

ЯВЛЕНИЕ ПОЛНОГО ВНУТРЕННЕГО ОТРАЖЕНИЯ СВЕТА В ЛИНЕЙНЫХ И НЕЛИНЕЙНЫХ СРЕДАХ

А.П. Сухоруков

*Физический факультет, Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова, Ленинские горы, стр. 2, Москва 119991, Россия*
apsmsu@gmail.com

1. Введение

Полное внутреннее отражение света при переходе в менее плотную среду относится к фундаментальным явлениям волновой физики. Открытое в оптике ПВО широко используется в различных областях науки и техники таких, как когерентная оптика (призмы, сенсоры, световоды), нелинейная оптика (солитоны, переключатели), акустика (звуковые каналы), гидродинамика (подводные каналы), физика плазма (ионосферная связь) и т.д. В статье рассматривается ПВО в оптическом диапазоне длин волн.

Явление ПВО было впервые описано великим немецким астрономом, математиком, оптиком и к тому же известным астрологом Иоганном Кеплером (1571-1630) в начале XVII века. В то время он издал трактат по оптике «Дополнения к Вителлию» и книгу «Диоптрика», которые положили начало становлению оптики как науки. Кеплер описал преломление света, рефракцию, общую теорию линз, предложил более совершенную конструкцию телескопа. Чтобы зарабатывать на жизнь и иметь возможность заниматься любимой астрономией Иоганн вынужден был служить астрологом при дворах знатных вельможах. До нас дошло следующее высказывание Кеплера, которое показывает его истинное отношение к астрологии: «Конечно, эта астрология — глупая дочка, но, Боже мой, куда бы делась её мать, высокому мудрая астрономия, если бы у неё не было глупенькой дочки! Свет ведь ещё гораздо глупее и так глуп, что для пользы этой старой разумной матери глупая дочка должна болтать и лгать. И жалованье математиков так ничтожно, что мать, наверное, голодала, если бы дочь ничего не зарабатывала». Интересно заметить, что схожую роль сыграли алхимики в развитии химии как науки.

Математическое обоснование эффекту ПВО дал Виллеброрд Снелл, известный также под латинизированным именем Снеллиус (1591-1626), голландский математик и физик. В 1621 году, после многочисленных экспериментов по оптике, он открыл закон преломления лучей, позже названный его именем. Своих результатов Снеллиус не публиковал, — они пылились в архивах, пока не были обнаружены Рене Декартом, который включил их в свой фундаментальный труд «Начала философии». Выдающийся вклад в науку о преломлении и отражения света внесли Исаак Ньютон (1642) и Огюст Френель (1788-1827). Отметим, что Даниэль Колладон (1802-1893) впервые продемонстрировал ПВО при волноводном распространении света в изогнутой струе воды. Такова краткая история открытия явления ПВО.

2. Законы Снеллиуса и полное внутреннее отражение

Снеллиус сформулировал закон преломления на границе двух сред в следующем виде:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (1)$$

где θ_1 - угол падения, n_1 - показатель преломления в первой среде, а θ_2 - угол преломления и n_2 - показатель преломления во второй среде (рис. 1, слева).

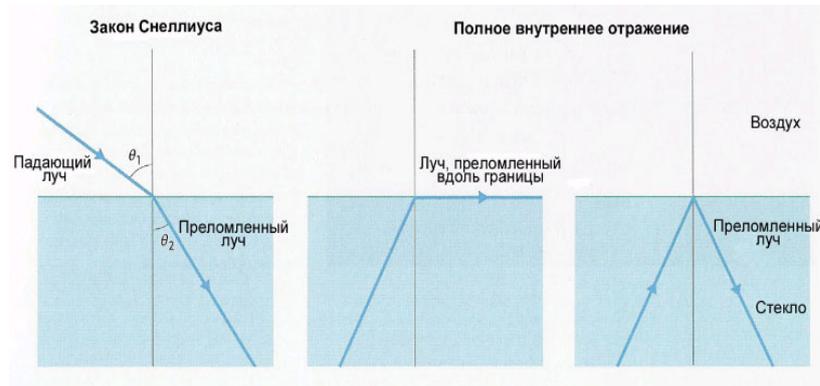


Рис. 1. Ход лучей из менее плотной в более плотную среду (слева), при критическом угле падения (в середине) и при полном внутреннем отражении, $n_1 < n_2$.

