

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ И ТЕЧЕНИЯ

Периодические течения в жидкостях: волны и лигаменты <i>Ю.Д. Чашечкин</i>	1
Регистрация коротких капиллярных волн в течениях импакта капли <i>А.Ю. Ильиных</i>	2
Течения и внутренние волны в Черной губе Кандалакшского залива <i>К.А. Левонян, И.Н. Иванова, А.А. Будников, А.С. Сергеев</i>	6
Доступная поверхностная потенциальная энергия в линейных и нелинейных волнах на поверхности несжимаемой жидкости <i>К.Ю. Лапина</i>	8
Использование геометрических свойств трех инвариантов в волновых задачах гидродинамики и электродинамики <i>В.М. Овсянников</i>	11
Трансформация нелинейных групп волн на поверхности воды при быстром изменении условий распространения <i>А.В. Слюняев, Ю.А. Степанянц, Г. Дукрозет</i>	15
Инструментальная регистрация морских волн у о-ва Сахалин: волновой климат, физические параметры, волны-убийцы <i>А.В. Кокорина, А.В. Слюняев, А.И. Зайцев, Е.Г. Диденкулова, А.А. Москвитин, О.И. Диденкулов, Е.Н. Пелиновский</i>	17
Поверхностные волны в концентрационно стратифицированной вязкой жидкости <i>А.А. Очиров</i>	19
Распространение цилиндрических волн на поверхности вязкой, нестратифицированной жидкости <i>С.В. Ходырев</i>	23
О влиянии вязкости на пороговое значение амплитуды вертикальных вибраций, вызывающих рябь Фарадея на заряженной поверхности жидкости <i>Д.Ф. Белоножко</i>	26
Затухание гравитационных волн на фрагментированном льду. Натурный эксперимент и численное моделирование <i>Г.Е. Хазанов, С.А. Ермаков, В.А. Доброхотов</i>	29

Потенциал морских навигационных радаров X-диапазона для измерения ветровых волн в открытом океане: разработка и валидация SeaVision

Н.Д. Тилинина, Д.В. Ивонин, А.В. Гавриков, В.Д. Шармар, С.К. Гулев, М.А. Криницкий, Е.А. Ежова, А.И. Суслов, В.А. Фадеев, С.А. Баргман, Б.С. Трофимов, А.В. Соколов.....32

Формирование и эволюция крупномасштабных вихревых структур в аккреционных дисках вокруг нейтронных звёзд

З.Д. Ливенец, А.Ю. Луговский.....34

Периодический режим потока сальтации в условиях неоднородности микрорельефа поверхности

Е.А. Малиновская, Г.И. Горчаков, А.В. Карпов, Л.О. Максименков, О.И. Даценко.....36

О модуляции гравитационно-капиллярных волн внутренней волной

В.А. Доброхотов, С.А. Ермаков, И.А. Сергиевская.....40

Периодические течения в жидкостях: волны и лигаменты

Ю.Д. Чашечкин

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

Волны, параметры структуры которых (длина λ , волновой вектор \mathbf{k}) связаны с локальной частотой ω изменения свойств среды функциональным соотношением $\omega = \omega(\lambda)$ или $\omega = \omega(\mathbf{k})$, изучаются во всех разделах физики. В механике жидкостей, где механизмы передачи и быстрой конверсии неравномерно распределенной доступной потенциальной внутренней энергии формирует тонкую структуру течений, волны изучаются с сопутствующими лигаментами, образующими тонкие волокна и прослойки. Классификация периодических течений включает инерционные, гравитационные, капиллярные, акустические, электромагнитные ударные и гибридные волны. Традиционно, начиная с первых работ Даламбера, каждый вид волн изучается независимо, на основе специализированных уравнений. В жидкости, где формы течений сосуществуют и взаимно взаимодействуют, изучение периодических течений, включающих собственно волны и сопутствующие компоненты, проводится на основе системы фундаментальных уравнений, включающей уравнения переноса импульса, энергии, вещества, а также уравнения состояния для потенциала Гиббса и его производных – плотности, температуры, концентрации растворенных веществ [1].

Дисперсионные соотношения для инфинитезимальных волн и лигаментов в толще неоднородных жидкостей приведены в [2]. Экспериментальные исследования картины распространения периодических и присоединенных внутренних волн, сопутствующих лигаментов, образующих тонкую структуру течений в непрерывно стратифицированной среде, выполнены на стендах УИУ «ГФК ИПМех РАН» [3]. Прослежено действие механизмов трансформации внутренней энергии, вызывающих обострение первоначально слабых градиентов плотности в оболочках призматического следа за горизонтально движущейся сферой, изменение его формы с увеличением скорости тела [4]. Свойства двумерных инфинитезимальных периодических течений на плоской поверхности жидкости вязкой жидкости изучены методами теории сингулярных возмущений. Групповая и фазовая скорости волн и лигаментов рассчитаны в [5]. Дисперсионное соотношение для течений в вязкой однородной жидкости в диапазоне гравитационно-капиллярных волн получено в [6]. Поверхностные волны в невязкой стратифицированной жидкости рассмотрены в [7]. В предельных случаях полученные выражения равномерно переходят в известные дисперсионные соотношения для идеальной однородной жидкости. Акустические и капиллярные волны импакта капли исследованы в [8].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 19-19-00598-П). Эксперименты проведены на стендах УИУ «ГФК ИПМех РАН».

ЛИТЕРАТУРА

1. Y.D Chashechkin // Axioms. 2021. V. 10. Iss.4. 286.
2. Y.D Chashechkin // Math. Model. Nat. Phenom. 2018. V. 13. No. 2. P. 1.
3. Сайт: <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/#equip>.
4. Y.D Chashechkin // Symmetry 2022, 14(6), 1278.
5. Y.D Chashechkin et al. // Axioms. 2022. V. 11(8), 402.
6. Кистович А.В. et al. // Изв. РАН. Физ. атмосфер. океана. 2007. Т. 43. № 1. С. 109..
7. Очиров А.А. et al. // Изв. РАН. Физ. атмосфер. океана. 2022. Т. 58, № 5. С. 524.
8. Ю.Д.Чашечкин // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Ест. науки. 2021. № 1(94). С. 73.

Регистрация коротких капиллярных волн в течениях импакта капли

А.Ю. Ильиных

*Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН)
пр. Вернадского, д.101, к.1, г. Москва
ilynykh@ipmnet.ru*

Импакт капли, как совокупность акустических, гидродинамических и термодинамических процессов, сопровождающих слияние падающей капли со слоем принимающей жидкости, представляет отдельный интерес для теоретического, численного и экспериментального исследования, что обусловлено широкой распространенностью явления во многих технологических, технических и природных процессах. Капельные технологии используются в химической, нефтехимической и биохимической промышленности, в системах охлаждения, пожаротушения и для профилактики возгораний [1]. Большое внимание уделяется анализу механизмов эрозии, капельного обмена минеральными и органическими веществами, биоматериалами (вирусами, микробами) между атмосферой и гидросферой [2], механизмам перемешивания и разделения веществ в фармакологических задачах.

Процесс слияния капли с принимающей жидкостью сопровождается набором структурных компонентов течений относительно крупномасштабных, визуализированных еще в ранних работах (корона, всплеск или обратная струя, каскады вихревых колец, вторичные капли), так и мелкомасштабных (пелена мелких струек и брызг, короткие капиллярные волны, лигаменты). Набор компонентов, их геометрические и физические параметры зависят от режима импакта, который задается параметрами задачи (энергетикой капли, физическими и термодинамическими параметрами сред) [3]. Генерация групп коротких капиллярных волн на всех структурных элементах наблюдалась в течение всего процесса.

Цель работы – регистрация волн капиллярного масштаба, образующихся на разных стадиях погружения капель чистой и подкрашенной чернилами воды в глубокую воду, их классификация и геометрические параметры, анализ механизмов образования в зависимости от режима импакта. Эксперименты проводились методами фото- и высокоскоростной видеорегистрации с учетом собственных масштабов задачи в широком диапазоне параметров. Опыты выполнены на стенде ТБП, входящем в состав комплекса «УСУ ГФК ИПМех РАН».

Система уравнений задачи включает начальные и граничные условия, уравнения переноса массы, импульса и энергии, потенциал Гиббса с дополнительными компонентами для поверхностного и приповерхностного слоев [4]. Механизмы переноса включают вихри, волны и лигаменты – нити, связывающие волны и вихри. Рассматриваются макроскопические механизмы переноса энергии течением со скоростью u и волнами с групповой скоростью c_g , а также микроскопический атомно-молекулярный перенос, как медленный диссипативно-диффузионный, так и быстрый, при уничтожении свободных поверхностей сливающихся жидкостей и конверсии доступной потенциальной поверхностной энергии (ДППЭ) в другие формы [5].

В волнах параметры локальной временной изменчивости (частота ω) и мгновенной пространственной структуры физических полей (волновое число k или длина волны λ), связаны дисперсионным соотношением $\omega = \omega(\mathbf{k}, \mathbf{A}\mathbf{k}, \mathbf{k}^2 \dots)$, включающим в себя амплитуды возмущений A [5]. Дисперсионное соотношение для случая коротких длин волн (порядка нескольких сантиметров и менее) на границе воздух-вода [6] записывается в виде

$$\omega = \pm \sqrt{k^3 \sigma / \rho} \text{th } kH .$$

Фазовая скорость капиллярных волн $c^2 = \omega^2/k^2$ для глубокой жидкости ($thkH = 1$)

$$c = \sqrt{2\pi\sigma/(\rho\lambda)}.$$

В число размерных параметров задачи входят условия эксперимента (диаметр $D \sim 0.5$ см и высота $h = 1 \div 200$ см падения капли (скорость в момент контакта $U = 0.34 \div 4.3$ м/с), ускорение свободного падения g и физические свойства взаимодействующих сред: плотности $\rho_{d,t,e}$ кинематические $\nu_{d,t,e}$ и динамические $\eta_{d,t,e}$ вязкости, коэффициенты поверхностного натяжения σ_d^a , σ_t^a и их отношения, где индекс d соответствует капле, t – принимающей жидкости, e – среде, в которой происходит взаимодействие (воздух). В работе оценивались кинетические $E_d = MU^2/2$ и поверхностные $E_\sigma = \sigma S_d$ энергии каплей, их плотности и отношения.

Поверхностная энергия, обусловленная анизотропией действия атомно-молекулярных сил на контактных границах, равномерно распределена в тонком шаровом слое толщиной $\delta_\sigma \sim 10^{-6}$ см (размер молекулярного кластера). При контакте за время $\Delta t_s \sim 10^{-10}$ с происходит уничтожение поверхностного слоя $\delta_s \sim 10^{-8}$ см, а затем – приповерхностных слоев на масштабе δ_σ за время $\Delta t_\sigma = \delta_\sigma/U \sim 10^{-8}$ с. Из выражения для потенциала Гиббса $dg_s = -sdT + VdP + \sigma dS_b + \mu_n dN_n$ исчезают дополнительные члены σdS_b и $\mu_n dN_n$ [7], связанные с поверхностной энергией и химическим потенциалом. Отношение поверхностной и кинетической энергий E_R – небольшая величина, в то время как отношение плотностей энергий ввиду тонкости поверхностного слоя имеет значение $W_R \sim 10^3 \div 10^4$.

Выделяемая при импакте энергия расходуется в том числе и на образование новых компонентов течений, набор которых зависит от режима течений. Отношение кинетической и потенциальной энергии удобно использовать в качестве критерия режима течения: интрузивный для $E_k < E_\sigma$ и режим всплеска при $E_k > E_\sigma$ [8]. Для каждого режима импакта капли проводится своя классификация наборов капиллярных волн. Общими для двух режимов являются капиллярные волны и объемные осцилляции первичной капли, генерируемые при отрыве капли от сопла дозатора.

Для интрузивного режима (скорости в момент контакта $U = 0.34 \div 1$ м/с) характерно формирование в принимающей жидкости сплошного объема капельной жидкости в форме линейно погружающегося кольцевого вихря (интрузии), формирование каверны начинается с задержкой порядка 10-15 мс [8]. В данном режиме наблюдается два типа капиллярных волн: 1. Кольцевые капиллярные волны на поверхностях первичной капли (длиной $\lambda_c = 1 \div 6$ мм) и принимающей жидкости (длиной до $\lambda_c = 12$ мм) при контакте (рис. 1, а). Энергии (скорости) диска на контактных границах, связанного с энергонасыщенным слоем, недостаточно для формирования пелены брызг, и диск переходит в область развития капиллярных волн на поверхности погружающейся капли (рис. 1, б).

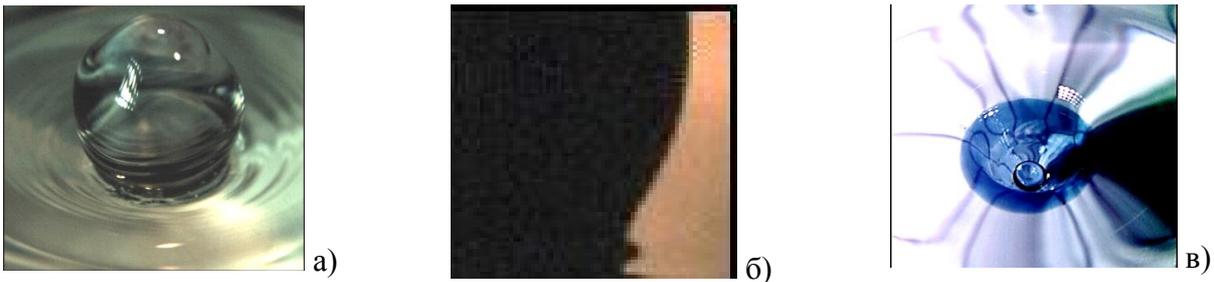


Рис. 1. Капиллярные волны импакта капли воды (а) и слабого раствора ализариновых чернил (б, в) с глубоким слоем чистой воды в режиме интрузии

2. При контакте последующих капель, сформированных в области контакта из вещества первичной капли при том же механизме генерации капиллярных волн (рис. 1, в).

В режиме всплеска тонкая пелена брызг, вылетающая из области слияния жидкостей, формирует венец над уровнем невозмущенной поверхности принимающей жидкости. Ниже развивается каверна со стремительно истончающимся переходным слоем на дне. Для смешивающихся жидкостей экспериментально отмечен дискретный характер распределения вещества капли по поверхности каверны, в форме тонких волокон – лигаментов, которые образуют вертикальную линейчатую картину распределения на венце и сетчатую с трех-, четырех- и пятиугольными ячейки на каверне [9]. Из узлов сетчатого рисунка в принимающую жидкость втекают мелкие окрашенные вихорьки, трансформирующиеся в двойные петли при схлопывании каверны и росте обратной струи. Классификация капиллярных волн в данном режиме включает значительно большее число компонентов.

1. На поверхности капли при контакте также могут наблюдаться капиллярные волны ($\lambda_c \sim 0.1$ мм), однако образованы ударом коротких быстрых струй, вылетающих из области контакта в погружающуюся каплю (рис. 2, а). Критерий образования волн данного типа – относительная разность коэффициентов поверхностного натяжения контактирующих сред $R_c = (\sigma_t - \sigma_d) / (\sigma_t + \sigma_d) \leq 0$.

2. Сверхкороткие кольцевые капиллярные волны образуются на временах порядка 0.2-0.5 мс от контакта на дне каверны (на границе сливающихся жидкостей по линии контакта) с длиной $\lambda_c \sim 0.1$ мм (рис. 2, а).

3. Волны на поверхности растущего и спадающего венца, длина которых растет по мере эволюции венца. Их длина в данных опытах составляла $\lambda_c \approx 0.5 \div 1$ мм (рис. 2, б)

4. Система кольцевых капиллярных волн движется по поверхности принимающей жидкости радиально от области слияния жидкостей так же, как и в интрузивном режиме [10].

5. Более длинные волны $\lambda_c = 6 \div 10$ мм на поверхности схлопывающейся каверны ускоряют продвижение в толщу принимающей жидкости вихорьков, образованных в местах пересечения лигаментов сетчатого рисунка распределения вещества капли по деформированной поверхности принимающей жидкости (рис. 2, в). Наибольшие угловые и линейные трансформации вихревых петель происходят на гребнях волн каверны [11].

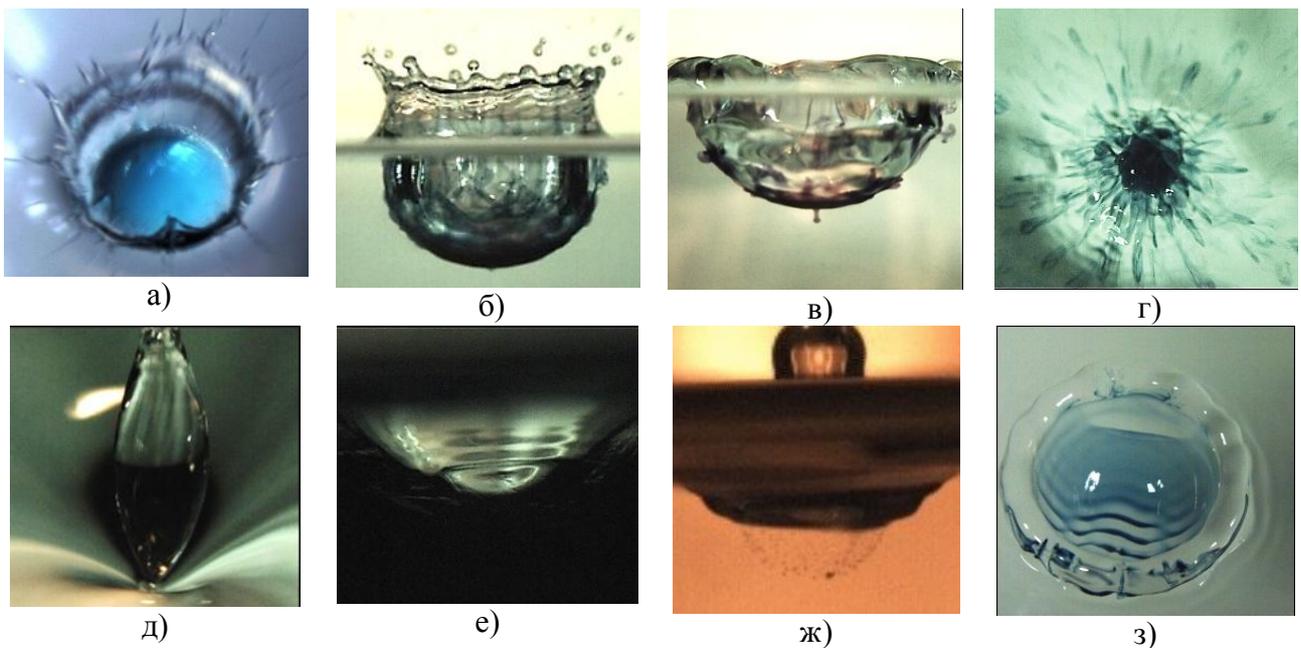


Рис. 2. Капиллярные волны импакта капли в режиме всплеска

6. На дне заполняющейся каверны образуется конический выступ, покрытый капиллярными волнами $\lambda_c = 2 \div 5$ мм – начало формирования обратной струи (рис. 2, г).
7. При разрушении обратной струи формируются зоны отрыва вторичных капель на вершине остатка струи с капиллярными волнами длиной $\lambda_c \sim 0.5$ мм и отрыва тела струи от поверхности принимающей жидкости $\lambda_c = 0.1 \div 0.15$ мм (рис. 2, д).
8. Под действием силы тяжести остаток струи и вторичные капли вновь последовательно контактируют с принимающей жидкостью, при этом каждый последующий контакт сопровождается генерацией новых пакетов кольцевых капиллярных волн от пятна контакта (при взаимодействии с относительно плоской поверхностью) или линии контакта (если происходит контакт остатка струи или капли с поверхностью одной из каверн)
9. Вторичная каверна, образованная у поверхности принимающей жидкости после отрыва обратной струи, заполняется погружающимся остатком струи. На поверхности заполняющейся каверны наблюдаются последовательности капиллярных волн (рис. 2, е). Захваченный объем воздуха разбивается на облако мелких газовых пузырьков (рис. 2, ж) [12].

