НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Анализ динамики основных волновых ритмов головного мозга при	
выполнении когнитивных задач Н.А. Брусинский, А.А. Бадарин, В.М. Антипов, С.А. Куркин	1
Применение метода Галеркина в уравнении Курамото-Цузуки в нейронных сетях	
С.Т. Белякин	3
Искаженная динамическая система с переменным седловым полем А.В. Степанов, С.Т. Белякин	6
Статистические характеристики тока, протекающего через	
полупроводниковую сверхрешетку, при флуктуациях структуры А.О. Сельский, А.А. Короновский, О.И. Москаленко	9
Краткосрочный прогноз, анализ, визуализация пассажиропотока	
московского метрополитена	
И.А. Кочетов	11

Анализ динамики основных волновых ритмов головного мозга при выполнении когнитивных задач.

Н.А. Брусинский, А.А. Бадарин, В.М. Антипов, С.А. Куркин

Центр нейротехнологий и машинного обучения, Балтийский федеральный университет им. И. Канта

nikita@brusinskii.ru

Изучение принципов и закономерностей работы головного мозга является одним из наиболее важных и востребованных направлений научных исследований в настоящее время. Так, понимание процессов, лежащих в основе работы головного мозга может помочь выявить причины и способы лечения различных нейродегенеративных заболеваний таких как болезнь Альцгеймера, биполярное расстройство, эпилепсия и многих других [1]. Кроме того, изучение принципов работы головного мозга потенциально может помочь улучшить качество обучения и понимания информации, это в свою очередь может привести к развитию новых методов обучения и улучшению качества образования[2]. Настоящая работа посвящена поиску биомаркеров на основе анализа электрической активности головного мозга, отражающих эффективность выполнения различных когнитивных задач. Проанализирована электрическая активность головного мозга при выполнении задач на визуальный поиск, рабочую память и ментальную арифметику.

С этой целью, проведен нейрофизиологический эксперимент, в котором принимали участие дети 8-9 лет (всего 27 человек).

Эксперимент состоял из 3-х частей, проверяющих способность испытуемого справляться с различными видами когнитивной нагрузки. Блок заданий на рабочую память проверял способность испытуемого запоминать объекты и извлекать их из памяти. Задание на визуальный поиск тестировало умение находить интересующий объект среди других объектов, а задание на ментальную арифметику – абстрактное мышление.

В процессе эксперимента проводилась регистрация сигналов ЭЭГ с 64 каналов, электроды размещались по международной схеме «10-10».

Полученные сигналы были разбиты на временные интервалы, соответствующие выполнению одного задания. В каждом интервале была проанализирована динамика основных ритмов головного мозга (альфа, бета, дельта, тета). Для выделения энергии сигнала в данных диапазонах было использовано вейвлетное преобразование. Заключительным этапом расчётов был расчёт дисперсии полученных значений энергии в данных интервалами.

Проведен статистический и корреляционный анализ. Исследована динамика мозговой активности с течением эксперимента, а также её взаимосвязь с временем

отклика и частотой правильных ответов. В частности, на рис.1 приведены результаты анализа корреляций дисперсий в альфа-диапазоне (8-14 Гц) и временем отклика.



Рис.1 Корреляция дисперсии альфа-ритмов в канале FT10 и времени отклика при выполнении задания на визуальный поиск. r = -0,69, p <0,001.

Таким образом, в ходе анализа экспериментальных данных был обнаружен биомаркер, связанный с эффективностью выполнения когнитивных задач, что может быть использовано для прогнозирования когнитивных характеристик человека, испытываемой когнитивной нагрузки и персонализации траектории обучения.

Разработка парадигмы и проведение эксперимента выполнены при поддержке программы «Приоритет-2030», анализ данных поддержан грантом Президента Российской Федерации (грант МД-590.2022.1.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Stoyanov et al. // International Journal of Environmental Research and Public Health, 2022, V. 19(21), P. 14045.

2. А.Н. Писарчик и др.// Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика, 2023, V. 31(2), Р. 202-224.

Применение метода Галеркина в уравнении Курамото-Цузуки в нейронных сетях

С.Т. Белякин

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики <u>belyakin1962@mail.ru</u>

В данной работе мы используем динамическую солитонную модель, учитывающую условия хиральности в активных и пассивных нейронных сетях. На основе этой модели, предполагается изучение состояния сети. Термин, нейронные сети относится к сетям нейронов в мозге млекопитающих. Нейроны являются его основными вычислительными единицами и в мозгу они объединены в сеть для обработки данных. Это очень сложная задача, поэтому динамика нейронных сетей в мозге млекопитающих в ответ на внешние раздражители может быть довольно сложной [1–3]. Для решения, таких ассоциативных задач, могут хорошо работать искусственные нейронные сети, когда новые наборы данных подчиняются тем же принципам, что и обучающие данные [4].

