтому непосредственно над рассеивателем помещалась звукопрозрачная мембрана; малая толщина мембраны обеспечивала отсутствие ее влияния на прохождение через нее ультразвука (в частности, отсутствие поглощения звука). Было исследовано влияние мембраны на результаты измерения силы. Выяснено, что наличие мембраны, изменение ее положения относительно шара или ее отсутствие не влияет на величину силы и на ее неизменность с течением времени. Следовательно, для данной конфигурации экспериментальной установки и используемых мощностей акустические течения слишком слабые или полностью отсутствуют, поэтому использование мембраны не является обязательным.

Численные расчеты акустической радиационной силы проводились с помощью модели [3], основанной на методе углового спектра. Для точного расчета силы необходимого знать упругие параметры материалов рассеивателей (скорости продольных и поперечных волн), а также пространственную структуру акустического поля, падающего на рассеиватель (угловой спектр). Упругие параметры рассеивателей были определены ранее с погрешностью менее 2% по характеристикам рассеяния ультразвукового пучка [8]. Угловой спектр был получен из измеренной голограммы излучателя. Одной из возможных причин небольшого расхождения эксперимента и теории является несовпадение оси, вдоль которой производились расчеты силы (данная ось определяется измеренной голограммой), с осью измерений радиационной силы, которая могла варьироваться в различных экспериментах из-за малого отклонения оси излучателя от вертикали. Было проведено численное исследование величины радиационной силы при изменении угла наклона оси, вдоль которой производился расчет. Для углов наклона 5-6° (оценка среднего угла наклона при проведении экспериментов) относительное различие величины силы, рассчитанной на наклонной оси, по сравнению с расчетом на исходной оси, заданной голограммой, составило не более 6% в фокальной области и до 20% вдали от фокуса. Данное отклонение может являться причиной некоторых малых расхождений экспериментальных результатов и теории, в частности, вдали от фокуса.

Таким образом, в данной работе были исследованы и оценены различные факторы и физические эффекты, возникающие во время измерений радиационной силы и вносящие искажения в результаты экспериментов. Данные факторы рассмотрены на примере измерения силы методом взвешивания, но сделанные выводы могут быть применены и по отношению к другим методам измерения радиационной силы.

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Shah et al. // J. Urol. 2012. V. 187. No 2. P. 739.

2. A. Ozcelik et al. // Nat. Methods. 2018. V. 15. No 12. P. 1021.

3. O.A. Sapozhnikov, M.R. Bailey // J. Acoust. Soc. Am. 2013. V. 133. No 2. P. 661.

4. O. Sapozhnikov et al. // Proc. Mtgs. Acoust. 2022. V. 48. No 1. P. 045005.

5. O.A. Sapozhnikov et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2015. V. 138. No 3. P. 1515.

6. Л.М. Котельникова и др. // Изв. РАН. Сер. физ. 2022. Т. 86. № 1. С. 90.

7. P.V. Yuldashev et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2021. V. 68. No 9. P. 2837.

8. Л.М. Котельникова и др. // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 4. С. 371.
Фазовое запаздывание сигнала в распределенном акустическом сенсоре кабельной охранной системы и поле смещений охранной системы на основе электрохимических геофонов.

В.Г. Криштоп^{1,2,3}, П.В. Дудкин³ ¹ Институт проблем технологии микроэлектроники РАН, ² ООО «Сейсмотроника», ³ Московский физико-технический институт <u>krishtop@iptm.ru</u>

В работе кратко рассмотрены физические принципы работы систем охраны и виброконтроля на основе РАС и систем на основе ЭХП геофонов.

РАС детектируют набег фазы отраженного оптического сигнала в оптоволокне, проложенном в земле вблизи поверхности грунта, т.е. постоянно мониторят длину кабеля во многих точках. Регистрируемым событием является изменение длины под воздействием механического возмущения.

ЭХП геофоны (велосиметры) измеряют механическую скорость движения в точках поверхности, и из их показаний легко вычислить механическое смещение точек поверхности под воздействием механического возмущения.

Для локализации и распознавания источников механического возмущения с помощью РАС требуется пересчёт показаний РАС и точная привязка показаний системы к реальным значениям смещения грунта в точках измерения. Данные для такого пересчёта можно получить из совместных измерений тестовых вибросигналов одновременно с помощью РАС и с помощью ЭХП [1].

Измеряя относительное удлинение кабеля РАС во многих точках, мы хотим сопоставить ему значения амплитуды колебания грунта в этих точках. Для этого требуется решить задачу пересчёта смещений поверхности в единицы удлинения кабеля, математически восстановить исходный сигнал и идентифицировать источник.

Задача о колебаниях в упругом полупространстве, когда источник колебания воздействует на поверхность полупространства, известна как внешняя задача Лэмба [2]. Решение задачи Лэмба можно рассматривать как функцию Грина для уравнения упругих волн в равномерном полупространстве. Для случая однородного упругого полупространства задача Лэмба имеет аналитическое решение [3]. В докладе приведены формулы пересчета для этого случая, и результаты измерений сигнала от импульсного вертикального источника.

Вычислить локализацию источника и амплитуду импульса воздействия можно, анализируя время прихода различных волн (Объемные волны: S — сферическая сдвиговая волна; Р — сферическая продольная волна; поверхностные волны: К — коническая волна; R — волна Релэя, поверхностная [4]). Также обсуждаются источники сигналов с различными спектрами, грунты с различными свойствами и соответствующие им модели грунтов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чурилин И.А., и др. // IV Международная конференция "Инжиниринг & Телекоммуникации — En&T 2017" Тезисы докладов. Долгопрудный: МФТИ, с. 129.

2. H. Lamb // Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A. 1904, Vol. 203.

3. Richards P. G. // Bull. Seism. Soc. Am. 1979, Vol. 69, №3, p. 947.

4. Красников Н.Д. Динамические свойства грунтов и методы их определения. — Л.: Стройиздат, 1970.

Вывод эмпирических формул Лагасса для клиновых акустических волн

В.Г. Можаев

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет vgmozhaev@mail.ru

Известны эмпирические формулы распространения для скорости И волнового пространственного распределения поля наиболее медленной антисимметричной клиновой акустической моды в упругих твердых клиньях как функций их угла. На основе использования лучевой и скалярной волновой моделей клиновых волн показана возможность вывода этих формул.

Полный текст тезисов доклада не подается из-за требования:

«Если по материалам доклада подается полнотекстовая статья для публикации в журнале, то в **тексте статьи не допускается полное или частичное заимствование из тезисов доклада**. Все тексты статей в обязательном порядке проходят автоматическую проверку в системе «Антиплагиат», и на основании этой проверки, в том числе из-за наличия текстовых заимствований из тезисов доклада, могут быть отклонены».

Влияние размеров центрального отверстия мощных фокусированных излучателей на параметры нелинейного ультразвукового поля в фокусе

Ф.А. Нартов, М.М. Карзова, В.А. Хохлова Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова nartov.fa18@physics.msu.ru

На сегодняшний день мощный фокусированный ультразвук (HIFU) активно используется в терапии онкологических заболеваний. Известно, что с помощью ультразвуковых излучателей можно создавать фокусированные пучки, концентрируя ультразвуковую энергию в малой области пространства, и воздействовать на целевую область, не задевая окружающую здоровую ткань [1]. В частности, для лечения опухолей может применяться метод гистотрипсии с кипением. Этот метод предполагает возможность генерации ультразвуковых волн с ударными фронтами, амплитуда которых достигает уровня 100 МПа [2]. Для достижения указанных характеристик поля используются мощные фокусированные излучатели, часто имеющие отверстие в центре, необходимое для размещения диагностического датчика с целью визуализации оказываемого воздействия. Для численного моделирования нелинейного поля, генерируемого излучателем, и оценки его параметров используется упрощенная модель эквивалентного излучателя без центрального отверстия – моделирование проводится в предположении равномерного распределения амплитуды колебательной скорости на рабочей поверхности сферического сегмента. При этом эквивалентный излучатель подбирается так, чтобы создаваемое им поле в области главного максимума при линейном распространении с высокой точностью совпадало с соответствующим полем реального излучателя с отверстием.

Целью данной работы было исследование влияния размеров центрального отверстия на параметры нелинейного поля в фокусе мощного сферического излучателя и оценка возможности применения модели эквивалентного излучателя без центрального отверстия для описания поля излучателя с центральным отверстием. В работе проведено численное моделирование нелинейных полей, создаваемых несколькими излучателями с апертурой 100 мм, рабочей частотой 1 МГц и фокусными расстояниями 90 мм, 100 мм и 120 мм (рис. 1а), близкими по своей геометрии к существующим терапевтическим системам [3]. Граничное условие задавалось в предположении равномерного распределения амплитуды колебательной скорости на поверхности излучателя. Исследовались случаи центральных отверстий с диаметрами в диапазоне от 10 мм до 70 мм с шагом 10 мм (рис. 1б).



Рис. 1. а) – модели сферических излучателей с различными фокусными расстояниями: $F_1 = 90$ мм, $F_2 = 100$ мм, $F_3 = 120$ мм; б) – модели сферических излучателей с различными размерами центральных отверстий a_1, a_2, a_3 .

Моделирование нелинейных полей в воде проводилось в программе HIFU beam [4] с использованием уравнения Вестервельта:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \tau \partial z} = \frac{c_0}{2} \Delta p + \frac{\beta}{2\rho_0 c_0^3} \frac{\partial^2 p^2}{\partial \tau^3} + \frac{\delta}{2c_0^3} \frac{\partial^3 p}{\partial \tau^3},$$

где *p* – акустическое давление, *z* – пространственная координата вдоль акустической оси излучателя, $c_0 = 1485 \text{ м/c}$ – скорость звука в невозмущённой среде, $\tau = t - \frac{z}{c_0}$ – запаздывающее время, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа, $\rho_0 = 997 \text{ кг/м}^3$ – плотность невозмущённой среды, $\beta = 3,5$ – коэффициент нелинейности, $\delta = 4,33 \times 10^{-6} \text{ м}^2/\text{c}$ – коэффициент термовязкого поглощения.

На рис. 2 представлены характерные результаты проведенных численных расчетов для излучателя с фокусным расстоянием 90 мм: зависимости нормированных амплитуд давления линейного поля излучателя от координаты вдоль его оси (рис. 2а); зависимости пиковых положительного и отрицательного давлений, а также амплитуды разрыва в фокусе от мощности излучателя (рис. 2б) и фокальные профили волны с развитым разрывом (рис. 2в) для различных диаметров центрального отверстия.



Рис. 2. Характеристики поля излучателей с фокусным расстоянием 90 мм для различных диаметров центрального отверстия: без отверстия (красный), 40 мм (синий), 70 мм (черный). а) – линейное поле на оси излучателя, б) – величины пикового положительного и отрицательного давлений (сплошные линии) и амплитуда ударных фронтов (пунктир) в зависимости от мощности излучателя, в) – профили волны с ударными фронтами в присутствии развитого разрыва, когда нижняя граница ударного фронта соответствует нулевому давлению.

Результаты численного моделирования продемонстрировали, что при линейной фокусировке пучка увеличение размера отверстия в центре излучателя приводит к удлинению фокальной области вдоль его оси на 17,9% и на 87,1% по уровню -6 дБ для отверстий диаметром 40 мм и 70 мм по сравнению со случаем без отверстия (рис. 2а). Также было показано, что увеличение размера отверстия приводит к тому, что формирование развитого разрыва в фокальном профиле волны наблюдается при больших значениях мощности источника: 635 Вт, 745 Вт и 1032 Вт для случаев без отверстия и для отверстий диаметрами 40 мм и 70 мм, соответственно (рис. 2б). При этом амплитуда разрыва в профиле волны, совпадающая по величине с пиковым

положительным давлением, увеличивается: 97 МПа, 116 МПа и 145 МПа, а отрицательное давление отличается незначительно (рис. 2в).

Проведено сравнение полей, генерируемых излучателями с центральным отверстием, с соответствующими им полями эквивалентных излучателей. Подобранные апертуры эквивалентных излучателей составили 99,5 мм для отверстия диаметром 10 мм, 92,8 мм для отверстия диаметром 40 мм и 74,5 мм для отверстия диаметром 70 мм.

В случае линейной фокусировки распределения нормированных амплитуд давления вдоль оси пучка для излучателей с отверстием и соответствующих им эквивалентных излучателей практически не отличаются (рис. За-в). Однако при проявлении нелинейных эффектов наличие отверстия приводит к расхождению пиковых положительных давлений реального и эквивалентного излучателей, которое увеличивается с ростом диаметра отверстия (рис. 3г, д, е). При этом амплитуда развитого разрыва увеличивается с увеличением диаметра отверстия, в то время как для соответствующих эквивалентных излучателей она снижается.



Рис. 3. Сравнение характеристик ультразвуковых полей для излучателей с центральным отверстием (фиолетовый) и для эквивалентных излучателей (зеленый) для различных диаметров отверстия: 10 мм (а, г), 40 мм (б, д) и 70 мм (в, е). Аксиальные распределения нормированных амплитуд давлений в линейном пучке (а – в). Кривые насыщения пиковых положительного и отрицательного давлений (г – е); точки на графиках соответствуют формированию развитого разрыва в фокальном профиле волны.

Таким образом, в работе было показано, что наличие центрального отверстия в мощном ультразвуковом терапевтическом излучателе существенно влияет на структуру поля. Модель эквивалентного излучателя без отверстия может быть применима лишь в случае малых диаметров отверстия в исходном излучателе.

Работа поддержана стипендией фонда развития теоретической физики и математики БАЗИС для студентов старших курсов и грантом РНФ 20-12-00145-Р.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Л.Р. Гаврилов et al. // Мед. Физ. 2010. No 3. С. 53-64.
- 2. M.M. Karzova et al. // IEEE TUFFC 2023. V. 70. No 6. P. 521–537.
- 3. P.B. Rosnitskiy et al. // IEEE TUFFC 2017. V. 64. No 2. P. 374–390.
- 4. P.V. Yuldashev et al. // IEEE TUFFC 2021. V. 68. No 9. P. 2837–2852.

Экспериментальное исследование упругих колебаний льда вмороженным векторным приемником

Б.В. Неверов¹, А.А. Кнышов¹, А.Н. Котов², Д.А. Преснов², А.С. Шуруп^{1,2} ¹Московский Государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики ²Инситут физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук neverov.bv21@physics.msu.ru

настоящее время происходит интенсивное потепление в Арктике, B превышающее по скорости изменения климата в других регионах Земли. Одним из главных признаков этого является быстрое сокращение как площади ледяного покрова, так и его толщины [1, 2]. Для улучшения точности климатических моделей и прогнозов глобального потепления проводятся полевые исследования. Ввиду сложных условий Арктики возможности таких экспериментов долгое время были ограничены. Современные методы пассивной сейсмоакустики позволяют преодолеть эти трудности, а также ограничения, связанные с использованием активных источников [3]. Анализ сейсмоакустических данных, полученных от автономных станций, позволяет проводить мониторинг параметров ледового покрова, тем самым улучшая понимание происходящих процессов. Настоящая работа посвящена развитию методов оценки параметров ледового покрова с помощью акустических приемников. Используется векторный приемник [4], вмороженный в лед, позволяющий проводить одновременные измерения трех ортогональных компонент упругих колебаний, формирующихся в ледовой пластине.

Экспериментальные исследования проводились в феврале 2024 года в акватории Клязьминского водохранилища гидроакустическом на полигоне МГУ. Регистрировались сигналы, формирующиеся при ударах кувалдой по поверхности льда. Расстояние от точки ударов до приемника составляло >130 метров; измерения проводились при удалении от берега ≈200 м. При постановке один канал приемника был ориентирован вертикально (V,), другой – вдоль линии, соединяющей точку приема и излучения (V_x) , третий – перпендикулярно этой линии (V_y) . В месте проведения эксперимента глубина водного слоя составляла ≈6.7 м, толщина льда ≈0.4 м. Результаты измерений на различных каналах векторного приемника представлены на рис. 1а. На рис. 1б изображена сумма спектрограмм сигналов с трех каналов V_x , V_y и V_z. Как видно на рис. 1, в принятом сигнале выделяются несколько типов волн с различной поляризацией и с различными скоростями распространений. Первой приходит волна, дающая основной вклад на канале V_x, причем дисперсии групповой скорости этой волны не наблюдается. Следующей приходит волна, наиболее заметная на канале V_v; дисперсия этой волны также не проявляется. Далее вступает широкополосный сигнал, энергия которого сосредоточена в высокочастотной области f > 250 Гц и после этого наблюдается последняя волна, у которой ярко проявляются дисперсионные свойства – вначале приходят высокие частоты, после чего низкие.

Ледовая пластина является волноводом, акустическое поле в котором представляет собой сумму мод. На низких частотах f, когда $f \cdot h < 100 \ {\rm Fu} \cdot {\rm m}$, здесь h – толщина льда, основной вклад в регистрируемый сигнал дают четыре моды [2]: нулевые симметричная и антисимметричная моды Лэмба (в дальнейшем обозначаются S_0 и A_0 , соответственно), горизонтально поляризованная мода (SH_0) и гравитационная изгибная мода. Мода S_0 на рассматриваемых низких частотах практически совпадает с

223

продольной волной во льду, не диспергирует и дает основной вклад на канале векторного приемника, направленного на источник (V_r) – это первая из пришедших на векторный приемник волн (рис. 1). Горизонтально поляризованная SH₀ мода также не проявляет дисперсионных свойств на низких частотах, распространяется со скоростью поперечных волн и дает основной вклад на горизонтальном канале V_v – это вторая из пришедших на векторный приемник волн (рис. 1). Гравитационная изгибная мода на низких частотах совпадает с волной Шолте – медленной поверхностной волной, распространяющейся вдоль границы «лед-вода», дисперсия которой проявляется заметно. Это последняя из пришедших на векторный приемник волн, дающая основной вклад на вертикальном канале V_{r} , а также присутствующая на канале V_{r} в силу эллиптической поляризации этой волны в вертикальной плоскости. Тип полны, преобладающей в высокочастотном диапазоне f > 250 Гц (см. рис. 1б) на текущем этапе исследований однозначно не определяется. Это может быть как антисимметричная мода A₀, так и сигнал, переотраженный от дна водоема, или иной тип волн. Присутствие вкладов отмеченных выше мод и на других каналах векторного приемника может быть связано с неидеальностью позиционирования этих каналов при установке приемника во льду. На текущем этапе обработки экспериментальных данных важно, что удалось выделить основные типы мод, формирующие низкочастотные колебания ледовой пластины. С одной стороны, выделенные моды соответствуют данным других авторов [2], с другой стороны, полученные результаты демонстрируют возможности используемого типа векторных приемников для мониторинга состояния льда, что является новым практическим результатом.

Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ № 23-27-00271.



Рис 1. Пример временных реализаций сигналов $V_{x,y,z}(t)$ (a) от удара кувалдой по поверхности льда, а также сумма спектрограмм $\langle S(\tau, f) \rangle_{zyz}$ этих сигналов (б).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Собисевич А.Л., Преснов Д.А., Шуруп А.С. // Акуст. журн. 2021. Т. 67. С. 72.
- 2. Serripierri A., et al. // The Cryosphere. 2022. V. 16ю. No. P. 2527.
- 3. Преснов Д.А., Собисевич А.Л., Шуруп А.С. // Акуст. журн. 2023. Т. 69 (5). С. 637-651.
- 4. Гордиенко В.А. "Векторно-фазовые методы в акустике". М.: Физматлит, 2007.

Характеризация губчатых композитов на основе природных биополимеров методами импульсной акустической микроскопии

Ю.С. Петронюк¹, Е.А. Храмцова¹, К.Г. Антипова², С.Г. Васильева³, А.Н. Богаченков¹, Соловченко А.Е.³, Григорьев Т.Е.²

¹ФГБУН «Институт биохимической физики им. Н.М. Эмануэля Российской академии наук», Москва, РФ ²НИЦ «Курчатовский институт», Москва, РФ

³Биологический факультет Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова, Москва, РФ

<u>jps7@mail.ru</u>

Импульсная акустическая микроскопия (AM) успешно применяется в материаловедении для изучения структуры и упругих свойств композитов и неоднородных сред [1-2]. Неинвазивность метода является особенно актуальной для биологических исследований и в смежных с ней областях, поскольку позволяет наблюдать динамику развития и анализировать влияние внешних воздействий [3].

В данной работе описана методика измерения и приведены результаты исследования пористых губчатых материалов на основе хитозана методом акустической микроскопии. Исследуемый композитный сорбент в виде губки разрабатывается для решения экологических задач по очистке водоёмов от фармакологических отходов. Основу губок составляет хитозан, сшитый глутаровым альдегидом. Для улучшения функциональных, механических и сорбционных свойств применяли наполнитель из мицелия, а также заселение микроводорослями. Полученные композитные материалы обладают повышенной способностью к сорбции и утилизации продуктов, загрязняющих водоём. Однако введение в хитозан мицелия меняет его механические свойства, что может приводить к досрочной деградации губки и затруднениям в её последующей утилизации. В этой связи характеризация упругомеханических свойств и наблюдение микроструктурных изменений в объеме интактным методом AM оказывается актуальной.

Метод АМ позволил получить визуализацию микроструктуры на поверхности и в объеме образцов, оценить влияние наполнения мицелием на упруго-механические свойства биокомпозита, наблюдать степень эволюции композита в водной среде в симбиозе с биоактивным компонентом (водорослями) [4].

В акустических системах визуализации высокого разрешения применяются высокочастотные импульсы фокусированного ультразвука (50 МГц и выше), что позволяет эффективно разделять эхосигналы по времени задержки и, таким образом, визуализировать тонкие слои внутри интактных образцов.

На рисунке 1 представлены акустические изображения образца хитозановой губки с 50 масс. % содержанием мицелия и клетками зеленой микроводоросли *Lobosphaera* для эволюционного срока 30 суток. Образцы сорбента содержались при условиях естественного освещения и комнатной температуре. На изображениях приповерхностного слоя наблюдались крупные поры диаметром порядка 1 мм. В объеме образца диаметр пор составляет 0.2 - 0.3 мм.

Скорость звука и затухание измерялись для интактных образцов без нагрузки, а затем с нагрузкой в акустической ячейке. На рисунке 2 показана принципиальная схема экспериментальной акустической ячейки. В качестве подложки (1) и (4) использовалась стандартная чашка Петри из полистирола, внутри которой размещался образец губки (2) в сохраняющей водоросли жидкости (3). В качестве иммерсионной среды (0) для акустической линзы использовалась дистиллированная вода.



Рис. 1 Акустические изображения внутренней микроструктуры интактного образца хитозановой губки с 50% содержанием мицелия и иммобилизированными клетками зеленой микроводоросли *Lobosphaera*: Сскан приповерхностной зоны (слева) и B/D скан (справа). 30 суток культивирования в условиях естественного освещения и комнатной температуры.



Рис. 2 Схема и акустическое изображение экспериментальной акустической ячейки: 1 и 4 – чашка Петри, 2 – образец, 0 – иммерсионная жидкость, 3 – среда для образца, 5 – излучатель, Р – давление на образец.

Применение акустической линзы с узкой угловой апертурой позволяет рассматривать систему регистрируемых эхоимпульсов от обводненного образца толщиной менее миллиметра в приближении плоской волны. Для измерений затухания и скорости звука в работе использовались линзы с апертурой 11° и частотой 30-60 МГц. В этом случае фокальная перетяжка имела существенную длину фокальной области \approx 3 мм, что существенно превосходит толщину исследуемых образцов (d = 0.5-0.8 мм). В этом случае модель принимаемого акустической линзой сигнала s(t) может быть представлена в виде последовательности эхо-импульсов измерительной системы:

$$s(t) = A \cdot \begin{bmatrix} h_0 \cdot p_0(t) + h_1 \cdot p_1 \left(t - \frac{2d_1}{c_1} \right) \cdot \exp(-2\alpha_1 d_1) + \\ + h_2 \cdot p_2 \left(t - 2 \left(\frac{d_1}{c_1} + \frac{d_2}{c_2} \right) \right) \cdot \exp(-2(\alpha_1 d_1 + \alpha_2 d_2)) \end{bmatrix}$$
(1)

где A – приемопередаточная характеристика измерительной системы; $p(t) = \exp(-i\omega t)$, d_1 - толщина верхнего слоя ячейки; d_2 – расстояние внутри ячейки; c_1 – скорость продольного звука в материале ячейки; c_2 – скорость звука в биокомпозитном образце; α_1 и α_2 – коэффициенты затухания в материале ячейки и композитном образце, соответственно. Амплитудный коэффициент h обусловлен эффективностью отражения и прохождения зондирующего ультразвукового импульса в слоях экспериментальной ячейки. Поскольку пористость очень велика (>90%), акустические свойства обводненной губки оказываются достаточно близкими к свойствам самой воды, то коэффициенты отражения на границе образца с подложкой меняются незначительно. В этом случае существенный вклад в изменение амплитуды эхо-сигнала от образца вносит рассеяние на структурных элементах, и для количественной оценки используются измерение Для коэффициента затухания α_2 ультразвука. малой угловой апертуры и позиционирования фокуса зондирующего пучка на границу между образцом (2) и подложкой (4) (рис. 1) соотношение амплитуд регистрируемых эхосигналов $s_2(t)$ и $s'_2(t)$ позволяет получить величину затухания в образце по известной формуле [5]:

$$\alpha = \frac{1}{d} 20 \cdot \lg \frac{h_2'}{h_2} \tag{2}$$

где h_2 – характеристика сигнала, прошедшего через исследуемый образец; h'_2 – импульс прохождения волн через жидкость внутри ячейки без образца. Скорость продольных упругих волн c_2 определяется эхо-импульсным методом по времени пробега в образце [5]:

$$t_2 = 2d/c_2,\tag{3}$$

Измерение времени пробега при отсутствии образца в акустической ячейке позволяет определить толщину образца d, которая соответствует высоте иммерсионной ячейки (Рис. 1). Форма импульсов учитывается при измерении интервалов задержки t_2 и t'_2 , её трансформация происходит в соответствии с теоретическим рассмотрением, описанным в работах [6].

Заключительная стадия исследований включала в себя измерение упругомеханических свойств сорбентов при одноосном сжатии в набухшем состоянии. Для этого обеспечивалось контролируемое давление на образец. Были получены значения модуля Юнга. АМ визуализация позволила наблюдать изменение структуры in-situ непосредственно при сжатии. АМ метод позволил измерить деформацию, затухание и скорость звука, наблюдать возможные изменения микроструктуры по глубине. Было показано, что скорость звука меняется слабо и затухание служит основным критерием для характеризации композита методом AM. Кроме того, изменение размера пор служит признаком старения и деградации губчатых образцов. Исследования были выполнены для хитозановых губок с 25, 50 и 75 масс. % добавкой мицелия и заселением микроводорослями. Работа последующим выполнена в рамках государственного задания ИБХФ РАН и НИЦ «Курчатовский институт».

ЛИТЕРАТУРА

1. Zinin P.V. "Handbook of Elastic Properties of Solids, Liquids and Gases". Academic Press, 2001.

- 2. Briggs A., Kolosov O. "Acoustic Microscopy". Oxford University Press, 2009.
- 3. Петронюк Ю.С. и др. // Изв. РАН. Сер. физ.. 2020. V. 84, No 6, P. 799.
- 4. Stanier R., et al // Bacteriol. Rev. 1971. V. 35. P. 171.
- 5. Мэзон У. "Физическая акустика" М.: Мир, 1966.
- 6. Petronyuk Y.S., Levin V.M., Titov S.A. // Physics Procedia, 2015. V. 70, P. 626.

Трехмерная модель сейсмоакустической поверхностно-волновой томографии с использованием полосчатого базиса

Д.Д. Позднякова¹, Д.А. Преснов², А.С. Шуруп^{1,2,3} ¹Московский Государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики ²Инситут физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук ³Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН d pozdnyakova@live.ru

Поверхностно-волновая томография [1] относится к перспективным методам исследования глубинных структур Земли как на суше, так и на дне океана [2]. Поверхностные сейсмоакустические волны затухают медленнее по сравнению с объемными волнами, что позволяет использовать их для мониторинга больших регионов. Глубина проникновения поверхностных волн зависит от частоты, что дает информацию о характеристиках среды, расположенных на разных глубинах, при использовании широкополосного режима зондирования. Это позволяет свести трехмерную обратную задачу к набору двумерных для различных частот [3]. Результатом решения двумерных задач являются пространственные распределения групповых или фазовых скоростей поверхностных волн в горизонтальной плоскости на разных частотах, то есть дисперсионные зависимости, которые на следующем шаге инвертируются в трехмерные распределения характеристик среды, например, в скорости поперечных волн [2]. В настоящей работе рассматривается трехмерная томографическая схема восстановления параметров неоднородных геофизических сред, использующая в качестве исходных данных времена распространения поверхностных волн Рэлея в различных частотных диапазонах. При этом восстановление трехмерных неоднородностей среды осуществляется без промежуточного этапа реконструкции дисперсионных зависимостей фазовых или групповых скоростей поверхностных волн. С одной стороны, это упрощает решение обратной задачи, делает его менее ресурсозатратным, с другой стороны – позволяет учесть дополнительные связи между характеристиками среды на разных глубинах и в разных географических точках.

Предполагается, что в рассматриваемой области и на ее границе расположены источники и приемники, возбуждающие и регистрирующие поверхностные волны, траектории распространения которых достаточно плотно покрывают исследуемую область [1]. Получение данных о временах распространения поверхностных волн через исследуемую область возможно и в пассивном режиме, не требующем использования дорогостоящих низкочастотных сейсмических излучателей [2]. Возмущение времен распространения находится как разность между известными экспериментальными и рассчитанными теоретическими временами распространения поверхностных волн между *i*-ми парами источник-приемник на заданной частоте f. С учетом малости вызванных неоднородностями возмущений скоростей в реальных средах предполагается близкая к линейной зависимость между возмущением скорости поперечных волн $\Delta c_s(\vec{r})$ и вызванным им возмущением времени распространения поверхностной волны $\Delta t_i(f)$ [3]:

$$\Delta t_i(f) = t_i^{exp} - t_i^{teor} \sim \Delta c_s(\vec{r}), \qquad (1)$$

где t_i^{exp} и t_i^{teor} – времена распространений поверхностной волны между *i*-ой парой источник-приемник в неоднородной среде и в известной фоновой среде, соответственно;

 $\vec{r} = \{x, y, z\}$ – трехмерный радиус-вектор. Ставится задача оценки $\Delta c_s(\vec{r})$ по данным $\Delta t_i(f)$. Для решения этой задачи восстанавливаемые неоднородности $\Delta c_s(\vec{r})$ раскладываются по базисным функциям $\theta_i(\vec{r})$:

$$\Delta c_s(\vec{r}) = \sum_{j=1}^J x_j \theta_j(\vec{r}), \qquad (2)$$

здесь x_j – неизвестные коэффициенты разложения по базису. При решении томографических задач необходим такой базис, с помощью которого можно описать ожидаемые возмущения характеристик среды и который будет прост для численной реализации решения обратной задачи. В настоящей работе используется полосчатый базис (рис. 1а), ранее разработанный и применяемый для восстановления параметров водной толщи океана [4]. Он представляет собой набор параллельных полос, равномерно покрывающих рассматриваемую область и поворачиваемых с равным угловым шагом. Базисные функции $\theta_j(\vec{r})$ представляют собой «базисные» возмущения скоростей поперечных волн, локализованные в базисных полосках (рис. 1а).



Рис. 1. Полосчатый базис (а); модель литосферы Тихого океана в районе Гавайского архипелага (б).

Для нахождения неизвестных коэффициентов x_j разложения неоднородностей по базисным функциям рассматривается система линейных уравнений:

$$AX = \Delta T , \qquad (3)$$

где ΔT – столбец, состоящий из экспериментально измеренных времен возмущений Δt_i ; A – матрица возмущений, элементами которой являются вычисляемые возмущения времен Δt_{ij} распространений поверхностных волн между *i*-ой парой источник-приемник в среде с неоднородностью, заданной *j*-ой базисной функцией $\theta_j(\vec{r})$; X – столбец коэффициентов разложения x_j трехмерной неоднородности $\Delta c_s(\vec{r})$ по базисным функциям $\theta_j(\vec{r})$. Система (2) подразумевает, что экспериментально измеряемые возмущения времен Δt_i , вызванные



Рис. 2. а) Заданная слоистая среда с максимальным возмущением скорости поперечных волн, равным 5% от значения в невозмущенной среде; б) восстановленная слоистая среда без обнуления блоков матрицы возмущений со слоями и частотами, в которых не выполняется условие линейности; в) с обнулением блоков матрицы возмущений.

присутствием искомой неоднородности $\Delta c_s(\vec{r})$, могут быть представлены в виде линейной комбинации возмущений времен Δt_{ij} , вызванных базисными функциями $\theta_j(\vec{r})$: $\Delta t_i = \sum_{j=1}^{J} \Delta t_{ij} x_j$. Регуляризованное МНК-решение системы (3) имеет вид: $\hat{X} = (A^+A + \varepsilon E)^{-1} A^+ \Delta T$, где E – единичная матрица; ε – коэффициент регуляризации Тихонова; символ «+» означает Эрмитово сопряжение. Найденные решения \hat{x}_j системы (3)

дают оценку искомых неоднородностей: $\Delta \hat{c}_s(\vec{r}) = \sum_{j=1}^J \hat{x}_j \theta_j(\vec{r})$.

Для численного исследования обсуждаемой томографической схемы использовалась модель среды, соответствующая экспериментальным данным, полученным в [2]. Рассматриваемая модель состоит из 12 слоев, каждый из которых имеет постоянные характеристики: скорости продольных и поперечных волн в среде (рис. 1б), плотность и толщину. Толщина слоев варьируется от 2,5 до 10 км и увеличивается по мере увеличения глубины [2]. Радиус исследуемой области $R \approx 800$ км. В каждом слое заданы 120 базисных элементов: 8 полос и 15 углов поворота. Используются данные от 328 пар источник-приемник на 17 частотах в диапазоне от 0.03 до 0.07 Гц. В качестве примера работоспособности рассматриваемой томографической схемы на рис. 2 приводятся результаты восстановления двух неоднородностей с противоположными по знаку возмущениями скорости:

$$c_{s}(x, y, z) = c_{0}(z) \left\{ 1 + \Lambda \sum_{i=1}^{2} \exp\left(-\frac{(x - x_{0}^{(i)})^{2} + (y - y_{0}^{(i)})^{2}}{2\sigma_{xy}^{2}}\right) \exp\left(-\frac{(z - z_{0})^{2}}{2\sigma_{z}^{2}}\right) \right\},$$
(4)

где c_s , c_0 – скорости поперечных волн в неоднородной и в однородной средах, соответственно; $x_0^{(i)}$, $y_0^{(i)}$, i = 1, 2, z_0 – координаты центров неоднородностей; σ_{xy} и σ_z – среднеквадратичные отклонения в горизонтальной и вертикальной плоскостях, соответственно; Λ – коэффициент, задающий максимальное отклонение скорости относительно невозмущенного значения. Для случая, представленного на рис. 2a,

 $x_0^{(1)} = y_0^{(1)} = -250$ км, $x_0^{(2)} = y_0^{(2)} = 250$ км, $\sigma_{xy} = 150$ км, $\sigma_z = 15$ км, $\Lambda = 0.05$. Результаты численного решения обратной задачи представлены на рис. 26, где видно, что форма неоднородностей, их расположение, а также амплитудные значения восстановлены с приемлемой точностью.

Результаты восстановления можно улучшить, если для разных частот f рассматривать не все базисные функции $\theta_j(\vec{r})$, а выбирать те из них, для которых линейное приближение (1) выполняется наиболее явно (рис. 3). Так, например, на частоте 0.07 Гц использование $\theta_j(\vec{r})$, расположенных на глубинах ниже ≈ 12 км не целесообразно, в то время как на частоте 0.03 Гц имеет смысл рассматривать все глубины расположения базисных функций (рис. 3). Результат восстановления рассматриваемых неоднородностей с учетом отмеченной особенности, представлен на рис. 2в. На рис. 2в видно, что результаты локализации и оценки амплитудных значений неоднородностей в этом случае улучшились.



Рис. 3. Проверка линейной зависимости возмущения времени распространения поверхностной волны Δt при возмущении скорость поперечной волны Δc_s в среде на частотах 0.03 Гц (а) и 0.07 Гц (б). Полученные результаты позволяют оценить область относительных контрастов, соответствующую реальным значениям.

В итоге, представленные в работе результаты численного моделирования указывают на возможность восстановления трехмерных неоднородностей с помощью развиваемой схемы поверхностно-волновой томографии. Предполагается, что в будущем данный метод может лечь в основу совместного восстановления параметров водной толщи и дна океана, в том числе в рамках пассивной сейсмоакустической томографии.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Т.Б. Яновская "Поверхностно-волновая томография в сейсмологических исследованиях" СПб.: Наука, 2015.
- 2. С.А. Тихоцкий и др. // Акуст. журн. 2021. Т. 67. № 1. С. 107-116.
- D.A. Presnov, A.L. Sobisevich, A.S. Shurup // Phys. Wave Phenom. 2016. Vol. 24. No. 3, pp. 249–254.
- 4. В.А. Буров, С.Н. Сергеев, А.С. Шуруп // Акуст. журн. 2021. Т. 57. № 3. С. 348-363.

Эволюция подводного течения и звуковое излучение при ударе заряженной капли о поверхность воды

В.Е. Прохоров

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва, <u>prohorov@ipmnet.ru</u>

При столкновении капли о водной поверхностью образуется два типа звукового излучения – ударное, представляющее собой короткий импульс, и резонансное – пакет с почти с гармоническим наполнением и изменяющейся во времени амплитудой. Существование обоих видов сигналов определяется как массой капли, так и – в большей степени – скоростью соударения [1]. Сигналы второго типа создаются воздушными пузырями, образующимися при отрыве от подводной каверны. Динамика геометрии пузыря и ее связь с частотой излучаемого звука разработаны для случая идеальной сферической симметрии [2]. В реальных условиях форма отрывающегося пузыря далека от сферической, однако при определенных условиях возникают пузыри с признаками вращательной симметрии [3,4], что позволяет рассчитать их объемы по плоским изображениям на кадрах скоростной видеосъемки. Более того, если контур горизонтального сечения пузыря представляет собой окружность, в некоторых случаях даже отсутствие вертикальной симметрии не мешает вычислению объема (например, если пузырь представляет собой конус).

Симметричные пузыри появляются при случайном сочетании физикохимических свойств падающей капли, свободной поверхности и воздушной среды. Подобные условия, однажды возникнув, могут сохраняться неопределенное время, обеспечивая появление симметричных пузырей. При повторении опыта через какое-то время при тех же внешних условиях режим симметричных пузырей не возобновляется. Как показали опыты, данный режим весьма чувствителен к массе отрывающейся капли, которым можно варьировать, лишь изменяя размер выходного сопла капилляра, или регулируя расход – оба способа не обеспечивают плавной подстройки.

В настоящих опытах тонкая настройка размера капли достигнута с помощью электростатического поля, приложенного к двум электродам – выходному наконечнику капилляра и плоскому электроду, находящемуся в приемной кювете. При такой конфигурации силы поверхностного натяжения, удерживающие каплю на срезе капилляра, преодолеваются совместным действием гравитации и электрического поля, и, меняя напряжение, можно плавно изменять объем (массу) отрывающейся капли.

Опыты выполнены на установке "Динамика заряженной капли" (Dynamics of Charged Drops) из состава "ГФК ИПМех РАН" [5]. Капли со средним размером 0.4 мм отрывались от капилляра диаметром 1 мм с высоты 54 см. Источник высокого напряжения (0-30 кВ) подключен одним полюсом к металлическому наконечнику сопла, а другим – к электроду, покрывающему поверхность дна лотка размером 60х40х10 сm, в который падала оторвавшаяся капля. Видеосъемка проводилась камерой i-SPEED 717 (*iX Cameras*) со скоростью 75000 к/с. Подсветка производилась прожекторами GODOX. Измерительная головка гидрофона (ГИ-54) располагалась на глубине 17 см на продолжении линии падения капли.

Объем оторвавшейся капли зависит от напряжения нелинейно – малая крутизна dV/dU, характерная при относительно невысоких напряжениях, заметно увеличивается (по модулю) с ростом напряжения (рис. 1). Расход жидкости q через капилляр, указанный для кривых на рис. 1, измерялся при отсутствии напряжения.

Сценарии отрыва каверны, реализуемые при нескольких значениях напряжения, показаны на рис.2. При данных геометрических параметрах – высоте отрыва капли, размере капилляра, расходе жидкости и объеме капли (рис. 1, кривая 2) – разрыв подводного течения в отсутствии напряжения происходит по линии соприкосновения каверны со свободной поверхностью (рис. 2а). Сужение в средней части каверны не успевает истончиться, до такой степени, чтобы формирующийся пузырь мог отделиться.



Рис. 1. Зависимость объема отрывающейся капли от напряжения при различных значениях расхода. Кривые 1-3: $q = 11, 15, 20 \text{ MM}^3/\text{c}$.

Подача напряжения U = 2.5 кВ приводит к слабому уменьшению объема капли и, в то же время, резкому изменению процесса отрыва подводного течения – при сохранении линии разрыва "каверна-поверхность" происходит отрыв пузыря и в месте сужения каверны (рис. 26). Образовавшийся пузырь представляет собой бесформенное тело без признаков симметрии. При дальнейшем росте напряжения (U = 4.0 кВ) каверна сохраняет целостность длительное время, в течение которого в ней формируется перетяжка, разрывающаяся в конечном итоге с образованием воздушного пузыря с качественной симметрией (рис. 26). На стадии стягивании к свободной поверхности остаток каверны отделяется и разрушается с образованием разноразмерных пузырьков.



Рис. 2. Отрыв подводной части течения при напряжениях, *а-в*, *U* = 0, 2.5 и 4 кВ. Скорость видеосъемки 75000 к/с. Период отрыва капли от капилляра 42 с. Деление 2 мм.

Динамика отрыва пузыря прослеживается на рис. 3, на основном поле которого – временная зависимость объема V каверны, ограниченного горизонтом отрыва пузыря и его нижним краем. Начало выделенного участка совпадает с моментом отрыва пузыря (рис. 2e). На вставке a – запись акустического давления p, начиная с момента отрыва пузыря. Временная шкала совпадает с основной шкалой. Начальные осцилляции акустического сигнала и объема V близки по форме, а пиковые частоты их спектров практически совпадают (вставка δ). Низкочастотная фильтрация массивов V и p (вставке e) дает два пакета, начальные осцилляции которых совпадают по периоду и фазе.



Рис. 3. Зависимость от времени объема V. Вставки: *a* – акустический пакет, *б* – спектры выделенного участка 1 и акустического пакета 2 (пиковая частота 4 кГц), *в* – результат фильтрации осцилляций массивов V (1) и *p* (2). Начальное время – момент запуска совместной видео- и акустической записи.

Конечный участок графика акустического давления (вставка *a*) содержит фрагмент высокочастотного пакета, излучаемого одним из пузырьков (наиболее крупным), образовавшихся при разрушении остатка каверны.

Работа выполнена в Лаборатории механики жидкостей ИПМех РАН при поддержке Минобрнауки РФ в рамках Госзадания, номер госрегистрации: 124012500442-3.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Прохоров В.Е. ЖЭТФ. 2018. Т. 153. № 4. С. 584. doi: 10.7868/S0044451018040053
- 2. Leighton T. G. The Acoustic Bubble (Academic Press, London, 1994)
- 3. Prokhorov V.E. Phys. Fluids 33, 083314 (2021); https://doi.org/10.1063/5.0058582
- 4. Prokhorov V.E. Phys. Fluids **35**, 033314 (2023). doi: 10.1063/5.0140484.
- 5. УИУ «ГФК ИПМех РАН: Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере: <u>http://www.ipmnet.ru/uniqequip/gfk/#equip</u>.

Временной подход к численному моделированию генерации низкочастотного излучения при импульсной накачке

М.С. Сергеева¹, А.В. Квашенникова¹, П.В. Юлдашев¹, И.Б. Есипов², В.А. Хохлова¹ ¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет ²Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина s masha ss@mail.ru

При взаимодействии двух интенсивных высокочастотных гармонических волн накачки в среде происходит генерация кратных гармоник волн накачки и комбинационных спектральных компонент как на высоких, так и на низких частотах. Область генерации в среде определяется затуханием первичных волн и формирует параметрическую антенну бегущей волны, излучающую низкочастотные комбинационные составляющие спектра накачки [1]. Размеры этой антенны, как правило, существенно превосходят длину волны комбинационных частот и не имеют определенных границ, что обеспечивает высокую направленность сформированного таким образом низкочастотного излучения с подавлением боковых лепестков, а также возможность перестройки разностной частоты в широком диапазоне при использовании излучателей накачки небольших размеров по сравнению с длиной волны низкочастотного излучения [2]. Генерация волны разностной частоты при взаимодействии двух гармонических волн накачки является частным случаем более общего явления нелинейной генерации низкочастотного излучения при начальном возбуждении среды мощными высокочастотными импульсами, что называется самодемодуляцией [3]. Ряд упомянутых выше преимуществ такого процесса формирования низкочастотного звука делает параметрические антенны одним из важных инструментов подводных и воздушных исследований [4-5].

Задача о параметрической генерации низкочастотного излучения высокочастотной импульсной накачкой в одномерном случае для плоской волны описывается уравнением Бюргерса [6], учитывающим эффекты нелинейности и поглощения:

$$\frac{\partial P}{\partial Z} = \frac{1}{2} \frac{\partial P^2}{\partial \theta} + \Gamma \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2},\tag{1}$$

где $P = p/p_0$ – акустическое давление, нормированное на максимальную амплитуду начального импульсного сигнала, $Z = z/l_{\rm sh}$ – нормированная на длину нелинейности $l_{\rm sh}$ координата распространения волны, $l_{\rm sh} = \rho_0 c_0^3 / p_0 \beta \omega_0$, $\theta = 2\pi f_0(t - z/c_0)$ – время в бегущей системе координат, f_0 – несущая частота импульса, $\Gamma = \delta \rho_0 \omega_0 / (2\beta p_0) = l_{\rm sh} / l_{\rm diss}$ – число Гольдберга, равное отношению длины нелинейности к длине поглощения $l_{\rm diss} = 2c_0^3 / \delta \omega_0^2$, c_0 – скорость звука в среде, ρ_0 – плотность среды, β и δ – коэффициенты нелинейности и термовязкого поглощения.

Основную сложность при решении уравнения (1) в ударноволновых режимах в спектральном представлении составляет расчет нелинейного оператора ввиду необходимости учета большого количества спектральных компонент, состоящих из гармоник накачки и множества комбинационных частот. В наших предшествующих публикациях был разработан спектральный алгоритм решения уравнения Бюргерса при параметрическом взаимодействии двух гармонических волн накачки и были предложены различные способы оптимизации вычисления нелинейного оператора для уменьшения процессорного времени при сохранении достаточной точности расчета амплитуды давления волны разностной частоты [7-8]. Однако в случае импульсных сигналов, спектр которых непрерывен, такой подход неприменим ввиду квадратичной зависимости числа операций от количества гармоник [9] и, как следствие, существенного

увеличения требуемых вычислительных мощностей. Поэтому целью данной работы являлось решение уравнения (1) во временном представлении с помощью явной шеститочечной консервативной схемы типа Годунова [10] (рис. 1, (а)) второго порядка точности по времени θ . Выбор данной схемы для описания ударноволновых режимов распространения волн обусловлен малым внутренним поглощением алгоритма, что позволяет с высокой точностью описывать разрывы в профиле волны, используя при этом на них всего лишь 3-4 узла численной сетки [11].



Рис. 1. (а) – шеститочечная схема типа Годунова; (б–ж) – начальные профили и спектры: фазовомодулированных сигналов с гауссовой (б, д) и гипергауссовой (в, е) огибающей, (г, ж) – импульсный ЛЧМ сигнал.

Решение уравнения (1) на каждом последующем шаге (n+1) по координате распространения волны Z для всех временных узлов *j* строилось следующим образом:

$$P_{j}^{n+1} = P_{j}^{n} + \frac{\Delta Z}{\Delta \theta} \left(H_{j+\frac{1}{2}}^{n} \left(Z \right) - H_{j-\frac{1}{2}}^{n} \left(Z \right) \right) + \Gamma \frac{\Delta Z}{\Delta \theta^{2}} \left(P_{j+1}^{n} - 2P_{j}^{n} + P_{j-1}^{n} \right).$$
(2)

здесь ΔZ , $\Delta \theta$ – шаги по координате и времени, соответственно, $H_{j\pm\frac{1}{2}}^{n}$ – потоки через центры ячеек, которые вычисляются так:

$$H_{j\pm\frac{1}{2}}^{n}(Z) = \frac{1}{4} \left(\left(P_{j\pm\frac{1}{2}}^{+} \right)^{2} + \left(P_{j\pm\frac{1}{2}}^{-} \right)^{2} \right) + \frac{a_{j\pm\frac{1}{2}}^{n}(Z)}{2} \left(P_{j\pm\frac{1}{2}}^{+} - P_{j\pm\frac{1}{2}}^{-} \right).$$
(3)

Локальная скорость распространения волны в центре ячейки рассчитывалась по формуле: $a_{j\pm\frac{1}{2}}^{n}(Z) = \max \left| P_{j\pm\frac{1}{2}}^{+}, P_{j\pm\frac{1}{2}}^{-} \right|$; давления справа и слева от узла сетки (n, j) равны:

$$P_{j+\frac{1}{2}}^{+} = P_{j+1}^{n}\left(Z\right) - \frac{\Delta\theta}{2} \left(\frac{\partial P}{\partial\theta}\right)_{j+1}^{n}; P_{j+\frac{1}{2}}^{-} = P_{j}^{n}\left(Z\right) + \frac{\Delta\theta}{2} \left(\frac{\partial P}{\partial\theta}\right)_{j}^{n}$$
(4)

а производные в (4) для повышения устойчивости алгоритма – по формуле (5):

$$\left(\frac{\partial P}{\partial \theta}\right)_{j}^{n} = \min \mod\left(\frac{\eta\left(P_{j}^{n} - P_{j-1}^{n}\right)}{\Delta \theta}, \frac{P_{j+1}^{n} - P_{j-1}^{n}}{2\Delta \theta}, \frac{\eta\left(P_{j+1}^{n} - P_{j}^{n}\right)}{\Delta \theta}\right),\tag{5}$$

где значение весового коэффициента η выбирается из промежутка $1 \le \eta \le 2$. В данной работе выбрано $\eta = 2$, что соответствует наиболее точному решению.

Третье слагаемое в (2) является центрально-разностной аппроксимацией оператора поглощения в уравнении Бюргерса (1). Введенная таким образом численная схема имеет второй порядок точности по времени θ и первый – по координате Z.

В качестве начальных импульсных сигналов для численного моделирования были рассмотрены: модельные фазово-модулированные сигналы с центральной частотой
$$f_0 = 3.5 \text{ M}\Gamma$$
ц и огибающими в виде гауссовой и гипергауссовой функций:
$$\exp\left(-\left[\frac{2t}{T}\right]^{2m}\right)\sin\left(2\pi f_0 t + \frac{(2\pi f_0 t)^2}{275\pi}\right), \text{ где } m = 1 \text{ (гаусс, рис. 1, (б, д)) и } m = 5 \text{ (гипергаусс, рис. 1, (б, д)) и } m = 5 \text{ (гипергаусс, рис. 1, (б, д)) и } m = 5 \text{ (гипергаусс, рис. 1, (б, д)) и } m = 5 \text{ (гипергаусс, рис. 1, (б, д)) и } m = 5 \text{ (гипергаусс, рис. 1, (б, д)) } m = 5 \text{ (гипергаусс, рис. 1, (f, g, g)) } m = 5 \text{ (гипергаусс, рис. 1, (f, g, g)) } m = 5 \text{ (гипергаусс, рис. 1, (f, g, g)) } m = 5 \text{ (г$$

рис. 1, (в, е)), $T = 50\pi/\omega_0$ [3]; импульсный сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), характерный для подводной параметрической антенной решетки И представляющий собой сумму импульса накачки с гармоническим заполнением на частоте $f_0 = 150$ кГц и второго импульса с частотной модуляцией в диапазоне 135-145 кГц (рис. 1, (г, ж)) [12]. На рис. 2 представлены результаты численных расчетов спектров (рис. 2, (а, г)) и профилей (рис. 2, (б, в, д, е)) модельных импульсных сигналов на различных расстояниях в длинах нелинейности для случая слабого проявления поглощения: $\Gamma = 0.1$. Как видно из рисунка, по мере распространения сигнала его спектр переходит из высокочастотной области в область низких частот, т. е. наблюдается явление самодемодуляции [3]. При этом низкочастотная составляющая обоих типов спектров сужается по мере распространения импульса из-за поглощения более высоких частот. Спектр импульса с исходно гипергауссовой огибающей (г) оказывается шире, чем импульса с гауссовской огибающей (a) при всех Z > 0, что объясняется его более широким начальным спектром при Z = 0 и бо́льшим отличием межли частотами, что приводит к более сильной генерации взаимодействующими низкочастотной части спектра [7]. Для случая сильного поглощения ($\Gamma = 1$), численное решение оказалось близким с аналитическим [13] (рис. 2, (в, е)), полученным для квазилинейного распространения волны и пропорциональным первой производной квадрата огибающей импульса. Данное сравнение свидетельствует о корректном применении метода Годунова в развитом численном алгоритме.



Рис. 2. Спектры (а, г) и профили давления (б, в, д, е) модельных импульсных сигналов для режима слабого поглощения ($\Gamma = 0.1$): (а–в) – гауссовая огибающая, (г–е) – гипергауссовая огибающая; (в, е) – сравнение профилей модельных сигналов с аналитическим квазилинейным решением в случае сильного поглощения ($\Gamma = 1$).

На рис. З представлены результаты численного моделирования, полученные для спектров (а) и профилей (б) ЛЧМ импульса [12] при $\Gamma = 0.1$. Как и в случае с модельными сигналами, в спектре на рис. 3, (б) наблюдается эффект самодемодуляции [3]. Хотя начальный спектр ЛЧМ сигнала значительно уже начального спектра модельных импульсов, в силу значительной разницы между максимальной и минимальной частотой в этом спектре при Z = 0, ширина низкочастотной части спектра при Z > 0 оказывается сравнимой с модельными сигналами.



Рис. 3. Спектры (а) и профили давления (б) ЛЧМ импульса на различных расстояниях для режима слабого поглощения ($\Gamma = 0.1$).

Таким образом, в работе был реализован временной алгоритм решения задачи о генерации и распространении низкочастотного излучения в нелинейной среде с поглощением в случае импульсной накачки. Продемонстрирована применимость численной схемы типа Годунова для расчетов в ударноволновых режимах для различных начальных импульсных возбуждений среды. Расчет одномерной задачи является важным шагом при решении полной трехмерной задачи генерации параметрического низкочастотного излучения, которое планируется в дальнейшем.

Работа выполнена при поддержке стипендий фонда «БАЗИС» 23-2-1-46-1 и 20-2-2-21-1.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Зверев // Акустический журнал. 1999. Т. 45. № 5. С. 685.

2. Б.К. Новиков, О.В. Руденко, В.И. Тимошенко "Нелинейная гидроакустика". Л.: Судостроение, 1981.

3. M.A. Averkiou, Y.-S. Lee, M.F. Hamilton // J. Acoust. Soc. Am. 1993. V. 94. No 5. P. 2876–2883.

4. H. Zhou, S.H. Huang, W. Li // Sensors. 2020. V. 20. No 7. P. 2148.

5. W.-S. Gan, J. Yang, T. Kamakura // Appl. Acoust. 2021. V. 73. No 12. P. 1211–1219.

6. О.В. Руденко, С.И. Солуян "Теоретические основы нелинейной акустики". М.: Наука, 1975.

7. А.В. Тюрина и др. // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 2. С. 152–161.

8. М.С. Сергеева и др. // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. 2022. № 4. С. 2240101.

9. J.N. Tjøtta, S. Tjøtta, E.H. Vefring // J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 88. No 6. P. 2859–2870.

10. A. Kurganov, E. Tadmor // J. Comp. Phys. 2000. V. 1. No 1. P. 241-282.

11. М.М. Карзова и др. // Акуст. журн. 2012. Т. 58. № 1. С. 93–102.

12. I. Esipov, K. Naugolnykh, V. Timoshenko // Acoustics today. 2010. V. 6. No 2. P. 20–26.

13. K.-E. Frøysa "Linear and weakly nonlinear propagation of a pulsed-sound beam". University of Bergen, Department of Applied Mathematics, 1991.