Для некоторых задач выражение (1) следует переписать для углов скольжения между лучом и плоскостью поверхности раздела $\varphi_j = \pi/2 - \theta_j$:

$$n_1 \cos \varphi_1 = n_2 \cos \varphi_2 \quad (2)$$

Предельный угол ПВО в случае $n_1 < n_2$ можно найти, полагая $\theta_1 = \pi/2$ в (1). Тогда находим известные формулы

$$\theta_c = \arcsin(n_1 / n_2), \quad \varphi_c = \arccos(n_1 / n_2) \quad (3)$$

Приведем значения предельных углов ПВО для различных материалов: в стекле $n_2 = 1.5 - 1.7$ и $\theta_c = 30^\circ - 42^\circ$; в воде $n_2 = 1.33$ и $\theta_c = 49^\circ$; в алмазе $n_2 = 2.42$ и $\theta_c = 24^\circ$. Именно благодаря относительно малому предельному углу ПВО алмазы при определенной огранке превращаются в бриллианты.

ПВО нашло широкое применение при изготовлении призм; призмных биноклей и телескопов (управление ходом лучей происходит без применения зеркал); сенсоров (в зазор между призмами вводится исследуемое вещество) и ЖК затворов (между призмами помещается слой ЖК, который меняет свои свойства под действием электрического поля и создает условие для ПВО); для экспериментальное определение показателей преломления по предельному углу с помощью рефрактометра; для наблюдения флуоресцентного свечения (см. рис 2).

При отражении света от задней грани призмы в менее плотной среде образуется неоднородная поверхностная волна, в которой поверхность равной фазы перпендикулярна

поверхности равной амплитуды. Амплитуда поверхностной волны экспоненциально спадает вглубь менее плотной среды, энергия локализуется в слое толщиной в несколько длин. Если достаточно близко от поверхности расположить другую призму, то волна может преодолеть малый зазор. Подобное явление туннелирования через барьер (аналог зазора) стало одним из основных в квантовой механике.

Интересный опыт поставили Л. И. Мандельштам и П. Селени. Они погрузили стеклянную призму нижней гранью в жидкость, в которой было растворено флуоресцентное вещество. Свет, падая через призму на границу жидкости под углом большим предельного значения, испытывал на границе эффект ПВО. Однако часть светового потока, проникая в тонкий слой приграничной жидкости, вызывал его флуоресцентное свечение. Цвет флуоресценции отличался от цвета падающего излучения, а свечение приграничного слоя дало возможность наблюдать этот эффект.

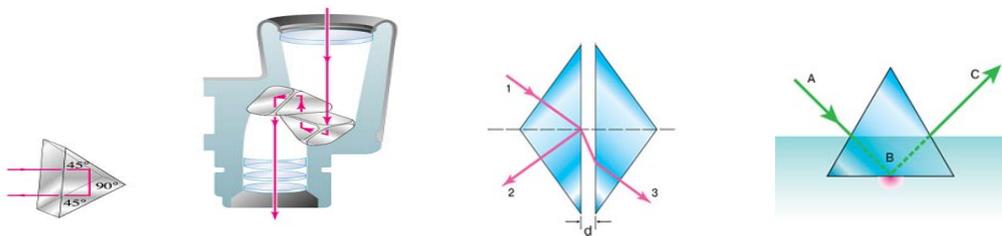


Рис. 2. Примеры применения ПВО.

Явление ПВО можно наблюдать и при малом отличии величин показателей преломления соприкасающихся сред, $n_2 - n_1 \ll n_2$. В данном случае скольльзящий угол ПВО можно выразить простой формулой

$$\varphi_c = \sqrt{2(n_2 - n_1) / n_1} \quad (4)$$

Даже при разнице показателей преломления в пятом знаке после запятой, $n_2 - n_1 = 5 \cdot 10^{-5} n_1$, предельный угол ПВО имеет вполне измеряемую величину $\varphi_c = 10^{-2} = 0.57^\circ$.

