

АКУСТИКА НЕОДНОРОДНЫХ СРЕД

Нелинейная трехмерная модель параметрической генерации низкочастотного сигнала разностной частоты <i>А.В. Кващенко, П.В. Юлдашев, И.Б. Есипов, В.А. Хохлова</i>	1
Использование метода акустической голографии для исследования ультразвукового поля 128-элементной фокусированной решётки в воздухе <i>Ш.А. Асфандияров, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников</i>	4
Фазовая коррекция каналов многоэлементной терапевтической решетки с помощью метода акустической голографии <i>С.А. Цысарь, Ш.А. Асфандияров, П.Б. Росницкий, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников</i>	7
Влияние акустической нелинейности на величину радиационной силы, оказываемой фокусированным ультразвуковым пучком на упругий шар в жидкости <i>Л.М. Котельникова, П.В. Юлдашев, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников</i>	9
Вычисление поля, рассеянного от большой неоднородной области <i>Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева, А.С. Черняев</i>	13
Оценка скорости звука в газонасыщенных осадках по данным с векторного приемника <i>М.А. Иванов, А.С. Шуруп</i>	16
Математическое моделирование сейсмоакустических волн в слоистом арктическом волноводе <i>Д.А. Преснов</i>	18
Объемные осцилляции и акустическое излучение подводных газовых пузырей при столкновении капли с поверхностью воды <i>В.Е. Прохоров</i>	21
Влияние скорости продольной деформации на упругие свойства полимера ABS <i>А.Б. Володарский, А.И. Кокшайский, Н.И. Одина, А.И. Коробов</i>	24
Нарушение рэлеевского закона и структура спектра резонансного и диффузного рассеяния волны Рэлея на статистической неоднородности изотропного твёрдого тела <i>В.Н. Чуков</i>	27

Нелинейная трехмерная модель параметрической генерации низкочастотного сигнала разностной частоты

А.В. Квашенникова¹, П.В. Юлдашев¹, И.Б. Есипов², В.А. Хохлова¹

¹Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет

²Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина

kvashennikovaav@my.msu.ru

Параметрические излучатели активно используются в современных исследованиях применительно к задачам подводной, воздушной и медицинской акустики [1-3]. В силу узкой направленности низкочастотного излучения, формируемого при параметрическом взаимодействии двух интенсивных высокочастотных волн накачки, трехмерная полная нелинейная задача о генерации волны разностной частоты в условиях формирования ударных фронтов может быть решена в параболическом приближении дифракции с помощью уравнения Хохлова-Заболотской-Кузнецова [4], записанного в спектральном представлении для амплитуд гармоник давления с номерами $n = f/f_{\text{dif}}$ как

$$\frac{\partial P_n}{\partial z} = \frac{ic_0}{2\omega_n} \left(\frac{\partial^2 P_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P_n}{\partial y^2} \right) - \frac{\delta\omega_n^2}{2c_0^3} P_n + \frac{i\beta\omega_n}{c_0^3\rho_0} \left(\sum_{m=1}^{N_{\text{max}}-n} P_m^* P_{n+m} + \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{n-1} P_m P_{n-m} \right). \quad (1)$$

В уравнении (1) $P_n(x, y, z)$ – нормированные на максимальное давление $p_0 \leq 0.6$ МПа на излучателе комплексные амплитуды гармоник с частотами $f_n = \omega_n/2\pi = nf_{\text{dif}}$, где $f_{\text{dif}} = f_{\text{pump1}} - f_{\text{pump2}}$ – величина разностной частоты для заданных волн накачки с частотами $f_{\text{pump1}} > f_{\text{pump2}}$; z – выделенное направление распространения волны, $c_0 = 1502.25$ м/с – скорость звука, $\rho_0 = 996.81$ кг/м³ – плотность среды, $\beta = 3.5$ и δ – коэффициенты нелинейности и термовязкого поглощения в среде, N_{max} – номер наивысшей гармоники в спектре волны [5]. В квазилинейном приближении [6], реализуемом в случае низких значений давления p_0 на излучателе, полная система уравнений (1) переходит в систему из трех уравнений: двух линейных для волн накачки и одного линейного с функцией источников, пропорциональной $\beta\omega_{\text{dif}}P_{\text{pump1}}P_{\text{pump2}}^*/(c_0^3\rho_0)$, для волны разностной частоты.

Численное моделирование системы уравнений (1) проводилось с помощью метода расщепления по физическим факторам второго порядка точности на каждом шаге Δz вдоль выделенного направления распространения волны [6-7]. Для решения полной системы уравнений (1) был использован метод прореживания спектра [8], позволяющий проводить вычисления только для заранее заданного и относительно небольшого набора гармоник с целью оптимизации нелинейного алгоритма.

Генерация волн разностной частоты моделировалась на примере высокочастотной параметрической подводной многоэлементной антенной решетке [6, 9] с характерными размерами $D = 18.85$ см вдоль оси x и $L = 31.8$ см вдоль оси y . Одна половина прямоугольных элементов антенны излучала импульсный сигнал на фиксированной частоте 150 кГц, а вторая половина – фазово-модулированный импульсный сигнал в диапазоне частот 135-145 кГц. Отметим, что на данном этапе в работе используется допущение двухчастотного гармонического начального возбуждения с частотами $f_{\text{pump1}} = 150$ кГц и $f_{\text{pump2}} = 135, 140$ и 145 кГц, приближение свободного поля и постоянство скорости звука по глубине.

Были рассчитаны характерные расстояния $l_{d,x} = \pi f_{\text{pump1,2}}(D/2)^2/c_0$ и $l_{d,y} = \pi f_{\text{pump1,2}}(L/2)^2/c_0$, $l_{\text{sh}} = \rho_0 c_0^3/(\beta\omega_{\text{pump1}}p_0)$ и $l_{\text{abs}} = 2c_0^3/(\delta\omega_{\text{pump1,2}}^2)$, определяющие продольные пространственные масштабы для эффектов дифракции, нелинейности и термовязкого

поглощения, соответственно. Так, характерные длины дифракции составляют 2.5-2.8 м и 7.1-7.9 м в направлении осей x и y для волн накачки с частотами 135-150 кГц. При максимально достижимой в эксперименте начальной амплитуде давления на излучателе $p_0 = 0.6$ МПа нелинейные эффекты проявляются значительно раньше дифракционных уже на расстояниях порядка $l_{sh} = 1.7$ м от излучателя. В условиях рассматриваемой задачи поглощение высокочастотных волн накачки не являлось ограничивающим их распространение фактором, и $l_{abs} = 1700$ м для типичных табличных значений коэффициента поглощения $\delta_{normal} = 4.42 \times 10^{-6}$ м²/с [10]. Однако отметим, что в реалистичных условиях распространения акустических волн в морской воде поглощение может быть в десятки раз больше за счет присутствия взвесей, водорослей и других включений, поэтому численное моделирование было проведено при $\delta = 10\delta_{normal} = 4.42 \times 10^{-5}$ м²/с ($l_{abs} = 170$ м).

Результаты сравнения полной нелинейной (1) и квазилинейной моделей в ударноволновом режиме ($p_0 = 0.6$ МПа) показали, что при наличии сильных нелинейных эффектов происходит уменьшение эффективности генерации волн разностной частоты из-за передачи энергии от волн накачки к их высшим гармоникам (рис. 1, (а)). Максимальное отношение амплитуды волны разностной частоты к начальной амплитуде давления волн накачки p_0 достигает 0.66% при наибольшем рассмотренном в работе значении разностной частоты ($f_{dif} = 15$ кГц). Свойства направленности как пучков накачки, так и пучков разностной частоты (рис. 1, (б)-(в)), рассчитанные с использованием полной нелинейной модели, также существенно отличаются от предсказаний квазилинейной теории для всех трех рассмотренных в работе значений f_{dif} : полные углы расходимости пучков, рассчитанные по уровню 0.5 на расстоянии $z = 20$ м от излучателя, оказываются в 1.5-2 раза больше по сравнению с квазилинейными расчетами.

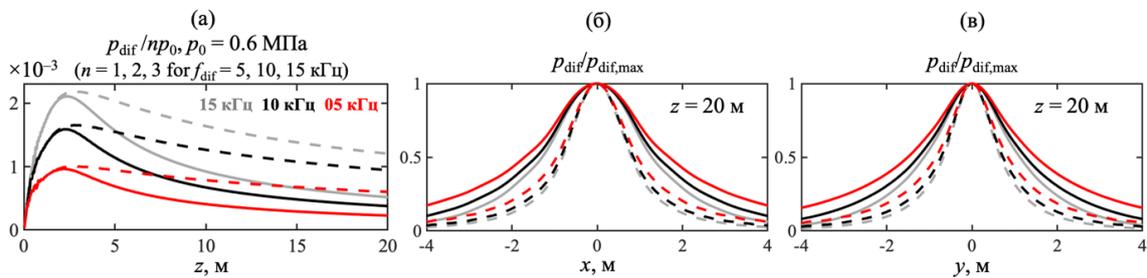


Рис. 1. (а) – осевые распределения амплитуды давления волны разностной частоты для полной нелинейной (сплошные линии) и квазилинейной (штриховые линии) моделей; (б) и (в) – поперечные нормированные на максимальные значения распределения давления по осям x и y при $z = 20$ м.

На рис. 2 приведены результаты расчета амплитуды давления волны разностной частоты на оси на примере волны с частотой $f_{dif} = 5$ кГц для ударноволнового режима при $p_0 = 0.6$ МПа (рис. 2, (а)) и квазилинейного режима (рис. 2, (б)), который может быть реализован, если начальное давление на излучателе будет уменьшено, например, в 10 раз и составлять $p_0/10 = 0.06$ МПа ($l_{sh} = 17$ м). Цветными линиями изображены расчеты при искусственном выключении нелинейности при достижении расстояний $z^* = 50$ м (красный) и 75 м (синий). Как видно из рис. 2, (а), в ударноволновом режиме работы параметрического излучателя искусственное выключение нелинейных эффектов слабо сказывается на значении амплитуды давления волны разностной частоты, которая при $z = 100$ м уменьшается лишь на 12% и 3% для $z^* = 50$ м и 75 м, соответственно. При этом в квазилинейном режиме (рис. 2, (б)) при низких начальных давлениях на излучателе выключение нелинейности проявляется заметнее: убыль амплитуды волны разностной частоты составляет 39% и 14% для тех же z^* . Это связано

с тем, что хотя на рассмотренных расстояниях z^* распространение волны разностной частоты, сгенерированной в ударноволновом режиме, фактически уже становится квазилинейным в силу $z^* \gg l_{sh} = 1.7$ м, однако относительные амплитуды волн накачки в этом режиме уменьшаются значительно, чем в исходно квазилинейном, и составляют около 1.8% от $p_0 = 0.6$ МПа против 4.6% от $p_0 = 0.06$ МПа при $z^* = 50$ м. Следовательно, выключение таких ослабленных нелинейных источников меньше влияет на амплитуду волны разностной частоты.

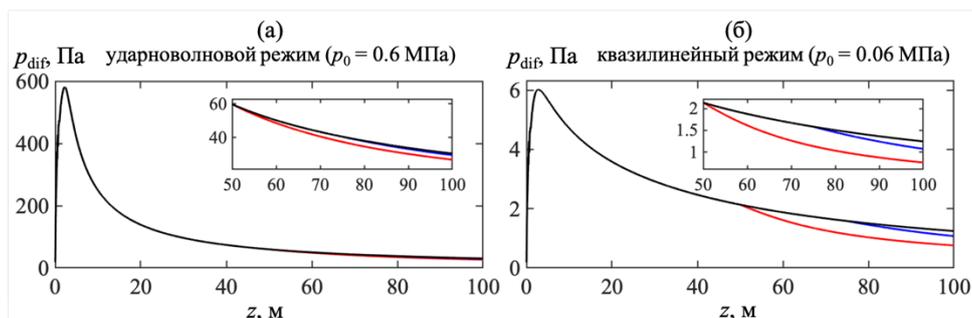


Рис. 2. Осевые распределения амплитуды давления волны разностной частоты на примере $f_{dif} = 5$ кГц в ударноволновом (а) и квазилинейном (б) режимах: красные и синие кривые соответствуют искусственному отключению нелинейности при $z^* = 50$ м и 75 м, соответственно.

Таким образом, в работе численно исследован процесс параметрической генерации волны разностной частоты при различных режимах работы модельного высокочастотного подводного параметрического излучателя [9] в зависимости от начального давления p_0 . Получены решения уравнения ХЗК с оптимизированным нелинейным алгоритмом в трехмерной постановке и при полном учете нелинейных эффектов. Анализ осевых и поперечных распределений амплитуды давления волны разностной частоты для различных значений f_{dif} показал, что решение задачи в полной нелинейной постановке устраняет неточности квазилинейной модели как с точки зрения эффективности работы параметрического излучателя, так и дифракционной расходимости пучков в ударноволновых режимах при достаточно большой исходной мощности. Искусственное отключение нелинейности демонстрирует заметный вклад процесса генерации параметрического сигнала в дальней зоне излучения антенны, когда уровень излучения накачки спадает по сферическому закону.

Работа выполнена при поддержке гранта фонда «БАЗИС» 20-2-2-21-1.

ЛИТЕРАТУРА

1. H. Zhou, S.H. Huang, W. Li. // Sensors. 2020. V. 20. No 7. P. 2148.
2. W.-S. Gan, J. Yang, T. Kamakura T. // Applied Acoust. 2012. V. 73. No 12. P. 1211.
3. M.W. Urban et al. // Current Medical Imaging Reviews. 2011. V. 7. No 4. P. 350.
4. Е.А. Заболотская, Р.В. Хохлов // Акуст. журн. 1969. Т. 15. № 1. С. 40.
5. С.С. Кашеева и др. // Акуст. журн. 2000. Т. 46. № 2. С. 211.
6. А.В. Тюрина и др. // Акуст. журн. 2023. Т. 69. № 1. С. 22.
7. А.В. Квашенникова и др. // Труды XXXV сессии РАО. 2023. С. 20.
8. А.В. Тюрина и др. // Акуст. журн. 2022. Т. 68. № 2. С. 152.
9. И.Б. Есипов, О.Е. Попов, В.Г. Солдатов. // Акуст. журн. 2019. Т. 65. № 4. С. 490.
10. A.D. Pierce "Acoustics: an introduction to its physical principles and applications" Springer, 2019.