Проектирование настраиваемых акустических метаматериалов с применением методов теории рассеяния

Д.В. Смирных, К.В. Дмитриев

Кафедра акустики, МГУ им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, 1, Москва, 119992, Россия smirnykh.dv22@physics.msu.ru

Акустические метаматериалы – это искусственные среды, состоящие из периодически или хаотически расположенных элементов с размерами, меньшими длины волны в среде. Путем выбора определенной конструкции и расположения этих элементов можно наблюдать волновые эффекты, которые обычно не проявляются в "природных" средах. Направление, связанное с созданием и изучением таких эффектов, получило в последние годы большое развитие в оптике и в акустике [1]. Необычные свойства метаматериалов могут быть обусловлены как резонансными явлениями внутри их элементов, когда, несмотря на малый размер, каждый из них создаёт сильное рассеянное поле, так и эффектами многократного рассеяния волн между отдельными элементами [2]. Эти свойства можно использовать, например, при создании акустических линз [3] или метаповерхностей, позволяющих выполнять локальное преобразование фазы и амплитуды падающего на поверхность поля заданным образом [4]. Потенциальные применения включают звуковые системы в медицинской технике, устройства для маскировки, а также технологии звукоизоляции и звукового контроля.

В последнее время получило развитие направление, связанное с созданием настраиваемых акустических метаматериалов, которые предполагают возможность динамического управления свойствами среды. С такой целью можно изменять форму, размер и расположение отдельных элементов метаматериала. Для этого существует несколько способов. Первый из них – механический. Например, метаматериалы, представляющие собой канал с присоединенными к нему резонаторами Гельмгольца позволяют управлять объемом полостей с помощью механического перемещения поршней, изменяя в широких пределах резонансные частоты элементов [5]. Второй способ заключается в использовании пьезоэлектрических модулей [6]. Третий способ предполагает бесконтактное воздействие на элементы метаматериала с помощью магнитного или электрического поля. Например, рассматривается изменение геометрии элемента метаматериала в постоянном электрическом поле [7] или градиентном магнитном поле, создаваемым внешним магнитом [8].

При изучении метаматериалов возникают два важных вопроса. Первый вопрос относится к тому, какие эффекты возникают при различных конструкциях и расположениях элементов метаматериала. Второй связан с тем, как создать такие среды на практике. Подходы, которые применяются для решения обеих задач, включают моделирование методом конечных элементов, определение зонной структуры и вычисление дисперсионных характеристик, а также методы теории рассеяния [9].

В настоящей работе с этой целью предлагается использовать двухшаговый метод проектирования акустического метаматериала. На первом его шаге рассматривается рассеяние акустической волны каждым отдельным элементом метаматериала, и с помощью уравнения типа Липпмана-Швингера определяются их матрицы рассеяния. Этот метод также известен как метод \hat{T} -матриц [10]. На втором шаге распространение акустической волны в среде представляется в виде процесса многократного рассеяния поля между элементами метаматериала, которые задаются совокупностью своих коэффициентов рассеяния [9, 11]. Эта задача может рассматриваться как обратная задача рассеяния или как задача оптимизации геометрических параметров элементов метаматериала. Разделение, применяемое в методе, позволяет, с одной стороны,

моделировать элементы метаматериала с мелким шагом, необходимым для учета деталей их конструкции, которые, как правило, много меньше длины волны. С другой стороны, использование сетки дискретизации с узлами в центрах элементов метаматериала позволяет моделировать участки среды относительно больших размеров. Это в совокупности позволяет существенно ускорять расчет волновых полей в метаматериале.

В качестве иллюстрации метода рассматривается среда в виде периодической решетки элементов цилиндрической формы, помещенных в мягкую резину. Конструкция целиком погружена в воду, в которой распространяется плоская звуковая волна единичной амплитуды (рис. 1). Для подбора параметров цилиндров и последующего расчета акустического поля в среде используется двухшаговый метод. Если в конструкции элементов метаматериала применяются магнитные материалы, на них можно воздействовать, прикладывая внешнее постоянное магнитное поле. При этом резина значительно деформируется, что приводит к изменению расстояния между элементами. Как следствие, изменяется эффективный показатель преломления среды. Это позволяет создавать акустические поля с управляемой конфигурацией, что представляется полезным в ряде задач акустики.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-12-00131, https://rscf.ru/project/24-12-00131/



Рис. 1. Плоская акустическая волна падает на решетку стальных цилиндров, помещенных в резину (а). Внешнее магнитное поле, действующее вдоль горизонтальной оси, приводит к смещению цилиндров, что существенно меняет акустическое поле (б).

ЛИТЕРАТУРА

- T.J. Cui, D.R. Smith, R. Liu "Metamaterials: Theory, Design, and Applications" New York: Springer, 2010.
- 2. Y. Lai et al. // Nat. Mater. 2011. V. 10. No 8. P. 620.
- A. Climente, D. Torrent, J. Sánchez-Dehesa // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 97. No 10. P. 104103.
- 4. Y. Li et al. //Phys. Rev. Appl. 2014. V. 2. No 6. P. 064002.
- O. Richoux, V. Tournat, T. Le Van Suu // Phys. Rev. E. 2007. V. 75. No 2. P. 026615.
- 6. A. Baz // New J. of Phys. 2009. V. 11. No 12. P. 123010.
- 7. S. Xiao et al. // Appl. Phys. Lett. 2015. V. 106. No 9. P. 091904.
- 8. X. Chen et al. // Appl. Phys. Lett. 2014. V. 105. No 7. P. 071913.
- 9. D. Torrent, J. Sánchez-Dehesa // New J. Physics. 2011. V. 13. No 9. P. 093018.
- 10. P.C. Waterman // J. Acoust. Soc. Am. 1969. V. 45. No 6. P. 1471.
- 11. Е.Л. Шендеров "Волновые задачи гидроакустики" Л.: Судостроение, 1972.

Исследование влияния сжимающих напряжений на динамические характеристики глинистых грунтов при различных уровнях сдвиговых деформаций

А.А. Стародумов

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва starodumov.andrey@physics.msu.ru

Динамические характеристики грунтов (динамический модуль сдвига G и коэффициент демпфирования D) характеризуют их как среду распространения колебаний и могут использоваться в тех отраслях геотехнического проектирования, где ожидаются динамические нагрузки на основания сооружений. В настоящее время в практике геотехнических расчетов все чаще применяются механические модели [1], учитывающие нелинейное повышение жесткости грунтов в области малых (от 10^{-6} до 10^{-3}) деформаций сдвига. Для обеспечения подобных моделей параметрами также используются динамические испытания грунтов.

В работе [2], развивающей положения работы [3], установлено, что зависимость модуля сдвига *G* от деформации сдвига *у* может быть описана уравнением вида

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1 + a \cdot \gamma / \gamma_{0.7}},\tag{1}$$

где G_0 – модуль сдвига при сверхмалых деформациях, a – эмпирический коэффициент, равный 0.385, $\gamma_{0.7}$ – деформация сдвига, при которой динамический модуль сдвига составляет около 70 % от G_0 . Пороговой величиной деформации сдвига γ_{td} , разграничивающей область линейного и нелинейного поведения может служить деформация (начала деградации жесткости грунта), при которой $G/G_0 = 0.99$ [4].

Одним из методов определения динамических характеристик грунтов в диапазоне малых сдвиговых деформаций является метод малоамплитудных динамических испытаний на резонансной колонке. Преимуществом метода является возможность проводить испытания в широком диапазоне деформаций и напряжений, кроме того, низкий уровень механического воздействия позволяет отнести данный метод к неразрушающим. Метод резонансной колонки основан на теории распространения волн в упругом изотропном стержне [5]. Исследуемый образец грунта цилиндрической формы помещается в камеру трехосного сжатия, затем подвергается крутильным колебаниям. Находя резонансную частоту, а также зная граничные условия на торцах образца, можно определить скорость распространения сдвиговых волн, а затем, используя плотность образца, и динамический модуль сдвига. Коэффициент демпфирования может быть определен по наблюдению за свободными затухающими колебаниями после отключения крутильного привода в условиях резонанса. Увеличивая амплитуду крутильных колебаний, получают зависимости модуля сдвига и коэффициента поглощения от деформации сдвига, эти зависимости и являются результатом испытания методом резонансной колонки.

В работе исследовано влияние сжимающих напряжений на динамические характеристики глинистых грунтов в области малых сдвиговых деформаций. В качестве объекта исследования выбраны верхневендские морские глины котлинского горизонта (V₂kt), отобранные в городе Санкт-Петербург в интервале глубин 36.7-42 м (образцы 1 и 2) и 62-63 м (образец 3). Данные образцы (рис. 2) представляют из себя серую твердую глину с прослоями алевритов, причем количество прослоев увеличивается с ростом глубины отбора образца. Диапазон сжимающих напряжений для испытаний – от 0.1 МПа до 0.9 МПа с шагом 0.1 МПа.



Рис. 1. Общий вид образцов верхнекотлинских глин

Дополнительно – для сравнения наблюдающихся закономерностей изменения динамических характеристик с ростом деформации сдвига – при близких значениях сжимающих напряжений исследованы динамические характеристики глинистых грунтов с другим типом структуры (по преобладающему типу контактов между структурными элементами грунта). Для этих целей использовались образцы верхнекаменноугольных морских глин воскресенской свиты (C₃vsk) и верхнеюрских морских глин оксфордского яруса (J₃ox), отобранные в городе Москва в интервале глубин 23.8-26.3 м.

Для проведения динамических испытаний использовалась резонансная колонка ГТ 2.3.22 (ООО "НПП Геотек", Пенза). Устройство представляет собой камеру трехосного сжатия с парой магнитоэлектрических приводов, создающих крутящий момент на верхнем торце исследуемого образца, нижний торец образца неподвижен. Каждый магнитоэлектрический привод состоит из двух катушек индуктивности и сердечника – постоянного магнита (рис. 2).



Рис. 2. Схема крутильного привода резонансной колонки ГТ 2.3.22 [6].

При подаче напряжения на катушки индуктивности со стороны постоянного магнита на них действует сила Ампера, пропорциональная силе тока. Таким образом, каждая пара приводов создает момент пары сил. Сила тока создается усилителем низких частот (УНЧ) с обратной связью по току. Обратная связь позволяет держать ток постоянной амплитуды при изменяющемся в зависимости от частоты импедансе электромеханической системы (УНЧ + магнитоэлектрические приводы + активная плита прибора + образец). Форма тока и его величина задаются величиной напряжения на выходе цифро-аналогового преобразователя (ЦАП) [6]. Активная плита прибора снабжена парой акселерометров для измерения виброускорения, которое в свою очередь пересчитывается в виброперемещение, с помощью которого определяется угол закручивания образца. По углу закручивания определяется деформация сдвига.

После задания схемы эксперимента управление испытанием на резонансной колонке ГТ 2.3.22 осуществляется специализированной программой в автоматическом режиме. По завершении испытания формируется текстовый файл, содержащий два набора данных (по количеству акселерометров) зависимостей модуля сдвига от деформации сдвига. Для последующей обработки две эти кривые усреднялись и аппроксимировались методом наименьших квадратов зависимостью вида (1). Для вычисления коэффициента демпфирования была составлена программа в пакете MATLAB. На основе выходных протоколов испытаний (зависимостей виброускорения колебаний от времени) программа определяет коэффициент поглощения на участках записей свободных затухающих колебаний.

Кратко алгоритм программы состоит из следующих пунктов:

1) считывание исходных акселерограмм с двух акселерометров;

2) фильтрация сигналов в диапазоне частот от $f_{pes}/2$ до f_{pes} -1.5 для подавления помех при самых маленьких амплитудах деформаций, где f_{pes} – резонансная частота;

3) определение наилучшего приближения логарифмического декремента затухания при варьировании количества точек пиковых деформаций и циклов, заданных в качестве исходных данных, (по критерию наибольшего коэффициента детерминации);

4) вычисление коэффициентов демпфирования по набору данных для каждого акселерометра и их усреднение.

Аппроксимирующая кривая для зависимости коэффициента поглощения от деформации сдвига представлялась в виде степенной зависимости

$$D = a \cdot \gamma^b + c, \tag{2}$$

где *a*, *b* и *c* – параметры аппроксимирующей кривой.

На рис. 3 и рис. 4 показаны основные результаты работы. С увеличением сжимающих напряжений наблюдается возрастание динамического модуля сдвига G и пороговой деформации начала деградации жесткости грунта γ_{td} (рис. 3), что связано с увеличением площади контактов между структурными элементами грунта, повышением межчастичного трения. В области сверхмалых относительных деформаций ($\approx 10^{-6}$ - 10^{-5}) зависимость коэффициента поглощения *D* от сжимающих напряжений практически не выражена (рис. 4), что говорит о линейной работе грунта в данном диапазоне деформаций. Ближе к области больших относительных деформаций ($\approx 5 \cdot 10^{-4}$) коэффициент поглощения *D* уменьшается с ростом сжимающих напряжений, что, по-видимому, связано с уменьшением толщин пленок осмотической воды на контактах структурных элементов и увеличением общей площади контактов.

Также по результатам проведенного исследования наблюдается почти двукратное отличие для величин динамического модуля сдвига для разностей грунтов с разным типом структуры, что говорит о важности учета влияния данного фактора на динамические характеристики глинистых грунтов.



Рис. 3. Зависимости динамического модуля сдвига от деформации сдвига для образцов 1 и 2 при различных сжимающих напряжениях *p*



Рис. 4. Зависимости динамического модуля сдвига и коэффициента демпфирования от сжимающего напряжения для образцов 1 и 2 при различных деформациях сдвига у

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Benz // Ph.d. thesis, Universität Stuttgart, 2006.

2. J.A. Santos, A.G. Correia // Proc. 15th Int. Conf. on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering. 2001. Vol. 1. P. 267-270.

3. B.O. Hardin, V.P. Drnevich // Soil Mechanics and Foundation Division Journal. ASCE. 1972. V. 98(6). P. 603-624.

4. M. Vucetic // Proc. 13th Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering. 1994. Vol. 1. Oxford & IBH Publishing. New Delhi. India. P. 329–332.

5. К. Ишихара "Поведение грунтов при землетрясениях" СПб.: НПО "Геореконструкция-Фундаментпроект", 2006.

6. "Методические рекомендации по эксплуатации резонансной колонки малой ГТ 2.3.22" Пенза: ООО "НПП Геотек", 2019.

Акустическая голография: от теории к практическим применениям

С.А. Цысарь

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет sergey@acs366.phys.msu.ru

Со времён работ Д. Габора и последователей голография в оптике остаётся сильно ограниченной в практических применениях в связи с отсутствием возможности непосредственной регистрации фазы. Для регистрации фазовой информации используется запись интерферограмм, что и является ограничивающим фактором развития динамической голографии. При этом метод решения обратных задач, сформулированный в рамках голографического подхода, позволяет удобно решать ряд практических задач в волновых полях радиодиапазона, где имеется возможность непосредственно работать с фазой сигнала. Один из широких классов таких задач может быть рассмотрен в рамках акустической голографии. Работа сконцентрирована на рассмотрении теоретических основ голографического аппарата и представлении важных результатов области достигнутых практически В медицинского И промышленного ультразвука в частотном диапазоне от десятков килогерц до десятков мегагерц в газах и жидкостях.

Многие диагностические приложения (малой мощности) и ультразвук (УЗ) высокой интенсивности предъявляют высокие требования к точности: от формы волновой структуры поля зависит качество УЗ изображения, степень воздействия на среду распространения и возможность манипулирования частицами. Для получения предсказуемых результатов воздействия, особенно в медицинском УЗ, управления и удержания клеточных структур в биофабрикации, поиска и характеризации дефектов в промышленных применениях пространственно-временная структура поля должна быть известна с высокой точностью. На сегодняшний день во многих случаях все еще используют различные предположения и приближения относительно характера колебаний преобразователей. Акустическая голография позволяет получить полную структуру поля для любого реального преобразователя (рис. 1а) с учетом всех факторов, искажающих поле, таких как наличие поверхностных волн, скрытые дефекты преобразователя, выход из строя отдельных элементов многоэлементных систем, отклонения фаз каналов от заданных значений (рис. 16, в) и многих других. Анализ пространственно-временной структуры поля, обеспечиваемый голографией, открывает возможность определения акустических параметров (скорости звука и коэффициента поглощения) сред распространения широком частотном диапазоне. Помимо этого, совместно с другими методами определения полной мощности поля, например, с помощью независимого измерения радиационной силы, голография позволяет осуществлять полную калибровку всего приёмо-излучающего тракта, определяя также частотную зависимость приёмного элемента (гидрофона или микрофона).



Рис. 1. Полная структура поля терапевтического излучателя (а). Обнаружение искажений фокуса (б). Выявление дефекта многоэлементного излучателя с мозаичным заполнением (в).

Метарэлеевское рассеяние волны Рэлея

В.Н. Чуков

Институт Биохимической Физики им. Н.М. Эмануэля Российской Академии Наук, Лаборатория Акустической микроскопии vchukov@mail.ru

Задача рассеяния плоской поверхностной акустической волны Рэлея [1] на трёхмерной детерминированной поверхностной шероховатости и приповерхностной неоднородности плотности массы изотропного твёрдого тела решена в приближении Рэлея-Борна [1,2] теории возмущений по амплитуде шероховатости и неоднородности. Шероховатость и неоднородность описываются произвольной детерминированной (нестатистической) функцией, факторизованной по двум и трём координатам соответственно. В плоскости поверхности твёрдого тела рассмотрена косоугольная система координат, позволяющая более детально исследовать влияние формы шероховатого и неоднородного участка поверхности на рассеяние. Получены выражения для поля смещения и интенсивности рассеянной цилиндрической волны Рэлея на больших расстояниях от неоднородной области по сравнению с характерным размером этой области. Исследованы асимптотические выражения для интенсивности рассеянной волны Рэлея в рэлеевском пределе, когда длина волны много больше характерного размера неоднородного участка поверхности, имеющего конечные размеры по всем трём координатам. Показано, что структура шероховатости и неоднородности, т.е., формфактор, сильно влияет на частотную зависимость интенсивности рассеянной рэлеевской волны в рэлеевском пределе, заменяя широко известный закон рэлеевского рассеяния $I \sim \omega^5$ характерный для рэлеевской волны, имеющей поверхностный характер, новым топологическим законом $I \sim \omega^{5+2n}$, где n = 0, 1, 2, ... есть топологическая характеристика множества шероховатостей или неоднородностей плотности, имеющих разную форму, но дающих одинаковый закон рассеяния в рэлеевском пределе. Согласно общей топологии [3] топология шероховатостей и неоднородностей, заданная законом рассеяния волны Рэлея в рэлеевском пределе является аналогом широко известной топологии [4] геометрических фигур разной формы, обладающих изоморфизмом (взаимно однозначным соответствием при пространственных преобразованиях без разрезания и склеивания) при совпадении их топологических характеристик (количестве границ). Следовательно речь идёт о разных топологиях, т.е., наборах множеств разных форм, заданных по-разному разными топологическими характеристиками, т.е., какимилибо свойствами этих форм.

При n > 0, т.е., при определённых формах шероховатости или неоднородности, происходит нарушение закона Рэлея в рэлеевском пределе. Рассеяние выходит за рамки рэлеевского и становится метарэлеевским рассеянием рэлеевского предела. А новый закон является топологическим, поскольку он задаёт свою топологию, т.е., классификацию или иерархию множеств шероховатостей и неоднородностей. Указанная топологическая характеристика n есть сумма первых отличных от нуля порядков пространственных моментов функций, описывающих шероховатость или неоднородность по каждой из пространственных координат соответственно.

Известно, что рэлеевский закон рассеяния определяется главным членом разложения интенсивности рассеянной волны по параметру Рэлея – отношению размера неоднородной области к длине волны. Полученное метарэлеевское рассеяние физически означает, что вопреки концепции Рэлея, что низкочастотная волна не чувствует структуру неоднородности, форм-фактор неоднородности сам может модулировать амплитуду волны, имеющую примерно равную фазу в пределах неоднородности. При

этом получено, что изменение топологической симметрии, т.е., наложение условий на топологические характеристики вдоль каждой из пространственных координат принципиальным образом меняет законы метарэлеевского рассеяния.

Получено, что наложение цилиндрической симметрии на пространственную шероховатости и неоднородности приводит к новому структуру эффекту: топологические характеристики только чётного порядка в плоскости цилиндрической симметрии влияют на интенсивность рассеянной рэлеевской волны и её частотную зависимость. Установлено, что структура шероховатости и неоднородности сильно влияет на угловое распределение метарэлеевского рассеяния. В отличие от угловой изотропии рэлеевского закона рассеяния, зануление топологических характеристик определённого порядка приводит к появлению дополнительных нулей углового распределения метарэлеевского рассеяния. Увеличение размерности топологической симметрии, указанной выше, приводит к увеличению нулей, т.е., анизотропии метарэлеевского рассеяния. При изменении длины волны нули индикатрисы, определяемые форм-фактором в плоскости поверхности, остаются неподвижными, а определяемые структурой перпендикулярно поверхности, движутся по углу рассеяния из-за поверхностного характера рэлеевской волны, когда длина её поверхностной локализации пропорциональна длине волны. Положение дополнительных нулей углового распределения метарэлеевского рассеяния зависит от формы неоднородного участка и от его ориентации по отношению к направлению падающей волны Рэлея. Только запрещённое направление рассеяния "вперёд" остаётся неподвижным для метарэлеевского рассеяния, пропорционального отличным от нуля степеням волнового вектора, переданного при рассеянии от падающей плоской к рассеянной цилиндрической волне Рэлея.

Физическое явление сильной модуляции низкочастотной волны пространственной структурой неоднородности позволяет моделировать спектр рассеяния поверхностной акустической волны Рэлея, широко применяемой в акустоэлектронике, сейсмологии, визуализации структуры технологичных материалов, в физике акустических метаматериалов.

Работа выполнена в рамках Госзадания НИОКТР № 122041400112-8, код темы FFZR-2022-0012.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Дж. В. Стретт (Лорд Рэлей) "Теория звука", Т. 1,2. М.: Гостехиздат, 1955.
- 2. Л. Шифф "Квантовая механика" М: ИИЛ, 1959.
- 3. Р.А. Александрян, Е.А. Мирзаханян "Общая топология" Москва, 1979.
- 4. А.С. Шварц "Квантовая теория поля и топология" М: Ленанд, 2017.
- V.N. Chukov "On violation of Rayleigh law of scattering in case of subsurface deterministic inhomogeneity" Int. Conf. "Days on Diffraction 2010", St.-Petersburg, June 8 – 11, 2010. Abstracts, p. 26.
- V.N. Chukov // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics, 2024, Vol. 88, No. 2, pp. 244–253.

Учет взаимодействия мод в томографии мелкого моря при использовании базиса полосчатого типа

А.В. Щербина, А.С. Шуруп

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет alisa.scherbina@gmail.com

Томография мелкого моря позволяет восстанавливать параметры дна и водного слоя (таких как рельеф и скорость звука в дне, профиль скорости звука в водном слое и течения) по данным рассеяния акустических волн в исследуемой акватории. В океаническом волноводе распространяющийся звук представим в виде суммы мод – собственных функций этого волновода. Такая возможность привела к возникновению модовой томографии океана [1], использующей в качестве исходных данных времена распространения мод разных номеров в различных частотных диапазонах. Ранее в [2] для решения задачи совместного томографического восстановления параметров мелкого моря применялся полосчатый базис, позволяющий восстановить различные параметры акватории за счет использования данных рассеяния различных мод на разных частотах. При этом предполагалось, что моды при рассеянии на неоднородностях среды не взаимодействуют, т.е. не обмениваются энергией (адиабатическое приближение). В действительности же рассеяние звука в мировом океане не ограничивается таким случаем. Известны рассеяния на особенностях рельефа, температурных неоднородностях, внутренних волнах, которые вызывают взаимодействие мод [3]. Для решения обратной задачи в этом случае используются строгие функциональноаналитические алгоритмы [3] или приближенные итерационные методы [4]. В данной работе рассматривается развитие схемы акустической томографии океана, использующей базисы случай полосчатого типа, на многоканального (неадиабатического) рассеяния модовых сигналов.

Рассматривается область, окруженная вертикальными приемно-передающими антеннами, излучающими и принимающими поля мод различных номеров. В акватории присутствует неоднородность скорости звука $\Delta c(x, y, z)$:

$$\Delta c(x, y, z) = \Delta c(x, y) \times \Delta c(z), \tag{1}$$

где $\Delta c(z)$ – имеет распределение, приведенное на рис. 1, а $\Delta c(x, y)$ описывает локализацию неоднородности в горизонтальной плоскости и имеет гауссову форму.



Рис. 1. Рассматриваемая акватория постоянной глубины *H* окружена по периметру приемно-передающими антеннами (а) и содержит неизвестное возмущение скорости звука, локализованные по глубине (б).

В качестве данных рассеяния рассматриваются возмущения времен распространения отдельных мод на разных частотах. Для моделирования данных

рассеяния решалась система уравнений типа Липпмана-Швингера для взаимодействующих мод [3]. Получаемое волновое решение учитывает как многоканальное рассеяние мод, так и другие эффекты, например, горизонтальную рефракцию. Рассмотрение широкой полосы частот приводит к восстановлению временного профиля, что дает требуемые для решения обратной задачи времена распространений мод разных номеров в различных частотных диапазонах.

Для решения обратной задачи была выбрана модификация полосчатого базиса, в которой вместо полос рассматривается набор базисных «ступенек», то есть при построении базисного элемента акватория делится границей, с одной стороны от которой вводится базисное возмущение. Такая модификация позволяет избежать неоднозначной ситуации возникновения новых мод на двух границах базисной полосы и оставляет только единственную точку рождения моды для каждой пары антенн. Для описания трехмерных неоднородностей удобно использовать эмпирические ортогональные функции (ЭОФ) [2, 3], которые вводятся в ступеньках. Построенный в итоге трехмерный базис используется для расчета матрицы возмущений А, состоящей из возмущений времен $\Delta t_{m,l}^{(j)}$ распространений мод новых номеров *l*, возникающих за счет многоканального рассеяния на базисной неоднородности θ_i (x, y, z), относительно времен распространений излучаемых мод т. Предполагается, что наблюдаемые в эксперименте возмущения времен $\Delta t_{m,l}^{(\exp)}$, вызываемые присутствием искомой неоднородности $\Delta c(x, y, z)$, представимы в виде линейной комбинации базисных возмущений $\Delta t_{m,l}^{(j)}$. Это позволяет свести решение томографической задачи к решению системы линейных уравнений:

$$AX = \Delta T \tag{2}$$

где ΔT – столбец, состоящий из экспериментальных временных задержек $\Delta t_{m,l}^{(\exp)}$; A – матрица возмущений; X – столбец коэффициентов разложения x_j трехмерной неоднородности $\Delta c(x, y, z)$ по базисным функциям θ_j (x, y, z):

$$\Delta c(x, y, z) = \sum_{j} x_{j} \theta_{j}(x, y, z) .$$
(3)

Регуляризованное МНК-решение системы (2) имеет вид:

$$\hat{X} = \left(A^{+}A + \varepsilon E\right)^{-1} A^{+} \Delta T , \qquad (4)$$

где E – единичная матрица; ε – коэффициент регуляризации Тихонова; символ «+» означает Эрмитово сопряжение. Найденные решения \hat{x}_j системы (2) дают оценку искомых неоднородностей: $\Delta \hat{c}(x, y, z) = \sum_i \hat{x}_j \theta_j(x, y, z)$.

При моделировании в качестве параметров была выбрана акватория глубиной 50 м, окруженная 20 антеннами, использовалась полоса частот 32-37 Гц. Предварительный анализ показал, что при таких значениях параметров, наблюдается взаимодействие мод. То есть при излучении первой моды на одной из антенн на других антеннах можно выделить, например, вторую моду, приходящую с временной задержкой по сравнению с первой. В качестве примера, на рис. 2 показаны результаты восстановления в горизонтальной плоскости неоднородности $\Delta c(x, y)$ по данным рассеяния первой моды с «рождением» второй моды. Фактически, речь идет о локализации неоднородности в плоскости (x, y). Как видно на рис. 2, местоположение неоднородности в акватории



Рис. 2. Восстановление возмущения скорости звука в горизонтальной плоскости: исходная неоднородность (а) и результат ее реконструкции с использованием базиса в виде ступенек (б).

оценивается с приемлемой точностью, однако геометрические размеры искомого возмущения восстанавливаются с заметным превышением истинных значений. Отчасти это объясняется разрешающей способностью используемой томографической схемы, которая определяется количеством базисных функций, используемых в (3). Это количество не может превышать объема исходных данных (количество приемнопередающих антенн на границе области томографирования и количество используемых мод) для адекватного решения системы (2). Детальное исследование разрешающей способности обсуждаемого подхода, выбор оптимальных конфигураций приемнопередающих антенн и частотных диапазонов излучаемых сигналов выходит за рамки текущих исследований и во многом определяется конкретными условиями натурного эксперимента. Следует отметить, что рассмотренная неоднородность (рис. 1б) вызывает весьма незначительные возмущения $\Delta t_{m,m}^{(\exp)}$ при рассеянии моды номера m в моду того неадиабатические эффекты приводят к новым номера т. При этом же экспериментальным данным $\Delta t_{m,l}^{(\exp)}$, $m \neq l$, которые и позволяют осуществить реконструкцию искомой неоднородности.

Полученные в работе результаты указывают на возможность построения схемы модовой неадиабатической томографии океана на основе ступенчатого базиса, позволяющего учитывать эффекты взаимодействия мод. В рамках численного моделирования продемонстрированы возможности локализации в рассматриваемой схеме слабоконтрастных неоднородностей, но при этом вызывающих сильное взаимодействие мод. Полученные результаты являются основой для построения схем модовой томографии океана основанной на разложении восстанавливаемых параметров среды по базисам полосчатого типа, позволяющих дополнительно учитывать многоканальное рассеяние мод.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00271

ЛИТЕРАТУРА

1. Гончаров В.В. и др. "Акустическая томография океана". Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997.

2. Burov V.A. et al. // Physics of wave phenomena. 2013. V. 21. No. 2. P. 152.

3. Zorin S.S., Shurup A.S. // Acoustical Physics. 2023. V. 69. No. 5. P. 616.

4. Voronovich A. G., Shang E. C. //IEEE J. Ocean. Eng. 1999. V. 24. N. 2. P. 224.

К аналитическому описанию спектра капиллярно-волновых движений на заряженной поверхности вязкой жидкости.

Д.Ф. Белоножко

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова» <u>belonozhko@mail.ru</u>

Ввеление. Задача расчета частоты капиллярно-волновых движений на горизонтальной поверхности жидкости основа заряженной классическая количественного описания неустойчивости заряженной поверхности жидкости по отношению к избытку поверхностного заряда. Для случая идеальной жидкости имеется изящное аналитическое решение, предложенное в первой половине прошлого века советским ученым Я. И. Френкелем [1]. Включение в модель вязкости приводит к дисперсионному уравнению с иррациональностью. Его формальное аналитическое решение имеет несколько аналитических ветвей, из которых в процессе расчета приходится выбирать физически значимые. Кроме того, диапазон изменения поверхностной плотности заряда распадается на области с качественно различным поведением решений. Протяженность этих диапазонов зависит от вязкости жидкости. На практике и сами корни дисперсионного уравнения, и диапазон их различного поведения рассчитываются численно. В связи со сказанным возникает естественный интерес к задаче построения аналитических выражений, определяющих свойства корней дисперсионного уравнения, описывающего спектр капиллярно-волновых движений на заряженной поверхности вязкой жидкости.

Дисперсионное уравнение задачи. Рассматривалась задача о расчете спектра капиллярно-волнового движения на заряженной горизонтальной поверхности идеальной ньютоновской неограниченно глубокой жидкости с плотностью ρ , коэффициентом поверхностного натяжения γ , и вязкостью v. Жидкость считалась идеальным проводником, несущим на своей поверхности электрический заряд. В отсутствии волнового возмущения заряд распределяется по свободной поверхности с постоянной поверхностной плотностью σ . При построении дисперсионного уравнения учитывалось наличие поля силы тяжести g [2,3]:

$$\begin{pmatrix} k^2 + q^2 \end{pmatrix}^2 + \omega_0^2 = 4\nu^2 k^3 q;$$

$$q = \sqrt{k^2 + \frac{S}{\nu}}; \quad \omega_0^2 = gk \left(1 + \alpha^2 k^2 - \alpha \, k \, W \right); \quad \alpha = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}; \quad W = \frac{4\pi\sigma^2}{\sqrt{\rho g\gamma}};$$

$$\operatorname{Re}(q) > 0 \Longrightarrow \operatorname{Re}\left(\left(S + 2\nu k^2 \right) + \omega_0^2 \right) > 0.$$

$$(2)$$

Дисперсионное уравнение (1) связывает волновое число k с комплексной частотой $S = r + i\omega$. Действительный параметр ω описывает частоту волнового движения. Действительный параметр r меньше нуля при докритическом значении поверхностной плотности электрического заряда (когда лапласовские силы доминируют над электрическими) и больше нуля при закритическом заряде. В первом случае это декремент волнового движения, а во втором – инкремент неустойчивости Тонкса-Френкеля [1,3]. Критическое значение поверхностной плотности заряда для каждой волновой моды k своё и определяется через условие на безразмерный параметр Тонкса-Френкеля W:

$$r \le 0$$
 если $W \le \frac{1}{\alpha k} + \alpha k = W_k$ (3)

$$r > 0$$
 если $W > \frac{1}{\alpha k} + \alpha k = W_k$ (4)

Параметр α – капиллярная постоянная жидкости. В пределе нулевой вязкости в докритической ситуации (3): r=0, $\omega=\omega_0$, а закритический режим (4) описывается выражениями $\omega=0$, $r=/\omega_0/$. Условие (2) является правилом отбора физически реализуемых корней дисперсионного уравнения, для которых решение основных уравнений задачи относительно скорости течения оказывается затухающим с глубиной.

Аналитический анализ дисперсионного уравнения. Уравнение (1) несложно решить численно, но для качественного анализа задачи оказалось возможным сформулировать некоторые аналитические свойства физически реализуемых решений. Выяснилось, что для каждого значения k, кроме выделения докритических (3) и закритических (4) значений W можно указать диапазоны качественно различного поведения решений:

при $W < W_k - \delta W_1$ - решение задачи является периодическим затухающим;

при $W_k - \delta W_1 \le W \le W_k$ - имеется два апериодически затухающих решения;

при $W_k < W \le W_k + \delta W_2$ - два апериодически решения: нарастающее и затухающее;

при $W_k + \delta W_2 < W$ - имеется только одно апериодически нарастающее решение.

$$\delta W_1 = \Lambda \frac{v^2 k^2}{\alpha g} = 0.581412... \frac{v^2 k^2}{\alpha g}; \quad \delta W_2 = \frac{v^2 k^2}{\alpha g}$$

Здесь Λ – действительный корень кубического уравнения $\Lambda^3 + \Lambda^2 + 18\Lambda - 11 = 0$.

Для самих решений удается получить регулярное разложение по параметру

$$\chi = \frac{\nu k^2}{|\omega_0|} \tag{5}$$

В частности, для инкремента нарастания неустойчивости по отношению к избытку электрического поверхностного заряда получается аналитическое выражение [3]:

$$r = \left| \omega_0 \right| \left(1 + \sum_{n=2}^{\infty} \beta_n \chi^{n/2} \right);$$

$$= - \left(\frac{1}{n!} \right) \frac{d^{n-1}}{d\delta^{n-1}} \left(\frac{\partial_{\beta} F(\beta, \delta)}{\partial_{\delta} F(\beta, \delta)} \right) \Big|_{\substack{\beta=1\\\delta=0}}; F(\beta, \delta) = \left(\beta + 2\delta^2 \right)^2 - 4\delta^3 \sqrt{\beta + \delta^2}$$
(6)

Заключение. Построены аналитические выражения, с помощью которых определяется состав спектра капиллярно-волновых движений на заряженной поверхности вязкой жидкости. Найденные соотношения справедливы при любом значении вязкости и поверхностной плотности электрического заряда. В частности, зависимость инкремента неустойчивости поверхности по отношению к избытку электрического заряда демонстрирует его снижение с ростом вязкости. Расчеты показали, что даже значительное – на порядок – увеличение вязкости снижает инкремент на десятые доли от значений, соответствующих малой вязкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я.И. Френкель Я.И. // ЖЭТФ. 1936. Т. 6. № 4. С. 348-350

 β_n

2. Л. Д. Ландау, Е. М. Курс теор. физ. Т. 6. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.

3. Д.Ф. Белоножко, А.И. Григорьев //Журнал технической физики. – 2004. – Т. 74. – №. 3. – С. 5-13.

Структура течений в Черной губе Кандалакшского залива в разные фазы приливного цикла

И.И. Иванова¹, А.А. Будников¹, А.И. Васин¹ ¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет <u>ivair@yandex.ru</u>

В работе приводятся результаты натурных измерений в Черной губе Кандалакшского залива в разные сезоны 2021- 2023 г. при наличии сильных приливов. Исследуются придонное, дрейфовое и приливное течение в разные фазы приливного цикла. Такие измерения в прибрежных зонах позволяют получить представление о влиянии придонных течений на формирование рельефа дна [1,2], провести верификацию и адаптацию численных моделей течений для шельфовой зоны. Основной целью работы было измерение скоростей и направлений течений совместно с выполнением вертикальных разрезов гидрологических параметров по акватории в различные фазы приливного цикла и сезоны.

Измерения проводились вблизи Крестовых островов: 61° 24' 07" N, 31° 14' 07" Е. с борта НИС «Студент», принадлежащего ББС МГУ, с помощью многопараметрических зондов RCM 9 LW и RDCP 600 AANDERAA INSTRUMENTS (Норвегия). Измеряемые параметры: температура Т (точность/разрешение датчика ±0.05/0.03 °C), электропроводность С (точность/разрешение датчика ±0.018 мС · см-1/0.002 мС · см-1), концентрация растворенного кислорода O₂ (точность/разрешение датчика < 8 мкмоль/л (либо 5% от величины)/< 1 мкмоль/л), мутность Tu (точность/разрешение датчика ±10/0.5 NTU), скорость (точность/разрешение датчика 1%/0.3 см/с), направление скорости (точность/разрешение датчика ±5 °/0.35°).

Зонд RDCP-600 использовался для многочасовых измерений (12–24 ч) скоростей течений и устанавливался вблизи дна на буйковом подвесе. Зонд позволяет послойно с шагом 1 метр получать величину и направление скоростей течений в каждом слое, начиная с расстояния 2 метра над прибором (высота над уровнем дна самого прибора составляла 0,5 м), дискретность опроса датчиков при этом выбиралась от 10 мин до 1 часа. При помощи зонда RCM 9 LW выполнялось профилирование гидрологических параметров с шагом 1 м при плавном опускании зонда от поверхности до дна в заранее выбранных точках. Время измерений для зондирований RCM 9 LW выбиралось так, чтобы данные по выбранным станциям были получены по возможности в разные фазы прилива-отлива.

Область измерений	Сентябрь 2021 г.	Апрель 2022 г.	Июль 2022 г.	Июль 2023 г.
1. Северная наклонная мелководная равнина	1,6-11,8 см/с	1,5-9,4 см/с	1,2-16,3 см/с	2,3-7,1 см/с
2. Центральная и западная части центральной равнины	1,8-11,9 см/с	2,5-4,1 см/с	2,7-6,8 см/с	3,5-12,3 см/с
3. Восточная часть центральной равнины	1,6-16,6 см/с	2,8-6,2 см/с	1,2-16,3 см/с	2,4-12,8 см/с

В Таб. 1 приводятся данные для придонных скоростей, полученные в разные сезоны, в том числе при наличии ледяного покрова в апреле 2022 г.
4. Южная прибрежная	1,7-15,1 см/с	1,7-3,4 см/с	2,2-9,2 см/с	5,7-15,4
равнина				

Таб.1. Придонные течения (0,5 м от дна) в различные сезоны.

При анализе полученных данных во время натурных измерений можно заметить высокую изменчивость придонных течений в разные фазы прилива. Во время прилива наблюдается общая динамика перемещения жидкости из пролива Великая Салма на запад вглубь Черной губы [3], а в период отлива воды выходит из губы, и отливное течение имеет обратное направление. В то же время есть станции, на которых не удалось зафиксировать изменение направления для придонных скоростей в разные фазы приливного цикла.

Для теоретической оценки скорости течения вблизи дна в приближениях стационарности и горизонтальной однородности течения использовалось выражение [4]:

$$U = \left(\frac{hg\Delta\rho_h i_s}{\rho c}\right)^{1/2} \tag{1}$$

где h – вертикальный размер течения, соответствующий уровню максимума градиента скорости в слое смешения потока с вышележащими водами; g – ускорение свободного падения; $\Delta \rho$ – средняя по интервалу высот над уровнем дна z=0÷h разность плотностей жидкостей в потоке и над ним; i_s – уклон дна; C – суммарный коэффициент сопротивления у дна и на высоте h. Теоретическая оценка придонных течений с использованием выбранной формулы продемонстрировала согласованность с измеренными величинами скорости.

Поверхностное течение рассматривалось в слое глубиной до 6 метров от поверхности. Наиболее интересными являются моменты разворота направления течения — конец и начало фазы прилива и отлива, а также расчет ожидаемых скоростей в моменты середины фаз цикла – большая вода и малая вода, когда ожидаемое влияние скорости прилива или отлива наименьшее. Данные измерений приводятся в таблице 2. В сентябре 2021 поверхностные течения не измерялись.

Область измерений	Апрель 2022 г.	Июль 2022 г.	Июль 2023 г.
1. Северная наклонная мелководная равнина	3,2-13,7 см/с	8,4-43,7 см/с	10,5-15,6 см/с
2. Центральная и западная части центральной равнины	3,8-9,5 см/с	9,8-36,7 см/с	7,8-19,1 см/с
3. Восточная часть центральной равнины	3,7-10,5 см/с	17-39,9 см/с	9,4-19,9 см/с
4. Южная прибрежная	8,1-10,6 см/с	20,8-51,3 см/с	10,2-32,9 см/с
равнина.			

Таб. 2. Поверхностные течения (5-6 м от поверхности).

Теоретически рассчитанная скорость дрейфового течения при наблюдаемых условиях не превышает 20 см/с. Измеренные лежат в диапазоне 10–50 см/с. Во время большой и малой воды наблюдается большая близость расчетных и измеренных значений. Теоретическая оценка приливных скоростей может превышать 150 см/с.

Одной из основных причин меньших приливных скоростей является сложный рельеф дна в Черной губе. Направление поверхностных течений во время разных фаз прилива имеет сложную картину. Для случаев большой и малой воды в большей степени проявляется воздействие внешних факторов — форма рельефа дна, близость береговой линии и русла реки Нильма, сгонно-нагонные процессы. Во время середины отлива и прилива полученные направления течений в наибольшей степени согласуются с расчетными значениями.

По данным измерений определены станции, где наблюдаются заглубленные течения, толщина которых может составлять 2–3 м, а скорость достигать 70 см/с. 22 июля и 27 июля 2023 г. проводились измерения по разрезу от острова Оленевский до выхода из губы в сторону пролива Великая Салма. Длина разреза около 5 км. 22 июля измерения проводились в фазу большая вода – малая вода, 27 июля в фазу середина отлива – середина прилива. Данные по разрезу для распределения скорости по глубине приведены на рис.1.



Рис. 1. Вертикальная структура течений (разрез от острова Оленевский в сторону пролива Великая Салма) а) 22 июля 2023 г. б) 27 июля 2023 г.

Основные результаты:

- Получены значения придонных течений и поверхностных течений и их направлений на большей части полигона для различных сезонов в разные фазы приливного цикла
- Показаны преобладающие направления течений в разные фазы приливного процесса, особенности вертикальной структуры течений
- Полученный массив данных позволит верифицировать численную модель течений для Кандалакшского залива

- 1. Я. Е. Терехина и др. //Вестник Московского университета. Серия 4: Геология. Изд-во Моск. ун-та (М.). 2017. № 2. С. 51–56
- 2. Я. Е. Терехина и др. // Геофизика, издательство. Тверь: Полипресс. № Спецвыпуск. 2021. С. 35–39.
- 3. А. В. Зимин. Субприливные процессы и явления в Белом море. 2018.
- 4. Б. И. Самолюбов. Плотностные течения и диффузия примесей М. 2007.

Моделирование трёхмерной свободной конвекции в наножидкости Fe₃O₄/H₂O методом конечных элементов

М.А. Медведева¹, А.С. Федотов^{2,1} ¹Белорусский государственный университет, г. Минск ²Объединённый институт ядерных исследований, г. Дубна <u>miha3272727@gmail.com</u>

В настоящее время использование устройств, реализующих свободную конвекцию для интенсификации тепло- и массопереноса, активно практикуется в отраслях энергетики, микроэлектроники, фармацевтики, медицины и проч. Один из способов повысить эффективность теплообмена – улучшить характеристики теплоносителя. Применение свободной конвекции в технике тем эффективнее, чем выше скорость индуцируемых ею потоков, отводящих тепло. Влияют как приложенный градиент теплофизические И свойства самой жилкости. температур. так Согласно многочисленным экспериментальным исследованиям, изменить свойства рабочих жидкостей можно путём добавления в них твёрдых наноразмерных частиц [1]. Такие дисперсные системы, где в качестве дисперсной фазы выступают наночастицы, а дисперсионной среды – некоторая базовая жидкость, называются наножидкостями.

Наночастицы, как правило, синтезируются из металлов, их оксидов или углеродсодержащих соединений и взвешиваются в воде, этиленгликоле, масле, керосине и др. Наночастицы из оксидов металлов, в т.ч. Fe₃O₄, представляют особый интерес для исследователей благодаря их магнитным свойствам, химической стабильности, нетоксичности и биосовместимости. Это позволяет использовать подобные наночастицы в запоминающих устройствах, физических приборах, каталитических реакциях и в медицине для удалённого управления адресной доставкой лекарств [2].

Разработана конечно-элементная модель трёхмерной свободной конвекции с использованием кода для численного решения систем дифференциальных уравнений в частных производных COMSOL Multiphysics. Геометрия расчётной области – плоский горизонтальный слой наножидкости Fe₃O₄/H₂O высотой h = 0,1 м, заключённый между двумя твёрдыми квадратными пластинами со стороной L = 3 м. Такое аспектное соотношение сторон теплообменника $\frac{h}{L} \ll 1$ уподобляет слой бесконечному и позволяет

соотношение сторон теплообменника $-\ll 1$ уподобляет слои бесконечному и позволяет *L*

исключить влияние боковых стенок на формирование картины течения. Конвективное движение несжимаемой жидкости описывалось классической системой гидродинамических уравнений в приближении Буссинеска. Для удобства анализа решений система была обезразмерена:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{\upsilon}}{\partial t} + (\vec{\upsilon} \nabla) \vec{\upsilon} = -\nabla P + \Delta \vec{\upsilon} + \text{Ra} T \vec{e}_z, \\ \Pr \frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{\upsilon} \nabla) T = \Delta T, \\ \text{div } \vec{\upsilon} = 0, \\ \rho = \rho_0 \left(1 - \beta (T - T_0) \right), \end{cases}$$
(1)

$$P_{0}\left(1 - \beta(T - T_{0})\right),$$

$$R_{0} = \frac{g\beta\Delta Th^{3}}{2}$$
(2)

$$Ra = \frac{\sigma \gamma}{v \chi},$$
 (2)

$$\Pr = \frac{v}{\chi}.$$
 (3)

где \vec{v} – скорость; p – давление; T – температура; \vec{e}_z – единичный направляющий вектор оси z; ρ – плотность; ρ_0 – плотность при референсной температуре среды T_0 ; β – коэффициент теплового расширения; g – ускорение свободного падения; v – кинематическая вязкость; χ – температуропроводность; h – высота слоя жидкости; $\Delta T = (T_{bottom} - T_{top})$ – разность между температурами верхней и нижней границ. Варьирование безразмерных параметров – числа Рэлея (2) и числа Прандтля (3) – приводит к формированию различных конвективных паттернов. Для задач теплофизики важно также оценить число Нуссельта – безразмерный тепловой поток – которое показывает, за счёт какого механизма эффективнее отводится тепло – конвекции или теплопроводности:

$$Nu = \frac{q_{convective}}{q_{conductive}},$$
(4)

В данной работе наножидкость рассматривалась в рамках модели сплошной среды. Изменение теплофизических свойств базовой жидкости (воды) при выбранных объёмных концентрациях Fe₃O₄ $\varphi \in (0; 2)$ % учитывалось через задание эффективных параметров нанодисперсии. Так, значения коэффициента теплопроводности и динамической вязкости были взяты из экспериментальных статей [3 – 4], а плотность и удельная теплоёмкость рассчитаны по эмпирическим соотношениям, предложенным в [5].

Для получения решений в диапазоне $Ra \in (10^3; 10^7)$ были установлены соответствующие диапазоны температур верхней и нижней границ области и разностей между ними: $T \in (293,15; 294,15)$ К, $\Delta T \in (0,0005; 1)$ К. Подчеркнём, что ввиду зависимости эффективных теплофизических свойств Fe₃O₄/H₂O от объёмной концентрации Fe₃O₄, число Прандтля исследуемой гидродинамической системы также изменялось.

Была поставлена-следующая начально-краевая задача. В начальный момент времени жидкость покоится во всех точках расчётной области, её температура задана согласно (5):

$$\begin{cases} T \mid_{t=0, z \ge \frac{h}{2}} = T_{top} = T_0, (x, y, z) \in D, \\ T \mid_{t=0, z < \frac{h}{2}} = T_{bottom} = T_0 + \Delta T, (x, y, z) \in D, \end{cases}$$
(5)

где D – расчётная область; $T_0 = 293,15$ К. Верхняя и нижняя границы слоя – жёсткие пластины с условием прилипания; их температуры поддерживаются постоянными, причём нижняя перегрета на ΔT . Тепловой поток через противоположные боковые стороны слоя симметричен.



Рис. 1. Схематическое изображение расчётной области.

В результате для $Ra \in (10^3; 10^7)$ и $\varphi \in (0; 2)$ % были получены пространственные распределения модуля скорости, температуры, линий тока (рис. 2), проанализированы корреляции между ними.

Обнаружена зависимость конвективных паттернов при одинаковом градиенте температуры от концентрации наночастиц. Так, для чистой воды паттерн Тьюринга сохраняется до $Ra = 1,3\cdot10^4$, в то время как при концентрации наночастиц $\varphi = 2\%$ паттерн Тьюринга сохраняется до $Ra = 6\cdot10^4$. С ростом числа Рэлея разница уменьшается и валиковый паттерн, приходящий на смену тьюринговскому, исчезает при $Ra = 6\cdot10^5$ как для чистой воды, так и для наножидкостей. Оценка линий тока показала укрупнение характерного размера конвективных ячеек при повышении числа Рэлея и измельчение при повышении концентрации наночастиц.

Оценка интегрального числа Нуссельта позволила сделать заключение о влиянии наночастиц Fe₃O₄ на конвективный теплоперенос в наножидкости Fe₃O₄/H₂O в сравнении с чистой водой. Было выявлено подавление теплообмена в наножидкости относительно чистой воды, величина которого зависела от концентрации и числа Рэлея. Наибольшее подавление достигнуто при $\varphi = 2\%$ и критическом $\Delta T = 0,001$ K: интегральное число Нуссельта оказалось на 40,0% ниже, чем у чистой воды. В меньшей степени подавление проявилось при небольших концентрациях наночастиц и чуть больших градиентах температур: снижение числа Нуссельта на 1,7% при $\varphi = 0,2\%$ и $\Delta T = 0,005$ K.

Принимая во внимание отличительные магнитные свойства Fe₃O₄, предполагается, что присутствие внешнего магнитного поля могло бы положительно сказаться на конвективном теплообмене.



Рис. 2. Пространственные распределения модуля скорости (слева), температуры (по центру) и линий тока (справа) в наножидкости Fe₃O₄/H₂O при $\varphi = 2\%$ и $\Delta T = 0,005$ K.

- 1. S. Kalsi et al. // Arab. J. Chem. 2023. V. 16. No 11. P. 105272.
- 2. M.D. Nguyen et al. // Appl. Sci. 2021. V. 11. P. 11301.
- 3. L.S. Sundar et al. // Int. Commun. Heat Mass Transf. 2013. V. 44. P. 7.
- 4. M. Kamran, A. Qayoum // J. Dispers. Sci. Technol. 2023. V. 45. No 4. P. 1.
- 5. D.M. Chandrasekar et al. // Nanosci. Nanotechnol. 2009. V. 9. No 1. P. 533.

Использование геометрических свойств трех инвариантов в волновом уравнении для напряженности электрического поля

В.М.Овсянников

Российский университет транспорта. Академия водного транспорта, 127994 г. Москва, Россия E-mail: OvsyannikovVM@yandex.ru

В теории деформаций Л.И.Седова, общей для теории упругости, гидродинамики и электродинамики, закон сохранения для деформации контрольной фигуры содержит линейный, квадратичный и кубичный инварианты тензора деформаций или тензора скоростей деформаций. Предельные переходы вывода уравнения неразрывности уничтожают квадратичный и кубичный инварианты в формуле коэффициента объемного расширения и в уравнении неразрывности. Из-за этого упрощения могут теряться описания некоторых режимов движения жидкостей и описания возможного поведения электромагнитных полей. Излагается процедура учета всех трех инвариантов в уравнении неразрывности электродинамики Максвелла для напряженности электрического поля. Обсуждается волновое уравнение для моделирования пробоя воздуха молнией со сбором потенциала пробоя из-за переменности значений якобианов напряженности *E* в окружающем пространстве.

1.Введение. Л.И.Седов в курсе Механика сплошной среды [1] (с.75 первого тома) указал, что современная электродинамика является не полной точной наукой, а лишь приближенной, так как пренебрегает учетом высших инвариантов тензора скоростей деформаций: квадратичным I_2 и кубичным I_3 . Эйлер в раннем варианте своей знаменитой работы Principia motus fluidorum [2], [3], [4] с выводом уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости представил его с учетом этих инвариантов для случая линейного лагранжева закона движения жидкой частицы. Для линейного лагранжева закона движения жидкой частицы 2006 г. было выписано также для сжимаемой среды [5]. Максвелл перенес уравнение неразрывности из гидродинамики в электродинамику.

Учтем в уравнениях неразрывности электродинамики Максвелла квадратичный и кубичный инварианты. В работах [6, 7, 8] это было сделано в уравнении неразрывности для напряженности магнитного поля H. Здесь учтем квадратичный и кубичный инварианты в уравнении неразрывности для напряженности электрического поля E.

Ранее дополнительные слагаемые вносились в систему уравнений Максвелла, как аналоги магнитного заряда, или с целью улучшения численного метода решения задач [9].

2.Учет квадратичного и кубичного инвариантов в уравнении неразрывности для напряженности электрического поля.

В докладе [6] был рассмотрен учет квадратичного и кубичного инвариантов тензора скоростей деформаций в уравнении неразрывности гидродинамики и магнитодинамики, давшие учет новых физических процессов волнового характера. В уравнениях Максвелла уравнения неразрывности для напряженности электрического и магнитного поля имеют подобный вид с точностью до знаков в правых частях. Поэтому можно рассмотреть учет квадратичного (второго) и кубичного (третьего) инвариантов в уравнении неразрывности для напряженности электрического в уравнении неразрывности для напряженности электрического в уравнении неразрывности для напряженности электрического и магниторации неразрывности для напряженности электрического поля.

Найденное в раннем варианте работы Эйлера Principia motus fluidorum уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) \left[\frac{\partial (u, v)}{\partial (x, y)} + \frac{\partial (v, w)}{\partial (y, z)} + \frac{\partial (w, u)}{\partial (z, x)} \right] + (t - t_0)^2 \frac{\partial (u, v, w)}{\partial (x, y, z)} = 0$$

где $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$ и $\frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$ - якобианы второго и третьего порядков, записанное через квадратичный и кубичный инварианты тензора скоростей деформаций

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) I_2 + (t - t_0)^2 I_3 = 0$$

дает основание записать уравнение Максвелла для напряженности магнитного поля [6] , как

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} + \left[\frac{(t-t_0)}{q\tau}\right] \left[\frac{\partial (H_x, H_y)}{\partial (x, y)} + \frac{\partial (H_y, H_z)}{\partial (y, z)} + \frac{\partial (H_z, H_x)}{\partial (z, x)}\right] + \left[\frac{(t-t_0)^2}{(q\tau)^2}\right] \frac{\partial (H_x, H_y, H_z)}{\partial (x, y, z)} = 0$$

Здесь введен неизвестный пока коэффициент *q* τ , уравнивающий размерности слагаемых с различными инвариантами по размерности.

Для напряженности электрического поля уравнение неразрывности с учетом квадратичного и кубичного инвариантов будет иметь вид

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} + \left[(t - t_0) / (q\tau) \right] \left[\frac{\partial (E_x, E_y)}{\partial (x, y)} + \frac{\partial (E_y, E_z)}{\partial (y, z)} + \frac{\partial (E_z, E_x)}{\partial (z, x)} \right] + \left[(t - t_0)^2 / (q\tau)^2 \right] \frac{\partial (E_x, E_y, E_z)}{\partial (x, y, z)} = 0$$

Здесь E_x , E_y , E_z - компоненты напряженности электрического поля вдоль осей координат x, y, z. Остальные уравнения электродинамики будут иметь общепринятый вид для электрически нейтральной среды.