В качестве математической модели используем уравнение Курамото-Цузуки [5]: $\dot{x} = ax(2(1-x-y) - y(\cos \Theta + k_2 \sin \Theta)),$

$$\dot{y} = by((1 - 2x - \frac{3}{4}y) - x(\cos\Theta - k_2\sin\Theta) - k^2),$$

$$\dot{\Theta} = k_2(2x - \frac{1}{2}y) + (2x + y)\sin\Theta + k_2(2x - y)\cos\Theta + 2k_1k^2,$$

$$u_1 = xyshxshy\sin\Theta\cos\Theta,$$

(1)

 $u_2 = xyshxshy\sin\omega t\cos\omega t.$

На Рис. 1. представлено состояние гиперболического хаоса:



Рис. 1. Представлены временные x/t, y/t и фазовый y/x портреты, временные u_1/t , u_2/t и фазовый u_2/u_1 портреты солитонов при: a = 1, b = 2, k = 1, $k_1 = 7$, $k_2 = -6$.

Состояние активного нейрона в возбужденном состоянии, которое обладает хаотическим аттрактором, может быть представлено уравнением (1), при данных параметрах рис. 1.

На Рис. 2. представлено состояние с простым стационарным предельным циклом:

Рис. 2. Представлены временные x/t, y/t и фазовый y/x портреты, временные u_1/t , u_2/t и фазовый u_2/u_1 портреты солитонов при: $a = 1, b = 2, k = 1, k_1 = 3, k_2 = -4$.

Состояние активного нейрона в невозбужденном состоянии, которое обладает простым стационарным предельным циклом, может быть представлено уравнением (1), при данных параметрах рис. 2.

Представленные состояния в рис. 1. и рис. 2. могут быть использованы для описания состояния активного нейрона в возбужденном или невозбужденном состоянии при положительной хиральности.

При изменении знака в параметрах (*a*, *b*) получаем отрицательную хиральность, в таком состоянии система представляет собой хаотическую не имеющую периодичности затухающую пульсацию.

Для анализа неравновесных процессов, возникающих в физических средах, системах типа «реакция — диффузия», активных биологических средах и других распределенных системах в малой окрестности точки бифуркации потери устойчивости пространственно-однородного равновесия, часто используется уравнение Курамото—Цузуки (Гинзбурга—Ландау). Уравнение Курамото—Цузуки, часто использующееся для анализа неравновесных процессов вблизи точки бифуркации пространственно-однородного равновесия объектом, требующим самостоятельного анализа. В настоящей работе предпринята попытка использование аттрактора в этого уравнения, для решения некоторых задач для нейронных сетей.

Численное решение данного уравнения невозможна, поэтому строились временные портреты производных для нахождения точки бифуркации данного уравнения. Такая точка была найдена ($a = 1, b = 2, k = 1, k_1 = 1.21, k_2 = -4.6$). Данное состояние одиночное импульсное релаксационное (одиночный солитон).

На Рис. 3. Представлено релаксационное состояние:



Рис. 3. Представлены временные x/t, y/t и фазовый y/x портреты, временные u_1/t , u_2/t и фазовый u_2/u_1 портреты солитонов при: $a = 1, b = 2, k = 1, k_1 = 1.21, k_2 = -4.6$.

Данное уравнение Курамото—Цузуки (Гинзбурга—Ландау) отвечает необходимым условиям для изучения поведения активных биологических сред, к которым и относятся нейронные сети.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. S.T. Belyakin et al. // J. of Nanosciences Research & Reports. 2020. V. 2. No 4. P. 1.
- 2. S.T. Belyakin et al. //Ad. in Nanoscience & Nanotechnology J. 2019. V. 3. No 3. P. 1.
- 3. S.T. Belyakin et al. // Global Journal of Nanomedicine. 2020. V. 33. No 3. P. 001.
- 4. W. Metzner et al. // Journal of Experimental Biology. 1999. V. 202. No 10. P. 1267.
- 5. Y. Kuramoto // Supplement of the Progress of Theoretical Phys. 1978. No 64. P. 346.