Использование метода акустической голографии для исследования ультразвукового поля 128-элементной фокусирующей решётки в воздухе

Ш.А. Асфандияров, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет
asfandiiarov.sa14@physics.msu.ru

Акустические волны ближнего ультразвукового (УЗ) диапазона (частоты от 20 до 100 кГц) способны распространяться в воздухе на расстояние в несколько метров и поэтому находят многочисленные практические применения, например, в охранных системах безопасности, отпугивателях животных, приборах измерения уровня жидкости, устройствах для бесконтактного измерения расстояний (в частности, в устройствах парковки автомобилей), пеногасителях и т.п. [1]. Малая длина волны, от нескольких миллиметров до сантиметров, позволяет создавать относительно компактные источники большого волнового размера, излучающие направленные волновые пучки. В последние годы активно исследуются многоэлементные воздушные УЗ решетки, которые позволяют иметь больше контроля над создаваемым акустическим полем [2, 3]. Однако существующие прототипы решеток являются маломощными, поэтому возможности их применения в промышленности ограничены. В Лаборатории медицинского и промышленного ультразвука МГУ разработана многоэлементная спиральная фокусирующая решетка для создания высокоинтенсивных УЗ пучков в воздухе. В работе представлены результаты исследования разработанной решетки методом акустической голографии. Метод позволил выявить плохо излучающие элементы, а также подтвердить восстановление их работоспособности после подстройки их резонансных частот.

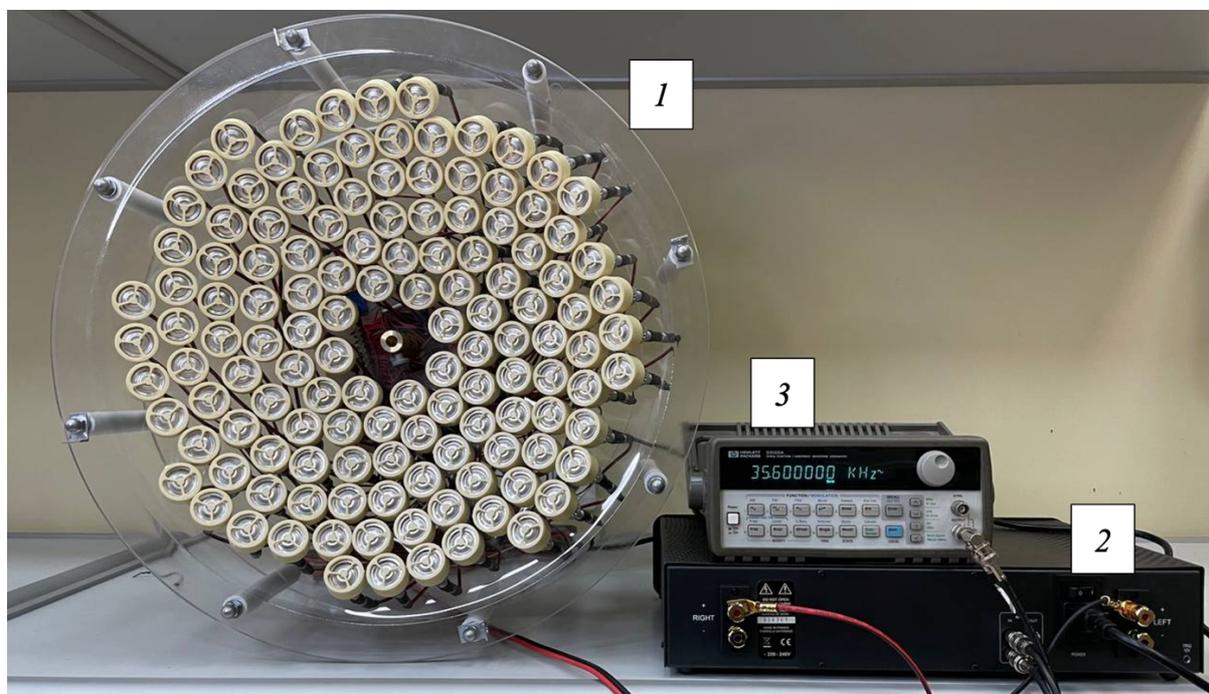


Рис. 1 Фотография изготовленной 128-элементной фокусирующей решетки и сопутствующего оборудования. 1 – решетка, 2 – бытовой усилитель мощности Atoll AM 200, 3 – генератор сигналов Agilent 33250A.

Фотография изготовленной решетки 1 и сопутствующего оборудования, необходимого для ее функционирования (2, 3), представлена на рис. 1. Элементы решетки установлены в прозрачной акриловой сферической чаше (Мастерская «Акрилайс», Москва, Россия) диаметром 500 мм и радиусом кривизны 500 мм. Элементами фокусирующей решетки выступают 128 пьезоэлектрических преобразователей УП-3-01 (ООО «Аэрофон», Волгоград, Россия) с центральной частотой излучения 35.5 кГц (рис. 1) [4]. С целью подавления паразитных дифракционных максимумов преобразователи расположены вдоль спиралей. Крепление преобразователей на сферической чаше осуществляется с помощью специальных держателей с резьбой. Резьба держателей позволяет регулировать положение элементов относительно сферической чаши с амплитудой хода до 40 мм. На противоположном конце держателей элементов установлены аудио-разъемы TS типа «мама» диаметром 3.5 мм, которые позволяют подключить все элементы решетки к согласующему устройству. Согласующее устройство установлено на задней части решетки 1 и выполняет задачу электрического согласования импеданса всех элементов решетки и выхода усилителя мощности 2, а также соединяет все элементы решетки в параллельное электрическое соединение с помощью двух латунных шин и 128 двужильных кабелей длиной 500 мм с TS разъемами типа «папа» диаметром 3.5 мм. В качестве источника сигналов используется лабораторный генератор сигналов 33250A (Agilent Technologies, США) 3. Сигнал с генератора усиливается с помощью бытового усилителя мощности Atoll AM 200 (Atoll Electronique, Brecey, France) и подается на элементы решетки через согласующее устройство.

Исследование характеристик разработанной решетки производилась с помощью метода импульсной акустической голографии [5]. Голографические измерения проводились на специальном экспериментальном стенде. Исследуемая решетка устанавливается неподвижно на специальном штативе. Напротив решетки устанавливался микрофон (46BE, GRAS, Denmark) с почти линейной амплитудно-частотной характеристикой в полосе частот 0–40 кГц. Микрофон в процессе измерений мог перемещаться контролируемым образом в автоматическом режиме. Для этого использовалась система микропозиционирования UMS-3 (Precision Acoustics, Великобритания), позволяющая проводить пространственное трёхмерное сканирование с точностью позиционирования 6 мкм. Голограмма УЗ поля записывалась путём регистрации сигнала микрофона в узлах плоской квадратной сетки с шагом 4 мм, ориентированной перпендикулярно оси решетки и расположенной от нее на расстоянии 240 мм. Соответствующее количество узлов сетки выбиралось равным 77×77 , то есть размер участка сканирования составлял 304×304 мм, что позволяло почти полностью охватить геометрические размеры пучка на таком расстоянии от решетки. Центр области сканирования устанавливался напротив центра решетки.

В ходе сканирования на элементы решетки подаются УЗ импульсы с синусоидальным наполнением частоты 35.5 кГц и длительностью 5 периодов. Сигнал с микрофона записывался в пределах временного окна длительностью 4 мс: указанной длительности было достаточно для записи регистрируемого микрофоном импульсного акустического сигнала. Запись сигнала микрофона происходила с шагом дискретизации 40 нс, что для выбранного временного окна составляет 2500 точек записи. Для снижения уровня шумов для каждой точки производилось усреднение по 4 реализациям периодически повторяющегося сигнала.

На основе спектров записанных сигналов с использованием принципа обращения волнового фронта и интеграла Релея определялись распределения амплитуды и фазы акустического давления на поверхности исследуемой решетки. Одно из таких распределений амплитуды (a) и фазы (b), полученное на центральной частоте решетки

35.5 кГц, представлено на рис. 2. Из распределения амплитуды видно, что часть элементов решетки колеблется с малой относительно большинства элементов решетки амплитудой. Кроме того, по фазовой зависимости виден небольшой поворот решетки относительно осей сканирования голограммы.

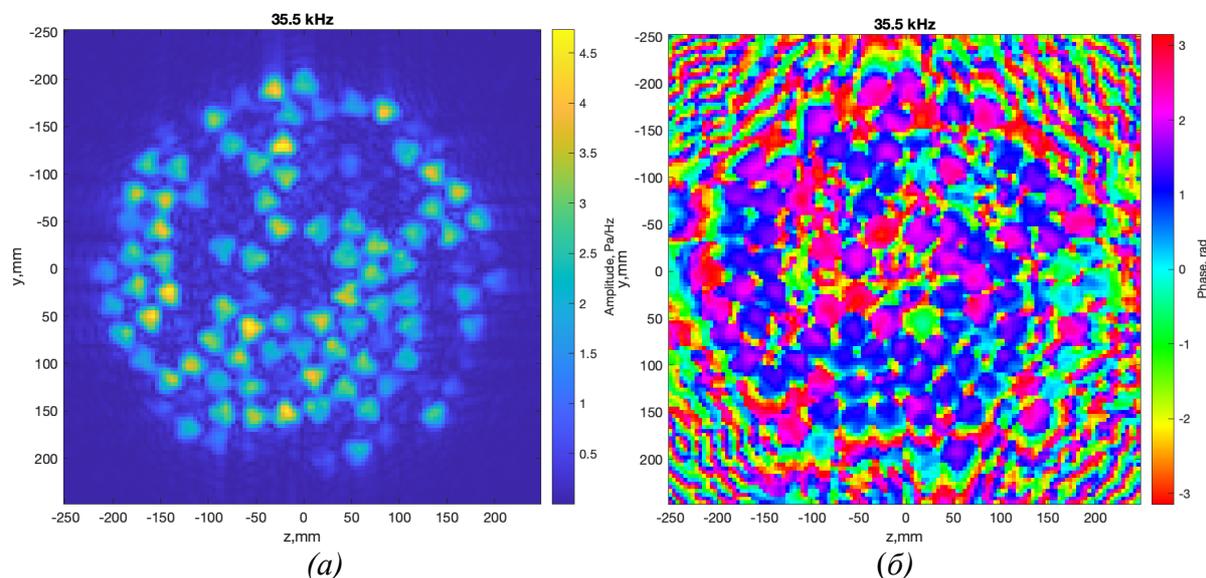


Рис. 2 Амплитудные (а) и фазовые (б) распределения акустического давления на поверхности решетки на частоте 35.5 кГц

По полученным амплитудным распределениям удалось установить однозначное соответствие пятен распределения с рис. 2 (а) с реальными элементами на решетке. Измерение частотных зависимостей электрических импедансов отдельных некорректно работающих элементов показало, что частота антирезонанса, на которой наблюдается наиболее эффективное излучение акустической энергии, значительно отличается от центральной частоты 35.5 кГц всей решетки. В то время как частоты антирезонанса элементов, которые на рис. 2 (а) представлены яркими пятнами, лежат в полосе 200 Гц с центром на частоте 35.5 кГц.

Специальный процесс настройки элементов решетки позволяет изменить частоту антирезонанса и привести все центральные частоты элементов к одной. В ходе работы проделан процесс настройки части некорректно работающих элементов решетки. Проведена повторная виброметрия разработанной решетки с настроенными элементами. Показано, что используемый процесс настройки позволяет изменить частоту антирезонанса элементов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gallego-Juárez J.A. *et al.* // *Ultrasonics*. 2000. No 38(1-8). P. 331.
2. Liebler M. *et al.* // *J. Acoust. Soc. Am.* 2020. No 148. P. 1713.
3. Marzo A., Barnes A., Drinkwater B.W. // *Rev. of Scient. Instr.* 2017. No. 88. P. 085105
4. Гейер А.Ф., Пономарев В.А. // *Вопросы радиоэлектроники*. 2019. No 10. С. 11–16
5. Sapozhnikov O.A. *et al.* // *J. Acoust. Soc. Am.* 2015. V. 138, No 3. P. 1515–1532.

Фазовая коррекция каналов многоэлементной терапевтической решетки с помощью метода акустической голографии

С.А. Цысарь, Ш.А. Асфандияров, П.Б. Росницкий, В.А. Хохлова, О.А. Сапожников
Физический факультет,
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
sergey@acs366.phys.msu.ru

С развитием многоканальных систем управления диагностическими и терапевтическими ультразвуковыми (УЗ) решетками расширяется круг прикладных задач как в медицине, так и в промышленности. Следует выделить терапевтические приложения, например, гипертермию для локального повышения температуры тканей с последующей тепловой абляцией [1]; УЗ гистотрипсию для механического разрушения биологических тканей [2]. Среди диагностических приложений, использующих интенсивный сфокусированный ультразвук, важно отметить метод эластографии по сгенерированным в фокальной области сдвиговым волнам [3]. Все эти приложения требуют высокой точности воздействия ультразвукового поля на объект или среду для минимизации рисков поражения тканей за пределами области воздействия. Это возможно при наличии полной информации о параметрах каждого элемента излучающего тракта и структуре создаваемого многоэлементной системой поля. В то время как характеристики тракта обычно известны с высокой точностью, характер колебаний поверхности пьезоэлементов, как правило, неизвестен и часто отличается от широко используемого поршневого приближения [4]. Определить реальную структуру поля можно с помощью разработанного метода акустической голографии [5], позволяющего для монохроматического поля по измерению амплитуды и фазы акустического давления вдоль поверхности перед излучателем решить обратную задачу и найти реальные граничные условия для решения прямой задачи излучения. Для использования разработанного аппарата в условиях импульсных полей метод был расширен на широкополосный случай [6].

В настоящей работе проводилась характеристика 256-элементной (с нерегулярным расположением элементов) сфокусированной решетки (Imasonic, Франция) диаметром 200 мм, с фокусным расстоянием 150 мм, имеющей центральную частоту 1.2 МГц с помощью гидрофона HGL-0200 (Onda, Великобритания), перемещаемого системой сканирования УЗ полей в воде с ЧПУ UMS-3 (Precision Acoustics, Великобритания). Было обнаружено, что фокальное пятно имеет ассиметричную форму (рис. 1а).