Использованная Максвеллом процедура вывода волнового уравнения для напряженности магнитного поля дала такое волновое уравнение для компоненты напряженности по оси *x*

$$\frac{\partial^{2}H_{x}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2}H_{x}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2}H_{x}}{\partial z^{2}} - \varepsilon\varepsilon_{0}\mu\mu_{0}\frac{\partial^{2}H_{x}}{\partial t^{2}}$$

$$= \frac{\partial J_{y}}{\partial z} - \frac{\partial J_{z}}{\partial y} - \frac{(t-t_{0})}{\tau q} \left\{ \partial \left[\frac{\partial (H_{x}, H_{y})}{\partial (x, y)} + \frac{\partial (H_{y}, H_{z})}{\partial (y, z)} + \frac{\partial (H_{z}, H_{x})}{\partial (z, x)} \right] \right\} \\ - \left[\frac{(t-t_{0})}{\tau q} \right]^{2} \left. \partial \left[\frac{\partial (H_{x}, H_{y}, H_{z})}{\partial (x, y, z)} \right] \right\} \\ \partial \chi$$

Здесь ε_0 и μ_0 - электрическая и магнитная постоянные; ε и μ - относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

Для электрического поля можно выписать аналогичные волновые уравнения, содержащие неизвестный пока коэффициент *q* , уравнивающий размерности слагаемых.

Развитие измерительной техники, выход измерительных средств в космическое пространство сильно увеличили объем располагаемых человеком экспериментальных данных.

Для их анализа и понимания полезно привлечь более полную систему уравнений, даже, если они содержат пока неизвестные коэффициенты и дают поэтому только качественное, а не количественное решение. Экспериментальное обнаружение молний, направляющихся вверх, указывает на ограниченность наших представлений о законах природы. Поэтому результат, полученный Эйлером точным геометрическим расчетом, полезно сопоставить с новыми экспериментальными данными.

При учете квадратичного и кубичного инвариантов в электродинамике волновое уравнение для напряженности электрического поля принимает вид по оси *х*

$$\frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial z^{2}} - \varepsilon \varepsilon_{0} \mu \mu_{0} \frac{\partial^{2} E_{x}}{\partial t^{2}} = - \frac{t - t_{0}}{q\tau} \left\{ \partial \left[\frac{\partial (E_{x}, E_{y})}{\partial (x, y)} + \frac{\partial (E_{y}, E_{z})}{\partial (y, z)} + \frac{\partial (E_{z}, E_{x})}{\partial (z, x)} \right] \right\} - \left(\frac{t - t_{0}}{q\tau} \right)^{2} \left. \partial \left[\frac{\partial (E_{x}, E_{y}, E_{z})}{\partial (x, y, z)} \right] \right\} \right\}$$

по оси у

$$\frac{\partial^{2} E_{y}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} E_{y}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} E_{y}}{\partial z^{2}} - \varepsilon \varepsilon_{0} \mu \mu_{0} \frac{\partial^{2} E_{y}}{\partial t^{2}}$$

$$= -\frac{t - t_{0}}{q\tau} \left\{ \partial \left[\frac{\partial (E_{x}, E_{y})}{\partial (x, y)} + \frac{\partial (E_{y}, E_{z})}{\partial (y, z)} + \frac{\partial (E_{z}, E_{x})}{\partial (z, x)} \right] \right\} - \left(\frac{t - t_{0}}{q\tau} \right)^{2} \left. \partial \left[\frac{\partial (E_{x}, E_{y}, E_{z})}{\partial (x, y, z)} \right] \right\} \right\}$$

по оси z

$$\frac{\partial^{2} E_{z}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial^{2} E_{z}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial^{2} E_{z}}{\partial z^{2}} - \varepsilon \varepsilon_{0} \mu \mu_{0} \frac{\partial^{2} E_{z}}{\partial t^{2}}$$

$$= -\frac{t - t_{0}}{q\tau} \left\{ \partial \left[\frac{\partial (E_{x}, E_{y})}{\partial (x, y)} + \frac{\partial (E_{y}, E_{z})}{\partial (y, z)} + \frac{\partial (E_{z}, E_{x})}{\partial (z, x)} \right] \right\}$$

$$- \left(\frac{t - t_{0}}{q\tau} \right)^{2} \left. \partial \left[\frac{\partial (E_{x}, E_{y}, E_{z})}{\partial (x, y, z)} \right] \right\} \right|_{\partial z}$$

Проанализируем решения представленных выше неоднородных волновых уравнений для напряженности электрического поля. Оператор Даламбера, присутствующий во всех волновых уравнениях, не создает новых волн. Он только передает через контрольный объем пространства волны, которые появились за счет начальных или граничных условий. Новые волны генерируют члены неоднородной части волнового уравнения. Возникновение волны напряженности электрического поля в определенном направлении получается за счет большой переменности значений якобианов имеющегося на этот момент стационарного поля E в окрестности рассматриваемой точки, описывающейся производной по координатам x, y, z от инвариантов l_2 , l_3 .

Решения волновых уравнений имеют вид уединенной волны напряженности электрического поля, возрастающей во времени по степенному закону. За счет членов с производными по координатам от якобианов второго порядка получается волна, возрастающая пропорционально третьей степени времени. За счет членов с производными по координатам от якобианов третьего порядка генерируется более крутая волна, возрастающая пропорционально четвертой степени времени.

Пробы расчетов природных электрических явлений по волновому уравнению могут позволить сделать оценку величине неизвестного коэффициента $q\tau$, присутствующего в волновых уравнениях.

3. Применение волнового уравнения для объяснения остановок лидера молнии между двумя ступенями перемещения.

Согласно современным наблюдениям движение лидера молнии происходит к Земле ступенями по нескольку десятков метров с остановками между ними на несколько десятков микросекунд.

Решение волнового уравнения для напряженности электрического поля E создает волну напряженности поля E за счет неравномерности распределения высших инвариантов I_2 , I_3 поля E по пространству. Чем более сильное и неоднородное, а не гладкое распределение напряженности поля, тем больший вклад дается в неоднородную часть производными от якобианов, входящих в высшие инварианты- квадратичный I_2 и кубичный I_3 . Для напряженности электрического поля явление сбора потенциала визуализируется при наблюдении молний. Это, возможно, упростит экспериментальное измерение неизвестного коэффициента $q\tau$. До учета инвариантов I_2 , I_3 процесс сбора потенциала молнией из окружения физиками предполагался, но не имел математического описания.

Аналогичное явление происходит и для магнитного поля *H*. Для напряженности магнитного поля явление сбора потенциала, возможно, визуализируется при наблюдении Полярных сияний.

Заключение

1. В системе уравнений электродинамики Максвелла уравнение неразрывности для напряженности электрического поля записано в полученном Эйлером более полном виде с учетом квадратичного и кубичного инвариантов тензора скоростей деформаций.

2. Представлено волновое уравнение для напряженности электрического поля, учитывающее квадратичный и кубичный инварианты тензора скоростей деформаций, вычисленные Эйлером. Полученные дополнительно неоднородные члены волнового уравнения создают потенциал учетом неравномерности распределения значений якобианов поля электрической напряженности **E** в окружающем пространстве.

3.Показано, что учет квадратичного и кубичного инвариантов позволяет математически моделировать остановку молний между ступенями для сбора вклада в потенциал, зависящего от неравномерности распределения напряженности в окружающем пространстве.

4.Учет квадратичного и кубичного инвариантов в системе уравнений Максвелла позволит проводить расчет более тонких явлений, контролируемых уравнениями электродинамики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.И.Седов «Механика сплошной среды» Т. 1. М.: Наука, 1970.

2.L.Euler. Principia motus fluidorum. Pars prior // Novi commentarii Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae, 1761. T. 6 (1756-1757). P. 271-311 - Opera omnia, ser. II. V. 13. P. 1-369.

3.L.Euleri. Commentationes Mechanicae ad theoriam corporum pertinentes. Volumen prius. Edidit C.A.Truesdell. Lausannae. 1954.

4. Л.Эйлер «Принципы движения жидкостей». Перевод с латыни начальных разделов доклада 1752 г. в Берлинской АН Ивановой Е.В., Овсянникова В.М. М.: Издательство «Спутник +», 2020.

5. В.М.Овсянников. В сборнике "Проблемы аксиоматики в гидрогазодинамике" № 15, 2006, с.19-51.

6.В.М.Овсянников. Сборник трудов XXXIV Всероссийской школы-семинара «Волновые явления: физика и применения» имени профессора А.П.Сухорукова. Волны 2023. Физический факультет МГУ. 28 мая- 2 июня 2023 г. С. 11-14.

7.В.М.Овсянников. В сборнике материалов школы: Волны и вихри в сложных средах. 12-ая международная конференция-школа молодых ученых; 1-3 декабря 2021 г. Москва. –М.: ООО «ИСПОпринт», 2021. С. 175-178.

8. В.М.Овсянников. Волны и вихри в сложных средах: 13-ая международная конференция – школа молодых ученых: 30 ноября – 02 декабря 2022 г., Москва: Сборник материалов школы. –М.: ООО «ИСПО-принт» 2022. С. 197-200. ISBN 978-5-91741-284-9

9. Ю.В.Шеретов. Применение функционального анализа в теории приближений. Вып. 33.Тверской государственный университет. 2012. С. 82-90.

Поля физических переменных при распространении поверхностных возмущений в вязкой стратифицированной жидкости

А.А. Очиров¹, У.О. Трифонова² ¹Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН ²Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова otchirov@mail.ru

Исследователи изучают волны на поверхности жидкости на протяжении многих столетий. С появлением и развитием математического аппарата к наблюдениям добавились теоретические исследования процессов. С середины прошлого века активно развивается техника экспериментальных исследований периодических течений жидкости. В современном физическом эксперименте активно задействована скоростная фотография, позволяющая регистрировать процессы с хорошей пространственной разрешающей способностью с небольшими временными интервалами. В современных наблюдениях капельных течений и импактов капли демонстрируется, что течения структурированы и, например, смешивание жидкостей при капельных течениях происходит не однородно, а вдоль тонких структурных элементов, нитей-лигаментов [1-3]. Тонкая структура течений – это общее свойство всех течений, наблюдающееся во всем диапазоне частот и спектре явлений, связанных с течениями в сплошных средах. В работах [4 - 6] исследованы дисперсионные характеристики крупноструктурных (волновых) и тонкоструктурных (лигаментных) компонентов поверхностных периодических течений в различных моделях среды в том числе с учетом влияния разнообразных дополнительных факторов. Настоящее исследование посвящено теоретическому исследованию динамики и тонкой структуры полей физических переменных: плотности, градиента плотности, давления и импульса в процессе распространения периодического течения вдоль свободной поверхности вязкой равномерно стратифицированной жидкости в плоской постановке.

Рассматривается неограниченная полубесконечная вязкая жидкость с коэффициентом кинематической вязкости у в декартовой прямоугольной системе координат Oxz с вертикальной осью, направленной против действия сил тяжести \vec{g} и горизонтальной осью, направленной вдоль равновесной поверхности жидкости z = 0, вдоль которой распространяется периодическое возмущение $\zeta(x,t)$. Равновесное распределение плотности будем считать зависящим от вертикальной координаты по экспоненциальному закону. В этом случае плотность представляется в виде суммы равновесного $\rho_0(z) = \rho_{00} \exp(-z/\Lambda)$ и компонента, значения связанного с периодическим движением $\rho_{00}\tilde{\rho}(x,z,t)$. Невозмущенное значение плотности на уровне z = 0 обозначено символом ρ_{00} , а символ $\Lambda = |d \ln \rho/dz|^{-1}$ обозначает масштаб стратификации, связанный с частотой плавучести соотношением $N^2 = g/\Lambda$. Свободная поверхность характеризуется коэффициентом поверхностного натяжения σ или его нормированным на равновесную плотность значением $\gamma = \sigma / \rho_{00}$. Давление в жидкости Р складывается из атмосферного P_0 , гидростатического и давления вызванного периодическим движением $\tilde{P}(x, z, t)$:

$$P = P_0 + \int_z^{\zeta} g \rho(x,\xi,t) d\xi + \tilde{P}(x,z,t)$$
(1)

С учетом сделанных упрощений математическая формулировка задачи записывается следующим образом:

$$z < \zeta: \qquad \rho \left(\partial_t \vec{u} + \left(\vec{u} \cdot \nabla \right) \vec{u} \right) = \rho \nu \Delta \vec{u} - \nabla P + \rho \vec{g} \qquad (2)$$

$$\partial_t \rho + \vec{u} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \vec{u} = 0 \tag{3}$$

Здесь \vec{u} – вектор скорости, компоненты которого в приближении Буссинеска можно представить при помощи одной скалярной функции, например функции тока ψ :

$$\vec{u} = \left(\partial_z \psi, -\partial_x \psi\right) \tag{4}$$

К математической формулировке задачи необходимо добавить граничные условия: с глубиной движение затухает, а на свободной поверхности выполняются стандартные гидродинамические граничные условия:

$$\begin{aligned}
\partial_t \zeta + \partial_x \psi &= 0 \\
z &= 0: \quad \tilde{P} + 2\rho_{00} v \partial_{xz} \psi + \sigma \partial_{xx} \zeta &= 0 \\
\partial_{xx} \psi - \partial_{zz} \psi &= 0
\end{aligned} \tag{5}$$

Здесь σ Решение линеаризованной задачи (1) – (4) с физически обоснованными граничными условиями (5) позволяет получить дисперсионные соотношения, связывающие компоненты волнового вектора $\vec{k} = (k_x, k_z)$ с частотой периодического движения ω [4]:

$$k_{z} = \pm \sqrt{k_{x}^{2} - \frac{i}{2\nu\omega}} \left(\omega^{2} - (1+i)\sqrt{\frac{4\nu\omega N^{2}k_{x}^{2}\exp(-z/\Lambda) - i\omega^{4}}{2}} \right)$$
(6)

$$k_{l} = \pm \sqrt{k_{x}^{2} - \frac{i}{2\nu\omega}} \left(\omega^{2} + (1+i)\sqrt{\frac{4\nu\omega N^{2}k_{x}^{2}\exp(-z/\Lambda) - i\omega^{4}}{2}} \right)$$
(7)

$$\binom{k_x^2 + k_z^2}{-gk_x^2 - i\nu\omega k_l^3 + \omega k_l} (3i\nu k_x^2 + \omega) - \gamma k_x^4) - (k_x^2 + k_l^2) (-gk_x^2 + 3i\nu\omega k_x^2 k_z + \omega k_z (-i\nu k_z^2 + \omega) - \gamma k_x^4) = 0$$

$$(8)$$

Дисперсионные соотношения допускают два принципиально разных типа решения: регулярные (6) и сингулярные решения (7), получаемые при помощи регулярных и сингулярных разложений соответственно. Регулярные решения определяют крупномасштабные волновые компоненты периодического течения, которые в предельных переходах к невязкой жидкости сводятся к известным выражениям для поверхностных волн. Сингулярные решения задают тонкоструктурные элементы – лигаменты, визуализирующиеся в виде тонких нитей, которые при переходе к модели идеальной жидкости вырождаются. Решая задачу с учетом дисперсионных соотношений (6) – (8) запишем искомые функции в виде суммы волновых и лигаментных компонентов периодического течения:

$$\zeta = Z \exp(ik_x x - i\omega t)$$

$$\tilde{\rho} = \exp(ik_x x - i\omega t) (G \exp(k_z z) + H \exp(k_l z))$$

$$\tilde{P} = \exp(ik_x x - i\omega t) (K + L \exp(k_z z) + M \exp(k_l z))$$

$$\psi = \exp(ik_x x - i\omega t) (A \exp(k_z z) + B \exp(k_l z))$$
(9)

Волновой *А* и лигаментный *В* амплитудные коэффициенты для функции тока находятся из динамического граничного условия на касательные натяжения, а связь между ними и амплитудой отклонения свободной поверхности от равновесного значения *Z* – из кинематического граничного условия:

$$A = -Z \frac{\omega \left(k_x^2 + k_l^2\right)}{k_x \left(k_z^2 - k_l^2\right)}, \qquad B = Z \frac{\omega \left(k_x^2 + k_z^2\right)}{k_x \left(k_z^2 - k_l^2\right)}$$
(10)

Из уравнения неразрывности с использованием (9) – (10) получим амплитудные множители для периодической части плотности. Волновой коэффициент *G* и лигаментный коэффициент *H* связаны с амплитудой отклонения следующими выражениями:

$$G = -Z \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \frac{k_x^2 + k_l^2}{\Lambda\left(k_z^2 - k_l^2\right)}, \qquad H = Z \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \frac{k_x^2 + k_z^2}{\Lambda\left(k_z^2 - k_l^2\right)}$$
(11)

Из уравнения Навье-Стокса с учетом (9) – (11) получим амплитудные множители для волновых и лигаментных компонентов давления:

$$K = -Z \frac{g \Lambda \rho_{00} \left(k_x^2 + k_z k_l \left(k_z \Lambda + k_l \Lambda - 1\right)\right)}{\left(k_z + k_l\right) \left(k_z \Lambda - 1\right) \left(k_l \Lambda - 1\right)}$$

$$L = -Z \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \frac{g \rho_{00} \left(k_x^2 + k_z^2\right)}{\left(k_z^2 - k_l^2\right) \left(k_z \Lambda - 1\right)} - Z \frac{i k_z \omega \rho_{00} \left(k_x^2 + k_l^2\right) \left(\nu k_z^2 - \nu k_x^2 + i\omega\right)}{k_x^2 \left(k_z^2 - k_l^2\right)}$$

$$M = Z \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \frac{g \rho_{00} \left(k_x^2 + k_z^2\right)}{\left(k_z^2 - k_l^2\right) \left(k_l \Lambda - 1\right)} + Z \frac{i k_l \omega \rho_{00} \left(k_x^2 + k_z^2\right) \left(\nu k_l^2 - \nu k_x^2 + i\omega\right)}{k_x^2 \left(k_z^2 - k_l^2\right)}$$
(12)

По полученным выражениям (6) – (12) можно построить поле физически наблюдаемых переменных, возникающих в результате распространения поверхностных периодических течений в вязких стратифицированных жидкостях. Причем, полученные выражения отражают не только крупномасштабные компоненты течений, но и тонкую структуру.

Было построено решение, позволяющее рассчитать динамику и структуру поверхностных периодических течений. Полученные результаты можно использовать для уточнения характерных масштабов структурных компонентов течения и для определения их локализации в процессе распространения. В совокупности с дисперсионными характеристиками, полученными в [4] – [6] представленные решения составляют основу для экспериментальной визуализации полных решений уравнений движения вязкой несжимаемой равномерно стратифицированной жидкости.

Благодарности. Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 124012500442-3).

ЛИТЕРАТУРА

1 Y.D.Chashechkin, A.Y.Ilinykh // Axioms. 2023. V. 12, No. 4. P. 374.

2 Ю.Д.Чашечкин, А.Ю.Ильиных // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2023. Т. 508. С. 42–52.

3 Y.D. Chashechkin, A.Y. Ilinykh // Fluids. 2023. V. 8, No. 10. P. 269.

4 Ю.Д. Чашечкин, А.А. Очиров // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2023. Т. 513, № 1. С. 95–102.

5 А.А. Очиров, Ю.Д. Чашечкин // Прикладная математика и механика. 2023. Т. 87, № 3. С. 379–391.

6 A.A.Ochirov // Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics. 2024. V. 88, No. 1. P. 132–137.

Нелинейные волны, распространяющиеся вдоль свободной поверхности идеальной жидкости

А.А. Очиров, К.Ю. Лапшина Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН otchirov@mail.ru

Построение точных решений нелинейных поверхностных волн является трудоемкой задачей и представляет большой интерес у исследователей. На сегодняшний день существуют решения задачи о распространении нелинейных поверхностных волн [1, 2]. Как правило, исследователи при записи математической формулировки задачи не включают уравнения перераспределения энергии. Доступная энергия перераспределяется между различными видами: тепловой, внутренней потенциальной, поверхностной, химической и т.д. До сих пор нет стройной теории перераспределения энергии между различными видами в процессе распространения периодических течений. В современных исследованиях (см., например, [3]) экспериментально продемонстрировано, что при падении капли одной жидкости в принимающую жидкость-мишень вещество падающей капли распространяется вдоль тонких нитей-лигаментов, задающих структуру течения. На тонкоструктурных компонентах течений происходят химические реакции при смешивании химически взаимодействующих жидкостей. В работе [4] исследованы дисперсионные соотношения, описывающие динамику И структуру волн и лигаментов линеаризованной постановке. В настоящей работе следуя [2] исследуются нелинейные поверхностные потенциальные волны и производится расчет доступной поверхностной потенциальной энергии, высвобождающейся при распространении поверхностного периодического течения.

В настоящей работе рассматриваются стационарные потенциальные волны, распространяющиеся со скоростью *с* вдоль поверхности бесконечно глубокой идеальной жидкости с постоянной плотностью ρ . Задача рассматривается в двумерной лабораторной системе координат *Oxz*, вертикальная ось которой направлена против направления действия сил тяжести **g**. Для удобства проведения расчетов совершается переход в движущуюся вместе с периодическим движением систему координат $O\xi z$, горизонтальные координаты которых связаны выражением $\xi = x - ct$. Рассматривается модель идеальной однородной жидкости без учета влияния поверхностного натяжения. Вдоль свободной поверхности жидкости распространяется бегущая гравитационная волна, вызывающая отклонение свободной поверхности от ее равновесного положения $\zeta(\xi)$.

Математическая формулировка со сделанными упрощениями состоит из уравнений переноса импульса, уравнения неразрывности и естественных граничных условий на свободной поверхности и на глубине. В движущейся с периодическим течением системе координат математическая формулировка записывается следующим образом:

$$z < \zeta: \qquad \qquad \rho \left(-c\partial_{\xi} \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = -\nabla P + \rho \mathbf{g}$$

$$\partial_{\xi} \rho + div(\rho \cdot \mathbf{u}) = 0 \qquad (1)$$

$$z = \zeta: \qquad \qquad u_z - u_{\xi} \partial \zeta = -c \partial_{\xi} \zeta \qquad (2)$$

$$P = P_0 \tag{2}$$

$$z \to -\infty$$
: $u_{\xi} \to 0$, $u_{z} \to 0$ (3)

Здесь $\mathbf{u} = (u_{\xi}, u_z)$ – скорость жидкости, P – давление, складывающееся из атмосферного P_0 , гидростатического и периодического \tilde{P} давления:

$$P = P_0 + \rho g \left(\zeta - z\right) + \tilde{P} \left(\xi, z, t\right) \tag{4}$$

В задаче рассматриваются потенциальные волны, которые допускают представления поля скоростей жидкости, связанного с их распространением через функцию тока ψ :

$$u_{\xi} = \partial_{z} \psi, \qquad u_{z} = -\partial_{\xi} \psi \tag{5}$$

Функция тока при рассмотрении распространяющегося волнового пакета определяется выражением, учитывающим экспоненциальное затухание периодического движения с удалением от свободной поверхности жидкости (3):

$$\psi(\xi, z) = \int_{0}^{\infty} \exp\left(k\left(z - \zeta(\xi)\right)\right) f(k) dk \tag{6}$$

Здесь k – волновое число, а f(k) функция, которую предстоит определить. Из кинематического граничного условия с учетом (6) можно получить выражение, связывающее функцию тока и отклонение свободной поверхности от равновесного положения:

$$\psi(\xi, z) = c(\zeta + a) \int_{0}^{\infty} \exp(k(z - \zeta)) f(k) dk,$$

$$f(k) = \delta(k)$$
(7)

Здесь a – константа, возникающая в результате интегрирования граничного условия, а $\delta(k)$ – дельта-функция Дирака. Следуя [2] в построении решения получим выражения для функции тока, отклонения свободной поверхности и давления:

$$\zeta(\xi,\zeta_0) = -a - \frac{1}{k_*} W\left(-k_*\zeta_0 \exp\left(\pm ik_*\xi\right)\right)$$

$$\psi_{\pm}(\xi,z) = c\zeta_0 \exp\left(\pm ik_*\xi\right) \exp\left(k_*z\right) \exp\left(k_*a\right),$$

$$P = P_0 - \rho g\left(z+a\right) + \rho c^2 k_*\zeta_0 \exp\left(k_*a\right) \exp\left(k_*z\right) \exp\left(\pm ik_*\xi\right)$$
(8)

Здесь W(z) – функция Ламберта, а ζ_0 – амплитуда волны. С учетом (8) из математической постановки (1) – (3) находится дисперсионное соотношение, связывающее волновое число с частотой и другими параметрами задачи.

$$c^2 k_* = g; \qquad k_* = \frac{\omega^2}{g} \tag{9}$$

По полученным выражениям (8) можно построить форму отклонения свободной поверхности при разных значениях параметра нелинейности $\varepsilon = k_* \zeta_0 = \zeta_0 \omega^2 / g$ (см. рис.1).



Рис. 1. Форма свободной поверхности для различных параметров нелинейности. Сравним форму отклонения с волной Стокса [5]:

$$\zeta = \zeta_0 \left(\cos(k_*\xi) + \frac{k_*\zeta_0}{2} \cos(2k_*\xi) + \frac{3k_*^2\zeta_0^2}{8} \cos(3k_*\xi) + o(k_*^2\zeta_0^2) \right)$$
(10)

При малом параметре нелинейности ε расхождение в приближениях при использовании функции Ламберта (8) в описании и волны Стокса (10) достигает значений порядка $O(\varepsilon^5)$ в граничных условиях и значений порядка $O(\varepsilon^2)$ в уравнении Лапласа, возникающем из условия несжимаемости жидкости и уравнения неразрывности. Таким образом даже для малых ε разложение (10) требует уточнения для обеспечения корректности представления [2].

В результате распространения периодического возмущения вдоль свободной поверхности происходит увеличение ее эффективной площади по сравнению с невозмущенным равновесным состоянием. Это увеличение эффективной площади приводит к изменению доступной поверхностной потенциальной энергии, и как следствие перераспределению энергии. Рассчитаем для полученных точных решений нелинейной задачи относительное увеличение эффективной площади поверхности на масштабе длины волны λ :

$$\Delta S_{eff} = \frac{\int_{0}^{\lambda} \sqrt{1 + \left(\partial_{\xi}\zeta\right)^{2}} d\xi - \lambda}{\lambda}$$
(11)

На рис. 2 построена зависимость относительного увеличения площади свободной поверхности от параметра нелинейности.



Рис. 1. Зависимость относительного удлинения эффективной свободной поверхности от параметра нелинейности.

На графике четко выделется точка перехода между «гладкими» и «резкими» волнами $\varepsilon_* = 2/e \approx 0.74$. Гладким волнам соответствуют параметры нелинейности $\varepsilon < \varepsilon_*$, а резким – $\varepsilon > \varepsilon_*$.

Было получено точное решение нелинейной задачи, позволяющее провести анализ поверхности волн в зависимости от разных значений амплитуд и частот в области гравитационных волн. Исследовано влияние параметра нелинейности на форму свободной поверхности и эффективное изменение площади свободной поверхности.

Благодарности. Работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 124012500442-3).

ЛИТЕРАТУРА

1 Д. Уизем Д. "Линейные и нелинейные волны. " М.: Мир, 1977.

2 A. V. Kistovich, Y. D. Chashechkin // Water resources. 2018. V. 45. P. 719-727.

3 Y.D. Chashechkin, A.Y. Ilinykh // Fluids. 2023. V. 8, No. 10. P. 269.

4 Ю.Д. Чашечкин, А.А. Очиров // Доклады Российской академии наук. Физика, технические науки. 2023. Т. 513, № 1. С. 95–102.

5 G. G. Stokes // Mathematical and Physical Papers V. 1. 1880. P. 314-326.

О структуре течения за отошедшей ударной волной

Г.Б. Сизых Московский физико-технический институт 010203@yandex.ru

Представлена история возникновения и решения задачи Дородницына о максимальности энтропии на поверхности тела при сверхзвуковом обтекании с отошедшей ударной волной.

При сверхзвуковом (число Маха М_~>1) обтекании тел с гладкой выпуклой носовой частью возникает отошедший головной скачок (отошедшая головная волна). Если тело вращения расположено так, что ось симметрии параллельна скорости набегающего потока (нулевой угол атаки), то линия торможения [AB], лежащая на этой оси, заканчивается на теле в точке торможения В (которую также называют передней критической точкой) (Рис. 1а). При этом точка А расположена на скачке там, где касательная к скачку плоскость перпендикулярна скорости набегающего потока (такая точка называется лидирующей точкой скачка, а проходящая через нее линия тока – лидирующей линией тока или, для краткости, лидирующей линией). Поэтому параметры течения (компоненты скорости, плотность и давление) в точке А с дозвуковой стороны скачка можно рассчитывать по (явным) формулам Рэнкина – Гюгонио для прямого скачка [1] через параметры набегающего потока. Далее, учитывая условие сохранения энтропии на линии торможения (энтропия сохраняется на любой линии тока в области, где нет скачков и разрывов), можно заключить, что энтропия в точке В равна энтропии в точке А. Точка В есть точка растекания: все линии тока на поверхности носовой части начинаются в этой точке. Поэтому энтропия на носовой части поверхности тела равна энтропии в точке В и, следовательно, равна энтропии сразу за прямым скачком в точке А. Известно, что при однородном набегающем потоке энтропия максимальна за прямым скачком именно в лидирующей точке, то есть в точке А. Поэтому факт максимальности энтропии на поверхности тела врашения при нулевом угле атаки имеет простое объяснение, приведенное выше.

Кроме того, приведенное объяснение позволяет не только утверждать, что энтропия на поверхности тела максимальна, но и вычислить величину этой энтропии по параметрам набегающего потока (с использованием формул Рэнкина – Гюгонио на прямом скачке).



Рис. 1. Гладкая выпуклая носовая часть в сверхзвуковом потоке: (a) – осесимметричное обтекание; (б) – не осесимметричное обтекание

Поскольку параметры набегающего потока не зависят от формы образующей тела вращения, приходим к качественному выводу: энтропия на поверхности тела вращения при нулевом угле атаки не зависит от его формы, а зависит только от параметров набегающего потока.

Если угол атаки ненулевой, то в течении отсутствует осевая симметрия (Рис. 1б). При этом энтропия сразу за скачком также максимальна в лидирующей точке. Поэтому в течении за скачком энтропия принимает максимальное значение на лидирующей линии тока. Эксперименты и расчеты, проведенные еще в 60-х годах прошлого века, показывали, что и в отсутствие симметрии энтропия максимальна на поверхности тела (т.е. лидирующая линия заканчивается на теле). В связи с этим академик А.А. Дородницын в 1968 году в [2] поставил задачу получить строгое обоснование этого факта. Требовалось доказать, что при углах атаки, отличных от нуля, при обтекании тел вращения лидирующая линия тока и линия торможения совпадают (рис. 1б).

Доказательство было получено в 2019 году в [3], причем не только для тел вращения, но и для общего пространственного случая (несимметричное тело с гладкой выпуклой носовой частью под углом атаки). Ограничимся описанием основных шагов этого доказательства.

1. Сначала без предположения о какой-либо симметрии доказывается, что завихренность в точке торможения *B* равна нулю.

2. Затем с использованием результата п. 1 доказывается, что завихренность равна нулю на всей линии торможения.

3. Далее, исходя из равенства нулю завихренности на всей линии торможения, доказывается, что на всей линии торможения градиент энтропии равен нулю (в том числе и в точке *A*).

4. Из известного свойства, состоящего в том, что градиент энтропии сразу за скачком равен нулю только в лидирующей точке, следует, что точка *A* совпадает с лидирующей точкой.

Как и в случае обтекания тела вращения при нулевом угле атаки, полученный результат позволяет не только утверждать, что энтропия на поверхности тела максимальна, но и вычислять величину этой энтропии по параметрам набегающего потока (с использованием формул Рэнкина – Гюгонио на прямом скачке).

Далее, поскольку параметры набегающего потока не зависят от формы тела и от угла атаки, получается качественный вывод: энтропия на поверхности тела зависит только от параметров набегающего потока и не зависит от его формы и от угла атаки.

Чтобы пояснить полезность этих результатов, вернемся к ситуации до 2019 года, когда совпадение лидирующей линии тока и линии торможения считалось обоснованным только для тел вращения при нулевом угле атаки. О том, что не только для тел вращения при нулевом угле атаки энтропия сохраняется на линиях тока, и о том, что точка торможения есть точка растекания, было известно давно. Поэтому было ясно, что энтропия на поверхности тела равна энтропии сразу за скачком в точке начала линии торможения. Однако поскольку факт совпадения этой точки и лидирующей точки был еще не обоснован, нельзя было утверждать, что линия торможения пересекает скачок по нормали. Следовательно, не было основания для применения формул Рэнкина – Гюгонио на прямом скачке, а применение формул Рэнкина – Гюгонио на косом скачке было невозможным, поскольку в них входит «неизвестный» угол наклона скачка в точке начала линии торможения.

Поэтому не только нельзя было утверждать, что энтропия максимальна на поверхности тела при отсутствии осевой симметрии, но и не было формул для вычисления величины этой энтропии по параметрам набегающего потока. Приходилось

допускать, что энтропия на поверхности тела зависит не только от параметров набегающего потока, но и от формы тела и угла атаки.

Проверка совпадения лидирующей линии тока с линией торможения в настоящее время уже используется для верификации компьютерных программ расчета сверхзвуковых течений, например, в работе [4].

- 1. А.Н. Крайко «Краткий курс теоретической газовой динамики» М. : МФТИ, 2007.
- 2. М.Д. Ладыженский «Пространственные гиперзвуковые течения газа» М. : Машиностроение, 1968.
- 3. G.B. Sizykh // Fluid Dyn. 2019. 54 (7), 907–911.
- 4. В.В. Марков, Н.А. Харченко // Труды МФТИ. 2024. Т. 16, № 1. С. 119–128.

Гидродинамическая модель системы термостабилизации установки МРD коллайдера NICA

А.С. Федотов^{1,2}, И.А. Зур^{2,3}, Ю.В. Шафаревич², М.А. Медведева², Ю.А. Федотова³, В.Г. Сенкевич⁴, А. Галуза⁴, А. Шиш⁴, М.В. Ващиленко⁴, А.Л. Новиков⁴, И.А. Балашов¹, С.А. Мовчан¹, А.А. Макаров¹, Г.В. Мещеряков¹, В.А. Самсонов¹ ¹Объединённый институт ядерных исследований, г. Дубна

²Белорусский государственный университет, г. Минск ³Научно-исследовательский институт ядерных проблем, г. Минск ⁴ООО Мультипрофильная лаборатория «АркоЛаб», г.Минск <u>fedotov.alehandro@gmail.com</u>

Разработка инновационных исследовательских установок неразрывно связана с преодолением как новых инженерных, так и научных задач. Одним из наиболее сложных видов установок остаются ускорительные комплексы для исследования в области физики элементарных частиц и высоких энергий. В настоящее время в Объединённом институте ядерных исследований (г. Дубна) создается детектор MPD (Multi-Purpose Detector) [1] для коллайдера тяжелых ионов NICA (Nuclotron-based Ion Collider Facility) [2]. При его разработке возникла потребность в создании водной системы охлаждения и термостабилизации (СОиТ) для детектора MPD.

Создание такой СОиТ сопряжено со следующими задачами. Система должна функционировать в режиме суб-атмосферного давления (*leakless*) для предотвращения попадания влаги внутрь установки. С другой стороны, абсолютный перепад высоты в установке может достигать 8 м, что соответствует давлению водяного столба в 0,8 атм и оставляет всего 0,2 атм для потерь на вязкое трение внутри системы. Термостабилизация и охлаждение системы осуществляются с помощью трех изолированных замкнутых контуров, в состав которых входит более 120 пневматически регулируемых подконтуров. Разработка такой системы требует тщательных предварительных расчетов, которые затруднительно провести с помощью классических подходов: формулы Дарси имеют низкую точность, а трехмерные уравнения Навье-Стокса требуют больших вычислительных ресурсов. В связи с этим, предлагается воспользоваться одномерной формулировкой Навье-Стокса на графах для моделирования сложной системы со множеством прямолинейных сегментов и поворотов.

Целью данного исследования является разработка и апробация методики анализа течения в сложной системе каналов с помощью подхода, основанного на решении уравнений Навье-Стокса на графах. Для этого были решены задачи: построена конечноэлементная модель для одномерных уравнений Навье-Стокса на графах; поставлена краевая задача для графа каналов; проведен поиск параметров системы, обеспечивающих режим функционирования системы *leakless*.

Уравнения Навье-Стокса со специальным слагаемым $-1/2 f |u| \vec{u} D^{-1}$ для учета профиля течения в трубках имеют вид [3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \nabla)\vec{u} = -\frac{\nabla P}{\rho} - \frac{1}{2}f\frac{|u|\vec{u}}{D} + \vec{g} \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{u}) = 0 \end{cases}$$
(1)

где \vec{u} – скорость, P – давление воды, ρ – плотность, D – локальный диаметр трубки, f – фактор Дарси.

Фактор Дарси аппроксимируется соотношением Хааланда [4]:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log \left[\left(\frac{\varepsilon / D}{3.7} \right)^{1.11} + \frac{6.9}{\text{Re}} \right], \tag{2}$$

где Re – число Рейнольдса, є – шероховатость стенок трубки.

Одна расчетная подобласть соответствовала одному прямолинейному отрезку – ребру графа. В узлах соединения отрезков учитывалось влияние поворотов и сужения либо расширения труб как локальные потери давления [4].

Задача решалась методом конечных элементов для параболических базисных функций, реализованных в COMSOL Multiphysics, системы линейных уравнений решались с помощью MUMPS [5].

Расчетные области для каждого из подконтуров включали 10² подобластей (ребер), суммарно порядка 10⁴ элементов сетки. Пример расчетной сетки для системы охлаждения электронного калориметра приведен на рисунке 1.



Рисунок 1. Пример расчетной сетки для одного из подконтуров – системы охлаждения электронного калориметра ECAL

Граничные условия на входе в контур имели вид:

$$-\rho \frac{\pi D^2}{4} u = \dot{m} \tag{2}$$

где *m* – массовый расход.

На выходе из контура условия имели вид:

$$-p + \mu \nabla u = -p_{tank},\tag{3}$$

где μ – кинематическая вязкость, p_{tank} – давление в вакуумном баке, равное 0,35 атм.

Для граничной задачи (1) – (3) можно получить согласованные численные решения для течения воды при низком давлении через последовательности трубок с различными радиусами (4 – 20 мм) и из различных материалов (медь, металлопласт, силикон, поливинилхлорид), при различных высотах соединений и разных углах поворота.

Задача (1) - (3) была дополнена процессом оптимизации по параметру диаметра трубок для обеспечения, с одной стороны, режима *leakless*, а с другой – отсутствия областей с риском кавитации.

Проведённый вычислительный эксперимент позволил сформулировать предложения по трассировке трубок: в верхней половине трубки отводящей магистрали располагать параллельно плоскости пола. Предлагаемая модификация трассировки обеспечит снижение рисков кавитации. Проведённая индивидуальная оптимизация расходов для панелей внешнего термоэкрана сделала поле скоростей более однородным, что положительно скажется на термостабилизации рабочей газовой смеси.

Таким образом, с помощью предложенного сочетания метода конечных элементов и оптимизационного процесса для каждого из девяти подконтуров системы охлаждения и термостабилизации получены оптимальные условия функционирования. Определены диаметры трубок, положения трубок по вертикали для предотвращения явления кавитации и обеспечения режима *leakless*.

Экспериментальные стендовые испытания отдельных элементов системы продемонстрировали расхождение с расчетными данными не более 6%.

- 1. V. Abgaryan et al. // Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. No 7. P. 140.
- 2. A. Averyanov et al. // J. Inst. 2017. V. 12. No 6. P. C06047.
- 3. Barnard A.C.L. et al. A Theory of Fluid Flow in Compliant Tubes // Biophysical Journal. 1966. Vol. 6, № 6. P. 717–724.
- 4. Crane V. Flow of Fluids Through Valves, Fittings & Pipe TP-410 Metric. Vervante; Metric edition, 1999. 114 p.
- Amestoy P.R. et al. Performance and Scalability of the Block Low-Rank Multifrontal Factorization on Multicore Architectures // ACM Trans. Math. Softw. 2019. Vol. 45, № 1. P. 1–26.

Дрейф электронов в рабочем объёме детектора ТРС при турбулентной свободной конвекции в газовой смеси

А.С. Федотов¹, М.А. Медведева², Ю.В. Шафаревич², И.А. Зур³, И.А. Балашов¹,

С.А. Мовчан

¹Объединённый институт ядерных исследований, г. Дубна ²Белорусский государственный университет, г. Минск ³Научно-исследовательский институт ядерных проблем, г. Минск <u>fedotov.alehandro@gmail.com</u>

фундаментальной науки во многом определяется Развитие открытиями, совершенными в области физики элементарных частиц и высоких энергий. Для развития экспериментальных возможностей в области физики элементарных частиц необходима разработка и строительство крупных экспериментальных комплексов для исследования процессов столкновения и рождения новых частиц с их последующими детектированием и идентификацией. Один из таких комплексов – создаваемый в рамках российского проекта коллайдер тяжелых ионов NICA (Nuclotron-based Ion Collider Facility). В Объединённом институте ядерных исследований (г. Дубна) для NICA создается детектор MPD (Multi-Purpose Detector)[1], в состав которой входит субдетектор TPC (Timeprojection chamber – времяпролётная камера)[2]. При создании ТРС необходимо решить ряд сложных научно-технических задач, одна из которых – влияние термостабилизации газового объема ТРС на точность детектирования электронов ионизации.

Продукты столкновения оставляют трек из электронов в рабочем газовом объеме, представляющим собой цилиндрический слой Ar 90% – CH₄ 10% (рис.1). Посередине газовый объём разделён тонким майларовым электродом. Электрическое поле в камере обеспечивает дрейф электронов ионизации к газоразрядным детекторам на фланцах. Точность идентификации исходных частиц зависит от точности определения начального положения электрона, и, таким образом, от его скорости дрейфа.



Рис. 1. Схема внутреннего газового объёма ТРС (слева); визуализация граничных условий (справа).

В работе [3] показано, что на эффективную дрейфовую скорость электронов трека в газах влияют не только напряжённость электрического поля и состав газовой смеси, но и отклонение температуры этой смеси от температуры термостабилизации:

$$\vec{v}_d = \vec{v}_{d0} + K_{\Delta V/V} \cdot \vec{v}_{d0} \cdot \theta, \tag{1}$$

где \vec{v}_{d0} – дрейфовая скорость при температуре термостабилизации; θ – отклонение температуры в данной точке от температуры термостабилизации; $K_{\Delta V/V}$ – коэффициент линейного изменения скорости в зависимости от температуры.

Общая мощность электроники MPD превышает 1 MBт, поэтому в процессе её работы может происходить значительное выделение тепла как внутри, так и вне объёма

установки. Термостабилизация осуществляется посредством сложной системы, основную роль в которой играет внешняя оболочка газового объема (тепловой экран), на котором возникают устойчивые во времени температурные флуктуации около равновесной температуры. Согласно первичным оценкам, допустимая амплитуда таких флуктуаций не должна превышать ±0,1°C [4].

Таким образом, анализ динамики температурного поля внутри TPC имеет важное прикладное значение. Для выполнения такого анализа необходимо решить систему уравнений движения и теплопереноса газа в рабочем газовом объеме; проинтегрировать уравнения движения роя электронов с учётом зависимости скорости дрейфа от локальной температуры газа; проанализировать конвекционную динамику в рабочей газовой смеси и статистику дрейфа электронов.

Для расчёта трёхмерной конвекции в цилиндрическом слое и движения роя электронов была реализована комплексная конечно-элементная модель в пакете COMSOL Multiphysics. Геометрические размеры камеры приведены в [5] и представлены на рис. 1. Теплофизические свойства бинарной смеси Ar 90% – CH₄ 10% рассчитывались по данным [6]. В качестве начальных условий на внешней оболочке задавались периодические флуктуации температуры:

$$F(x, y, z) = T_a \cdot \sin\left(k_{long} \cdot \frac{\pi}{L_{gas\,TPC}} z\right) \cdot \sin(k_{rad} \cdot \operatorname{arctg}(y, x)), \tag{2}$$

где T_a – амплитуда пространственной тепловой флуктуации; $L_{gas\,TPC}$ – длина цилиндрического рабочего газового объема (вдоль оси цилиндра); k_{long} – количество флуктуаций вдоль всей ТРС; k_{rad} – количество радиальных флуктуаций. В остальной части расчётной области в начальный момент времени газ термостабилизирован, неподвижен. Торцы и оболочка С2 адиабатические. На границах области газ покоится.

При столкновении высокоэнергетичных пучков наибольший выход продуктов взаимодействия ожидается под прямым углом к оболочке ионопровода. Поэтому для интегрирования уравнений движения электронов начальные положения последних задавались вблизи майларового электрода. Для набора статистики по временам дрейфа электронов генерировался рой из 10⁴ электронов. Напряжённость электрического поля в TPC составляла 140 В/см.

Моделирование конвекции проводилось при различных масштабах пространственных флуктуаций температуры и амплитуде отклонения температуры от температуры термостабилизации $\Delta T \in (0,1; 2,5)$ К. Было установлено, что с уменьшением k_{rad} амплитуда скорости газа растёт. Для рассмотренных амплитуд скорость составляет $(1 \div 3) \cdot 10^{-2}$ м/с, наибольшие значения скорости наблюдаются вблизи внешней границы расчетной области. Это связано с появлением первичных плюмов из перегретой и переохлажденной относительно температуры термостабилизации среды.

Полученные распределения вихрей и линий тока показали, что внутри камеры ТРС развивается турбулентное течение с высокой завихренностью. Для анализа его устойчивости строился конечно-временной показатель Ляпунова (FTLE, Finite-time Lyapunov Exponent) [7]. Основная область применения FTLE-анализа – поиск когерентно движущихся лагранжевых структур [8], с его помощью можно определять области текучей среды, которые движутся как целое, сталкиваются и взаимодействуют друг с другом. Согласно расчётам, высокие значения FTLE достигаются в основном вблизи внешней оболочки вследствие соприкосновения мелкомасштабных вихревых структур. Другим общепринятым способом идентификации и визуализации вихрей является Q-критерий. Для определения поля Q-критерия в пространстве вычисляют нормы тензора завихренности $\Omega = \frac{1}{2} [\nabla \vec{v} - (\nabla \vec{v})^T]$ и тензора деформации $S = \frac{1}{2} [\nabla \vec{v} + (\nabla \vec{v})^T]$ [9]:



 $Q = \frac{1}{2} [|\Omega|^2 - |S|^2].$ (3)

Рис. 2. Распределения рассчитанных величин в газовой смеси Ar 90% – CH₄ 10% на половине дрейфового расстояния между электродом и торцом ($\Delta T = 1$ K, $k_{rad} = 34$)

Границе вихря по Q-критерию соответствует изоповерхность Q-критерия при Q = ε , $\varepsilon \to +0$ (отмечена белым на рис. 2). По оценке Q-критерия установлено, что масштабы вихревых структур варьируются от размера пространственного периода температурных флуктуаций до порядка радиуса рабочего газового объёма.

Для амплитуды флуктуаций на C3 в 0,1 К, отклонение температуры от температуры термостабилизации в рабочем газовом объёме составило не более 0,005 К, а при амплитуде флуктуаций в 2,5 К – около 0,07 К.

Определение температуры в каждой точке расчётной области позволило непосредственно перейти к анализу дрейфовых характеристик роя электронов. Установлено, что при отклонении температуры от температуры термостабилизации в 1 К на границе СЗ, что соответствует отклонению в 0,05 К внутри ТРС, погрешность пространственного определения координаты превысит 17 мкм для половины электронов, а для отклонения в 2,5 К – погрешность превысит 110 мкм.

- 1. V. Abgaryan et al. // Eur. Phys. J. A. 2022. V. 58. No 7. P. 140.
- 2. A. Averyanov et al. // J. Inst. 2017. V. 12. No 6. P. C06047.
- 3. A. Peisert, F. Sauli // CERN. 1984. No 7. P. 133.
- 4. J. Alme et al. // Nucl. Inst. Meth. Phys. R. A. 2010. V. 622. No 1. P. 316.
- 5. А.В. Аверьянов et al. // Ядер. физ. и инжиниринг. 2014. Т. 5. № 11. С. 916
- 6. R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot "Transport phenomena" NY: Wiley, 2007.
- 7. R. Ding, J. Li // Phys. Let. A. 2007. V. 364. No 5. P. 369.
- 8. G. Haller, T. Sapsis // Chaos. 2011. V. 21. No 2. P. 023115.
- 9. J. Zhang et al. // Phys. Fluids. 2019. V. 31. No 12. P. 121701.

Наблюдательные, логические и теоретические основы теории периодических течений в жидкостях и газах

Ю.Д.Чашечкин Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского chakin@ipmnet.ru

Традиционно описание генерации, распространения, нелинейного взаимодействия и затухания инерциальных, гравитационных, капиллярных, звуковых волн в жидкостях и газах проводится на основе специальных уравнений для каждого вида возмущений [1]. Одновременно развивается общий подход к описанию периодических течений в толще и на поверхности вязкой стратифицированной жидкости, основанный на анализе полного решения системы фундаментальных уравнений механики жидкостей в линейном и слабонелинейном приближениях, с учетом условия совместности [2]. Текучая среда характеризуется уравнениями состояния для потенциала Гиббса, плотности и скорости звука, замыкающими систему уравнений [3].

Подстановка решений в форме плоских волн с комплексным волновым числом и определенной частотой – мерой положительно энергии течения, В систему фундаментальных уравнений механики жидкостей, позволяет получить дисперсионные уравнения. Дальнейший расчет картин волн проводится на основе решений дисперсионных уравнений. Регулярная часть полных решений, построенных методами теории сингулярных возмущений, определяет волны. Сингулярные решения описывают тонкие течения, определяющие структуру среды [4]. Проведены расчеты различных видов бегущих волн – внутренних гравитационных, капиллярных, акустических поверхностных И И сопутствующих лигаментов [5]. Лигаменты описывают тонкую структуру течения и отвечают за взаимодействие между волновыми движениями различных видов [6].

Проводится сравнение расчетов с данными лабораторных исследований лигаментов внутренних гравитационных, капиллярных и акустических волн, проведенных на стендах Уникальной лабораторной установки «ГФК ИПМех РАН» и наблюдениями течений в природных условиях [7].

- 1 Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц «Гидродинамика». М.: Наука, 1986.
- 2 Y.D. Chashechkin // Axioms. 2021. V. 10. Iss.4. 286.
- 3. R. Feistel // Ocean Sciences. 2018, V. 14, 471–502.
- 4 Yu.D. Chashechkin // Math. Model. Nat. Phenom. 2018. V. 13. No. 2. P. 1-29. doi:/10.1051/mmnp/2018020.
- 5. Y. D., Chashechkin A. A. Ochirov // Mathematics. 2023. T. 11. № 21. C. 4443.
- 6. Y.D. Chashechkin // Mathematics. 2021. V. 9. No. 586.
- 7. Ю.Д., Чашечкин, В.Е. Прохоров // Акустический журнал. 2023. Т 69(3). С. 330–339.

Термическое уравнение состояние для воды в жидкой фазе

С.В. Чучупал, А.А. Волков Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук MirrorMan@yandex.ru

В представлении о жидкой воде как реальном газе уравнение состояния Ван-дер-Ваальса модифицируется таким образом, что новое уравнение даёт близкий к количественному прогноз поведения изотерм, изохор и изобар жидкой воды в широком диапазоне давлений и температур. Становится можно проследить непрерывный переход жидкость — пар вблизи критической точки на фазовой диаграмме.

Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса (ВдВ), написанное в 1873 г. [1], укоренилось в курсах физической химии, термодинамики и статистической физики как отправное для изучения газов и жидкостей [2–4]. Оно постулирует связь между величинами, характеризующими реальный газ: внешним Р и внутренним Р_i давлениями, объемом V и температурой Т. Простое по форме уравнение предсказывает важный нетривиальный результат — возникновение в веществе фазового перехода жидкость — газ. Успех обусловлен кубической природой изотерм Ван-дер-Ваальса P(V). Кубическая парабола P(V) имеет петлю, которая в процессе температурного изменения может стягиваться в точку (т.н. критическая точка), знаменующую фазовый переход жидкость — пар. Попытки расширить область применения уравнения Ван-дер-Ваальса и повысить точность описания данных продолжаются третье столетие [5].

Наиболее известный баланс жидкость — газ присущ воде. Разделение воды и пара происходит в различных природных и технологических процессах и во многом определяет картину окружающего нас мира. Казалось бы, вода как важное и простое химическое соединение могла стать популярным объектом для применения модели ВдВ. Однако этого не произошло. Общепринято, что уравнение ВдВ к воде плохо применимо. В контексте уравнения ВдВ вещество № 1, вода, как правило, теряется среди многих других веществ. Редкий подробный анализ применения уравнения ВдВ непосредственно к воде представлен в работе [6]. Там делается вывод, что "the van der Waals predictions are not valid inside the vapor dome, where isotherms must be isobars... the van der Waals еquation has some inaccuracy, even near the critical point". Мы бы добавили, что уравнение ВдВ не описывает кривые жидкой фазы даже качественно.

В учебниках присутствует большое количество задач, связанных с приложением уравнения ВдВ к воде, но все они рассматриваются для частных случаев и ограниченных условий [3,4,7]. Полного и физически ясного уравнения состояния воды не существует; его поиски продолжаются [8].

Отсутствие удовлетворительного описания термодинамических свойств жидкой воды сопровождается серьезным непониманием ее микроскопических свойств. Вопрос о переходе жидкость — пар и сценариях появления критической точки на молекулярном уровне до сих пор остается дискуссионным.

В настоящей работе мы используем возможность развития темы на базе нового подхода. Он предполагает, что жидкая вода представляет собой газ электростатически связанных частиц — молекул H₂O, а также ионов H₃O⁺ и OH⁻, — которые стягиваются усреднённым кулоновским ион-дипольным взаимодействием и взаимопревращаются во время столкновений посредством присущего жидкой воде протонного обмена (ионномолекулярная модель). В таком представлении о жидкой воде, стартуя от уравнения BдB в канонической форме и считая его второй член, описывающий внутренне давление, температурно-зависимым, методом проб и ошибок, мы в конечном счёте приходим к оптимальной формуле:

$$P = \frac{RT}{V - b'} - \frac{CT - BT^2}{V^{1.4}}.$$
 (1)

Здесь и далее мы работаем с массой воды $M = 1\ 000\ \text{кг}\ (55,5\ \text{кмоль})$ и газовой постоянной для воды $R = 0,46\ \text{кДж/(кг·K)}$. Результаты применения формулы (1) к изотермам продемонстрированы на рис. 1.



Рис. 1. Изотермы жидкой воды. Толстые линии поверх опорных точек из базы данных IAPWS [9] — кривые, рассчитанные согласно уравнению (1). Для сравнения тонкими линиями показаны кривые, рассчитанные согласно уравнению Ван-дер-Ваальса в канонической форме.



Рис. 2. Фазовая диаграмма жидкой воды для изохор. Изохоры, рассчитанные по уравнению (1) (толстые линии), нанесены поверх опорных кривых из базы данных [10] (тонкие линии). Штрихпунктирными линиями показано внутреннее давление Р_i, взятое из литературных данных [11], и рассчитанное в настоящей работе.

Уравнение состояния Ван-дер-Ваальса, дополненное одним параметром, подходит для комплексного описания изотерм, изохор и изобар воды в жидкой фазе. Новое термическое уравнение состояния позволяет нам качественно проследить непрерывный переход жидкости в газ вокруг критической точки в воде (рис. 2). Из термического уравнения состояния (1) становится возможно осуществить стандартный переход к термодинамике с последующим вычислением внутренней энергии U, свободной энергии F, теплоемкости С_V и энтропии S.

В настоящей работе мы продолжаем дискуссию о целесообразности ионномолекулярного подхода к изучению жидкой воды. Ионно-молекулярная модель даёт интересные результаты и выглядит многообещающей для дальнейших исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. J.D. van der Waals "Over de Continuiteit van den Gas-en Vloeistoftoestand" (Doctoral dissertation) Leiden, Netherlands: University of Leiden, 1873.

2. E.A. Moelwyn-Hughes "Physical Chemistry" (2nd ed.) New York, USA: Pergamon Press, 1961.

3. P. Atkins, J. de Paula "Physical Chemistry" (8th ed.) New York, USA: Oxford University Press, 2006.

4. T. Engel, P. Reid "Physical Chemistry" (3rd ed.) Harlow, UK: Pearson Education Limited, 2013.

5. G.M. Kontogeorgis, I.G. Economou // J. Supercrit. Fluids. 2010. V. 55. N. 2. P. 421.

6. J.M. Powers "Lecture Notes on Thermodynamics" Notre Dame, USA: University of Notre Dame, 2023.

7. Г. Шиллинг "Статистическая физика в примерах" Пер. с нем. А.Ф. Дите и М.С. Кагана под ред. Д.Н. Зубарева и Э.Л. Нагаева; М.: Мир, 1976.