Искаженная динамическая система с переменным седловым полем

С.Т. Белякин¹, А.В. Степанов²

¹ Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра общей физики ² Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра физики колебаний

belyakin1962@mail.ru abcnoise@yandex.ru

Уже давно установлено, что неустойчивые динамические системы могут приобретать устойчивые состояния при периодическом внешнем воздействии. Классическим примером является движение тяжелого тела по гладкой поверхности седлообразной формы, которая приводится во вращение [1-3]. Линеаризованные уравнения системы имеют вид:

 $x'' + x \cdot cos\omega t + y \cdot sin\omega t = 0,$

 $y'' + x \cdot \sin 2\omega t - y \cdot \cos \omega t = 0.$

Подобные, более сложные системы исследуются в нелинейной динамике (см., например, [4,5] и ссылки в этих работах). Основной интерес представляют задачи удержания заряженных частиц в переменном поле, ионных ловушках Пауля. Траектории движения в таких системах имеют сложный характер, однако устойчивость сохраняется в широком диапазоне частоты изменения поля.

(1)

Представляет интерес вопрос о том, насколько характер кривизны поля и вид периодического воздействия критичны для динамической устойчивости. С этой целью на основе (1), без рассмотрения ее физической реализуемости, рассмотрена искаженная модель системы. Во-первых, сделана кубическая кривизна поля ускорений. Поверхности кубического типа обычно используются в теории бифуркаций [6-8]. Во-вторых, в одном из уравнений исключена одна из квадратурных компонент переменного воздействия. Общий вид получившейся системы:

 $\begin{aligned} x'' &= -a_1 x (x^2 - 3y^2) \cdot \cos 2\pi nt + b_1 y (y^2 - 3x^2) \cdot \sin 2\pi t, \\ y'' &= y \{ (3b_2 - a_2)y^2 + (3a_2 - b_2)x^2 \} \cdot \cos 2\pi nt. \end{aligned}$

(2)

Здесь a и b - параметры кривизны поля, n – определяет частоту изменения поля во времени: $\omega = 2\pi n$.

Далее представлены результаты моделирования для $a_1 = a_2 = b_1 = b_2 = 4$. Типичное время движения составляло t = (0...750). Исследовались фазовые траектории в координатах (x,x'), (y,y'), (y',x') и (y,x), где ' обозначает производную по времени.

На Рис. 1. показаны различные фазовые портреты системы при частоте n = 1. Все фазовые портреты показывают, что движение системы устойчиво.



Рис.1. Фазовые портреты для частоты n = 1.

Фазовый портрет (у,х) имеет наиболее простой вид: система движется сложным образом в относительно небольшой окрестности прямой линии. Другие фазовые портреты более ясно показывают сложный характер движения. Вместе с тем они демонстрируют вполне выраженную симметрию с двумя центрами движения. Спиральные фокусы с координатами y'₀ = 0.01, x'₀ = 0.01 хорошо видны на фазовом портрете (y',x'), а фазовые портреты (y',y) и (x',x) имеют аттрактор с двумя раздельными областями.

Динамика фазового портрета (у,х) при увеличении частоты изменения поля n представлена на Рис.2.



Рис.2. Фазовые портреты (у,х) для различной частоты *n*.

При частоте n = 2 сохраняется движение с фазовой траекторий, сложно «наплетенной» на прямой отрезок. При частоте n = 4 становится заметной бифуркация на две области, а при увеличении частоты до значений n = 8 и n = 16 прослеживается разбиение на три и большее число областей.

Устойчивые аттракторы существуют не для произвольных значений частоты изменения поля. При n = 36 и n = 48 еще сохраняется устойчивый фазовый цикл. При увеличении частоты до n = 56 начинается потеря устойчивости, а при значении n = 64 происходит хаотическая потеря устойчивости системы. При еще большем увеличении частоты до значений n = 72, n = 96 система также является неустойчивой, и фазовые траектории довольно быстро уходят в бесконечность.

Результаты моделирования показывают, что достаточно сильно искаженная система седлообразного вида в определенном диапазоне частоты сохраняет динамическую устойчивость. С увеличением частоты происходят последовательные бифуркации, фазовые траектории становятся хаотическими, и наконец система теряет устойчивость.

Выбор различных координат фазового пространства позволяет яснее рассмотреть отдельные детали динамики движения. Пример такого сложного движения показан на Рис.3.



Рис.3. Фазовые портреты для частоты n = 32.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. L. E. J. Brouwer // N. Arch. v. Wisk. 1918, v.2, p.407.
- 2. L. E. J. Brouwer // in Collected Works, II, edited by H. Freudenthal. 1975, p. 665.
- 3. O. Bottema //Z. Angew. Math. Phys. 1976, No.27, p.663.
- 4. O.N. Kirilov // Phys. Lett. A. 2011. No 375. p. 1653.
- 5. O.N. Kirilov // American Journal of Physics. 2016. No 84. p. 26.
- 6. I. Hoveijn, et al // J. Angew. Math. Phys. 1995. No 46. p. 384.
- 7. F. Verhulst // J. Angew. Math. Phys. 2012. No 63. p. 727.
- 8. С.П. Кузнецов // Детерминированный хаос. 2010. т. 18. № 5. стр. 80.