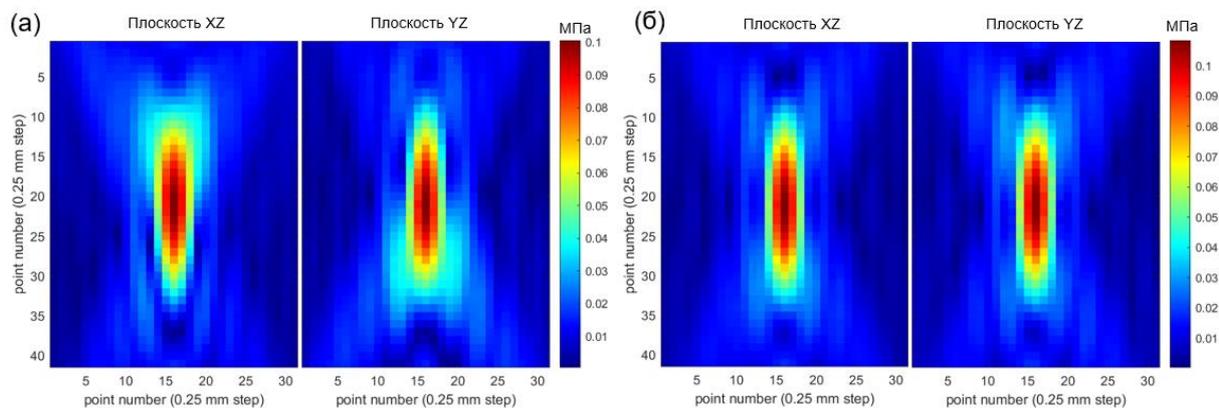


Рис. 1. Измеренное гидрофоном поле акустического давления в фокальной области 256-элементного излучателя с синфазным электрическим возбуждением (а), с коррекцией фаз элементов по данным голографии (б).

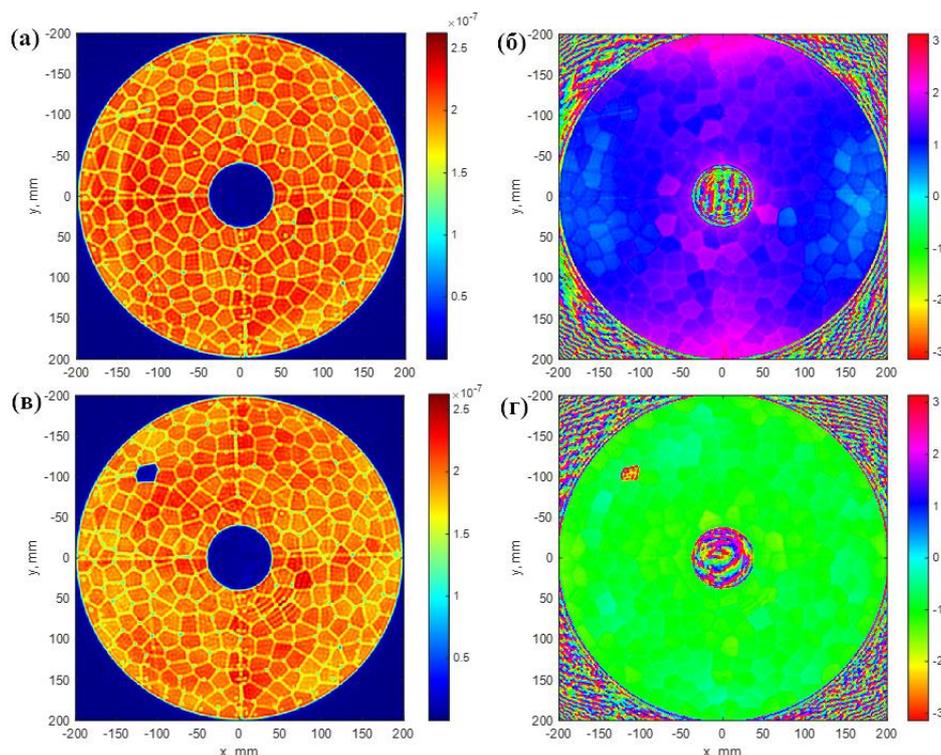


Рис. 2. Распределение амплитуды (а) и фазы (б) на центральной частоте 1.2 МГц на поверхности 256-элементного излучателя с синфазным электрическим возбуждением. Амплитуда (в) и фаза (г) на той же поверхности с поканальной коррекцией фаз.

Причиной искажения фокального пятна является неравномерное распределение фазы на поверхности излучателя при практически однородной амплитуде (рис. 2а, б), хотя управляющие электрические сигналы всех элементов подаются синхронно. Акустическая голография позволяет выявить отклонение работы излучающей системы от номинального режима. Несмотря на то, что источник фазовых сдвигов остаётся неопределённым (это может быть несферичность поверхности источника, неравномерная толщина согласующего слоя, неучтенные фазовые вклады согласующей электрической цепи индивидуальных элементов и пр.), голография позволяет зарегистрировать результирующий вклад всех эффектов в структуру излучающего поля и скомпенсировать его путем поканальной подачи инвертированных фазовых сдвигов на управляющую систему Verasonics V-1.

Для контроля качества коррекции поля была измерена вторая голограмма, результат которой представлен на рис. 2в, г. Видно, что амплитудное распределение практически не изменилось, а фаза стала более равномерной вдоль сферической поверхности с радиусом кривизны 150 мм. Прямые гидрофонные измерения в фокальной области демонстрируют коррекцию формы фокального пятна, которое становится симметричным (рис. 1б). Работа поддержана грантом РФФИ 22-22-00751.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. Ter Haar // *Ultras. Med. Biol.* 1995. V. 21. No 9. P. 1089
2. V.A. Khokhlova et al. // *Ultras. Med. Biol.* 2023. V. 49. No. 1. P. 62.
3. В.Г. Андреев и др. // *Акуст. журн.* 1997. Т. 43. № 2. С. 149
4. О.А. Сапожников и др. // *Акуст. журн.* 2003. Т. 49. № 3. С. 416
5. O.A. Sapozhnikov et al. // *J. Soc. Am.* 2015. V. 138. No 3. P. 1515
6. С.А. Цысарь и др. // *Акуст. журн.* 2021. Т. 67. № 3. С. 328

Влияние акустической нелинейности на величину радиационной силы, оказываемой фокусированным ультразвуковым пучком на упругий шар в жидкости

Л.М. Котельникова, П.В. Юлдашев, С.А. Цысарь, О.А. Сапожников

Физический факультет,

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова

kotelnikova.lm16@physics.msu.ru

При падении акустической волны на рассеивающий или поглощающий объект происходит передача этому объекту импульса, в результате чего возникает акустическая радиационная сила. Данное явление позволяет дистанционно манипулировать объектами малых (миллиметровых и микронных) размеров, притягивать и толкать их, что находит применение в медицине для направленного выталкивания фрагментов почечных камней [1, 2]. В подобных приложениях обычно используются фокусированные пучки, позволяющие получить бóльшую величину радиационной силы в фокальной области излучателя при заданной мощности по сравнению со случаем нефокусированных пучков. В то же время фокусировка приводит к увеличению роли нелинейных эффектов при распространении волны, в результате которых профиль волны искажается, а ее спектр обогащается гармониками. Энергия основной (первой) гармоники частично переходит в энергию высших (второй, третьей и т.д.) гармоник. При этом до образования ударных участков в профиле в приближении отсутствия термовязкого поглощения полная энергия волны сохраняется. Не сразу очевидно, как это повлияет на величину радиационной силы. Например, если плоскую волну направить на плоский поглотитель или отражатель, то возникающая радиационная сила будет пропорциональна полной мощности волны и не будет зависеть от частоты, т.е. перераспределение энергии волны между гармониками никак не скажется на величине силы. Однако в случае рассеивателя конечного размера, в качестве которого в данной работе выступает твердотельный шар, радиационная сила является уже частотно-зависимой. Как следствие, можно ожидать, что сила со стороны нелинейной волны окажется отличной от силы, создаваемой линейной волной той же мощности.

В настоящей работе проведен анализ влияния высших гармоник на величину акустической радиационной силы, действующей на упругий шар в воде, на примере плоской волны и фокусированного аксиально симметричного ультразвукового пучка, создаваемого поршневым излучателем в виде сферической чаши.

Кратко приведем основные формулы, используемые в работе. Рассмотрим сначала действие радиационной силы со стороны монохроматической плоской волны на упругий шар радиуса a в жидкости. В этом случае сила будет иметь только одну компоненту, направленную вдоль направления распространения волны и определяющуюся следующим образом:

$$F_p = -\frac{2\pi|p_0|^2}{\rho c^2 k^2} \sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \operatorname{Re}(c_n + c_{n+1}^* + 2c_n c_{n+1}^*). \quad (1)$$

Здесь нижний индекс p в F_p отмечает, что рассматривается случай плоской волны, p_0 – комплексная амплитуда давления падающей волны, ρ – плотность жидкости (воды), c – скорость звука в воде, $k = 2\pi f / c$ – волновое число, f – частота волны, c_n – коэффициенты, определяющиеся упругими свойствами среды и рассеивателя. Подробные выражения для коэффициентов c_n приведены в работе [3]. Для анализа часто используется безразмерная (удельная) величина радиационной силы Y_p ,

нормированная на интенсивность падающей волны $I = p_0^2 / (2\rho c)$ и площадь поперечного сечения шара πa^2 , т.е. на мощность падающей на шар волны $W_p = \pi a^2 I$:

$$Y_p = \frac{F_p c}{I \pi a^2} = \frac{F_p c}{W_p}. \quad (2)$$

В случае падения на рассеиватель монохроматического акустического пучка радиационная сила будет иметь три декартовы компоненты $\mathbf{F}_{rad} = (F_x, F_y, F_z)$. В работе [3], используя метод углового спектра, получены аналитические выражения для расчета декартовых компонент радиационной силы. Если пучок обладает аксиальной симметрией, то при расположении объекта на оси радиационная сила будет иметь лишь осевую компоненту, в то время как компоненты силы, перпендикулярные оси, будут взаимно компенсировать друг друга. Осевая компонента определяется следующим выражением:

$$F_z = -\frac{1}{4\pi^2 \rho c^2 k^2} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \Psi_n \sum_{m=-n}^n B_{nm} H_{nm} H_{n+1,m}^* \right\}, \quad (3)$$

где Ψ_n – коэффициенты, определяющиеся упругими свойствами среды и рассеивателя и выражающиеся через коэффициенты c_n из формулы (1), B_{nm} – числовые коэффициенты, H_{nm} – коэффициенты, которые полностью характеризуют падающее поле и рассчитываются по его угловому спектру (более подробно см. [3]). Удельная радиационная сила по аналогии со случаем плоской волны (см. формулу (2)) определяется через нормировку на полную мощность акустического пучка W , которая, в свою очередь, может быть рассчитана по известному угловому спектру пучка [3]:

$$Y_z = \frac{F_z c}{W}. \quad (4)$$

Приведенные выше формулы относятся к случаю монохроматической волны. Более сложным является случай, когда на исследуемый объект падает акустическая волна, состоящая из нескольких частот. Однако эта сложность лишь кажущаяся. Дело в том, что радиационная сила появляется в результате нелинейного квадратичного эффекта, усредненного по периоду волны. Согласно теореме Парсевалья, отдельные спектральные компоненты волны дают вклад в такую квадратично нелинейную величину независимо, т.е. полная радиационная сила со стороны многочастотной волны равна сумме сил, оказываемых отдельными спектральными компонентами. Поэтому для акустического пучка, в котором под влиянием нелинейности среды возникли высшие гармоники, радиационная сила может быть представлена в виде

$$F_z = \sum_{n=1}^{\infty} F_z^{(n)} = \sum_{n=1}^{\infty} Y_z^{(n)} \frac{W_n}{c}, \quad (5)$$

где $F_z^{(n)}$ – сила, оказываемая на шар n -й гармоникой, имеющей частоту $f_n = nf$, где f – частота излучателя (частота 1-й гармоники), $Y_z^{(n)} = Y_z(f_n)$ и $W_n = W(f_n)$ – удельная радиационная сила и акустическая мощность соответствующего пучка n -й гармоники.

Рассмотрим сначала случай падения на рассеиватель плоской волны. На рис. 1 приведен результат расчета безразмерной радиационной силы Y_p , действующей на стальной шар радиуса a со стороны плоской волны, в зависимости от безразмерного параметра $ka = 2\pi fa/c$. Такая зависимость характеризуется резонансными пиками и провалами на определенных частотах, которые определяются упругими свойствами шара (плотностью, скоростями продольных и сдвиговых волн).

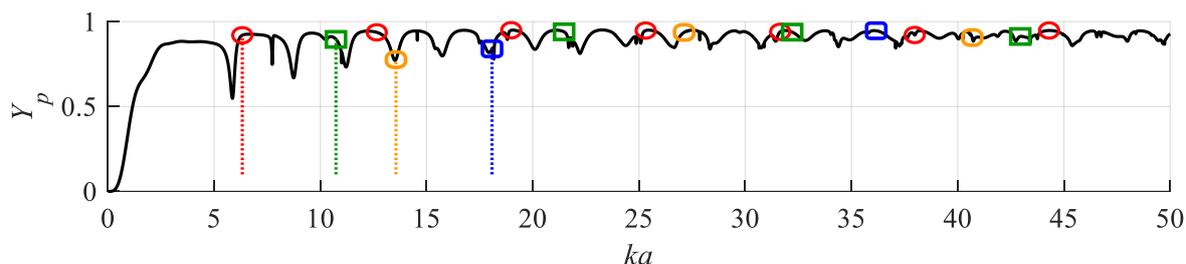


Рис. 1. Удельная радиационная сила Y_p , действующая на стальной шар со стороны плоской волны, в зависимости от безразмерного параметра ka . Положение маркеров соответствует характеристикам сферических рассеивателей, используемых ранее в экспериментах по измерению радиационной силы (на частоте 1.072 МГц) [4]. Рассеиватели радиусами 1.4, 2.4, 3.0, 4.0 мм обозначены маркерами красного, зеленого, оранжевого и синего цвета, соответственно. Пунктирные линии указывают на маркеры, соответствующие первой (основной) гармонике для каждого шара. Последующие маркеры соответствуют высшим (удвоенной, утроенной и т.д.) гармоникам.