Группы волн капиллярного масштаба формируют периодическую структуру распределения вещества капли по поверхности каверны в случае слияния составных капель, в которых ядро и оболочка представляют собой разные по физическим параметрам несмешивающиеся жидкости (вода-масло) с дополнительным коэффициентом поверхностного натяжения на границе жидкостей (рис. 2, з).

Проведенные эксперименты позволили провести классификацию групп капиллярных волн, сопровождающих импакт от отрыва и касания поверхности принимающей жидкости до схлопывания вторичных каверн с образованием осциллирующих пузырей. Группы капиллярных волн отмечаются при каждом перестроении структуры течения. Генерация быстрых компонентов течений импакта капли обусловлена процессами конверсии доступной потенциальной поверхностной энергии в другие формы (флуктуации давления и температуры, движение новых компонентов с образованием новых поверхностей) в зоне слияния при уничтожении контактных поверхностей.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 19-19-00598-П). Эксперименты проведены на стенде ТБП Гидрофизического комплекса для моделирования гидродинамических процессов (УИУ "ГФК ИПМех РАН").

ЛИТЕРАТУРА

1. Lan M., Wang X., Zhu P., Chen P. // Energy Procedia. 2015. V. 66. P. 173 – 176
2. Bhagat R.B., Wykes M. S. D., Dalziel S. B., Linden P. F. // J. Fluid Mech. (2020), vol. 903, F1.
3. Ray B., Biswas G., Sharma A. // Commun. Comput. Phys. 2012. V. 11(4). P. 1386-1396
4. Chashechkin Yu.D. // Mathematics. 2021. V. 9. No. 586.
5. Чашечкин Ю.Д. // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2021. № 1(94). С. 73–92.
6. Чашечкин Ю. Д., Очиров А. А., Лапшина К. Ю. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2022. Т. 23, № 6.
7. Teschke O., de Souza E.F. // Phys. Chem. Chem. Phys. 2005. V. 7 (22). P. 3856 -3865.
8. Чашечкин Ю. Д., Ильиных А. Ю. // ДАН. 2021. Т. 496, № 1. С. 45–50.
9. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. // Доклады РАН. 2018. Т. 481. № 2. С. 145 -150.
10. Zhu G.Z., Li Z.H., Fu D.Y. // Chin. Sci. Bull. 2008. V. 53. P. 1634–1638.
11. Чашечкин Ю.Д., Ильиных А.Ю. // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2021. Т. 499, № 1. С. 48–57
12. Чашечкин Ю. Д., Ильиных А. Ю. // Доклады РАН. Физика, технические науки. 2022. Т. 502. С. 36–44.

Течения и внутренние волны в Черной губе Кандалакшского залива

К.А. Левонян, И. Н. Иванова, А.А. Будников, А.С. Сергеев

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова, физический факультет, кафедра физики моря и вод суши. Россия, 119991, Москва, Ленинские горы, д. 1, стр. 2

levonyan.ka@gmail.com, ivair@yandex.ru,

В работе приводятся результаты измерений и расчета течений в Черной губе Кандалакшского залива в июле 2022 г. при наличии сильных приливов и апвеллинга. Исследуются дрейфовое и приливное течение в разные фазы приливного цикла, определяется коэффициент сопротивления вода-воздух. Рассчитывается фазовая скорость внутренних волн при апвеллинге.

Введение

Характеристики течений в прибрежных зонах представляют интерес для научных и хозяйственных сфер жизни. Ряд вопросов, связанных с влиянием приливных течений на формирование рельефа дна, состава донных отложений, развитие тех или иных донных биологических сообществ на сегодняшний день остается открытым [1, 2]. Натурные измерения в небольших заливах и проливах позволяют получить представление о характеристиках течений, исходные данные для верификации результатов численного моделирования, провести анализ влияния движения водных масс на рельеф дна, осадочный слой грунта, распределение донных биологических сообществ.

Район исследований и методика измерений

Черная губа находится в верхней части Кандалакшский залива. Измерения проводились вблизи Крестовых островов: $61^{\circ} 24' 07''$ N, $31^{\circ} 14' 07''$ E. Глубины при входе в губу 10—34 м, западная часть губы мелководна. В центре губы расположен остров Оленевский. По обе стороны острова в вершину губы ведут два морских прохода: северный — узкий, стесненный прибрежными отмелями и южный — менее извилистый. Приливное течение входит в губу Чёрная из пролива Великая Салма двумя струями посередине обоих проходов. Отливное течение имеет обратное направление и при выходе в пролив Великая Салма уклоняется к мысу Киндо [3]. Приливы и отливы значительные (перепад уровня до 2 м), чередуются каждые 6 часов. Подводный ландшафт в основном представляет собой каменистое дно с большими отдельно лежащими валунами покрытыми губками разных видов. Из-за сложного рельефа дна здесь образуется несколько потоков воды с разными направлениями.

Натурные измерения проводились с помощью многопараметрических зондов RDСP-600 и RCM 9 LW. Зонд RDСP-600 использовался для многочасовых измерений (12–48 ч) скоростей течений вблизи дна. При помощи зонда RCM 9 LW выполнялось профилирование гидрологических параметров (модуль скорости и направление течений, температура T , электропроводность S_k , мутность T_u , концентрация растворенного кислорода O_2) с шагом 1 м в заранее выбранных точках. Положение станций, на которых проводились измерения отмечено на рис.1. Время измерений для зондирования RCM 9 LW выбиралось так, чтобы данные были получены по возможности в разные фазы прилива-отлива. Работы проводились в июле 2022 г. с борта НИС «Студент», принадлежащего ББС МГУ.

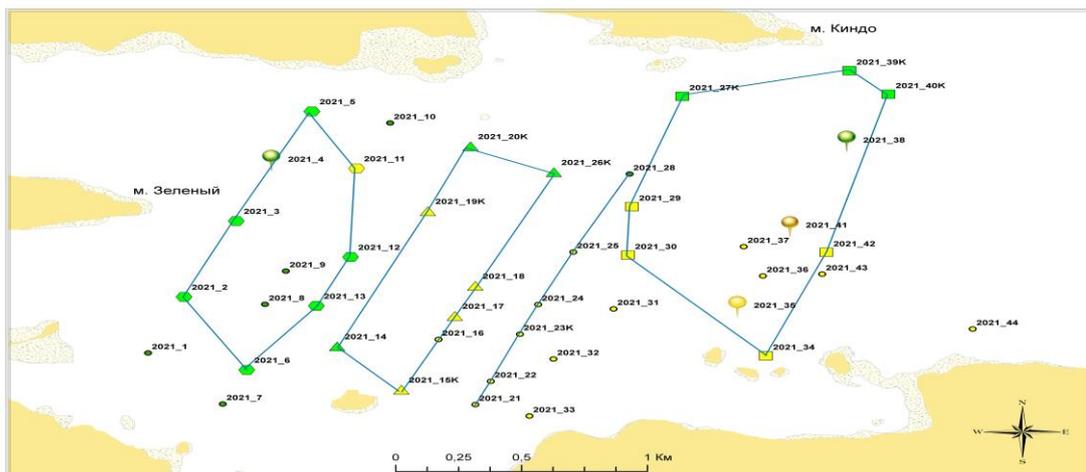


Рис. 1. Полигон с обозначенными станциями зондирования.

Основные результаты.

Обнаружено, что значения придонных скоростей (0,5 м от дна) находятся в диапазоне 0,01–0,16 м/с., что в целом совпадает с рассчитанными по [4] средними скоростями для гравитационного потока, лежащего ниже термоклина. Максимальные значения скоростей придонного течения чаще приходится на точки, где глубина превышает 30 м. Максимальные значения измеренных скоростей были получены в приповерхностном слое или вблизи термоклина. Значения скоростей могут меняться в различные фазы прилива. С 26 по 28 июля, в течение 3 дней, наблюдался сильный апвеллинг. Резкий градиент температуры начинался с глубины 5 м, ниже 10 м находился равномерный холодный слой. Такое распределение температуры наблюдалось на всех станциях.

Было проведено сравнение теоретически рассчитанной дрейфовой скорости и полученной в результате измерений при значительном влиянии приливных явлений. Оценены скорости приливных течений, построены карты с указанием направлений распространений поверхностных течений для разных фаз приливного цикла.

Оценка коэффициента ветрового сопротивления дала результат $C_D = 5,5 \cdot 10^{-3}$, что превышает стандартную оценку $C_D = 2,6 \cdot 10^{-3}$. Это можно объяснить существенным влиянием приливной составляющей скорости.

Были рассчитаны фазовые скорости внутренних волн, значения которых лежат в интервале от 0,01 до 0,06 м/с. Данные значения соразмерны с наблюдаемыми скоростями течений, полученными во время измерений, в связи с чем требуют включения в теоретические расчеты скоростей.

Список литературы

1. Я. Е. Терехина и др. // Вестник Московского университета. Серия 4: Геология. Изд-во Моск. ун-та (М.), 2017, № 2, с. 51-56
2. Я. Е. Терехина, М. Ю. Токарев, В. Е. Галаев // Геофизика, издательство М.: Ред.-изд. центр ЕАГО; (Тверь: Полипресс), № Спецвыпуск, 2021, с. 35-39.
3. А. В. Зимин. Субприливные процессы и явления в Белом море. 2018.
4. Б. И. Самолюбов. Плотностные течения и диффузия примесей М.: 2007

Доступная поверхностная потенциальная энергия в линейных и нелинейных волнах на поверхности несжимаемой жидкости

К.Ю. Лапшина

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

krislapshina03@gmail.com

Ранее исследовалась динамика периодических течений в вязких [1] и идеальных стратифицированных жидкостях [2], [3] в работах были получены дисперсионные соотношения и получено решение линейной задачи. В [4] указывается на то, что необходимо учитывать энергию при анализе динамики периодического возмущения поверхности жидкости. Настоящая работа направлена на исследование доступной поверхностной потенциальной энергии при распространении линейных и нелинейных инфинитезимальных волн по поверхности идеальной стратифицированной и однородной жидкости.

В настоящей работе рассматривается задача о распространении поверхностных волн и исследовании доступной потенциальной энергии вдоль свободной поверхности жидкости в различных моделях. Рассматриваются модели идеальной однородной жидкости с плотностью ρ и идеальной экспоненциально стратифицированной по вертикальной координате жидкости с плотностью, которая задается выражением:

$$\rho = \rho_{00}(\exp(-z/\Lambda) + s(x, z, t)), \quad (1)$$

характеризующаяся масштабом стратификации $\Lambda = |d \ln \rho / dz|^{-1}$. Задача решается в декартовой системе координат в плоской постановке. Движение жидкости считается независимым от горизонтальной координаты y . Ось Oz направлена вертикально вверх против направления действия сил тяжести \mathbf{g} , а ось Ox совпадает с равновесным положением поверхности жидкости. Вдоль свободной поверхности жидкости распространяется бегущая капиллярно-гравитационная волна, которая вызывает отклонения от равновесного положения $\zeta(x, t)$. Лапласовские силы на свободной поверхности характеризуются коэффициентом поверхностного натяжения σ .

В сделанных предположениях математическая формулировка задачи представляется в виде системы уравнений:

$$z < \zeta : \begin{cases} \partial_t \rho + \operatorname{div}(\rho \cdot \mathbf{u}) = 0, \\ \rho \partial_t \mathbf{u} + \rho(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla P + \rho \mathbf{g}, \end{cases} \quad (2)$$

$$P = P_0 + \int_z^\zeta \rho g d\xi + \tilde{P}. \quad (3)$$

Здесь P – давление жидкости, P_0 – атмосферное давление, \tilde{P} – волновая компонента давления, \mathbf{u} – вектор скорости.

В двумерной несжимаемой жидкости для упрощения математических выкладок можно ввести функцию тока $\psi = \psi(x, z, t)$ такую, что:

$$\mathbf{u} = \{\partial_z \psi; -\partial_x \psi\}. \quad (4)$$

В модели стратифицированной жидкости такое упрощение соответствует приближению Буссинеска.

Дополним задачу (2) граничными условиями на свободной поверхности и условием затухания движения с глубиной:

$$z = \zeta : \begin{cases} \partial_t(z - \zeta) + \mathbf{u} \cdot \nabla(z - \zeta) = 0 \\ P - P_0 - \sigma \nabla \cdot \mathbf{n} = 0 \end{cases}, \quad \mathbf{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{|\nabla(z - \zeta)|}, \quad (5)$$

$$z \rightarrow -\infty : \mathbf{u} \rightarrow 0.$$

Здесь \mathbf{n} – вектор нормали к свободной поверхности.

Решение

Задача решается при помощи метода разложения по малому параметру. Уравнения, полученные после разложения переменных по малому параметру в уравнениях (2), (3), (5), будут представлены ниже. Для задачи оставим первый порядок малости параметра. Неизвестные параметры представим в виде разложения по малому параметру пропорциональному амплитуде волнового возмущения:

$$\begin{aligned} \psi &= \varepsilon \psi_1 + \varepsilon^2 \psi_2 + \dots \\ \zeta &= \varepsilon \zeta_1 + \varepsilon^2 \zeta_2 + \dots \\ \tilde{P} &= \varepsilon \tilde{P}_1 + \varepsilon^2 \tilde{P}_2 + \dots \end{aligned} \quad (6)$$

Уравнения движения (2) в первом порядке малости выглядят следующим образом:

$$z < \zeta : \begin{cases} \rho_{00} \partial_t s_1 + \rho_{00} \frac{1}{\Lambda} \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \partial_x \psi_1 = 0, \\ g \rho_{00} \exp\left(-\frac{\zeta_1}{\Lambda}\right) \partial_x \zeta_1 + \rho_{00} \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \partial_z \psi_1 + \partial_x \tilde{P} = 0, \\ \rho_{00} \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) \partial_z \psi_1 - \partial_z \tilde{P} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Над граничными условиями (5) следует сначала произвести снос на равновесную плоскость $z = 0$ и получившиеся выражения раскладываются по малому параметру. Так, для значения $\partial_x \psi$ снесение с поверхности $z = \zeta$ на уровень $z = 0$ осуществляется следующим образом:

$$\partial_x \psi = (\partial_x \psi)_{z=0} + \zeta (\partial_{xx} \psi)_{z=0} + \frac{1}{2} \zeta^2 (\partial_{xxx} \psi)_{z=0} + \dots \quad (8)$$

Решение задачи (5), (7) будем искать в виде бегущей волны:

$$\psi_1 = (A e^{k_z z} + B e^{-k_z z}) e^{ik_x x - i\omega t}. \quad (9)$$

Тогда в линейном приближении в приближении Буссинеска граничные условия (5) запишутся следующим образом:

$$z = 0 : \begin{cases} \partial_t \zeta_1 + \partial_x \psi_1 = 0, \\ \partial_{zzz} \psi_1 - g \partial_{xx} \psi_1 + \gamma \partial_{xxx} \psi_1 = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Параметр $\gamma = \sigma / \rho_{00}$ нормированный на равновесное значение коэффициент поверхностного натяжения.

Решение кинематического граничного условия позволяет получить связь между ψ_1 и ζ_1 через амплитуду волнового движения:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= A \exp(k_z z) \exp(ik_x x - i\omega t), \\ \zeta_1 &= A \frac{k_x \exp(k_z z) \exp(ik_x x - i\omega t)}{\omega}. \end{aligned} \quad (11)$$

Подстановка (9) в граничные условия (10) приводит к дисперсионным соотношениям, связывающим компоненты волнового числа k_x и k_z с положительно-определенной частотой ω :

$$\begin{cases} k_z = \frac{k_x \sqrt{\omega^2 - \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) N^2}}{\omega}, \\ k_x g + k_x^3 \gamma - \omega \sqrt{\omega^2 - N^2} = 0. \end{cases} \quad (12)$$

Зная решение задачи первого порядка малости, через решение неоднородных дифференциальных уравнений получаем решение задачи для второго порядка малости.