Статистические характеристики тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, при флуктуациях структуры

А.О. Сельский, А.А. Короновский, О.И. Москаленко

Институт физики, Саратовский Государственный Университет имени Н.Г. Чернышевского selskiiao@gmail.com

В настоящий момент электроника, способная работать в субтерагерцовом и терагерцовом диапазоне, приобретает все большее значение во многих областях науки [1]. Основными направлениями при этом являются создание устойчивых каналов связи приборами межли различными И терагерцовая спектроскопия [2-4]. Полупроводниковые сверхрешетки представляют собой многослойную структуру из различных полупроводниковых материалов, подобранных таким образом, чтобы формировать определенную конфигурацию разрешенных и запрещенных узких энергетических зон [5]. При приложении к полупроводниковой сверхрешетке достаточно высокого напряжения можно наблюдать генерацию колебаний тока, частота которых достаточна для достижения субтерагерцового/терагерцового диапазона при работе с высшими гармониками [6, 7]. В этом случае при формировании гетероструктуры неизбежно возникают пространственные неоднородности решетки (например, случайные флуктуации ширины проводящей минизоны [8]), влияющие на ток, протекающий через полупроводниковую структуру. В настоящей статье рассматривается как флуктуации ширины проводящей минизоны влияют на средние характеристики тока, протекающего через сверхрешетку.

Ток, протекающий через полупроводниковую решетку, рассчитывается из решения следующей системы уравнений [2]:

$$e\Delta x \frac{dn_m}{dt} = J_{m-1} - J_m, \quad m = 1 \dots N,$$

$$F_{m+1} = \frac{e\Delta x}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} (n_m - n_D) + F_m, \quad m = 1 \dots N,$$

$$J_m = en_m v_d (\overline{F_m}),$$
(1)

где n_m - концентрация в *m* слое; J_m – плотность тока, протекающая через границу *m* слоя; F_m - напряженность электрического поля в *m* слое; $\Delta x = 0.24$ нм – ширина элементарного слоя; *e* - заряд электрона; *N* - количество дискретных слоев; $n_D = 3 \cdot 10^{22}$ м⁻³ - равновесная концентрация электронов; ε_0 и $\varepsilon_r = 12.5$ - абсолютная и относительная электрические проницаемости; $v_d(\overline{F_m})$ - зависимость дрейфовой скорости от напряженности электрического поля, рассчитываемая по формуле Эсаки-Тсу [1]. Именно в дрейфовой скорости изменение ширины проводящей минизоны оказывает влияние на динамику электронов в сверхрешетке.

Для того чтобы изучить влияние изменений ширины проводящей минизоны на ток, необходимо рассмотреть, как сильно при введении флуктуаций изменяется форма среднего тока и амплитуда его колебаний. Для решения этой задачи мы определяли флуктуации ширины запрещенной зоны случайным образом для каждого слоя сверхрешетки. Максимальная величина на которую могла измениться ширина запрещенной зоны в безразмерных переменных выступала некоторым эффективным уровнем шума, если флуктуации структуры решетки рассматривать как некоторое внешнее шумовое воздействие. Для каждого уровня шума были рассчитаны пятьдесят случайных распределений флуктуаций решетки. При расчете зависимости среднего тока от напряжения и амплитуды колебаний тока они сравнивались с аналогичными зависимостями без введения флуктуаций и считалось интегральная разница формы среднего тока и амплитуды колебаний. Таким образом, стало возможным по пятидесяти случайным конфигурациям флуктуаций в решетке построить статистические закономерности для этих величин при различных уровнях шума, как показано на рисунке 1.



Рис. 1. Статистические зависимости разниц амплитуды (*a*) колебаний тока и формы (*б*) зависимости среднего тока от напряжения при различных значениях уровня шума. Случай без магнитного поля.

Видно, что среднее значение амплитуды с ростом уровня шума увеличивается, также растет и разброс амплитуд. Медиана всегда лежит ниже среднего значения амплитуды. Форма тока изменяется не так сильно. Медиана и среднее почти всегда лежат на одном уровне, разброс симметричен.

Результаты исследования показывают, что разброс амплитуды колебаний тока, протекающего через полупроводниковую сверхрешетку, существенно зависит от флуктуаций ширины проводящей минизоны. Предсказать значение амплитуды становится сложнее, если флуктуации сильнее, а форма распределения у них несиммуричная. Форма зависимости среднего тока от напряжения не так сильно зависит от данных флуктуаций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации (проект СП-497.2021.5).