Предположим, что на шар падает нелинейная плоская волна, в которой помимо основной частоты присутствуют высшие гармоники. Предположим также, что радиационная сила, начиная с первой гармоники, не зависит от частоты, т.е. $Y_z(f_n) \equiv Y_0$. Такое приближение хорошо работает в случае, когда резонансные осцилляции кривой малы (в частности, для абсолютно жесткого рассеивателя при $ka > 10$), а также когда интересующие нас частоты не попадают на резонансные области. Тогда при условии сохранения полной акустической мощности при распространении акустической волны (т.е. при условии малого поглощения в среде)

$$F_z = \sum_n Y_z(f_n) \frac{W_n}{c} = \frac{Y_0}{c} \sum_n W_n = Y_0 \frac{W}{c}, \quad (6)$$

т.е. радиационная сила, действующая на рассеиватель, не изменится после перераспределения полной акустической мощности между различными гармониками. Иными словами, радиационная сила в этом случае не зависит от степени нелинейности акустической волны и генерации гармоник, если предположить ее независимость от частоты.

Однако величина безразмерной радиационной силы иногда ощутимо меняется с частотой. Это происходит в резонансных областях (см. рис. 1). В таком случае если, например, первая гармоника соответствует резонансному провалу (например, при $ka = 5.9$), а вторая и последующие гармоники оказываются вне провалов или в менее глубоких провалах, то суммарная радиационная сила эффективно увеличивается по сравнению со случаем действия на шар чисто первой гармоники. И, наоборот, если первая гармоника соответствует резонансному пику, а последующие – точкам с меньшей силой Y_p , то суммарная сила уменьшится.

Другой случай, при котором влияние степени нелинейности акустической волны на радиационную силу существенно, – это малый радиус рассеивателя. В данной ситуации сила, которую будет давать первая гармоника, мала ($ka < 1$ соответствует $Y_p < 0.4$ на рис. 1), в то время как сила от второй и последующих гармоник будет больше ($Y_p \sim 0.9$). Особенно эта разница заметна при рассмотрении $ka \rightarrow 0$: эффект усиления радиационной силы за счет перехода энергии в высшие гармоники может достигать десятков раз.

При анализе радиационной силы, действующей со стороны нелинейного акустического пучка, помимо перечисленных выше факторов начинают играть роль также радиус и структура пучка, что усложняет задачу и делает неочевидным влияние высших гармоник на результирующую силу. Поэтому для излучателя,

используемого ранее в экспериментах [4], было проведено численное моделирование акустической радиационной силы, действующей на стальной шар. Для расчета нелинейного поля использовался программный комплекс «NIFU beam», позволяющий рассчитывать нелинейные поля фокусированных аксиально-симметричных излучателей [5]. Был произведен расчет поля в приближении поршневого излучателя на основе нелинейного широкоугольного параболического уравнения для двух случаев: «нелинейного» пучка мощностью порядка 500 Вт и «линейного» пучка мощностью 0.1 Вт. В результате было получено распределение комплексной амплитуды давления для первых 10-ти гармоник в фокальной плоскости пучка (амплитуда 10-ой гармоники составляла менее 10% от амплитуды основной гармоники, следовательно, можно пренебречь вкладом в суммарную силу всех гармоник, выше 10-ой). На рис. 2 изображена зависимость от радиуса шара безразмерной радиационной силы, рассчитанной для первых трех гармоник акустического пучка. Заметно, что, чем выше номер гармоники, тем больший вклад в радиационную силу она дает при малых размерах шара (радиусом меньше 1 мм). Для высших гармоник также заметно сгущение картины резонансов вдоль оси абсцисс из-за кратного возрастания частоты относительно основной; в случае попадания частоты на резонанс это приведет к непредсказуемому увеличению или уменьшению силы. Расчеты показывают, что относительное различие между результатами расчета силы, действующей со стороны пучка, в нелинейном и эквивалентном линейном случаях составляет 5–30% при попадании на резонанс, а при уменьшении радиуса увеличивается с 20% при $a = 0.5$ мм до 800% при $a = 0.1$ мм.

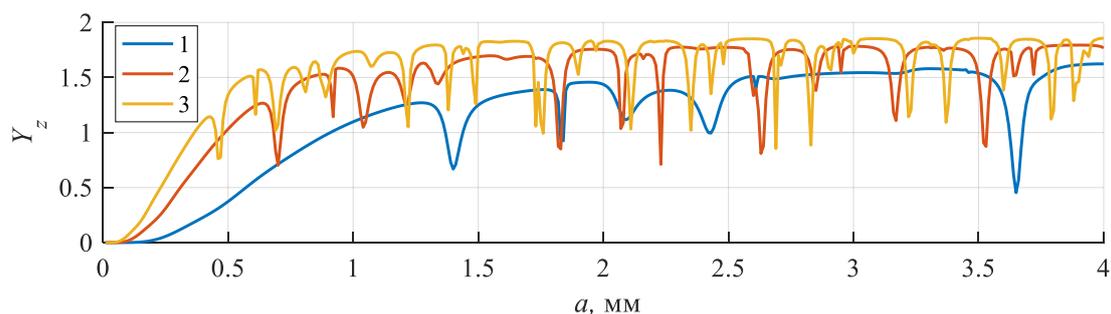


Рис. 2. Удельная радиационная сила Y_z , действующая на находящийся в фокусе стальной шар со стороны первых трех гармоник нелинейного фокусированного акустического пучка частотой 1 МГц, в зависимости от радиуса шара a .

Таким образом, в данной работе проанализировано влияние на величину акустической радиационной силы, действующей на упругий шар в воде, высших гармоник, возникающих при нелинейном распространении мощного акустического пучка. Исследованные эффекты могут быть полезны в практических приложениях, в частности, в медицине при толкании почечных камней малого радиуса. Работа поддержана программой развития междисциплинарной научно-образовательной Школы МГУ «Фотонные и квантовые технологии. Цифровая медицина» и стипендией Фонда развития теоретической физики и математики «БАЗИС».

ЛИТЕРАТУРА

1. P.C. May, M.R. Bailey, J.D. Harper // Curr. Opin. Urol. 2016. V. 26. No 3. P. 264.
2. M.A. Ghanem et al. // Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. 2020. V. 117. No 29. P. 16848.
3. O.A. Sapozhnikov, M.R. Bailey // J. Acoust. Soc. Am. 2013. V. 133. No 2. P. 661.
4. Л.М. Котельникова и др. // Труды XXXV Сессии РАО. 2023. С. 947.
5. P.V. Yuldashev et al. // IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr. Freq. Control. 2021. V. 68. No 9. P. 2837.

Вычисление поля, рассеянного от большой неоднородной области

Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева, А.С. Черняев

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, физический факультет, кафедра акустики

burov@phys.msu.ru

В ряде прикладных задач возникает необходимость решения прямой задачи рассеяния. Это задача нахождения поля u , которое получается в результате зондирования заданной неоднородной области пространства \mathfrak{R} исходным падающим полем u_0 и искажения (рассеяния) этого поля на неоднородностях. Неоднородности локализованы строго внутри области \mathfrak{R} и описываются функцией рассеивателя $v(\vec{r})$. Вне \mathfrak{R} среда имеет характеристики так называемой фоновой среды, которая считается однородной и непоглощающей, со скоростью звука c_0 . В акустических задачах функция $v(\vec{r})$ формируется, в общем случае, за счет того, что скорость звука, плотность среды и амплитудный коэффициент поглощения $\alpha(\vec{r}, \omega)$ внутри \mathfrak{R} отличны от их значений в фоновой среде. Именно эти отличия приводят к возникновению акустических неоднородностей внутри \mathfrak{R} ; $v(\vec{r}) \equiv 0$ при $\vec{r} \notin \mathfrak{R}$. Чем больше относительный контраст неоднородностей по сравнению с фоновыми значениями, и чем больше волновой размер $2\pi L/\lambda_0$ области \mathfrak{R} , тем сильнее поле u отличается от зондирующего поля u_0 за счет многократного рассеяния на неоднородностях (λ_0 – длина волны в фоновой среде; L – линейный размер области \mathfrak{R}). Ниже рассматривается монохроматический случай с частотой ω , однако задача легко обобщается на импульсный режим.

Пусть \vec{x} – радиус-вектор, который характеризует положение текущего излучателя, создающего поле $u_0(\vec{r}, \vec{x})$. Тогда поле $u(\vec{r}, \vec{x})$, искомое в процессе решения прямой задачи при заданной функции рассеивателя $v(\vec{r})$ и известной функции Грина фоновой среды $G_0(\vec{r}, \vec{r}')$, подчиняется уравнению [1]

$$u(\vec{r}, \vec{x}) = u_0(\vec{r}, \vec{x}) + \int_{\mathfrak{R}} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}', \quad (1)$$

где $I(\vec{r}, \vec{x}) \equiv v(\vec{r}) u(\vec{r}, \vec{x})$ – так называемые вторичные источники. При решении прямой задачи удобно сначала найти $I(\vec{r}, \vec{x})$, после чего поле $u(\vec{r}, \vec{x})$ вычисляется из (1) для произвольной точки \vec{r} , которая может лежать как внутри области \mathfrak{R} , так и вне нее.

Умножение соотношения (1) на $v(\vec{r})$ приводит к уравнению относительно неизвестных $I(\vec{r}, \vec{x})$, искомых при каждом фиксированном \vec{x} :

$$I(\vec{r}, \vec{x}) = v(\vec{r}) u_0(\vec{r}, \vec{x}) + v(\vec{r}) \int_{\mathfrak{R}} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}', \quad \vec{r} \in \mathfrak{R}. \quad (2)$$

Дискретизованная система уравнений (2) получается при переборе дискретных значений $\vec{r}, \vec{r}' \in \mathfrak{R}$. Однако для области \mathfrak{R} с большим линейным размером (L более нескольких десятков длин волн) при решении такой системы возникают вычислительные трудности. Проблема поясняется ниже на примере двумерного пространства; обобщение на трехмерное пространство очевидно. Пусть вторичные источники $I(\vec{r}, \vec{x})$ описываются N дискретными пространственными отсчетами вдоль каждой декартовой оси при фиксированном \vec{x} . Тогда общее количество

дискретизованных неизвестных $I(\vec{r}, \vec{x})$, которые формируются в виде столбца при решении системы (2), составляет N^2 . В то же время, матрица при неизвестных имеет формат $N^2 \times N^2$. Например, при томографировании молочной железы с помощью ультразвука мегагерцового диапазона [1, 2] линейный размер области \mathfrak{R} составляет $(100 \div 200)\lambda_0$. Тогда при шаге пространственной дискретизации, составляющем десятые доли длины волны λ_0 , формат матрицы при неизвестных будет порядка $10^6 \times 10^6$; поэтому невозможно непосредственно решить систему (2) с помощью даже мощной персональной ЭВМ. Тем не менее, ориентироваться необходимо на персональную ЭВМ, поскольку она может быть предоставлена любому учреждению.

Выход из ситуации предлагается на основе идеи типа использованной в [3]. Полная область \mathfrak{R} разбивается на отдельные подобласти \mathfrak{R}^m , и система (2) переписывается как

$$I(\vec{r}, \vec{x}) - v(\vec{r}) \int_{\mathfrak{R}^m} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}' = v(\vec{r}) u_0(\vec{r}, \vec{x}) + v(\vec{r}) \int_{\mathfrak{R} \setminus \mathfrak{R}^m} G_0(\vec{r}, \vec{r}') I(\vec{r}', \vec{x}) d\vec{r}'; \quad \vec{r} \in \mathfrak{R}^m. \quad (3)$$

Используется итерационный поиск решения. На каждой фиксированной итерации поочередно рассматривается каждая из подобластей \mathfrak{R}^m , и система (3) решается относительно неизвестных $I(\vec{r}, \vec{x})$ только в данной подобласти $\vec{r} \in \mathfrak{R}^m$. При этом правая часть системы (3) формируется на основе уже ранее оцененных значений $I(\vec{r}', \vec{x})$ при $\vec{r}' \notin \mathfrak{R}^m$. На новой итерации повторно перебираются все подобласти.

Предложенный подход был апробирован численным моделированием, которое иллюстрируется ниже на примере, когда присутствуют только неоднородности амплитудного коэффициента поглощения $\alpha(\vec{r}, \omega)$. В этом случае функция рассеивателя $v(\vec{r})$ чисто мнимая (рис. 1а): $v(\vec{r}) = -i2\omega\alpha(\vec{r}, \omega)/c_0$ при временной зависимости полей $\sim \exp(-i\omega t)$. Как при томографировании мягких биотканей, использовались частота 1.25 МГц и скорость звука $c_0 = 1500$ м/с; тогда $\lambda_0 = 1.2 \times 10^{-3}$ м. Неоднородности были локализованы внутри области \mathfrak{R} размером $32\lambda_0 \times 32\lambda_0$. Квazиточечные приемоизлучающие преобразователи в количестве 256 располагались на окружности радиуса 0.1536 м. При прохождении волной центральных сечений рассеивателя вдоль оси OX и вдоль оси OY амплитуда волны уменьшается за счет поглощения примерно в 33 раза и в 50 раз, соответственно. При решении прямой задачи рассеяния область \mathfrak{R} разбивалась на 8^2 подобластей, каждая размером $4\lambda_0 \times 4\lambda_0$. Система (3) итерационно решалась для каждого фиксированного излучателя; шаг дискретизации вдоль каждой декартовой оси составлял $\lambda_0/8$.

На рис. 1б изображена оценка $\hat{I}(\vec{r}, \vec{x})$ вторичных источников $I(\vec{r}, \vec{x})$, которая получилась после первой итерации при начальном приближении $\hat{I}(\vec{r}, \vec{x}) = v(\vec{r}) u_0(\vec{r}, \vec{x})$; положение излучателя \vec{x} характеризовалось полярным углом $\varphi_{\vec{x}} = 0$. Здесь четко видны границы маленьких квадратных подобластей. Итоговая оценка $\hat{I}(\vec{r}, \vec{x})$ после шести итераций при том же положении излучателя изображена на рис. 1в. Для контроля правильности итогового решения прямой задачи рассчитывались поля на приемниках, согласно (1), и на основе этих полей решалась обратная задача [4] – восстановление оценки $\hat{v}(\vec{r})$ функции рассеивателя $v(\vec{r})$. Оценка $\hat{v}(\vec{r})$ с хорошей точностью совпадает с истинной функцией $v(\vec{r})$ (рис. 1г), т.е. предложенная итерационная процедура эффективна.