Доступную поверхностную потенциальную энергию находим по формуле:

$$\Delta E = \sigma l \left(\lambda - \int_0^\lambda \sqrt{1 - (\partial_x \zeta(x, t))^2} dx \right). \quad (13)$$

Получены дисперсионные соотношения, связывающие между собой компоненты волнового числа k_x и k_z . Получены зависимости доступной поверхностной потенциальной энергии от длины волны и частоты. Проанализировано влияние стратификации на доступную поверхностную энергию жидкости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Chashechkin Y. D., Ochirov A. A. Periodic Waves and Ligaments on the Surface of a Viscous Exponentially Stratified Fluid in a Uniform Gravity Field // *Axioms*. 2022. Т. 11. №. 8. С. 402
2. Чашечкин Ю. Д., Очиров А. А., Лапшина К. Ю. Поверхностные волны вдоль границы раздела устойчиво стратифицированных жидких сред // *Физико-химическая кинетика в газовой динамике*. 2022. Т.23, вып. 6.
3. Очиров, А. А. Двумерные периодические волны в невязкой непрерывно стратифицированной жидкости / А. А. Очиров, Ю. Д. Чашечкин // *Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана*. – 2022. – Т. 58, № 5. – С. 524-533. – DOI 10.31857/S000235152205008X. – EDN KOHQLM.
4. Chashechkin Y. D. Foundations of engineering mathematics applied for fluid flows // *Axioms*. 2021. Т. 10. №. 4. С. 286.

Использование геометрических свойств трех инвариантов в волновых задачах гидродинамики и электродинамики

В.М.Овсянников

Российский университет транспорта РУТ-МИИТ

OvsyannikovVM@yandex.ru

В выводе Эйлера уравнения неразрывности возникает три инварианта, полученные геометрическим способом: линейный, квадратичный и кубический. Однако в оператор дивергенции и в уравнения гидродинамики и электродинамики проникает только один линейный или первый инвариант. Два других остаются за пределами использования, хотя все из них введены единым геометрическим способом. Нежелание сталкиваться с дифференциальными уравнениями второго и третьего порядка дифференциальности по времени вполне понятно для XVIII и XIX веков. Но сейчас, когда нет препятствий использовать и решать дифференциальные уравнения второго и третьего порядков появилась возможность более полно использовать результаты геометрических построений уравнения неразрывности и допустить в использование математической физики квадратичный и кубический инварианты в гидрогазодинамике и, может быть и, в электродинамике.

1. Геометрические построения вывода уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости.

Напомним основные стадии вывода закона сохранения в форме уравнения неразрывности для несжимаемой жидкости. В плоском случае растянем квадрат единичной площади деформацией вдоль оси x в течение интервала времени $t - t_0$ и получим увеличение его длины на Δx . Площадь прямоугольника единичной высоты и ширины имеет физический смысл изменения площади и будет учтена в гидродинамике и электродинамике в качестве одного из слагаемых закона сохранения.

На втором этапе мы будем растягивать вдоль вертикальной оси y не исходный единичный квадрат, а полученный результат первой деформации. Мы будем вдоль оси y в течение интервала времени $t - t_0$ растягивать или сжимать прямоугольник единичной высоты и ширины Δx - результата первой деформации. Мы получим площадь вторичной деформации в виде прямоугольника высотой Δy и шириной Δx . Эта вторичная деформация имеет то же законное основание для учета в законе сохранения. Только она будет иметь меньший порядок величины, чем первая деформация, и поэтому будет учитываться дифференциальным уравнением второго порядка по времени, а не первого. К настоящему времени решения дифференциальных уравнений и второго и третьего порядков хорошо освоены. Их решения возможны и аналитическими методами и численными. Поэтому нет оснований деформацию деформаций не учитывать в балансе площади. Такое же положение относится к троичной деформации плоского приращения площади $(\Delta x)(\Delta y)$ вдоль третьей координаты z с получением параллелепипеда объемом $(\Delta x)(\Delta y)(\Delta z)$.

В теории деформаций первые деформации Δx , Δy , Δz отражаются линейным (первым) инвариантом I_1 . Они могут учитываться дифференциальными уравнениями первого порядка по времени, входящими в систему уравнений гидрогазодинамики. Вторичные деформации $(\Delta x)(\Delta y)$, $(\Delta y)(\Delta z)$, $(\Delta z)(\Delta x)$ могут учитываться дифференциальными уравнениями второго порядка по времени. Таким является волновое уравнение, методы решения которого хорошо освоены. Третичная деформация $(\Delta x)(\Delta y)(\Delta z)$ учитывается волновым дифференциальным уравнением третьего порядка по времени. Аналитические методы его решения требуют развития. Решение численными методами не представляет трудности. Все, приведенные выше соображения, касаются гидрогазодинамики, акустики и электродинамики.

2. Решение задач акустики и возникновения автоколебаний.

В 2006 г. был обнаружен вывод полного уравнения неразрывности Эйлера в его докладе 1752 г., сделанном в Прусской Королевской АН в г. Берлин [1], [2], [3]. Оно имеет для течения несжимаемой жидкости такой вид

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} + (t - t_0) \left[\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} + \frac{\partial(v,w)}{\partial(y,z)} + \frac{\partial(w,u)}{\partial(z,x)} \right] + (t - t_0)^2 \partial(u, v, w) / \partial(x, y, z) = 0$$

где u, v, w - компоненты скорости вдоль осей координат x, y, z ; $\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$ и $\partial(u, v, w) / \partial(x, y, z)$ - якобианы поля скорости второго и третьего порядков соответственно; t - время; t_0 - время начала деформации контрольной фигуры. Незадолго до этого в 2006 г. мной было опубликовано полное уравнение неразрывности с членами высокого порядка малости по времени для несжимаемой и сжимаемой жидкости [4], сделанное по методу Н.Е. Жуковского. Наличие в выводе Жуковского уравнения неразрывности членов высокого порядка малости по времени обнаружил [5] профессор Бубнов В.А. Члены второго порядка малости были вычислены Жуковским в его магистерской диссертации [6] при построении эллипсоида деформаций. Это можно увидеть на начальных страницах первого тома широко известного учебника Теоретической гидромеханики [7].

Для сжимаемой жидкости уравнение неразрывности имеет вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + (t - t_0) \rho \left[\frac{\partial(u, v)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(v, w)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(w, u)}{\partial(z, x)} \right] + (t - t_0)^2 \rho \partial(u, v, w) / \partial(x, y, z) = 0$$

Здесь ρ - плотность. Выведенное Эйлером уравнение неразрывности может быть записано через инварианты тензора скоростей деформаций, приведенных в учебнике Валландера [8] в виде

$$I_1 + (t - t_0)I_2 + (t - t_0)^2 I_3 = 0$$

Для сжимаемой жидкости оно принимает вид

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} + (t - t_0) \rho I_2 + (t - t_0)^2 \rho I_3 = 0$$

Для сохранения в решаемой задаче полных сведений о квадратичном I_2 и кубическом I_3 инвариантах система уравнений гидродинамики дополняется дифференциальными волновыми уравнениями второго и третьего порядка дифференциальности по времени. Волновое дифференциальное уравнение второго порядка по времени получается из полного уравнения неразрывности Эйлера, записанного для сжимаемой жидкости и из уравнения движения методом акустической аналогии Лайтхилла [9].

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} - \left(\frac{1}{c_0^2} \right) \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \rho_0 \left[\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} + \frac{\partial(v,w)}{\partial(y,z)} + \frac{\partial(w,u)}{\partial(z,x)} \right] + (t - t_0) \rho_0 2 \frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)} \quad (1)$$

Здесь p - волновое давление, c_0 - скорость звука, ρ_0 - термодинамическая плотность.

Для учета только квадратичного инварианта можно в правой части опустить член с якобианом третьего порядка, представляющий собой кубический инвариант I_3 .

$$\frac{c_0^{-2} \partial^2 p}{\partial t^2} - \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) = - \rho_0 I_2, \quad I_2 = \frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} + \frac{\partial(v,w)}{\partial(y,z)} + \frac{\partial(w,u)}{\partial(z,x)} \quad (2)$$

Решение неоднородного волнового уравнения (2) может быть получено методом запаздывающего потенциала. Волновое давление может быть вычислено по формуле

$$p(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho_0}{4\pi} \int J|_{t-R/c} R^{-1} dW$$

Здесь $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|$, \mathbf{r} is - радиус-вектор точки наблюдения, \mathbf{r}_1 - радиус-вектор точки в области интегрирования. Было проведено решение задачи поперечного обтекания потоком кругового цилиндра, в котором была получена система 12 стоячих волн, равномерно

распределенных по окружности. С учетом результатов этой задачи рассчитаны автоколебания 20 мая 2010 г. Волгоградского автомобильного моста до амплитуды полтора метра под воздействием стационарного потока воздуха - ветра со скоростью около 18 м/с.

Для оценки действия кубического инварианта можно в уравнении (1) оставить член с производной по времени и с якобианом третьего порядка. Взяв производную по времени от обеих частей равенства, получим волновое уравнение третьего порядка по времени

$$-\left(\frac{1}{c_0^2}\right) \frac{\partial^3 p}{\partial t^3} = \rho_0 2 \frac{\partial(u,v,w)}{\partial(x,y,z)}$$

Его решение в виде степенной функции третьей степени будет описывать скорость нарастания волнового давления по времени возможного гидравлического удара. По этому уравнению вычислено возникновение гидравлического удара в турбине Саяно-Шушенской ГЭС с повышением давления до значения, позволяющего поднять многотонный ротор гидроагрегата.

3. Учет квадратичного и кубического инвариантов в задачах электродинамики.

Добавление членов высокого порядка малости с квадратным I_2 и кубическим I_3 инвариантами в уравнения неразрывности электродинамики Максвелла имеют такое же обоснование, как и использование в них линейного инварианта I_1 . Добавление членов высокого порядка малости к оператору дивергенции в гидродинамике привело к описанию нестационарных процессов вибрации, начальной стадии турбулизации течения. Тщательные наблюдения за магнитным полем Земли отмечают элементы его турбулизации. Неустойчивость высокотемпературной плазмы в токамаке тоже можно рассматривать проявлением турбулентности. Поэтому представляется возможным в качестве проведения поисковой работы добавить члены высокого порядка малости с инвариантами в уравнение неразрывности для магнитного поля системы уравнений электродинамики Максвелла.

Система уравнений тогда будет иметь вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{H} = \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad \operatorname{div} \mathbf{E} = 0, \\ \frac{\partial H_x}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial z} + \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right] (t - t_0) + \frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} (t - t_0)^2 &= 0 \end{aligned}$$

Здесь H_x, H_y, H_z компоненты напряженности магнитного поля в направлениях осей координат; \mathbf{E}, \mathbf{H} – векторы напряженности электрического и магнитного полей; c – скорость света; ε_0 и μ_0 – электрическая и магнитная постоянные; ε и μ – относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды; \mathbf{J} – вектор плотности электрического тока. С его использованием повторив метод Максвелла, можно вывести волновое уравнение для напряженности магнитного поля в направлении оси x

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \\ = \frac{\partial J_y}{\partial z} - \frac{\partial J_z}{\partial y} - (t - t_0) \left\{ \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right]}{\partial x} \right\} \\ - (t - t_0)^2 \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right]}{\partial x} \end{aligned}$$

При анализе последнего уравнения мы сталкиваемся с неодинаковостью размерности слагаемых в добавляемых членах. Поскольку геометрические представления о причинах появления членов высокого порядка малости, представленные в первом разделе, важные и понятные, попробуем исправить ситуацию добавлением дополнительных множителей, исправляющих различие размерностей. Поскольку наиболее актуальной является задача неустойчивости высокотемпературной плазмы, введем в качестве дополнительного множителя дебаевский радиус r_D экранирования действия кулоновских сил квазинейтральной плазмы [12]

$$r_D = \left(\frac{kT}{4\pi n e^2}\right)^{0.5} = \left(\frac{kT}{4\pi n e e}\right)^{0.5} = r_D = \left(\frac{kT}{4\pi q e}\right)^{0.5}$$

Получим

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 H_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 H_x}{\partial z^2} - \varepsilon \varepsilon_0 \mu \mu_0 \frac{\partial^2 H_x}{\partial t^2} \\ &= \frac{\partial J_y}{\partial z} - \frac{\partial J_z}{\partial y} - 6\pi e r_D A (t - t_0) \left\{ \frac{\partial(H_x, H_y)}{\partial(x, y)} + \frac{\partial(H_y, H_z)}{\partial(y, z)} + \frac{\partial(H_z, H_x)}{\partial(z, x)} \right\} / \frac{\partial x} \\ & - [6\pi e r_D A (t - t_0)]^2 \frac{\partial \left[\frac{\partial(H_x, H_y, H_z)}{\partial(x, y, z)} \right]}{\partial x} \end{aligned}$$

Полученное уравнение в некоторой степени объясняет поведение разрядов молнии, останавливающейся на некоторое время между соседними галсами. Становится понятной возможность генерации быстрых радиовсплесков FRB – то сильного импульса за счет кубического инварианта I_3 , то более слабых за счет квадратичного инварианта I_2 .

Похожее явление отмечалось при аварии на Саяно-Шушенской ГЭС. Предшествующие выбросу ротора вибрации подшипника могут быть описаны за счет квадратичного инварианта I_2 , а гидравлический удар, выбросивший ротор турбины в машинный зал ГЭС описывается кубическим инвариантом I_3 .

Заключение

Показана общность геометрического построения линейного, квадратичного и кубического инвариантов в уравнении неразрывности.

Делается вывод, что высшие инварианты: квадратичный и кубический в такой же степени обоснованы, как и линейный якобиан. Поэтому они, как и линейный инвариант, могут описывать реально наблюдающиеся результаты гидродинамических и электродинамических физических экспериментов и природных явлений.

Литература

1. L. Euler «Principia motus fluidorum» Pars prior // Novi commentarii Academiae Imperialis scientiarum Petropolitanae, 1761.Т.6 (1756-1757). P.271-311 - Opera omnia, ser. II. V. 13. P. 1-369.
2. Leonhardi Euleri «Commentationes Mechanicae ad theoriam corporum pertinentes» Volumen prius. Edidit C.A.Truesdell. Lausannae, 1954.
3. Л. Эйлер «Принципы движения жидкостей» Пер. с латинского Е.В.Ивановой и В.М.Овсянникова. М.: Спутник +, 2020.
4. В.М.Овсянников // В сб. «Проблемы аксиоматики в гидро-газодинамике» 2006.№ 15. с. 19.
5. V.A.Bubnov «Convective Heat and Mass Transfer in an Insulated Trailing Swirl» Begell House Inc. Publishers. New York:1998.
6. Н.Е.Жуковский «Кинематика жидкого тела Н.Е.Жуковского» Москва. ВЪ Университетской типографии (Катковъ). На Страстном бульваре, 1876. Математические диссертации, т.5, 5.12.
7. Н.Е.Кочин Н.Е. и др. «Теоретическая гидромеханика» Часть I, Л.-М. : ОГИЗ. 1941.
8. С.В.Валландер «Лекции по гидроаэромеханике» Л.: Издательство ЛГУ, 1978.
9. M.J. Lighthill. // *Proc. Roy. Soc.*, A211, 1952; A222, 1954.
10. В.М.Овсянников, Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., том 182 (2020), 95-100. DOI:10.36535/0233-6723-2020-182-95-100
11. В.М.Овсянников. // Инженерный журнал: наука и инновации. № 4, 2021. С. 55
12. В.М.Овсянников.// В сборнике материалов школы: Волны и вихри в сложных средах. 13-ая международная конференция-школа молодых ученых; 30 ноября-2 декабря 2022 г. Москва. –М.: ООО «ИСПОпринт», 2022- с.197-200.

Трансформация нелинейных групп волн на поверхности воды при быстром изменении условий распространения

А.В. Слюняев¹⁻³, Ю.А. Степаняц^{4,5}, G. Ducrozet⁶

¹Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, г. Нижний Новгород

²Национальный исследовательский университет "Высшая школа экономики", г. Нижний Новгород

³Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН, г. Владивосток

⁴Нижегородский государственный технический университет им. Р.Е. Алексеева

⁵School of Sciences, University of Southern Queensland, Toowoomba, Australia

⁶Ecole Centrale Nantes, LHEEA Laboratory, Nantes, France

slunyaev@ipfran.ru

Самопроизвольное возникновение коротких групп, состоящих из очень крутых поверхностных волн, в полях случайных однонаправленных волн с широким спектром JONSWAP было продемонстрировано в рамках прямого численного моделирования уравнений гидродинамики [1]. С помощью оригинальной схемы оконного преобразования с использованием аппарата задачи рассеяния для нелинейного уравнения Шредингера (НУШ) там же было показано, что такие «гидродинамические солитоны огибающей» могут быть интерпретированы как солитоны огибающей НУШ с удивительно стабильными параметрами. Гидродинамические солитоны огибающей в широком диапазоне крутизн волн (вплоть до порога обрушения) и их взаимодействия также моделировались лабораторно [2, 3]. Присутствие солитонов огибающей в полях нерегулярных волн приводит к существенному изменению вероятностных свойств волн, так что они могут рассматриваться как ключевые элементы и динамики волн большой амплитуды, и статистических свойств.

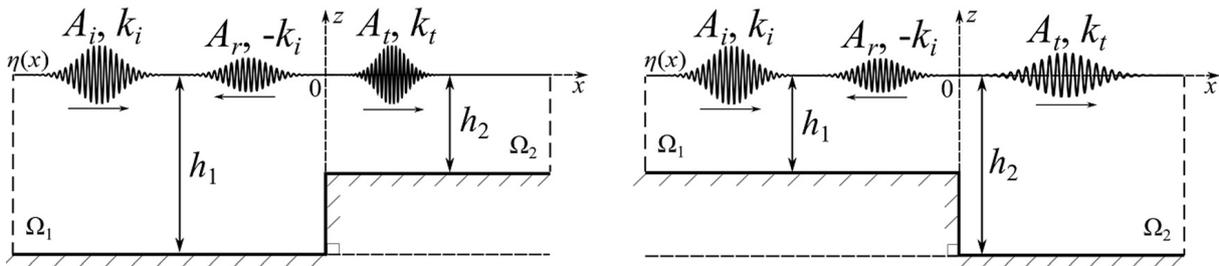


Рис. 1. Конфигурация задачи прохождения уединенной группой скачка глубин.

Трансформация гидродинамических солитонов огибающей поверхностных волн на ступеньке дна в воде конечной глубины исследована в [4], см. рис. 1. Характеристики групп сразу после скачка глубины определяются в соответствии со сшивкой решений, выполненной в линейном приближении (обобщенная формула Лэмба). Для получения аналитического описания дальнейшая эволюция рассматривается в рамках слабонелинейной теории. При распространении из области относительно мелкой воды в более глубокую область (рис. 1 справа) возможно возникновение волн большей амплитуды (в рамках слабонелинейной теории – формально неограниченно большой). Это происходит из-за конструктивной интерференции между возникающими солитонами огибающей и остаточными квазилинейными волнами. Используя общие представления о взаимодействии солитонов в рамках интегрируемых моделей [5], можно записать аналитические оценки

для основных характеристик волн после прохождения скачка глубин, в т.ч. максимально достижимой амплитуды волн в окрестности ступеньки и в дальней зоне. Теоретические результаты хорошо согласуются с данными прямого численного моделирования. В частности, в рамках полных уравнений гидродинамики продемонстрировано более чем двукратное усиление волн (рис. 2).