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Esaki L., Tsu R. // IBMJ. Res. Develop. 1970. V. 14. P. 61.
- 2. Wacker A. // Phys. Rep. 2002. V. 357. P. 1.
- 3. Greenaway M. T., et. al. // Phys. Rev B. 2009. V. 80. P. 205318.
- 4. Alexeeva N., et. al. // Phys. Rev. Lett. 2012. V. 109. P. 024102.
- 5. Selskii A. O., et. al. // Phys. Rev B. 2011. V. 84. P. 235311.
- 6. Сельский А. О., и др. // ЖТФ. 2015. Т. 85. № 4. С. 62.
- 7. Сельский А. О., и др. // Письма в ЖТФ. 2017. Т. 43. № 20. С. 3.

8. Баланов А. Г., и др. // Известия Российской академии наук. Серия физическая. 2017. Т. 81. № 1. С. 50-54.

Краткосрочный прогноз, анализ, визуализация пассажиропотока московского метрополитена

И.А. Кочетов *МГУ имени М. В. Ломоносова* kochetov.iljja@physics.msu.ru

Анализ и прогнозирование пассажиропотока метрополитена являются важными практическими задачами, для решений которых могут использоваться современные вычислительные алгоритмы и технологии. В настоящей работе мы использовали, в частности, метод k-ближайших соседей для краткосрочного прогнозирования.

Российский университет транспорта предоставил данные о проходах через турникеты московского метрополитена за февраль 2020-го года. Эти данные были проанализированы, сгруппированы по дням (и по часам), а также по вестибюлям. Результаты этой визуализации можно увидеть на первом рисунке.



Рис. 1. Проходы через вестибюли метро по часам за февраль 2020 года

Были обнаружены аномальные случаи. Например, почти во всех вестибюлях среднее число проходов в выходные меньше, чем в будние. Только в двух вестибюлях наблюдается обратная ситуация (ЦСКА2 Большой кольцевой линии и станция ВВЦ монорельса). Возможное объяснение такое: в выходные люди ездят на спортивные мероприятия на стадион, а на монорельсе люди катаются в выходные в качестве отдыха.

Каждый будний день мы видим два пика — утром и вечером, причем на некоторых станциях пик утром (Комсомольская Кольцевой линии, Угрешская МЦК), а на других — пик вечером (Бауманская Арбатско-Покровской). Видна разница между выходным и будним днём. В выходной поток более размазан, в будние же наблюдается два чётких пика. Причем утренний пик более сконцентрирован.

Также в данной работе был дан краткосрочный прогноз по проходам на конкретное время и конкретный день методом k-ближайших соседей и сравнение этого прогноза с реально наблюдаемыми данными.

Для начала необходимо выбрать обучающую выборку. Была выбрана одна Сокольническая линия.

Для краткосрочного прогнозирования методом k-ближайших соседей необходимо выбрать также признаки, используемые в алгоритме.

В качестве признаков, от которых зависит данное значение (конкретное время/день и конкретная станция), были выбраны пять значений - соседние станции в это же время и в этот же день (два значения), а также значения пассажиропотока данной станции и двух соседних станций в это же время, но день назад.

Это действие основано на предположении, что если на одной станции возникнет повышенный пассажиропоток (например, после окончания какого-нибудь крупного спортивного или культурного мероприятия), то на двух соседних станциях тоже будет наблюдать повышенный пассажиропоток. Также вполне логичным является учёт данных за предыдущий день.

Как итог работы, было произведено сравнение прогнозируемого и реально наблюдаемого пассажиропотока для временного промежутка 2020-03-01 00:00-01.00 и для девятнадцати станций Сокольнической линии (от Преображенской Площади до Прокшино, с пропусками некоторых аномальных станций). Результаты представлены на втором рисунке.

Средняя абсолютная ошибка при k=2 составила 11.03, а при k=3 она равняется 13.3. Средняя квадратичная ошибка при k=2 составила 1331.5, а при k=3 она равняется 1793.5.



Рис. 2. Сравнение прогнозируемого и наблюдаемого пассажиропотока для 19-ти станций (при двух значениях параметра k)

ЛИТЕРАТУРА

1. М. Н. Некрапленная, Д. Е. Намиот // International Journal of Open Information Technologies. 2019. Т. 7. № 7. С. 68-80.

2. О. Н. Покусаев, Д. Е. Намиот, А. Е. Чекмарев // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9, № 7.

3. С. А. Медведенко, Д. Е. Намиот // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9. № 6.