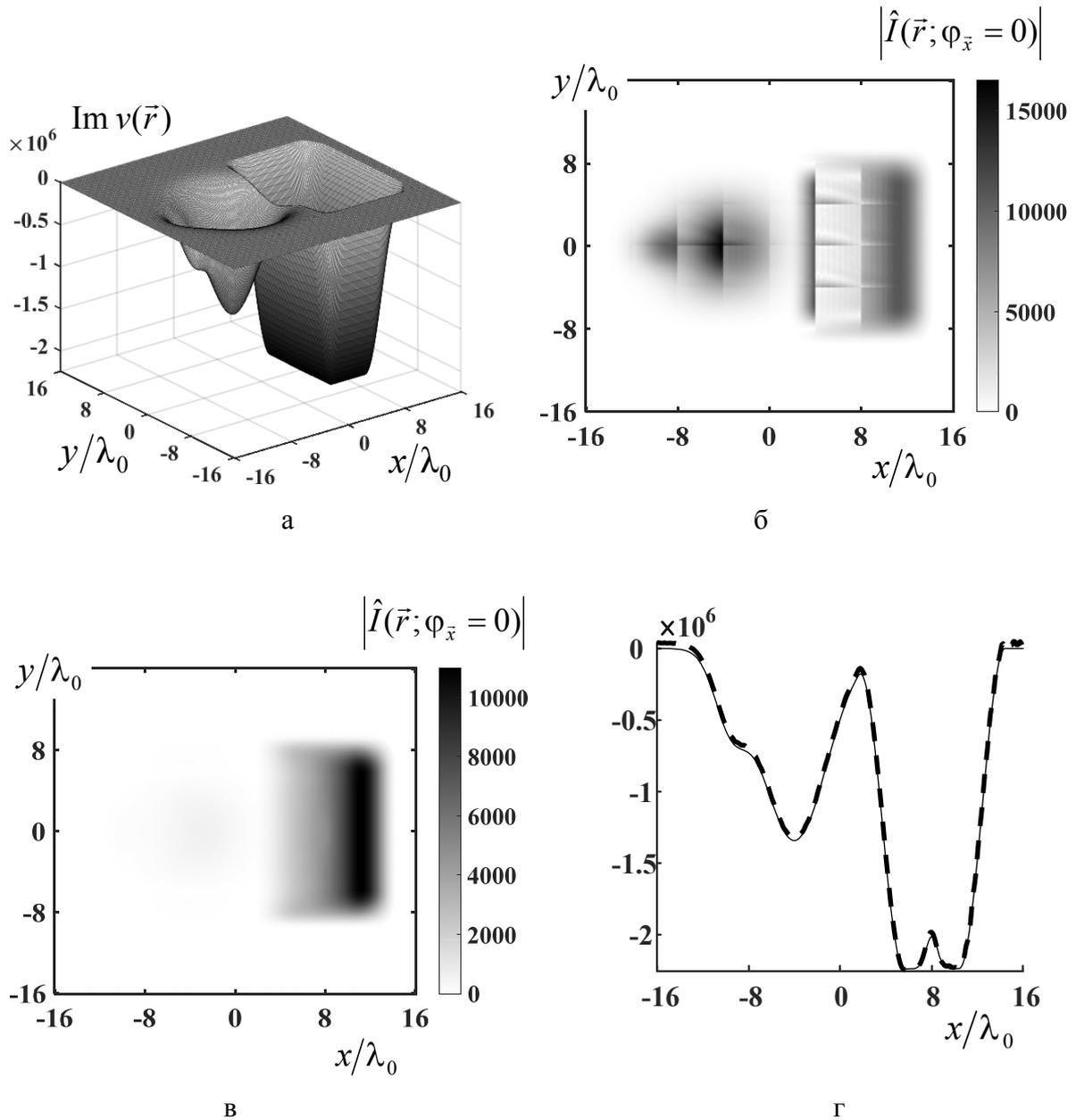


Рис. 1. Чисто поглощающая неоднородность: общий вид мнимой части функции рассеивателя (а); абсолютные значения вторичных источников, рассчитанных методом разбиения на подобласти после первой итерации (б) и после итоговой шестой итерации (в); центральное сечение для истинного рассеивателя v (г, тонкая линия) и для его восстановленной оценки \hat{v} (г, толстый пунктир).

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Буров, О.Д. Румянцева “Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. II: Обратные задачи акустического рассеяния”. М.: ЛЕНАНД, 2020. 768 с.
2. К.В. Дмитриев, Д.И. Зотов, О.Д. Румянцева. Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2017. Т. 81. № 8. С. 1014.
3. В.А. Буров, О.Д. Румянцева “Обратные волновые задачи акустической томографии. Ч. I: Обратные задачи излучения в акустике”. М.: ЛЕНАНД, 2017. 384 с.
4. В.А. Буров, А.С. Шуруп, О.Д. Румянцева, Д.И. Зотов. Известия Российской Академии Наук. Серия Физическая. 2012. Т. 76. № 12. С. 1524–1529.

Оценка скорости звука в газонасыщенных осадках по данным с векторного приемника

М.А. Иванов¹, А.С. Шуруп^{1,2}

¹Московский Государственный университет имени М.В. Ломоносова,
физический факультет, кафедра акустики

²Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта РАН
shurup@physics.msu.ru

Донный грунт пресноводных водоемов, а также некоторых районов шельфовых морей может содержать газонасыщенные осадочные породы с некоторым количеством нерастворимых газов [1, 2]. При наличии пузырьков метана средняя плотность уменьшается незначительно, а сжимаемость увеличивается многократно, что приводит к существенному уменьшению скорости звука в донных осадках вплоть до всего лишь сотен или даже десятков метров в секунду [3], что кардинально изменяет условия распространения сигнала под водой. Восстановление скорости звука в дне водоема является важной задачей требующей своего решения во многих практических приложениях. В последнее время при изучении свойств дна акваторий возрос интерес к использованию скалярно-векторных характеристик акустического поля [4] – колебательной скорости частиц среды, ускорения или смещения частиц среды в звуковом поле. Экспериментальная регистрация этих величин осуществляется с помощью векторных приемников [5, 6]. Заметное влияние газонасыщенного слоя на формирование скалярно-векторных характеристик акустического поля [7, 8] делает возможным его восстановления по данным с векторного приемника. В настоящей работе эта возможность исследуется в рамках численного моделирования. Отличительной особенностью проведенного исследования является использование в качестве исходных данных информации о пространственном затухании различных составляющих акустического поля – давления p , вертикальной v_z и горизонтальной v_r (направленной на источник) компонент колебательной скорости, также дополнительно рассматривается поток акустической мощности W [5].

Обратная задача сводится к минимизации многомерного функционала невязки $\varepsilon(\vec{m}) = \|d_{\text{obs}} - d(\vec{m})\|$ между экспериментальными данными d_{obs} и модельными данными $d(\vec{m})$, численно рассчитанными для волновода с параметрами \vec{m} . Вектор параметров \vec{m} в общем случае может содержать произвольный набор характеристик как среды распространения (глубина волновода, скорость звука в водном слое и др.), так и характеристик источника (глубина погружения, дальность, скорость и др.). Рассматривается простейший случай, когда неизвестной является только скорость звука в дне c_b . В качестве модели используется волновод Пекериса с параметрами, близкими к условиям Гидроакустического полигона МГУ [7, 8]. В качестве исходных рассматривались различные комбинации данных – пространственное затухание только давления p , отдельно компонент v_r и v_z колебательной скорости, а также всей совокупности p , v_r и v_z (в этом случае невязка ε состоит из трех слагаемых); отдельно рассматривался поток акустической мощности W . Для анализа помехоустойчивости получаемых оценок в исходные данные добавлялся шум на уровне 30% от исходных данных. Примеры расчетов зависимостей $\varepsilon(c_b)$ при использовании различных комбинаций исходных данных, представлен на рис. 1а. Как видно на рис. 1а, невязка $\varepsilon(c_b)$ имеет минимум вблизи истинного значения $c_b = 100$ м/с. Однако минимальные значения невязки оказываются различным, а расположение этого минимума оказывается

заметно смещенным, при использовании данных отдельно для p , v_r и v_z . Наиболее точными оказываются оценки, полученные при совместном использовании этих величин, что подчеркивает преимущества применения векторных приемников для решения рассматриваемой задачи. Для проверки этого результата были дополнительно произведены вычисления невязок для 200 различных реализаций шума при постоянном его уровне в 30%. Усредненные значения минимальных значений невязок $\varepsilon_{\min} = \min_{c_b} \varepsilon(c_b)$ представлены на рис. 1б. Как видно на рис. 1б, минимальное значение ε_{\min} достигается при совместном использовании информации о пространственном убывании p , v_r и v_z . Второе минимальное значение дает способ расчета невязки по потоку акустической мощности W .

Полученные в работе результаты являются основой для построения схем экспериментальной оценки эффективной скорости звука в дне в мелководных акваториях при совместном использовании информации о пространственном затухании звукового давления и компонент колебательной скорости.

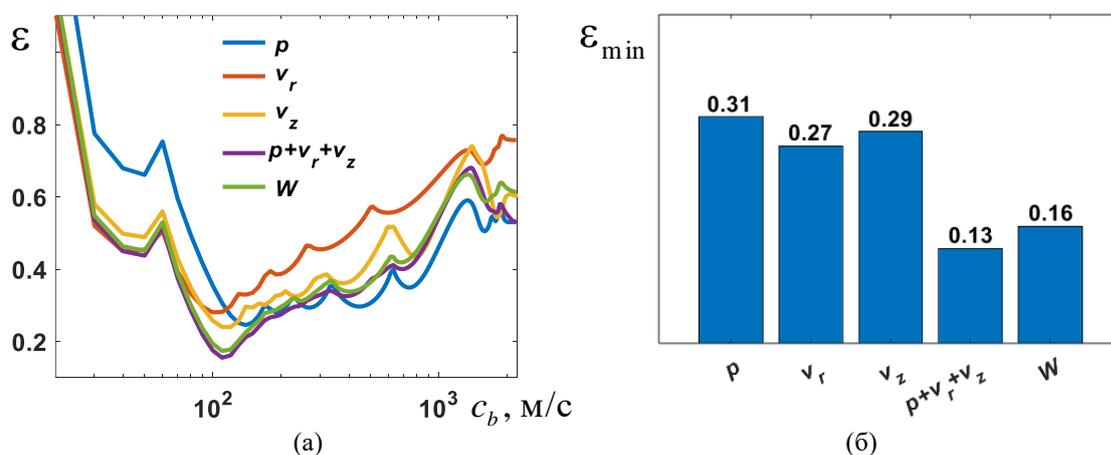


Рис. 1. а) Невязки $\varepsilon(c_b)$ для пространственного затухания различных комбинаций акустического поля при использовании зашумленных данных, б) усредненные по 200 реализациям шума минимальные значения невязок ε_{\min} между истинным и восстановленными значениями скорости звука в дне c_b .

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-27-00271.

ЛИТЕРАТУРА

1. В.А. Григорьев, В.Г. Петников, А.В. Шатравин // Акуст. журн. 2017. Т. 63. № 4. С. 389.
2. A.A. Lunkov, V.G. Katsnelson // J. Acoust. Soc. Am. 2020. V. 147. No. 5. P. EL428.
3. Ф.В. Рожин, О.С. Тонаканов "Общая гидроакустика". Изд. МГУ, 1988.
4. A. G. L. Guarino "Geoacoustic inversion techniques utilizing acoustic vector sensors and results from the Monterey bay shelf". PhD dissertation. Monterey, 2022.
5. В.А. Гордиенко "Векторно-фазовые методы в акустике". М.: Физматлит, 2007.
6. А.И. Белов, Г.Н. Кузнецов // Акуст. журн. 2017. 63, № 6. С. 614.
7. Б.И. Гончаренко, А.А. Павловский, А.С. Шуруп // Вест. Мос. Унив. Серия 3. Физика. Астрономия. 2022. №5. С. 84.
8. Е.В. Медведева, Б.И. Гончаренко, А.С. Шуруп // Изв. РАН. Сер. физ. 2020. Т.84. № 2. С. 278.

Математическое моделирование сейсмоакустических волн в слоистом арктическом волноводе

Д.А. Преснов

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта Российской академии наук (ИФЗ РАН)
presnov@physics.msu.ru

Актуальность задачи мониторинга обширных акваторий, покрытых ледовым покровом обусловлена сегодняшними потребностями цивилизации, среди которых можно отметить необходимость открытия новых месторождений углеводородов на шельфе, вызванную ростом потребления минерально-сырьевых ресурсов. Эффективные методы морской сейсморазведки, основанные на принципах непрерывного сейсмоакустического профилирования, сталкиваются при исследованиях в Арктике с определенными трудностями, обусловленными наличием льда. С другой стороны, в последние десятилетия в сейсмологии активно развивается новое научное направление, связанное с размещением датчиков непосредственно на поверхности льда [2, 6, 7, 9, 10]. Важность научного освоения Арктики связана также и с обеспечением сейсмической и экологической безопасности региона [8]. Кроме того, в последние годы были предложены новые технические решения позволяющие организовывать долговременные сейсмические наблюдения на ледовых полях [1, 3]. Так, в 2022 году стартовала научно-исследовательская экспедиция Северный полюс-41, в которой используется новейшая ледостойкая самодвижущаяся платформа.

Таким образом, остро встает вопрос интерпретации сейсмоакустических сигналов, регистрируемых на льду и в первую очередь возможность выделения сейсмических сигналов, несущих информацию о геологических структурах шельфа. В этой связи целесообразным представляется создание стандартной модели для описания закономерностей распространения как детерминированных, так и случайных волновых возмущений в арктических условиях.

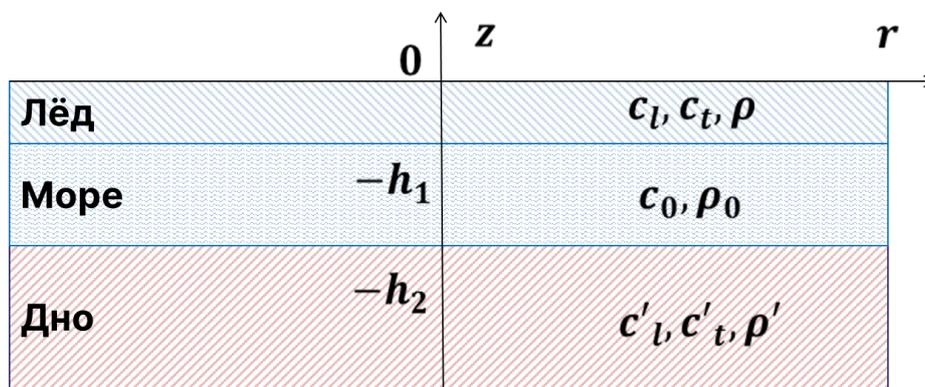


Рис. 1. Геометрия математической модели арктического волновода; где обозначено c_l скорость продольных волн, c_t скорость поперечных волн, ρ – плотность, h_1 – толщина льда, h_2 – глубина водоема.