8. G.M. Kontogeorgis et al. // Chem. Eng. Sci. X. 2020. V. 7. P. 100060.

9. W. Wagner, A. Pruß // J. Phys. Chem. Ref. Data. 2002. V. 31. N. 2. P. 387.

10. M.J. Moran et al. "Fundamentals of Engineering Thermodynamics" (7th ed.) Hoboken, USA: John Wiley & Sons, 2011.

11. Y. Marcus // Chem. Rev. 2013. V. 113. N. 8. P. 6536.

Распространение спиновых волн в наноразмерных связанных ферритовых пленках

В.В. Балаева, М.А. Морозова

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

vkonda2000@mail.ru

Спиновые волны (CB) являются перспективными носителями информации в будущих системах обработки сигналов, поскольку затухание Гильберта может быть значительно ниже тепловых потерь в электронных устройствах. CB на порядки короче по сравнению с электромагнитными волнами той же частоты, и поэтому использование CB позволяет создавать гораздо меньшие наноразмерные устройства как для аналоговой, так и для цифровой обработки данных. [1]

Исследуемые структуры представляют собой латерально связанные ферромагнитные пленки (ФП) из железо-иттриевого граната (ЖИГ) Y₃Fe₅O₁₂. Толщина ФП составляет 100 нанометров, а ширина и длина порядка микрометров. Схема структуры представлена на рис. 1. Внешнее магнитостатическое поле Н₀ направлялось двумя способами: вдоль оси у, для формирования поверхностных магнитостатических формирования обратных волн (IIMCB), И влоль оси x, для объемных магнитостатических волн (ООМСВ). Переменное магнитное поле h направлено перпендикулярно плоскости структуры.



Рис. 1. Схема структуры из латерально связанных ферромагнитных плёнок.

Основной особенностью связанной структуры является распространение в ней на одной частоте двух нормальных мод, симметричной и антисимметричной, с разными волновыми числами и групповыми скоростями. Существование двух волн приводит к периодической перекачке сигнала между ФП вдоль длины структуры. [2]

В настоящей работе исследуются распространение спиновых волн и перекачка мощности в латерально связанных структурах нанометровой толщины. С помощью программного обеспечения MuMax были получены дисперсионные характеристики, пространственные распределения динамической намагниченности |**m**| и исследовано влияние некоторых геометрических параметров на перекачку сигнала.



Рис. 2. Результаты динамического моделирования распространения спиновых волн в латерально связанных ферромагнитных пленках. (а) - Распределение модуля переменной намагниченности $|\mathbf{m}(x,y)|$ в плоскости (x,y), (б) - Дисперсионная характеристика ООМСВ для связанных пленок.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (грант № 23-29-00759).

- 1. Qi Wang et al. // Sci Adv 4 (1). 2018. e1701517.
- 2. J.P. Castera, P. Hartemann // Electronics Letters. 1980. V. 16. P. 195.

Демультиплексирование спиновых волн с помощью спинового тока

Н.Д. Лобанов, В.В. Балаева, О.В. Матвеев, М.А. Морозова Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского nl 17@mail.ru

На этапе развития электроники переход от классической электроники к квантовой электронике является актуальной задачей. Один из самых популярных разделов квантовой электроники – магноника [1, 2], изучающий распространение спиновых волн в магнитных материалах. В последнее время также набирает популярность спинтроника [3]; в отличие от обычной электроники и магноники, в спинтронике передача информации происходит с использованием спинового тока [4].

В данной работе мы рассматривается слоистая структура, состоящую из магнонных кристаллов (МС-1 и МС-2), разделенных слоем нормального металла (например, платины) (Рис. 1). Магнонные кристаллы - это ферромагнитные пленки с определенными периодами и толщинами. Структура размещается во внешнем магнитном поле H_{a} , ориентированном касательно к плоскости структуры, при этом в МС-1 и МС-2 вдоль оси у будут распространяться спиновые волны. Сигнал подается на входной порт, порт 1, и другие три порта являются выходными портами.



Рис.1 Исследуемая структура.

Когда напряжение подается на слой нормального металла, в нем начинает течь электрический ток плотности **J**_c. Из-за эффекта Холла спины электронов с противоположными направлениями движутся в двух направлениях: с одним направлением спина к границе NM/MC-1 и с другим направлением спина к границе NM/MC-2, в результате чего возникает спиновый ток с плотностью в направлении оси z. В результате передачи спинового момента на границах слоев [5] возникает усиление спиновой волны в одном MC (если спины в NM направлены в противоположную сторону относительно магнитных моментов в МС) и ослабление спиновой волны в другом МС (спины в NM направлены согласованно с магнитными моментами в МС). Эта особенность позволяет контролировать мощность сигнала, подаваемого на один или другой порт связанной структуры, используя спиновый ток в активном слое. Целью данной работы является изучение влияния величины и полярности спинового тока в нормальном металле на перераспределение мощности между выходными портами.

Наличие прослойки из нормального металла (NM) позволяет управлять усилением/ослаблением сигнала в запрещенных зонах и вне областей непропускания сигнала в слоистой структуре MC-1/NM/MC-2, данная особенность дает возможность эффективно перераспределять выходную мощность по портам с помощью изменения электрического тока, а впоследствии при изменении тока спинового.

Таким образом, использование активного слоя расширяет функциональность устройств на основе магнонных кристаллов, которые могут быть использованы в микроволновой электронике в качестве делителей мощности.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант № 23-29-00759).

- 1. M. Krawczyk, D. Grundler, J.Phys.: Condens.Matter., 26, 123202(2014)
- 2. M. A. Morozova et al., J. Appl. Phys., 120, 223901(2016)
- 3. A. V. Chumak et al., Nature Physics, 11, 453(2015)
- 4. J. Xiao, G.E.W. Bauer, Phys. Rep. Lett., 108, 217204(2012)
- 5. X. Wang et al., Nat. Comm., 11, P. 5663(2020)

Изучение особенностей спининжекционной генерации ТГц излучения в массивах магнитных нанопроволок

С.Г. Чигарев¹, Е.А. Вилков¹, Д.Л. Загорский², И.М. Долуденко², А.И. Панас¹, В.М.Каневский²

¹ ФИРЭ им В.А.Котельникова РАН, г.Фрязино ²Институт кристаллографии им.Шубникова КККиФ НИЦ «Курчатовский институт», Москва dzagorskiy@gmail.com

Интерес к практически неосвоенному терагерцовому диапазону частот возрастает в силу его уникальных особенностей. Ранее в наших работах [1] было показано, что в качестве источника электромагнитного излучения может использоваться массив слоевых нанопрослок (НП). При пропускании тока большой плотности через такой массив возможна генерация излучения ТГц частот.

В настоящей работе приведено теоретическое описание явления. Согласно нашим представлениям при протекании тока в НП на границе раздела двух ферромагнетиков создается неравновесная спиновая поляризация, которая зависит от угла между намагниченностями ферромагнетиков по следующей формуле [2, 3]

$$\Delta P = \frac{P_1 \cos \varphi - P_2}{j_D} j. \tag{1}$$

где P_1 , P_2 - равновесные спиновые поляризации ферромагнетиков, *j*- плотность тока, *j*_Dплотность тока диффузии. При этом выражение (1) получено при условии *j*>>*j*_D. За счет неравновесных электронов происходит образование квазиуровней Ферми $\epsilon\uparrow$ и $\epsilon\downarrow$, сдвинутых относительно равновесного уровня Ферми ϵ_F на величины, определяемые соотношениями [2, 3].

$$\Delta \varepsilon_{\downarrow} = \varepsilon_{\downarrow} - (\varepsilon_F - eV/2) \tag{2}$$

$$\Delta \varepsilon_{\uparrow} = (\varepsilon_F - eV/2) - \varepsilon_{\uparrow} \tag{3}$$

Где V разность потенциалов V между ферромагнетиками. Добавки $\varepsilon_{\downarrow,\uparrow}$ определяются через неравновесную поляризацию (1) по формулам

$$\Delta \varepsilon_{\uparrow} = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3} \left| \left(\frac{1 - P_2 - \Delta P}{2} \right)^{2/3} - \left(\frac{1 - P_2}{2} \right)^{2/3} \right|$$
(4)

$$\Delta \varepsilon_{\downarrow} = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 n \right)^{2/3} \left| \left(\frac{1+P_2}{2} \right)^{2/3} - \left(\frac{1+P_2+\Delta P}{2} \right)^{2/3} \right|$$
(5)

Здесь *ћ* - приведенная константа Планка, *m* - масса электрона, *n* - концентрация электронов в металлическом ферромагнетике.

Полученные спин-неуравновешенные энергетически возбужденные электроны способны выполнять межзонные спин-флип переходы с излучением кванта энергии, максимальная частота которых определяется энергией, на которую раздвинуты квазиуровни Ферми в подзонах. С помощью (2) и (3) максимальную частоту спининжекционного излучения можно определить как

$$\nu = \frac{\Delta \varepsilon_{\downarrow} + \Delta \varepsilon_{\uparrow}}{2\pi\hbar} = \frac{|\varepsilon_{\downarrow} - \varepsilon_F| + |\varepsilon_F - \varepsilon_{\uparrow}|}{2\pi\hbar} = \frac{\varepsilon_{\downarrow} - \varepsilon_{\uparrow}}{2\pi\hbar}$$
(6)

Таким образом, согласно формулам (1)-(4) и вероятности излучения, рассчитанной в [2], максимум излучения, приходится на углы $\varphi = 0$, π . Минимум на угол $\varphi = \pi/2$.

В настоящей работе в порах полимерных трековых мембран синтезированы образцы массивов НП из металлов группы железа (или сплавов). Исследовано ТГц излучение, возникающее в этих образцах. Получены результаты, показывающие нетепловую, магнитную природу наблюдаемого излучения. Так, на Рис.1-а показана зависимость изменения мощности, тока и сопротивление излучателя при изменении напряжения. Видно, при некотором значении напряжения происходит что скачкообразное увеличение сопротивления, приводящего к скачкообразному уменьшению тока и в тоже время к резкому возрастанию мощности. Это можно объяснить упорядочением антипараллельности намагниченности слоев, то есть тем, что угол φ между намагниченностями ферромагнетиков становиться близким 180⁰.

То, что тепловое излучение связано с величиной тока видно из рис.1-б. Так при малом токе 40 мА мощность скачком достигает постоянного значения (рис.1-б кривая 1) что говорит об отсутствии теплового излучения. В то же время при больших значениях тока помимо скачкообразного возникновения излучения (динамического) появляется тепловое в виде добавки, плавно нарастающей со временем (плато на кривых 2, 3).



Рис. 1. а) -Изменение мощности при пропускании тока через излучатель. Кривая 1 -ток, 2 сопротивление, 3 –мощность; б) Характер нарастания интенсивности сигнала при различных токах. 1- 40 мА, 2 – 74 мА, 3 - 108 мА; в) Спектр излучения при разных токах. Кривая 1 - 20 мА, 2 - 85 мА

В настоящее время проводятся исследования зависимости интенсивности излучения от материала: наиболее интенсивный сигнал наблюдается в том случае, когда слои в НП состоят из сплавов FeCo и FeNi– классических магнитожёстких и магнитомягких материалов.Полученные результаты показывают возможность создания эффективных излучателей ТГц – диапазона на основе массивов слоевых НП. Обсуждаются и вопросы создания детекторов ТГц излучения.

Благодарности. Работа по синтезу НП и приготвлению излучателей проведена в рамках Госзадания КККиФ НИЦ «Курчатовский институт», Измерения генерации проведено в рамках Госзадания ФИРЭ РАН. Авторы благодарят И.Н.Дюжикова (ИРЭ РАН) за оказание помощи в измерениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Гуляев, С.Г. Чигарев, А.И. Панас, Е.А. Вилков, Н.А. Максимов, Д.Л. Загорский, А.С. Шаталов. // Письма в ЖТФ. 2019. том 45. вып. 6. с.27

2. E.Vilkov, G.Mikhailov, S.Chigarev et al// Phys. Rev. E. 1999. V. 60. No 4. P. 3508.

3. Yu.V. Gulyaev, E.A. Vilkov, P.E. Zil'berman, G.M. Mikhailov, S.G. Chigarev, // J. Commun. Technol. Electron. 2013. V. 58. P. 1137.

4. А. И. Панас, С. Г. Чигарев, Е. А. Вилков, О. А. Бышевский-Конопко, Д. Л. Загорский, И. М. Долуденко // Известия РАН. Сер физ. 2022. № 7, том 86. С. 1013.

Исследование СВЧ генерации в магнитных туннельных переходах с эллиптичным свободным слоем, ориентированным под углом к поляризатору

В.Р. Киктева^{1,2,*}, Г.А. Кичин¹, П.Н. Скирдков^{1,3}, К.А. Звездин^{1,3}

¹Новые спинтронные технологии, Большой бульвар, д.30, стр. 1, г. Москва, Россия, 121205 ²Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, 2-я Бауманская, д.5, стр.1, г. Москва, Россия, 105005

²Институт общей физики имени А. М. Прохорова Российской академии наук, ул. Вавилова, д.38, г. Москва, 119991, Россия

v.kikteva@nst.tech

Одно из наиболее активно развивающихся направлений наноэлектроники – спинтроника – является перспективным для создания эффективных устройств с малым расходом энергии. В частности, спинтронные нано-осцилляторы способны генерировать сигнал в широком диапазоне частот, что определяет их применение в частотной модуляции, вероятностных и нейроморфных вычислениях. Основным компонентом таких нано-осцилляторов является магнитный туннельный переход (МТП).

МТП состоит из двух ферромагнитных слоев, между которыми располагается диэлектрик. Верхний ферромагнитный слой имеет незакрепленную ориентацию намагниченности (свободный), а нижний слой – фиксированную (поляризатор). Приложение постоянного тока смещения к МТП вызывает прецессию намагниченности свободного слоя и, как следствие, переменное напряжение на выходе. Такое свойство МТП называется режимом генерации и позволяет использовать МТП как генератор СВЧ-сигнала, который потенциально применим в гигагерцовом диапазоне частот.

Одно из основных ограничений использования подобных осцилляторов – необходимость внешнего магнитного поля, что усложняет систему в целом. Потенциальным подходом к решению этой проблемы может стать оптимизация геометрии образца. В данной работе рассматриваются образцы с круглым и эллиптическим свободным слоем, последний из которых располагается под углом к поляризатору. Анализируется спектральная плотность мощности в диапазоне частот до 7 ГГц в отсутствие внешнего поля и при разных углах поля в диапазоне ±150 Э.

Полученные результаты позволяют оценить оптимальный угол эллиптичного слоя для потенциального создания генератора на МТП, работающего без использования внешнего магнитного поля.



Рис. 1. Схема направлений поляризатора, свободного слоя и внешнего поля и экспериментальная установка

Влияние параметров кроссбаров с STT-MRAM на точность работы аналоговых нейронных сетей

К.В. Киселева^{1,2}, Д.А. Черкасов^{1,2}, Г.А. Кичин¹, В.Н. Антонов², К.А. Звездин¹ 1 Новые спинтронные технологии, Большой бульвар, д. 30, стр.1, г. Москва, Россия, 121205 2 Сколковский институт науки и технологий, Большой бульвар, д. 30, стр.1, г. Москва, Россия, 121205 3 Московский физико-технический институт, Институтский переулок, д. 9, г. Долгопрудный, Московская область, 141701, Россия

Kseniia.Kiseleva@skoltech.ru

Спинтроника - новый подход в электронике, использующий спин электрона для обработки информации. Одним из перспективных направлений в спинтронике является магниторезистивная память с произвольным доступом (MRAM), обладающая рядом преимуществ перед Flash-памятью [1]. Исследования показывают, что MRAM может быть использована для создания аналоговых нейронных сетей, где ячейка MRAM играет роль резистивного элемента [2]. Существуют два вида MRAM - STT-MRAM и SOT-MRAM [3]. В данном исследовании изучалась нейросеть на основе STT-MRAM, собранная в кроссбар-архитектуре [4]. Экспериментально исследовалась точность операций сложения и умножения (MAC) в такой нейросети, результаты сравнивались с моделированием в Cadence с использованием Verilog-A модели МТП.

В данной работе изучались матрицы из STT-MRAM ячеек, собранных в кроссбар архитектуру размером 3x3. Экспериментально исследовалось влияние сопротивления межсоединений ячеек на точность выполнения операции совмещенного сложенияумножения. Полученные результаты сравнивались с результатами моделирования в САПР Cadence. Результаты работы позволяют оценить вклад в точность выполнения операций сложения-умножения, которые необходимо учитывать при обучении аналоговых нейронных сетей.

Для переключения всего кроссбара из STT-MRAM была изготовлена печатная плата. Каждый кроссбар 3х3 из STT-MRAM имела 8 контактов – 3 для линий битов, 3 для линий слов, одна для линии истока, а также тыльный контакт транзисторов доступа (Puc. 1b). На рисунке 1а представлена схема эксперимента для измерения параметров всего кроссбара STT-MRAM. Каждая микросхема с кроссбарами содержала по 6 подключенных кроссбаров (корпус dip-48). Для измерения параметров всего кроссбара ячеек STT-MRAM была реализована печатная плата, с управлением с помощью микроконтроллера. Линии истока, а также тыльные контакты транзисторов доступа были подключены к отрицательному контакту источника-измерителя.

Далее с помощью Cadence была смоделирован наш кроссбар размером 3х3 из STT-MRAM с использованием Verilog-A модели МТП. При моделировании были использованы следующие полученные экспериментально параметры МТП и транзистора. В моделировании изучалось как сопротивление межсоединений влияет на достоверность МАС операций для случая записи единичной матрицы.

В результате, проведенных экспериментов и моделирования было обнаружено существование некоторого отклонение в значениях тока. В кроссбаре из STT-MRAM результатом MAC операции считается сумма выходных токов задействованных ячеек МТП. Для идеального случая, когда сопротивление рассматривается только у МТП, детектируемый ток через один МТП I_1 определяется как $I_1 = U/R_{\rm MT\Pi}$. Тогда суммарных выходной ток I_n при n открытых ячейках определяется как $I_n = nI_1$. В экспериментальных данных наблюдалось отклонение от такой зависимости (рис. 1а). В моделировании аналогичное отклонение наблюдалось при добавлении паразитного сопротивления на линии межсоединений.


Рис. 1. График зависимости полученного тока от суммы токов отдельных ячеек кроссбара STT-MRAM. Экспериментально полученные данные (а) и данные моделирования (b). «Bit align» и «word align» для конфигураций, в которых задействовалось больше ячеек вдоль линий бит и слов соответственно. Square – для «квадратных» конфигураций, в которых по аналогии задействовано одинаковое количество ячеек.

При одинаковых сопротивлениях МТП ($R_{MT\Pi}$), отношение суммы токов нескольких ячеек (I_n) к току одной ячейки (I_1), с учетом сопротивления межсоединений (ΔR) на выходе, будет равно $I_n/I_1 = (R_{MT\Pi} + \Delta R)/(R_{MT\Pi}/n + \Delta R)$. Обозначим за α отношение паразитного сопротивления к сопротивлению МТП, тогда получим отношение токов, где n – количество ячеек на одной линии:

$$\frac{I_n}{I_1} = n \frac{(1+\alpha)}{1+n\alpha}$$
(2)

Из формулы (2) видно, что условие сложения токов нарушается, при $n\alpha \approx 1$, что и наблюдалось в эксперименте с кроссбарами STT-MRAM и в моделировании при добавлении паразитного сопротивления на линии межсоединений.

В заключении экспериментальное исследование кроссбаров из STT-MRAM показало, что существует некоторое отклонение в линейности для ожидаемой и измеренной суммы токов через ячейки. Такое отклонение может быть связано с наличием сопротивления на межсоединениях в кроссбаре. Результаты моделирования кроссбара из STT-MRAM с добавлением сопротивлений на межсоединения в САПР Cadence подтвердило влияние сопротивлений межсоединений на сумму токов через ячейки МТП. Таким образом, сопротивление межсоединений оказывает существенное влияние на достоверность МАС операций.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. S. Hamsa, N. Thangadurai. A.G. Ananth. // IJEAT 8 5 (2019)
- 2. D. Ielmini, G.Pedretti // Advan. Intel. Syst. 2 7 (2020)
- 3. R. Saha and et. // J. of Magnetism and Magnet. Mat. 551 169161 (2022)
- 4. S. Jung and et. // Nature. 601 211-216 (2022)

Возбуждение прямых объёмных магнитостатических спиновых волн фемтосекундными лазерными импульсами в плёнке феррит-граната

С. Коларь^{1,2}, Д.М. Кричевский^{1,3}, Д.О.Игнатьева^{1,3}, А.И.Чернов^{1,2} ¹Российский Квантовый Центр ²Московский Физико-Технический Институт (Государственный Университет) ³Московский Государственный Университет им. М.В.Ломоносова <u>kolar.s@phystech.edu</u>

Магнитостатические спиновые волны являются перспективной платформой для создания устройств передачи и обработки информации. Благодаря высокой частоте колебаний, а также отсутствию выделения тепла при распространении, спиновые волны могут заменить классические устройства на основе электрических токов. Относительно новый способ возбуждения спиновых волн с помощью лазерных импульсов позволяет менять параметры генерации in-situ. Более того, это открывает новые возможности для исследования способов, параметров и типов возбуждаемых волн, а также их взаимодействия. Однако такой способ возбуждения всё ещё находится на стадии изучения.

В данной работе мы исследовали прямые объёмные магнитостатические спиновые волны (ПОМСВ), возбуждённые с помощью фемтосекундных лазерных импульсов в плёнке железно-иттриевого граната (ЖИГ). Спиновые волны такого типа возбуждаются, намагничена нормально когда плёнка поверхности. Главная отличительная черта ПОМСВ независимость дисперсии направления ОТ распространения.



Рис. 1. Зависимость частоты прецессии от величины внешнего магнитного поля. Точки – экспериментальные данные, сплошные линии – теория.

Исследование ПОМСВ проводилось с помощью оптической установки «накачказондирование», где в качестве накачки использовался лазерный луч длиной волны 800 нм, а пробирование проводилось на длине волны 516 нм. Частота лазерных импульсов составляла 1 кГц, а измерения проводились при комнатной температуре. Возбуждение ПОМСВ происходило за счёт обратного эффекта Фарадея, который заключается в намагничивании среды под действием циркулярно поляризованной электромагнитной волны. Детектирование, в свою очередь, производилось за счёт прямого эффекта Фарадея, линейно поляризованным светом.

Образец, на котором были исследованы прямые объёмные спиновые волны, представлял собой плёнку железно-иттриевого граната толщиной 2,1 мкм, с кристаллографическими осями (001), выращенную на подложке из гадолиний-галиевого граната (ГГГ).

Одной из целей исследования было изучить методы регистрации ПОМСВ и проверить характерное поведение частоты прецессии намагниченности от величины внешнего магнитного поля. Рассматривались 2 конфигурации намагничивания образца – in plane, которая соответствует обратным объёмным волнам (ООМСВ) и out of plane, которая соответствует ПОМСВ. Теоретическое исследование данных типов волн приведено в работе [1]. Полученные экспериментальные данные хорошо совпадают с теоретическими зависимостями, что является показателем корректности эксперимента (Рис. 1).

Следующим этапом эксперимента было исследование распространения ПОМСВ. Характерное поведение колебаний намагниченности при распространении спиновых волн показано в работе [2]. Для экспериментального наблюдения подобного явления в установке производилось относительное смещение пучков лучей накачки и зондирования. Характер полученных зависимостей приведен на графике на Рис. 2.



Рис. 2. Колебания намагниченности при относительном смещении лучей накачки и зондирования

Из характера полученных зависимостей, можно отметить увеличение временной задержки между pump-induced эффектом (перекрытие пучков) и началом колебания спиновой подсистемы вещества.

Работа финансово поддержана Российским научным фондом, грант No. 21-72-10020.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Serga AA et al. // Journal of Physics D: Aplied Physics. 2010. 43:264002.
- 2. Chernov et al.// Physics of the Solid State. 2016. 58(6). 1128–1134.

Возбуждение коротких спиновых волн магнитооптическими методами

С.В. Луценко^{1,2}, А.Е. Безменова^{1,2}, Д.О. Игнатьева^{1,2}, <u>Д.В. Коньков²</u>, Н.С. Каурова³, Г.Н.

Гольцман³, В.Н. Бержанский⁴, В.И. Белотелов^{1,2,4} ¹Российский квантовый центр ²Московский государственный университет ³Московский педагогический государственный университет ⁴Крымский федеральный университет konkov.dv19@physics.msu.ru

В настоящее время вычислительные параметры электронных устройств близки к своему пределу, поэтому исследуются альтернативные способы хранения и обработки информации. Одним из перспективных направлений является создание магнонных устройств[1]. Однако, для их практического применения нужно решить определенный класс задач. Одна из проблем — это эффективное возбуждение и детектирование спиновых волн различных диапазонов.

Чаще всего для генерации спиновых волн используют метод СВЧ возбуждения с помощью микроантенн, напыленных на магнитную пленку[2]. Генерация спиновых волн также возможна с помощью оптомагнитных эффектов, таких как: обратный эффект Фарадея и обратный эффект Коттона-Мутона, которые создают эффективное магнитное поле в магнитном материале с помощью оптических импульсов. Для детектирования спиновой динамики чаще всего используют Бриллюэновское рассеивание или магнитооптические методы (эффект Фарадея или эффект Керра) [3], но у таких методов есть ряд недостатков. Например, магнитооптические методы ограничены дифракционным пределом, из-за чего ранее не получалось создать и детектировать спиновые волны имеют большое практическое значение благодаря возможности миниатюризации устройств. Более того, чем короче длина спиновой волны, тем больше вклад обменного взаимодействия преобладает над дипольным взаимодействием, что увеличивает скорость распространения энергии спиновой волны [4].

Недавние работы показали, что при возбуждении оптического резонанса, например при возбуждении поверхностных плазмон поляритонов, можно сконцентрировать электромагнитное поле на масштабах, меньших длины волны оптического излучения [5]. В нашей работе нам удалось продемонстрировать генерацию бегущих спиновых волн с длинами волн 300 нм и 400 нм при возбуждении волноводной ТЕ моды в магнитной пленке.



Рис. 1. Слева спиновая динамика для первой решетки при настройке на ТЕ резонанс при разных внешних магнитных полях. Справа спектры динамики для двух решеток при ТЕ резонансе.

В экспериментальном исследовании использовалась структура, состоящая из магнитного слоя висмут замещенного феррита граната ((Bi,Y,Lu)3(Fe,Ga)5O12) толщиной 95 нм, на котором была расположена решетка из диоксида титана высотой 130 нм и периодами решетки 300 нм и 800 нм. Эксперимент проводился с помощью метода «накачказондирование». Длина волны накачки подбиралась таким образом, чтобы возбудить ТЕ волноводную моду в созданной структуре.

В такой структуре возбуждалось знакопеременное эффективное магнитное поле с периодом, кратным периоду решетки. Обратный эффект Фарадея возникал при падении циркулярно поляризованного излучения. Такую поляризацию можно представить в виде суперпозиции s- и p- поляризаций, s-поляризация возбуждала TE волноводную моду, а p-поляризация не взаимодействовала со средой.

Решетка не только обеспечивала фазовое соотношение для возбуждения волноводной моды, но также позволяла детектировать спиновые волны. При стандартном методе измерения спиновых волн, если диаметр лазерного пучка много больше длины спиновой волны, детектирование невозможно. Однако, решетка делает эффект Фарадея чувствительным к периодическому распределению намагниченности, благодаря чему удается обнаружить спиновые волны, кратные периоду решетки[6].

Экспериментальное исследование по возбуждению коротких спиновых волн проводилось для двух решеток с периодами 300 нм и 800 нм, для пленки без решетки и для решетки вне резонанса. В спектре структуры с решеткой при настройке на ТЕ резонанс присутствовало два максимума. Причем нижняя частота динамики не зависела от периода решетки (рисунок 1) и наблюдалась в измерениях без решетки и вне резонанса. Из этого можно сделать вывод, что нижняя частота соответствует длинноволновой магнитостатической волне, а вторая частота связана с появлением коротковолновой спиновой волны. Для первой решетки частота коротковолновой возбуждающейся спиновой волны при внешнем поле 110 мТл составляет 3.85 ГГц, а для второй 2.89 ГГц. Из-за влияния обменного взаимодействия частота волны растет вместе с волновым числом. Поэтому частота волны с длиной 300 нм больше частоты волны с длиной 400 нм.

С помощью моделирования в RCWA выяснилось, что период эффективного магнитного поля в первой решетки составлял 300 нм, а во второй 400 нм, то есть в два раза меньше периода решетки. Далее была получена теоретическая дисперсия спиновых волн, которая хорошо согласовывалась с экспериментальными данными (рисунок 2).



Рис. 2. Теоретическая зависимость частоты спиновых волн от внешнего магнитного поля при разных волновых числах. Точками обозначены экспериментальные данные.

Моделирование в mumax показало аналогичный спектр динамики намагниченности. Оно показало распространение спиновой волны вдоль оси перпендикулярной решетке. Это связано с тем, что эффективное магнитное поле меняет фазу только вдоль одной оси.

В результате работы было показано, что при возбуждении волноводной моды возможна генерация и детектирование спиновых волн с длинами волн 300 нм и 400 нм магнитооптическими методами. Такие волны распространяются вдоль выделенного направления, а также имеют узкий частотный спектр.

ЛИТЕРАТУРА

1. A A Serga et al // 2010 J. Phys. D: Appl. Phys. 43 264002

- 2. Shiota, Y. et al // Physical Review B 102, 214440 (2020).
- 3. Sylgacheva, D. A. et al. // Nanophotonics 11, 3169-3176 (2022).
- 4. Wang, Q. et al. // Science Advances 9, eadg4609
- 5. Qin, J. et al. // Nanophotonics 11, 2639–2659 (2022).
- 6. Ignatyeva, D. O. et al // Nanomaterials 12, 4180 (2022).

Работа выполнена при поддержке гранта 24-42-02008.

Исследование намагниченности в синтетическом антиферромагнетике (CoFeB/Ru/CoFeB)

И.С. Кузьмин^{1,2}, П.Н. Скирдков^{2,3} ¹Новые спинтронные технологии ²Московский физико-технический институт ³Институт общей физики им. А.М. Прохорова РАН kuzmin.is@phystech.edu

Одним из наиболее актуальных направлений спинтроники является изучение синтетических антиферромагнетиков $(CA\Phi),$ которые являются ключевой составляющей в ряде спинтронных устройств, начиная от спиновых диодов и заканчивая спиновой памятью [1-2]. Структура САФ состоит из двух ферромагнитных слоёв, между которыми располагается немагнитная прокладка. Такое чередование магнитных и немагнитных слоёв даёт большую гибкость для манипулирования магнитной конфигурацией системы через её параметры (материал, намагниченность, геометрия слоёв и др.) [3-4]. За счёт этого одно из наиболее значительных преимуществ САФ перед ферромагнетиками заключается в возможности варьировать магнитные характеристики структуры, только изменяя толщину ферромагнитного слоя [4] или толщину промежуточного слоя [5]. Кроме того, другими преимуществами синтетических антиферромагнетиков является быстрая скорость переключения, небольшие переключающие токи, устойчивость к внешнему магнитному полю, термическая стабильность [6]. Всё вышесказанное делает изучение САФ крайне важной задачей.

Настоящее исследование посвящено рассмотрению физических свойств структуры CoFeB(1нм) /Ru(t)/ CoFeB(1нм) в зависимости от толщины прослойки рутения. Основная работа производилась над аналитическим и численным счётом уравнения энергии:

$$E = E_{1} + E_{2} + E_{12}$$

$$E^{j} = E_{N}^{j} + E_{K}^{j} + E_{H}^{j}$$

$$E_{N}^{j} = \sum_{i=x,y,z} N_{i} M_{ji}^{2}$$

$$E_{K}^{j} = K_{zj} [1 - \cos^{2}(\theta_{j})] - K_{uj} \sin^{2}(\theta_{j}) \cos^{2}(\phi_{j} - \phi_{uj}) \qquad (1)$$

$$E_{H}^{j} = -(\overline{M_{j}}, \overline{H})$$

$$E_{12} = -J(\overline{M_{1}}, \overline{M_{2}}).$$

Суммарная энергия состоит из энергий ферромагнитных слоёв, описывающей магнитостатическое, анизотропное и Зеемановское взаимодействия, а также энергии межслойного обменного взаимодействия, зависящей от толщины рутения.



Первоначальной задачей было определение точек устойчивого равновесия, для нахождения которых использовался градиентный спуск Нестерова. В качестве, результата были получены фазовые диаграммы в координатах толщины рутения и напряженности внешнего магнитного поля, и как следствие гистерезисные петли для различных значений t_{Ru} (рис. 1). Стоит отметить, что по оси ОУ откладывается косинус полярного угла второго ферромагнитного слоя. Важным выводом является тот факт, что в зависимости от толщины рутения обменное взаимодействие между слоями меняется с ферромагнитного на антиферромагнитное.

Следующим шагом стал анализ динамических свойств системы. Для этого было рассмотрено уравнение Ландау–Лифшица–Гильберта с вращающим моментом Сланческого для каждого ферромагнитного слоя:

$$\frac{\partial \overline{M_j}}{\partial t} = -\gamma \left[\overline{M_j}, \overline{H_j^{\text{eff}}} \right] + \frac{\alpha}{M_{sj}} \left[\overline{M_j}, \frac{\partial \overline{M_j}}{\partial t} \right] - \frac{\gamma a_j}{M_{sj}} \left[\overline{M_j}, \left[\overline{M_j}, \overline{m_{pj}} \right] \right] - \gamma b_j \left[\overline{M_j}, \overline{m_{pj}} \right], \quad H_j^{\text{eff}} = -\frac{\delta E}{\delta M_j}.$$
(2)

Перейдя к сферическим координатам, были получена система из четырёх дифференциальных уравнений. И решив задачу на нахождение её собственных значений, были численно полученные частотные диаграммы, на которых можно выделить две моды колебаний: оптическую и акустическую (рис. 2).



Рис. 2. Зависимость частоты от внешнего поля для $t_{Ru} = 0.3$ нм (ФМ), $t_{Ru} = 1.0$ нм (АФМ)

На предоставленных диаграммах продемонстрированы результаты для толщин рутения, когда наблюдается ферромагнитное ($t_{Ru} = 0.3$ нм) и антиферромагнитное ($t_{Ru} = 1.0$ нм) взаимодействие между слоями.

Результаты, полученные по средствам численного счёта с использованием компьютерных моделей, разработанных нами на языке программирования Python, в достаточной мере сходятся с результатами проведённого эксперимента.

ЛИТЕРАТУРА

1. Houssameddine D. et al. //Applied Physics Letters. – 2010. – T. 96. – №. 7.

2. Moriyama T. et al. //Physical Review Letters. – 2018. – T. 121. – №. 16. – C. 167202.

3. Xiao X. et al. //Journal of Applied Physics. – 2022. – T. 131. – №. 9.

4. Mouhoub A. et al. //Physical Review Materials. – 2023. – T. 7. – №. 4. – C. 044404.

5. Pirro P. et al. //Journal of Magnetism and Magnetic Materials. – 2017. – T. 432. – C. 260-265.

6. Huang D. et al. //Physical Review B. – 2023. – T. 107. – №. 21. – C. 214438.

Влияние формы образца на возможности управления неизохронностью автоколебаний спинтронного осциллятора

А.А. Матвеев^{1,2}, А.Р. Сафин^{1,3}, О.В. Кравченко^{1,4}, С.А. Никитов^{1,2,5}

¹Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН ²Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет) ³Национальный исследовательский университет «МЭИ» 4Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» РАН

⁵Саратовский государственный университет (национальный исследовательский университет) <u>maa.box@yandex.ru</u>

Ферромагнетики могут быть использованы в спинтронных устройствах приема передачи и обработки информации [1]. В таких устройствах может быть использован эффект возникновения прецессии вектора намагниченности при воздействии на ферромагнитный образец внешним магнитным полем [1]. Однако существует и возможность возбуждения сверхвысокочастотной (СВЧ) динамики намагниченности при пропускании через магнитные материалы спин-поляризованного тока, что впервые обсуждалось в работах Слончевского и Бергера [2, 3]. В настоящее время научный интерес вызывает использование спин-поляризованного тока для управления динамикой намагниченности с целью разработки магнитной памяти, наногенераторов СВЧ сигналов, усилителей и детекторов магнитного поля [4]. Частота прецессии намагниченности зависит от плотности спин-поляризованного тока, протекающего через ферромагнетик [5, 6]. В [6] рассматривалось влияние внешнего магнитного поля на неизохронность ферромагнитной тонкой пленки, определяющую как будет изменяться частота при изменении плотности спин-поляризованного тока. В данной работе исследуется вопрос о влиянии формы ферромагнитного образца на возможность управления неизохронностью спинтроного образца на возможность управления

Динамика намагниченности может быть описана при помощи уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта-Слончевского, имеющего вид [5, 6]

$$\frac{d\boldsymbol{m}}{dt} = -\gamma \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{H}_{eff} + \alpha \, \boldsymbol{m} \times \frac{d\boldsymbol{m}}{dt} + \beta \boldsymbol{J} \, \boldsymbol{m} \times [\boldsymbol{p} \times \boldsymbol{m}], \tag{1}$$

где m – нормированный на намагниченность насыщения M_s вектор намагниченности, H_{eff} – эффективное магнитное поле, α – коэффициент затухания Гильберта, β – нормировочный коэффициент при плотности спин-поляризованного тока J, p – вектор поляризации спин-поляризованного тока. Эффективное магнитное поле определяется как вариационная производная функционала магнитной энергии E [5, 6]

$$\boldsymbol{H}_{eff} = -\frac{1}{\mu_0 M_s} \frac{\delta E}{\delta \boldsymbol{m}}.$$
⁽²⁾

Здесь μ_0 – магнитная постоянная. В исследуемом случае магнитную энергию можно записать в виде

$$E = \int \left(-\mu_0 M_s \boldsymbol{H}_0 \cdot \boldsymbol{m} - K_u (\boldsymbol{m} \cdot \boldsymbol{e}_u)^2 + \frac{\mu_0 M s^2}{2} \boldsymbol{m} \cdot \widehat{\mathcal{D}} \cdot \boldsymbol{m} \right) dV,$$
(3)

где первое слагаемое в правой части представляет собой энергию Зеемана, возникающую за счет приложения к ферромагнитному образцу внешнего магнитного поля H_0 . Второе слагаемое учитывает вклад одноосной магнитной анизотропии с константой K_u и вектором направления e_u . Третье слагаемое — это энергия размагничивания, возникающая из-за диполь-дипольного взаимодействия. В работах [5, 6] рассматривались тонкие пленки, для которых тензор разманивающих факторов имел только одну не нулевую компоненту $\mathcal{D}_{zz} = 1$. В данной работе рассматривается случай, когда для описания размагничивания ферромагнитного образца может быть применен диагональный тензор Труды Школы-семинара «Волновые явления: физика и применения» («Волны-2024»)

$$\widehat{D} = \begin{pmatrix} \mathcal{D}_{xx} & 0 & 0\\ 0 & \mathcal{D}_{yy} & 0\\ 0 & 0 & \mathcal{D}_{zz} \end{pmatrix}.$$
(4)

Тензор размагничивающих факторов такого типа может использоваться для описания динамики намагниченности в сфере, протяженном цилиндре или тонкой пленке. Уравнение (1) является векторным нелинейным уравнением, что усложняет его теоретический анализ, поэтому для исследования нелинейных свойств магнитных материалов может быть применен метод гамильтонова формализма [5, 6]. Этот метод заключается во введении некоторой комплексной амплитуды, квадрат модуля которой характеризует мощность колебаний. В [5] показано, что (1) может быть сведено к дифференциальному уравнению относительно комплексной амплитуды с Такое уравнение имеет вид

$$\frac{dc}{dt} = -i\omega(|c|^2)c - \Gamma_0(|c|^2)c + \Gamma_j(|c|^2)c,$$
(3)

где $\omega(|c|^2)$ – частота прецессии намагниченности, слагаемое с множителем Γ_0 характеризует Гильбертовское затухание, а слагаемое $\Gamma_i(|c|^2)c$ учитывает влияние спинполяризованного тока. В случае, когда плотность спин-поляризованного тока, пропускаемого через ферромагнитный образец, превышает некоторое критическое значение начинается автоколебательная прецессия намагниченности, частота которой определяется при помощи соотношения [5, 6]

$$\omega(|c|^2) = \omega_0 + N|c|^2.$$
(3)

Здесь N – коэффициент неизохронности, ω_0 – собственная частота. В данной работе получено выражение для N с учетом диагонального вида тензора размагничивающих факторов. На рис.1а представлена зависимость N для сферы, изготовленной из железоиттриевого граната от полярного угла Θ₀ приложения внешнего магнитного поля (см. рис.1б) для различных величин этого поля.



Рис.1. Зависимость коэффициента неизохронности (a) от полярного угла Θ₀ приложения внешнего магнитного поля H_0 для сферы (b), изготовленной из железо-иттриевого граната.

Полученное в данной работе выражение для коэффициента неизохронности N позволит определять, как будет изменяться частота колебаний намагниченности в спинтронном осцилляторе при изменении плотности спин поляризованного тока для различных форм ферромагнитного образца.

Работа выполнена при поддержке Государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова PAH (FFWZ-2022-0015).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. S.A. Nikitov et al. // Phys. Usp. 2020. V. 190. No. 10. P.945–974.
- 2. J. C. Slonczewski. // J. Magn. Magn. Mater. 1996. V. 159. No 1-2. P. L1.
- 3. L. Berger. // Phys. Rev. B. 1996. V. 54. No 13. P. 9353.
- 4. Q. Shao et al. // IEEE TMAG. 2021. V. 57. No.7. P. 1-39.
- 5. A. Slavin and V. Tiberkevich // IEEE TMAG. 2008. V.44. No. 7. P. 1916-1927.
- 6. A. Matveev, A. Safin and S. Nikitov // JMMM. 2024. V. 592. P. 171825. 299

Резистивная связь идентичных антиферромагнитных осцилляторов

А.Ю. Митрофанова^{1,2}, А.Р. Сафин^{1,3}, С.А. Никитов^{1,2,4}

¹Институт радиотехники и электроники им. В.А. Котельникова РАН ²Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет) ³Национальный исследовательский университет «МЭИ» ⁴Саратовский государственный университет (национальный исследовательский университет) nastya mitrofanova 2000@mail.ru

С 1996 года, когда были опубликованы основополагающие работы Слончевского и Бергера [1,2] о явлении переноса спинового момента, спинтронные осцилляторы стали предметом обширных экспериментальных и теоретических исследований [3,4]. Для достижения эффектов, связанных с переносом спинового момента, таких как прецессия намагниченности, возможно использовать также и спиновый эффект Холла (СЭХ) [5]. Спин-Холловские осцилляторы (СХО) при этом имеют ряд преимуществ по сравнению со спинтронными осциляторами, к которым относится, в частности, простота изготовления [6]. Для увеличения частоты генерируемого осциллятором сигнала, что необходимо для увеличения скорости обработки информации и разработки устройств связи следующего поколения, в качестве материала активного слоя СХО рассматривают антиферромагнетики (АФМ), чьи собственные резонансные частоты находятся в ТГц диапазоне [7]. Многие практические приложения СХО требуют их объединения в массив, например, для увеличения выходной мощности [8]. АФМ СХО предлагается соединять посредством общего электрического тока для реализации логических устройств, синхронизации с внешним переменным сигналом, взаимной синхронизации [9-11]. В данной работе выполнен вывод упрощённой маятниковой модели связанных резистивно АФМ СХО и получено выражение для коэффициента связи.

Схема связанных посредством общего тока (резистивно) идентичных АФМ СХО представлена на рис. 1. Через каждый k-ый нижний слои нормального металла (HM) протекает постоянный электрический ток с плотностью j_k . Поскольку используемый HM имеет сильное спин-орбитальное взаимодействие в результате СЭХ на границе раздела HM и АФМ происходит пространственное разделение электронов по направлению спинов, и из слоя нормального металла в антиферромагнитный слой, во-первых, протекает спиновый ток с поляризацией p, во-вторых, осуществляется перенос спин-орбитального момента. Таким образом, в случае, когда перенесённого в АФМ спинового момента достаточно для компенсации собственного затухания антиферромагнетика, в каждом отдельном АФМ происходит неоднородная прецессия намагниченностей M_{sk} в лёгкой плоскости (плоскость Oxz). Здесь s=1,2 номер подрешетки в АФМ, k номер АФМ. В свою



Рис. 1. Схематическое изображение связанных резистивно (посредством общего тока) АФМ СХО. *N* антиферромагнетиков расположены на нижних слоях нормального металла, по которым протекают постоянные электрические токи. По общей шине нормального металла протекает переменный электрический ток.

очередь, изменение намагниченностей АФМ подрешёток приводит к спиновой накачке из АФМ в общий и нижние слои НМ. Благодаря обратному СЭХ происходит преобразование переменного спинового тока в переменный электрический ток. Таким образом, по переменным электрическим токам, протекающих по нижним слоям и общей шине нормального металла, можно получить напряжение как от отдельного АФМ, так и от всего массива, соответственно. Отметим, что выходное напряжение пропорционально частоте прецессии намагниченностей, которая зависит от плотностей постоянных токов.

Для описания динамики АФМ осцилляторов используют модель Ландау-Лифшица-Гилберта

$$\frac{d\boldsymbol{M}_{sk}}{dt} = \frac{\mathcal{Y}}{M_0} [\boldsymbol{H}_{sk} \times \boldsymbol{M}_{sk}] + \frac{\alpha_G}{M_0} [\boldsymbol{M}_{sk} \times \frac{d\boldsymbol{M}_{sk}}{dt}] + \frac{\tau_k^{\text{STT}}}{M_0} [\boldsymbol{M}_{sk} \times [\boldsymbol{M}_{sk} \times \boldsymbol{p}]] + \frac{\tau_k^{\text{STT}}}{M_0} \sum_{k',k' \neq k}^{N} [(2N-1)\boldsymbol{M}_{sk} \times \frac{d\boldsymbol{M}_{sk}}{dt} - \boldsymbol{M}_{sk'} \times \frac{d\boldsymbol{M}_{sk'}}{dt}], \qquad (1)$$

где H_{sk} – магнитное поле, в котором учитываются магнитные поля обмена H_{ex} и анизотропии H_e , $M_0 = |M_{sk}|$ – намагниченность насыщения, γ – гиромагнитное отношение, α_G – коэффициент затухания Гилберта, $\tau_k^{STT} = \sigma j_k$ (см. [12]) – коэффициент при слагаемом, которое отвечает за перенос спинового момента, τ^{SP} – коэффициент при слагаемом, отвечающем за момент спиновой накачки. Покажем, что последнее слагаемое системы (1) имеет именно такой вид. Для этого, аналогично [13], запишем

$$\boldsymbol{I}_{k}^{\text{out}} = \frac{\hbar g_{r}}{4 \pi M_{0}^{2}} \sum_{s=1,2} \left[\boldsymbol{M}_{sk} \times \frac{d \boldsymbol{M}_{sk}}{dt} \right],$$
$$\boldsymbol{I}_{k}^{\text{acc}} = -\frac{1}{4 \pi} \sum_{s=1,2} \left(g \left(\boldsymbol{M}_{sk} \cdot \boldsymbol{\mu}_{\text{NM}} \right) \cdot \boldsymbol{M}_{sk} + g_{r} \boldsymbol{M}_{sk} \times \left[\boldsymbol{\mu}_{\text{NM}} \times \boldsymbol{M}_{sk} \right] \right),$$
$$\sum_{k}^{N} \left[\boldsymbol{I}_{k}^{\text{out}} + \boldsymbol{I}_{k}^{\text{acc}} \right] = \boldsymbol{0},$$
$$(2)$$

где I_k^{out} и I_k^{acc} – спиновые токи, возникающие в результате накачки из k-ого AФM слоя и аккумуляции спинов μ_{NM} в HM, соответственно, g_r, g – проводимости, связанные с поверхностным сопротивлением на границе слоёв. Из первого и второго выражений (2) получим приближённое выражение для аккумуляции спинов

$$\boldsymbol{\mu}_{\rm NM} = \frac{\hbar}{2 N M_0^2} \sum_{k=1}^N \sum_{s=1,2} \left[\boldsymbol{M}_{sk} \times \frac{d \, \boldsymbol{M}_{sk}}{dt} \right].$$

Аналогично [13], запишем момент спиновой накачки в виде

$$\boldsymbol{\tau}_{k}^{\text{SP}} = \frac{\boldsymbol{\gamma}}{\boldsymbol{d}_{\text{AFM}}} \sum_{s=1,2} \boldsymbol{M}_{sk} \times [(\boldsymbol{I}_{k}^{\text{out}} + \boldsymbol{I}_{k}^{\text{acc}}) \times \boldsymbol{M}_{sk}],$$

где *d*_{АFM} – толщина антиферромагнитного слоя. Отсюда получаем

$$\boldsymbol{\tau}_{sk}^{\rm SP} = \frac{\boldsymbol{\tau}^{\rm SP}}{M_0} [(2N-1)\boldsymbol{M}_{sk} \times \frac{d\boldsymbol{M}_{sk}}{dt} - \sum_{k',k' \neq k}^N \boldsymbol{M}_{sk'} \times \frac{d\boldsymbol{M}_{sk'}}{dt}],$$

где коэффициент связи

$$\tau^{\rm SP} = \kappa = \frac{\gamma \hbar g_r}{4 \,\pi N \, d_{\rm AFM}},\tag{3}$$

Перейдя к переменным $l_k = (M_{1k} - M_{2k})/(2M_0)$ и $m_k = (M_{1k} + M_{2k})/(2M_0)$, можно записать упрощённую маятниковую модель, описывающую динамику связанных резистивно АФМ СХО, для случая вращения намагниченностей в лёгкой плоскости

$$\frac{1}{\omega_{\text{ex}}} \frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} + \alpha \frac{d \varphi_k}{dt} + \frac{\omega_{\text{e}}}{2} \sin 2 \varphi_k = \tau_k^{\text{STT}} + \kappa \sum_{k', k' \neq k}^N \frac{d \varphi_{k'}}{dt}, \qquad (4)$$

где $\omega_{ex,e} = \gamma H_{ex,e}$, $\alpha = \alpha_G + (2N-1)\kappa$, φ_k – угол наклона вектора антиферромагнитного момента I_k в лёгкой плоскости. Заметим, что ранее модель (4) уже использовалась, например, в [9], где была введена из феноменологических соображений. Однако, найденное в данной работе аналитическое выражение для коэффициента связи (3) позволяет точнее выполнять вычислительные эксперименты с целью исследования динамики массива связанных резистивно идентичных антиферромагнитных осцилляторов.

Работа выполнена при поддержке Государственного задания ИРЭ им. В.А. Котельникова РАН (FFWZ-2022-0015).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. J. C. Slonczewski. // J. Magn. Magn. Mater. 1996. V. 159. No 1-2. P. L1.
- 2. L. Berger. // Phys. Rev. B. 1996. V. 54. No 13. P. 9353.
- 3. J. Grollier et al. // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78. No 23. P. 3663.
- 4. J. Zhang et al. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 93. No. 25. P. 256602.
- 5. T. Chen et al. // Proc. IEEE. 2016. V. 104. No. 10. P. 1919.

6. A. A. Awad et al. // Nat. Phys. 2017. V. 13. No. 3. P. 292.

7. O. Gomonay et al. // Nat. Phys. 2018. V. 14. No. 3. P. 213.

8. V. Puliafito et al. // Phys. B: Condens. Matter. 2014. V. 435. P. 44.

9. O. Sulymenko et al. // J. Appl. Phys. 2018. V. 124. No. 15.

10. D. Slobodianiuk, O. Prokopenko. // 2021 IEEE 11th International Conference Nanomaterials: Applications & Properties (NAP). IEEE. 2021. P. 1.

11. D. V. Slobodianiuk, O. R. Sulymenko, O. V. Prokopenko. // 2018 IEEE 38th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO). IEEE. 2018. P. 470.

12. R. Khymyn et al. // Sci. Rep. 2017. V. 7. No. 1. P. 43705.

13. T. Taniguchi. // Phys. Rev. B. 2018. V. 97. No. 18. P. 184408.

Моделирование возбуждения спиновых волн воздействием электрического поля на доменную стенку в магнитных пленках с неоднородным магнитоэлектрическим взаимодействием

Н.В. Мясников, А.П. Пятаков Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет miasnikov.nv16@physics.msu.ru

В последнее время в мире активно развиваются альтернативные подходы к передаче информации, которые используют в качестве переносчика информации спин электрона (спинтроника [1]) или коллективные возбуждения спинов (магноника [2]), но не заряд электрона. В области магноники возникает необходимость генерации спиновых волн. Одна из возможностей генерации сводится к такому движению доменной стенки во внешнем магнитном поле, при котором впереди и позади доменной стенки возникают спиновые волны [3]. В магнитных пленках феррита граната существует возможность управления микромагнитной структурой за счет неоднородного магнитоэлектрического взаимодействия. Это взаимодействие приводит к тому, что некоторые микромагнитные структуры (например, доменная стенка) обладают электрической поляризацией [4,5,6,7]. Данное свойство позволяет управлять микромагнитной структурой с помощью приложения внешнего электрического поля.

В данной работе решается задача моделирования динамики воздействия однородного и неоднородного электрического поля на доменную стенку, в результате которого появляются спиновые волны.

Моделирование динамических процессов может быть проведено на основе уравнения Ландау-Лифшица-Гильберта:

$$\frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t} = -|\boldsymbol{\gamma}| \left[\boldsymbol{M}, \boldsymbol{H}^{eff} \right] + \frac{\alpha}{M_s} \left[\boldsymbol{M}, \frac{\partial \boldsymbol{M}}{\partial t} \right], \tag{1}$$

$$H^{eff} = -\frac{\delta F(M)}{\delta M},\tag{2}$$

где **M**- вектор намагниченности, H^{eff} - эффективное магнитное поля, определяемое как вариационная производная от свободной энергии F(M) по M, $|\gamma|$ – гиромагнитное отношение для электрона, α – константа затухания, M_s – намагниченность насыщения. Неоднородное магнитоэлектрическое взаимодействие может быть включено в модель за счет дополнительного слагаемого в потенциале свободной энергии [2]:

$$F_{me} = -\gamma_{me} E(\boldsymbol{m}(\nabla, \boldsymbol{m}) + [\boldsymbol{m} \times [\nabla \times \boldsymbol{m}]]), \qquad (3)$$

где γ_{me} – константа магнитоэлектрического взаимодействия, *E* - электрическое поле внутри среды, $\mathbf{m}(\theta, \varphi)$ – нормированный на M_s вектор намагниченности. Здесь θ , φ – углы сферической системы координат, с помощью которых может быть параметризован вектор намагниченности. С помощью уравнений (1-3) был проведен численный расчет динамики намагниченности в среде с параметрами, характерными для пленок феррита граната.

Также в рамках модели одномерной доменной стенки аналитически были получены уравнения для углов θ , ϕ , описывающие поведение доменной стенки во внешнем однородном электрическом поле E_x на ранних этапах эволюции:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\beta \cos(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial y}, \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = -\beta \cos(\theta) \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \qquad (5)$$

где $\beta = 2\gamma \gamma_{me} E_x / M_s$. Уравнения (4), (5) на ранних этапах эволюции описывают уширение/сжатие профиля доменной стенки.

Как в одномерной модели, так и в двумерной модели численный расчет показал, что в результате воздействия электрического поля на доменную стенку она возмущается, что приводит к появлению спиновых волн с характерными частотой 10 ГГц и длиной волны 500 нм (Рис 1.).

Работа была поддержана грантом Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» (программа Junior Leader).



Рис. 1. Результат моделирования: возникающие спиновые волны; (а) двумерное распределение компоненты намагниченности m_y , (б) структура m_x , m_y компонент намагниченности вдоль выделенной линии.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Y. V. Fetisov, A. S. Sigov, // Radioelectronics. Nanosystems. Information Technologies, T. 10, № 3, pp. 343-356, December 2018.
- 2. A. Barman et al. // Journal of Physics: Condensed Matter, T. 33, p. 413001, August 2021.
- 3. M. Yan et. al. // Appl. Phys. Lett. 99, 122505 (2011);
- 4. A. P. Pyatakov, G. A. Meshkov, A. K. Zvezdin // Journal of Magnetism and Magnetic Materials, T. 324, № 21, p. 3551–3554, October 2012.
- 5. D. P. Kulikova et. al. // physica status solidi (RRL) Rapid Research Letters, T. 12, p. 1800066, April 2018.
- 6. K. S. Antipin et. al. // Journal of Applied Physics, T. 129, № 2, p. 24103, January 2021.
- 7. T. Srivastava et al. // Nano Letters, T. 18, № 8, p. 4871–4877, June 2018.