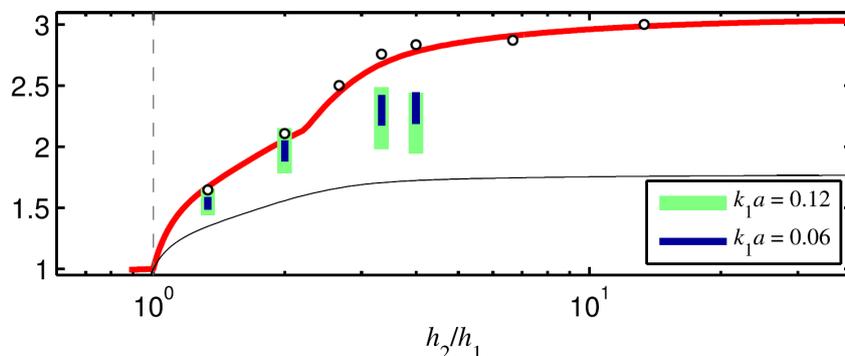


Рис. 2. Коэффициент усиления волн при движении с безразмерной глубины $k_1 h_1 = 1.5$ на новую глубину h_2 ; здесь k_1 – волновое число в первой среде Жирная красная линия – аналитическое решение, кружки – численное модулирование нелинейного уравнения Шредингера, полоски – численное моделирование исходных уравнений гидродинамики для двух величин крутизны $k_1 a$, где a – амплитуда солитона в первой среде. Тонкой линией построена амплитуда наибольшего солитона.

Описанный эффект усиления амплитуды солитонной группы и возникновения anomalно высокой волны после резкого изменения параметров среды, является общим и должен воспроизводиться и при других сценариях быстрого изменения параметров волноводной среды, контролирующих баланс нелинейности и дисперсии волн. Для этого во второй области должна обеспечиваться нелинейная самомодуляция волн. В частности, такой сценарий может реализовываться при резком изменении фонового течения, как рассматривалось в [6], а также при движении волн на морской поверхности в присутствии льдин. Нелинейное уравнение Шредингера для волн на поверхности воды, покрытой упругим ледовым покровом, было выведено в [7]. Основываясь на результатах рассмотренной задачи с быстрым изменением глубины, можно ожидать применимость кусочно-постоянной модели для волн, распространяющихся через границу открытой воды и ледового щита. Как показано в [7], коэффициенты уравнения для модулированных волн могут изменяться в значительной области параметров в зависимости от характеристик льда и локальной глубины места. Так что можно предложить богатый набор сценариев возрастания роли нелинейности при прохождении волн через такую границу.

Исследования поддержаны грантом РФФ № 22-17-00153.

ЛИТЕРАТУРА

1. A.V. Slunyaev // Phys. Fluids. 2021. V. 33. P. 036606.
2. A. Slunyaev et al. // Phys. Fluids. 2013. V. 25. P. 067105.
3. A. Slunyaev, M. Klein, G.F. Clauss // Phys. Fluids 2017. V. 29. P. 047103.
4. G. Ducrozet, A. Slunyaev, Y. Stepanyants // Phys. Fluids. 2021. V. 33. P. 066606.
5. A.V. Slunyaev, E.N. Pelinovsky // Phys. Rev. Lett. 2016. V. 117. P. 214501.
6. M. Onorato, D. Proment, A. Toffoli // Phys. Rev. Lett. 2011. V. 107. P. 184502.
7. A.V. Slunyaev, Y.A. Stepanyants // Phys. Fluids. 2022. V. 34. P. 077121.

Инструментальная регистрация морских волн у о-ва Сахалин: волновой климат, физические параметры, волны-убийцы

А.В. Кокорина¹, А.В. Слюняев¹⁻³, А.И. Зайцев^{1,4}, Е.Г. Диденкулова¹⁻³,
А.А. Москвитин^{1,4}, О.И. Диденкулов¹, Е.Н. Пелиновский¹⁻³

¹Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова РАН, г. Нижний Новгород

²НИУ "Высшая школа экономики", г. Нижний Новгород

³Тихоокеанский океанологический институт им. В.И. Ильичева ДВО РАН,
г. Владивосток

⁴Специальное конструкторское бюро средств автоматизации морских исследований
ДВО РАН, г. Южно-Сахалинск

a.sergeeva@ipfran.ru

Анализируются данные долговременных измерений волн у побережья о-ва Сахалин в акватории Охотского моря донными станциями регистрации вариаций давления, проводимых СКБ САМИ с 2009 года [1]. Эти данные используются для оценки вероятностных свойств волн с фокусом на редкие события экстремальных волн (т.н. «волны-убийцы», см. обзор [2]), а также для оценки возможностей замещения натуральных условий прямым численным моделированием ансамблей нерегулярных волн в рамках уравнений гидродинамики (напр., [3]). Поскольку массив данных представляет записи за срок более десяти лет, включая периоды покрытия льдом, они также используются для определения сезонности «волнового климата» и возможных годовых трендов. На данном этапе для восстановления поверхности использовано гидростатическое приближение; альтернативно можно считать исследование примененным к исходным записям давления.

Исследованные данные за 2012-2015 гг. в основной своей массе подчиняются распределению Глуховского для волн на конечной глубине, но было выделено значительное число неожиданно высоких волн, которые могут быть названы аномальными («волнами-убийцами», рис. 1). Наибольшие индексы превышения высоты демонстрировали аномальные волны в составе групп, наблюдавшиеся в начале или конце штормовых дней в периоды наличия льда в зимний сезон 2014-2015 гг.

Для определения углового спектра волн в 2022 г. устанавливалась антенна синхронизированных датчиков. По результатам обработки этих данных были восстановлены пространственно-временные спектры и спектры волновых векторов. В частности, оценена характерная ширина углового спектра, играющая ключевую роль в оценках важности эффекта модуляционной неустойчивости волн.

Главной задачей настоящего исследования явилось разделение данных по подгруппам, соответствующим физически эквивалентным условиям распространения волн, что должно позволить сформировать представительные подмножества статистически однородных волн, различить различные физические процессы, участвующие в формировании волн большой высоты. Для сортировки данных использованы естественные безразмерные параметры задачи: нормированная глубина места измерения и три параметра нелинейности, соответствующие крутизне (параметр нелинейности на глубокой воде), отношению амплитуды волны к глубине (параметр нелинейности на мелкой воде) и числу Урселла (отношение эффектов мелководной нелинейности к дисперсии). В частности, благодаря вариации периодов приходящих волн и приливных эффектов по данным измерений на фиксированной глубине получается сделать выводы о вероятностных распределениях волн в широком диапазоне безразмерных глубин $kh = 0.3 \dots 2$, где k – волновое число и h – глубина места измерения.

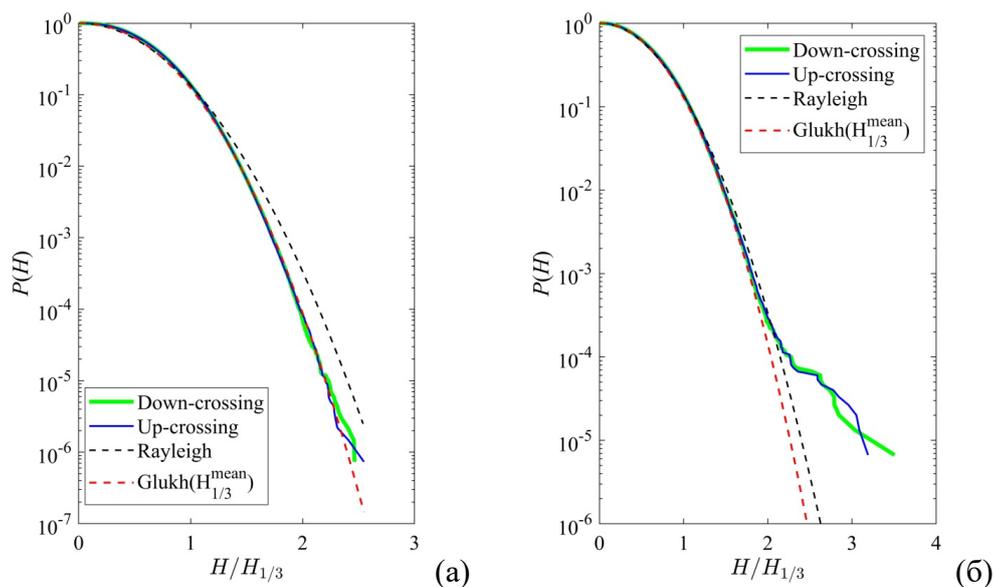


Рис. 1. Распределение вероятностей превышения высот волн по натурным данным за сезоны 2012-2015 гг.: данные периодов безо льда (а) и ледовый период сезона 2014-2015 гг. (б). Разными цветами построены распределения по пересечению нулевого уровня вниз (Down-crossing) и вверх (Up-crossing). Другие линии соответствуют распределениям Рэля и Глуховского, см. в [4].

Построены экспериментальные распределения вероятностей для подгрупп записей, соответствующих разным интервалам безразмерных параметров. Все зависимости демонстрируют в разной степени отличие от распределения Рэля, которое заключается в том, что экспериментальная зависимость лежит выше теоретической кривой в интервале небольших высот и ниже распределения Рэля в области больших значений высот волн. События самых больших превышений значительной высоты, наблюдавшиеся в ледовый период, сильно выбиваются из общего распределения и характеризуются значительно большей вероятностью. Выявлена существенная зависимость функции распределения вероятностей высот волн от нелинейности. Она наиболее сильно и четко проявляется при изменении параметра мелководной нелинейности – отношения среднеквадратичного смещения к глубине. Этот вывод качественно согласуется с теоретическим распределением Глуховского, для которого отличие от распределения Рэля контролируется именно таким параметром, и отличие от распределения Рэля выглядит качественно схожим с наблюдениями образом. С усилением нелинейности вероятность волн, превышающих значительную высоту в 2 раза и более, снижается.

Исследования выполнены при поддержке гранта РФФ № 22-17-00153.

ЛИТЕРАТУРА

1. А.И. Зайцев, А.Е. Малащенко, Е.Н. Пелиновский // *Фундаментальная и прикладная гидрофизика*. 2011. Т.4. С. 35-42.
2. А.В. Слюняев, Д.Е. Пелиновский, Е.Н. Пелиновский // *Успехи физических наук*. 2023. Т. 193. С. 155-181.
3. А.В. Слюняев, А.В. Кокорина // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 2020. Т. 56. С. 210-223.
4. А.В. Кокорина и др. // *Экологические системы и приборы*. 2022. Т. 12. С. 45-54.

Поверхностные волны в концентрационно стратифицированной вязкой жидкости

А.А. Очиров

Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН

otchirov@mail.ru

Поверхностные волны представляют интерес для исследователей на протяжении многих столетий, однако несмотря на большую историю исследования до сих пор не потеряли своей актуальности. В частности, капиллярные поверхностные волны возникают на разных этапах эволюции поверхности при падении капель на поверхность жидкости [1]. Особый интерес представляет изучение поверхностных волн в контексте построения полных решений, описывающих помимо волновых компонентов тонкие структуры течения – лигаменты, сопровождающие волны [2]. Описание волн проводится на основе различных систем уравнений движения жидкостей – идеальной, вязкой однородной и вязкой стратифицированной на основе полной системы фундаментальных уравнений [3]. В работах [4, 5] исследованы дисперсионные соотношения и динамика поверхностных волн в приближении идеальных равномерно стратифицированных сред. Исследования [6, 7] посвящены поверхностным волнам в вязких однородных и стратифицированных жидкостях. При этом исследования [4 – 7] проведены с существенными упрощениями: стратификация задается без указания ее физических причин, а уравнение состояния заменяется выражением для равновесной стратификации плотности жидкости. В настоящем исследовании рассматривается распространение поверхностных волн в вязкой концентрационно стратифицированной жидкости с исследованием в том числе периодических возмущений поля солёности.

Рассмотрим распространение плоских волн по свободной поверхности полубесконечной неограниченной вязкой жидкости с кинематической вязкостью ν , заполняющей нижнее полупространство $z < 0$ в декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$, в которой вертикальная ось Oz направлена против направления действия поля сил тяжести \vec{g} . Для упрощения математических выкладок будем считать движение независимым от горизонтальной координаты y . Лапласовские силы определяются коэффициентом поверхностного натяжения σ или нормированным на значение плотности жидкости на равновесном уровне ρ_{00} коэффициентом $\gamma = \sigma/\rho_{00}$. Будем считать, что равновесная стратификация плотности задается экспоненциальным законом $\rho_0(z) = \rho_{00} \exp(-z/\Lambda)$, где Λ – масштаб стратификации. Пусть вдоль свободной поверхности распространяется бегущая синусоидальная волна с частотой ω , вызывающая отклонение свободной поверхности $\zeta(x, t)$ от равновесного положения $z = 0$. Ставится задача об определении дисперсионных соотношений волн и сопутствующих тонких компонентов течения – лигаментов, в том числе периодических возмущений поля солёности S . Математическая формулировка состоит из уравнения Навье-Стокса:

$$\rho \left(\partial_t \vec{u} + (\vec{u} \cdot \nabla) \vec{u} \right) = \rho \nu \Delta \vec{u} - \nabla P + \rho \vec{g}, \quad (1)$$

и уравнения неразрывности:

$$\partial_t \rho + \vec{u} \cdot \nabla \rho + \rho \operatorname{div} \vec{u} = 0, \quad (2)$$

Здесь $\vec{u} = u\vec{e}_x + v\vec{e}_z$ – поле скоростей жидкости, а P – давление в жидкости, которое представляется в виде суммы атмосферного P_0 , гидростатического и волнового \tilde{P} давлений:

$$P = P_0 + \int_z^\zeta g\rho(x, \xi, t)d\xi + \tilde{P}. \quad (3)$$

В настоящей работе не учитываются эффекты связанные с температурным градиентом и градиентом давления. В этом случае линеаризованное уравнение состояния запишется следующим образом:

$$\rho = \rho_0(z)(1 + \beta\tilde{S}), \quad \beta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial S}, \quad S = S_0 + \tilde{S}. \quad (4)$$

Здесь S_0 – среднее значение массовой концентрации примеси, β – коэффициент солевого уплотнения, а \tilde{S} возмущение поля солёности.

В случае отсутствия источников примеси уравнение переноса вещества запишется в виде:

$$\partial_t S + \nabla \cdot (S\vec{u}) = \nabla \cdot (\kappa \nabla S). \quad (5)$$

Задача (1) – (5) решается в приближении Буссинеска: дополнительно накладывается условие несжимаемости и вводится функция тока ψ такая, что:

$$u = \partial_z \psi, \quad v = -\partial_x \psi. \quad (6)$$

Граничные условия на свободной поверхности записываются следующим образом:

$$z = \zeta : \begin{cases} \partial_t(z - \zeta) + \vec{u} \cdot \nabla(z - \zeta) = 0 \\ \vec{\tau} \cdot ((\vec{n} \cdot \nabla)\vec{u}) + \vec{n} \cdot ((\vec{\tau} \cdot \nabla)\vec{u}) = 0 \\ P - P_0 - \sigma \operatorname{div} \vec{n} - 2\rho v \vec{n} \cdot ((\vec{n} \cdot \nabla)\vec{u}) = 0 \end{cases}. \quad (7)$$

$$\vec{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{|\nabla(z - \zeta)|} = \frac{-\partial_x \zeta \vec{e}_x + \vec{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}, \quad \vec{\tau} = \frac{\vec{e}_x + \partial_x \zeta \vec{e}_z}{\sqrt{1 + (\partial_x \zeta)^2}}$$

Задача (1) – (7) линеаризуется и решается с применением регулярных и сингулярных разложений. Граничные условия (7) сносятся на равновесную поверхность $z = 0$. Линеаризованная математическая формулировка задачи в приближении Буссинеска запишется в виде:

$$z < 0 : \begin{cases} \partial_{tz} \psi - \nu \partial_z \Delta \psi + \partial_x \tilde{P} = 0 \\ g \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) (1 + \beta \tilde{S}) - g - \partial_{tx} \psi - \nu \partial_x \Delta \psi + \partial_z \tilde{P} = 0 \\ \beta \partial_t \tilde{S} + \frac{1}{\Lambda} \partial_x \psi = 0 \\ \partial_t \tilde{S} - \kappa \Delta \tilde{S} = 0 \end{cases}. \quad (8)$$

$$z = 0: \begin{cases} \partial_t \zeta + \partial_x \psi = 0 \\ -\rho g \zeta + \tilde{P} + 2\rho_{00} \nu \partial_{xz} \psi + \sigma \partial_{xx} \zeta = 0. \\ \partial_{zz} \psi - \partial_{xx} \psi = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Решение линеаризованной задачи (8) – (9) будем искать в виде бегущей волны:

$$\begin{pmatrix} \psi \\ \zeta \\ \tilde{S} \\ \tilde{P} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_m \exp(k_z z) \\ A_m \\ S_m \exp(k_z z) \\ P_m \exp(k_z z) \end{pmatrix} \exp(ik_x x - i\omega t) + C.C.. \quad (10)$$

Здесь Y_m, A_m, S_m, P_m – амплитуды соответствующих величин, а символом $C.C.$ обозначены комплексно сопряженные слагаемые.