С физической точки зрения море, покрытое льдом, представляет собой совокупность твердых и жидких сред с выраженными границами раздела. Как известно, наиболее эффективным переносчиком энергии в такого рода средах являются упругие (акустические, сейсмические) волны. Рассмотрим двумерную математическую модель в виде упругого полупространства, покрытого слоем сжимаемой жидкости и упругим слоем (рис. 1). В рамках такой модели помимо объемных волн могут существовать также нормальные волны, распространяющиеся в горизонтальном направлении, то есть вдоль границ слоев. Кинематические параметры этих волн определяются из

характеристического уравнения, для получения которого необходимо использовать граничные условия:

$$\begin{aligned} \sigma_{zz}|_{z=0} &= 0, & \sigma_{zr}|_{z=-h_1} &= 0, & \sigma'_{zr}|_{z=-h_2} &= 0, \\ \sigma_{zr}|_{z=0} &= 0, & (\sigma_{zz} - \sigma_{0zz})|_{z=-h_1} &= 0, & (\sigma_{0zz} - \sigma'_{zz})|_{z=-h_2} &= 0, \\ & & (u_z - u_{0z})|_{z=-h_1} &= 0, & (u_{0z} - u'_z)|_{z=-h_2} &= 0, \end{aligned}$$

Которые отражают отсутствие нормальных σ_{zz} и касательных σ_{zr} компонент тензора напряжений на свободной поверхности, отсутствие сдвиговых компонент напряжений на границах с жидкостью, а также непрерывность нормальных компонент тензора напряжений и вектора смещений u_z на границах с жидкостью.

В такой постановке на большие расстояния будут распространяться следующие типы волн [4]: 1) поверхностная волна типа Шолте-Стоунли, бегущая вдоль поверхности дна, 2) гидроакустические моды в водном слое и 3) изгибные колебания ледовой пластина типа Лэмба. Именно эти волновые возмущения формируют микросейсмическое волновое поле, формирующее на поверхности ледового покрова. Для изучения возможности применения поверхностно-волновых методов сейсморазведки с целью изучения геологических структур дна с ледового покрова необходимо проанализировать сейсмограммы, полученные в полевых условиях.

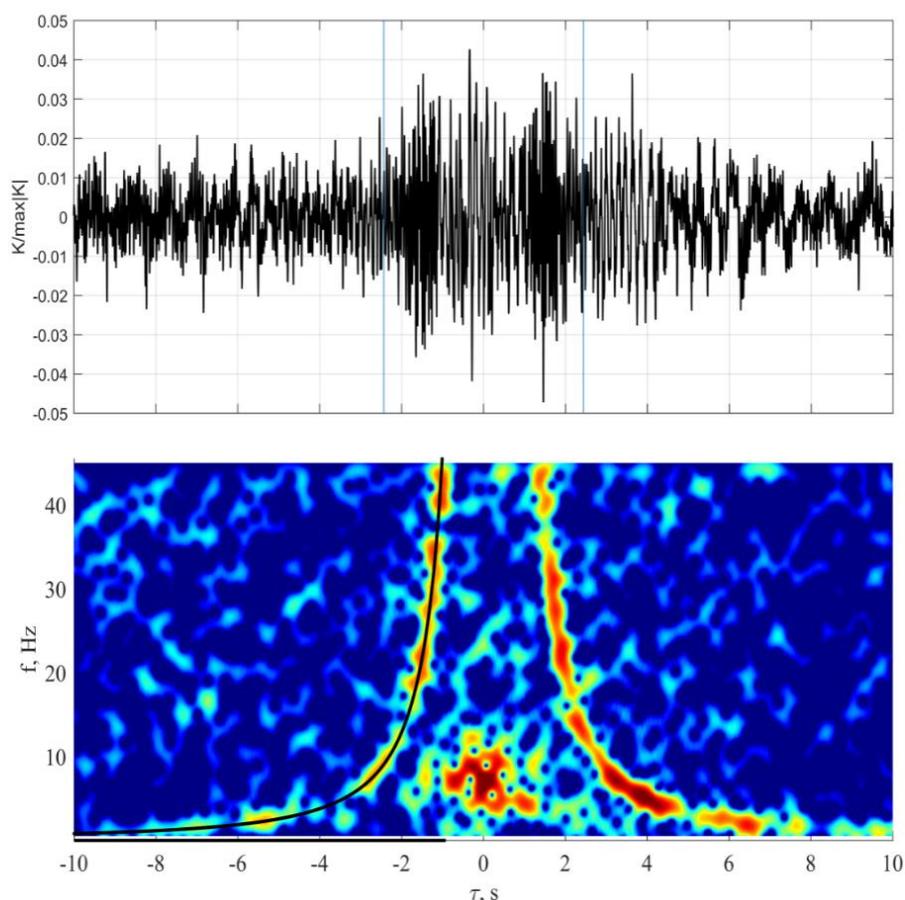


Рис. 2. Усреднённая за длительной период накопления взаимно-корреляционная функция микросейсмического шума, зарегистрированного в эксперименте на поверхности льда парой сейсмометров (сверху), и спектрограмма взаимно-корреляционной функции (снизу), на которой выделяется диспергирующий сигнал, соответствующий изгибно-гравитационной волне в ледовой пластине (черным показана теоретическая зависимость).

В рамках эксперимента, проведенного в ледовых условиях озера Байкал использовалась пара сейсмометров, установленных на льду, разнесенных на расстояние ~1000 м и функционирующих в пассивном режиме. Пассивные методы изучения строения геофизической среды, в основе которых лежит определение функции Грина среды по шумовым данным [5], зародились более десяти лет назад и сегодня являются крайне популярным и востребованным направлением в сейсмологических исследованиях по всему миру. Эти методы базируются на том, что измеряемое шумовое волновое поле сформировано в основном поверхностной волной Рэлея, однако наличие водного слоя, и тем более ледового покрова, значительно усложняет наблюдаемую картину.

В качестве примера эффективности пассивных методов на рисунке 2 приведена взаимно-корреляционная функция микросейсмического шума, записанного в течении 1 суток на льду. Как можно видеть на спектрограмме, взаимно-корреляционная функция имеет два симметричных относительно нулевой временной задержки максимума, которые характеризуют время пробега шумового сигнала между парой станций. С использованием характеристического уравнения по зависимости скорости пробега от частоты можно сделать вывод, что сигнал на поверхности льда в основном сформирован изгибно-гравитационной модой.

Таким образом микросейсмический шум на льду может использоваться для дистанционной оценки упругих параметров и толщины ледового покрова. При этом, его частотный диапазон от 0.1 до 40 Гц ограничивает применение классических методов сейсморазведки и требует дальнейшего развития математических моделей, построенных на принципах физической акустики слоистых сред. На основе моделирования могут разрабатываться современные пассивные методы дистанционного изучения морского дна, водной толщи и ледового покрова. Поставленная научная проблема имеет важное прикладное значение как для применяемых сегодня технологий сейсморазведки, так и для функционирования перспективных автономных систем.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-77-00067.

ЛИТЕРАТУРА

1. Крылов А.А. и др. // Вестник Государственного университета морского и речного флота имени адмирала С. О. Макарова. 2022. Т. 14. № 6. С. 815.
2. Преснов Д.А. и др. // Известия РАН. Сер. физ. 2020. Т. 84. № 6. С. 815.
3. Собисевич А.Л. и др. // Наука и технологические разработки. 2018. Т. 97. № 1. С. 25.
4. Собисевич А.Л. и др. // Доклады Академии наук. 2018. Т. 479. № 1. С. 80.
5. Тихоцкий С.А. и др. // Акустический журнал. 2021. Т. 67. № 1. С. 107.
6. Яковлев А.В. и др. // Доклады РАН. Науки о Земле. 2021. Т. 496. № 2. С. 158.
7. Moreau L. et al. // JGR: Oceans. 2020. V. 125. № 4. e2019JC015709.
8. Morozov A.N. et al. // Seismological Research Letters. 2021. Т. 92. № 4. С. 2221.
9. Serdyukov A. et al. // Geophysical Journal International. 2019. V. 218. № 1. P. 74.
10. Schlindwein V. et al. // Geophysical Journal International. 2007. V. 169. № 1. P. 100.

Объемные осцилляции и акустическое излучение подводных газовых пузырей при столкновении капли с поверхностью воды

В.Е. Прохоров

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва,
prohorov@ipmnet.ru

Акустическое резонансное излучение воздушных пузырей, отрывающихся от подводных каверн, повсеместно встречается в природе и различных областях человеческой деятельности, включая быт и различные технологии. Явление интенсивно изучается в интересах фундаментальной науки [1-3] и прикладных задач – измерения подводного шума [4], обнаружения выходов газа из природных [5] и магистральных [6] источников. Выполнено множество экспериментов и теоретических работ, получен огромный фактический материал, и, тем не менее, открытым остается вопрос о природе возбуждения объемных осцилляций, которые, в свою очередь, являются источниками акустического излучения. Путь к решению данной задачи лежит через прямую регистрацию текущих объемов пузырей, что в общем случае невозможно – как правило, пузырь трехмерную непрерывно меняющуюся форму.

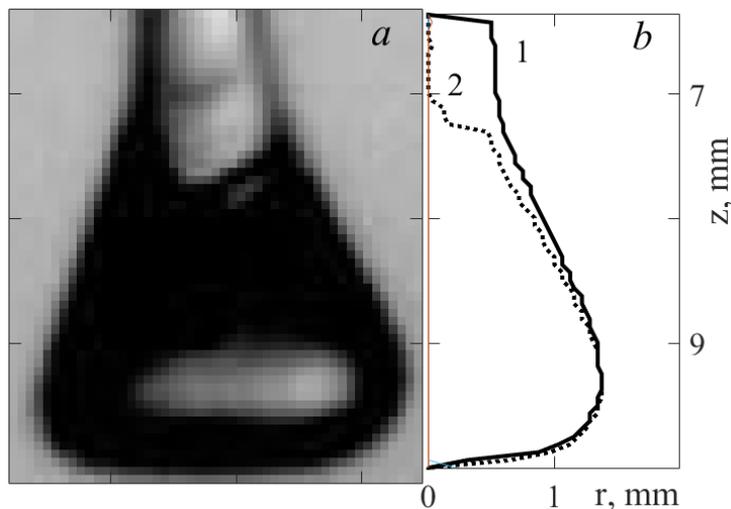


Рис. 1. *a* - формирующийся симметричный пузырь на стадии $t = -0.5$ мс, *б* – контуры (левые половины) на стадиях -0.5 (1) и 0 (2) мс. Отсчет времени от момента разрыва перемычки.

Однако в экспериментах [7] выделены пузыри, обладающие вращательной симметрией, для которых задач сводится к одномерной, что позволяет рассчитать геометрические параметры пузырей по кадрам видеосъемки и, при достаточном пространственном и временном разрешении, выделить в них объемные осцилляции (рис. 1).

В настоящей работе проводилась скоростная видеосъемка (15000 к/с) подводной каверны, возникающей при ударе капли, с одновременной регистрацией акустических сигналов с временным разрешением 1 мкс [8]. Эксперименты выполнены на установке из состава исследовательского комплекса "ГФК ИПМех РАН" [9]. Методика основана на обработке серий видеок кадров, в которых регистрировались симметричные пузыри (рис. 1*a*). В каждом видеок кадре на изображении пузыря выделялись внешние контуры (рис. 1*б*), по которым рассчитывались значения объема и площади поверхности в текущий момент времени, и осредненное по поверхности давление Лапласа p_s , которое, вместе с

гидростатическим давлением p_h , является внешним по отношению к внутреннему объему пузыря:

$$p_s(t) = \frac{\sigma}{S(t)} \int_{z_1}^{z_2} (\kappa_p + \kappa_m) ds$$

где $S(t) = \int_{z_1}^{z_2} ds(t)$ – текущее значение площадь поверхности пузыря,

$$ds(t) = 2\pi r \sqrt{1 + r_z^2(z, t)} dz, \quad r_z(z, t) = dr/dz, \quad \kappa_m = z_{rr} (1 + z_r^2)^{-3/2} \quad \text{и} \quad \kappa_p = z_r (r \cdot \sqrt{1 + z_r^2})^{-1}$$

– меридиональная и параллельная кривизны, $z_r = r_z^{-1}$, $z_{rr} = dz_r / dr$ – первая и вторая производные. Пространственные массивы линейных переменных r и z берутся путем обработки отдельных контуров (рис. 1б), а их временные зависимости – по всему семейству контуров.

Эволюция давления укладывается в три стадии, и тесно связана с эволюцией объема пузыря. На первых двух стадиях – I и II – пузырь существует как составная часть каверны, расположенная ниже линии отрыва. На стадии I каверна имеет цилиндрическую форму, ее размер растет, что отражается в росте объема (рис. 2а). Диаметр сечения отрыва быстро уменьшается (рис. 2б, кривая 1). Скорость потока воздуха $u = -dV/dt$ отрицательна: воздух поступает в полость из атмосферы (рис. 2б, кривая 2). Переход между стадиями I и II сопровождается сужением полости, в этот момент объем достигает максимума (рис. 2а) и начинает уменьшаться, а поток воздуха меняет направление (рис. 2б, кривая 2) и выходит в атмосферу. Затем на стадии II полость приобретает форму песочных часов и в ней окончательно формируется шейка, что сопровождается заметным немонотонным ростом кривизны и давления Лапласа.

На стадии I поверхность каверны гладкая, однако из-за нестабильности формы оголовка при вычислении p_s получается сильный разброс интегральной кривизны и давления вблизи среднего уровня (рис. 2в, I).

На границе стадий I и II в каверне намечается сужение на уровне разрыва, в этот момент объема достигает максимума (рис. 2а) и начинает уменьшаться. В дальнейшем на стадии II каверна принимает форму песочных часов, в ней окончательно формируется перемячка, что сопровождается заметным немонотонным ростом кривизны и давления (рис. 2в). На данной стадии каверны имеет четкие формы с ярко выраженной кривизной, которая при вычислении дает точки, тесно расположенные вдоль немонотонно растущей кривой давления (рис. 2в, II). В конце стадии II перед отрывом пузыря скорость сужения резко возрастает, что быстро меняет интегральную кривизну и вызывает резкий скачок давления на границе II-III (рис. 2в). Сразу после отрыва остроконечная вершина отделившегося пузыря быстро сокращается, кривизна резко падает, а вместе с ней и давление Лапласа.