Микромагнитное моделирование динамики переключения гетероструктуры мультиферроик/ферромагнетик

Л.Г.Натёкин^{1,3*}, К.А.Звездин^{1,3},П.Н.Скирдков^{1,2,3} ¹Московский физико-технический институт (НИУ) ²Институт общей физики имени А.М. Прохорова РАН ³ООО "Новые спинтронные технологии", Российский квантовый центр, 143026, Сколково, Россия *e-mail: natekin.lg@phystech.edu

В большой интерес привлекают МЭСО-устройства настоящее время спин-орбитальные), (магнитоэлектрические которые представляют ИЗ себя гетероструктуру, состоящую из двух основных систем: магнитоэлектрической, с помощью которой производится энергоэффективная запись информации, и спинорбитальной системы, используемой для считывания. Активная разработка подобных устройств ведется такими компаниями как IMEC, IBM, Intel и др. В первую очередь, это обусловлено тем, что МЭСО-устройства могут стать прорывом в решении проблем дальнейшей миниатюризации, повышения быстродействия и энергоэффективности вычислительных устройств. Концепт МЭСО-устройства представлен в работе [1], а экспериментальная реализация магнитоэлектрической части в [2].

В данной работе, в микромагнитном приближении, была рассмотрена гетероструктура мультиферроик/ферромагнетик, являющаяся магнитоэлектрической частью МЭСО-устройства. Микромагнитная модель в данном случае модифицируется в микроэлектромагнитную, которая одновременно позволяет численно моделировать кристалл, являющийся сегнетоэлектриком и антиферромагнетиком одновременно [3]. Были выведены основные уравнения динамики ферромагнитного, антиферромагнитного векторов и вектора спонтанной поляризации, полностью описывающие состояние кристалла мультиферроика. Под эти уравнения подобраны их разностные представления, согласованные как по времени, так и по пространству. Одной из основных проблем при моделировании таких структур является вычисление уравнений Максвелла, которые косвенно участвуют в уравнениях динамики. В работе предлагается новый способ их вычисления, позволяющий считать их вне магнитостатических или электростатических приближений, который основан на применении функций Грина и специфических численных методов. В добавок, в модели учтено влияние электрострикции и напряжения деформаций из-за подложки, что является неотъемлемой частью при современном численном моделировании сегнетоэлектриков. В качестве модели взаимодействия мультиферроик/ферромагнетик была взята модель взаимодействия антиферромагнетик/ферромагнетик в приближении скомпенсированности магнитных моментов на поверхности антиферромагнетика. Проведенное численное моделирование:

1) согласовывается с макроскопическими аналитическими выводами из схожих работ по данному мультиферроику, таких как наличие спиновой циклоиды при определенной подложке (рис. 1) или её разрушение при другой.

2) позволяет составить фазовую диаграмму констант взаимодействия мультиферроик/ферромагнетик

3) оценивает характерное время переключения логического состояния структуры в 50-200 пс.



Рис.1. Спиновая циклоида

Авторы выражают благодарность Министерству науки и высшего образования Российской Федерации за финансирование работ в рамках Соглашения №075-11-2022-046.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Manipatruni, et al. // Nature 565, 35–42 (2019).
- 2. Wang, J., et al. // Sci rep 5, 10459 (2015).
- 3. Zvezdin, A.K., Mukhin, A.A. // Jetp Lett. 89, 328-332 (2009).

Температурные исследования магнитных свойств спинтронных гетероструктур типа ферромагнетик/материал с большим спинорбитальным взаимодействием методом ферромагнитного резонанса

А.С. Пахомов^{1,2}, П.Н. Скиркдов¹ А.И. Чернов², К.А. Звездин¹ ¹ ООО «Новые спинтронные технологии» ²Московский физико-технический институт, центр двумерных материалов и фотоники a.pakhomov@nst.tech

Спинтроника – новая область электроники, бурное развитие которой началось с открытия явления гигантского магнитосопротивления в 1988 году независимо А. Фертом и П. Грюнбергом. Функционирование спинтронных устройств основано не только на наличии у электрона заряда, но и собственного момента импульса, имеющего абсолютно квантовую природу – спина. Считается, что данные устройства в будущем смогут превзойти классические полупроводниковые электронные устройства по многим параметрам, в частности, по размеру, быстродействию и потребляемой мощности. Использование спина электрона как переносчика информации может привести к ряду преимуществ, таких как: высокая скорость передачи и обработки информации, пониженное энергопотребление устройств.

В данной работе нами были исследованы спинтронные гетероструктуры W/NiFe, Pt/NiFe и Bi₂Se₃/NiFe, а также проведен анализ полученных экспериментальных данных и сделан ряд выводов. Образцы были исследованы методом ферромагнитного резонанса в широком температурном диапазоне (20 – 300 K). Были определены параметр затухания в форме Гильберта и эффективная намагниченность насыщения. Значения параметра Гильберта для образца с платиной получились около 0,0135 при комнатной температуре. Значения для образца с вольфрамом получились около 0,0125 при комнатной температуре, для образца с топологическим изолятором (ТИ) значения получились немногим больше - ~ 0,014. Поведение образца с платиной схоже с опубликованным ранее в работе [1]. Есть различие в абсолютных значениях параметра Гильберта. Ранее было получено около 0,011. Такое различие может объясняться тем, что образцы были произведены в разных местах и на разных подложках. Поведение образца с вольфрамом схоже по характеру с поведением образца с платиной, есть небольшое различие в абсолютных значениях. Образец с топологическим изолятором ведёт себя сильно иначе. В области, где у других образцов наблюдается максимум значений константы затухания, у образца с ТИ наблюдается минимум. Далее наблюдается резкое увеличение константы затухания до 0,015, а затем, с дальнейшим уменьшением температуры наблюдается резкое уменьшение константы Гильберта до 0,010. Эффективная намагниченность ведёт себя одинаково на всех образцах, с уменьшением температуры она начинает расти без изменений в характере роста. Что касается неоднородного уширения резонансной линии, то здесь ситуация иная. Образцы с тяжелыми металлами ведут себя примерно одинаково, что хорошо согласуется с литературными данными. Образец с ТИ в свою очередь ведёт себя совершенно иначе. Наблюдается резкое увеличение уширения на той же температуре, что и наблюдалось уменьшение параметра Гильберта. Это может говорить о том, что классическая теория, описывающая явление ферромагнитного резонанса не совсем применима для случая ферромагнетик/топологический изолятор и здесь следует проводить дополнительные эксперименты, чтобы достоверно описать поведение структур.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 22-12-00367.



Рис. 1. Зависимость параметра затухания Гильберта (сверху), эффективной намагниченности насыщения (посередине) и величины уширения резонансной линии (снизу) для исследованных гетероструктур.

ЛИТЕРАТУРА

1. 1. S. Martín-Rio et al. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials 500, 166319 (2020).

Макроскопическая электрическая поляризация в рамках спин-токовой модели

М.И. Труханова^{1,2}, П.А. Андреев¹

¹Физический факультет, МГУ имени М.В. Ломоносова,

² Лаборатория теоретической физики, Институт проблем безопасного развития атомной энергетики.

trukhanova@physics.msu.ru

магнитоэлектрического эффекта представляет собой Физика активно развивающуюся область исследований [1, 2]. Изучение микроскопических механизмов возникновения электрической поляризации и её динамической эволюции в магнитных диэлектриках, несомненно, является важной задачей. Магнитоэлектрический эффект, проявляющийся ниже определённых температур, был обнаружен в материалах, названных мультиферроиками. При этом выделяют два основных типа мультиферроиков: первого рода, в которых магнитный и диэлектрический порядки существуют независимо, и второго рода, в которых проявляется взаимосвязь магнитного и диэлектрического упорядочения. Были открыты три основных механизма возникновения электрической дипольной поляризации в мультиферроиках второго рода, для каждого из которых предложена связь электрического дипольного момента ячейки кристалла и спинов входящих в неё ионов. В работе [3] был теоретически представлен новый микроскопический механизм магнитоэлектрического эффекта в неколлинеарных магнитах, получивший название спин-токовой модели. Несмотря на экспериментальные успехи в физике магнитоэлектрического эффекта, теоретическое обоснование механизмов возникновения поляризации магнитных диэлектриках не является завершённым, и содержат много вопросов. Например, в спин-токовой модели Кацуры-Нагаосы-Балацкого [3] отсутствует четкая взаимосвязь спин-орбитального взаимодействия и спинового тока, осуществляемые в ячейке кристалла. В данной работе [4] мы впервые проводим обоснование спин-токовой модели с точки зрения метода многочастичной квантовой гидродинамики [5]. Использование эффективного спинового тока в уравнении эволюции спинового поля, обусловленного обменным кулоновским взаимодействием, позволяет воспроизвести результат, полученный в модели М. Мостового [6] и, более того, определить связь между коэффициентом, задающим дипольный момент ячейки, с обменным интегралом. Нами также дано обобщение результата данной работы [6] при учете вклада квантового спинового тока, связанного с потенциалом Бома. Кроме того, предложенный нами подход к обоснованию вида поляризации и обоснованию спин-токовой модели, позволяет установить коэффициент пропорциональности между спиновым током и поляризацией [4].

Для системы магнитных ионов в узлах кристаллической решётки мультиферроика, рассмотрим эволюцию импульса и спиновой плотности среды под влиянием спин-орбитального взаимодействия, взаимодействия Дзялошинского – Мории, учета энергии электрического дипольного момента во внешнем электрическом поле \vec{E}_i , и энергии Зеемана магнитных моментов во внешнем магнитном поле \vec{B}_i . Для этого введем многочастичное уравнение Паули $i\hbar\partial_t\psi_s(R,t) = \hat{H}\psi_s(R,t)$ с гамильтонианом взаимодействия

$$\widehat{H} = -\sum_{i=1}^{N} \left(\hat{\vec{d}}_i \cdot \vec{E}_i + \frac{1}{mc} \left(\hat{\vec{\mu}} \cdot \left[\vec{E}_i \times \hat{\vec{p}}_i \right] \right) + \hat{\vec{\mu}}_i \cdot \vec{B}_i \right)$$

$$-\frac{1}{2}\sum_{i=1,j\neq i}^{N} \left(U_{ij}\hat{\vec{s}}_{i}\cdot\hat{\vec{s}}_{j} + \vec{D}_{ij}\cdot\left[\hat{\vec{s}}_{i}\times\hat{\vec{s}}_{j}\right] \right),\tag{1}$$

где N – полное число магнитных ионов среды, $\psi_s(R, t)$ это многочастичная волновая функция, $R = \{\vec{r}_1, ..., \vec{r}_N\}$, $\hat{\vec{d}}_i$ – оператор дипольного момента, который определяется через смещение ионов, $\hat{\mu} = \gamma_i \hat{\vec{s}}_i$ – оператор спина, $U_{ij} = U(\vec{r}_i - \vec{r}_j)$ скалярная константа обменного кулоновского взаимодействия гамильтониана Гейзенберга, и \vec{D}_{ij} векторная константа обменного спин-орбитального взаимодействия Дзялошинского-Мории. Согласно методу многочастичной квантовой гидродинамики [5] мы можем определить плотность импульса в окрестности точки \vec{r} физического пространства

$$\vec{p}(\vec{r},t) = \sum_{s} \int dR \sum_{i=1}^{N} \delta(\vec{r} - \vec{r}_{i}) \psi_{s}^{\dagger}(R,t) \,\hat{\vec{p}}_{i} \psi_{s}(R,t),$$
(2)

и плотность спина магнитных ионов среды

$$\vec{S}(\vec{r},t) = \sum_{s} \int dR \sum_{i=1}^{N} \delta(\vec{r} - \vec{r}_{i}) \psi_{s}^{\dagger}(R,t) \left(\hat{\vec{s}}_{i}\psi(R,t)\right)_{s}.$$
(3)

Следуя методу многочастичной квантовой гидродинамики [4, 5], мы выводим уравнение баланса импульса в виде

$$\partial_t \vec{p} = g_{0u} S^\beta \,\vec{\nabla} \,S^\beta + \mu S^\beta \vec{\nabla} \,B^\beta + P^\beta \vec{\nabla} \,E^\beta + \frac{\mu}{mc} \varepsilon^{\beta\gamma\delta} J^{\delta\gamma} \big(\vec{\nabla} \,E^\beta\big) + \vec{F}_{DM}, \tag{4}$$

и уравнение эволюции спина

$$\partial_t \vec{S} = \frac{2\mu}{\hbar} \vec{S} \times \vec{B} + g_u \vec{S} \times \Delta \vec{S} + \vec{T}_{DM} + \vec{T}_{SO}, \tag{5}$$

где $g_{0u} = \int U(\xi) d\vec{\xi}$, $g_u = \int \xi^2 U(\xi) d\vec{\xi}$, $J^{\delta\gamma}$ это тензор спинового тока, P^{β} - плотность электрического дипольного момента, \vec{F}_{DM} - плотность силы, \vec{T}_{DM} - плотность момента силы взаимодействия Дзялошинского-Мории, $T_{SO}^{\alpha} = -\frac{2\mu}{\hbar c} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} \varepsilon^{\beta\mu\nu} E^{\mu} J^{\gamma\nu} - \partial_{\beta} J_{SO}^{\alpha\beta}$ представляет собой плотность момента силы спин-орбитального взаимодействия. Выражение для плотности момента силы спин-орбитального взаимодействия содержит полный спиновый ток $J^{\gamma\nu}$ и релятивистскую часть спинового тока, обусловленную спинорбитальным взаимодействием. Для ионов со спином ½ данный спиновый ток имеет вид $J_{SO}^{\alpha\beta} = \frac{\mu\hbar}{2mc} \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} n E^{\gamma}$. Влияние гамильтониана Гейзенберга скрыто в первом слагаемом уравнения (4) и во втором слагаемом в уравнении (5). Второе слагаемое в правой части уравнения эволюции плотности спина (5) можно представить в виде дивергенции тензора спинового тока $g_u \vec{S} \times \Delta \vec{S} = \partial_{\delta} (g_u \varepsilon^{\alpha\beta\gamma} S^{\beta} \partial_{\delta} S^{\gamma}) = -\partial_{\delta} J_{HH}^{\alpha\beta}$.

Для перовскитов, в которых обменное взаимодействие осуществляется за счет суперобмена через ион-лиганд, в качестве которого выступает немагнитный ион, например кислород, расположенный между магнитными ионами, плотность силы взаимодействия Дзялошинского-Мории может быть получена в виде

$$T^{\mu}_{DM} = \frac{1}{3}g_{2(\beta)}\delta^{\nu} \Big(-\varepsilon^{\mu\delta\nu}S^{\beta}\partial^{\delta}S^{\beta} + \varepsilon^{\alpha\delta\nu}S^{\alpha}\partial^{\delta}S^{\mu} \Big), \quad g_{2(\beta)} = \int \xi^{2}\beta(\xi)d\vec{\xi}, \quad (6)$$

а спиновый ток, обусловленный данным взаимодействием, имеет форму

$$J_{DM}^{\mu\beta} = \frac{1}{3}g_{2(\beta)}\delta^{\nu}\left(\frac{1}{2}\varepsilon^{\mu\beta\nu}\vec{S}^2 - \varepsilon^{\gamma\beta\nu}S^{\mu}S^{\gamma}\right).$$
(7)

В выражении для плотности момента силы взаимодействия Дзялошинского-Мории появляются новые переменные. Константа Дзялошинского $\vec{D}_{ij} = \beta(r_{ij})\vec{r}_{ij} \times \vec{\delta}$ может быть представлена через вектор смещения иона-лиганда от центра отрезка, соединяющего магнитные ионы $\vec{\delta}$, и вектор, соединяющий центры масс магнитных ионов \vec{r}_{ij} , где коэффициент пропорциональности $\beta(r_{ij})$ зависит от модуля расстояния между ионами.

Мультиферроик представляет собой материал с магнитными и диэлектрическими свойствами. Поэтому в структуре вещества существуют макроскопические равновесные электрические и магнитные поля. Из уравнения (4) следует, что ненулевые значения полей осуществляются при наличии неоднородных полей. Третье и четвертое слагаемые в правой части уравнения баланса импульса (4), пропорциональны пространственной производной от электрического поля $\vec{\nabla} E^{\beta}$, что приводит к возможности формирования баланса сил в равновесные состоянии при различных видах неоднородности электрического поля. Равновесная поляризация, обусловленная спин-орбитальным взаимодействием, как следствие, имеет вид

$$P^{\mu} = \frac{\mu}{mc} \varepsilon^{\mu\alpha\beta} J^{\alpha\beta}.$$
 (8)

Комбинация первого и второго слагаемых в правой части уравнения (4) дает равновесное магнитное поле, которое пропорционально плотности спина $B^{\beta} = -g_{0\mu}S^{\beta}/\mu$. Данное поле вызвано обменным кулоновским взаимодействием.

Выражение (8) представляет собой прямую взаимосвязь электрической поляризации и спинового тока в системе со спин-орбитальным взаимодействием, которая найдена впервые и обосновывает спин-токовую модель, микроскопическое представление которой развито в работе [3].

Формула (8) также позволяет получить макроскопическую поляризацию для различных механизмов взаимодействия. Для спинового тока, обусловленного гамильтонианом Гейзенберга, электрическая поляризация имеет вид

$$P_{HH}^{\mu} = \frac{\mu}{mc} g_u \Big(S^{\beta} \partial_{\beta} S^{\mu} - S^{\mu} \partial_{\beta} S^{\beta} \Big).$$
⁽⁹⁾

Выражение (9) для поляризации соответствует результату, полученному в работе М. Мостового для спиральных магнитов [6] из подхода Гинзбурга-Ландау. Для спинового тока, обусловленного взаимодействием Дзялошинского-Мории, макроскопическая поляризация может быть выведена в виде

$$P_{DM}^{\mu} = \frac{1}{3} g_{2(\beta)} \left[\left(\vec{\delta} \cdot \vec{S} \right) S^{\mu} - \frac{1}{2} \delta^{\mu} \vec{S}^2 \right].$$
(10)

Как следует из результатов развитой в работе спин-токовой модели, электрическая поляризация в спиральных магнитах может быть вызвана как кулоновским обменным взаимодействием, так и взаимодействием Дзялошинского-Мории. Полученные

результаты вносят важный вклад в развитие теоретического описания магнитоэлектрического эффекта спинового происхождения в мультиферроиках второго рода.

Исследование Трухановой М.И. поддержано Российским научным фондом, грант № 22-72-00036 (<u>https://rscf.ru/project/22-72-00036/</u>).

ЛИТЕРАТУРА

1. Zvezdin A. K. and Pyatakov A. P., Inhomogeneous magnetoelectric interaction in multiferroics and related new physical effects // Physics Uspekhi. – 2009. – V. 52. – p. 845.

2. Tokura Y., Seki S. and Nagaosa N., Multiferroics of spin origin // Rep. Prog. Phys. – 2014. – Vol. 77. – p. 076501.

3. Katsura H., Nagaosa N. and Balatsky A. V., Spin current and magnetoelectric effect in noncollinear magnets // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 95. – p. 057205.

4. Pavel A. Andreev and Mariya Iv. Trukhanova, arXiv:2312.16321.

5. Andreev P. A. and Trukhanova M. I., Quantum Hydrodynamic Representation of the Exchange Interaction in the Theory of Description of Magnetically Ordered Media // Moscow University Physics Bulletin. – 2023. – Vol. 78. – p.445.

6. Mostovoy M. Ferroelectricity in Spiral Magnets // Phys. Rev. Lett. – 2006. – Vol. 96, - p. 067601.

Влияние наноструктурирования на поведение намагниченности в гетероструктурах HM|NiFe

А.С. Трушин, Г.А. Кичин, К.А. Звездин Новые спинтронные технологии, Российский квантовый центр, Москва _____a.trushin@nst.tech

Магнитные спин-орбитронные гетероструктуры типа тяжелый металл|ферромагнетик в данный момент активно изучаются, поскольку имеют большой потенциал в качестве ячеек магнеторезистивной оперативной памяти. В этой связи, ключевым направлением исследований здесь является изучение поведения намагниченности таких структур, а также методы управления последней, такие как наноструктурирование.

Спин-орбитронными эффектами, задающими поведение намагниченности, являются спиновый эффект Холла, а также эффект Рашбы-Эдельштайна. Первый заключается в том, что при пропускании электрического тока через немагнитный материал с большим спин-орбитальным взаимодействием, носители заряда поляризуются по спину и, проникая в ферромагнетик, вызывают прецессию намагниченности. Последний же в свою очередь, вызывает накопление спинов на границе металлов, которые взаимодействуют с намагниченностью по обменному типу.

Эта работа является продолжением работы [1], в которой нами исследовались сплошные образцы MgO|CoFeB|Ta. В этом же докладе представлены результаты исследования образцов сапфир|HM(5)|NiFe(x)|MgO(4), где HM (тяжелый металл) – Pt или W (толщина слоев в нм, x = 4, 20 нм). Пермаллой был нанесён в виде наноточек диаметрами 200 или 400 нм с расстояниями между центрами в 400, 600, 800 или 1000 нм, а также однородной плёнкой.

Образцы выполнены в холловской геометрии, как того требует применяемый в данном исследовании гармонический метод Холла [2]. Потенциально такая композиция может улучшить характеристики практических применений из-за влияния на эффективное демпфирующее поле. Схема эксперимента представлена на рисунке 1.



Рис. 1. Схема эксперимента.

Гармонический метод заключается в том, что через исследуемый образец пропускается низкочастотный, порядка нескольких десятков герц, переменный ток. Это вызывает отклик намагниченности, который детектируется при помощи двух синхронных детекторов. Они измеряют первую и вторую гармоники переменного напряжения, осциллирующего на частоте прикладываемого тока. При этом изучается как поперечное (холловское), так и продольное напряжение. Получаемые таким образом графики напряжений (см. рис. 2) содержат в себе информацию о так называемых демпфирующем а_J и полевом b_J члене, входящих в уравнение Ландау-Лифшица-Гильберта (1).

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \alpha \vec{M} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial t}$$
(1)

$$\Delta \vec{H}_{eff} = H_{ext} + a_I (\vec{m} \times \vec{p}) + b_I \vec{p}$$
⁽²⁾

Где \vec{M} – намагниченность образца, γ - гиромагнитное отношение, \vec{H}_{eff} – эффективное поле, H_{ext} – внешнее поле, α - константа затухания Гильберта, \vec{m} - единичный вектор намагниченности, \vec{p} - единичный вектор направления поляризации немагнитного слоя структуры.



Рис. 2. Данные измерений демпфирующего члена для сплошного (два верхних сегмента) и наноструктурированного (два нижних сегмента) образцов Pt(5)|NiFe(20). Красные точки – данные не учитываемые при аппроксимации из-за близости к нулевому полю. Красные линии – аппроксимация, данные которых используются для вычисления эффективного демпинга образцов.

В данной работе нами было продемонстрировано использование гармонического метода Холла для измерения и оценки демпфирующего и полевого членов, влияющих на поведение намагниченности. При этом сравнивались полученные значения сплошных и наноструктурированных образцов с разными диаметрами наноточек и расстояниями между ними, а также влияние различных тяжёлых металлов.

Работа выполнена при поддержке РНФ №22-12-00367.

ЛИТЕРАТУРА

1. Trushin, A.S., Kichin, G.A. & Zvezdin // Bull. Russ. Acad. Sci. Phys. 87, 88–91 (2023).

2. Masamitsu Hayashi et. al. // PHYSICAL REVIEW B 89, 144425 (2014)

Исследвоание оптического переключения пленок феррит-гранатов в широком диапозоне температур

В.В. Юрлов^{1,2}, К.А. Звездин^{1,2,3}, А.К. Звездин^{1,2,3} ¹Московский физико-технический институт (НИУ) ²Новые Спинтронные Технологии, 121205 Москва, Россия ³Институт общей физики имени А.М. Прохорова РАН yurlov.vv@phystech.edu

За последние десять лет область сверхбыстрого магнетизма привлекает все большее внимание как один из многообещающих разделов современной физики конденсированного состояния [1]. Данная область подразумевает собой изучение отклика магнитных систем на сверхкороткие внешние воздействия, такие как лазерные импульсы или импульсы электрического тока. Имея, с одной стороны, большой потенциал с фундаментальной точки зрения [2], данная область имеет и ясный практический интерес. На данный момент множество экспериментальных результатов востребованность активного исследования области показывают сверхбыстрого магнетизма, для дальнейшего применения в будущих логических запоминающих устройствах. Согласно современным тенденциям, в практических отраслях имеется особый запрос на уменьшение характерного времени записи битов информации, равно как и на уменьшение общего энергопотребления запоминающих устройств [3]. Данные факты мотивирует к поиску новых материалов, на базе которых возможна реализация подобных времен переключения и потребления энергии, но в пределах комнатных температур. Одними из возможных кандидатов для подобных исследований могут быть редкоземельные феррит-гранаты.



Рис. 1. (а) экспериментальная и (б) теоретическая диаграммы переключения в феррит-гранате лютеция. Вставки демонстрируют теоретические траектории переключения.

В рамках представленной работы [4] были исследованы процессы переключения в пленке феррит-граната под воздействием сверхкоротких оптических импульсов вблизи температуры компенсации с учетом влияния кубической анизотропии. Мы демонстрируем возможность управлять динамикой параметра порядка, как следствие размагничивания системы. Для более детального рассмотрения механизмов переключения, также был сделан анализ переключения намагниченности в ферритгранате лютеция в широком диапазоне температур. В рамках работы, мы также демонстрируем существенное влияние изменения поля магнитной кристаллической анизотропии, который приводит к появлению метастабильного состояния и возбуждению динамики параметра порядка. Построена теоретическая модель на основе Лагранжиана двухподрешеточного ферримагнетика проведено И численное моделирование переключения намагниченности в широком диапазоне температур, включающий точку компенсации намагниченности. Построены диаграммы переключения намагниченности в координатах внешнее магнитное поле-температура, пример которых приведен на Рис. 1.

Работа выполнена при поддержке РНФ № 22-12-00367.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. E.A. Mashkovich et al. // Phys. Rev. B. 2023. V. 106. P.184425.
- 2. A. Kirilyuk et al. // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82. P. 2731-2784.
- 3. J. Mendil et al. // Scientific Reports. 2014. V. 4. P. 3980.
- 4. A. Dolgikh et al // Phys. Rev. B. 2023 V. 107. P. 094424.

Разработка алгоритма детектирования саккадических движений глаз на основе модельной аппроксимации

В.М. Антипов, О.В. Пилюгин, А.А. Бадарин Балтийский федеральный университет им. И. Канта vantipovm@gmail.com

Исследование окуломоторных движений является ключевым инструментом для изучения процессов визуального восприятия и выявления неврологических нарушений, предоставляя уникальные средства для оценки степени утомляемости и уровня вовлеченности индивида во время выполнения задач, требующих когнитивной активности. Этот метод широко используется в сфере нейромаркетинга для точного мониторинга направления взгляда потребителей, что способствует улучшению качества веб-контента и его эффективности. Анализ движений глаз также играет важную роль в понимании когнитивных процессов, в том числе через анализ стратегий решения умственных задач [1]. Получение точных характеристик отдельных окуломоторных компонент сигнала позволяет выявлять различные индикаторы психофизиологического состояния человека, например усталость [2]. Разработка инновационных алгоритмов для анализа данных электроокулограмм открывает новые перспективы для диагностики и исследований в области зрительного восприятия.

В связи с этим, актуальность данного научного исследования обусловлена необходимостью в разработке новых методов детектирования и точного выявления характеристик отдельных компонент окулографического сигнала, таких как: саккады, фиксации, пост-саккадические осцилляции и т.д.

В настоящее время область изучения истинных механизмов и природы возникновения отдельных глазодвигательных компонент активно исследуется в мировой науке [3], существует множество научных работ, которые направлены на разработку более точных и устойчивых алгоритмов. Разрабатываются различные методики для регистрации окуломоторной активности, в том числе видеоанализ и электроокулография (ЭОГ), каждая из которых характеризуется уникальными преимуществами и исследования ограничениями. Также недавние выявили, что применение математической декомпозиции временных рядов позволяет эффективно извлекать информацию о движениях глаз из электроэнцефалограмм (ЭЭГ), тем самым расширяя анализе данных аналитические возможности при ИЗ уже проведенных нейрофизиологических экспериментов.

В контексте данного научного исследования был разработан и апробирован алгоритм для обработки окулографических данных. Окуломоторная активность представляет собой сложный набор моторных действий, включающих разнообразные фазы, однако, данная работа фокусируется преимущественно на анализе саккадических, то есть быстрых, движений глаз.

Предложенный алгоритм основан на скользящей двухкоординатной оконной аппроксимации окулографических данных с использованием параметрической модели саккады [4]. Параметры модели были подобраны с учетом характеристик реального окулографического сигнала, взятого из ранее проведенного нейрофизиологического эксперимента. В связи с тем, что ручная экспертная классификация реальных окулографических сигналов не всегда является золотым стандартом и может завесить от множества факторов [5], разработанный алгоритм сначала был протестирован и апробирован на модельных данных [6] с различным уровнем шума, а затем на экспериментальных данных, размеченных экспертом.

Для оценки качества аппроксимации был использован коэффициент детерминации R². На Рис. 1 приведен пример скользящей оконной аппроксимации окулографических данных по оси у.



Рис. 1. Пример скользящей оконной аппроксимации окулографических данных по оси у где: win1, win2, win3, win4 – окна аппроксимации; err – коэффициент детерминации R²; my, model у – модельные данные для оси у; fy – аппроксимирующая кривая.

Полученный алгоритм показал высокую эффективность детектирования саккадических движений глаз при различных уровнях шума. Кроме того, исследуемый алгоритм был протестированы на реальных сигналах, предварительно размеченных экспертом. В рамках исследования сравнивались такие характеристики как: длительность саккады, амплитуда и максимальная скорость саккады.

Работа выполнена в рамках реализации Программы стратегического академического лидерства Балтийского федерального университета имени Иммануила Канта («Приоритет-2030») при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Hayes T.R. et. al. //Journal of Vision. 2011. T. 11. №. 10. C. 10-10.

2. Antipov V.M. //2023 7th Scientific School Dynamics of Complex Networks and their Applications (DCNA). IEEE, 2023. C. 295-297.

3. Hessels R.S. et al. //Behavior research methods. 2017. T. 49. C. 1802-1823.

4. Dai W. et al. //2016 IEEE Signal Processing in Medicine and Biology Symposium (SPMB). IEEE. 2016. C. 1-6.

5. Hooge I. T. C. et al. //Behavior Research Methods. 2018. T. 50. C. 1864-1881.

6. Schweitzer R. et. al. //Eye tracking: Background, methods, and applications. New York, NY. Springer US. 2022. C. 69-95.

Динамическая система с сильно нелинейным седловым полем

С.Т. Белякин¹, А.В. Степанов²

 ¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики
 ² Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики колебаний

belyakin1962@mail.ru abcnoise@yandex.ru

Уже давно установлено, что неустойчивые динамические системы могут приобретать устойчивые состояния при синусном внешнем воздействии. Классическим примером является движение тяжелого тела по гладкой поверхности седлообразной формы, которая приводится во вращение [1-3]. Линеаризованные уравнения системы имеют вид:

$$\begin{aligned} x + x \cos \omega t + y \sin \omega t &= 0, \\ \ddot{y} + x \sin \omega t - y \cos \omega t &= 0. \end{aligned}$$
(1)

Подобные, более сложные системы исследуются в нелинейной динамике [4,5]. Основной интерес представляют задачи удержания заряженных частиц в переменном поле, ионных ловушках Пауля. Траектории движения в таких системах имеют сложный

характер, и устойчивость сохраняется в определенном диапазоне частоты и поля.

С этой целью на основе (1), рассмотрена искаженная модель системы.

Проанализирована кубическая кривизна поля ускорений. Поверхности кубического типа обычно используются в теории бифуркаций [6-8].

Полученная на базе системы (1) приобрела следующий вид:

$$\ddot{x} = -ax(x^2 - 3y^2)\cos 2\pi nt + by(y^2 - 3x^2)\sin 2\pi nt,$$

$$\ddot{y} = -by(y^2 - 3x^2)\sin 2\pi nt - ax(x^2 - 3y^2)\cos 2\pi nt.$$
(2)

Здесь: *а* и *b* - амплитуда поля, *n* – определяет частоту изменения поля во времени. В систему (2) была внесена обратная с заменой силовая связь (3).

Преобразованная система приобрела следующий вид:

$$\ddot{y} = -ax(x^2 - 3y^2)\cos 2\pi nt + by(y^2 - 3x^2)\sin 2\pi nt, \ddot{x} = -by(y^2 - 3x^2)\sin 2\pi nt - ax(x^2 - 3y^2)\cos 2\pi nt.$$
(3)

На Рис.1. Показатели Ляпунова системы (3): a (0.01 \rightarrow 0.1), b (0.1 \rightarrow 0.6), при n = 32.



Рис.1. Показатели Ляпунова: $a (0.01 \rightarrow 0.1)$ по горизонтали, $b (0.1 \rightarrow 0.6)$ по вертикали.

Из показателей Ляпунова системы (3) следовало, что у нее имеются ограничения, для амплитуды поля, синий цвет на поле показателей Ляпунова, $0 < (a) \le 0.1$, $0 < (b) \le 0.5$.

При (b) > 0.5 значения $(x,y) \to \infty$. Белые области когда $(y',x') \to \infty$.

Далее представлены результаты моделирования системы (2), для a = b = 4.0. Типичное время, при котором движение устойчиво, составляло t = (0...1000).

Исследовались фазовые траектории в координатах (y',x') и (y,x), где ' означает производную по времени.

На Рис.2. показаны различные фазовые портреты системы (2) при частоте n = (4.0, 0.25). Все фазовые портреты показывают, что движение системы, при $t \le (0...1000)$, система (2) устойчива.



Рис.2. Фазовые портреты системы (2) для частоты n = (4.0, 0.25).

Фазовый портрет (у,х) имеет сложный вид: система (2) движется сложным образом в относительно окрестности центра координат (x,y) ≈ 0 . Другие фазовые портреты более ясно показывают сложный характер движения. Вместе с тем они демонстрируют вполне выраженную симметрию с двумя центрами движения. Спиральные фокусы с координатами y'0° = 0.01, x'0° = 0.01 хорошо видны на фазовом портрете (y',x'), а фазовые портреты (y',y) и (x',x) имеют аттрактор с двумя раздельными областями.

Далее представлены результаты моделирования системы (3), при a = b = 0.1. Типичное время, при котором движение устойчиво, составляло t = (0...500). Исследовались фазовые траектории в координатах (x,x'), (y,y'), (y',x') и (y,x), где ' означает производную по времени.

На Рис.3. показаны различные фазовые портреты системы (3) при частоте n = 32. Все фазовые портреты показывают, что движение системы, при $t \ge (0...500)$, устойчиво. Фазовый портрет (у,х) имеет сложный вид: система (3) движется сложным образом в относительно окрестности центра координат (x,y) ≈ 0 . Другие фазовые портреты более ясно показывают сложный характер движения. Вместе с тем они демонстрируют вполне выраженную симметрию с двумя центрами движения. Спиральные фокусы с координатами y'_0. = 0.5, x'_0. = 0.5 хорошо видны на фазовом портрете (y',x'), а фазовые портреты (y',y) и (x',x) имеют аттрактор с двумя раздельными областям.

Устойчивые аттракторы системы (3) существуют не для произвольных значений частоты изменения поля. При n = 32 и n = 64 еще сохраняется устойчивый фазовый цикл. При увеличении частоты до n = 128 начинается потеря устойчивости, а при значении n = 256 происходит хаотическая потеря устойчивости системы. При еще большем увеличении частоты до значений n = 512 система также является неустойчивой, и фазовые траектории довольно быстро уходят в бесконечность.

Самое устойчивое состояние системы (3) при значении n = 16. При n = 8, так же система (3) устойчива. При n = (4, 2), в системе (3) наблюдается хаотическая многократная бифуркация. При n = 1, происходит потеря устойчивости системы (3), (y',x') $\rightarrow \infty$.



Рис.3. Фазовые портреты системы (3) для частоты n=32.

Результаты моделирования показывают, что достаточно сильно искаженная система (2,3) седлообразного вида в определенном диапазоне частоты сохраняет динамическую устойчивость. С увеличением частоты происходят последовательные бифуркации, фазовые траектории становятся хаотическими, и наконец система теряет устойчивость, а выбор различных координат фазового пространства позволяет яснее рассмотреть отдельные детали динамики движения.

На Рис.4. Показатели Ляпунова системы (3): a (0.01 \rightarrow 0.1), b (0.01 \rightarrow 0.1), при n = 32.

Из показателей Ляпунова системы (3) следовало, что у нее имеются ограничения устойчивости, для амплитуды поля, синий цвет на поле показателей Ляпунова, $0 < (a,b) \le 0.01$.

При (a,b) = 0.10, наблюдаются отдельные белые области, когда $(y',x') \rightarrow \infty$.

Из всего этого следует, что система (3) с жесткой обратной связью образует устойчивый аттрактор при $0.01 \ge (a,b) \le 0.1$ и n = (8, 16, 32, 64). При других значениях система неустойчива и проявляет хаотические и многократные бифуркации. Также в ней наблюдаются белые области, что соответствует гиперболическому состоянию системы (3).



Рис.4. Показатели Ляпунова: a (0.01 \rightarrow 0.1) по горизонтали, b (0.01 \rightarrow 0.1) по вертикали, для системы (3), при частоте n = 32.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. L. E. J. Brouwer // N. Arch. v. Wisk. 1918, v.2, p.407.
- 2. L. E. J. Brouwer // in Collected Works, II, edited by H. Freudenthal. 1975, p. 665.
- 3. O. Bottema //Z. Angew. Math. Phys. 1976, No.27, p.663.
- 4. O.N. Kirilov // Phys. Lett. A. 2011. No 375. p. 1653.
- 5. O.N. Kirilov // American Journal of Physics. 2016. No 84. p. 26.
- 6. I. Hoveijn, et al // J. Angew. Math. Phys. 1995. No 46. p. 384.
- 7. F. Verhulst // J. Angew. Math. Phys. 2012. No 63. p. 727.
- 8. С.П. Кузнецов // Детерминированный хаос. 2010. т. 18. № 5. стр. 80.

Анализ данных по пассажиропотокам метрополитенов Москвы и Санкт-Петербурга с использованием гравитационного метода построения матрицы корреспонденций

И.А. Кочетов *МГУ имени М. В. Ломоносова* kochetov.iljja@physics.msu.ru

В настоящее время актуальными задачами транспортного моделирования являются анализ существующих потоков, применение различных моделей для их упрощения, визуализации, улучшения, реагирования на чрезвычайные ситуации, прогнозирования [1]. Особенный интерес представляют последние два пункта; качественное прогнозирование позволит улучшить планирование, развитие новых линий, и управление потоками в реальном времени [2, 3, 4]. В данной работе осуществлены две задачи: временной анализ пассажиропотока московского метрополитена и построение матрицы корреспонденций Санкт-Петербурга.

Российский Университет транспорта МИИТ аккумулировал данные по проходам через турникеты московского метрополитена за февраль 2020 года. Эти данные имеют сложную структуру в формате CSV, которая включает в себя данные по всем индивидуальным проходам через примерно 400 станций и вестибюлей с точностью до секунды [5]. Эти данные были импортированы в реляционную СУБД (sqlite3) и сгруппированы (с помощью нескольких sql-запросов) по часам и вестибюлям для удобства работы. Некоторые результаты можно увидеть на первом рисунке.



Рис. 1. Проходы через некоторые вестибюли за семь дней (слева, два выходных и пять будних дней) и за два дня (справа, выходной и будний день).

На данных графиках отчетливо можно увидеть некоторые особенности, например, выходные и будние дни имеют различную структуру. В будний день наблюдаем два чётких пика утром и вечером, соответствующих поездкам на работу и с работы, и общий пассажиропоток большой. В выходные графики более сглажены.

Для работы с потоками в транспортном моделировании также используется матрица корреспонденций — математическое выражение отслеживания транспортных потоков в какой-либо системе; она определяет распределение пассажиропотока в сети. Гравитационный метод её получения основан на законе всемирного тяготения [6]. В случае задачи вычисления корреспонденций в качестве тел выступают вершины графа G, порождающие/поглощающие потоки, за массу тела принимается суммарный объем выезжающего/въезжающего потока, в качестве расстояния берутся затраты на проезд (например, обобщенная цена пути). В данной работе вычислена матрица корреспонденций по 18 районам Санкт-Петербурга.

Вначале город был разделен на 18 районов и каждый район получил привязку к определенному сегменту прямоугольной сетки (см. рис. 2)



Рис. 2. Привязка 18-ти районов к прямоугольной сетке.

В качестве элементов матрицы отправления (11 на 7) были взяты числа трудоспособных жителей соответствующих районов. Матрица притяжения (11 на 7) должна содержать в себе численность людей, работающих на предприятиях, расположенных в данных районах. Удалось найти данные по 111 муниципалитетам, которые просуммированы в результаты по 18 районам. Матрица же передвижения (содержащая в себе затраты) имеет размер 77 на 77. Между соседними сегментами расстояние принято за единицу. Был применен итерационный алгоритм [6] и получена матрица корреспонденций.

Возможно проведение детального сравнения реального пассажиропотока станций Санкт-Петербургского метро, сгруппированных по районам, с полученными нами данными. Например, одни из наибольших значения ячеек матрицы корреспонденции это ячейки (42, 18) со значением пассажиропотока 16066 и (42, 20) со значением 14674. Это соответствует пассажиропотоку между Адмиралтейским и Приморским, Адмиралтейским и Калининским парами районов, что вполне ожидаемо, так как в Адмиралтейском районе находится 9 наиболее загруженных станций метро, а в Приморском и Калининском, соответственно, по пять.

ЛИТЕРАТУРА

1. Д. Т. Оспанов, Д. Е. Намиот, О. Н. Покусаев. // International Journal of Open Information Technologies. 2023. Т. 11, № 6

2. М. Н. Некрапленная, Д. Е. Намиот. // International Journal of Open Information Technologies. 2019. Т. 7. № 7. С. 68-80.

3. О. Н. Покусаев, Д. Е. Намиот, А. Е. Чекмарев. // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9, № 7.

4. С. А. Медведенко, Д. Е. Намиот. // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9. № 6.

5. И. А. Кочетов // Труды школы-семинара "Волны-2023". Нелинейная динамика и информационные системы. М.: МГУ, 2023.

6. G. Arrowsmith // Operational Research Quarterly. 1973 (Mar.). Vol. 24. № 1. P. 101-111
Анализ влияния размера рекуррентной нейронной сети на точность моделирования и предсказания динамики стохастического нейрона ФитцХью-Нагумо

Н.Д. Кулагин, А.В. Андреев, А.Е. Храмов Балтийский федеральный университет им. И. Канта kulagin.nikita03@gmail.com

Нелинейные модели нейронов представляют большой интерес для изучения динамики изменения мембранного потенциала нервных клеток. При внешнем воздействии белого шума на математическую модель нейрона, такую как система ФитцХью-Нагумо [1], находящуюся в возбудимом состоянии, динамика такой системы характеризуется вызванными стохастическими осцилляциями, соответствующие стохастическому предельному циклу [2]. Когерентность таких осцилляций достигает максимума при промежуточной амплитуде внешнего шума, это явление известно как «когерентный резонанс» [3].

Для предсказания динамики модели ФитцХью-Нагумо перспективными являются рекуррентные нейронные сети, в частности сети эхо-состояний, использующие в качестве скрытого слоя сеть рекуррентно связанных нейронов с относительно небольшим числом связей между собой (называемая «резервуаром») [4-6]. Сети эхосостояний и их разновидности успешно используются для предсказания временных рядов хаотических динамических систем [7, 8].

Целью настоящей работы является исследование зависимости качества предсказания сетью эхо-состояний динамики модельного нейрона ФитцХью-Нагумо, возбуждаемого внешним белым шумом, от числа нейронов в резервуаре.

Используемая модель ФитцХью-Нагумо описывается следующими уравнениями:

$$\dot{x} = x - \frac{x^3}{3} - y + I, \quad \dot{y} = \frac{x + a - by}{\tau} + D\xi(t),$$
 (1)

где x — мембранный потенциал, y — переменная восстановления, I — сила внешней стимуляции, a, b — параметры системы, τ — параметр, разделяющий временные масштабы переменных x и y. $\xi(t)$ обозначает внешний белый шум с нулевым средним и единичной дисперсией, а D — амплитуду шума. В работе использовались следующие значения параметров: I = 0.3, a = 0.7, b = 0.8, $\tau = 12.5$, D = 0.05. Для интегрирования системы дифференциальных уравнений использовался численный метод Эйлера с шагом интегрирования dt = 0.1.

Состояние нейронов резервуара **h** в момент времени *t* определяется следующей формулой:

$$\boldsymbol{h}[t] = \tanh(\boldsymbol{W}_{in}\boldsymbol{i} + \boldsymbol{W}_r\boldsymbol{h}[t-1]), \qquad (2)$$

в которой *i* обозначает вектор входных сигналов; W_{in} — матрица входных весов резервуара, значения которой выбираются случайно из равномерного распределения в интервале [0, 1]; W_r — матрица весов рекуррентных связей нейронов резервуара, начальные значения выбираются из того же распределения и интервала, что и входные. Но после инициализации матрица W_r ремасштабируется под заданное значение ρ — спектрального радиуса, гиперпараметра нейронной сети. Вторым гиперпараметром нейронной сети является средняя степень узла внутри сети резервуара *d*. Число нейронов в резервуаре равно *N*. Для изучения влияния *N* на качество предсказания модельного нейрона рассматриваются значения *N* от 300 до 1000 с шагом 100.

Для обучения сети эхо-состояний во время фазы обучения в качестве входных данных используется временной ряд нейрона ФитцХью-Нагумо длиной 30 000 точек, в котором содержатся значения переменных x и y, а также соответствующие значения белого шума $D\xi(t)$; в качестве целевых данных используются значения x и y. Во время предсказания сеть эхо-состояний начинает использовать собственные выходные значения x и y в качестве входных, однако шум $D\xi(t)$ продолжает поступать извне.



Рис. 1. Зависимость корня среднеквадратической ошибки (RMSE) от числа нейронов в резервуаре при предсказании временного ряда ФитцХью-Нагумо длиной 500 000 точек.

Для оптимизации работы сети эхо-состояний для каждого рассматриваемого значения N проводится перебор всех комбинаций значений d в интервале от 10 до 20 с шагом 1 и ρ в интервале от 0.5 до 1.9 с шагом 0.1. С каждым набором гиперпараметров происходит предсказание временного ряда длиной 20 000 точек, после чего производилтся оценка корня среднеквадратической ошибки предсказания (RMSE). Набор гиперпараметров с наименьшей ошибкой предсказания для каждого из значений N затем используется для предсказания временного ряда длиной уже в 500 000 точек, по результатам данного предсказания также вычисляется RMSE. Результаты предсказания представлены на рисунке 1. Как видно, наибольшая ошибка предсказания происходит при N = 400, после чего происходит ее резкое снижение при N = 500. После этого повышение числа нейронов до 800 включительно очень слабо влияет на качество предсказания, но при повышении N до 900 вновь при повышении до N = 1000 меняется слабо.

ЛИТЕРАТУРА

1. R. FitzHugh. // Biophysical Journal. 1999. V. 1. No 6. P. 445-466.

2. B. Lindner et al. // Physics Reports. 2004. V. 392. No 6. P. 321-424.

3. A.S. Pikovsky, J. Kurths. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. No 5. P. 775-778.

4. A.E. Hramov et al. // Chaos, Solitons & Fractals. 2024. V. 178.

5. V. Pyragas, K. Pyragas. // Physics Letters A. 2020. V. 384. No 24.

6. H. Jaeger. // German National Research Center for Information Technology GMD Technical Report. 2001. V. 148.

7. D. Li, M. Han and J. Wang. // IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems. V. 23. No 5. P. 787-799.

8. T. Kim, B.R. King. // Neural Comput & Applic. 2020. V. 32. P. 17769-17787.

Параметрический усилитель бегущей волны на основе дискретной волноводной линии с джозефсоновскими переходами

А.Н. Николаева, В.К. Корнев, Н.В. Колотинский, *МГУ имени М.В.Ломоносова* <u>nikolaeva.an19@physics.msu.ru</u>

Параметрические усилители известны как усилители с предельно низким уровнем шума, однако такие усилители, в стандартной конструкции которых используются резонаторы, обременены существованием компромисса между шириной частотной полосы усилителя и величиной коэффициента усиления. Для преодоления этого недостатка были предложены параметрические усилители бегущей волны (ПУБВ).

В основе ПУБВ лежит использование волноводных линий с нелинейными реактивными параметрами (емкостного или индуктивного типов), таких как сверхпроводниковые микрополосковые линии с распределенной кинетической индуктивностью [1] или дискретные искусственные линии из сосредоточенных элементов с использованием нелинейных емкостных или индуктивных элементов. В силу сильно выраженной нелинейности кинетической индуктивности джозефсоновских переходов, искусственные дискретные линии из ячеек, содержащих джозефсоновские переходы, позволяют создавать наиболее перспективные конструкции усилителей – джозефсоновские параметрических усилителей бегущей волны (ДПУБВ)[2-5](рис. 1а). В качестве нелинейных индуктивных элементов могут быть использованы или непосредственно джозефсоновские переходы, или различные типы сквидов (рис. 1*b*,*c*)Такие усилители, способные работать при низких И сверхнизких температурах, могут обеспечить чрезвычайно высокую чувствительность, приближающуюся к квантовой предельной чувствительности. Поэтому ДПУБВ в настоящее время рассматриваются как наиболее перспективные устройства для создания на их основе систем считывания сигналов в области прецизионных квантовых измерений, включая однофотонные детекторы, квантовых коммуникаций и квантовых вычислений [6,7].



Рис. 1Электрическаясхема дискретной нелинейной LCлинии параметрического усилителя бегущей волны и условная диаграмма волн (сигнала, холостой волны и накачки) вдоль этой линии, иллюстрирующая схематически процесс усиления сигнала за счет энергии волны накачки(а),а также примеры возможных нелинейных индуктивных элементов линии в видесквидов с одним джозефсоновским переходами(с)[4].

В данной работе рассматриваются характеристики искусственных дискретных волноводных линий и обсуждаются их влияние на проектирование джозефсоновских параметрических усилителей бегущей волны на основе таких линий.

Чтобы упростить математический анализ искусственной дискретной волноводной линии, во многих работах такая линия рассматривается непрерывная распределенная волноводная линия и используется дифференциальное волновое уравнение для описания распространения волн накачки, сигнала и холостого хода в такой среде.

Однако в том случае, когда сосредоточенные ячейки искусственной линии моделируют отрезки линии конечной длины, такую дискретную систему следует описывать с использованием дискретных уравнений, как это реализовано в [9] (в сравнении с континуальным приближением в [5]) и частично в [8]. Корректное описание таких систем должно выражаться через дискретные телеграфные уравнения

$$I_n - I_{n+1} = i\omega C V_n$$

$$V_n - V_{n-1} = i\omega L I_{n+1}$$
(1)

и соответствующее волновое уравнение в дискретной форме записи. Эти уравнения показывают, что волновой импеданс дискретной LCлинии выражается комплексным числом:

$$Z_0 = i\omega L/2 + \sqrt{L/C - (\omega L)^2/4} = \sqrt{L/C} \cdot e^{i\chi},$$
 (2)

$$\chi = \arcsin\left[(\omega L/2)/\sqrt{L/C}\right] = \arcsin\left[\omega/(2/\sqrt{LC})\right],\tag{3}$$

где угол χ изменяетсяот $\chi = 0$ при $\omega \to 0$ до $\chi = \pi/2$ при достижении частоты среза $\omega_{cut} = 2/\sqrt{LC}$.Это означает невозможность согласования такой линии во всем диапазоне частот (от 0 до ω_{cut}) с нагрузкой, имеющей постоянный импеданс, а также значительную дисперсию фазовой скорости в этом диапазоне частот (см рис. 2).



Рис.2. (а)Коэффициент отражения $|\Gamma(\omega)|$ для искусственнойдискретной LCлинии, нагруженной на резистор $R = \rho \equiv \sqrt{L/C}$, а также наиболее оптимальные расположения частот сигнала ω_s , холостой волны ω_i и накачки ω_p в 3-волновом режиме (или двойной частоты $2\omega_p$ в 4-волновом режиме); (b)зависимость фазовой скорости v_{ph} от частоты ω .

В докладе обсуждаются ограничения, обусловленные дискретным характером используемых линий, и возможные конструкции ДПУБВ как на основе одной искусственной волноводной линии, так и двух искусственных волноводных линий.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. M. R. Visserset al.// Appl. Phys. Lett. 2016, V. 108, No 1. p. 012601.
- 2. O. Yaakobiet al. // Phys. Rev. B, 2013, V. 87, No. 14, p. 144301.
- 3. A.B. Zorin//Phys. Rev. Appl., 2016, V. 6, No. 3, p. 34006.
- 4.A.B. Zorinet al. // 16th Int. Supercon. Electron. Conf. (ISEC), Naples, 2017, pp. 1–3.
- 5. E. Kogan//Basic Sol. Stat. Phys., 2023, V. 260, P. 2300005.
- 6. C. Macklin //Science, 2015, V. 350, No. 6258, pp. 307–310.
- 7. M. Esposito //Appl. Phys. Lett., 2021, V. 119, No. 12, P. 120501.
- 8. A.B. Zorin//Phys. Rev. Appl., 2019, V. 12, No. 4, P. 044051.
- 9. E. Kogan // On, Phys. C: Supercond. ItsAppl., 2024, V. 616, P. 1354402.

Увеличение сигнала ЯМР в воде при погружении в неё соленоида

Н.В. Анисимов

Факультет фундаментальной медицины МГУ имени М.В. Ломоносова <u>anisimovnv@mail.ru</u>

Описаны эксперименты по МРТ, проведенные на 0.5 Тл клиническом томографе, выявляющие возможность усиления сигнала ЯМР внутри соленоида, погруженного в воду, по сравнению с сигналом вне его. При этом концы соленоида разомкнуты, к ним не подключена внешняя нагрузка, и в отсутствие воды его усилительные возможности никак не проявляются.

Объяснение эффекта производится исходя из модели соленоида как беспроводного резонансного контура, индуктивно связанного с основной (проводной) катушкой, подключенной к приемнику. И если их частоты примерно равны, то коэффициент усиления, обусловленный введением в схему детектирования РЧ сигнала беспроводной катушки, пропорционален произведению её добротности на коэффициент взаимной индукции [1]. Поскольку источником РЧ сигнала являются резонирующие спины, то важно, чтобы частоты катушек совпадали с частотой Лармора. В нашем случае (магнитное поле 0.5 Тл) для протонов она равна 21.1 МГц. При погружении соленоида в воду существенно меняются характеристики контура на его основе – при определенных параметрах намотки частота резонанса совпадает с ларморовой, что и обусловливает наблюдаемый эффект.

Изменение характеристик контура, погружаемого в воду, объясняется следующим. В воздушной среде контур обладает лишь сосредоточенной индуктивностью L и собственной (межвитковой) емкостью C – рис. 1В. Последняя мала, и сравнима с паразитными емкостями окружения. Поэтому в воздухе собственная частота контура на основе соленоида высока – в нашем случае - 189 МГц. И хотя при этом добротность контура весьма значительная – Q=620, но резонансное сопротивление контура равно 447 Ом, что на порядок больше стандартного значения 50 Ом, вследствие чего практическая ценность данного контура мала.

В воде величина межвитковой емкости соленоида возрастает на величину диэлектрической проницаемости воды, т.е. в 80 раз. В нашем случае (при использовании нами соответствующей величины индуктивности) это привело к снижению частоты контура до значения 21 МГц – ларморовой частоты протонов в поле 0.5 Тл. В результате мы получали МР изображения, на которых можно было видеть эффект значительного (до 4 раз) усиления сигнала ЯМР внутри соленоида по сравнению с сигналом вне его – рис. 1С-Е.

В подтверждение нашей гипотезы указывает то, что эффект не зависит от количества воды, работает для соленоидов, изготовленных из разных материалов – медь, алюминий, справ олова со свинцом. Эффект слабо зависит от наличия изоляции на проволоке (лаковое покрытие или пластик). Было замечено также, что зависимость сигнала от числа витков не является монотонной, а имеет отчетливый максимум.

В то же время эффект совсем не работает, если соленоид погрузить не в воду, а в среду, от которой можно получить сигнал ЯМР – фторсодержащие газ (C₄F₈) и жидкость (C₆F₁₂O) – т.н. «сухая вода». В этом случае сигнал ЯМР детектируется не от протонов (¹H), а от ядер фтора (¹⁹F). Ларморовы частоты указанных ядер близки – 21.1 МГц и 19.8 МГц, соответственно. Поэтому основные параметры приемо-передающего тракта мало отличаются. Однако при детектировании сигналов фтора никакого усиления сигнала ЯМР внутри соленоида получить не удается. Это связано с тем, что диэлектрические проницаемости фтор содержащих сред, выбранных для МР визуализации, более чем

порядок меньше, чем у воды. Поэтому погружение соленоида в такие среды мало влияет на изменение частоты контура на основе соленоида.