Произведем перекрестное дифференцирование верхних двух уравнений в (8) и избавимся от волновой части давления. После этого аналогичным образом с использованием уравнения неразрывности получим уравнение, содержащее только функцию тока. Подставляя вид решения (10) в полученное уравнение получим дисперсионное соотношение, связывающее компоненты волнового вектора для функции тока:

$$\omega(k_x^2 - k_z^2)(ivk_x^2 - ivk_z^2 + \omega) - N^2 k_x^2 \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) = 0. \quad (11)$$

Дисперсионное соотношение (11) удобно анализировать в безразмерных переменных, где в качестве параметров обезразмеривания выбраны собственные параметры задачи: временной – $T_b = N^{-1}$ и пространственный – $\delta_N^v = (\nu g)^{1/3} N^{-1}$. При таком выборе параметров в задаче естественным образом возникает малый параметр $\varepsilon = N\nu^{1/3}/g^{2/3}$. И в безразмерном виде дисперсионное соотношение (11) переписется (безразмерные частота и компоненты волнового вектора обозначены ω_* и $k_{*x,z}$ соответственно):

$$i\varepsilon(k_{*x}^2 - k_{*z}^2)^2 \omega_* + (k_{*x}^2 - k_{*z}^2) \omega_*^2 - k_{*x}^2 \exp\left(-\frac{z}{\Lambda}\right) = 0. \quad (12)$$

Уравнение (12) допускает решение в виде регулярного и сингулярного разложения, поскольку малый параметр присутствует при старшей степени. Для различия корней введем переобозначение для сингулярного решения – k_l :

$$\begin{aligned} k_{*z} &= \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} + \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon \sqrt{\omega_*}}} \approx \pm k_{*x} \frac{\sqrt{\omega_*^2 - \exp(-z/\Lambda)}}{\omega_*} \\ k_{*l} &= \pm \sqrt{k_{*x}^2 - \frac{i\omega_*}{2\varepsilon} - \frac{i\sqrt{4i\varepsilon k_{*x}^2 \exp(-z/\Lambda) + \omega_*^3}}{2\varepsilon \sqrt{\omega_*}}} \approx \pm \frac{1-i}{\sqrt{2\varepsilon}} \sqrt{\omega_*} \end{aligned} \quad (13)$$

Подстановка решения (10) в граничные условия (9) с учетом сингулярных решений позволяет получить связь между амплитудами и дисперсионное соотношение, показывающее зависимость компонентов волнового вектора от частоты волнового движения:

$$k_{*x}^4 \left(3i\varepsilon^2 \omega_* + \varepsilon \delta (k_{*l} + k_{*z}) \right) + k_{*x}^2 \left(k_{*l} + k_{*z} + \varepsilon \omega_*^2 - i\varepsilon^2 \omega_* (k_{*l}^2 + 4k_{*l}k_{*z} + k_{*z}^2) \right) - \varepsilon \omega_* k_{*l} k_{*z} (i\varepsilon k_{*l} k_{*z} + \omega_*) = 0. \quad (14)$$

Подставляя соотношения (13) в (14) можно получить корни дисперсионного уравнения, которые не приводятся здесь в силу своей громоздкости. Полученные решения подставляются в (10) и определяются выражения, описывающие поле скоростей, давления, солёности. Анализ решений показывает, что сингулярные решения k_l отвечают за сопутствующие волнам тонкие высокоградиентные компоненты течения, которые в силу сложившихся исторических обстоятельств не анализируются при исследовании волновых процессов. Однако, эти компоненты течения играют важную роль в процессах перераспределения энергии и массопереноса.

Были получены дисперсионные соотношения, описывающие распространение волн, присоединенных лигаментов и периодических возмущений поля солёности. Показано, что в вязкой жидкости возникает новый компонент течения жидкости, отсутствующий в модели идеальной жидкости. Построено решение для волн физических переменных, наблюдаемых в экспериментах. В предельных случаях решение сводится к известным результатам. Показано, что учет тонких компонентов течения необходим для построения более полной и точной картины течения. Получены дисперсионные соотношения для волновых и неволновых компонентов течения. Построены зависимости фазовых и групповых скоростей волновых компонентов (в том числе волн физических переменных) и их аналогов для лигаментных компонентов течения. Показано, что учет лигаментов существенно изменяет линии тока течения как на характерных масштабах длин волн так и на характерных масштабах лигаментов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (проект 19-19-00598-П, «Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью», <https://rscf.ru/project/19-19-00598/>)

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Д. Чашечкин // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия Естественные науки. — 2021. — № 1 (94). — С. 73–91.
2. А. Ю. Ильиных, Ю. Д. Чашечкин // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2021. — № 4. — С. 3–8.
3. Y. D. Chashechkin // Axioms. — 2021. — Vol. 10, no. 4. — P. 0286.
4. А. А. Очиров, Ю. Д. Чашечкин // Известия Российской академии наук. Физика атмосферы и океана. — 2022. — Т. 58, № 5. — С. 524–533.
5. Ю. Д. Чашечкин, А. А. Очиров, К. Ю. Лапшина // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2022. — Т. 23, № 6.
6. Y. D. Chashechkin, A. A. Ochirov // Axioms. — 2022. — Vol. 11, no. 8. — P. 402.
7. А. А. Очиров // Известия Российской академии наук. Серия физическая. — 2023. — Т. 87, № 1. — С. 94–98.

Распространение цилиндрических волн на поверхности вязкой, нестратифицированной жидкости

С.В. Ходырев

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
sv-khodyrev@mail.ru

Введение. Распространение волн на поверхности жидкости исследуется на протяжении нескольких веков. Эти волны интересны тем, что имеют большое прикладное значение в фундаментальной гидродинамике и науках об атмосфере и океане. В описании динамики периодических процессов важную роль играет дисперсионное соотношение, связывающее между собой компоненты волнового вектора и определяющие их зависимость от частоты и других параметров задачи. Несмотря на долгую историю изучения периодических течений многие вопросы остаются открытыми или требуют уточнения. В последнее время актуальным стал вопрос исследования тонкой структуры, возникающей при распространении поверхностных периодических возмущений. Например в работах [1,2] рассмотрены плоские двухмерные периодические волны в невязкой, экспоненциально стратифицированной жидкости. В работе [1] исследовались волны на границе раздела двух сред и сделаны выводы о влиянии верхней среды на дисперсионное соотношение. В работе [2] проанализирована динамика волнового движения в идеальных стратифицированных жидкостях, получен предельный переход от стратифицированной жидкости к однородной, а также зависимость переноса энергии от частоты плавучести. В работе [3] были рассмотрены плоские волны в вязкой стратифицированной жидкости и получены соответствующие зависимости для волновых движений на поверхности. На основании фундаментальных уравнений [4] была построена модель по аналогии с [3] для цилиндрических волн на поверхности вязкой однородной жидкости.

Постановка задачи. Рассматриваются гравитационные и капиллярные волны распространяющиеся вдоль свободной поверхности вязкой жидкости плотности ρ , коэффициентом поверхностного натяжения σ , кинематической вязкостью ν . Ставится задача проанализировать распространение осесимметричных цилиндрических волн $z = \zeta(r, t)$ вдоль свободной поверхности однородной жидкости. Задача рассматривается в цилиндрической системе координат $O\varphi z$, где Oz направлена против действия поля тяжести \vec{g} . Уравнения движения и граничные условия при сделанных предположениях описываются следующим образом. Основные уравнения включают в себя уравнение Навье-Стокса :

$$z < \zeta : \rho \partial_t \vec{u} + \rho (\vec{u} \nabla) \vec{u} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \nu \Delta \vec{u} . \quad (1)$$

Уравнение неразрывности:

$$\partial_t \rho + \operatorname{div}(\rho \vec{u}) = 0 . \quad (2)$$

Запишем стандартные граничные условия на свободной поверхности: кинематическое:

$$z = \zeta : \partial_t (z - \zeta) + \vec{u} \nabla (z - \zeta) = 0 ; \quad (3)$$

и динамические граничные условия:

$$z = \zeta : P - P_0 - \sigma \operatorname{div} \vec{n} - 2\rho \nu \vec{n} \cdot (\vec{n} \nabla) \vec{u} = 0 , \quad (4)$$

$$z = \zeta : \vec{\tau}((\vec{n} \nabla) \vec{u}) + \vec{n}((\vec{\tau} \nabla) \vec{u}) = 0, \quad (5)$$

$$\vec{n} = \frac{\nabla(z - \zeta)}{|\nabla(z - \zeta)|}; \quad \vec{n} \perp \vec{\tau};$$

Здесь P_0 — константа, имеющая смысл атмосферного давления, \vec{n} — вектор внешней нормали к поверхности жидкости, $\vec{\tau}$ — вектор касательной к поверхности, \vec{u} — скорость, $(\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$ — единичные вектора. Выражение для давления P представим в виде суммы атмосферного, гидростатического и волнового давления \tilde{P} :

$$P = P_0 + P + g \rho \int_z^{\zeta(r,z,t)} d\xi. \quad (6)$$

Условие затухания движения с глубиной:

$$z \rightarrow -\infty: u = 0.$$

Решение проводилось разложением задачи на порядки малости по малому параметру $\eta = \zeta k$ пропорциональному отношению амплитуды волн на поверхности к волновому числу k .

$$\begin{pmatrix} \zeta \\ \Phi \end{pmatrix} = \eta \begin{pmatrix} \zeta_1 \\ \Phi_1 \end{pmatrix} + O(\eta^2),$$

где нижним индексом обозначен порядок малости, $O(\eta^2)$ — символ Ландау обозначающий порядок малости остаточных членов.

При этом в процессе решения производится снос граничных условий на равновесную поверхность $z = 0$. Описание вышеописанных действий можно посмотреть в [5, 6]. В [5] описан метод, а в [6] применение.

Поле скоростей представим через тороидально-полоидальный потенциал, определяемый двумя скалярными функциями Ψ и Φ [7]:

$$\vec{u} = [\vec{\nabla}, (\vec{e}_z \Psi)] + [\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, (\vec{e}_z \Phi)]]. \quad (7)$$

Отметим, что ввиду осесимметричности волн из уравнения (7) можно исключить тороидальную компоненту. Распишем скорость по компонентно подробнее:

$$\vec{u} = \partial_{rr} \Phi \vec{e}_r - \partial_r \Psi \vec{e}_\varphi - \left(\frac{\partial_r \Phi}{r} + \partial_{rr} \Phi \right) \vec{e}_z.$$

Так как мы рассматриваем осесимметричную волну, то $\partial_r \Psi = 0$, а поле скоростей примет вид:

$$\vec{u} = [\vec{\nabla}, [\vec{\nabla}, (\vec{e}_z \Phi)]]. \quad (8)$$

В линейном приближении постановка задачи выглядит следующим образом:
Уравнение Навье-Стокса:

$$z < 0: \rho \partial_t \vec{u} = -\nabla P + \rho \vec{g} + \nu \Delta \vec{u}. \quad (9)$$

В полученном приближении для несжимаемой жидкости уравнение неразрывности переходит в условие несжимаемости:

$$z < 0: \operatorname{div}(\vec{u}) = 0. \quad (10)$$

Кинематическое граничное условие:

$$z = 0: -\partial_t \zeta - \partial_r \vec{u} + \frac{1}{r} \partial_r \vec{u}. \quad (11)$$

Динамическое граничное условие приобретает вид:

$$z = 0: P + \sigma \partial_{rr} \zeta + \frac{\sigma}{\rho} \partial_r \zeta - 2\rho \nu \vec{n}((\vec{n} \nabla) \vec{u}) = 0, \quad (12)$$

$$z = \zeta: \vec{\tau}((\vec{n} \nabla) \vec{u}) + \vec{n}((\vec{\tau} \nabla) \vec{u}) = 0, \quad (13)$$

$$\vec{n} = -\partial_r \zeta \vec{e}_r + \vec{e}_z; \quad \vec{\tau} = \vec{e}_r + \partial_r \zeta \vec{e}_z.$$

Уравнение на функцию Φ будет иметь следующий вид:

$$(\partial_t \Delta - \nu) \Delta \Phi = 0. \quad (14)$$

Решение уравнения (14) будем искать в следующем виде:

$$\Phi = A(t) J_0(k_r r) e^{-i\omega t} e^{ik_z z} + C.C, \quad (15)$$

где J_0 — функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка, ω — круговая частота волны, $C.C$ — комплексно сопряженные слагаемые. Подставляя (15) в (14) получим дисперсионное уравнение вида:

$$g k_r \rho + 4k_r^4 \nu^2 \rho + k_r^3 \left(\sigma + 4i\nu^{3/2} \rho \sqrt{-k_r^2 \nu + i\omega} \right) - 4i k_r^2 \nu \rho \omega - \rho \omega^2 = 0. \quad (16)$$

Из уравнения (16) определяется связь между компонентами волнового вектора, частотой и другими параметрами задачи. С помощью (16) получена зависимость фазовой и групповой скорости от длины волны. В процессе решения задачи найдены выражения для поля скоростей и давлений. А также получена форма свободной поверхности.

Результаты. Аналитическими, асимптотическими методами с применением сингулярных разложений исследована динамика цилиндрических поверхностных волн. Показано, что в вязкой жидкости возникают дополнительные компоненты течения, не анализировавшиеся ранее - описываемые сингулярными решениями дисперсионных соотношений, и отвечающими за тонкие структуры течения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Чашечкин Ю.Д. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике 2022 Т.23(6)
2. А. А. Очиров, Чашечкин Ю.Д. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2022. Т. 58. № 5. С. 524–533.
3. Chashechkin Yu.D., Ochirov A. A. // Axioms. 2022.V.11, No 8. P.402.
4. Chashechkin Yu.D. // Axioms. 2021. V. 10, No 4. P.. 286.
5. Nayfeh A. H. // J. Fluid Mech. 1971. 48, No 3. P. 463
6. McGoldrick L. F. // J. Fluid Mech. 1972. 52, No 4. P. 723

О влиянии вязкости на пороговое значение амплитуды вертикальных вибраций, вызывающих рябь Фарадея на заряженной поверхности жидкости.

Д.Ф. Белоножко

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»
belonozhko@mail.ru

Введение. Как известно, вертикальные вибрации жидкого слоя вызывают появление на его поверхности периодической рельефной структуры - ряби Фарадея [1], а индуцированный на этой поверхности электрический заряд эффективно влияет на частоту собственных волновых мод, участвующих в образовании этой ряби [2]. При значительной поверхностной плотности заряда, превышающей некоторое критическое значение, сама поверхность даже при отсутствии вертикальных вибраций разрушается поверхностными электрическими силами. При этом на самой поверхности образуются конусообразные выступы - конусы Тейлора. С их вершин происходит сброс избыточного заряда в виде большого количества маленьких сильно заряженных капелек. Значение вязкости жидкости никак не сказывается на критическом значении поверхностной плотности электрического заряда. Зато, вязкость существенно влияет на пороговое значение амплитуды вертикальных вибраций, при превышении которой образуется рябь Фарадея. В свете интереса к разработке методов влияния на процесс формирования ряби Фарадея [3], целью настоящей работы являлось исследование влияния поверхностной плотности заряда на пороговое значение амплитуды вертикальных вибраций. Исследование ограничивалось условиями, в которых электрические поверхностные силы недостаточны для разрушения поверхности.

Математическая формулировка задачи. Задача решалась в декартовой прямоугольной системе координат $oxyz$, направленной вертикальной вверх против направления поля силы тяжести \mathbf{g} и перпендикулярно свободной поверхности жидкости. Задача решалась в приближении бесконечной глубокой жидкости, заполняющей область $z < 0$. Считалось, что жидкость вместе с системой координат $Oxyz$ совершает вертикальные гармонические колебания с циклической частотой 2ω и амплитудой a относительно лабораторной инерциальной системы отсчета. Жидкость полагалась несжимаемой, идеально проводящей, с известной плотностью ρ , кинематической вязкостью ν и коэффициентом поверхностного натяжения γ . Считалось, что по своей свободной поверхности распределен электрический заряд. Поверхностная плотность заряда - σ . Для простоты движение жидкости считалось независимым от координаты y .

Математическая формулировка задачи расчета эволюции амплитуды волнового возмущения свободной поверхности $z = \xi$ $\xi(x,t) = \zeta(t) \exp(ikx)$ с заданным волновым числом k в линейном приближении по амплитуде этого возмущения имеет вид:

$$\begin{aligned}
 z > 0: \quad \Delta \Phi &= 0; & z < 0: \quad \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} &= -\frac{\nabla p}{\rho} + \nu \Delta \mathbf{U}; & (\nabla \cdot \mathbf{U}) &= 0; \\
 z = 0: \quad \Phi &= 4\pi\sigma \xi; & \frac{\partial \xi}{\partial t} &= v_z; & +\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} &= 0; \\
 -\rho \xi \left(1 - \frac{4a\omega^2}{g} \cos(2\omega t) \right) g + p - 2\rho\nu \frac{\partial v_z}{\partial z} + 4\pi\sigma^2 k \xi &= -\gamma \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2}; \\
 z \rightarrow -\infty: \quad \mathbf{U} &\rightarrow \mathbf{0}; & z \rightarrow +\infty: \quad \Phi &\rightarrow 0;
 \end{aligned}$$

$$\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad \nabla \equiv \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{e}_z.$$

Здесь $\mathbf{U} = v_x \mathbf{e}_x + v_z \mathbf{e}_z$ – скорость жидкости, $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z$ – орты осей Ox и Oz , p – давление внутри жидкости, t – время; $-4a\omega^2 \cos(2\omega t)$ – массовая плотность силы инерции, обусловленной неинерциальностью координатной системы; Φ – вызванная возмущением добавка к равновесному значению электрического потенциала над поверхностью жидкости.

Задача безразмеривалась: приводилась к переменным, в которых $\rho = g = \gamma = 1$. Для удобства дополнительно переопределялась переменная времени: $\tau = \omega t$. В результате задача преобразовывалась к виду:

$$\begin{aligned} z > 0: \quad \Delta \Phi &= 0; & z < 0: \quad \omega \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial \tau} &= -\nabla p + \nu \Delta \mathbf{U}; \quad (\nabla \cdot \mathbf{U}) = 0; \\ z = 0: \quad \Phi &= 4\pi\sigma \xi; & \omega \frac{\partial \xi}{\partial \tau} &= v_z; \quad + \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} = 0; \\ & & -\xi(1 - 4a\omega^2 \cos(2\tau)) + p - 2\nu \frac{\partial v_z}{\partial z} + 4\pi\sigma^2 k \xi + \frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} &= 0; \\ z \rightarrow -\infty: \quad \mathbf{U} &\rightarrow \mathbf{0}; & z \rightarrow +\infty: \quad \Phi &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

Решение задачи. Согласно теории Флоке, в состоянии нейтральной устойчивости по отношению к появлению ряби Фарадея, амплитуда волнового возмущения представляется рядом Фурье [4]:

$$\xi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp(in\tau).$$

С помощью опирающейся на эту идею методики, подробно описанной в [5], задача (1)-(3) сводилась к бесконечной однородной системе связанных линейных алгебраических уравнений относительно постоянных c_n :

$$\begin{aligned} M_n c_n - q(c_{n-2} + c_{n+2}) &= 0; & (1) \\ M_n &= (\Omega^2 - n^2 + 4in\delta + 4\delta^2 - 4\delta^{3/2} \sqrt{\delta + in}); \\ q = ak; \quad \delta &= \frac{\nu k^2}{\omega}; \quad \Omega^2 = \frac{k(1+k^2 - kW)}{\omega^2}; \quad W = \frac{4\pi\sigma^2}{\sqrt{\rho g \gamma}}. \end{aligned}$$

Параметр q характеризует безразмерную амплитуду вертикальных вибраций, а δ – безразмерную вязкость. Безразмерный параметр W пропорционален отношению электрических и лапласовских сил на гребнях волнового возмущения и называется параметр Тонкса-Френкеля. С помощью этого параметра записывается условие, когда электрические поверхностные силы недостаточны для разрушения поверхности: $W < 2$.