В результате формируется импульс давления амплитудой около 10 Па с вершиной при $t = 0$, передний фронт (время нарастания $\tau \approx 0.3$ ms) которого расположен в зоне II, а задний ($\tau = 0.25$ ms) – в зоне III. К моменту заднего фронта отделившийся от каверны пузырь представляет собой замкнутую полость, которая в ответ на спад внешнего давления резко расширяется и начинает осциллировать на частоте свободных колебаний (рис. 1а, III) 2.4 kHz. Во время переднего фронта осцилляции отсутствуют, так как пузырь остается незамкнутым, и воздух стравливается через перемячку в атмосферу. По

этой же причине локальные скачки давления, возникающие на стадиях I и II, не приводят к осцилляциям.

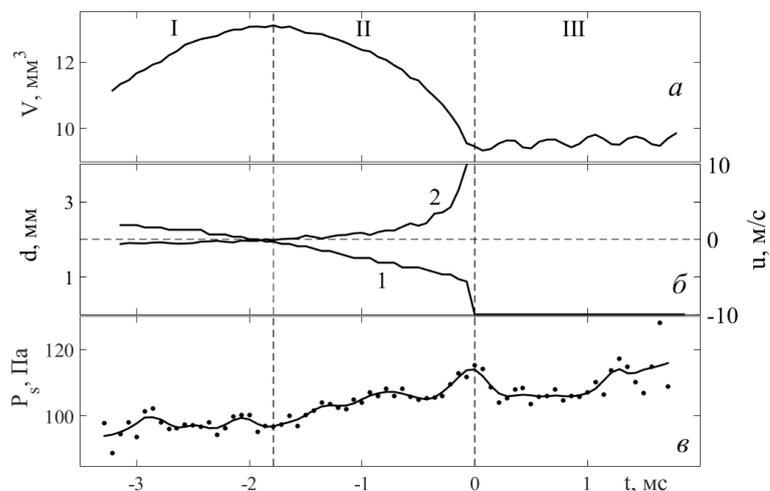


Рис. 2. Временные зависимости объема пузыря (*a*) диаметра 1 и скорости 2 в сечении отрыва (*б*), и давления Лапласа (*в*, кружки – эксперимент, кривая – осреднение). Отсчет времени от момента разрыва перемычки.

Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект 19-19-00598 "Гидродинамика и энергетика капли и капельных струй: формирование, движение, распад, взаимодействие с контактной поверхностью").

ЛИТЕРАТУРА

1. M.S. Longuet-Higgins. // J. Fluid Mech. 1990. V. 214. P. 395–410.
2. Y.P. Guo, J.E. Williams. // J. Fluid Mech. 1991. V. 227. P. 345-355.
3. M.S. Howe, N.A. Hagen // Journal of sound and vibration. 2011. V. 330. P. 625-635.
4. J. Nystuen // J. Acoust. Soc. Am. 1986. V. 79. No 4. P. 972-982.
5. C. A. Greene, P.S. Wilson. // J. Acoust. Soc. Am. 2012. V. 131. No 1. P. EL61-EL66.
6. T. G. Leighton, P.R. White. // Proc. R. Soc. London. 2012. Ser. A 468. P. 485–510.
7. V.E. Prokhorov. // Phys. Fluids. 2021. V. 33. P. 083314.
8. V.E. Prokhorov. // Phys. Fluids. 2023. V. 35 P. 033314.
9. Гидрофизический комплекс для моделирования гидродинамических процессов в окружающей среде и их воздействия на подводные технические объекты, а также распространения примесей в океане и атмосфере (ГФК ИПМех РАН). <http://www.ipmnet.ru/uniquequip/gfk/>.

Влияние скорости продольной деформации на упругие свойства полимера ABS

А.Б. Володарский, А.И. Кокшайский, Н.И. Одина, А.И. Коробов
*Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, физический факультет,
Ленинские горы, Москва, 119991 Россия*
sashavolodarski@gmail.com

Термопласт акрилонитрил-бутадиен-стирол (ABS) широко используется в промышленности и быту из-за его высокой стойкости к повреждениям и способности к большим пластическим деформациям [1-3]. Поведение термопластов, подвергающихся нагрузкам, достаточно сложно, поскольку на него значительно влияют скорость деформации и температура [4].

Были проведены многочисленные исследования, демонстрирующие зависимость механических параметров различных термопластов от скорости их деформации [5-8]. Так, в работе [5] была исследована зависимость пределов прочности и текучести PMMA и PET от скорости деформации. В работе [6] представлены исследования линейных модулей упругости термопластов PC и PMMA в зависимости от скорости деформации полимеров в диапазоне от 10^{-4} до 10^4 с⁻¹. Результаты показали, что при больших скоростях нагружения наблюдалось повышение чувствительности механических параметров к скорости деформации. В предшествующих работах было исследовано поведение механических параметров (пределов прочности и текучести, модуля Юнга) полимера ABS при различных скоростях деформации [7]. В частности, было показано, что при изменении скорости продольной деформации в пределах от $0,001$ с⁻¹ до $0,0001$ с⁻¹ модуль Юнга практически не изменился, предел текучести изменился на 5%. В работе [8] для блока твёрдого ABS-полимера была обнаружена линейная зависимость между приложенной скоростью деформации и максимальным напряжением, наблюдаемым в квазистатической области, при этом при увеличении скорости деформации до 1000 с⁻¹ наблюдался резкий рост линейного модуля Юнга. Исследования влияния скорости деформации на нелинейные упругие параметры полимера ABS нами не обнаружены.

Настоящая работа посвящена экспериментальному исследованию влияния скорости продольной деформации нитевидных образцов термопласта ABS марки eSun на его линейные и нелинейные упругие параметры.

Для исследования линейных упругих свойств (определения модуля Юнга) в данной работе использовался статический метод (измерение зависимости механического напряжения растяжения σ от деформации ϵ), а нелинейных (нелинейного модуля Юнга и нелинейного акустического параметра) – модифицированный метод Терстона-Браггера, заключающийся в измерении зависимости относительного изменения скорости упругих волн от приложенного внешнего воздействия (растяжения).

Измерения относительного изменения скорости упругих волн производились на автоматизированной импульсной ультразвуковой установке, разработанной на базе ультразвуковой автоматизированной системы Ritec, которая подробно описана в работе [9]. Измерения проводились на частоте 200 кГц.

Для проведения исследований были вырезаны 2 образца из мотка проволоки полимера ABS марки eSun, имеющих цилиндрическую форму и близкие длины $L_1 = 119$ мм и $L_2 = 121$ мм. Диаметр сечения всех образцов составлял $D = 0,85$ мм. Дополнительная термическая или иная обработка образцов не производилась.

В ходе эксперимента фиксировались изменение длины образца, нагрузка, амплитуда и фаза акустического сигнала, прошедшего через образец. По результатам измерений были построены нагрузочные кривые механическое напряжение – деформация, из которых определялся линейный модуль Юнга E по формуле:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}, \quad (1)$$

а также нелинейный модуль Юнга E_N по формуле:

$$E_N = \frac{2E}{\Delta\varepsilon_{cm}} \left(\frac{\Delta V}{V} \right), \quad (2)$$

и акустический нелинейный параметр N по формуле:

$$N = \frac{E_N}{E}. \quad (3)$$

Первый образец растягивался при скорости деформации $3,2 * 10^{-6} \text{ с}^{-1}$, а второй при скорости деформации $5,8 * 10^{-6} \text{ с}^{-1}$. Измеренные экспериментальные кривые представлены на рисунках 1,2.

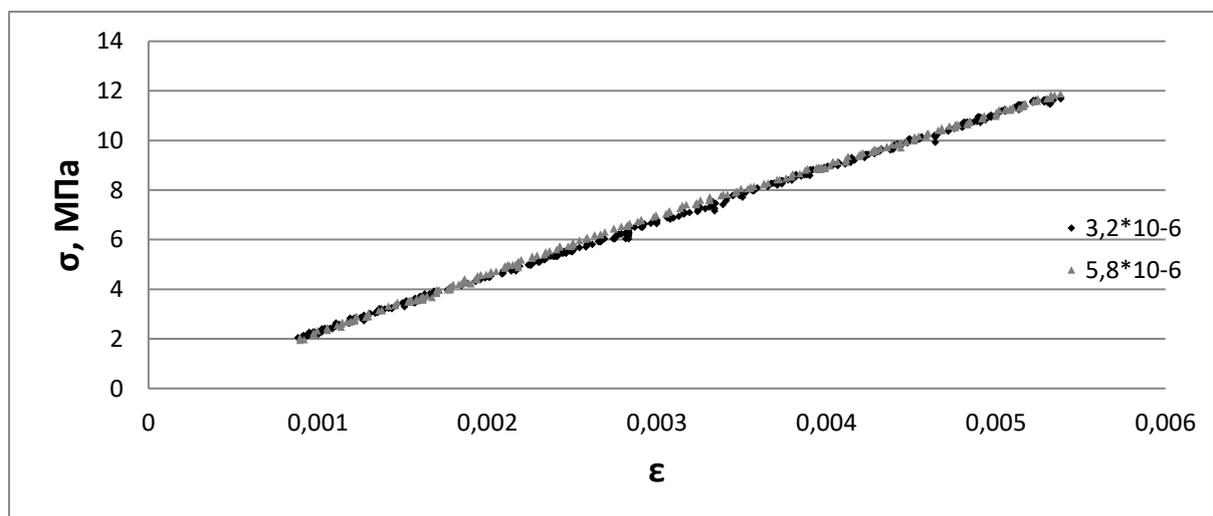


Рис. 1. Экспериментально измеренные нагрузочные кривые

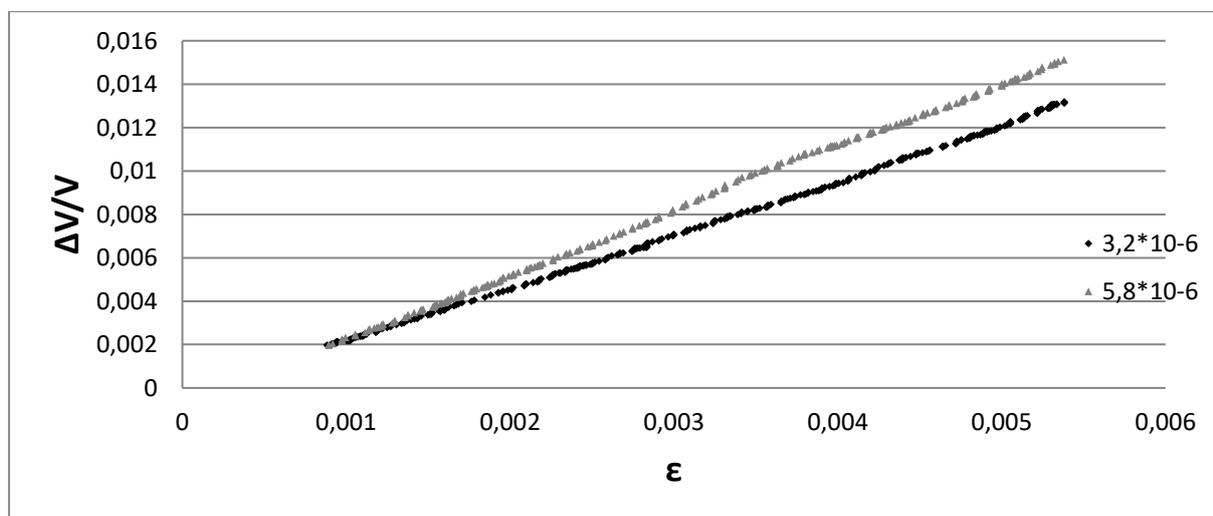


Рис. 2. Экспериментально измеренные зависимости относительного изменения скорости продольной волны от статической деформации

Как видно из рисунка 1, изменение скорости деформации почти в 2 раза не привело к заметному изменению угла наклона графика нагрузочной кривой на линейном участке. В то же время при возрастании скорости деформации угол наклона относительного изменения скорости существенно возрос (рис. 2).

Расчитанные по формулам (1-3) модули Юнга, нелинейные модули Юнга и нелинейные акустические параметры исследуемых образцов ABS для двух скоростей деформации представлены в таблице 1.

Скорость деформации, 10^{-6} с^{-1}	3,2	5,8
Модуль Юнга, МПа	$2,19 \pm 0,07$	$2,19 \pm 0,07$
Нелинейный модуль Юнга, МПа	$10,8 \pm 0,5$	$12,9 \pm 0,6$
Нелинейный акустический параметр	$5,0 \pm 0,4$	$5,9 \pm 0,5$

Таблица 1. Рассчитанные значения линейных и нелинейных упругих параметров для различных скоростей деформации образцов

Как видно из таблицы 1, изменение скорости деформации в 2 раза оказало различное воздействие на линейные и нелинейные упругие параметры. Значение модуля Юнга в пределах погрешности не изменилось. Нелинейный модуль Юнга при повышении скорости нагрузки возрос с $10,8 \pm 0,5$ до $12,9 \pm 0,6$, а нелинейный параметр увеличился с $5,0 \pm 0,4$ до $5,9 \pm 0,5$. Таким образом, проведённые измерения показывают, что увеличение скорости нагрузки приводит к увеличению нелинейных упругих параметров исследуемых образцов термопласта ABS. Это может быть использовано при неразрушающем контроле полимеров в процессе деформации.

Исследования выполнены за счет гранта Российского научного фонда (проект № 19-12-00098).

ЛИТЕРАТУРА

1. J. Rösler et al. // Berlin and Heidelberg: Springer Science & Business Media, 2007.
2. G. Dean and L. Wright // Polym Test 2003. V 22. No 6. P 625–631.
3. H. Altenbach and K. Tushtev. // Mech Compos Mater 2001. V 37. No 5–6. P: 475–482.
4. S. Rabinowitz et al. // J Mater Sci 1970. V 5. No 1. P: 29–39.
5. R.A. Duckett et al. // J Mater Sci 1970. V 5. No 10. P: 909–915.
6. A. D. Mulliken and M. C. Boyce // International Journal of Solids and Structures., 2006. V 43. P: 1331–1356.
7. M.A. Dundar et al // Polymers and Polymer Composites. 2021. V 29. No 5. P:331-342.
8. S. M. Walley and J. E. Field // Dymat Journal., 1994, V 1. P: 211–227.
9. Коробов А. И. и др. // Акустический журнал. 2021. Т. 67. № 4. С. 387-394.