Полное внутреннее отражение в слоисто-неоднородных средах

В среде, показатель преломления которой плавно меняется вдоль одного направления $n(x)$, закон преломления можно записать в виде

$$n_1(x) \cos \varphi(x) = n_{10} \cos \varphi_0. \quad (5)$$

Для малых углов скольжения $\varphi = dx/dz \ll 1$ из (5) нетрудно получить уравнение для траектории луча. В точке поворота луча $x = x_t$, где $\varphi_t = 0$, показатель преломления достигает минимального значения, а затем разворачивается в обратную сторону (рис. 3).

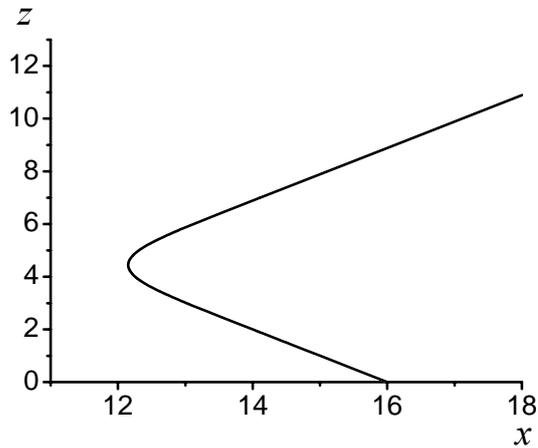


Рис. 3. Траектория луча в слоисто-неоднородной среде с $n(x) = n_0 \exp(-(x-12)^2)$.

Такие явления наблюдаются в атмосфере (миражи), ионосфере (отражение радиоволн), подводной акустике (звуковые каналы), оптических волноводах и т.д. В параксиальном приближении $\varphi = dx/dz \ll 1$ все эти эффекты можно описать с помощью параболического уравнения для огибающей волнового пучка A :

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2k} \left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} \right) = k_0 [n(x) - n_0] A. \quad (6)$$

Неоднородность $n(x) > n_0$ можно рассматривать как притягивающий потенциал, $n(x) < n_0$ - как отталкивающий потенциал. В оптических волноводах реализуется первый случай (рис. 4).