Анализ условий совместимости уравнений (1) позволяет разделить плоскость параметров (Ω, q) на области устойчивого и неустойчивого поведения волнового возмущения (с ограниченной и нарастающей во времени амплитудой). Эти области состоят из отдельных языкообразных зон, располагающихся на разной высоте над горизонтальной осью $O\Omega$. Минимумы границ этих зон располагаются примерно над точками $\Omega^2 = 1^2; 2^2; 3^3; \dots$. Сами зоны называются соответственно: первая, вторая и т.д. В пределе нулевой вязкости точки $\Omega^2 = 1^2; 2^2; 3^3; \dots$ точно соответствуют положениям минимумов границ зон, равных в этом пределе нулю: $q = 0$. Увеличение вязкости приводит к приподниманию положений минимумов. Этот эффект проявляется тем сильнее, чем больше номер зоны. Ниже всех оказывается минимум первой зоны.

Физически это означает, что первая зона описывает главный параметрический резонанс меньше всего подавляемый эффектами диссипации. Именно его следует считать ответственным за образование ряби Фарадея.

Для определения уравнений зон следует последовательно вычислять и приравнять к нулю значения определителей системы (4) при возрастающих значениях n . Множество определителей распадается на две независимые системы: одна состоит из последовательности, построенной при $n = 0, 2, 4, \dots$, а другая из последовательности, соответствующей значениям $n = 1, 3, 5, \dots$. Первая система определителей даёт последовательное уточнение уравнений зон с четными номерами. Вторая последовательность уточняет уравнения зон с нечетными номерами. В частности, чтобы построить уравнение первой зоны необходимо вычислить определитель при $n = 1$, а затем уточнять уравнения, производя расчеты при следующих нечетных значениях $n = 2N + 1$. Расчет при $n = 2N + 1$ уточняет уравнение предыдущих зон и дает первое приближение к уравнению $(2N + 1)$ -ой зоны.

В самом грубом приближении уравнение наиболее интересной для приложений первой зоны может быть записано в виде:

$$\begin{vmatrix} \Omega^2 - 1 - 4i\delta + 4\delta^2 - 4\delta^{3/2}\sqrt{\delta - i} & -q \\ -q & \Omega^2 - 1 + 4i\delta + 4\delta^2 - 4\delta^{3/2}\sqrt{\delta + i} \end{vmatrix} = 0 \quad (2)$$

Анализ решения. В результате анализа уравнения (2) было определено, для каких волновых мод пороговое значение амплитуды вертикальных колебаний наиболее сильно меняется при изменении поверхностной плотности электрического заряда. Самой чувствительной к изменению поверхностной плотности заряда оказалась волновая мода с длиной волны примерно в шесть капиллярных постоянных $\lambda_* = 2\pi\alpha$ ($\alpha = \sqrt{\gamma/(\rho g)}$ - капиллярная постоянная). Для этой моды увеличение поверхностной плотности заряда вызывает многократное возрастание порогового значения амплитуды вертикальных вибраций. При этом, частота вертикальных вибраций, соответствующая данному размеру ячеек, существенно снижается. Для λ отличных от λ_* , обнаруженный эффект значительно ослабевает и за пределами интервала $0.1\lambda_* < \lambda < 10\lambda$ оказывается весьма исчезающе слабым.

Выводы. Поверхностный электрический заряда, распределенный по поверхности вертикально осциллирующего горизонтального слоя вязкой жидкости, эффективно подавляет процесс образования ячеек Фарадея. Наиболее чувствительными к эффекту являются ячейки с характерным размером порядка шести капиллярных постоянных. Частота вертикальных вибраций, порождающих ячейки заданного размера существенно уменьшается с ростом поверхностной плотности электрического заряда.

ЛИТЕРАТУРА

1. M. Faraday //Phil. Trans. Roy. Soc., London. 1831. V.121. P. 209-318.
2. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц Теоретическая физика. Электродинамика сплошных сред. (Т. VIII), 2-е изд., испр. – М.: Наука. 1982.
3. S. Yuan, Y. Zhang, Y. Gao //Phys. Rev. Fluids. 2022. Т. 7. №. 3. С. 033902.
4. Т. В. Benjamin //Proc. Roy. Soc. A. 1954. V.225, No4, P. 505-515
5. Белоножко Д.Ф., Апарнева А.В.// Динамические системы, 2018, Т. 8(36), №1, С.51–61.

Затухание гравитационных волн на фрагментированном льду. Натурный эксперимент и численное моделирование.

Г.Е. Хазанов¹, С.А. Ермаков^{1,2}, В.А. Доброхотов¹

¹Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород

²Волжский Государственный Университет Водного Транспорта, Нижний Новгород

g.khazanov@ipfran.ru

Как известно, морской лед на начальном этапе своего формирования в прикромочной зоне может существовать в разных формах, таких, как ледяное сало, снежура, блинчатый лед [1,2]. Перечисленные выше начальные формы льда (НФЛ) приводят к затуханию волн на морской поверхности и, соответственно, влияют на интенсивность микроволнового рассеяния на морской поверхности. Данная работа нацелена на анализ распространения волн в присутствии НФЛ для дальнейшей разработки физических моделей затухания волн. В работе представлены результаты специальных натурных экспериментов по исследованию затухания ветровых волн различной длины в присутствии имитаторов льдин, а также приведены результаты численного моделирования затухания гравитационных волн и дано сравнение с результатами экспериментов. Дана интерпретация наличия локального максимума коэффициента затухания как функции отношения размера льдины к длине волны, как результат резонансного при близких частотах волн и собственных частотах колебания тела.

Эксперименты проводились в южной части Горьковского водохранилища. Скорость ветра в экспериментах составляла 6 – 7 м/с, ветровые волны в различных сериях эксперимента варьировались по амплитуде и длине. Фрагментированный ледяной покров имитировался деревянными пластинами. Измерения волн проводились при помощи 4-х миниатюрных акселерометров, установленных на “ледяном поле”. Подробное описание натурального эксперимента приведено в статье [3].

Для численного моделирования затухания волн на льдинах использовалась версия 2.2.1 программного обеспечения с открытым исходным кодом «OpenFOAM». Основными уравнениями, используемыми для численного моделирования, являлись уравнения RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) несжимаемой ньютоновской жидкости и уравнение неразрывности.

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \nabla) \vec{U} \right] = -\nabla p + \nabla \vec{\tau} + \rho \vec{g} + \vec{f}_a, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0, \quad (2)$$

где ρ - плотность жидкости, \vec{U} - скорость, p - давление, \vec{g} - ускорение свободного падения. Поверхностное натяжение моделируется как непрерывное поверхностное усилие (НПУ) и \vec{f}_a означает поверхностную силу на единицу массы. $\vec{\tau}$ представляет собой сумму вязких и турбулентных напряжений. Последние, добавляют в систему уравнений дополнительные неизвестные, это требует дополнительных уравнений, для замыкания системы. В данной работе используется модель k-epsilon замыкания, формулирующая дополнительные уравнения для скорости турбулентной диссипации и турбулентной кинетической энергии.

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \nabla * (Uk) - \nabla * (D_k \nabla k) = G - \frac{2}{3} k (\nabla * U) - \varepsilon \quad (4)$$

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \nabla * (U\varepsilon) - \nabla * (D_\varepsilon \nabla \varepsilon) = c_1 G \frac{\varepsilon}{k} - \frac{2}{3} c_1 \varepsilon (\nabla * U) - c_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (5)$$

Стандартные коэффициенты для модели: $D_k = \nu + \nu_t / \sigma_k$, $D_\varepsilon = \nu + \nu_t / \sigma_\varepsilon$, $c_\mu = 0.09$, $c_1 = 1.44$, $c_2 = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.3$. Выбор коэффициентов происходит из большой серии проверочных симуляций сдвиговых течений.

Для отслеживания высоты свободной поверхности использовался метод конечных объемов («VOF»). Этот метод определяет долю жидкости, которая существует в каждой ячейке. Уравнение для объемной доли имеет вид:

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla * (\alpha U) = 0 \quad (6)$$

где α - объемная доля воды в ячейке, изменяющаяся от 0 до 1 (ячейка полностью заполнена водой или воздухом соответственно). Значение 0.5 соответствует границе раздела. Для моделирования поверхностной волны использовалась теория StokesII (волна Стокса второго порядка). Движение свободной поверхности в рамках этой модели описывается как:

$$\eta(x, t) = \frac{H}{2} \cos(kx - \omega t) + k \frac{H}{2} a_2 \cos(2(kx - \omega t)) \quad (7)$$

Здесь: k - волновое число, ω - частота волны, H - амплитуда волны. Величина a_2 определяется как:

$$a_2 = \frac{H \cosh(kd)}{8 \sinh^3(kd)} (2 + \cosh(2kd)) \quad (8)$$

Дисперсионное соотношение определяется как:

$$\omega^2 = kg * \tanh(kd) \quad (9)$$

Продольное сечение вычислительной области показано на рис. 1, где G_1 и G_2 - численные волновые датчики, используемые для регистрации высоты свободной поверхности во времени.

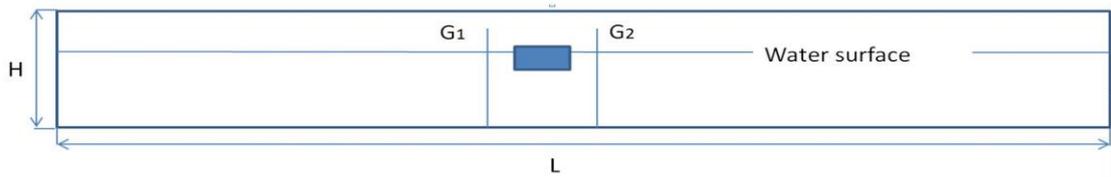


Рис. 1. Геометрическая схема вычислительной области

Здесь $H = 0,4$ м, $L = 10$ м - размеры вычислительной области. Соотношения горизонтального и вертикального размеров льдины подбирались такими же, как и в натурных экспериментах. Из этих соображений: $l = 0,8$ м, $h = 0,08$ м. Длина волны варьировалась в различных симуляциях, при этом крутизна волны $ka \approx 0.08$ оставалась постоянной. Тело выступало над поверхностью воды на десятую часть своего размера. На правой границе обеспечивалось поглощение поверхностных волн для предотвращения отражения. Тело двигалось с тремя степенями свободы, отвечающим колебаниям по горизонтальной и вертикальной оси, а также вращению относительно оси, перпендикулярной плоскости рисунка. Получая данные от численных волновых датчиков G_1 и G_2 , можно определить коэффициент затухания ГКВ при прохождении ледяной структуры по описанной выше методике. Сравним результаты эксперимента и численного моделирования. Как можно видеть на рис. 2, значения коэффициента затухания в натурных экспериментах несколько меньше, чем в численных, что может

быть связано с закреплением деревянных пластин в эксперименте и ограничением их ускорения в поле волны и, соответственно, с уменьшением их присоединенной массы. Тем не менее, характер частотной зависимости коэффициента затухания, а именно, наличие локального максимума, одинаков и в эксперименте, и в численном моделировании. Это согласуется также и с результатами наших лабораторных экспериментов [4].

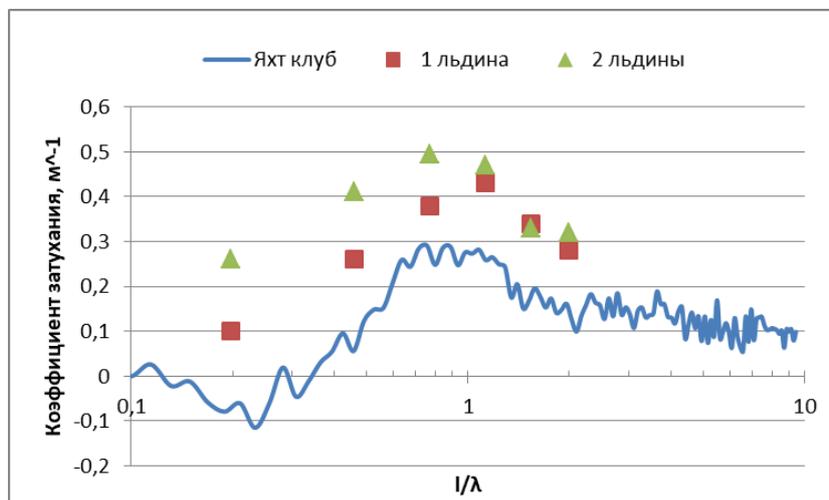


Рис. 2. Коэффициент затухания в зависимости от отношения размера льдины к длине волны, сравнение натурных данных и численного моделирования

Также мы можем зафиксировать каждую из степеней свободы плавающего тела, позволив ему колебаться, например, только вертикально. Фиксируя по очереди каждую из трех степеней свободы, проведена серия симуляций. Все остальные параметры системы остались теми же. Анализ последних численных симуляций показал, что горизонтальные колебания вносят малый вклад в коэффициент затухания. В то же время, как чисто вертикальные, так и чисто вращательные колебания имеют локальный максимум коэффициента затухания, при этом максимумы смещены друг относительно друга. Частота волны, при которой достигается максимум, близка к частоте собственных колебаний тела по двум степеням свободы. Собственные частоты вертикальных и вращательных колебаний близки друг к другу, однако частота вертикальных колебаний чуть выше. Это позволяет нам сделать вывод о возможном резонансном взаимодействии волны с телом при близости частоты волны к частотам собственных колебаний тела, а также о том, что это резонансное взаимодействие обуславливает наличие максимума коэффициента затухания как функции отношения размера тела к длине волны.

Работа выполнена в рамках Госзадания (проект FFUF-2021-0006), а также соглашения №075–15–2020–776 с Минобрнауки РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Johannessen O.M., et al., Arctic Technology and Policy. Proceedings of the Second Annual MIT Sea Grant Conference, 1984, pp.133-146.
2. Prinsenberg S.J., Peterson I.K., Annals of Glaciology, 2011, Vol.52, No.57, pp. 35-42.
3. Хазанов Г.Е., и др., "Современные Проблемы Дистанционного Зондирования Земли из Космоса", Т. 20, №1, с. 229-241, 2023.
4. Ermakov S.A., et al., Proc. SPIE 11529, Remote Sensing of the Ocean, Sea Ice, Coastal Waters, and Large Water Regions, 2020, pp.1152909. doi:10.1117/12.2574082

Потенциал морских навигационных радаров X-диапазона для измерения ветровых волн в открытом океане: разработка и валидация SeaVision

Н.Д. Тилинина¹, Д. В. Ивонин¹, А.В. Гавриков¹, В.Д. Шармар¹, С.К. Гулев¹, М.А. Криницкий¹, Е.А. Ежова¹, А.И. Суслов¹, В.А. Фадеев², С.А. Баргман², Б.С. Трофимов²,

А.В. Соков¹

¹Институт океанологии им. П.П. Ширшова РАН

²ЗАО «Морские комплексы и системы»

tilinina@sail.msk.ru

Ветровые волны в океане играют важную роль в климатической системе, регулируя обмен энергией между океаном и атмосферой и влияя на перемешивание океана. Однако существующие сети наблюдений за ветровыми волнами *insitu* все еще разрежены, что ограничивает возможности проверки спутниковых миссий и моделей ветрового волнения. В работе мы демонстрируем основные принципы анализа данных судовых навигационных радаров для получения характеристик ветрового волнения в открытом океане, а также представляем систему SeaVision для измерения характеристик ветровых волн в открытом океане с помощью стандартного морского навигационного радара X-диапазона. Система разработана при сотрудничестве Института океанологии им. П.П. Ширшова РАН и ЗАО «Морские комплексы и системы».

Разработка системы SeaVision основана на общепринятом подходе к записи и анализу изображений морской поверхности. Исследовательские суда “Академик Сергей Вавилов” (R/V ASV) и “Академик Иоффе” (R/V AI) оснащены стандартными навигационными радарными X-диапазона JRC JMA-9110-6XA и JMA-9122-6XA. Оба радара работают на частоте 9,41 ГГц (длина волны ~3 см) и оснащены 6-футовой антенной с разрешением по горизонтали 1,2°. Система SeaVision подключается к радару через разветвитель. Он обеспечивает оцифровку и дальнейшую запись стабилизированного по направлению (на север) радиолокационного изображения морской поверхности, получаемого в результате каждого отдельного полного поворота антенны радара. Делая это, SeaVision преобразует изображение морской поверхности в цифровой формат и записывает данные на внешнее запоминающее устройство. SeaVision также подключена к навигационному оборудованию судна и одновременно записывает географические координаты с помощью GPS, скорость над землей (SOG) и курс над землей (COG). Каждый полный поворот антенны приводит к получению файла ASCII (~16 МБ), состоящего из матрицы 4096x4096 (дискретизация 1,875 м при 4096 направлениях луча). Эти файлы дополнительно консолидируются и преобразуются в формат NetCDF на этапе последующей обработки.

Методология оценки характеристик ветровых волн основана на хорошо зарекомендовавшем себя методе преобразования Фурье и последующем выделении сигнала на изображениях, который удовлетворяет соотношению линейной дисперсии для океанских волн. Последующий анализ заключается в преобразовании этой части спектрального сигнала в реальные значения высот, периодов и направлений распространения ветровых волн на поверхности океана.