Величина усиления сильно зависит от электропроводности воды, а потому эффект работает лишь в чистой (дистиллированной) воде. В противном случае вместо повышения сигнала внутри соленоида возможно его снижение. Это наглядно выражается при использовании минеральной воды (приобретенной в торговой сети) и физ. раствора – 0.9% раствора NaCl. Электропроводность среды, в которую погружен контур, приводит к снижению его добротности, и соответственно, резонансных свойств.

Мы провели измерения индуктивности катушки и ее добротности (без погружения в воду) на частоте Лармора, подключив к концам соленоида соответствующую внешнюю емкость (~70 пФ). Эти данные использовали при расчетах параметров, определяющих основные свойства контура на базе соленоида, погруженного в воду - величины собственной емкости, коэффициента взаимной индукции между контуром и проводной катушкой, электропроводности воды. Использованы подходы, описанные в работах [2-4]. Наши расчеты подтвердили хорошее соответствие экспериментальных и расчетных данных касательно величины усиления сигнала ЯМР внутри соленоида.

Эффект можно использовать при исследовании методом МРТ объектов, погруженных в воду. Мы пытались использовать этот эффект при проведении МРТ водных растений, но усиление оказалось незначительным – не более 1.3. Вероятно, это связано с повышением электропроводности воды, обусловленной наличием ионов натрия, вовлеченных в клеточные процессы [5]. Возможно эту проблему можно решить путем принудительного притока в зону интереса дистиллированной воды.



Рис. 1. А - фото 10-виткового соленоида, В - эквивалентная схема соленоида (серый фон означает вклад среды, в которую погружен соленоид): г и R омические сопротивления намотки и воды, соответственно, L и С – собственные индуктивность и емкость соленоида, соответственно; С-Е - МР изображения в коронарной проекции соленоида (в центре изображения) в сосуде с визуализирующей средой: С – «сухая вода» C₆F₁₂O, D – дистиллированная вода (H₂O), E – физ. раствор (0.9% водный раствор NaCl). Отмечены отношения сигналов внутри и вне соленоида – S_{int}/S_{ext}.

Благодарности

Работа поддержана Научно-образовательными школами Московского университета «Молекулярные технологии живых систем и синтетическая биология» и «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина».

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Schnall, et al. // J. Magn. Reson., 1986. V. 68. P. 161-167.

2. S. Ramo, J.R. Whinnery, T.V. Duzer "Fields and Waves in Communication Electronics", Third Edition. John Wiley & Sons, 1994.

3. R.G. Medhurst // Wireless Engineer, Feb. 1947. P. 35-43, Mar. 1947. P. 80-92

4. D.W. Knight //The self-resonance and self-capacitance of solenoid coils: applicable theory, models and calculation methods. 2016. DOI:10.13140/RG.2.1.1472.0887

5. G. Madelin, et al. // Prog. Nucl. Magn. Reson. Spectrosc.2014. V. 79, P. 14-47.

Магнитно-резонансная визуализация в реальном времени артикуляторных органов и легких при произнесении речи

Н.В. Анисимов¹, Г.Е. Кедрова²

¹Факультет фундаментальной медицины МГУ имени М.В. Ломоносова ²Филологический факультет МГУ имени М.В. Ломоносова anisimovny@mail.ru

Обобщен опыт проведения экспериментов по МРТ на 0.5 Тл клиническом выявляющих возможности визуализации томографе, В реальном времени артикуляторных органов и легких при произнесении речи. Эксперименты были начаты в начале 2000 г., когда данное направление МРТ было развито слабо, а потому позы артикуляторных органов даже при произнесении основных гласных звуков были известны только по рентгеновским изображениям. Мягкие ткани плохо поглощают рентгеновские лучи, поэтому эти изображения были настолько низкого качества, что даже при нанесении на язык контрастирующих веществ требовалась ручная прорисовка. Повысить контраст рентгеновских изображений, в принципе, можно, но за счет длительного воздействия, что неприемлемо из-за их вредного воздействия на организм человека. Метод МРТ позволял преодолеть этот недостаток. Мы решали поставленные задачи, имея скромные аппаратурные и программные ресурсы – слабопольный томограф, в программном обеспечении которого не было самых быстрых на тот момент методов сканирования – эхо планарного. Однако наличие открытого программного обеспечения и возможности доступа к аппаратурным узлам упростили наши задачи.

В наших экспериментах были задействованы здоровые добровольцы, как мужчины, так и женщины, различного возраста. Мы впервые провели подобные эксперименты для носителей русского языка. Были получены МР изображения, отображающие позы артикуляторных органов – языка, гортани, губ и других структур при произнесении отдельных гласных звуков, а также ряда согласных в сочетании с гласными. Помимо вышеупомянутых анатомических структур, в составе которых имеется значительное количество водород содержащих веществ (вода, жир, органические соединения), а потому дающих сигнал ЯМР, были получены изображения структур, не дающих сигнал ЯМР напрямую. В частности, зубов, точнее говоря, их внешние контуры, для чего они покрывались визуализирующим гелеобразным веществом [1].

Обычно мы получали односрезовые изображения в сагиттальной проекции. Но была отработана также методика получения объемных изображений. Это требует существенного увеличения времени сканирования. Поэтому проводили многократное повторение отдельных звуков с синхронизацией сканирования. Для этого применялись аппаратурно-программные средства, обычно используемые в медико-диагностических исследованиях для синхронизации сканирования с физиологическими процессами – дыхания и сердцебиения. Но вместо респираторного или кардио-датчика применялся ручной кнопочный размыкатель, управляющий схемой запуска сканирования. Им управлял испытуемый, который запускал сканирование в момент произнесения им звука.

Для соотнесения изображений с моментами произнесения звуков применялось также сопоставление двух аудиозаписей, одновременно получаемых от двух микрофонов. Один микрофон принимал звуки, многократно произносимые испытуемым, другой принимал импульсы запуска сканирования и звуки, его сопровождающие – механический шум от вибрации работающих градиентных катушек. генерирующих неоднородные магнитные поля, с помощью которых производится пространственное кодирование ларморовых частот.

Оптимизация параметров сканирования позволила получать изображения со скоростью около 5 кадров в секунду. Из таких изображений компоновались видеофрагменты, отображающие процесс произнесения отдельных фраз в реальном времени.

В итоге были получены результаты, представляющие большой интерес для понимания особенностей артикуляционной базы русского языка, моделирования моторных механизмов производства звуков русского языка (как гласных, так и согласных), в том числе в сопоставительном аспекте в сравнении с базовыми артикуляционными паттернами французского, немецкого и корейского языков, также впервые удалось визуализировать артикуляторную активность на коартикуляционных участках в потоке речи при палатализации русских согласных звуков.

Помимо артикуляторных органов мы изучали функциональные особенности работы легких при произнесении речи. Интерес представляет, во-первых, подготовка легких (забор в них воздуха) перед произнесением речи, а во-вторых, специфика их работы при произнесении разных типов речи – чтение стихов и прозы. Для первого типа имеет место периодическое изменение активности артикуляторных органов, но, с другой стороны, и процесс дыхания в норме также периодичен. При этом индивидуальный подход к чтению стихов также вариабелен – разная скорость чтения и разное отношение к тексту – стремление к выразительной декламации или индифферентное цитирование.

Испытуемые во время сканирования читали фрагменты текстов как прозы, так и стихов. Мы получали изображения легких со скоростью примерно 2 кадра в секунду. Анализ дыхания производился путем измерения объема правой доли легкого для каждого изображения. По этим данным оценивались средние значения этих объемов в покое и при произнесении речи, спектральный анализ давал оценку активности и регулярности этих процессов.

Анализ МР-изображений дыхательного процесса при чтении стихотворного текста выявил системный и целенаправленный характер дыхательной стратегии говорящего, которая продемонстрировала зависимость дыхательной активности не только от синтаксической структуры высказывания, но и – в значительной степени – от стихотворного размера и ритма стиха. Последовательная временная структура дыхательных поз при этом свидетельствует о ритмическом характере этого процесса, направляемого структурой стихотворения, а именно его делением на строки и строфы. Таким образом, данные, полученные методом онлайновой МР-визуализации дыхательных процессов при производстве речи, позволяют достоверно оценить количественные особенности организации речевого дыхания как особого вида речемыслительного процесса.

Таким образом, метод МРТ можно успешно применять для исследований физиологических процессов, сопровождающих процесс произнесения речи, выявлять закономерности, характерные для носителей языка и иностранцев. Это полезно для обучения языку, коррекции дикции, особенно если имеется специфика (из-за болезни или травмы) в строении артикуляторных органов или функционировании лёгких.

Работа поддержана научно-образовательными школами Московского университета «Молекулярные технологии живых систем и синтетическая биология» и «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина».

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Takemoto, et al. // Acoust. Sci. & Tech. 2004. V. 25(6). P. 468-474.

Интенсивные лазерные импульсы в радиационной биологии и медицине

А.Н. Бугай

Объединенный институт ядерных исследований, Лаборатория радиационной биологии <u>bugay@jinr.ru</u>

Настоящая работа посвящена обзору механизмов биологического действия интенсивных лазерных импульсов, а также их применению в молекулярной радиобиологии и медицине.

В настоящее время интенсивные импульсные лазерные источники получили широкое распространение в качестве хирургического инструмента в офтальмологии, оториноларингологии, урологии, косметологии, онкологии и нейрохирургии. При этом используются главным образом эффекты поглощения излучения, приводящие к необратимым изменениям в тканях: коагуляции, вапоризации или абляции [1].

В онкологии получает широкое распространение фотодинамическая терапия [2], основанная на принципах необратимого повреждения клеток опухоли, содержащей фотосенсибилизатор. Поглощение фотонов молекулами фотосенсибилизатора в присутствии кислорода приводит к фотохимическим реакциям, в результате которой молекулярный триплетный кислород превращается в синглетный, либо образуется большое количество высокоактивных радикалов, что приводит к повреждению ДНК и других молекул, и, в конечном итоге, к гибели клеток.

Развитие технологий микроманипуляции и диссекции клеточных структур с помощью интенсивного лазерного излучения в последние десятилетия открыло новые подходы для исследования радиационных эффектов в ядрах клеток [3]. Интенсивные лазерные импульсы позволяют создавать локализованные химические, термические и механические эффекты в биологических средах и других прозрачных материалах, связанные с нелинейными процессами образования плазменных филаментов. В данном случае молекулярные повреждения ДНК группируются в узкой пространственной области, что позволяет имитировать процессы в треках ускоренных заряженных частиц, таких как протоны и ионы углерода, применяемых в методах лучевой терапии опухолей.

В связи с указанными приложениями в настоящем обзоре подробно рассматривается цепочка физических, химических и биологических процессов, происходящих в клетках и тканях при действии интенсивного лазерного излучения различной длительности и спектрального состава. Детально рассмотрена теория формирования основных типов радиационных повреждений ДНК в клетках млекопитающих и человека при взаимодействии с интенсивными пикосекундными и фемтосекундными импульсами видимого и ближнего ИК диапазонов.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. E. Schena, P. Saccomandi, Y. Fong // J Funct Biomater. 2017 V.8(2). P.19.
- 2. G. Gunaydin, M.E. Gedik, S. Ayan // Front. Chem. 2021. V.9. P.686303.
- 3. X. Kong, N.M. Wakida, K. Yokomori // Front. Phys. 2021. V.8. P. 597866.

Алгоритм пространственно-спектральной калибровки видеоспектрометра и коррекции мультиспектральных данных

А.А. Золотухина^{1,2}, А.С. Мачихин^{1,2}, А.В. Гурылева¹, Г.В. Нестеров¹, В.В. Тедеева³

¹Научно-технологический центр уникального приборостроения РАН, г. Москва ²Научно-исследовательский университет «МЭИ», г. Москва ³Владикавказский научный центр РАН, РСО-Алания, с. Михайловское zolotukhina.aa@ntcup.ru

Видеоспектрометрия заключается в регистрации, цифровой обработке и интерпретации изображений, полученных в узких диапазонах длин волн оптического излучения [1]. Благодаря бесконтактности И высокой производительности видеоспектрометры (BC) нашли применение при решении задач биомедицины [2], экологии [3], сельского хозяйства [4], контроля качества продукции [5] и др. В связи с разнообразием физических принципов, лежащих в основе работы ВС, универсальная процедура коррекции гиперспектральных данных отсутствует [6]. Разработка алгоритма калибровки новых технических решений требует учета значительного количества факторов, влияющих на формирование изображений. Целью данной работы является разработка методики калибровки ВС, построенного по схеме регистрации нескольких спектральных изображений с использованием разделения оптической апертуры.

Мультиспектральная съемка реализуется, как правило, двумя основными способами. Использование отдельных приемников излучения для каждого спектрального канала существенно увеличивает общие габариты, массу и стоимость системы. Применение мозаичного фильтра на сенсоре, кроме наличия перекрестных помех, в качестве недостатка имеет фиксированные положения и ширины спектральных каналов. В [7] была предложена схема построения ВС, позволяющая проводить подбор и дальнейшую замену спектральных каналов, исходя из необходимых для решения конкретной задачи. Спектральный канал, состоящий из объектива и узкополосного светофильтра, фокусирует изображение сцены на область матричного приемника излучения. В результате захват всех пространственно-спектральных данных в диапазоне 300-1000 нм с шагом 50 нм производится единовременно, что делает такие ВС оптимальными для систем воздушного и бортового базирования.

Задачей калибровки ВС и коррекции зарегистрированных им данных $I(x,y,\lambda)$ является восстановление пространственного распределения спектрального коэффициента отражения поверхности объекта $\rho(x,y,\lambda)$ [8]. Такой алгоритм, как правило, содержит два основных этапа [9]: радиометрическую калибровку и коррекцию искажений, вносимых прибором.

Целью радиометрической калибровки является устранение влияния на данные vсловий наблюдения и освещения образца для обеспечения соответствия регистрируемых приемником дискретных значений реальным физическим величинам. того, Это важно для чтобы результаты измерений были объективными, воспроизводимыми и могли быть корректно интерпретированы в различных условиях исследования.

Основными функциональными блоками, которые искажают пространственное распределение спектральной яркости образца $L(x,y,\lambda)$, являются массив спектральных светофильтров и объективов, а также приемник излучения. Функции пропускания отдельных светофильтров $\tau(\lambda)$ необходимо учитывать при определении спектральных характеристик объектов. Оптическая система ВС играет ключевую роль в получении спектральных изображений, однако, несмотря на технологические достижения оптического приборостроения, её искажения вносят артефакты в регистрируемые данные. Анализ рассматриваемого ВС показал высокое влияние виньетирования $V(x,y,\lambda)$

и дисторсии $D(x,y,\lambda)$ объективов на краевые зоны изображений. Более того, такая конфигурация системы подразумевает смещение угловых полей зрения отдельных каналов $T(x,y,\lambda)$, что приводит к регистрации изображений смещенных частей сцены каждым из них. Приемник излучения в составе ВС преобразует падающий на него оптический поток в дискретные значения интенсивности на выходе аналого-цифрового преобразователя, которые искажаются шумом $I^{T}(x^{n},y^{n})$, а также нелинейностью отклика $N(x^{n},y^{n},L)$, неравномерной пространственной и спектральной чувствительностью детектора $S(x^{n},y^{n},\lambda)$. Для коррекции перечисленных искажений был разработан алгоритм, представленный на рисунке 1.



Рис. 1. Алгоритм коррекции видеоспектральных данных

После формирования мультиспектральных данных $I(x,y,\lambda)$ проводится учет неоднородности пропускания фильтров, виньетирования, а также чувствительности и нелинейности отклика приемника. Это реализовано путем деления изображений объекта на калибровочные изображения выходного окна интегрирующей сферы, имеющей спектрально и пространственно равномерную освещенность. Затем с помощью изображений шахматной миры, зарегистрированных макетом ВС, были определены и скорректированы коэффициенты дисторсии. Совмещение изображений реализовано ручным выделением одних и тех же точек объекта на спектральных изображениях с получением матрицы евклидовых смещений для каждого спектрального канала. Для радиометрической калибровки выбран метод линейной регрессии, который предполагает присутствие в поле зрения мишени с известным коэффициентом отражения. Определив коэффициенты смещения и усиления её яркости, при условии пространственной равномерности освещенности их можно применить ко всем пространственно-спектральным данным. В результате обработки получено пространственное распределение коэффициента отражения $\rho(x,y,\lambda)$.

Разработанный алгоритм апробирован на данных цветовой мишени с известными спектральными коэффициентами её областей. В результате определения усредненного по областям спектрального коэффициента отражения показано, что предложенный алгоритм коррекции мультиспектральных данных позволяет обеспечить равномерную в пределах всего поля зрения погрешность измерений, не превышающая 4,5%. Без

применения алгоритма коррекции искажений ВС ошибка определения коэффициента отражения после радиометрической калибровки составляет 38,4%.

Одной из задач, эффективность которых зависит от наличия искажений данных, является определение пространственного распределения содержания хлорофилла в листьях растений методом видеоспектрометрии. Хлорофилл является основным индикатором физиологического состояния растений в экологических исследованиях и задачах точного земледелия. С целью апробации разработанной методики калибровки ВС и коррекции данных в полевых исследованиях были проведены спектральные съемки сои на опытном поле Северо-Кавказского научно-исследовательского института горного и предгорного сельского хозяйства ВНЦ РАН. Расчет карт вегетационных индексов с помощью зарегистрированных данных (рисунок 2а-3) позволил определить карты концентрации пигмента (рисунок 2и) с помощью эмпирического соотношения [10].



Рис. 2. Пример зарегистрированных спектральных изображений в диапазоне 500-850 нм с шагом 50 нм (а)-(з) и рассчитанного по ним распределения концентрации хлорофилла после их пространственноспектральной коррекции (и)

В результате анализа искажений в схеме с фильтрацией в отдельных оптических каналах была разработана методика калибровки такого типа ВС, позволяющая получить данные о пространственном распределении спектрального коэффициента отражения. Применение разработанного алгоритма позволит повысить точность методов

видеоспектрометрии, применяемых в медицине, сельском хозяйстве, экомониторинге, неразрушающем контроле материалов и других областях.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Garini Y., Young I.T., McNamara G. // Cytometry Part A. 2006. V. 69A. № 8. P. 735-747.
- 2. Clancy N.T. et al. // Med Image Anal. 2020. V. 63.
- 3. Trukhachev V.I. et al. // IOP Conf Ser Earth Environ Sci. 2022. V. 981. № 3. P. 032093.
- Sethy P.K. et al. // Multimedia Tools and Applications. 2021. V. 81. № 2. P. 3005-3038.
- 5. Cirilli M. et al. // Food Chem. 2016. V. 199. P. 96–104.
- 6. Li Q. et al. // SPIE. 2013. V. 18. № 10. P. 100901.
- 7. Батшев В.И. и др. // Оптический журнал. 2023. V. 90. № 11. Р. 113–123.
- 8. Brachmann J.F.S., Baumgartner A., Gege P. // Journal of large-scale research facilities JLSRF. 2016. V. 2. P. A82.
- 9. Pu R. "Hyperspectral Remote Sensing: Fundamentals and Practices" CRC Press, 2017.
- 10. Zolotukhina A. et al. // Front Environ Sci. 2023. V. 11. P. 480.

Принципы организации программного обеспечения анализа волновых процессов ЭЭГ в интересах диагностики уровня физической подготовки атлетов

К.О. Иванов¹, И.И. Повов¹, А.А. Роженцов¹, Е.А. Гладышева², ¹Поволжский государственный технологический университет ²Марийский государственный университет biht.orol@gmail.com

Мозг человека генерирует колебания электрических потенциалов в виде квазистационарных ритмов разной частоты. Зарегистрированные на поверхности головы человека, эти потенциалы – электроэнцефалограмма (ЭЭГ), служат объективным показателем работы его мозга. Такие патологии как воспалительные, сосудистые заболевания, черепно-мозговые травмы, эпилепсия, опухоли различных отделов головного мозга влияют на поведение и параметры ЭЭГ [1].

С момента появления метода ЭЭГ и по настоящее время основным способом ее интерпретации является визуальный анализ, выполняемый врачом, результаты которого зависят от его опыта работы и уровня квалификации. Визуальный анализ достаточно трудоемкий, и часто его результаты являются субъективными.

Методы компьютерного анализа ЭЭГ позволяют сделать работу врача более объективной. Компьютерный анализ ЭЭГ подразумевает совокупность методов и средств съема сигналов ЭЭГ и их анализа с использованием современных ЭВМ [2, 3]. Использование методов компьютерной ЭЭГ позволяет автоматизировать процесс периодометрического анализа электроэнцефалограммы [4-9]. Это метод изучения активности мозга, который фокусируется на анализе периодических изменений в электрических сигналах, регистрируемых с помощью электродов на коже головы. Этот метод используется для выявления и анализа периодических компонентов в ЭЭГ, таких как ритмы и осцилляции, которые могут быть связаны с различными состояниями мозга и патологиями. Выделение периодических компонентов может выполняться с помощью различных методов анализа, таких как преобразование Фурье, вейвлет-анализ или спектральный анализ. Выделяемые периодические компоненты могут включать в себя альфа-, бета-, тета- и дельта-ритмы, а также другие периодические осцилляции.

Полученные данные анализируются с целью выявления особенностей активности мозга, которые могут быть связаны с определенными психическими состояниями, заболеваниями или эффектами различных фармакологических воздействий.

Периодометрический анализ ЭЭГ широко используется в клинической практике для диагностики различных патологий мозга, таких как эпилепсия, нарушения сна, депрессия, аутизм и другие состояния. Также этот метод может применяться в научных исследованиях для изучения функционирования мозга и его изменений под воздействием различных факторов. В нашей работе планируется использовать периметрический анализ ЭЭГ для диагностики уровня физической подготовки атлетов. Отметим, что на данный момент не существует прямого метода диагностики уровня физической подготовки атлетов по данным электроэнцефалограммы (ЭЭГ). ЭЭГ преимущественно используется для измерения электрической активности мозга и в настоящий момент не предназначена для оценки физической подготовки или состояния тела. Однако, некоторые исследования показывают, что ЭЭГ может быть полезным инструментом для изучения состояния мозга во время физической активности. Например, при выполнении физических упражнений могут наблюдаться изменения в электрической активности мозга, такие как увеличение частоты альфа-ритмов или изменения в спектре осцилляций. Интерпретация таких изменений может быть связана с

реакцией организма на физическую нагрузку и косвенно свидетельствовать об уровне физической подготовки спортсмена.

Кроме-того, на электроэнцефалограмму могут оказывать влияние магнитные бури Солнца. Степень влияния магнитных бурь на ЭЭГ и их конкретные механизмы до конца неясны и требуют дальнейших исследований.

Магнитные бури, вызванные солнечной активностью, могут создавать геомагнитные возмущения, которые воздействуют на магнитное поле Земли. Эти возмущения, в свою очередь, могут взаимодействовать с человеческим организмом, включая мозг, обеспечивая определенную модуляцию альфа-, бета-, тета- и дельтаритмов его работы.

В нашей работе создана база данных ЭЭГ, включающая не менее 60 записей электроэнцефалограмм атлетов, полученных во время и в отсутствие магнитных бурь. Полученная база данных позволяет эффективно проводить исследования влияния магнитных возмущений земли на электрическую активность мозга человека. Крометого, нами разработано программное обеспечение, позволяющие в автоматическом режиме осуществлять поиск точек глобально-локального минимума в сигнале ЭЭГ [7], тем самым автоматизируя процесс периодометричекого анализа. Полученные данные могут свидетельствовать о возможности достоверного индивидуализированного определения уровня физической подготовленности организма человека, что позволит в дальнейшем повысить достоверность результатов оценки физических качеств организма человека, основанной на применении физических тестов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зенков, Л. Р. Клиническая электроэнцефалография (с элементами эпилептологии). Руков-ство для врачей – 5-е изд. – М.:МЕДпресс-информ, 2012. – 356 с.

2. Кулаичев, А. П. Компьютерная электрофизиология / А.П. Кулаичев. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 2002. – 640 с.

3. Цыган, В.Н. Электроэнцефалография / В.Н. Цыган, М.М. Богословский, А.В. Миролюбов; под. ред. М.М. Дьяконова – СПб.: Наука, 2008. – 192 с.

4. Ya. A. Furman, V. V. Sevastyanov, and K. O. Ivanov, "Modern problems of brainsignal analysis and approaches to their solution," Pattern Recogn. Image Anal. 29 (1), 99–119 (2019).

5. Фурман Я. А., Севастьянов В. В., Иванов К. О. Формирование информативных признаков для автоматической классификации электроэнцефалограмм// Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2017. - №1(33). – С. 38-50.

6. Контурная математическая модель электроэнцефалограммы / К. О. Иванов, Я. А. Фурман, В. В. Севастьянов, Р. Г. Хафизов, С. Н. Свинцов, А. В. Казаринов, С. А. Охотников// Вестник Поволжского государственного технологического университета. Сер.: Радиотехнические и инфокоммуникационные системы. – 2015. №2(26). – С. 26-42.

7. Сегментация тонкой структуры электроэнцефалограммы / Я. А. Фурман, В. В. Севастьянов., К. О. Иванов А. В. Казаринов// Вестник Рязанского государственного радиотехнического университета. - 2015. - №54. Часть 2. - С. 56-67.

8. Ya. A. Furman, V. V. Sevastyanov, and K. O. Ivanov, "Contour analysis of a fine structure in an electroencephalogram," Pattern Recogn. Image Anal. 26 (4), 758–772 (2016).

9. Фурман Я. А., Севастьянов В. В., Иванов К. О. // XXXI Всероссийская научнотехническая конференция студентов, молодых ученых и специалистов «Биотехнические, медицинские, экологические системы и робототехнические комплексы»: материалы конференции. - Рязань, 2018. - С. 198-204.

Гистотрипсия с кипением как неинвазивный метод механического разрушения опухолей: пилотные эксперименты по лечению рака молочной железы и лейомиомы матки человека *ex vivo*

А.В. Квашенникова¹, Е.М. Пономарчук¹, С.А. Цысарь¹, Д.Д. Чупова¹, П.А. Пестова¹,

Н.В. Данилова², П.Г. Мальков², А.Л. Черняев^{3,4}, С.В. Буравков⁵, В.А. Хохлова¹

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет ²Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, медицинский научнообразовательный центр

³Федеральное государственное бюджетное учреждение «Научно-исследовательский институт пульмонологии» Федерального медико-биологического агентства России

⁴Научно-исследовательский институт морфологии человека им. академика А.П. Авцына Федерального государственного бюджетного научного учреждения «Российский научный центр хирургии им. академика Б.В. Петровского»

⁵Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет фундаментальной медицины

kvashennikovaav@my.msu.ru

Методы лечения различных заболеваний человека, требующие хирургического вмешательства, зачастую влекут за собой риск возникновения осложнений как во время, так и после операции. Для обеспечения неинвазивности лечения в современной хирургии активно применяется высокоинтенсивный фокусированный ультразвук (HIFU) [1-2]. HIFU-терапии фокусированный излучатель гармонической При тепловой ультразвуковой волны (рис. 1, *a*) с интенсивностью до нескольких сотен BT/см² размещается вне тела пациента и через согласующую среду воздействует на целевую область внутри человека, например, опухоль, не повреждая кожу и здоровые ткани и органы на пути к ней и вокруг нее. Поглощение ультразвуковой энергии биотканью в фокальной области приводит к ее локальному нагреву и последующему тепловому некрозу, что, однако, сопровождается нежелательной диффузией тепла за пределы фокальной зоны в область здоровых тканей и может надежно контролироваться только с использованием МРТ-систем.



Рис. 1. *а* – форма ультразвуковой волны при тепловом воздействии на биоткань; *б* – три периода профиля волны с ударными фронтами при механическом разрушении биоткани методом гистотрипсии; *в* – иллюстрация акустического фонтана, возникающего при взаимодействии ударных ультразвуковых волн с паровой полостью в режиме гистотрипсии с кипением и приводящего к атомизации биоткани.

Использование импульсного ультразвука более высокой интенсивности (>1 кВт/см²) способно приводить к механическому разрушению целевой области биоткани без ее теплового некроза. Такой подход получил название гистотрипсии [3]. В частности, в существующих клинических тепловых HIFU-системах возможна генерация последовательности миллисекундных высокоинтенсивных импульсов с ударными фронтами в профиле волны в фокусе (рис. 1, δ), возникающими при искажении исходно гармонического профиля (рис. 1, *a*) за счет нелинейных и дифракционных эффектов

распространения ультразвука в среде, что используется в одном из методов гистотрипсии – гистотрипсии с кипением (ГК) [4–6]. За счет поглощения энергии ударных волн [4] биоткань в фокусе быстро нагревается до температур порядка 100°С, вследствие чего инициируется процесс локального кипения биоткани в течение каждого импульса. В результате образуются паровые полости миллиметровых размеров, с поверхностью которых взаимодействуют последующие ударные фронты, приводя к эффектам приповерхностной кавитации и так называемого акустического фонтана (рис. 1, ϵ) от границы ткани внутрь паровой области, что приводит к механическому разрушению биоткани до субклеточных фрагментов [5].

Одним из преимуществ метода гистотрипсии, в отличие от теплового разрушения тканей, является возможность введения пауз между ультразвуковыми импульсами (коэффициент заполнения обычно поддерживается меньше 1%), что подавляет диффузию тепла за пределы фокальной области и, тем самым, повышает локальность и контролируемость воздействия. Кроме того, возникающие при гистотрипсии кавитационные микропузырьки и пузыри кипения при ГК сильно отражают диагностический ультразвук и предстают гиперэхогенными на УЗИ во время облучения, обеспечивая контролируемость процесса лечения в режиме реального времени. После облучения в зоне воздействия на УЗИ-снимках наблюдается гипоэхогенная область, что свидетельствует о потере структуры биоткани и ее ликвификации.

В настоящее время метод гистотрипсии развивается для многих клинических приложений [3]. Важным приложением является лечение, например, рака молочной железы [7], являющегося самым распространенным онкологическим заболеванием среди женщин в мире, а также доброкачественных опухолей, например, лейомиом матки [8], встречающихся у большинства женщин и часто являющихся причиной аномальных маточных кровотечений, бесплодия и прочих осложнений. Однако первые экспериментальные исследования в этом направлении, подтверждающие возможность механического разрушения рака молочной железы и лейомиомы матки человека *ex vivo* с использованием метода ГК, были проведены лишь недавно [9].

В данной работе, для экспериментов по гистотрипсии с кипением были взяты образцы размером менее 5 см × 5 см в поперечном сечении и около 3 см толщиной из аутопсийной раковой опухоли молочной железы пациентки 89 лет (спустя 14 часов после смерти) и из хирургически удаленной лейомиомы матки пациентки 50 лет (считается архивным материалом, согласие этического комитета не требуется). Образцы погружались в фосфатно-солевой буфер и подвергались дегазации через поочередные циклы вакуумирования и компрессии (3 цикла вакуумирования по 30 минут и 2 цикла компрессии по 15 минут) для удаления пузырей воздуха, потенциально препятствующих ГК-воздействию, так и УЗИ-контролю. Затем образцы заключались в как полупрозрачный 1.5% агарозный гель для облегчения проведения манипуляций с образцами с помощью трехмерной системы позиционирования и погружались в бассейн с дегазированной водой при температуре 32-35°С (рис. 2, *a*). В качестве источника ультразвука использовался 12-элементный фокусированный секторный излучатель с частотой $f_0 = 1.5 \text{ M}\Gamma_{\text{II}}$, фокусным расстоянием 6 см, внешним диаметром 8 см и диаметром центрального отверстия 2 см [10]. УЗИ-визуализация осуществлялась в Врежиме до (рис. 3, a, d), во время (рис. 3, δ , e) и в течение 10 минут после облучения (рис. 3, в, ж) с помощью УЗИ-датчика L7-4 (ATL, Philips), расположенного сбоку от образца. Воздействие на образцы опухолей проводилось на средней глубине порядка 1 см в ткани 20 или 30 импульсами длительностью 10 мс каждый с периодом следования 1 с в узлах трехмерной сетки (рис. 2, б), состоящей из 2 слоев по 5×5 фокусов в каждом слое с шагом 1 мм во всех направлениях.



Рис. 2. а – двумерная схема экспериментальной ГК-установки; б – иллюстрация сетки ГК-воздействия.

Для каждого образца предварительно определялось пороговое значение напряжения, подаваемого на источник и способного инициировать кипение ткани в фокусе внутри каждого 10-мс импульса, что определялось по появлению гиперэхогенного пятна на УЗИ (пунктирная область на рис. 3, δ , e). Рабочее напряжение для ГК-воздействия затем выбиралось на 10–25% выше порогового, но не выше максимально возможного напряжения в 240 В.

При выбранном напряжении с помощью численного моделирования в программном комплексе «HIFU beam» [11] оценивались значения положительного и отрицательного пиковых уровней акустического давления и амплитуды ударного фронта (A_s) в профиле волны *in situ* в фокусе. Численное моделирование проводилось в плоскослоистой среде «вода – молочная железа» или «вода – матка», как в работах [9– использованием литературных данных акустических 10]. ЛЛЯ свойств соответствующих тканей [12]. С помощью этих параметров также оценивалось время достижения температуры кипения в фокусе биоткани при рабочем напряжении с использованием аналитического решения для поглощения акустической энергии ударных волн $t_b = \Delta T c_v 6 \rho^2 c^4 / (\beta f_0 A_s^3)$ [4], где ΔT – разность между температурой кипения (100°С) и температурой воды в эксперименте (32–35°С); c_v , ρ , c и β – теплоемкость единицы объема, плотность, скорость звука и коэффициент нелинейности тканей рака молочной железы и лейомиомы матки, соответственно [12]. Рассчитанные значения tb (0.36–0.5 мс) показали, что кипение в ткани достигается внутри каждого 10-мс импульса.

Получение объемных механических ГК-разрушений в образцах опухолей заняло 20–30 минут в зависимости от количества точек на каждый узел. Во время ГКвоздействия наблюдалась гиперэхогенная область на УЗИ-снимках (рис. 3, δ , e), а в течение 10 минут после окончания воздействия по мере растворения пузырей на месте разрушения образовывалась гипоэхогенная область (рис. 3, e, w), что свидетельствовало об успешном разрушении ткани до жидкого состояния. После окончания облучения образцы рака молочной железы и лейомиомы матки извлекались из агарозного геля, и на их поверхности отмечалась ориентация плоскости визуализации с помощью гистологических чернил для ее сохранения при дальнейшей подготовке образцов к гистологическому исследованию с окрашиванием гематоксилином и эозином. В результате, ГК-разрушения четко визуализировались на полученных гистологических срезах (рис. 3, e, s), и детальный анализ подтвердил деструкцию клеточной структуры и отсутствие опухолевых клеток внутри объема разрушения в обоих типах опухолей.



Рис. 3. *а*, *д* – УЗИ-снимки образцов биоткани до ультразвукового воздействия методом гистотрипсии с кипением; *б*, *e* – во время воздействия; *в*, *ж* – после воздействия; *г*, *з* – гистологические макрофото образцов рака молочной железы и лейомиомы матки с ГК-разрушением и участки разрушенной и интактной ткани. Пунктиром отмечена целевая область разрушения.

Таким образом, в пилотных экспериментах, описанных в этой работе, впервые продемонстрирована возможность механического разрушения рака молочной железы и лейомиомы матки человека *ex vivo* мощными фокусированными ультразвуковыми импульсами в режиме гистотрипсии с кипением.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 20-12-00145 и стипендии фонда «БАЗИС» № 20-2-10-10-1.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Р. Гаврилов "Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине" М.: Фазис, 2013.

2. М.Р. Бэйли и др. // Акустический журнал. 2003. Т. 49. № 4. С. 437-464.

3. R.P. Williams et al. // Int. J. Hyperthermia. 2023. V. 40. No 1. P. 2233720.

4. M.S. Canney et al. // Ultrasound. Med. Biol. 2010. V. 36. No 2. P. 250–267.

- 5. T.D. Khokhlova et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2011. V. 130. No 5. P. 3498 3510.
- 6. A. Maxwell et al. // Acoustics Today. 2012. V. 8. No. 4. P. 24–36.

7. K.J. Pahk et al. // Sci Rep. 2019. V. 9. No 1. P. 9050.

8. A. Simon et al. // Ultrasound Med Biol. 2022. V. 48. No 8. P. 1652–1662.

9. Е.М. Пономарчук и др. // Клеточные технол. биол. мед. 2024. № 1. С. 21–25.

10. P.B. Rosnitskiy et al. // Ultrasonics. 2023. V. 133. P. 107029.

11. P.V. Yuldashev et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2021. V. 68. No 9. P. 2837–2852.

12. P.A. Hasgall "IT'IS database for thermal and electromagnetic parameters of biological tissues", version 4.1, 2022.

Экспериментальная проверка точности численного моделирования транскраниального фокусированного ультразвука с помощью k-Wave

А.А. Крохмаль¹, И. Симкок², Б. Триби¹, Э. Мартин^{1,3}

¹Факультет медицинской физики и биомедицинской инженерии, Университетский Колледж Лондона ²Отделение клинической радиологии, детская больница Грейт Ормонд-стрит ³Центр интервенционных и хирургических наук Wellcome/EPSRC, Университетский колледж Лондона aa.krokhmal@physics.msu.ru

В развивающейся области транскраниальной ультразвуковой терапии точное планирование лечения остается важной, но сложной задачей. Применения транскраниального фокусированного ультразвука очень разнообразны: фокусировка ультразвукового пучка через костные структуры черепа используется для нейромодуляции [1], термической и механической абляции мозговых тканей с использованием гистотрипсии, открытия гематоэнцефалического барьера и задач визуализации. Несмотря на разнообразие клинических применений, вопрос о точном предсказании акустического поля после прохождения через костные структуры остается открытым из-за аберрации и затухания ультразвука в костях черепа. Неоднородная структура и форма черепа значительно изменяет форму ультразвукового пучка и снижает его амплитуду, изменяя положение фокуса и размер фокальной зоны.

Для обеспечения эффективного и безопасного воздействия фокусированным ультразвуком на заданную область мозга предварительного выполняется тщательное планирование с использованием численных расчетов. Вычислителный пакет k-Wave [2] является широко используемым инструментом для расчета ультразвуковых полей в неоднородных средах, однако его точность в данной области еще не была полностью оценена, особенно с учетом разнообразных и сложных анатомических особенностей различных черепов.

Основная цель этой работы - оценить точность численных расчетов по распространению ультразвука в линейном режиме через костную ткань для набора из четырех ex-vivo человеческих черепов в контексте планирования транскраниальной ультразвуковой терапии. Важный вопрос заключается в том, как точность расчетов зависит от частоты и режима излучения. Поэтому были исследованы импульсные и квазинепрерывные волновые режимы на частотах 270, 500, 750 кГц и 1 МГц.

Четыре человеческих черепа, маркированные номерами 2157, 2147, 2120 и 2117, были использованы в экспериментах. Они находились на хранении более 50 лет и размеру, пористости И гладкости различались по форме, поверхности. Экспериментальная установка (рис. 1 (а)), помещенная в ультразвуковую ванну с деионизированной водой, состояла из черепа, удерживаемого с помощью пласиковых фокусирующего ультразвукового преобразователя И держателей. гидрофона, сканирующего акустическое поле внутри черепа. Для генерации акустических полей использовались три сферических фокусирующих ультразвуковых преобразователя производителя Sonic Concepts, работающие на частотах 270, 500, 750 кГц и 1 МГц, с генератором сигналов Keysight 33500B и усилителем E&I 1020L RF. Все преобразователи имели пьезоэлектрические вогнутые элементы с номинальным радиусом апертуры 32 мм и радиусом кривизны 63.2 мм.

Для характеризации преобразователей и измерения акустических полей внутри черепов проводились серии измерений с использованием трех гидрофонов: два игольчатых гидрофона производителя Precision Acoustics и один капсульный гидрофон производителя Onda диаметром 0.2 мм. Каждый преобразователь характеризовался как эквивалентный источник, рассчитанный из измеренной акустической голограммы, и

был оптимизирован для соответствия экспериментально измеренному давлению в свободном поле (рис. 1 (б)). Голограммы измерялись на выбранных частотах в квазинепрерывном и импульсном режимах в условиях свободного поля в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка, на расстоянии 55 мм от поверхности преобразователя. В импульсном режиме преобразователь излучал короткий сигнал, состоящий из 2 синусоидальных циклов на заданной частоте с интервалом повторения 10 мс. В квазинепрерывном режиме сигнал представлял собой импульс из 60 циклов также с интервалом повторения 10 мс. Короткие импульсы использовались для непосредственного наблюдения за распространением и отражением волновых пакетов, анализа времени прихода сигналов и минимизации влияния отражений между черепом, преобразователем и гидрофоном. В то же время квазинепрерывные сигналы представляют большой интерес, поскольку они более реалистично представляют терапевтические протоколы.

Для точного позиционирования преобразователя и черепа в эксперименте были созданы их 3D CAD модели. Объемные модели черепов были созданы с использованием 3D Slicer из КТ-изображений. Модели преобразователя и черепа были расположены вместе таким образом, что высшая точка черепа находилась на расстоянии 10 мм от центральной точки поверхности преобразователя, а основание черепа было параллельно задней части корпуса преобразователя. Также было спроектировано и напечатано на 3D принтере крепление для удержания черепа. Точное позиционирование и фиксация черепов в креплении были достигнуты путем создания выемки, повторяющей форму основания черепа.



Рис. 1. (а) Экспериментальная установка; (б, в) сравнение профилей акустического давления в свободном поле и (д,е) внутри образцов черепов в импульсном режиме излучения ; (г) сравнение акустических сигналов в фокусе.

В ходе экспериментов по измерению акустического поля внутри черепа, череп был установлен в держатель, и гидрофон сканировал область внутри черепа, как показано на рис. 1 (а). Голограммы были получены на плоскости, перпендикулярной направлению распространения ульразвукового пучка после прохождения через череп, на расстоянии 55 мм от преобразователя. Область сканирования составляла 60х60 мм с шагом 0,5 мм. Измерения проводились на всех четырех частотах как в импульсном, так и в квазинепрерывном режиме. Метод углового спектра использовался для реконструкции акустического поля давления во всей области интереса, варьирующейся от 0 до 90 мм от преобразователя. Пиковое положительное давление определялось в каждой

пространственной точке, и это поле затем сравнивалось с результатами численных расчетов. Погрешность гидрофонов составляла 10%.

Для численных расчетов распространения ультразвука через костную ткань черепа использовался программный пакет k-Wave. Размер расчетной сетки был достаточно большим, чтобы охватить по крайней мере 90 мм вдоль оси распространения пучка, чтобы покрыть область фокусировки. Размер пространственного шага обеспечивал как минимум 8 точек на длину волны. Временной шаг выбирался таким образом, чтобы число Куранта-Фридрихса-Леви всегда было не более 0.1. Границы вычислительной области были окружены слоем PML из 20 точек. Большинство расчетов выполнялось на вычислительном сервере с использованием параллельных вычислений на GPU и занимали до 3 часов.

Плотность костной ткани ρ была рассчитана из значений рентгеновской плотности по шкале Хаунсфилда в каждом вокселе КТ-изображения черепа. Для этого была проведена калибровка шкалы Хаунсфилда с помощью сканирования в КТ-сканере образцов с номинальными занчениями плотности. Скорость звука *с* в черепе была линейно сопоставлена с плотностью в соответствии с [3]: *с* = ρ ·1.333 + 166.7 м/с. Коэффициент затухания в черепе в зависимости от частоты был задан как $\alpha = f \cdot 13.3$ дБ/см/МГц [4], а нелинейный параметр был равен $\beta = 374$ [5].



Рис. 2. Давление внутри черепов 2157 и 2120 при излучении в импульсном режиме. Пунктиром показана линия, вдоль которой получен профиль давления на Рис. 1 (д, е).

Результаты экспериментальных измерений были сравнены с численными расчетами. Форма, фаза и задержка акустических сигналов с высокой точностью совпадали в фокусе, как показано на рис. 1 (г), указывая на точное определение скорости звука внутри черепа по его КТ-изображению в соответствии с [3]. Сравнение профилей пикового давления (рис. 1 (д, е)), а также пространственного распределения давления (на рис. 2) показало, что численные расчеты хорошо воспроизводят экспериментальные результаты, в том числе, структуру ультразвукового пучка, даже в случае сильных аббераций, как для черепа 2120. В большинстве случаев расхождения в положении фокуса находились в пределах $\Delta z < 2$ мм.

В качестве метрики, характеризующей точность численных расчетов, были рассчитаны ошибки в определении максимального давления в фокусе ε_p и фокального объема ε_v , определяемого по уровню -6 дБ, выраженные в процентах. Отрицательные значения ε_p и ε_v свидетельсвуют о недооценке экспериментальных показателей, положительные – о переоценке. Разница в амплитуде максимального давления широко варьировалась в зависимости от черепа и частоты волны: от ошибки ε_p всего 1-2% для черепа 2120 на частотах 270-750 кГц до $\varepsilon_p = 50\%$ на частоте 1 МГц для черепа 2147. В большинстве случаев расхождения в максимальной амплитуде давления находятся в

пределах $\varepsilon_p < 20\%$. На рис. З показано распределения числовых данных ε_p и ε_v по набору исследуемых образцов на каждой частоте и в каждом режиме излучения. Как видно из рис. З (а), наиболее точные прогнозы максимального давления находятся в среднем диапазоне частот 500-750 кГц, где медианная ошибка составляет от -10 до 4% для обоих режимов излучения. Значительная ошибка на частоте 1 МГц может быть связана с тем, что используемый в численных расчетах линейный закон затухания [4] неточно описывает фактическое затухание в черепе, особенно с увеличением частоты.

На более низких частотах увеличение ошибки может быть связано с более длинными импульсами, вызывающими больше отражений между черепом и преобразователем, а также усилением влияния упругих волн в черепе. Сравнивая точность прогнозирования между импульсным и квазинепрерывным режимами, заметно, что медианная значение ε_p в импульсном режиме немного меньше, чем в квазинепрерывном (-2% против -15% на 270 кГц, 22% против 30% на 1 МГц), хотя они сопоставимы в диапазоне средних частот.

В большинстве случаев расхождения в фокальном объеме, показанные на рис. 3 (б), находятся в пределах $\varepsilon_V < 50\%$. Заметно, что ошибка увеличивается с частотой, и результаты расчетов в квазинепрерывном режиме склонны недооценивать экспериментальные значения. Для двух из четырех черепов, 2120 и 2117, форма пучка была значительно искажена (рис. 2 (б)), с разделением фокуса на несколько областей и усиливающимся искажением с увеличением частоты, что приводит к достаточно большому расхождению в определении фокального объема.



Рис. 3. Распределение ошибки в определении (а) максимального давления в фокусе и (б) объема фокальной зоны в зависимости от частоты и режима излучения.

Результаты этого исследования показывают, что численные расчеты с помощью программного пакета k-Wave обладают высокой точностью и могут адекватно предсказывать положение и объем фокальной зоны и уровень акустического давления, также давать представление о сложной структуре поля внутри черепа. Основными источниками ошибок являются отличие фактического коэффициента затухания для различных черепов от модельных представлений, пренебрежение упругими свойствами черепа и наличие отражения звуковой волны от поверхности преобразователя. Результаты этой работы дают уверенность в том, что планирование терапевтических вмешательств в человеческом мозге с использованием фокусированных ультразвуковых пучков предсказуемо в каждом отдельном случае.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. J.M. Stern et al. // Brain Stimulation. 2021. V. 14. No. 4. P. 1022.
- 2. B.E. Treeby et al. // Journ. Acoust. Soc. 2018. V. 143. No. 1. P. 529.
- 3. F. Marquet et al. // Phys. Med. & Biol. 2009. V. 54. No. 9. P. 2597.
- 4. G. Pinton et al. // Med. Phys. 2012. V. 39. No. 1. P. 299.
- 5. G. Renaud et al. // IEEE Trans. Ultra. Ferr. Freq. Contr. 2008. V. 55. No. 7. P. 1497.

Сравнение численного и физического экспериментов по созданию объема теплового разрушения биоткани при воздействии мощным фокусированным ультразвуком

П.А. Пестова, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова, М.М. Карзова

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Лаборатория медицинского и промышленного ультразвука. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2. pestova.pa16@physics.msu.ru

Технология теплового HIFU (от англ. аббревиатуры High Intensity Focused Ultrasound) уже нашла применение в неинвазивной хирургии для разрушения опухолевых образований различных органов [1-3]. Принцип действия HIFU основан на фокусировке высокоинтенсивного ультразвука в область предполагаемого разрушения, где за счет поглощения акустической энергии происходит локальный нагрев ткани до температур, вызывающих тепловой некроз [1, 2]. Для получения объемной деструкции фокус излучателя перемещается вдоль дискретной траектории в плоскости, перпендикулярной его оси [4]. Несмотря на широкое использование в клинической практике, у данной технологии был выявлен ряд ограничений. Например, неопределенность конечного размера разрушения в результате его вытягивания вдоль оси излучателя, а также вероятность нежелательного перегрева близлежащих областей ткани за счет эффектов тепловой диффузии. Кроме того, тепловое воздействие HIFU характеризуется невысокой скоростью абляции [5]. Для преодоления данных ограничений было предложено использовать высокоамплитудные импульсные режимы облучения с постоянной средней по времени мощностью, когда в фокусе пучка в профиле волны образуется ударный фронт. Формирование ударного фронта сопровождается быстрым поглощением энергии ультразвукового пучка, в результате чего формирование единичного теплового разрушения происходит в течение миллисекунд [6]. Такие режимы позволяют подавить тепловую диффузию вследствие короткого времени воздействия, а также получить разрушения с четкими границами и ускорить тепловую абляцию.



Рис. 1. (а) Схема численного моделирования. Ультразвуковой пучок создается HIFU – решеткой диаметром 136 мм, состоящей из 256 элементов диаметром 6.6 мм с рабочей частотой 1.2 МГц, и фокусируется на расстояние F = 140 мм на глубину h =2 см в образец ткани говяжьей печени; (б, в) профили давления волны в фокусе излучателя в квазилинейном (б) и нелинейном импульсном ударно-волновом (в) режимах.

Данные преимущества были продемонстрированы в физическом ex vivo эксперименте по облучению ткани говяжьей печени в системе MRgHIFU Sonalleve V2 (Profound Medical Corp.) [7]. Образец печени был помещен в резервуар с дегазированной водой напротив ультразвукового излучателя Sonalleve V2 с рабочей частотой 1.2 МГц, апертурой 136 мм и фокусным расстоянием F = 140 мм (рис. 1а). Облучение образца происходило в квазилинейном (200 BT, рис. 1б) и нелинейном (1000 Вт, рис. 1в) режимах и контролировалось в реальном Протокол помощью MPT. времени с квазилинейного воздействия был выбран как характерный для клинической практики. Каждая траектории (рис. точка 2a) непрерывно облучалась в течение 50 мс. Облучение начиналось с точек внутренней окружности, которая 14 раз облучалась до

момента достижения на ней порогового значения тепловой дозы (240 CEM). Затем происходило многократное (22 раза) облучение точек внешней окружности. В результате было получено объемное тепловое разрушение, вытянутое в аксиальной плоскости за счет эффектов тепловой диффузии (рис. 26). В нелинейном импульсном ударноволновом режиме пиковая мощность составила 1 кВт, длительность импульса для сохранения средней по времени мощности была равна 5 мс, а время перемещения фокуса – 25 мс. Воздействие происходило по траектории с уменьшенным расстоянием между точками в 4 раза (рис. 2г), что позволило получить объемное тепловое разрушение в течение ее однократного обхода (рис. 2д). Данная траектория была использована из соображений того, что единичное разрушение наблюдается уже в конце первого импульсного воздействия, поэтому нет необходимости в многократном облучении одного и того же фокуса. В результате удалось подавить эффекты тепловой диффузии и получить предсказуемое, хорошо локализованное в аксиальной плоскости объемное тепловое разрушение в 4 раза.

Целью данной работы являлась проверка достоверности численной модели, основанной на уравнении Вестервельта и неоднородном уравнении теплопроводности, для описания объемных тепловых разрушений биоткани при облучении мощным фокусированным ультразвуком в физическом эксперименте.

Акустическое поле моделировалось путем решения трехмерного нелинейного уравнения типа Вестервельта, учитывающего нелинейные и дифракционные эффекты, а также поглощение в ткани [8, 9]. Для постановки граничного условия использовалось распределение колебательной скорости на элементах решетки Sonalleve V2, полученное в эксперименте методом акустической голографии [9, 10]. На основании полученных результатов, рассчитывались пространственные распределения плотности мощности тепловых источников Q в ткани. Численное решение неоднородного уравнения теплопроводности с тепловыми источниками Q из уравнения Вестервельта позволило описать температурное поле в ткани, а учет пороговой величины тепловой дозы, соответствующей тепловому некрозу ткани, – границы получаемого разрушения. Подробные алгоритмы решения были представлены в предыдущих работах [11, 12].



Рис. 2. (а, г) Траектории перемещения фокуса излучателя для получения объемных разрушений в линейном (а) и нелинейном (г) режимах. (б, д) Образец ткани говяжьей печени после остывания в физическом эксперименте по получению объемных тепловых разрушений в линейном (б) и нелинейном (д) режимах. (в, е) Пространственные распределения температуры в момент окончания облучения ткани по траектории в линейном (в) и нелинейном (е) режимах облучения. Черным контуром (на ткани (б, д) - белым) обозначена область, внутри которой тепловая доза превысила свое пороговое значение после остывания образца. На каждом пространственном распределении температуры показаны времена окончания нагрева, достигнутый размер теплового разрушения и скорость тепловой абляции.

Акустические и физические параметры в вышеупомянутых уравнениях подбирались на основе описания квазилинейного протокола облучения ткани в физическом

эксперименте. Затем выбранные параметры использовались для моделирования ударноволнового режима облучения. Времена воздействия, перемещения фокуса, мощности также соответствовали физическому эксперименту.

Результаты численного моделирования представлены на рис. 2в, е для квазилинейного и ударно-волнового режимов, соответственно. В квазилинейном режиме произошло вытягивание разрушения вдоль оси распространения ультразвукового пучка, конечный объем достиг $V = 995 \text{ мм}^3$, скорость тепловой абляции составила 2.98 см³/мин. Последующее наложение контура разрушения на видимый тепловой некроз ткани из физического эксперимента продемонстрировало высокую степень соответствия (рис. 26, в). В случае ударно-волнового воздействия объемное разрушение представляло собой тонкий слой с ровными стенками и равномерным распределением температурного поля внутри него, что также хорошо согласуется с экспериментальными данными. Объем области теплового некроза составил $V = 278 \text{ мм}^3$, а скорость тепловой абляции достигла 3.07 см³/мин. Наблюдаемое незначительное ускорение в данном случае объясняется малым объемом разрушенной области в ударно-волновом режиме (в 3.5 раза меньше полученного при квазилинейном облучении), однако при использовании многослойной конфигурации изменения будут значимыми. Следует отметить, что результаты моделирования для обоих случаев также соответствуют МРТ данным, записанным во время физического эксперимента.

Таким образом, показано, что моделирование на основе решения трехмерных уравнений Вестервельта и теплопроводности позволяет с высокой точностью описать физический эксперимент по созданию объемных тепловых разрушений ткани при воздействии мощным фокусированным ультразвуком как в квазилинейном, так и в ударно-волновом режимах. Стоит отметить, что рассмотренный импульсный ударноволновой режим представляется предпочтительным по сравнению с клиническими протоколами в отношении получения быстрых и предсказуемых тепловых объемных разрушений в форме тонкого слоя с четкими границами. Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РНФ №22-72-00047 и стипендии фонда «БАЗИС».

ЛИТЕРАТУРА

- 1) К.Р. Хилл, Дж. Бэмбер, тер Хаар Г. ред. Ультразвук в медицине. Физические основы применения. Пер. с англ. М.: «Физматлит». 2008.
- 2) Л.Р. Гаврилов. Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине. М.: «Фазис», 2013.
- 3) S. Crouzet et al. // Eur. Urol. 2014. V. 65. P. 907–914.
- 4) M.O. Köhler et al. // Med. Phys. 2009. V. 36(8). P. 3521–3535.
- 5) Y.S. Kim et al. // Eur. J. Radiol. 2012. V. 81(11). P. 3652-3659.
- 6) Е.А. Филоненко, В.А. Хохлова // Акуст. журн. 2001. Т. 47(4). С. 541-549.
- 7) V.A. Khokhlova // Focused Ultrasound Foundation Final Report. June 5. 2019.
- 8) П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова // Акуст. журн. 2011. Т. 57(3). С. 337-347.
- 9) W. Kreider *et al.* // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2003. V. 60. № 8.
 P. 1683–1698.
- 10) M.M. Karzova et al. // in Proc. 6th Int. Symp. on Focused Ultrasound (Reston, VA, Oct. 21–25, 2018).
- 11) П.А. Пестова, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова, М.М. Карзова // Акуст. журн. 2023. Т. 69(4) С. 417–429.
- 12) Ю.С. Андрияхина, М.М. Карзова, П.В. Юлдашев, В.А. Хохлова. // Акуст. журн. 2019. Т. 65(2). С. 1–12.