Нарушение рэлеевского закона и структура спектра резонансного и диффузного рассеяния волны Рэля на статистической неоднородности изотропного твёрдого тела

В.Н. Чуков

*Институт Биохимической физики им. Н.М. Эмануэля Российской Академии Наук,
Лаборатория Акустической микроскопии
vchukov@mail.ru*

Задача рассеяния поверхностной акустической волны Рэля [1] на трёхмерной статистической неоднородности [2,3] плотности массы изотропного твёрдого тела рассматривается с позиции воздействия формы неоднородности, которая нарушает рэлеевский закон рассеяния в длинноволновом пределе, когда длина волны много больше характерного размера неоднородной области, на структуру резонансного рассеяния, когда длина волны и характерный размер неоднородной области имеют один порядок величины и которое является упругим аналогом вынужденного неупругого рассеяния [4,5], и на структуру спектра коротковолнового, т.е., диффузного, рассеяния [6], когда длина волны много меньше характерного размера области, занимаемой неоднородностью. Нарушение рэлеевского закона рассеяния и новые более общие законы длинноволнового рассеяния, включающие в себя рэлеевский закон, были впервые получены и исследованы теоретически в [7-11].

Неоднородность плотности массы изотропного твёрдого тела со свободной поверхностью является статистической в плоскости параллельной поверхности и детерминированной в направлении перпендикулярном ей. Статистический фактор описывается корреляционной функцией, являющейся средним значением произведения значений неоднородности в двух разных точках неоднородной области по ансамблю реализаций неоднородности. Указанная корреляционная функция описывается суммой гауссовых экспонент, зависящей от модуля расстояния между точками корреляции. Данная корреляционная функция отличается от корреляционных функций, рассмотренных в [9,10], но также даёт нарушение рэлеевского закона рассеяния для статистической неоднородности и ранее в литературе не рассматривалась [2,3]. В приближении Рэля-Борна теории возмущений по амплитуде неоднородности получены аналитические выражения для зависимости индикатрисы рассеяния, квадратичной по амплитуде рассеянной рэлеевской волны, от отношения эффективного радиуса корреляции к длине волны Рэля и от угла рассеяния. С помощью этих выражений проведено теоретическое исследование указанных зависимостей.

Обнаружено сильное влияние нарушения рэлеевского закона рассеяния в длинноволновой области на форму спектра резонансного рассеяния. Физически это объясняется сильной модуляцией длинноволнового рассеяния формой неоднородности, не рассмотренной Лордом Рэлеем и последующими исследователями [1-6]. Математически, новые законы рассеяния в рэлеевской области задают базис линейно-независимых амплитуд рассеяния волны Рэля, который позволяет моделировать форму спектра не только в рэлеевской области, но и в резонансной и диффузной вплоть до нарушения закона о максимальном резонансном рассеянии и о доминантном диффузном рассеянии вперёд, т.е., в направлении распространения падающей волны, и о спадающем угловом характере спектра “вперёд” при увеличении отношения эффективного радиуса корреляции к длине волны в диффузной области. Полученные новые законы рассеяния в рэлеевской области впервые позволяют смоделировать осциллирующий, а не монотонный рэлеевский характер спектра в рэлеевском пределе, также, как для корреляторов, рассмотренных в [9,10], в случае статистической

неоднородности, что не очевидно из-за требования неотрицательности фурье-образа коррелятора [2,3], проверенной в рассматриваемой задаче методом математической индукции. Полученный базис амплитуд рассеяния позволяет нарушать угловую изотропию рассеяния в рэлеевском пределе, задавая произвольное количество нулей индикатрисы рассеяния по углу рассеяния, и моделировать угловое распределение резонансного и диффузного рассеяния. При этом произвольный характер указанных спектров, нарушающий классические законы резонансного и диффузного рассеяния, не обязательно сопровождается нарушением рэлеевского закона рассеяния. Это объясняется тем, что сохранённый рэлеевский член ряда Рэля для индикатрисы рассеяния не препятствует выбору коэффициентов при последующих членах этого ряда, определяемых формой неоднородности, так как они образуют линейно-независимый базис, что не было известно ранее [1-6].

Новые физические результаты, полученные в настоящей работе для рассеяния волны Рэля на статистической неоднородности и аналогичные новые результаты работы [14] для детерминированной неоднородности позволяют сделать принципиальные выводы о характере рассеяния в указанных двух случаях. Как получено впервые в [14], рассеяние на произвольной хаотической, непериодической в общем случае, решётке неоднородностей в диффузном (брэгговском) пределе всегда даёт периодический спектр индикатрисы рассеяния как функции произведения модуля волнового вектора, переданного при рассеянии от падающей к рассеянной волне Рэля, и эффективного произвольного размера ячейки хаотической решётки. Физически это объясняется тем, что в коротковолновом пределе рассеяние происходит на дискретных узлах решётки, и вследствие гармонического характера падающей волны амплитуда волны, рассеянной на каждом узле произвольной хаотической решётки, является периодической функцией произведения переданного волнового вектора на координату узла. Физический эксперимент имеет дело с вещественными числами конечной точности, хорошо аппроксимируемыми рациональными числами, т.е., отношением целых чисел. Вследствие этого рассеяние на произвольной хаотической решётке эквивалентно рассеянию на виртуальной периодической решётке [14], но с нулевым амплитудным форм-фактором тех узлов, которые не соответствуют положениям реальных хаотических узлов. Резонансы пропорциональны квадрату числа реальных узлов. Период суммарного спектра определяется размером элементарной ячейки виртуальной периодической решётки. Этот размер выбирается так, чтобы на координате каждого реального узла укладывалось целое число размера виртуальной элементарной ячейки. По параметру Лауэ, т.е., произведению модуля переданного волнового вектора (для цилиндрически симметричной неоднородности [14]) на размер элементарной ячейки виртуальной периодической решётки, период суммарного спектра всегда равен 2π . Точно размер виртуальной элементарной ячейки меньше или равен наименьшему расстоянию между соседними узлами хаотической решётки, поэтому размер такого порядка должен входить в параметр Лауэ и определять период спектра по частоте. Но в реальном эксперименте число хаотических узлов с таким расстоянием между ними может быть мало, поэтому вклад рассеянных ими волн мал, и период спектра определяется некоторым эффективным размером виртуальной элементарной ячейки, который определяется экспериментально по периоду суммарного спектра. Таким образом, в пределах точности измерений в эксперименте и в зависимости от конфигурации эффективно рассеивающих хаотически расположенных узлов спектр индикатрисы будет периодической функцией эффективного параметра Лауэ. Физический эксперимент оперирует рациональными числами, а математическая теория пределов включает иррациональные числа. В случае, если бы координаты хаотических узлов описывались иррациональными числами, точность их рациональной

аппроксимации можно было бы увеличивать до бесконечности; в знаменателе целые числа росли бы и размер виртуальной элементарной ячейки уменьшался бы до нуля. Физически локализация узла увеличивалась бы. Период спектра по частоте увеличивался бы. Период спектра рассеяния на хаотической решётке сильно чувствителен к взаимному расположению узлов. Только при увеличении частоты достигается резонанс на всех узлах. Вероятно, что физически может появиться эффективное обрезание иррациональности. Кроме этого, при увеличении локализации изменяется физическая суть вещей, многие понятия теряют свой смысл, что показывается в философской мысли и квантовой механике.

Пусть, например, для цилиндрически симметричной шероховатости [14] разрывы шероховатости образуют хаотическую решётку, т.е., узлы решётки имеют координаты (mL/n) , $m \leq n$, где m, n – произвольные натуральные числа, L – радиус шероховатой области. Произвольное положительное вещественное число, меньшее единицы, в качестве координаты (множителя при L) можно с произвольной точностью аппроксимировать данным рациональным числом, а иррациональные числа аппроксимируются вещественными. Пусть число хаотических узлов равно N . Согласно [14], чтобы найти общий период всех волн, рассеянных на хаотических узлах, т.е., найти период спектра рассеяния, надо все указанные координаты привести к наименьшему общему знаменателю. В самом общем случае он равен произведению всех натуральных чисел n в знаменателях координат. Пусть он равен M . Тогда M есть число ячеек виртуальной периодической решётки Лауэ-Брэгга-Вульфа [14], соответствующей точно периодическому спектру рассеяния на хаотической решётке. Но во всех узлах, кроме реальных хаотических, амплитуда разрыва [14] равна нулю. Резонансы спектра рассеяния пропорциональны квадрату N , а параметр Лауэ-Брэгга-Вульфа равен pL/M , где p – модуль волнового вектора, переданного при рассеянии от падающей к рассеянной волне Рэлея. Этот параметр определяется размером элементарной ячейки виртуальной периодической решётки, который есть L/M . Именно по этому параметру период спектра всегда есть 2π [14]. Пусть теперь к указанной хаотической решётке добавляется всего один разрыв с рационально аппроксимируемой координатой, как указано выше. Пусть, например, в знаменателе рационального числа стоит простое число K , которое делится только на себя и единицу. Тогда общим знаменателем координат всех существующих и нового узла будет произведение MK . Для произвольных вещественных чисел, чем с большей точностью (числом знаков после запятой) аппроксимируется вещественная (значит, и иррациональная) координата рациональным числом, тем больше числа m и n в числителе и знаменателе соответственно. Значит, увеличивается и натуральное число K при более точной локализации нового хаотического узла. Но это, всего лишь, есть количество знаков после запятой в координате нового узла. Такова, например, последовательность координат $3/10, 37/100, 371/1000, 3719/10000, \dots$ Физическое положение нового узла при переходе от одной из этих координат к другой меняется не сильно, новое число ячеек MK новой виртуальной периодической решётки изменяется, в общем случае, на порядок. Именно MK определяет новый параметр Лауэ-Брэгга-Вульфа новой виртуальной периодической решётки, размер элементарной ячейки которой равен $L/(MK)$. Период нового спектра реальной хаотической решётки по этому новому параметру виртуальной периодической решётки равен снова 2π . Но, например, по p он равен $2\pi(MK)/L$, а не $2\pi M/L$, как в исходном случае. Добавление всего одного узла может сильно изменить период по физической величине p , измеряемой в эксперименте, и на определённую область значений которой калиброваны приборы, которые не могут работать в широких масштабах безразмерных параметров. Амплитуда периодических резонансов будет пропорциональна квадрату $(N+1)$, т. е., изменится не сильно при

большом N . Но характер спектра между резонансами может измениться весьма сильно, так как одна новая осцилляция от нового узла складывается с одной суммарной осцилляцией от N узлов [14], которая осциллирует до нуля из-за взаимных компенсаций амплитуд рассеяния между резонансами. Таким образом, при большом N можно не заметить появления новых резонансов из-за точности измерений. Спектр останется почти тем же, период спектра – почти тем же, но характер спектра между резонансами, особенно вблизи резонансов может меняться, если точность измерений достаточна. При большем изменении конфигурации хаотической решётки или при небольшом N спектр рассеяния сильно чувствителен даже к малым изменениям координат узлов, но всегда остаётся точно периодическим в рамках физического эксперимента, а в математическом пределе бесконечной точности измерений, включая иррациональности, число ячеек виртуальной периодической решётки может стремиться к бесконечности, как и период спектра, например, по физической величине p . Структура физического спектра диффузного рассеяния на хаотической решётке всегда периодическая, но сильно чувствительна к конфигурации хаотического расположения узлов решётки.

Результаты рассеяния на детерминированной [11,14,15] и статистической неоднородности [7-10,12,13] и настоящей работы позволяют исследовать условия применимости использования непрерывного коррелятора, т.е., корреляционной теории [2,3], для описания высокочастотного рассеяния на конечной неоднородной области. Таким условием является достаточная степень гладкости неоднородности на конце неоднородной области.

Полученные результаты позволяют моделировать спектр рассеяния, усиление или подавление рассеяния в произвольной области спектра в акустоэлектронике, физике акустических метаматериалов, в волновой микроскопии.

ЛИТЕРАТУРА

1. Lord Rayleigh "The theory of sound", Vols. I, II. New York: Dover, 1945.
2. А.П. Хусу, Ю.Р. Витенберг, В.А. Пальмов "Шероховатость поверхностей. Теоретико-вероятностный подход" М.: Наука, 1975.
3. А.М. Яглом "Корреляционная теория стационарных случайных функций" Ленинград: Гидрометеоиздат, 1981. С. 105-109.
4. A. Einstein // *Mitteil. Phys. Gesellschaft Zurich* 1916. V. 16. P. 7.
5. I.L. Fabelinskii // *Phys.-Usp.* 1998. V. 41. P. 1229.
6. A.A. Maradudin "Surface Acoustic Waves" In: "Nonequilibrium Phonon Dynamics", ed. by W.E. Bron, New York: Plenum, 1985. P. 395.
7. V.N. Chukov "On Rayleigh, Resonance and Short-Wavelength Scattering Laws of Rayleigh Wave" Preprint IBCP RAS. Moscow, 2002. 32 p. (The Russian State Library; scribd.com.)
8. V.N. Chukov "The new laws of the Rayleigh wave scattering on a near-surface inhomogeneity". Proceedings of the International Conference "Days on Diffraction 2012", May 28 - June 1, 2012, St. Petersburg, Russia, P. 47-53. <http://ieeexplore.ieee.org>. DOI: 10.1109/DD.2012.6402750.
9. V.N. Chukov // *Solid State Communications* 2009. V. 149. P. 2219.
10. V.N. Chukov // *Ultrasonics* 2012. V. 52. P. 5.
11. V.N. Chukov "On violation of Rayleigh and Bragg laws of scattering". "Days on Diffraction (DD)", International Seminar, 2011, P. 55. <http://ieeexplore.ieee.org>. DOI: 10.1109/DD.2011.6094365. IEEE Conference publications.
12. V.N. Chukov "Connection between violation of the Rayleigh law of scattering and the resonance scattering" Preprint IBCP RAS. Moscow, 2014.
13. V.N. Chukov "Connection between violation of the Rayleigh law of scattering and the resonance scattering" "Days on Diffraction 2014", International Conference. May 26-30, 2014, St. Petersburg, Russia. Abstracts. P. 29.
14. В.Н. Чуков // Труды III Всероссийской Акустической конференции (под ред. акад. О.В. Руденко), Политех-Пресс: Санкт Петербургский Политехнический университет Петра Великого, 2020. P. 87-100. ISBN 978-5-7422-7029-4.
15. V.N. Chukov // *St. Petersburg State Polytechnical University Journal. Physics and Mathematics* 2023. V. 16, No 1.1.