В работе мы представляем данные, собранные во время четырех научно-исследовательских рейсов в Северной Атлантике и Арктике в 2020, 2021 и 2022 годах. Одновременно с измерениями характеристик ветровых волн SeaVision мы также синхронно использовали волномерный буй Spotter. Показано, что наблюдения за ветровыми волнами с помощью навигационного радара X-диапазона хорошо

согласуются с данными волномерного буйа с наилучшим соответствием в определении направления распространения волн.

Существующие решения для измерения ветровых волн в открытом океане с помощью навигационных радаров, такие как WaMoS II, SeaDarQ и WaveFinder, обычно используются в коммерческом секторе, обеспечивая судам, коммерческим установкам в морских прибрежных зонах и другим пользователям мониторинг состояния волн в режиме реального времени. Вместе с разработкой и валидацией SeaVision в четырех научно-исследовательских рейсах мы демонстрируем перспективу интеграции таких систем, как SeaVision, в программу добровольных наблюдательных судов (VOS). Модернизация SeaVision (и, возможно, других систем) до портативного и дешевого устройства со всеми процедурами последующей обработки, включенными во внутренний программный пакет, позволит коммерческим судам, на которых установлена система, предоставлять отчеты о параметрах ветровых волн в режиме реального времени через Глобальную телекоммуникационную систему (GTS). Теоретически предполагаемый поток данных формально составляет одно значение в 2-3 секунды (1 полный оборот антенны радара). Даже при частоте отчетов один раз в минуту потенциальный поток данных превышает текущий поток данных VOS (Voluntary Observing Ships) в сотни раз.

Формирование и эволюция крупномасштабных вихревых структур в аккреционных дисках вокруг нейтронных звёзд

З.Д. Ливенец¹, А.Ю. Луговский²

¹Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ», г. Москва

²Институт прикладной математики им. М.В. Келдыша РАН, г. Москва

zaxarus@inbox.ru

Целью работы является исследование свойств аккреционных звездных дисков при моделировании нестационарных процессов в них. Подобные газовые диски формируются вокруг компактных небесных тел большой массы. Таким объектом может быть нейтронная звезда или черная дыра. В результате захвата гравитационным полем звезды межзвездного газа с большим угловым моментом возникает аккреционный диск. Для того, чтобы вещество аккрецировало (падало) на звезду, необходим отвод углового момента от вещества диска. Известно много механизмов отвода углового момента от вещества аккреционного диска, но все они имеют те или иные недостатки.

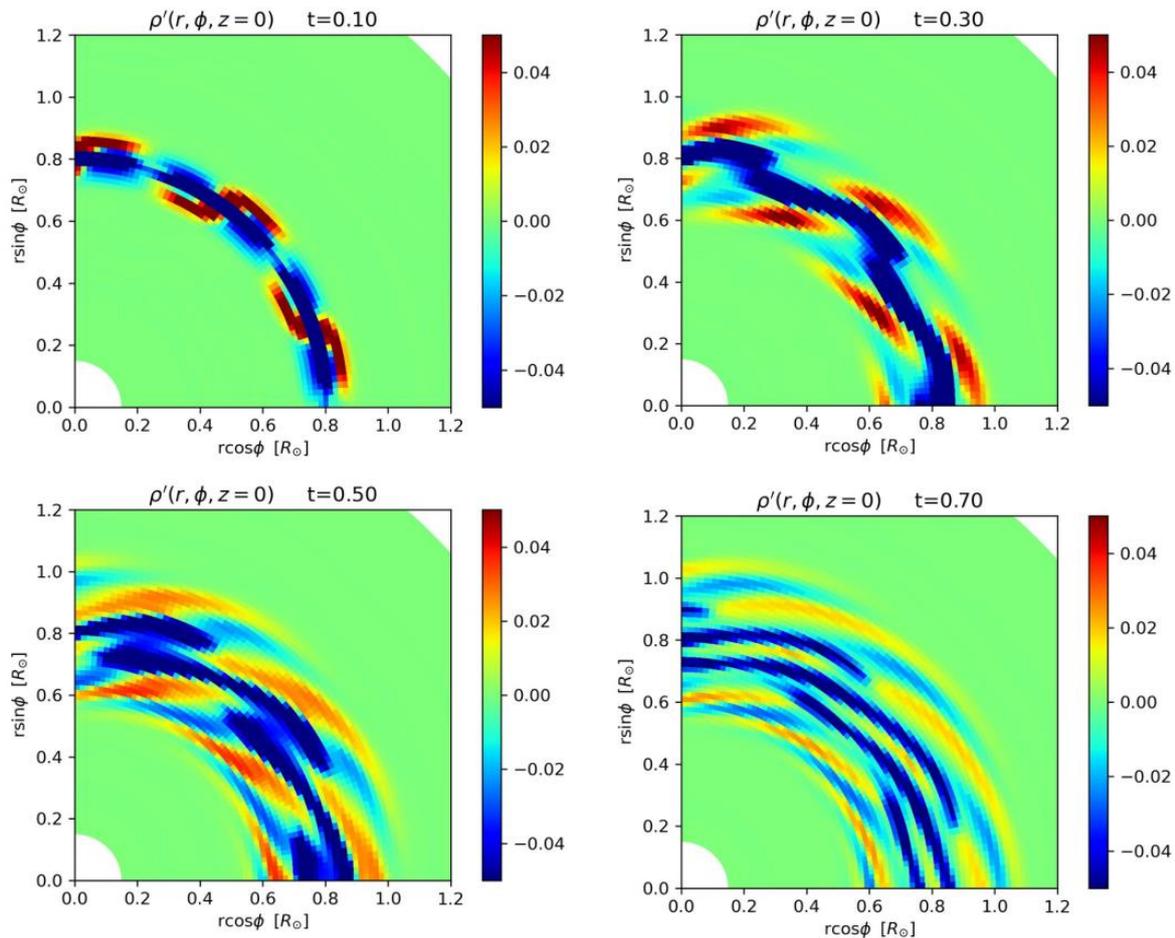


Рис. 1. Эволюция вихревых структур в аккреционном диске. Их движение сопровождается переносом вещества в объеме газового облака.

Особый интерес представляет развитие крупномасштабной турбулентности в сдвиговом течении аккреционного диска, для изучения которого используется компьютерное моделирование данного процесса. Интересно проверить некоторые гипотезы. Возможно ли появление крупномасштабных вихрей в сдвиговом течении

аккреционного диска? Способны ли подобные структуры привести к перераспределению углового момента и обеспечить необходимый темп аккреции (массовая скорость падения вещества на центральное тело)? Правомерен ли двумерный подход для изучения аккреционных дисков?

В работе исследуется новый механизм переноса углового момента крупными вихревыми структурами, возникающими в сдвиговом течении вещества аккреционного диска.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ (грант 20-11-20165).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ливенец З.Д., Луговский А.Ю. // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2022. № 5. С. 1-19.
2. Велихов Е.П., Луговский А.Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Чечеткин В.М. // *Астрономический журнал*. 2007. Т. 84. №2. С. 177-184.
3. Луговский А. Ю., Мухин С.И., Попов Ю.П., Чечеткин В.М. // *Астрономический журнал*. 2008. Т. 85. №10. С. 901-905.

Периодический режим потока сальтации в условиях неоднородности микрорельефа поверхности

Е.А. Малиновская, Г.И. Горчаков, А.В. Карпов, Л.О. Максименков, О.И. Даценко
Институт физики атмосферы им. А.М. Обухова РАН

elen_am@inbox.ru

Для пустынных и полупустынных территорий характерен перенос крупных частиц размерами 70-150 мкм в результате сальтаций (подскоков) над поверхностью под влиянием ветра [1, 2, 3]. При столкновениях и ударах сальтирующих частиц о поверхность возможно откалывание частиц мелкой фракции, что является одним из механизмов генерации пылевого аэрозоля [4]. Поток сальтирующих частиц влияет на профиль скорости ветра у поверхности [5].

По данным полевых экспериментов известно, что изменение концентрации сальтирующих частиц в потоке со временем имеет квазипериодический характер [3, 6]. Отчетливо выраженная мода в диапазоне частот от 100 до 200 Гц может быть связана с волновыми структурами типа мелкой золотой ряби [6]. Наличие на золотой поверхности структур типа ряби с периодическим изменением высоты влияет на величину динамической скорости [7].

На высоте движения сальтирующих частиц всегда присутствует более мелкий пылевой аэрозоль [8], поэтому подобные изменения воздушной среды могут оказывать влияние на его диффузионное распространение за пределы слоя сальтации. Неоднородность потока сальтации может являться причиной всплесковой генерации пылевого аэрозоля, возникновению эффектов теплового подъема пыли при коллективном эффекте [9].

Характерные для естественной золотой поверхности периодические структуры разных масштабов влияют на скорость воздушного потока, что отражается во временных изменениях скорости движения частиц и их числа.

Полагаем, что изменение высоты поверхности ряби H_s вдоль оси x может быть определено периодическим законом вида:

$$H_s = H_{s0} - H_{s0} \sin(\varpi x). \quad (1)$$

Изменение скорости воздушного потока за счет создаваемой разности давлений около структуры поверхности $\Delta p = \rho u^2 / 2 - \rho u'^2 / 2$ (u и u' - средние скорости воздушного потока до и за препятствием) будет связано с геометрией поверхности:

$$u = u_0 - u_0 \sin(\varpi x + \varphi). \quad (2)$$

Если поток сальтации заполняет область высотой от h до $h + \Delta h$, а высота $H_s > h$, то за счет изменения потенциальной энергии частиц $\frac{v^2}{2} = gh'$ откуда $g = \frac{v^2}{2h'} = \frac{v}{2\Delta t}$ (Δt - среднее время подскока частицы). Подскоки частиц до высоты h' происходят с замедлением и ускорением частиц. Если бы длина подскоков была близка к геометрическим размерам золотых структур, то скорости частиц (с учетом линейной связи начальной скорости движения частиц со скоростью ветра [2]) в потоке менялись бы как $v = v_0 \cos(\varpi x)$.

Полагая, что рельеф золотой ряби образуется наклонными поверхностями, над которыми движется поток частиц, высоту подскоков можно выразить через горизонтальную координату x и угол наклона β , получаем уравнение движения в виде:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{9\mu}{2r_p^2 \rho_p} \frac{dx}{dt} - \frac{9\mu}{2r_p^2 \rho_p} u_0 + \frac{9\mu}{2r_p^2 \rho_p} u_0 \sin(\varpi x + \varphi) + \frac{v_0^2}{2x \cdot \tan \beta} \cos(\varpi x) = 0 \quad (3)$$

Исходя из решения уравнения (3), получаем относительное изменение числа частиц n в потоке при условии его постоянства в сечении от поверхности до высоты сальтаций $vn = \text{const}$ как

$$\Phi(x) = \frac{1}{x'} \quad (4)$$

Так как $\varpi = \frac{2\pi}{L_s}$ связан с размером элементов эоловой структуры, L_s , $\varpi L_s = 2\pi$, если расстояние между элементами ряби близко к 20 см, $\varpi = 1/\alpha \approx 60$ Гц. Это определяет пространственную неоднородность потока сальтирующих частиц. При условии, что частицы движутся со средней скоростью $v \approx 4-6$ м/с, частота для времени будет соответствовать $\varpi_t \approx 20-50$ Гц.

В случае, если начальная скорость вылета частиц пропорциональна скорости воздушного потока: $v_0 \sim u_0 \sin(\varpi x)$, происходит удвоение ϖ . В численном эксперименте получаются высокие частоты за счет замедления препятствием некоторой доли движущихся частиц. При условии, что удвоение ϖ учитывается в уравнении, получаем решение уравнения (3) в виде (4) (Рис. 1б) в сравнении с изначальным решением для ряби размером 15 см.

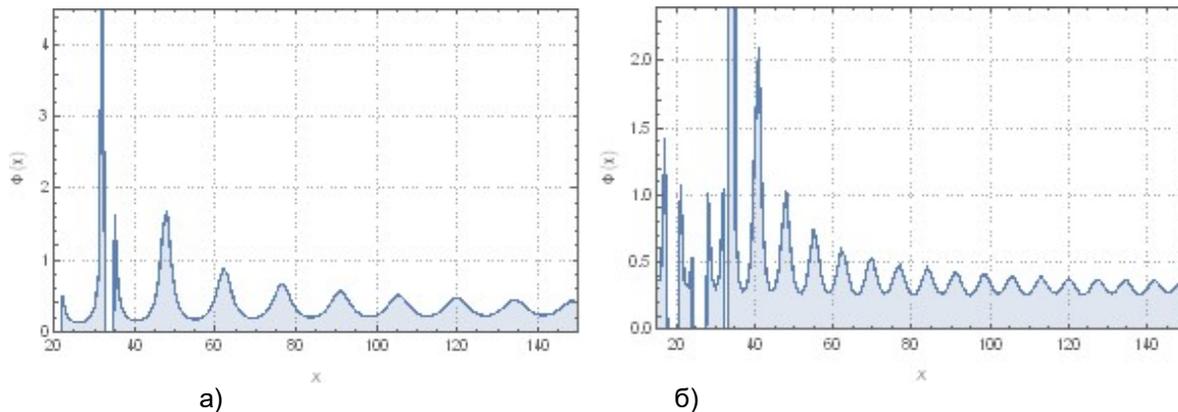


Рис. 1. Изменение относительного числа частиц в потоке сальтации с учетом увеличения частоты подскоков (а – решение уравнения, представленное в виде (8), б – результат учета изменения начальной скорости вылета в зависимости от точки на периодической поверхности)

При скорости ветра, близкой к пороговой, отрываются не все частицы от поверхности, а лишь некоторая их доля [10]. Скорости движения частиц различны, некоторая их доля перекачивается по поверхности. Это усиливает неоднородность потока сальтации, способствует появлению

Экспериментально эффект возникновения периодичности изменения концентрации потока сальтирующих частиц удалось установить двумя методами:

1) визуальным методом с использованием высокоскоростной съемки (частота 1200 Гц) камерой Casio Exilim EX-F1 [6], реализованный на территории Астраханской области в государственном заказнике «Пески Берли»;

2) акустическим методом с фиксацией ударов частиц о стенку тонкостенного контейнера (звуковой фиксинг) [11], реализованный в экспедиционных измерениях в Калмыкии в 2021 г. с использованием сверхчувствительного цифрового диктофона EDIC-mini Card24S A101 в металлическом хорошо резонирующем от ударов частиц боксе (7x7x8 см).

Сравнение характерных частот, выявленных для функций спектральной плотности мощности для двух указанных способов фиксации потока частиц, показывает удовлетворительное их взаимное соответствие (рис.2). Незначительные расхождения значений характерных частот можно объяснить различием в способе получения данных.

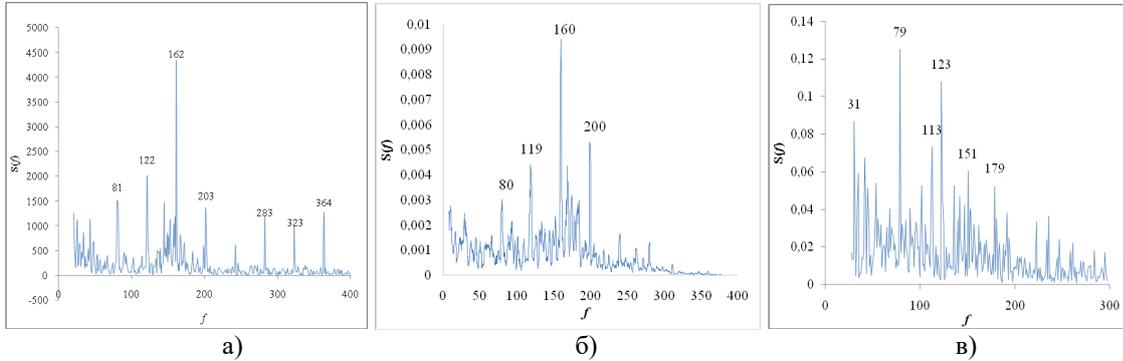


Рис. 2. Спектральная плотность, рассчитанная для числа частиц с характерными частотами: а) пример, полученной визуальным способом с характерными частотами 81, 122, 162, 203, 283 Гц; б) пример, полученной визуальным способом, при осреднении по частотам; в) пример, полученной акустическим способом с характерными частотами 31, 79, 113, 123, 151, 179 Гц

Для определения условий возникновения характерных частот нами был реализован вычислительный эксперимент с использованием Лагранжево-Эйлеровой модели средствами открытого пакета OpenFoam [12] (решатель DPMFoam, турбулентная $k-\omega$ -модель), в котором рассматривалось взаимодействие воздушного потока с частицами с препятствиями типа ряби. Перемещение крупных частиц размерами 200 мкм локально влияет на характеристики среды: на формирование вихрей и изменение турбулентной энергии k , что, вероятно, приводит к неравномерности потока сальтирующих частиц.

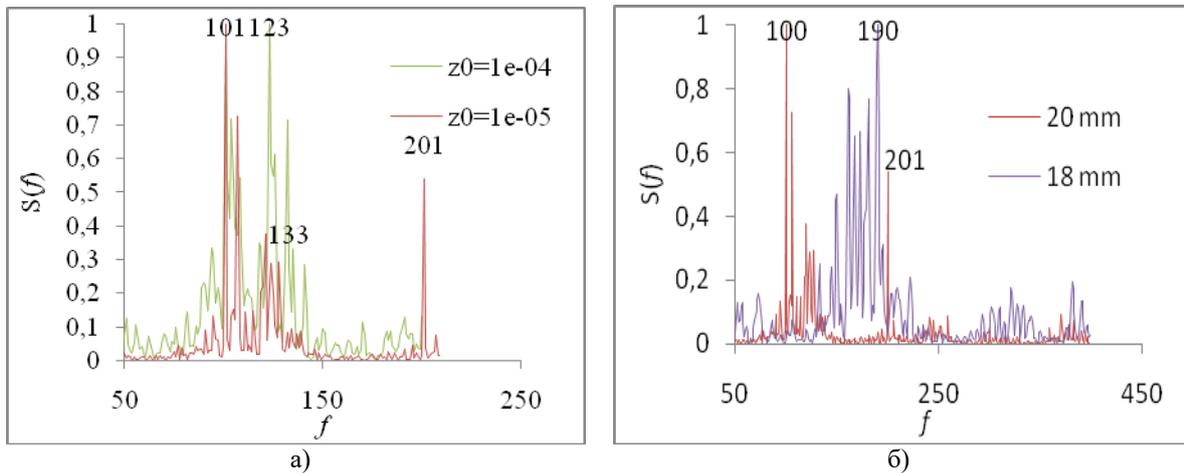


Рис. 3. Примеры расчета спектральной плотности для числа частиц при различных параметрах: (а) – при изменении параметра шероховатости z_0 , б) – при изменении высоты эоловой структуры типа ряби: 18 и 20 мм

Для числа частиц в выделенной области были построены аналогичным способом спектральные функции (рис.3). По результатам вычислительного эксперимента выявлено, что увеличение величины k (турбулентной энергии) на нижней границе от 0.12 до 0.15 $\text{м}^2\cdot\text{с}^{-2}$, приводит к росту значений характерных частот от диапазона 0-50 Гц, к 50-100 и далее к 100-150 с уменьшением разброса. Изменение шероховатости

поверхности z_0 приводит к возникновению верхней характерной частоты. Уменьшение величины энергии диссипации от 14 до 8 с^{-1} сокращает число пиков и разброс частот. При уменьшении высоты структур с 20 до 18 мм характерные частоты смещаются в сторону более высоких.