Функциональный анализ электрической активности головного мозга детей при прохождении когнитивных задач: вычисление значений фазовой синхронизации

О.В. Пилюгин, А.А. Бадарин БФУ им. И.Канта ovplgn@gmail.com

Функциональный анализ взаимодействия кортикальных структур представляет значительный интерес с точки зрения фундаментальной значимости: это позволяет более подробно исследовать возрастные особенности функциональных сетей головного мозга. Прикладное же значение полученных результатов может заключаться в применении их использовании мер коннективности как объективной оценки когнитивного состояния ребёнка. В рамках данной работы был произведён анализ данных ЭЭГ детей 11-12 лет при выполнении задач с вычислением такой меры связности, PLV (Phase Lock Value) – значение фазовой синхронизации.

Функция фазовой синхронизации оценивает мгновенную разность фаз сигналов согласно гипотезе, что соединенные области генерируют сигналы, мгновенные фазы которых развиваются вместе[1]. В этом случае считается, что разность их фаз остаётся постоянной. Таким образом, PLV оценивает разброс распределения разностей фаз, и оценка связности связана с этим разбросом: чем уже распределение разности фаз, тем выше значение PLV, которое колеблется от нуля (отсутствие синхронизации) до единицы (полная синхронизация по фазе).

В отличие от спектральной когерентности[2], фазовая синхронизация определяет стабильность разности фаз двух сигналов во времени на определенных частотах и измеряет связь между сигналами независимо от их амплитуды.

В нейрофизиологическом эксперименте приняло участие 28 детей в возрасте от 11 до 12 лет. Монтаж ЭЭГ производился по стандартной схеме «10-10» на 64 отведения, монополярно.

Компьютерное тестирование включало в себя задания, направленные на различные когнитивные функции:

- 1. «Визуальный поиск»: участнику показано случайное число для запоминания, после чего его нужно найти в показанной матрице случайного размера (от 3х3 до 9х9 элементов);
- 2. «Ментальная арифметика»: участнику показано случайное арифметическое выражение, которое он должен самостоятельно сосчитать в уме. После чего на экране отображалось случайное число. Задача испытуемого заключалась в ответе, совпадает ли это число с решением предыдущего выражения
- 3. «Рабочая память»: участнику показан набор от 3 до 7 чисел для запоминания. Спустя несколько секунд ему нужно ответить, было ли случайное число в показанном раннее наборе или нет.
- 4. «Комбинированные функции»: участнику показан случайный набор чисел двузначное и «1» или «7». Далее в последовательно отображаемых матрицах ему нужно найти первое число, вычесть из него второе и продолжать эти действия до завершения задания (пять повторений для каждого задания.

Предварительная обработка данных ЭЭГ осуществилась с помощью набора инструментов «MNE Python»: произведена фильтрация (0.1-40 Гц), удаление артефактов с помощью алгоритмов, сегментация на эпохи длительностью 3 с. ([-0,5;2] с. относительно времени показа задания каждого типа) с выравниванием изоэлектрической линии, а также усреднённый ремонтаж. Расчёт PLV осуществлён с помощью пакета

«MNE-connectivity» раздельно для задания каждого типа, а также диапазона частот (θ[4-8Гц], α[8-13 Гц] и β[13-32 Гц]). Для каждого типа задания и ритма рассчитана матрица, отражающая степень связности каждой пары отведений (см. пример на рис. 1)



Рис. 1. Вычисленные значения PLV для θ-ритма (4-8 Гц) одного из испытуемых.

В результате данного этапа работы рассчитаны значения фазовой синхронизации различных участков коры головного мозга. Полученные данные будут использованы для восстановления функциональных связей головного мозга при когнитивной нагрузке различного вида.

Работа выполнена в рамках реализации Программы стратегического академического лидерства Балтийского федерального университета имени Иммануила Канта («Приоритет-2030») при Министерстве науки и высшего образования Российской Федерации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lachaux J.P. et al // Measuring phase synchrony in brain signals. Hum Brain Mapp. 1999;8(4):194-208.

2. Bendat J.S. et al// 3rd Edition Wiley; New York: 2000.

Механическое разрушение ткани головного мозга человека *ex vivo* методом гистотрипсии с кипением

Е.М. Пономарчук¹, С.А. Цысарь¹, А.В. Квашенникова¹, Д.Д. Чупова¹, П.А. Пестова¹, М.М. Карзова¹, Л.А. Папикян¹, С.А. Бакулева¹, Н.В. Данилова², П.Г. Мальков²,

А.В. Кадрев², А.Л. Черняев^{3,4}, С.В. Буравков⁵, О.А. Сапожников¹, В.А. Хохлова¹ ¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет

²Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, медицинский научно-образовательный центр

³Федеральное государственное бюджетное учреждение "Научно-исследовательский институт пульмонологии" Федерального медико-биологического агентства России

⁴ФГБНУ НИИ морфологии человека им. акад. А.П. Авцына РНЦХ им. акад. Б.В. Петровского

⁵Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, факультет фундаментальной медицины ponomarchuk.em14@physics.msu.ru

Высокоинтенсивный фокусированный ультразвук уже нашел применение в клинической практике для неинвазивного теплового разрушения нежелательных биотканей, например, опухолей, внутри организма человека за счет поглощения тканью в фокусе энергии ультразвукового излучения и нагрева ткани до температуры теплового некроза [1-2]. Однако надежный контроль теплового воздействия требует дорогостоящих МРТ-установок, а эффект теплоотвода за счет кровотока и диффузии тепла от фокуса на окружающие здоровые ткани снижают точность такого воздействия. Недавно был предложен новый подход неинвазивной ультразвуковой хирургии, названный гистотрипсией [3], который приводит к нетепловому, т.е. механическому разрушению целевой ткани до субклеточных фрагментов. Метод гистотрипсии основан на фокусировке коротких (от микросекунд до нескольких миллисекунд) ультразвуковых импульсов, в волновом профиле которых в фокусе за счет нелинейных эффектов формируются ударные фронты [4]. Скорость поглощения акустической энергии в присутствии ударных фронтов значительно выше, чем для гармонических волн, за счет наличия большого числа высших гармоник, и пропорциональна третьей степени амплитуды ударного фронта [4-5]. В результате биоткань может нагреваться до температуры кипения очень быстро, в течение нескольких миллисекунд, на чем основан метод гистотрипсии с кипением (ГК) [6]. Поверхность образующихся в результате быстрого вскипания парогазовых полостей служит акустически свободной отражающей границей для падающих на нее ударных фронтов в оставшейся части импульса, в результате чего возникают явления ультразвуковой атомизации, акустического фонтанирования и приповерхностной кавитации, приводящие к разрушению ткани до субклеточных фрагментов. Из-за значительного различия акустических импедансов биоткани и образующихся при ГК паровых полостей и кавитационных микропузырьков, область воздействия становится сильным акустическим рассеивателем, благодаря чему процесс ГК может контролироваться в реальном времени с помощью более доступных УЗИ-установок вместо дорогостоящего МРТ. Разжиженная в результате ГК-воздействия биоткань, напротив, лишена исходной структуры и поэтому является слабым рассеивателем по сравнению с окружающей интактной тканью, т.е. предстает на УЗИ в виде гипоэхогенной области. Кроме того, использование коротких ГК-импульсов с достаточным промежутком времени между ними (коэффициент заполнения <1%) позволяет минимизировать диффузию тепла от фокуса на окружающие ткани и, тем самым, повысить локальность воздействия по сравнению с тепловым методом.

Одним из потенциальных приложений ГК является разрушение опухолей головного мозга человека. При этом одной из сложностей реализации ГК транскраниально (т.е. через череп) является значительное искажение (аберрации)

ультразвукового пучка неоднородностями костей черепа на пути к фокусу. Разрабатываемые в настоящее время многоэлементные фазированные решетки потенциально могут позволить скомпенсировать аберрации на основе данных предоперационной компьютерной томографии (КТ) или МРТ для обеспечения четкой фокусировки и достижения необходимых амплитуд ударного фронта в фокусе [7-8]. Кроме того, в настоящее время также разрабатываются методы транскраниальной УЗИвизуализации для обеспечения УЗИ-контроля ГК-воздействия в клинической ситуации [10]. Хотя численные исследования уже показали возможность достижения амплитуд разрыва, необходимых для реализации ГК через кости черепа [7], способность ГК механически разрушать ткань человеческого мозга еще не была исследована экспериментально. связи этим, целью настоящей работы B с являлась экспериментальная демонстрация возможности генерации объемных механических разрушений в ткани головного мозга человека ex vivo методом гистотрипсии с кипением при варьируемых параметрах импульсно-периодического воздействия.

Исследования проводились с использованием 14 анонимизированных аутопсийных образцов головного мозга человека (<24 ч после аутопсии, возраст от 51 до 91 года). Каждый образец (Рис. 1а) подвергался дегазации путем 2.5 циклов последовательного вакуумирования (30 мин) и компрессии (15 мин). Затем образец заключался в 1.5% агарозный гель и опускался в бассейн с дегазированной водой, в которой располагались и другие элементы установки (Рис. 16). ГК-воздействие осуществлялось с помощью 12элементного секторного пьезоэлектрического излучателя с рабочей частотой 1.5 МГц, внешним диаметром 8 см, диаметром центрального отверстия 2 см и фокусным расстоянием 6 см [10]. УЗИ-контроль осуществлялся с помощью датчика L7-4 (ATL, Philips), управляемого системой Verasonics V1 (Рис. 16). В каждом образце для получения объемного ГК-разрушения облучение проводилось на трехмерной сетке с шагом 1 мм, состоящей из 2–3 слоев, перпендикулярных оси излучателя, по 5×5 фокусов в каждом слое [10]. Облучение проводилось с внешней стороны образцов мозга через серое вещество (Рис. 1а). В каждый фокус сетки доставлялось по 10 или 15 импульсов с длительностью 10 или 2 мс, по 2 разрушения для каждого набора параметров, при максимально доступном напряжении, подаваемом на источник, равном 240 В. Параметры ультразвукового поля (Рис. 1в) на средней глубине расположения фокуса в образце (1 см) оценивались с помощью численного моделирования в программе HIFU Веат [11], аналогично [10], используя акустические параметры головного мозга из [12].

Воздействие во всех исследованных ГК-режимах контролировалось в реальном времени на УЗИ по повышению эхогенности во время облучения (Рис. 2а, д). Формирование объемных разрушений, гипоэхогенных на УЗИ после облучения (Рис. 2б, е), подтверждалось после разреза вдоль плоскости визуализации (Рис. 2в, ж). Целевой объем был заполнен разжиженной тканью мозга, легко удаляемой промыванием



Рис. 1. (а) Образец ткани головного мозга человека до заключения в агарозный гель. (б) Фотография экспериментальной установки. (в) Два периода численно рассчитанной формы волны на средней глубине фокуса в образцах головного мозга.

физиологическим раствором (Рис. 2г, з). Гистологический анализ и сканирующая электронная микроскопия содержимого разрушений показали потерю клеточной структуры мозга внутри объема разрушения во всех ГК-режимах. Оценка объемной скорости разрушения показала, что использование 2-мс импульсов ускорило процесс ГК в 5 раз по сравнению с использованием 10-мс импульсов (от 27 мм³/мин до 136 мм³/мин при использовании 15 имп/фокус), что также значительно превышает скорость тепловой ультразвуковой абляции, достигаемой в клинической практике.

Таким образом, в настоящей работе впервые была продемонстрирована возможность неинвазивного механического разрушения ткани головного мозга человека *ex vivo* миллисекундными ударно-волновыми ультразвуковыми импульсами методом ГК, и показано, что использование коротких импульсов (2 мс по сравнению с 10 мс) позволило ускорить процесс разрушения в 5 раз без потери его эффективности.

Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 20-12-00145 и стипендии Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» № 20-2-10-10-1.



Рис. 2. УЗИ-фотографии образцов головного мозга человека во время (а, д) и после (б, е) ГК-воздействия и макрофотографии разреза полученных разрушений в ткани головного мозга до (в, ж) и после (г, з) промывания физиологическим раствором. Маркерные линии: 5 мм.

ЛИТЕРАТУРА

1. Л.Р. Гаврилов "Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине" М.: Фазис, 2013.

2. F. Orsi et al. // Am. J. Roentgenol. 2010. V. 195. No 3. P. W245-W252.

3. R.P. Williams et al. // Int. J. Hyperthermia. 2023. V. 40. No 1. P. 2233720

4. О.В. Руденко, С.И. Солуян "Теоретические основы нелинейной акустики". М.: Наука, 1975.

5. Е.А. Филоненко, В.А. Хохлова. // Акуст. журнал. 2001. Т. 47. № 4. С. 541–549.

6. M.S. Canney et al. // Ultrasound. Med. Biol. 2010. V. 36. No 2. P. 250-267.

7. P.B. Rosnitskiy et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2019 V. 146. P. 1786.

8. Д.Д. Чупова и др. // Акуст. журнал. 2022. Т. 68. № 1. С. 3–13.

9. R. Ali et al. // Z. Med. Phys. 2023 V. 33. No 3. P. 267–291.

10. P.B. Rosnitskiy et al. // Ultrasonics. 2023. V. 133. P. 107029.

11. P.V. Yuldashev et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2021. V. 68. No 9. P. 2837–2852.

12. P.A. Hasgall *et al.* IT'IS database for thermal and electromagnetic parameters of biological tissues. Version 4.1. 2022.

Влияние геометрических характеристик черепа на транскраниальную фокусировку ультразвукового поля

О.В. Солонцов¹, Д.Д. Чупова¹, Л.Р. Гаврилов¹, Е.А. Мершина², В.Е. Синицын²,

О.А. Сапожников¹, В.А. Хохлова¹ ¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова ²Медицинский научно-образовательный центр МГУ им. М.В. Ломоносова solontsov.ov@gmail.com

С помощью высокоинтенсивного фокусированного ультразвука возможно проводить неинвазивные транскраниальные операции [1]. При этом неоднородные ткани черепа искажают ультразвуковой пучок. Поэтому для обеспечения точной фокусировки используют многоэлементные фазированные решетки, с помощью которых можно скорректировать вносимые черепом аберрации. Их применение требует расчета фаз на элементах излучателя. Акустические свойства головы, необходимые для проведения расчета, обычно получают из данных КТ, на основе которых строится акустическая модель головы пациента [1]. В клинической практике используется 1024-элементная полусферическая решетка системы ExAblate компании Insightec Ltd. Недавно был предложен новый класс компактных решеток меньшего размера и с меньшим углом фокусировки [2]. В отличие от существующей технологии такие решетки возможно смещать и поворачивать относительно головы пациента, выбирая оптимальное положение для облучения. Данные решетки потенциально возможно применять на большем диапазоне глубин. При этом при фокусировке на меньшие глубины большую роль начинают играть дифракционные эффекты. В связи с этим необходимо оценить этот диапазон глубин безопасного применения таких решеток в зависимости от параметров головы пациента для двух методов компенсации аберраций: лучевого (применяющегося в технологии ExAblate) и дифракционного, с использованием полной волновой модели.



Рис.1. Рассматриваемые черепа: А1-2 толстые с большой вариацией толщины, В1-2 толстые с малой вариацией, С1-2 тонкие с большой вариацией и D1-2 тонкие с малой вариацией толщины черепа. Красным отмечены границы наибольшего и наименьшего конусов облучения.

Целью данной работы является оценка диапазонов допустимых глубин фокусировки для восьми различных акустических моделей головы человека, сгруппированных в 4 класса в зависимости от геометрических параметров черепа: толстые черепа с большой вариацией толщины (А); толстые черепа с малой вариацией толщины (В); тонкие черепа с большой вариацией толщины (С); тонкие черепа с малой вариацией толщины (D) (рис. 1, табл.). В работе была рассмотрена мозаичная 256-элементная решетка с радиусом кривизны и апертурой F = D = 200 мм, рабочей частотой f = 1 МГц (рис.2а) [3]. Акустические модели голов строились на основе анонимизированных данных компьютерной томографии (КТ), которые были

	T_{skin} , MM	$T_{_{skull}}, \ { m MM}$	$\sigma_{_{skull}},$ MM
1	3.40	8.29	1.80
2	3.06	9.19	1.52
3	3.96	9.70	0.65
4	4.03	8.43	0.80
5	4.08	6.30	1.43
6	6.39	6.02	1.30
7	5.03	5.43	0.70
8	3.59	6.28	0.54

Табл. Таблица характеристик черепов. Здесь $T_{skin,skull}$ – средние толщины кожи и черепа, σ_{skull} – вариация толщины черепа.

предоставлены Медицинским научнообразовательным центром ΜΓУ ИМ. М.В. Ломоносова. При построении акустической модели использовалась корреляция значением между рентгеновской плотности (единиц Хаунсфилда) на изображении КТ И плотностью биологической ткани [4]. Расчет фаз проводился с использованием двух методов. Первый из них, лучевой, заключается в расчете набега фаз вдоль лучей, идущих из фокуса (2) в центр каждого из элементов (1) (рис. 26). Коррекция аберраций вторым методом

проводится в два этапа. Сначала с помощью программного пакета k-Wave (k-wave.org) проводится расчет акустического поля на плоскости *xy*, расположенной вне черепа (рис. 26). Далее с помощью метода наименьших квадратов подбирались фазы так, чтобы посчитанное с помощью интеграла Рэлея поле излучателя на плоскости *xy* наилучшим образом согласовывалось с полем, полученным от точечного источника (рис. 26) [5].



Рис. 2. а) Схема расположения элементов на поверхности излучателя и б) схема облучения: синие стрелки – расчет поля; красные стрелки – компенсация аберраций дифракционным методом; зеленая стрелка – расчет фаз на элементах излучателя лучевым методом, где 1 – фокус, 2 – центр элемента

Расчет поля решетки с подобранными фазами проводился с помощью интеграла Рэлея при распространении поля в воде от решетки до плоскости *xy* и программного пакета k-Wave для расчета поля от плоскости *xy* и далее в области акустически неоднородной части модели. Оценка применимости методов проводилась на глубинах от -40 мм до 10 мм от глубины таламуса. Для оценки безопасности и эффективности методов компенсации аберраций в работе применялись следующие метрики: смещение максимума поля относительно целевой точки, уровень второго максимума поля (относительно максимума в целевой области); максимальная интенсивность поля с компенсацией поглощения; интеграл интенсивности в фокальной области по уровню -6dB в воде (эффективность) [6-8].

Было получено, что лучевой подход позволяет безопасно (без смещения в плоскости xy и со смещением вдоль оси излучателя z в пределах 2 мм, с уровнем второго максимума, не превышающим –6dB) фокусировать ультразвуковой пучок на глубинах, превышающих –15 мм от глубины таламуса, для черепов А–С и на всем исследуемом диапазоне глубин (от –40 мм до 10 мм от глубины таламуса) для черепов D.

Дифракционный метод позволяет безопасно фокусировать ультразвук на глубинах, превышающих –30 мм от глубины таламуса, для черепов А, С и на всем исследуемом диапазоне глубин для черепов В, D. На рис. 3 представлены распределения амплитуды давления в плоскости оси решетки при фокусировке на различных глубинах. Видно, что как лучевой, так и дифракционный подходы позволяют получить узкую фокальную область с небольшим смещением от местоположения цели. В то же время побочные максимумы поля при использовании дифракционного метода значительно ниже.



Рис.3. Фронтальный срез (проходящий через целевую точку) поля в черепе, скомпенсированного на поглощение тканями головы для черепов А1, В2, С2, D2 на глубинах -35 мм, -15 мм, 0 мм от глубины таламуса для трех методов фокусировки: без коррекции, с коррекцией аберраций с помощью лучевого и дифракционного методов.

Таким образом, дифракционный метод позволяет осуществлять фокусировку в большем, в сравнении с лучевым методом, диапазоне допустимых глубин: на 15 мм для черепов с большой вариацией толщины и на 20 мм для толстых черепов с малой вариацией толщины. При этом эффективность фокусировки с использованием дифракционного метода выше на 20–135%, а максимально достигаемая интенсивность выше на 16–145% по сравнению с лучевым методом. Наибольший выигрыш достигается при фокусировке через толстые черепа с большой вариацией толщины. В то же время дифракционный метод требует значительно больших вычислительных мощностей и времени расчета.

Авторы благодарны П.Б. Росницкому за помощь в постановке задачи и подготовке программной базы. Работа поддержана стипендией фонда «Базис» №22-2-10-6-1 и грантом НОШ 23-Ш06-02.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Л.Р. Гаврилов "Фокусированный ультразвук высокой интенсивности в медицине" М.: Фазис, 2013.
- 2. K. Hynynen et al. // Phys. Med. Biol., 2016. V. 61. P. 206–248.
- 3. P.B. Rosnitskiy et al. // IEEE UFFC. 2018. V. 65. No 4. P. 630–637.
- 4. Mast T.D. // ARLO. 2000. V. 1. No 2. P. 206-248.
- 5. B.E. Treeby, B.T. Cox // J. Acoust. Soc. Aamer. 2019. V146. No 4. P. 1499.
- 6. J.-F. Aubry et al // Phys. Med. Biol. 2009. V. 54. P. 2597.
- 7. J.-F. Aubry et al // IEEE UFFC. 2021. V. 68. P. 2554.
- 8. О.В. Солонцов et al. // Сб. тр. XXXIV Волны-2023. 2023. Секция 10. С. 6-7.

Экспериментальная модель артефактов изображений при ультразвуковом исследовании лёгких человека

С.Д. Сорокин¹, С.А. Цысарь¹, М.В. Рябков¹, О.А.Сапожников¹, М.М. Карзова¹, С.В. Буравков², В.А. Хохлова¹ ¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет ²Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, медицинский научнообразовательный центр sorokin.sd20@physics.msu.ru

В последние несколько лет, в связи с пандемией коронавируса, возрос интерес к развитию методов диагностики различных форм легочных заболеваний и их побочных эффектов. Компьютерная томография (КТ) за счет своей точности считается наиболее универсальным методом исследования и выявления всевозможных легочных дисфункций, таких как пневмония, пневмоторакс, фиброз и консолидация [1]. При этом КТ лёгких уступает ультразвуковому исследованию (УЗИ) в нескольких аспектах, а именно: в безопасности, портативности и стоимости.

При ультразвуковой визуализации легких волна проходит три слоя ткани с различными акустическими свойствами: межреберную мышцу, плевральный мешок и само легкое, структурные элементы которого могут быть частично заполнены жидкостью. Легочная ткань может содержать разное количество жидкости, в зависимости от степени отека. Источником информации при ультразвуковом исследовании патологических состояний лёгкого является эхографическая картина, характеризующаяся наличием множественных акустических артефактов, называемых "кометами" или В-линиями [2–6]. Наличие таких артефактов коррелирует с увеличением объема внесосудистой жидкости в легких и с общим уплотнением лёгочной ткани. Однако характеристики и физические механизмы возникновения артефактов еще до конца не изучены и на сегодняшний день исследование механизмов возникновения В линий по-прежнему является актуальной акустической задачей [7]. Количественное описание В-линий потенциально может позволить проводить постоянный мониторинг больных с помощью более простых датчиков и использовать более быстрые протоколы при экстренном обследовании пациентов скорой помощи [8–10].

Цель данной работы – продемонстрировать в модельном эксперименте, что "кометы" или В-линии являются искусственными изображениями, формирование которых связано с многократным отражением ультразвуковых волн внутри фантомов, имитирующих фрагменты лёгочной ткани. Для проведения эксперимента был создан силиконовый слой, имитирующий по своим акустическим свойствам межреберную мышцу. Слой был изготовлен из двухкомпонентного силикона Tool Decor 15. Жидкий силикон и платиновый катализатор вулканизации смешивались в специально подобранной под установку гладкой стеклянной форме 11×11 см. После затвердевания слой силикона извлекался из формы, закреплялся между металлическими пластинами с двумя отверстиями 8×4 см и плотно зажимался болтами.

Экспериментальная установка (Рис. 1а) состояла из следующих элементов: штатива, силиконового слоя, двух металлических пластин, крепления для линейного УЗИ датчика и исследуемых образцов (фантомов). Измерения проводились на системе УЗИ сканирования Verasonics V1 в В-режиме. Линейный УЗ датчик L7-4 с предварительно нанесенным на него согласующим гелем располагался снизу и прижимался вплотную к слою силикона. Образцы фантомов, имитирующих отекшую легочную ткань или её фрагменты располагались поверх силиконового слоя. Были рассмотрены три вида фантомов (Рис. 16–г): долька мандарина (соковый мешочек), фрагмент губки и противоожоговая мелкопористая губка.



Рис. 1. (а) Изображение экспериментальной установки. Фантомы: (б) долька мандарина, (в) фрагмент губки, (г) мелкопористая противоожоговая губка.

В результате экспериментов были получены УЗ изображения, на которых наблюдаются артефакты, аналогичные тем, что видят врачи при УЗ обследовании легких при патологиях [11]. Вертикальная линия (модулированная В-линия) на эхограмме (рис. 2a) соответствует дольке мандарина, характерные размеры которой обозначены оранжевым пунктиром. Аналогичные линии наблюдались и для других исследуемых фантомов. Как и предполагалось, выбранные фантомы действительно генерируют удлиненные сигналы, идущие от слоя силикона к центру УЗ-изображения, что свидетельствует о многократном переотражении ультразвука внутри объема исследуемого фантома. При наличии более трех таких артефактов во время УЗ сканирования одного межреберья врач с 93–97% точностью диагностирует одно из интерстициальных заболеваний лёгких [12, 13].

Для проверки состоятельности результатов эксперимента с фантомами, был проведен дополнительный эксперимент, схема которого изображена на рис. 26. Целью второго эксперимента было продемонстрировать удлинение эхо-сигнала от фантома, помещенного на поверхность воды, а именно от дольки мандарина. Использовался ультразвуковой пьезоизлучатель Olympus V307, сигнал которого схож с сигналом, генерируемым линейным датчиком Phillips ATL L7-4. Идентичность излучааемых сигналов была установлена по результатам анализа профилей сигналов и их спектров. Olympus V307 помещался в бассейн на фокусном расстоянии от поверхности и перемещался с помощью системы позиционирования. Долька мандарина закреплялась на поверхности воды, образуя мениск. Пьезопреобразователь генерировал импульс, который отражался от границы вода-воздух или от поверхности дольки мандарина, и принимал отражённый сигнал. Измерения проводились в плоскости, параллельной поверхности воды с шагом 0.2 мм. В результате обработки массива экспериментальных данных было получено яркостное изображение – В-скан (рис. 2в). Удлинение сигнала наблюдалось и в этом эксперименте, что согласуется с гипотезой об удлинении УЗ сигнала в результате многократных отражений от стенок фантома. Перед формированием В-скана сигналы предварительно были отфильтрованы в полосе частот от 0.1 до 20 МГц с использованием окна Блэкмана-Харриса для подавления внешних шумов. Затем строилась огибающая сигналов методом Гильберта.


Рис. 2. (а) Эхограмма дольки мандарина, полученная с использованием экспериментальной установки, показанной на рис.1. (б) Схема установки для изучения сигнала, отраженного от дольки мандарина, помещенной в бассейн. (в) В-scan дольки мандарина на поверхности воды.

Таким образом, в работе были созданы две экспериментальные установки для моделирования и визуального изучения ультразвуковых артефактов, а также количественного анализа излучаемых сигналов генераторов ультразвука и принимаемых сигналов, отраженных от исследуемых фантомов легочной ткани. Как показали результаты настоящего исследования, ультразвуковые артефакты могут быть следствием многократных переотражений зондирующего импульса внутри структурных единиц лёгкого, альвеол или ацинусов при высоком содержании жидкости в их объеме и/или вблизи альвеолярного мешочка. Дальнейшее изучение механизмов образования В-линий потенциально может помочь выявить корреляцию между количественными характеристиками артефактов УЗ изображения и наличием конкретного легочного заболевания.

Работа выполнена при поддержке стипендии Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС» № 23-2-1-44-1.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Tae I., et al. // PubMed Cent. 2023. V. 13. No 18. P. 2988.
- 2. Witte M., et al. // Front. Med. (Lausanne). 2023. V.10. No. 1193243. P.1-8.
- Buonsenso D., et al. // Eur. Rev. Med. Pharmacol. Sci. 2020. V. 24. No. 5. P. 2776– 2780.
- 4. Soldati G., et al. // Appl. Sci. 2020. V. 10. No 5. P. 1570.
- 5. Di Serafino M., et al. // Radiol. Med. 2020. V. 125. P. 738-753.
- 6. Митьков В.В. и др. // Ультразвуковая и функциональная диагностика. 2020. № 1. С. 46–77.
- 7. T.D. Khokhlova, et al. // J. Acoust Soc. Am. 2021. V. 150. No. 4. P. A33.
- 8. Berce V., et al. // Sci. Rep. 2019. 9. No 1. P. 17957.
- Demi M., et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2020. V. 67. No 3. P. 612–623.
- 10. Lichtenstein D.A. // Chest. 2015. V. 147. No 6. P. 1659-1670.
- 11. Peek A.T., et al. // J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 148. No 6. P. 3569-3580.
- 12. Ye X., et al. // PLoS One. 2015. V. 10. No 6. P. e0130066.
- 13. Strom J.J., et al. // BMJ Open. 2020. V. 10. No 6. P. e036067.

Низкочастотная КР микроспектроскопия кератинов человеческого волоса

Е.И. Травкина, Н.Н. Брандт

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия travkina.ei19@physics.msu.ru

Недостаток информации о природе возникновения КР линий в низкочастотном спектральном диапазоне (50-500 см⁻¹) порождает ряд вопросов, связанных с анализом и интерпретацией получаемых данных. Работа посвящена выявлению низкочастотных колебательных линий кератинов путём сравнения КР спектров седых человеческих волос.

КР микроспектроскопия успешно применяется в исследованиях структуры человеческого волоса с начала XXI века. Неинвазивность метода, а также высокое пространственное разрешение ~1 мкм позволяет с высокой точностью исследовать молекулярную структуру волоса, диаметр которого обычно составляет порядка 100 мкм.

Для определения молекулярного состава белков принято использовать диапазон отпечатков пальцев, в котором КР линии соответствуют колебаниям отдельных атомов в молекулах вещества. Например, широко используются спектральные линии в интервалах 1650-1670 см⁻¹ (амид I) и 1230-1300 см⁻¹ (амид III), характеризующие вторичную структуру белка [1]. Особый интерес представляют КР линии, возникающие в низкочастотном диапазоне спектра (50-500 см⁻¹), которые могут быть отнесены к коллективным молекулярным колебаниям, таким как колебания белковой цепи в целом или межмолекулярные колебания белковых макромолекул. Существуют работы, в которых низкочастотные КР линии относят как к колебаниям вторичной [2], так и третичной структуры белка [3]. Однако однозначная интерпретация наблюдаемых низкочастотных линий до сих пор отсутствует.

Интерес к исследованиям человеческого волоса связан с тем, что он представляет собой хорошую модельную систему для изучения вторичной структуры всех фибриллярных белков, а также контролируемых конформационных процессов в кератинах, происходящих, например, при воздействии УФ излучения. Человеческий волос является придатком кожи и состоит в основном из фибриллярных белков-кератинов. В волосе можно выделить три структурных компоненты: кутикулу, кортекс и медулу. Кортекс образован «суперспиральными» структурами - макрофибриллами, которые состоят из α -кератинов и ориентированы преимущественно вдоль оси волоса. Стабильность таких структур обеспечивается за счёт водородных и дисульфидных связей. Кутикула является оболочкой человеческого волоса толщиной 2-3 мкм и образована β -кератинами, представляющими собой антипараллельные β -складчатые слои. Особенностью кутикулы является высокое содержание цистеина по сравнению с кортексом, что обеспечивает её главную функцию – защитную.

В работе предложена методика приписки низкочастотных колебательных линий, основанная на результатах работы [4], в которой было выявлено, что интенсивность характерных КР линий α-спиралей в диапазоне отпечатков пальцев зависит от ориентации волоса относительно возбуждающего деполяризованного излучения. Методика предполагает проведение измерений в двух экспериментальных конфигурациях: при фокусировке возбуждающего излучения на торец волоса после получения его поперечного сечения [5] и при фокусировке на боковую поверхность образца.

В работе измерение КР спектров проводится с помощью КР микроспектрометра DXR Raman Microscope (Thermo Scientific). Длина волны возбуждающего излучения равна 780 нм, а источником возбуждения является непрерывный диодный одномодовый лазер. Фокусировка излучения на образец осуществляется с помощью объектива Olympus MPlan N 100X/0.90 BD с рабочим расстоянием 0,21 мм и размером пятна фокусировки 0,9 мкм. Мощность возбуждения составляет 24 мВт. Спектры измеряются в интервале 50-3500 см⁻¹ со спектральным разрешением 4 см⁻¹. Накопление каждого спектра проводится в течение 30 минут.

Сравнительный анализ КР спектров кутикулы, измеренных при фокусировке возбуждающего излучения на торец волоса и на его боковую поверхность, показал, что отличия, связанные с колебаниями α -спиральных структур, которые преимущественно ориентированы вдоль оси волоса, проявляются в низкочастотном спектральном диапазоне на частотах 150 см⁻¹ и 221 см⁻¹. Результаты сравнения КР спектров кутикулы и кортекса при фокусировке излучения на торец волоса подтверждают, что линии в интервалах частот 110-165 см⁻¹ и 200-240 см⁻¹ характеризуют колебания α -спиралей кератина. При этом выявлены отличия в полосе 270-350 см⁻¹, которые могут быть приписаны к колебаниям β - и неупорядоченных структур.

В работе также проведен сравнительный анализ КР спектров седых человеческих волос до и после их УФ облучения. В качестве источника УФ излучения используется дейтериевая лампа мощностью 150 мкВт, генерирующая непрерывный спектр в области 200-400 нм. Излучение фокусируется на торец волоса с помощью оптоволокна. Мощность УФ излучения на образце диаметром 70 мкм составляет около 3 мкВт.

Показано, что уже после часа облучения в структуре человеческого волоса происходят изменения, связанные с разрывом дисульфидных мостиков (уменьшение интенсивности КР линии на частоте 510 см⁻¹). Также наблюдаются изменения на частотах тирозинового дублета 820-860 см⁻¹. При длительном УФ облучении человеческого волоса (в течение 5 и 12 часов) происходит переход части дисульфидных связей от гош-гош-гош к транс-гош-гош конформации. При этом происходит перераспределение концентраций компонент вторичной структуры белка, а именно уменьшение содержания α -спиралей и увеличение концентрации β -структур и неупорядоченных элементов. Наряду с вышеперечисленными отличиями в диапазоне отпечатков пальцев, выявлены отличия и в низкочастотном спектральном диапазоне, а именно, на частотах 150 см⁻¹ (колебания α -спиралей), 320 см⁻¹ (колебания β -структур), 480 см⁻¹ (S-S связи).

Работа выполнена с использованием оборудования, приобретённого за счёт средств программы развития Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова. Работа выполнена при поддержке гранта РНФ № 24-12-00412 и Фонда развития теоретической физики и математики «Базис».

ЛИТЕРАТУРА

1. A. Kuzuhara // J. Mol. Struct. 2013. No 1047. P. 186-193.

2. I.A. Balakhnina et al. // J. Biomed. Opt. 2017. V. 22. No 9. P. 091509.

3. I.A. Balakhnina et al. // Vib Spectrosc. 2021. V. 114. P. 103250.

4. Н.Н. Брандт et al. // Квантовая электроника. 2022. V. 52. No 1. P. 36-41.

5. Н.Н. Брандт, Е.И. Травкина // Ученые записки физического факультета Московского Университета. 2022. No 4. P. 2241103.

Новые типы фрактальных изображений для использования в арттерапии и офтальмологии

Тулапин А.А., Вохник О.М., Зотов А.М., Короленко П.В., Кубанов Р.Т. Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, Москва, Россия pvkorolenko@rambler.ru

Выполнен ретроспективный анализ методов получения и использования в оптике фрактальных спекловых структур. Такие методы широко применяются в диагностических системах и медикобиологических исследованиях (см.. например, [1,2].

Рассматриваются вопросы применения фрактальных световых структур в арттерапии и офтальмологии. Дано объяснение многочисленным свидетельствам высокой эффективности применения в указанных медицинских областях фрактальных технологий. Установлено, что основная причина позитивного воздействия фрактальных структур на человека состоит в наличии скейлинга в пространственных спектрах фрактальных распределений интенсивности. Поскольку оптическая информация поступает в кору головного мозга по пространственно-частотным каналам зрительной системы, обрабатывается и хранится там в форме пространственных спектров (фурьеобразов) изображений [3], наличие скейлинга облегчает и ускоряет ее обработку. Это вызывает чувство удовольствия, близкого к чувству эстетического наслаждения. Такое световое воздействие на человека во многом обусловливает эффективность арттерапии. Происходящее при этом воздействии укрепление связей между нейронами в коре головного мозга может способствовать также излечению ряда глазных болезней (например, глаукомы). Тем самым, есть основания рассматривать фрактальную светостимуляцию в качестве универсального метода улучшения здоровья человека.

На рис .1 в качестве примера приведена картина американского художника Дж. Поллока, которая часто используется в арт-терапии. Было установлено, что



Рис. 1. Картина Дж. Поллока.

спеклоподобные фрагменты картины фрактальны и характеризуются определенной фрактальной размерностью.

В работе подробно рассмотрен вопрос о том, как может повлиять на скейлинговые характеристики излучения мультифрактальный характер распределения

его интенсивности. Для его решения использовалась двумерная функция Вейерштрасса [2], с помощью которой генерировались спекловые структуры. Однако в отличии от [2], величина фрактальной размерности D не считалась постоянной, а зависела от поперечных координат x и y посредством соотношения

$$D = D_0 + d^* \sin(2\pi s(x+y)).$$
(1)

Здесь D₀ - фрактальная размерность образующей монофрактальной волны, d – полуширина диапазона изменения фрактальной размерности при мультифрактальном представлении поля, s - динамический параметр изменения фрактальной размерности. На рис. 2 приведена характерная для мультифрактального распределения структура пространственного спектра излучения.



Рис.2. Структура пространственного спектра мультифрактального излучения. p, q – пространственные частоты.

Из рисунка видно, что переход к мультифрактальности вызывает появление наряду с системой концентрических окружностей, относящихся к распределению частот монофрактала с размерностью D_0 , целого семейства смещенных относительно центра окружностей. Оценки, однако, показывают, что при $D_0 < 1.5$ (а именно этот диапазон характерен для большинства природных объектов) роль этих дополнительных элементов пренебрежимо мала.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Ульянов А.С. // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. 2010. Т. 12. №4. С. 117-121.
- 2. Зотов А. М., и др. // Вестник Московского университета. Серия 3: Физика, астрономия. 2019. № 6. С. 52–57.
- 3. Шелепин Ю. Е. Введение в нейроиконику. СПб. Троицкий мост. 2017.

Терагерцовые осциллирующие кинки в микротрубочках

А.С. Батова, А.Н. Бугай, Н.В. Устинов Объединенный институт ядерных исследований <u>ustinovnv@jinr.ru</u>

Микротрубочки (МТ) являются компонентами цитоскелета эукариотических клеток [1]. Они участвуют в делении клеток и служат транспортными путями для моторных белков. Структурно МТ представлены длинными полыми цилиндрами, обычно образованными из 13 цепочек-протофиламентов (ПФ). ПФ состоит из димеров белка α - и β -тубулина. Каждый димер представляет собой электрический диполь, масса которого составляет $m = 1,8 \times 10^{-22}$ кг, а длина l = 8 нм.

Динамика микротрубочек демонстрирует ряд особенностей. Так, микротрубочки способны к быстрой полимеризации и деполимеризации, что обеспечивает обмен субъединицами. В процессе сборки к МТ прикрепляются субъединицы α - и β - тубулина, связывающие молекулу гуанозинтрифосфата ГТФ. Внутри собранных МТ ГТФ, связанный с β -тубулином, гидролизуется после полимеризации. Значительное количество энергии этого гидролиза поступает в МТ через конформационное изменение димера тубулина. Было предположено [2], что структурные изменения сопровождаются образованием нелинейных волн.

Существует несколько моделей, описывающих нелинейную динамику МТ. Димеры колеблются, совершая как угловые, так и продольные колебания. Обычно рассматривается только одна степень свободы для каждого димера, которой является либо угол [3], либо продольная координата [2, 4–6]. Соответствующие модели принято называть угловой и продольной.

Рассмотрим продольную модель МТ. Гамильтониан системы в этом случае имеет вид

$$H = \sum_{n} \left[\frac{m}{2} \dot{u}_{n}^{2} + \frac{k}{2} (u_{n+1} - u_{n})^{2} + W(u_{n}) \right].$$
(1)

Здесь $u_n = u_n(t)$ – продольное смещение димера тубулина, находящегося в положении *n*, *k* – коэффициент жесткости, характеризующий взаимодействие между ближайшими димерами внутри одного ПФ,

$$W(u_n) = -Du_n - \frac{A}{2}u_n^2 + \frac{B}{4}u_n^4,$$
(2)

где *A*, *B* и *D* – некоторые постоянные. Функция $W(u_n)$ имеет смысл потенциальной энергии взаимодействия отдельного димера со всей МТ за исключением ближайших соседей. Считается, что A > 0, B > 0 и выполняется условие $(D/2B)^2 - (A/3B)^3 < 0$. Тогда формула (2) дает двухъямный потенциал (или *W*-потенциал).

Используя уравнения Гамильтона, получаем из (1), (2) дискретное уравнение движения димера, в котором учтена вязкость клеточной среды:

$$m \cdot \ddot{u}_n = k(u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n) + D + Au_n - Bu_n^3 - \gamma \cdot \dot{u}_n,$$
(3)

где ү – коэффициент вязкости.

Применим к уравнению (3) континуальное приближение, введя продольную координату z = nl. Тогда $u_n(t) = u_n(z, t)$ и

$$u_{n+1} + u_{n-1} - 2u_n = \frac{l^2}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.$$
(4)

Уравнение движения димера примет вид

$$m\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - kl^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - D - Au + Bu^3 + \gamma \frac{\partial u}{\partial t} = 0.$$
(5)

Это уравнение имеет хорошо известное решение в виде кинка [2]. Этот кинк устойчив при B > 0 [6], когда его скорость меньше скорости звука в МТ.

Целью настоящей работы является изучение кинков, имеющих высокочастотное заполнение, в продольной модели микротрубочек. Представим решение уравнения (5) в виде

$$u = \psi_0 + \psi e^{i\theta} + \psi^* e^{-i\theta},\tag{6}$$

где $\psi_0 = \psi_0(z, t)$ – вещественное поле, $\psi = \psi(z, t)$ – комплексное поле, $\theta = \omega t - qz$. Поля ψ_0 и ψ меняются слабо, т.е. считаем, что

$$\frac{\partial \psi_0}{\partial t} \ll \omega \psi, \ \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \ll q \psi, \ \frac{\partial \psi}{\partial t} \ll \omega \psi, \ \frac{\partial \psi}{\partial z} \ll q \psi.$$
(7)

Подстановка (6) в (5) дает уравнение

$$m \frac{\partial^{2}\psi_{0}}{\partial t^{2}} + m \left[\frac{\partial^{2}\psi}{\partial t^{2}} + 2i\omega \frac{\partial\psi}{\partial t} - \omega^{2}\psi \right] e^{i\theta} - kl^{2} \frac{\partial^{2}\psi_{0}}{\partial z^{2}} - kl^{2} \left[\frac{\partial^{2}\psi}{\partial z^{2}} - 2iq \frac{\partial\psi}{\partial z} - q^{2}\psi \right] e^{i\theta} - D - A\psi e^{i\theta} - A\psi_{0} + B \left(\psi^{2}e^{2i\theta} + (\psi^{*})^{2}e^{-2i\theta} + \psi_{0}^{2} + 2|\psi|^{2} + 2\psi_{0}\psi e^{i\theta} + 2\psi_{0}\psi^{*}e^{-i\theta} \right) \times \left(\psi_{0} + \psi e^{i\theta} + \psi^{*}e^{-i\theta} \right) + \gamma \frac{\partial\psi_{0}}{\partial t} + \gamma \left(\frac{\partial\psi}{\partial t} + i\omega\psi \right) e^{i\theta} + c.c. = 0.$$

$$(8)$$

Проинтегрируем (8) в окрестности некоторой точки (z, t) по небольшому отрезку по переменной t или z. Условия (7) позволяют отбросить быстро осциллирующие слагаемые и получить уравнение для компоненты ψ_0 :

$$m\frac{\partial^2\psi_0}{\partial t^2} - kl^2\frac{\partial^2\psi_0}{\partial z^2} - D - A\psi_0 + B(\psi_0^2 + 6|\psi|^2)\psi_0 + \gamma\frac{\partial\psi_0}{\partial t} = 0.$$
 (9)

Умножим уравнение (8) на $e^{-i\theta}$ и проинтегрируем по переменной t или z в окрестности некоторой точки (z, t). Учитывая условия (7), отбросим быстро осциллирующие слагаемые, а также первые и вторые производные поля ψ . Кроме того, считаем, что слагаемые с вязкостью гораздо меньше других линейных слагаемых, т.е. здесь полагаем $\gamma = 0$. В результате получим уравнение

$$[-m\omega^2 + kl^2q^2 - A + 3B(\psi_0^2 + |\psi|^2)]\psi = 0.$$
⁽¹⁰⁾

Отсюда находим модуль компоненты ψ :

$$|\psi| = \sqrt{\frac{C+A}{6B} - \psi_0^2},$$
(11)

где использовано обозначение $C = A + 2m\omega^2 - 2kl^2q^2$.

Подстановка выражения (11) в уравнение (9) дает

$$m\frac{\partial^2\psi_0}{\partial t^2} - kl^2\frac{\partial^2\psi_0}{\partial z^2} - D + C\psi_0 - 5B\psi_0^3 + \gamma\frac{\partial\psi_0}{\partial t} = 0.$$
 (12)

Важным отличием уравнения (12) от уравнения (5) является то, что изменился знак при кубической нелинейности. Примечательно, что это отличие соответствует отличию модели φ^4 [7] от модели Косевича–Ковалева [8, 9].

Решение уравнения (12) в виде кинка записывается следующим образом:

$$\psi_0 = \frac{r_1 e^{\xi} + r_2 e^{-\xi}}{e^{\xi} + e^{-\xi}},\tag{13}$$

где $\xi = (t - z/v)/\tau$, r_1 и r_2 – вещественные корни уравнения $D - Cr + 5Br^3 = 0$, параметры τ и v, определяющие длительность и скорость кинка, равны

$$\tau = \frac{4\gamma}{15B(r_2^2 - r_1^2)},\tag{14}$$

$$v = \pm \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{2\gamma^2}{45mB(r_1 + r_2)^2}}},$$
(15)

где $c = l\sqrt{k/m}$ – скорость звука в МТ. Параметры ω и q решения (13)–(15) уравнения (12) должны быть такими, чтобы подкоренные выражения в формулах (11) и (15) были неотрицательны.

Подстановка (13) в (11) и затем в (6) дает приближенное решение уравнения (5) в виде кинка с высокочастотным заполнением. Проведен линейный анализ устойчивости этого решения, который показал, что устойчивость зависит только от знака параметра *B* и не зависит от фазовой скорости ω/q : полученный осциллирующий кинк устойчив при *B* > 0 (когда, как следует из равенства (16), v > c) и не устойчив в противоположном случае. Результаты численного счета в целом подтверждают эти заключения об устойчивости. Однако, имеются отличия, связанные с нелинейной стадией развития неустойчивости и влиянием вязкости. Так, осциллирующий кинк может быть устойчив и при *B* < 0, если он оказывается во впадине соответствующего *M*-потенциала. Действие вязкости на устойчивый осциллирующий кинк приводит к уменьшению амплитуды высокочастотных колебаний и постепенному преобразованию его в обычный кинк уравнения (5).

Работа выполнена в рамках Соглашения о сотрудничестве между ОИЯИ, Дубна, Российская Федерация и Министерством науки, технологического развития и инноваций Республики Сербия, проект "Солитоны и хаос в нелинейной динамике биомолекул".

ЛИТЕРАТУРА

1. P. Dustin "Microtubules" Springer Science & Business Media, 2012.

2. M.V. Satarić, J.A. Tuszyński, R. Žakula // Phys. Rev. E. 1993. V. 48. No 1. P. 589.

3. S. Zdravković et al. // Applied Mathematics and Computation. 2014. V. 237. P. 227.

4. S. Zdravković et al. // Chaos, Solitons & Fractals. 2012. V. 45. No 11. P. 1378.

5. S. Zdravković et al. // Applied Mathematics and Computation. 2016. V. 285. P. 248.

6. D. Ranković et al. // Chaos, Solitons & Fractals. 2023. V. 170. Art. No. 113345.

7. P.G. Kevrekidis, J. Cuevas-Maraver (Eds.) "A Dynamical Perspective on the φ^4 Model" Springer Nature Switzerland, 2019.

8. А.М. Косевич, А.С. Ковалев // ЖЭТФ. 1974. Т. 67. № 5(11). С. 1793.

9. I.V. Barashenkov, N.V. Alexeeva // Phys. Rev. D. 2023. V. 108. Art. No. 096002.

Возможности электронного смещения фокуса многоэлементного излучателя при транскраниальной фокусировке ультразвука в мозг

Д.Д. Чупова¹, О.В. Солонцов¹, Л.Р. Гаврилов¹, В.Е. Синицын², Е.А. Мершина²,

О.А. Сапожников¹, В.А. Хохлова¹

¹Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет ²Медицинский научно-образовательный центр МГУ имени М.В. Ломоносова <u>daria.chupova@yandex.ru</u>

Метод ультразвуковой неинвазивной хирургии основан на фокусировке ультразвука через невскрытый череп в заданные участки мозга. На сегодняшний день метод уже успешно применяется, например, для лечения эссенциального тремора, тремора, вызванного болезнью Паркинсона, и для разрушения опухолей, расположенных в центральной области мозга [1]. Несмотря на успешную реализацию в клинической практике, метод неизвазивной ультразвуковой хирургии имеет ряд ограничений. Кости черепа существенно искажают ультразвуковой пучок, и для фокусировки ультразвука в мозг необходимо компенсировать вносимые аберрации. Существующая клиническая система ExAblate Neuro (Insightec Ltd, Israel) из-за своей полусферической геометрии ограничивает механическое перемещение излучателя относительно головы пациента и доступная область для неинвазивной хирургии мозга ограничена объемом таламуса примерно ±2.5 см относительно центра головы человека [2]. Таким образом, важной задачей является расширить доступную область облучения мозга фокусированным ультразвуком. В нашей лаборатории была предложена новая модель многоэлементной решетки с абсолютно плотным заполнением поверхности элементами [3]. Ранее для данного класса излучателей была показана возможность изменять глубину воздействия на структуры мозга в пределах 4 см в осевом направлении путем механического смещения излучателя [4]. Целью данной работы является исследование возможностей электронного смещения фокуса вдоль оси излучателя для нового класса решеток.

В работе использовалась трехмерная акустическая модель черепа человека, построенная на основе анонимизированных данных компьютерной томографии. Для выделения сегмента черепа использовался метод пороговой обработки, реализованный в программе Slicer (slicer.org) [5]. Акустические параметры костей черепа (плотность и скорость звука) были рассчитаны в каждом вокселе трехмерной модели из единиц Хаунсфилда КТ-изображения [6]. Коэффициент затухания черепа $\alpha = 8.83$ дБ/см был присвоен согласно границам сегмента [7]. Вокселям вне черепа были присвоены акустические параметры воды $\rho_0 = 1000$ кг/м³, $c_0 = 1500$ м/с.

В качестве излучателя была рассмотрена модель 256-элементной решетки с рабочей частотой f = 1 МГц [3]. Расчет поля и компенсации аберраций при фокусировке ультразвука через кости черепа был реализован в программе МАТLAB. Расчет фаз, необходимых для электронного смещения фокуса излучателя, проводился в два этапа. Вначале проводилось моделирование распространения сферической волны из точки предполагаемого фокуса до поперечной плоскости *xy* вблизи черепа с помощью программного пакета k-Wave (k-wave.org) [8]. Далее комплексные амплитуды поля в узлах плоскости *xy* и искомые фазы на элементах решетки были представлены в виде матричной системы линейных уравнений [3]. В результате решения данной системы были найдены фазы для каждого элемента. Фазы инвертировались, и далее проводился расчет поля. С поверхности решетки до плоскости *xy* поле рассчитывалось с использованием аналитического решения интеграла Рэлея, распространение через череп моделировалось с использованием программного пакета k-Wave. Были проведены

расчеты для смещения фокуса от 0 до –5 см относительно центра кривизны излучателя, что соответствует глубинам фокусировки 6 – 1 см, считая от внутренней поверхности черепа. Глубина в 6 см соответствует области таламуса.

Двумерные распределения p_A/p_0 в плоскости *zy* для различных глубин фокусировки представлены на рис. 1. Видно, что при электронном смещении фокуса в пределах 2 см в сторону черепа отсутствует смещение максимума поля относительно точки фокуса и амплитуда давления уменьшается на 6% по сравнению с фокусировкой в центр кривизны решетки. При дальнейшем смещении амплитуда давления в максимуме поля заметно снижается: на 45% для 4 см (рис. 1г). Кроме того, максимум поля смещается на 0.5 мм относительно точки фокуса вдоль оси *Oz* (рис. 1в, г). Для наименьшей глубины фокусировки –5 см амплитуда давления в костях черепа уже превышает амплитуду давления в фокусе. На рис. 1 видно, что с уменьшением глубины фокусировки фокальная область пучка становится короче и уже. Для сравнения при механическом перемещении излучателя уровень давления при смещении на 2 см не уменьшается, а при смещении на 4 см уменьшение не превосходит 15% [4].



Рис. 1. Распределение p_A/p_0 во фронтальной плоскости *zy* для различных глубин электронной фокусировки: а) фокус совпадает с центром кривизны излучателя; фокус смещен на б) 2 см, в) 3 см и г) 4 см относительно центра кривизны излучателя.

Таким образом, электронная фокусировка позволяет перемещать фокус в пределах 2 см относительно центра кривизны решетки при уменьшении амплитуды в фокусе менее чем на 10% по сравнению с амплитудой в геометрическом центре излучателя. При этом предложенный метод компенсации аберраций позволяет восстановить фокус с сохранением качества фокусировки при смещении не более чем на 3 см относительно центра кривизны излучателя. Для дальнейшего расширения области фокусировки следует исследовать комбинацию механического и электронного смещения фокуса.

Авторы благодарны П.Б. Росницкому за помощь в постановке задачи и развитии программного обеспечения. Работа поддержана стипендией фонда «Базис» №22-2-10-6-1 и грантом НОШ 23-Ш06-02.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.M. O'Reilly// Acoustics Today. 2023. V. 19. № 3. P. 30.

2. K. Hynynen, R.M. Jones R.M. // Phys. Med. Biol. 2016. V. 61. P. 206-248.

3. P.B. Rosnitskiy et al. // J. Acoust. Soc. Amer. 2019. V. 146. N. 3. P. 1786.

4. Д.Д. Чупова и др.// Акуст. журн. 2022. V. 68. № 1. С. 3.

5. C. Pinter, A. Lasso, G. Fichtinger // Comp. Methods Progr. Biomed. 2019. V. 171. P. 19.

6. T.D. Mast // ARLO. 2000.V. 1. N. 2. P. 37.

7. F.A. Duck Physical Properties of Tissue: A Comprehensive Reference Book Ac. Press, London, 1990.

8. B.E. Treeby, B.T. Cox // J. Acoust. Soc. Amer. 2014. V. 136, N. 4. P. 1499.

Излучение арионов при распространении волн в галактическом магнитном поле

А.В. Бедда¹, В.И. Денисов¹, И.П. Денисова^{2,3}, О.Н. Гавриш^{2,3}

¹Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет ²Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана ³Государственный университет управления andrew.bedda@gmail.com

В настоящее время большую актуальность приобрели работы, в которых изучаются свойства различных аксионоподобных частиц: арионов, аксионов, дилатонов, излучаемых различными конфигурациями электромагнитных полей и волн. Большое внимание к этим вопросам обосновывается тем, что в некоторых космологических моделях массивные аксионоподобные частицы рассматриваются как темная материя, а безмассовые – как темная энергия. Поэтому исследование процессов излучения аксионоподобых частиц является актуальным для построения новых космологических моделей.

Вместе с тем в этих работах возникли и математические задачи волновой физики нового типа. Действительно, рассмотрим, например, уравнение для аксиального скалярного поля арионов в псевдоевклидовом простанстве-времени [1]:

$$\Box a = -\frac{g_{a\gamma}}{4} F_{mp} \tilde{F}^{mp} = -g_{a\gamma} (\boldsymbol{B} \boldsymbol{E}), \qquad (1)$$

где *a*- аксиальное скалярное поле ариона, F_{mp} - тензор электромагнитного поля, $\tilde{F}^{mp} = e^{mpik}F_{ik}/2$, e^{mpik} -абсолютно антисимметричный аксиальный тензор Леви-Чивиты, причем $e^{0123} = +1$, **B**-вектор индукции магнитного поля, **E**- вектор напряженности электрического поля, $g_{a\gamma}$ -константа взаимодействия арионного и электромагнитных полей.

Так как в астрофизических условиях источник в правой части уравнения (1) задан во всем пространстве, то и точка наблюдения находится внутри источника. Поэтому в задачах такого типа отсутствует возможность использовать мультипольное приближение, а необходимо строить точное решение уравнения (1).

Кроме того, из уравнения (1) следует, что источником арионов могут служить только такие электромагнитные поля, первый псевдоинвариант которых отличен от нуля. 10^{13}

В качестве источника электрического поля будем рассматривать электрическое поле магнитного диполя, вращающегося вокруг оси, не совпадающей с ее магнитным дипольным моментом. Таким объектом может выступать нейтронная звезда: пульсар или магнетар. Величина индукции магнитного поля на поверхности пульсара не превышает 10^{13} Гс. Магнетар – это также вращающаяся нейтронная звезда, но обладающая на своей поверхности значительно большей индукцией магнитного поля [2]: от 10^{13} Гс до 10^{15} Гс.

Пусть в рассматриваемой области пространства имеется постоянное галактическое магнитное поле:

$$\boldsymbol{B}_{0} = \{B_{0x}, B_{0y}, B_{0z}\}.$$
(2)

Следует отметить, что в реальности галактические и межгалактические магнитные поля можно представлять в таком виде лишь в областях конечных размеров, вне которых силовые линии их вектора магнитной индукции искривляются. Поэтому применять полученные результаты можно лишь в области пространства, для которой $r \leq L_{coh} < \infty$, где L_{coh} - длина когерентности - расстояние на котором силовые линии вектора индукции можно считать прямыми линиями.

Согласно современным данным радиус Галактики составляет 16 килопарсек. Принято выделять крупномасштабную составляющую магнитного поля Галактики (масштаб однородности порядка сотен и тысяч парсек) и флуктуационную составляющую с широким спектром масштабов (от долей парсека до сотен парсек). Исходя из этих данных, разумно положить $L_{coh} \sim 10^3$ пс = 3×10^{21} см. Индукцию крупномасштабного магнитного поля Галактики оценивают в 2-3 мкГс. Поэтому будем считать, что $B_0 \sim 10^{-6}$ Гс.

Однако, при такой постановке задачи, вектор электрического поля излучения пульсара принимает вид:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},\tau) = \frac{(\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{\dot{m}}(\tau))}{cR^3} + \frac{(\boldsymbol{R} \times \boldsymbol{\ddot{m}}(\tau))}{c^2R^2},$$
(3)

где $\tau = t - R/$ -запаздывающее время.



Рис. 1. Схема генерации арионной волны магнитодипольным излученении пульсара при его распространении во внешнем магнитном галактическом поле.

Если теперь подставить выражения (2) и (3) в правую часть уравнения (1) и найти его точное решение, то для арионного поля, генерируемого электрической волной (3) при ее распространении в постоянном магнитном поле галактики (2), получим:

$$a = -\frac{g_{a\gamma}|\mathbf{m}|k\sin\psi}{2r} \{B_{0z}[x\cos[\omega t - kr] + y\sin[\omega t - kr]] - z[B_{0y}\sin[\omega t - kr] + B_{0x}\cos[\omega t - kr]]\}.$$
(4)

Из выражения (4) следует, что возникающее арионное излучение происходит на той же частоте, что и частота порождающего его электрического поля. Кроме того, из этого же выражения следует, что амплитуда рожденной арионной волны при удалении от источника магнитодипольного излучения пульсара или магнетара ($r \rightarrow \infty$) в рассматриваемом случае стремится к постоянной величине. Поэтому интенсивность арионного излучения в элемент телесного угла и количество энергии арионов, излучаемых по всем направлениям в единицу времени, растут квадратично с ростом

расстояния, проходимом магнитодипольным излучением пульсара или магнетара в постоянном магитном поле (2).

Такой рост энергии рожденной арионной волны связан с тем, что в нашей задаче не были учтены различные возмущающие факторы, которые нарушают когерентное взаимодействие электрического поля с галактическим магнитным полем. Основным из них является пренебрежение тем обстоятельством, что комплексная диэлектрическая проницаемость его отлична от единицы: $\varepsilon \neq 1$.

Другим возмущающим фактором является воздействие гравитационного поля на распространение электромагнитных волн в межзвездном газе. И хотя ЭТО гравитационное поле участвует в очень сложных динамических процессах поддержания спиральной структуры и движения рукавов спиральной галактики, оно, как показывают оценки, оказывает очень малое влияние на распространение электромагнитных волн. Поэтому в качестве первого приближения будем пренебрегать влиянием гравитационного поля галактики на распространение в ней магнитодипольных волн, излучаемых пульсарами и магнетарами.

Целью данной работы является точный расчет электромагнитного излучения вращающегося магнитного дипольного момента пульсара или магнетара, с учетом воздействия на этот процесс комплексной диэлектрической проницаемости галактики, и последующего расчета генерации арионов. В докладе предполагается провести анализ полей электромагнитного излучения вращающегося магнитного момента нейтронной звезды, которые из-за условия $\varepsilon \neq 1$ оказались асимптотически затухающими при $(r \rightarrow \infty)$. Это позволило вдали от пульсара или магнетара получить амплитуду рожденной арионной волны, убывающую с ростом расстояния $(r \rightarrow \infty)$, а также провести детальное рассмотрение диаграммы направленности арионного излучения, создаваемого электрической волной пульсара при ее распространении в галактическом магнитном поле.

Исследование выполнено в рамках научной программы Национального центра физики и математики, направление No 5 «Физика частиц и космология».

ЛИТЕРАТУРА

1. V.I. Denisov, B.D. Garmaev, I.P. Denisova // Phys.Rev. D. 2021. V. 104. No 5. P. 055018.

2. M. Astashenkov.// Eur. Phys. J. C. 2023. V. 83. P. 643.

Критерии адекватности безызлучательного предела в численных исследованиях разреженной плазмы

Л.В. Бородачев Физический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова borodach2000@mail.ru

Как известно, самосогласованный подход [1], учитывающий взаимозависимое влияние фазового распределения частиц и внутренних электромагнитных полей, весьма эффективен при изучении неравновесных состояний горячей плазмы, что обусловило его активное использование во многих фундаментальных и прикладных задачах нелинейной плазмофизики. Математически он представлялся системой кинетических уравнений Власова, детально описывающих эволюцию каждой из компонент бесстолкновительной плазмы, и уравнений Максвелла, наиболее полно отражающих динамику внутренних электромагнитных полей, различной природы.

Однако для низкочастотных и, как правило, слаборелятивистских систем свободные электромагнитные поля играют второстепенную роль, поскольку малы в сравнении с самосогласованными и характеризуются существенно меньшими пространственно-временными масштабами. Очевидно, что численный анализ таких плазменных систем в рамках формализма Максвелла оказывается излишне подробным и, как следствие, весьма дорогостоящим.

В этой связи целесообразно обратиться к редуцированным полевым описаниям, из которых аппроксимация Дарвина (безызлучательный предел) [2] представляется наиболее интересной, поскольку исключает из рассмотрения свободные электромагнитные волны. Нетривиальность приближения состоит в том, что, пренебрегая запаздыванием, оно сохраняет ряд индукционных эффектов, в частности, связанных с законом Фарадея.

Указанные свойства модели Власова - Дарвина позволяют обозначить ее предметную область: слаборелятивистские и относительно низкочастотные явления разреженной магнитоактивной плазмы, обусловленные коллективными взаимодействиями частиц [3].

Вместе тем хотелось бы иметь более четкие ориентиры корректного физического приложения рассматриваемого формализма, по возможности, в виде определенных критериев. В этих целях рассмотрим его систему уравнений:

$$\nabla \vec{E} = 4\pi\rho \quad , \tag{1}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} , \qquad (2)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{4\pi}{c}\vec{J} + \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}_p}{\partial t},\tag{3}$$

$$\nabla \vec{B} = 0, \qquad (4)$$

$$\vec{E} = \vec{E}_p + \vec{E}_v: \quad \nabla \times \vec{E}_p = 0 , \quad \nabla \vec{E}_v = 0 .$$
(5)

Здесь \vec{E}_p, \vec{E}_v — соответственно потенциальная (продольная) и вихревая (поперечная) составляющие электрического поля.

При этом уравнение непрерывности заряда, которое должно тождественно удовлетворяться, может быть записано в модифицированном виде:

$$\nabla \vec{J} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = \nabla \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{4\pi} (\nabla \vec{E}_p) \right) \,. \tag{6}$$

Как легко видеть данное описание активно использует разложение Гельмгольца для векторных полей и отличается от полного электромагнитного лишь опущенной поперечной составляющей тока смещения. Этот момент весьма важен в контексте настоящей работы, поскольку представляется естественным искать условие корректности Дарвиновского формализма в задачах кинетики разреженной плазмы, оценивая возможное влияние указанной редукции на модельное развитие того или иного плазменного процесса.

Требуемую оценку можно получить, рассматривая вклады опущенной и оставшейся частей тока смещения в генерацию внутреннего электромагнитного поля. Для этого воспользуемся размерностным (точнее масштабным) анализом, в рамках которого будем полагать, что значимые изменения базовых величин Дарвиновской системы уравнений происходят в характерных масштабах (L,T) некоторого гипотетического процесса. При этом усредненные значения $|\nabla \times \vec{u}|$ или $|\nabla \vec{u}|$ можно представить как (u/L), а усредненное значение $|\partial \vec{u}/\partial t|$ – как (u/T).

Тогда, сопоставляя в рамках этого подхода различные члены уравнений (1) – (6), удается получить оценку отношения величин поперечной и продольной составляющих тока смещения

$$\frac{\left|\partial \vec{E}_{\nu} / \partial t\right|}{\left|\partial \vec{E}_{p} / \partial t\right|} \sim \left(\frac{L}{cT}\right)^{2}.$$
(7)

По сути, эта оценка определяет критерий физической адекватности Дарвиновского приближения полей в задачах кинетики разреженной плазмы:

$$\left(\frac{L}{cT}\right)^2 << 1. \tag{8}$$

Действительно, в этом случае вклад поперечной составляющей тока смещения в развитие исследуемого процесса на фоне вклада его продольной составляющей исчезающе мал и результаты, полученные в рамках модели Власова - Дарвина, физически достоверны.

Подчеркнем, что анализ отношения (7) корректен лишь при безусловном удовлетворении неравенства:

$$\frac{v_T}{c} << 1, \tag{9}$$

которое в настоящем контексте можно назвать условием (критерием) слабого релятивизма. Оно естественно вытекает из исходных физических предпосылок построения как можно более точной функции Лагранжа для системы частиц и полей с мгновенным дальнодействием. Как оказалось, при сравнительной малости отношения тепловой скорости (v) к скорости света (c), такую систему удается описать через незапаздывающие потенциалы Дарвиновским лагранжианом взаимодействия, точным до величин порядка (v/c)² в разложении по параметру (v/c) << 1 полной Лагранжевой функции [4].

Заметим, что возможна следующая, так сказать, волновая интерпретация найденного критерия (8).

Пусть линейный размер модельной области (l_{sys}) имеет порядок пространственного масштаба (L) процесса, а его характерное время (T) определяет некоторую, назовем ее характерной, частоту ω_{ch} .

Тогда выражение (L/(cT)) можно рассматривать как отношение длины области моделирования к длине волны (λ) с частотой (ω_{ch}) в вакууме:

$$\left(\frac{L}{cT}\right) \sim \left(\frac{l_{sys}}{\lambda_{ch}}\right) \tag{9}$$

Следовательно, использование Дарвиновского (безызлучательного) предела в рамках самосогласованного подхода корректно, если линейный размер модельной системы существенно меньше длины волны с характерной частотой ($\simeq 2\pi/T$) в вакууме.

Подобная трактовка полученного критерия особенно предметна в случае численного анализа различного рода неустойчивостей, что в работе наглядно продемонстрировано на примере реального математического моделирования [5] электромагнитной неустойчивости Вайбеля [6].

В заключение отметим, что предложенный подход позволяет еще на стадии аналитического прогноза основных параметров исследуемого явления разреженной магнитоактивной плазмы получить априорную информацию о возможности использования Дарвиновского представления электромагнитных полей в рамках самосогласованного формализма. Учитывая существенную численную эффективность безызлучательного предела в сравнении с полным (Максвелловским) описанием, повидимому, целесообразно включение рассмотренной методики в общую постановку компьютерных экспериментов, особенно при изучении крупномасштабных процессов нелинейной плазмофизики.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. А.А. Власов « Теория многих частиц» М.-Л.: ГИТТЛ, 1950.
- 2. C.G. Darwin // Phil. Magazine. 1920. V. 39. P. 537.
- 3. Л.В. Бородачев, И.В. Мингалев, О.В. Мингалев // Мат. Мод. 2006. Т. 18. № 11. С. 217.
- 4. Дж. Джексон «Классическая электродинамика» М.: Мир, 1965.
- 5. L.V. Borodachev, D.O. Kolomiets // J. Plasma Phys. 2011. V. 77. P. 277.
- 6. E.S. Weibel // Phys. Rev. Lett. 1959. V. 2. P. 83.

Волноводные свойства графен-содержащей планарной структуры, гидродинамическое приближение

Д.А. Евсеев, Д.И. Семенцов ¹Ульяновский государственный университет <u>Comrade-dmitriy@mail.ru</u>

В работе исследуются волноводные свойства графен-содержащей планарной структуры в низкочастотной области ТГц диапазона. Структура представляет собой слой диэлектрика с ДП $\varepsilon_2 = 2.25$ и толщиной d, на который с обеих сторон нанесены монослои графена. Сама структура находится в вакууме, т.е. $\varepsilon_{1,3} = 1$. Волна ТМ поляризации, заведенная внутрь волновода, распространяется вдоль оси ОХ и своей продольной компонентой электрического поля вызывает движение зарядов в пленках графена (на границах раздела сред). Рассмотрение задачи проводится в гидродинамическом приближении, т. е. выражение для проводимости графена в этом случае можно получить из классических уравнений непрерывности потока, уравнения баланса импульса частиц и их энергии [1]:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n \upsilon_x}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial \rho \upsilon_x}{\partial t} + \upsilon_x \frac{\partial n \upsilon_x}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\rho}{2} \frac{\partial \rho^2 \upsilon_x^2}{\partial x} + enE_x = -\gamma \rho \upsilon_x$$

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \upsilon_F^2 \frac{\partial \rho \upsilon_x}{\partial x} - eE_x j_x = 0,$$

где n и U_x - концентрация и гидродинамическая скорость носителей заряда, ρ - плотность носителей заряда, P - давление, e - заряд электрона, E_x - электрическое поле вдоль проводящей поверхности волновода, γ - частота затухания, W, U_F , j_x - плотность энергии зарядов, их скорость Ферми и плотность тока. Предполагая, что амплитуда внешнего излучения небольшая, ограничимся первым приближением по частоте. В результате получим выражение проводимости в графене с учетом не только временной, но и пространственной дисперсии:

$$\sigma = \frac{ie^2 n_0^2}{\rho_0} \frac{\omega}{\omega(\omega - i\gamma) - \frac{\beta^2 v_F^2}{2}}$$

Здесь ω и β являются частотой и продольной составляющей волнового вектора распространяющейся в волноводе электромагнитной волны. В работе [1] показано, что из-за малости величины β пространственная дисперсия не оказывает существенного влияния на величину проводимости на оптических частотах. На рис.1 представлено сравнение проводимости σ с учетом пространственной дисперсии и без нее в терагерцовом диапазоне

Более точное приближение для проводимости рассмотрено в работе [2], а физическое обоснование изложено в работах [3-5].



Ожидается, что учет последней внесет некоторые поправки в форму дисперсионных кривых [1,2], распространяющихся в волноводе мод в рассматриваемом диапазоне частот.

Дисперсионное уравнение для ТМ мод планарного волновода не зависит от вида использованной модели для проводимости электронов в графене, поскольку напряженности полей недостаточно велики, чтоб вызывать нелинейные отклики поляризации среды или свободных носителей заряда:

$$\operatorname{tg}(q_2 d) = -\frac{q_2}{\varepsilon_2} \frac{\left(\frac{\varepsilon_1}{q_1} + i\frac{4\pi\sigma_1}{\omega}\right) + \left(\frac{\varepsilon_3}{q_3} + i\frac{4\pi\sigma_2}{\omega}\right)}{1 - \frac{q_2}{\varepsilon_2}\frac{q_2}{\varepsilon_2}\left(\frac{\varepsilon_1}{q_1} + i\frac{4\pi\sigma_1}{\omega}\right)\left(\frac{\varepsilon_3}{q_3} + i\frac{4\pi\sigma_2}{\omega}\right)},$$

где $q_{1,3} = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 \varepsilon_{1,3}}$, $q_2 = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_2 - \beta^2}$ - поперечные составляющие волнового

вектора в каждой из сред, $\mathcal{E}_{1,3}$ и \mathcal{E}_2 - диэлектрические проницаемости слоев волновода и направляющего слоя. Проводимости на каждой из границ могут различаться, что может быть связано с разными значениями энергии Ферми электронов или разным влиянием диэлектриков вокруг проводящей пленки на форму зонной структуры графена.

Работа поддержана Российским научным фондом (грант 23-79-30017).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Д В. Фатеев, В.В. Попов. ФТП, 2020, том 54, вып 8. С. 785-790.
- 2. И.М. Моисеенко, В.В. Попов, Д.В. Фатеев. ТП. 2021, Т. 55, Вып 8. С. 640-653.
- 3. D. Svintsov, Phys. Rev., 2019, B 100, P. 195428

4. С.О. Юрченко, В.И. Рыжий. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Приборостроение». 2019, С. 178-185

5. D. Svintsov1, V. Vyurkov, at all. JAP. 2012 T.111, № 8, C. 083715

Статистическое исследование механизма захвата атомов в долгоживущие пары внутри газовой ячейки

C.E. Ким, Е.Н. Попов *Университет ИТМО* <u>codeilece@gmail.com</u>

Одним из важных эффектов длительной связи атомов в разреженном газе является спин-обменное взаимодействие между атомами благородного газа и щелочного металла [1]. Обмен между спином электрона щелочного металла и ядром благородного газа не может произойти за время двухатомного столкновения, время которого оценивается в доли пикосекунд. В то же время, при трёхатомном столкновении может произойти захват атома благородного газа в область отрицательного потенциала щелочного атома, который создаётся силами Ван-дер-Ваальса. Кластер существует длительное время, пока не будет разрушен другим атомом при столкновении. Время жизни такого кластера на несколько порядков превосходит время упругого столкновения. Этот механизм известен, ранее были сделаны оценки спин-обменной релаксации щелочного пара в присутствии буферного газа при высокой температуре [2, 3]. Однако подробная классификация кластеров ранее не проводилась, как не проводилось и численное исследование статистики по степеням свободы их внутреннего движения.

Целью работы является статистическое исследование механизма формирования Ван-дер-Ваальсовых атомных пар внутри газовой ячейки в условиях многократных столкновений. На основе этого исследования мы классифицируем кластеры по их интегралам движения.

Для достижения поставленной цели нами была построена программная модель трёхатомных столкновений внутри газовой ячейки. Она основана на классических законах движения в потенциале Леннарда Джонса. Использование квантовой механики для описания столкновения тяжёлых атомов оказалось нецелесообразным после оценки неопределённости Гейзенберга в рассматриваемой среде.

Для исследования механизма захвата атомов в кластер был предложен критерий «тройного столкновения». Важно, что только при тройном столкновении может произойти захват двух атомов в пару. Это происходит благодаря тому, что при трехатомном взаимодействии энергия между атомами перераспределяется непредсказуемым образом: два из трех атомов могут оказаться в потенциальной яме Вандер-Ваальсового взаимодействия и им будет недостаточно энергии для разрыва связи внутри пары. Существует необходимость ввести формальный критерий тройного столкновения, потому что большая часть случаев взаимодействия трёх атомов посредством Ван-дер-Вальсовых сил не приводит к длительному захвату. Формализация такого критерия является нетривиальной задачей в отсутствие непосредственного импактного события. Мы предлагаем следующий критерий «тройного столкновения»:

- даны три атома, с заданными характеристиками Ван-дер-Ваальсового взаимодействия;
- в начальный момент времени первые два атома расположены друг от друга на заданном расстоянии, сопоставимым с минимумом потенциала Леннарда-Джонса и угле между их скоростями больше π / 2;
- третий атом появляется на заданном расстоянии от центра масс первых двух атомов в случайный момент времени на заранее введённом интервале их взаимодействия;
- в момент появления третьего атома угол между скоростью третьего атома и скоростью центра масс первых двух атомов больше π / 2.

На основе предложенного критерия написан генератор начальных условий динамической системы из трёх атомов в газе, которые могут оказаться захвачены в кластер. Затем накоплены данные о 5 миллионах актах тройного столкновениях, из которых примерно каждый тысячный случай представляет интерес для изучения, как потенциальный случай захвата.

Был обнаружен широкий диапазон кинематических характеристик движения захваченных атомов внутри пар. Образовавшиеся кластеры могут быть устойчивыми и неустойчивыми, это влияет на процесс передачи спина от одного атома к другому внутри кластера. Поэтому мы выделили две характеристики, которые наглядно демонстрируют способность кластера не разрушиться при столкновении или удерживать расстояние между атомами в масштабе дальности спин-обменного взаимодействия. Первая характеристика – это момент вращения связанной пары, а вторая – это внутренняя энергия. На рисунке 1 наглядно представлена статистика связанных пар атомов ксенона при комнатной температуре, где каждая точка соответствует получившейся связанной паре. По горизонтальной оси отложен момент импульса, а по вертикальной оси внутренняя энергия.



Рис.1. Статистика связи между моментом вращения и внутренней энергии атомной пары

На рисунке видно две линии, которые ограничивают статистику. Из данного наблюдения следует, что для кластера, который вращается с некоторым моментом существует порог возбуждения (верхняя граница), выше которого кластер будет разрушен. И вероятно, чем меньшей энергией в пределах допустимого диапазона обладает кластер, тем с большей вероятностью он останется после упругого столкновения с третьим атомом. По плотности точек можно сделать вывод, что атомные пары преимущественно обладают внутренней энергией, которая близка к критическому значению для разрушения. Значит, при вторичном столкновении большая часть кластеров должна разрушиться или перестроиться в новый кластер, что иногда наблюдалось при моделировании и требует дальнейшего исследования.

В заключении стоит отметить, что недостаточно использовать феноменологию с единственным параметром химического потенциала синтеза подобных кластеров. Он позволяет грубо оценить концентрацию, но не позволяет судить о разбросе кластеров по их характеристикам [4]. В действительности, они все обладают разными

характеристиками (момент вращения, внутренняя энергия) и это приводит к более сложному механизму спин-обменной релаксации внутри ансамбля таких пар.

ЛИТЕРАТУРА

1. Happer W. et al. //Physical Review A. – 1984. – T. 29. – №. 6. – C. 3092.

2. Franz F. A., Franz J. R. //Physical Review. - 1966. - T. 148. - №. 1. - C. 82.

3. Walter D. K., Happer W., Walker T. G. //Physical Review A. – 1998. – T. 58. – №. 5. – C. 3642.

4. Shao W., Wang G., Hughes E. W. //Physical Review A. – 2005. – T. 72. – №. 2. – C. 022713.

Различные способы построения модифицированного пропагатора в трехмерных широкоугольных параболических моделях, основанных на Фурье разложении пропагатора

Е.О. Коннова¹, П.В. Юлдашев¹, М.М. Карзова¹, В.А. Хохлова¹ ¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет helen.7aprel@gmail.com

Теоретическое описание распространения волн в неоднородных средах является важной частью многих задач волновой физики. Так, при применении методов неинвазивной ультразвуковой хирургии фокусировка ультразвуковых пучков осуществляется через слабо неоднородные биологические ткани, которые вносят искажения в структуру пучка, ослабляют его фокусировку и уменьшают эффективность терапевтического воздействия на ткани [1]. В связи с этим возникает необходимость в теоретических и численных моделях, способных количественно точно описывать данные волновые явления. Наиболее реалистичный подход при моделировании ультразвука состоит в использовании полноволновых уравнений акустики, в которых описание волнового процесса развертывается во времени [2]. Однако при численном решении этих уравнений в общем случае требуется использование суперкомпьютерных мощностей [3]. Вычислительные трудности особенно критичны, если необходимо учесть проявление сильных нелинейных эффектов, возникающих при распространении волн достаточно большой интенсивности, которые активно применяются при разработке новых протоколов облучения биологических тканей [4]. Поэтому с точки зрения вычислительных затрат во многих случаях оправданно использовать однонаправленные волновые модели. Выгода от использования таких моделей заключается в том, что акустическое поле представляется в бегущей системе координат и рассчитывается послойно от плоскости к плоскости вдоль преимущественного направления распространения волн в пучке, что эффективно исключает одну пространственную координату и уменьшает размерность задачи на единицу. Если амплитуда отраженных и рассеянных на неоднородностях волн оказывается малой по сравнению с амплитудой падающей волны, то однонаправленные модели дают достаточно хорошее приближение к полноволновой задаче.

В такой физической постановке задачи основными уравнениями для описания однонаправленного распространения волн в акустических пучках являются уравнение Хохлова-Заболотской-Кузнецова (ХЗК) и уравнение Вестервельта. Оба этих уравнения содержат дифференциальные операторы, описывающие физические эффекты дифракции, нелинейного распространения волн и поглощение. В уравнении ХЗК используется параболическое приближение дифракции, поэтому его использование ограничено слабо сфокусированными пучками. Отметим, что численные методы решения уравнения ХЗК хорошо разработаны, в том числе при наличии неоднородностей среды [5]. На практике, многие сфокусированные ультразвуковые преобразователи часто имеют большие углы фокусировки, поэтому для описания соответствующих полей необходимо использовать более общее уравнение Вестервельта, которое в однородных и плоскослоистых средах поддается решению известными методами [6]. Основные трудности в получении численного решения возникают при описании дифракции сильно сфокусированных пучков в слабонеоднородных средах.

Известно, что в неоднородных средах дифракционный оператор уравнения Вестервельта может быть рассчитан при помощи методов широкоугольного параболического уравнения [7]. Для построения широкоугольной модели сначала обычно записывают однонаправленное псевдодифференциальное волновое уравнение, возникающее после факторизации уравнения Гельмгольца, к которому сводится уравнение Вестервельта после выключения эффектов нелинейности и поглощения. Формальное решение псевдодифференциального уравнения выражается с помощью однонаправленного пропагатора, который действует на поле давления на расстоянии *z* от излучателя и генерирует поле на расстоянии $z + \Delta z$. Пропагатор записывается в виде формулы:

$$\widehat{H} = \exp[ik_0\Delta z(\sqrt{1+\widehat{L}}-1)].$$
⁽¹⁾

где k_0 – волновое число, Δz – шаг по координате преимущественного распространения волн, $\hat{L} = (\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2})/k_0^2 = \hat{L}_x + \hat{L}_y$ – оператор Лапласа по поперечным к оси zкоординатам, $\sqrt{1 + \hat{L}}$ – псевдодифференциальный оператор. Здесь для простоты изложения используется вид оператора \hat{L} , соответствующий однородной среде распространения. В общем случае данный оператор включает дополнительные элементы, определяемые функциями скорости звука и плотности среды [8].



Рис. 1. Амплитуда точного пропагатора и модифицированного пропагатора, построенного по первому методу в заданном окне собственных значений оператора \hat{L} .

Стандартный способ получения широкоугольной модели, поддающейся расчетам, сводится численным к применению аппроксимаций Паде к оператору (1). Такой метод часто упоминается в литературе как метод дробных шагов Паде [9] или split-step После соответствующих Pade [10]. математических преобразований вычисления, которые необходимо выполнить для получения поля на следующем шаге, сводятся к решению серии краевых задач с дифференциальным оператором второго порядка. В случае применения метода к

двумерным задачам с выделенным направлением распространения и одной поперечной координатой, итоговые уравнения оказываются одномерными и могут быть эффективно решены численными методами конечных разностей или конечных элементов, поскольку матрицы линейных систем часто являются трехдиагональными. Однако в трехмерной формулировке краевая задача становится двумерной, и тогда требуется решать системы линейных уравнений с большими блочными разреженными матрицами, которые существенного увеличивают объем и сложность вычислений [11].

Чтобы обойти эту проблему, авторами данной работы было предложено разложить пропагатор в конечный ряд Фурье по оператору \hat{L} [12]:

$$\widehat{H} \approx A_0 + \sum_{n=1}^{N} A_n e^{iB_n \widehat{L}} + \sum_{n=-1}^{-N} A_n e^{iB_n \widehat{L}}.$$
(2)

Данное разложение может пониматься в пространстве собственных значений оператора \hat{L} , которые обозначим как ξ . Диапазон значений $-1 < \xi \le 0$ в однородной среде соответствует распространяющимся под разными углами θ к оси *z* плоским волнам ($0 \le \theta < \pi/2$): $\theta = \arcsin\sqrt{-\xi}$. В формуле A_n - комплексные амплитуды спектра, а $B_n = 2\pi/\xi_L$ - дискретные частоты, определяемые размером окна ξ_L , в котором выполняется разложение в ряд Фурье. Преимущество представления пропагатора в виде операторного ряда Фурье относительно метода дробных шагов Паде состоит в том, что в таком случае исходный пропагатор представлен в виде суммы экспоненциальных пропагаторов вида $e^{iB_n\hat{L}}$, которые по математической форме эквивалентны пропагатору узкоугольного параболического уравнения. Из вида Фурье разложения ясно, что в вычислительном алгоритме для получения поля на следующем шаге по оси z можно N+N раз вычислить действие пропагаторов $e^{iB_{+1}\hat{L}}$ и $e^{iB_{-1}\hat{L}}$ на известное поле на текущей итерации. Для такого рода пропагаторов известны методы разделения переменных, существенно упрощающие численные схемы. Так, например, при применении конечно-разностных методов становится возможным избавиться от блочных трехдиагональных матриц в системах линейных уравнений путем применения метода попеременных направлений и свести все расчеты к обращению простых трехдиагональных матриц.

Основная проблема при реализации предложенного метода построения широкоугольной модели состоит в том, что непосредственное разложение пропагатора в ряд Фурье в некотором конечном окне по оси ξ приводит к возникновению выраженных осцилляций Гиббса, сопровождающихся медленным убыванием амплитуд спектра A_n с номером n. Это объясняется свойством непериодичности функции пропагатора (как амплитуды, так и фазы) и наличием разрыва производных в точке $\xi = -1$, соответствующей переходу от распространяющихся волн к нераспространяющимся волнам. Уменьшение амплитуды осцилляций Гиббса необходимо для обеспечения стабильности схемы, а также для уменьшения числа гармоник 2N необходимого для обеспечения заданной точности аппроксимации препаратора.

Для улучшения сходимости операторного ряда Фурье и минимизации влияния осцилляций Гиббса было предложено модифицировать пропагатор таким образом, чтобы в заданном интервале собственных значений ξ он совпадал с исходным пропагатором, а вне него был бы достаточно гладким и обладал бы свойством периодичности в пределах отрезка [ξ_{min}, ξ_{max}] на оси собственных значений. Такая задача может рассматриваться как оптимизационная, и ясно, что построить модифицированный пропагатор можно различными способами. Целью данной работы был анализ нескольких различных способов построения пропагатора и выбор наиболее эффективного с точки зрения точности аппроксимации.

На рис. 1 графически представлен исходный метод, в котором на отрезке между точками ξ_B и ξ_C модифицированный пропагатор (сплошная линия) идентичен исходному (пунктирная линия), а на отрезках $[\xi_A, \xi_B]$ и $[\xi_C, \xi_D]$ используется интерполяция полиномами Эрмита высокого порядка (до 6), что обеспечивает сшивание соответствующих производных комплекснозначной функции пропагатора. Точка $-1 < \xi_B < 0$ задает угловой интервал широкоугольной модели для распространяющихся волн. При этом для безразмерного шага $k_0 \Delta z = 1$ и предельного угла $\theta_{max} = \arcsin\sqrt{-\xi_B} = 60^\circ$ ошибка аппроксимации комплексной функции

385

пропагатора в интервале $[\xi_B, \xi_C]$ при $2N = 100, \xi_A = -1.7075, \xi_{min} = -1.975, \xi_{max} = 1.975$ составила $10^{-7.83}$.



Рис. 2. Амплитуда и фаза точного пропагатора и модифицированного пропагатора, построенного по второму методу в заданном окне собственных значений оператора \hat{L} .

Далее рассматривался метод, в котором сшивка производных и сглаживание амплитуды фазы пропагатора выполняются И по отдельности также с использованием интерполяция полиномами Эрмита (Рис. 2). Для амплитуды выбирается точка ξ_A , в которой значение амплитуды равно числу, меньшему единицы (в данном примере 0.99), чтобы гарантировать затухание волн вне заданного диапазона в спектре распространяющихся волн. интервалах $[\xi_C,\xi_A]$ Затем В $[\xi_A,\xi_B]$ И происходит сшивка функции фазы с учетом ее периодичности. Фаза вне отрезка $[\xi_B, \xi_C]$ сшивается по периоду без использования промежуточной точки. При значениях $\xi_A =$ $-1.79, \, \xi_{min} = \, -1.8 \, , \, \xi_{max} = 1.8$ ошибка аппроксимации пропагатора в том же отрезке

 $[\xi_B, \xi_C]$ и при том же числе гармоник 2N = 100 составила $10^{-8.85}$, что на порядок точнее, чем при применении предыдущего метода.

Таким образом, в данной работе исследованы несколько способов построения модифицированного пропагатора с целью достижения как можно меньшей ошибки аппроксимации при использовании разложения в операторный ряд Фурье.

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда № 23-22-00220 и студенческой стипендии фонда "Базис" №22-2-35-1.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Alex T. Peek et. al. // J. Acoust. Soc. Am., V. 148, No 6, P. 3569-3580, 2020.
- 2. Bradley E. Treeby, B. T. Cox // J. Biomed. Opt, V. 15, No 2, 021314, 2010.
- 3. J. Jaros et. al.// Int. J. High Perform. Comput. Appl., P. 1-19, 2015.
- 4. Vera A. Khokhlova et. al. // Int J Hyperthermia, P. 1-18, 2015.
- 5. Yuan Jing, Robin O. Clevelanda // J. Acoust. Soc. Am., V. 122, No 3, P. 1352–1364, 2007
- 6. Юлдашев П.В., Хохлова В.А.// Акуст. журн., Т. 57, № 3, С. 337-347.
- 7. D. Lee, A. D. Pierce, E.-C. Shang // J. Comp. Acoust., V. 08, No 04, P. 527–637, 2000.
- 8. K. Lee et. al. // J. Acoust. Soc. Am., V. 146, No 3, P. 2050–2057, 2019.
- 9. К. В. Авилов // Акуст. журн., Т. 41, № 1, С. 5-12.
- 10. M. Collins // J. Acoust. Soc. Am., V. 93, No 4, P. 1736–1742, 1993.
- 11. K. Lee et. al. // J. Acoust. Soc. Am., V. 146, No 3, P. 2041–2049, 2019.
- 12. Юлдашев П.В., Коннова Е.О., Хохлова В.А. // Труды XXXV Сессии Российского акустического общества, ГЕОС Москва, с. 521, 2023.

Синхронная прецессия момента щелочных атомов в условиях неадиабатической динамики

Е.Н. Попов^{1,*}, А.С. Селеменчук², С.П. Воскобойников³ ¹лаб.КПИ, НОЦМ, ИТМО, Санкт-Петербург, Россия ²Лаборатория Чебышева, СПбГУ ³Высшая школа программной инженерии, СПбПУ * email@mymail.ru

В данной работе представлено теоретическое исследование неадиабатической динамики углового момента ансамбля атомов рубидия внутри газовой ячейки [1,2]. Неадиабатическая динамика возникает под действием оптического поля круговой поляризации и внешнего периодического магнитного поля со специальным профилем, о котором пойдёт речь в данной работе. Под термином «неадиабатическая динамика» имеется ввиду быструю по сравнению с релаксацией и накачкой прецессию углового момента. Упрощённая схема описываемой физической системы приведена на Рис. 1.



Рис. 1. Схема возбуждения прецессии углового момента во внешнем периодическом магнитном поле.

Магнитное поле внутри ячейки, которое генерируется токами в катушках Гельмгольца, лежит в плоскости ХҮ и описывается уравнением:

$$\vec{B} = \vec{x}B_0\cos(n_x\omega t + \varphi_x) + \vec{y}B_0\cos(n_y\omega t + \varphi_y)$$
(1)

где B_0 – это амплитуда магнитного поля, n_x и n_y – целые числа или кратности частоты, ω – частота магнитного поля, φ_x и φ_y фазы полей. Магнитное поле с подобным временным профилем не имеет постоянной составляющей и среднее по времени поле равно нулю. То есть собственная частота прецессии момента на длительном интервале времени отсутствует.

Циркулярный свет поглощается паром рубидия в ячейке и создаёт поляризацию по проекции углового момента вдоль оси X [3]. Этот угловой момент в условиях возмущения магнитным полем (1) совершает сложное движение, которое соответствует плохо предсказуемой динамической системе как детерминированный хаос. Более того, в отсутствии релаксации угловой момент совершает периодическое движение только при определённых значениях параметров магнитного поля (1). В остальных случаях характер движения является не периодическим, причём угловой момент может по-разному изменяться за один и тот же период поля в зависимости от начального состояния атома.

Если строго задать вид функциональной зависимости (1), то есть однозначно определить амплитуду, целые кратности частоты и начальные фазы внутри косинусов, то возникает дискретное множество частот, при которых наблюдается синхронное движение атомных моментов. Далее это множество частот ω обозначено буквой **A**.

Синхронность обусловлена периодическим характером прецессии из любого начального состояния. На практике можно обнаружить такое синхронное движение внутри насыщенного пара рубидия с помощью обратного парамагнитного эффекта Фарадея. Важно, что реальная физическая система обладает релаксацией из-за столкновений внутри ячейки с рубидием, поэтому периодичность движения не пропадает резко при отклонении частоты ω от некоторой частоты $\omega_A \in \mathbf{A}$. Тем не менее, когда выполняется условие $\omega \approx \omega_A$, в щелочном паре возникает синхронная прецессия углового момента атомов рубидия, для которой квантовое среднее проекции углового момента вдоль оси X отлично от нуля, а средняя проекция момента вдоль других осей нулевая. Подобное поведение системы напоминает спиновый резонанс, однако природа рассматриваемого явления суть другая, поскольку постоянное магнитное поле отсутствует в системе.

Теперь можно найти множество **A** для нескольких пар целых чисел n_x и n_y , в простейшем случае описав атомы рубидия с помощью уравнения Паули и численно найдя его решения. Если для некоторой частоты ω оно периодическое и период совпадает с периодом магнитного поля, то $\omega \approx \omega_A$.

$$i\hbar\dot{\psi} = \gamma \left[\vec{\sigma}, \vec{B}(t)\right]\psi \tag{2}$$

$$\vec{\sigma} = \frac{\hbar}{2} (\sigma_1 \vec{x} + \sigma_2 \vec{y} + \sigma_3 \vec{z}) \tag{3}$$

где γ – это гиромагнитное отношение, ψ – спинор рубидия, σ_a – матрица Паули. Магнитное поле \vec{B} задаётся формулой (1).

Ниже в таблице 1 можно увидеть частоты из множества **A**, причём для простоты принято условие $\gamma B_0 = 1 \ \Gamma \mu$. Поскольку множество **A** ограничено сверху, то мы приводим только четыре максимальных частоты ω_A .

n_x	n _y	φ_x	φ_y	$\omega_{A,1}$	ω _{A,2}	ω _{Α,3}	$\omega_{A,4}$
1	1	0	0			-	
		0	$\pi/2$	0.353	0.204	0.144	0.112
1	2	0	0	0.258	0.175	0.125	0.099
		0	$\pi/2$			-	
1	3	0	0			-	
		0	$\pi/2$	0.211	0.144	0.125	0.093
2	3	0	0	1.104	0.082	0.073	0.062
		0	$\pi/2$			-	

Таб. 1. Условия возникновения периодических решений уравнения Паули (2) с магнитным полем (1). При перестановке целых чисел n_x и n_y результат не меняется. Прочерк в строке означает, что решения являются периодическими не зависимо от частоты. Единицы частоты в таблице – Гц.

В реальной физической системе должны возникать пики поляризации щелочного пара, если частота магнитного поля совпадает с некоторой частотой из таблицы 1. В дальнейшем следует подробно исследовать динамику ансамбля щелочных атомов около подобных пиков на предмет наблюдения их динамики при появлении слабых магнитных возмущений. Предварительный расчёт показывает, что контрастность пиков превосходит таковую для Лоренцева контура спинового резонанса.

Предложенное исследование вызывает интерес как теоретическая задача, поскольку поиск аналитического решения уравнения Паули для рассматриваемого неадиабатического случая нетривиален [4]. Можно анализировать свойства решения, однако его не удаётся описать простой формулой подобно резонансу, или вынужденным колебаниям затухающего осциллятора. Траектория прецессии углового момента непредсказуемо меняется при варьировании параметров магнитного поля и его временного профиля, однако в атомном ансамбле проявляются общие свойства симметрии в пространстве проекций момента на оси координат, а также появление и исчезновение точек самопересечения траектории при определённых частотах поля. Объяснение качественных свойств изучаемой динамической системы поможет в объяснении схожих эффектов, которые возникают при взаимодействии квантовой многоуровневой системы с внешним электромагнитным полем.

Помимо теоретического интереса, поиск частот для синхронной динамики углового момента в ансамбле щелочных атомов может быть использован на практике. Если в паре щелочного металла резко возникает поляризация момента при совпадении частоты ω с частотой ω_A , то газовую ячейку под действием поля (1) имеет смысл рассматривать как чувствительный элемент для задач спектроскопии, магнитометрии и навигации [5,6].

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках Государственного задания (Паспорт No 2019-0903).

ЛИТЕРАТУРА

1. T. Kubo // Appl. Opt. 1972. V.11. I.7. P. 1521-1525

2. C. P. Slichter "Principles of Magnetic Resonance" Springer Berlin, Heidelberg1978

3. W. Happer // Rev. Mod. Phys. 1972. V.44. I.2. P. 169-249

4. В. И. Арнольд "Геометрические методы в теории обыкновенных дифференциальных уравнений (4-е издание)" М.: МЦНМО, 2012

5. Е. Б. Александров, А. К. Вершовский // УФН. 2009. V.179. N.6. P. 605-637

6. M. V. Balabas et al. // Phys. Rev. Lett. 2010. V.105. I.7. P. 070801

Моделирование лазерного нагрева многослойных структур на основе кремния и золота

Шафаревич Ю.В.¹, Федотов А.С.^{1,2} ¹Белорусский государственный университет ²Объединенный институт ядерных исследований uliasafarevic@gmail.com

В настоящее время интерес исследователей привлекает аморфный и микрокристаллический кремний благодаря его широкому применению в электронике, энергетике, медицине и других областях [1]. Получение микро- и нанокристаллического кремния остается трудоемкой задачей. Один из способов создания таких материалов – селективная лазерная кристаллизация тонких пленок аморфного кремния. Такой подход обеспечивает высокую степень химической чистоты образцов и позволяет контролировать объем кристаллизуемой области путем варьирования параметров падающего излучения.

В результате поглощения энергии коротких лазерных импульсов в тонкой пленке аморфного кремния происходит его нагрев и рекристаллизация в участках, где температура достаточно высока.

Цель работы заключается в исследовании влияния параметров лазерного излучения на температурную динамику в пленке аморфного кремния при наличии металлического слоя и при его отсутствии: «тонкая пленка аморфного кремния – кристаллическая подложка» (α-Si – c-Si) и «тонкая пленка аморфного кремния – золотой слой – кристаллическая подложка» (α-Si – c-Si). Золотой слой при этом может играть роль как проводника температуры, снижая длительность процесса, так и активировать металл-ассистированную кристаллизацию [2].



Рис. 1. Схема расчетной области

Задача нахождения температурного поля в веществе описывается неоднородным уравнением теплопроводности с переменными коэффициентами, которое в одномерном случае имеет вид [4]:

$$c(T)\rho(T)\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\lambda(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right) + Q(x,t),$$
(1)

где c – теплоемкость, ρ – плотность, λ – теплопроводность материала, t – время, T – температура, Q – источник.

На границе с воздухом поток тепла определяется законом Стефана-Больцмана:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = \varepsilon \sigma \left(T_{env}^4 T^4\right),\tag{2}$$

где σ – постоянная Стефана-Больцмана, ε – коэффициент серости вещества, T_{env} – температура внешней среды.

На нижнюю границу накладывается условие Дирихле постоянства температуры:

$$T\Big|_{x=l} = T_{env}.$$
(3)

Последнее слагаемое в формуле (1) описывает распределение поглощаемой энергии лазерного излучения в единице объема:

$$Q = \kappa I_0 \frac{t}{\tau_p} \exp\left(-\frac{t}{\tau_p}\right) \exp\left(-\kappa x\right) \left(1 - R_c\right)^{-1}$$
(4)

Решение задачи (1) – (4) отыскивалось методом конечных разностей со стабилизирующим итерационным процессом по значениям температуры на новом слое времени. Конечно-разностная схема имела вид [5]:

$$\rho c \frac{\hat{T}_{i}^{k+1} - T_{i}}{\tau} = \frac{\lambda_{i+1}^{k} (\hat{T}_{i+1}^{k+1} - \hat{T}_{i}^{k+1}) - \lambda_{i-1}^{k} (\hat{T}_{i+1}^{k+1} - \hat{T}_{i-1}^{k+1})}{2h^{2}} + \frac{\lambda_{i+1}^{k} (\hat{T}_{i+2}^{k+1} - \hat{T}_{i-1}^{k})}{2h^{2}} + \frac{\lambda_{i+1}^{k} (\hat{T}_{i+2}^{k+1} - \hat{T}_{i-1}^{k})}{2h^{2}} + \hat{Q}_{i}$$

$$(5)$$

а граничные условия:

$$\frac{\lambda_{\frac{k}{2}}^{k}\left(\frac{T}{2} + 1 - T + \frac{k+1}{1}\right)}{h} + \frac{3\lambda_{\frac{k}{2}}^{k}\left(\frac{T}{2} + 1 - T + \frac{k+1}{0}\right)}{h} = q'$$
(6)

$$\hat{T}_{n}^{k+1} = T_{0}, \tag{7}$$

где индекс *i* отвечает за пространственную координату, индекс k – за номер итерации по температуре для нового временного слоя, \hat{T} – температура на новом временном слое, T –на старом временном слое.

Для решения задачи был написан программный код на Python и Fortran. Примеры рассчитанных профилей распределений температуры при флюенсе 0,01 Дж/см², длительности импульса τ_p 10 нс и длине волны падающего излучения 1064 нм приведены на рисунке 1.



Время, прошедшее от начала нагрева лазерным импульсом: 1 – 1 нс, 2 – 10 нс, 3 – 20 нс 4 – 50 нс, 5 – 200 нс, 6 – 500 нс, 7 – 2 мкс Рис. 1. Распределение температуры в композитах (а) α-Si – c-Si и (б) α-Si – Au – c-Si

Для описания необратимого перехода аморфного кремния в кристаллическое состояние в (1) было добавлено слагаемое Q_{a-c} , которое учитывает затраты теплоты L_{a-c} на кристаллизацию в случае превышения пороговой температуры. Без учета механизма

металл-ассистирования температура перехода при лазерной кристаллизации составляет $T_{a-c} \approx 1100$ K.

Рассчитанная временная зависимость радиуса кристаллизовавшегося материала представлена на рисунке 2. Временная зависимость имеет характер сигмоиды. Переходный участок сигмоиды, который соответствует быстрому росту кристаллической области, занимает около 15 нс ($\approx 1.5\tau_p$), после чего радиус R_{c-Si} выходит на стационарное значение.



1 - 220 мДж/см², 2 - 250 мДж/см², 3 - 280 мДж/см², 4 - 310 мДж/см² Рис. 2. Зависимость радиуса R_{c-Si} кристаллита от (а) флюенса и (б) V_{c-Si} от времени

Разработан подход для вычислительного исследования процесса кристаллизации аморфного кремния при нагреве наносекундными лазерными импульсами. Получено пространственное распределение температуры и доли кристаллизовавшегося кремния в аморфном слое спустя различное время с момента начала нагрева. Установлена монотонная зависимость глубины кристаллизовавшейся области от флюенса облучающего лазера в диапазоне (220 – 310) мДж/см². Известное из литературы пороговое значение флюенса, полученное экспериментально, составляет 0,33 мДж/см².

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Auciello O., Aslam D.M. / J Mater Sci. 2021. Vol. 56, № 12. P. 7171–7230.
- 2. Pereira L. et al // Journal of Non-Crystalline Solids. 2004. Vol. 338–340. P. 178–182.
- 3. Самохвалов Ф.А. и др. // Теплофизика и аэромеханика. 2023. № 2. Р. 381–385.
- 4. Либенсон, М.Н., Е.Б. Яковлев, Г.Д. Шандыбина. Санкт-Петербург: НИУ ИТМО, 2014. 181 с.
- 5. Самарский А.А., Вабищевич М: Едиториал УРСС, 2003. 784 с.

Исследование сингулярности электромагнитного поля в волноводе произвольной формы со входящими рёбрами

А.Н. Боголюбов, И.Е. Могилевский, М.М. Шушарин Кафедра математики физического факультета МГУ имени М.В. Ломоносова nirashush1999@gmail.ru

В связи с широким распространением волноводов в современном мире моделирование волноведущих систем является весьма востребованной задачей. Особый интерес представляют волноводы со сложной формой поперечного сечения, границы которых содержат входящие рёбра. Известно, что вблизи ребра границы электромагнитное поле может иметь особенность, из-за чего сходимость некоторых численных методов ухудшается. Чтобы повысить точность численного счёта необходимо исследовать сингулярность электромагнитного поля теоретически.

В работе исследуется сингулярная часть электромагнитного поля в окрестности ребра регулярного волновода произвольной формы сечения. С помощью метода, впервые предложенного в работах В.А. Кондратьева [1], электромагнитное поле представлено в виде суммы сингулярной части, полученной явно, и гладкой добавки, для которой дана оценка через норму соответствующего функционального пространства. Рассмотрены случаи идеально проводящего и импедансного волноводов с рёбрами на границе, а также волновода с неоднородной диэлектрической вставкой, имеющей ребро на поверхности разрыва параметров среды.

В окрестности ребра граница задаётся в цилиндрической системе координат с осью на ребре зависимостью угловой координаты от радиальной, то есть задача рассматривается в области вида:

$$\Omega = \{ (r, \varphi) \in (0, D] \times [0, 2\pi) \colon \varphi \in (\varphi_1(r), \varphi_2(r)) \}.$$

На функции $\phi_{1,2}$ накладываются следующие ограничения:

$$\varphi_i \in C^2(0, D] \cap C[0, D],$$

$$\varphi_1(0) = 0, \quad \varphi_2(0) = \omega_0 \in (0, 2\pi),$$

$$\varphi'_i = \underline{O}(r^{\alpha - 1}), \quad \varphi''_i = \underline{O}(r^{\alpha - 2}), \quad r \to 0,$$

Где $\alpha > 1$, но в случае условий Дирихле (ТЕ-поляризация) допускается и $\alpha > 0$.

Рассмотрим задачу на собственные моды идеально проводящего волновода. Для ТЕ и ТМ поляризаций, соответственно, задача имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \Delta E + (k^2 - \beta^2)E = 0, \\ E\Big|_{\partial\Omega} = 0, \end{cases} \qquad \begin{cases} \Delta H + (k^2 - \beta^2)H = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega} = 0. \end{cases}$$

Чтобы учесть кривизну границы исследуемая область некомформно отображается в сектор с помощью замены угловой переменной $\Phi = \omega_0 \frac{\varphi - \varphi_1(r)}{\varphi_2(r) - \varphi_1(r)}$. Затем, с помощью срезающей функции $\chi(r) = \begin{cases} 0, \ r < \frac{d}{2} \in C^{\infty}(0, \infty) \text{ переходим от рассмотрения задачи в} \\ 1, r > d \end{cases}$

секторе конечной длины к задаче в бесконечном секторе Ω' .

Перенесём в правую часть уравнения все слагаемые кроме старших производных и обозначим за некоторую неизвестную функцию f. Введём семейство функциональных пространств $V_{\gamma}^{l}(\Omega')$ с нормами:

$$\|f\|_{V^l_{\gamma}(\Omega')}^2 = \sum_{j+k \le l} \iint_{\Omega'} r^{2(\gamma-l+j)} \left| \frac{\partial^{j+k} f}{\partial r^j \partial \Phi^k} \right|^2 r dr d\Phi < \infty.$$

Исходя из некоторых начальных оценок на решение, можно оценить, что правая часть принадлежит пересечению пространств $f \in V_{1-\alpha}^0(\Omega') \cap V_1^0(\Omega')$.

Заменой радиальной переменной $r = e^{-\tau}$ сектор отображается в бесконечную полосу, вдоль которой проводится преобразование Фурье. Одномерная задача для Фурье-образа имеет вид (для TE-поряризации):

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \widehat{E}}{\partial \Phi^2} - \lambda^2 \widehat{E} = \widehat{F} \\ \widehat{E} \Big|_{\Phi=0,\omega_0} = 0, \end{cases}$$

и может быть решена разложением решения в ряд по собственным функциям соответствующей задачи Штурма-Лиувилля:

$$\widehat{E}(\lambda, \Phi) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\widehat{F}_n^s(\lambda)}{\lambda^2 + (\frac{\pi n}{\omega_0})^2} \sin \frac{\pi n \Phi}{\omega_0}.$$

Показано, что Фурье-образ $\hat{E}(\lambda, \Phi)$ является мероморфной функцией в полосе на комплексной плоскости, а значит при проведении обратного преобразования Фурье можно применить основную теорему о вычетах. Таким образом, интегрирование проводится не по действительной оси, а по параллельной ей прямой на комплексной плоскости. Расстояние между этими прямыми зависит от начальной оценки для решения и поведения границы вблизи ребра (для условий Дирихле оно равно $h = \alpha$), оно и определяет число слагаемых в сингулярной части. В свою очередь, интеграл по этой прямой является более гладкой функцией чем решение, а значит вычеты между прямой интегрирования и действительной осью являются сингулярной частью решения. Особенность имеет степенную зависимость от радиальной координаты. В случае условий идеальной проводимости и условий Щукина-Леонтовича показатель степени в сингулярной части может быть получен в явном виде, а для условий сопряжения на поверхности разрыва параметров среды, показатель задаётся алгебраическим уравнением. Например, для условий Дирихле, асимптотическое (по гладкости) представление решения в окрестности ребра границы имеет вид:

$$E(r,\Phi) = \chi(r) \sum_{\substack{0 < \frac{\pi n}{\omega_0} < \alpha}} C_{En} r^{\frac{\pi n}{\omega_0}} \sin \frac{\pi n \Phi}{\omega_0} + R_E(r,\Phi),$$
$$H(r,\Phi) = \chi(r) \sum_{\substack{0 < \frac{\pi n}{\omega_0} < \alpha}} C_{Hn} r^{\frac{\pi n}{\omega_0}} \cos \frac{\pi n \Phi}{\omega_0} + R_H(r,\Phi),$$

где R_E , $R_H \in V_{1-\alpha}^2(\Omega')$ — гладкие добавки.

Полученное представление решения может [2] использоваться для модификации метода конечных элементов, чтобы повысить скорость его сходимости в окрестности рёбер границы волновода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н.Н. Розанов "Оптическая бистабильность и гистерезис в распределенных нелинейных системах" М.: Наука, 1997.

2. D.V. Skryabin et al. // Phys. Rev. E. 1999. V. 60. No 4. P. 3508.

1. В.А. Кондратьев "Краевые задачи для эллиптических уравнений в областях с коническими или угловыми точками" // Труды Московского Математического Общества, т.16, 1967, с. 227-313.

2. А.Н. Боголюбов, А.И. Ерохин, И.Е. Могилевский, М.И. Светкин "Гибридный метод решения уравнения Пуассона в области с металло-диэлектрическими углами" // Вестник МГУ. Серия 3. Физика. Астрономия. 2017. No 1. C. 17-22