В вычислительном эксперименте показано, что характерные частоты с высокой частотой (200 Гц) отмечаются при уменьшении шероховатости поверхности. На величину характерной частоты и число пиков влияет соотношение параметров турбулентной энергии и удельной энергии диссипации на нижней границе. Сравнение спектральных функций для модели движения частиц и реальных данных позволяет проводить корректировку входных параметров вычислительного эксперимента.

Поток сальтирующих частиц под влиянием золотой поверхности, имеющей периодическую структуру, становится неоднородным. Для модели, в которой изменение скорости обтекания и начальные скорости отрыва частиц связаны с геометрией поверхности (элементами ряби), возникает периодический характер изменения интенсивности потока частиц.

Изменение характерных частот для числа движущихся частиц для различных высот препятствия подтверждает возможность влияния микрорельефа на установление неравномерности потока движущихся частиц. Так как периодичность потока частиц возникает сразу за первым препятствием, то основной причиной является изменение скоростей движения частиц в результате взаимодействия их и воздушного потока с поверхностью вблизи препятствия.

Источник финансирования. Исследования выполнены при поддержке Российского научного фонда – проект №23-27-00480 «Исследование генерации и выноса пылевого аэрозоля над аридными территориями в условиях неоднородностей рельефа и температуры».

ЛИТЕРАТУРА

1. Chepil W. S. // Soil Science , 1945, V.60, №4, pp. 305-320.
2. Anderson R. S. // Journal of Geophysical Research: Earth Surface , 2015, V. 120, №9, pp. 1626-1644.
3. Martin R. L., Kok J. F. // Journal of Geophysical Research: Earth Surface , 2018, V. 123, №7, pp. 1546-1565.
4. Tatarko J. et al. // Soil and Tillage Research, 2020, 200, p. 104601.
5. Bauer B. O., Houser C. A., Nickling W. G. // Geomorphology, 2004, V. 59, №1-4, pp. 81-98.
6. Горчаков Г.И., Карпов А.В., Кузнецов Г.А., Бунтов Д.В. // Оптика атмосферы и океана, 2016, Т. 29, №6, с. 472-477.
7. Brito P. M. et all. // Geomorphology , 2020, p. 107179.
8. Семенов О.Е. Введение в экспериментальную метеорологию и климатологию песчаных бурь. Москва: Физматкнига, 2020
9. Малиновская Е. А. и др. // Доклады российской академии наук. Науки о Земле, 2023, вып.509, №2, с. 109–117.
10. Малиновская Е. А. // Физика атмосферы и океана, 2019, вып. 55, №2, с. 218-228.
11. Малиновская Е.А., Чхетиани О.Г. // Всероссийская конференция, посвященная памяти академика Александра Михайловича Обухова «Турбулентность, динамика атмосферы и климата». 22–24 ноября 2022 года, Москва, 2022, с. 134.
12. Nóbrega J. M., Jasak H. (ed.). OpenFOAM®: Selected Papers of the 11th Workshop. Springer. 2009.

О модуляции гравитационно-капиллярных волн внутренней волной

В.А. Доброхотов¹, С.А. Ермаков^{1,2}, И.А. Сергиевская^{1,2}

¹Федеральный исследовательский центр Институт прикладной физики им. А.В. Гапонова-Грехова
Российской академии наук, Нижний Новгород

²Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород
vdobrokhотов@ipfran.ru

Как известно, внутренние волны (ВВ) в океане проявляются на его поверхности в виде полос с различной интенсивностью ветровых волн, что дает возможность обнаружения ВВ и восстановлению их характеристик по данным дистанционного зондирования океана, в частности, с использованием спутниковых радиолокаторов микроволнового диапазона (см. например, [1-3]). Вариации интенсивности ветровых волн, которые обусловлены модуляцией последних в поле орбитальных течений ВВ на морской поверхности, обусловлены рядом физических механизмов, в том числе кинематическим (резонансным) механизмом, модуляцией концентрации пленок поверхностно-активных веществ и, как результат, коэффициента затухания ветровых волн, нелинейными эффектами, связанными с сильными обрушениями, а также микрообрушениями ветровых волн в поле ВВ, модуляцией коэффициента возбуждения волн ветром и др. Несмотря на значительное число работ, проблема воздействия ВВ на ветровые волны пока не может считаться до конца решенной и не потеряла актуальности (см, [4]). Важную роль в изучении различных механизмов модуляции играет лабораторный эксперимент ([5] и цитированную литературу). Целью настоящей работы является лабораторное моделирование воздействия ВВ на гравитационно-капиллярные волны (ГКВ) см-дм длин волн и на сигнал обратного радиолокационного (РЛ) рассеяния микроволн Ка-диапазона в условиях конечности амплитуды ГКВ.

Лабораторные эксперименты по изучению взаимодействия ВВ и поверхностных волн проводились в кольцевом ветро-волновом бассейне (КВВБ) Института прикладной физики РАН, в котором создавалась плотностная (солевая) стратификация. Амплитуда механически возбуждаемых ВВ составляла 8 мм, длина волны $\lambda \approx 1,6$ м, фазовая скорость ВВ зависела от создаваемого перепада плотности воды. Гравитационно-капиллярные волны (ГКВ) возбуждались на частоте 4 Гц (длина волны 10 см) независимо механическим волнопродуктором. Эксперименты проводились в условиях резонанса между ГКВ и ВВ, когда групповая скорость ГКВ была близка к фазовой скорости ВВ, а также при отстройке от резонанса. Измерения смещений поверхности и границы раздела соленой и пресной воды соответственно в ГКВ и ВВ проводились с использованием струнных волнографов. Над бассейном размещался когерентный скаттерометр Ка-диапазона (рабочая длина волны 8,7мм), работающий на вертикальной поляризации при углах падения около 55 градусов в режиме непрерывного модулированного излучения, позволяющий измерять интенсивность и доплеровский спектр сигнала обратного РЛ рассеяния. Эксперименты проводились как для чистой поверхности воды, так и в присутствии пленки нерастворимого поверхностно-активного вещества (ПАВ) – олеиновой кислоты с концентрацией существенно меньшей концентрации насыщенной мономолекулярной пленки.

Пример синхронных записей ГКВ, ВВ и интенсивности РЛ сигнала представлен на рисунке 1 для условий резонансного взаимодействия в отсутствие пленки ПАВ.

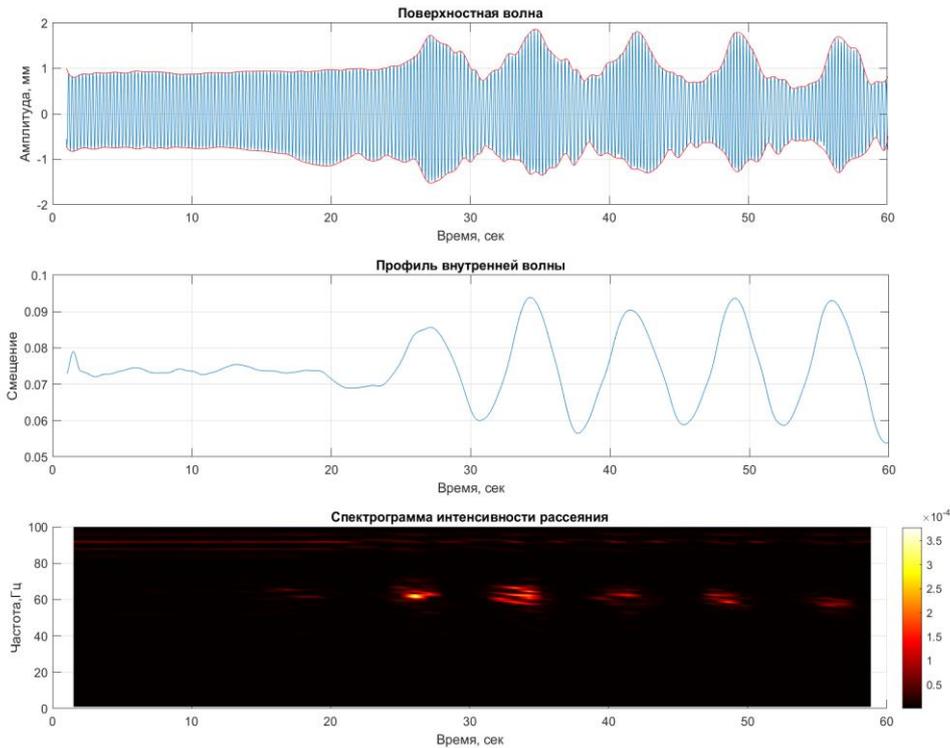


Рис. 1. Временные записи ГКВ, ВВ и спектрограмма РЛ сигнала в условиях резонанса на чистой поверхности.

Как следует из рисунка 1, ГКВ достаточно сильно модулируется в поле ВВ, то же в еще большей степени относится и к модуляции интенсивности РЛ сигнала. Максимумы амплитуды ГКВ и РЛ сигнала находятся в окрестности гребням ВВ, более детально фаза модуляции для разных условий экспериментов описана ниже.

Количественно вариации амплитуды ГКВ характеризуется коэффициентом модуляции

$$\frac{\Delta A}{A} = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}, \quad (1)$$

где A_{\max} и A_{\min} – это максимальные и минимальные значения амплитуд ГКВ в разных фазах ВВ.

Полученные в эксперименте значения коэффициента модуляции представлены на рисунке 2 для режимов резонансной и нерезонансной модуляции и для случаев чистой поверхности воды и воды с пленкой поверхностно-активного вещества с малой концентрацией. Кроме того, на рисунке 2 приведена зависимость коэффициента модуляции интенсивности обратного РЛ рассеяния рассчитанная аналогично уравнению (1).

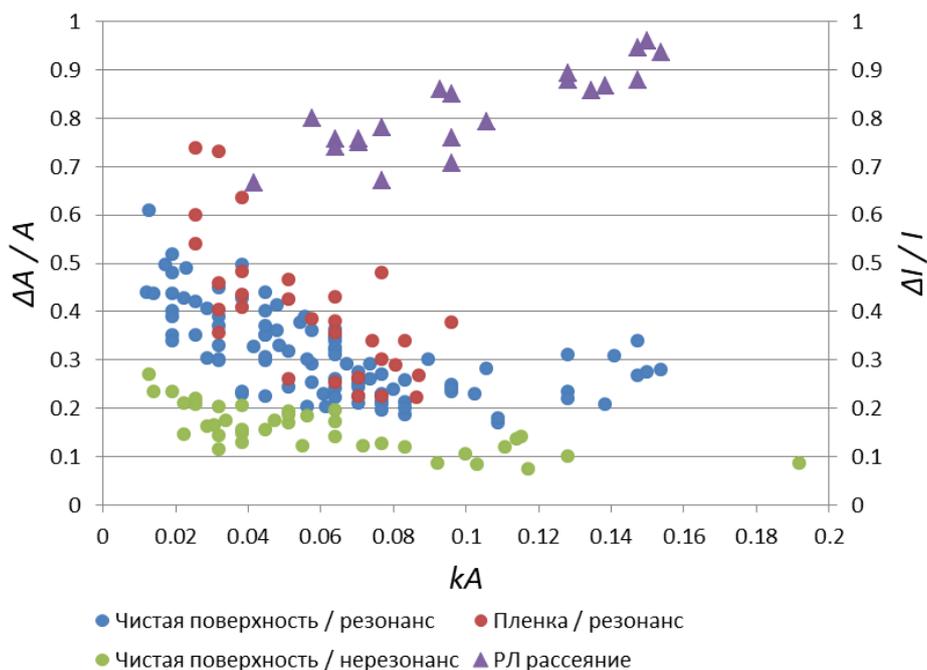


Рис. 2. Коэффициент модуляции амплитуды ГКВ и интенсивности РЛ сигнала в зависимости от средней крутизны поверхностных волн.

Как видно из рисунка 2, коэффициент модуляции амплитуды ГКВ монотонно спадает с ростом крутизны ГКВ. Это связано с тем, что при увеличении kA заметно возрастает вклад высших гармоник в энергию ГКВ, т.е. в несинусоидальность их профиля, тогда как модуляция оценивается фактически для основной гармоники. При нанесении пленки ПАВ высшие гармоники ГКВ подавляются сильнее, чем основная, профиль ГКВ становится более синусоидальным и его коэффициент модуляции увеличивается по сравнению со случаем чистой воды.

Несинусоидальность профиля ГКВ см-дм длин волн проявляется, кроме генерации низших гармоник, в образовании характерных нелинейных структур – паразитной капиллярной ряби (ПКР) и валообразных структур (bulge) вблизи гребней ГКВ. Именно эти структуры определяют интенсивность микроволнового рассеяния в Ка-диапазоне, как было показано, например, в [6]. Крутизны ПКР и кривизны bulge нелинейно возрастают с ростом средней крутизны ГКВ, что приводит к росту коэффициента модуляции РЛ сигнала при изменении средней крутизны ГКВ, что и подтверждает зависимость, представленная на рисунке 2. Отметим, что модуляция РЛ сигнала оказывается более сильной, чем модуляция основной гармоники ГКВ, когда последняя модулируется полем ВВ за счет кинематического механизма или из-за влияния пленки ПАВ. Данный эффект можно характеризовать как механизм каскадной модуляции ПКР и bulge из-за их нелинейной зависимости от крутизны ГКВ, когда последняя модулируются (пусть даже сравнительно слабо) полем ВВ.

В присутствии пленки ПАВ меняется не только коэффициент модуляции, но и фазовый сдвиг между максимумами амплитуд ГКВ и интенсивностью РЛ сигнала и гребнями ВВ (рисунок 3).

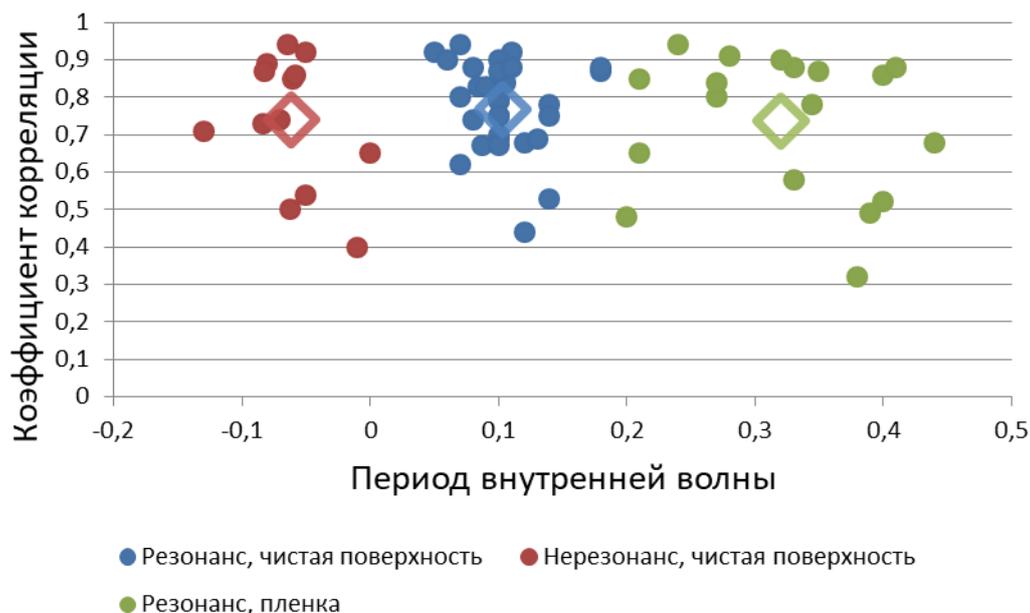


Рис. 3. Коэффициенты корреляции и фазовые сдвиги (деленные на 2π) между максимумами амплитуд поверхностных волн и гребнями внутренних волн. Ромбами обозначены усредненные значения для каждого случая.

Как следует из рисунка 3 наличие пленки приводит к смещению максимумов модуляции амплитуды ГКВ на задний склон, т.е. в направлении впадины ВВ. Такое поведение согласуется с проявлением пленочного механизма модуляции ГКВ под действием ВВ (см. [5]).

Выводы. В лабораторном эксперименте промоделированы эффекты модуляции ГКВ конечной амплитуды в поле ВВ. Показано, что коэффициент модуляции ГКВ максимален в условиях резонанса с ВВ, наличие пленки ПАВ приводит к небольшому увеличению коэффициента модуляции. С ростом крутизны ГКВ коэффициент модуляции уменьшается как на чистой воде, так и на воде с пленкой. Напротив, модуляция РЛ сигнала усиливается с ростом крутизны ГКВ, что связано с действием каскадного модуляционного механизма в поле ВВ.

Работа выполнена в рамках Госзадания (проект FFUF-2021-0006), а также соглашения №075–15–2020–776 с Минобрнауки РФ.

ЛИТЕРАТУРА

1. W. Alpers // Nature. 1985. V. 314. P. 245 – 247.
2. J. Da Silva et al. // J. Geophys. Res. Ocean. 1998. V. 103. P. 8009 – 8031.
3. C.R. de Macedo, J.C.B. da Silva // Remote Sens. 2020. V. 12. No. 15. P. 2372.
4. L. Lenain, N. Pizzo // Journal of Physical Oceanography. 2021. V. 51. No. 9. P. 2735 – 2748.
5. С.А. Ермаков “Влияние пленок на динамику гравитационно-капиллярных волн” Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2010.
6. S. A. Ermakov et al. // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. 2022. V. 60. P. 4202812.