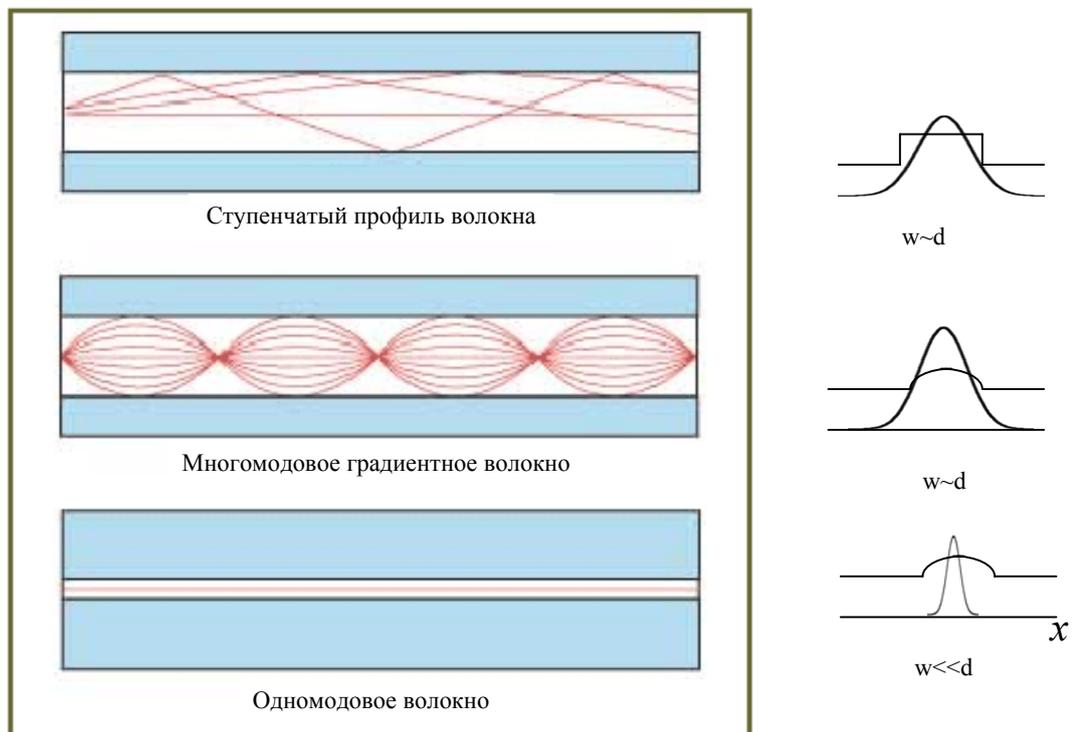


Рис. 4. Волноводное распространение света в оптических волокнах с разными поперечными профилями показателя преломления (справа).

Поперечная мода волновода представляет собой неоднородную волну: $E \sim \text{ch}^{-1}(x/w) \exp(i\omega t - ikz)$.

3. Явление полного внутреннего отражения в нелинейных средах

Пространственные солитоны

Явление ПВО играет определяющую роль в солитонной физике. Динамика пространственного солитона в среде с кубической нелинейностью описывается нелинейным уравнением Шредингера

$$i \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = \frac{\omega}{n_0 c} n_2 |A|^2 A. \quad (7)$$

Процесс распространения характеризуется дифракционной длиной $L_{\text{dif}} = \pi n w^2 / \lambda$ и нелинейной длиной $L_{\text{nl}} = \lambda / n_2 |A(0)|^2$. Стационарное решение уравнения НУШ (7) среде с $n_2 > 0$ имеет колоколообразную форму типа $E \sim \text{ch}^{-1}(x/w) \exp(i\omega t - ikz)$, которое реализуется при балансе дифракционного расплывания и самофокусировки $L_{\text{dif}} = L_{\text{nl}}$ (рис. 5, слева). Такой волновой пучок называется светлым пространственным солитоном. В дефокусирующей среде с $n_2 < 0$ формируется темный солитон, в центре которого амплитуда равна нулю: $E \sim \text{th}(x/w) \exp(i\omega t - ikz)$.

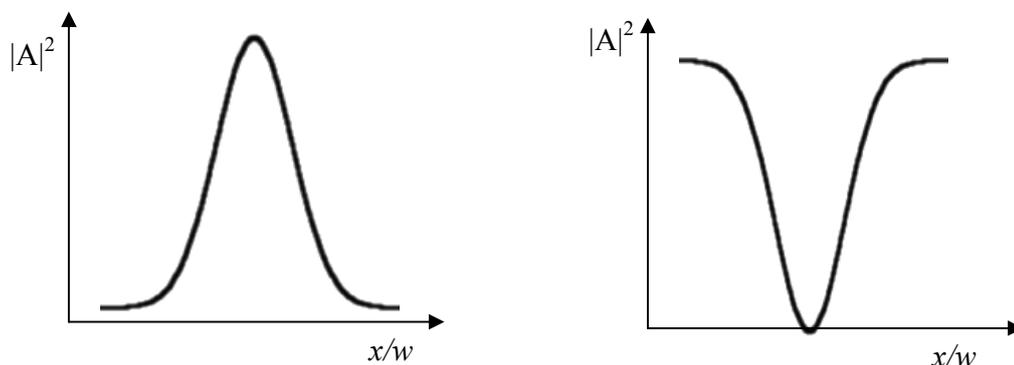


Рис. 5. Характерные амплитудные профили светлого (слева) и темного (справа) пространственных солитонов.

Интересно отметить, что пространственный солитон можно рассматривать как нелинейный градиентный волновод.

Нелинейное полное внутреннее отражение

Явление полного внутреннего отражения наблюдается при прохождении света в менее плотную среду. Отрицательную неоднородность можно создать в нелинейной дефокусирующей среде с $n_2 < 0$. Мы смоделировали это явление с помощью численного решения НУШ для тепловой нелинейности $n = n_0 + dn/dT(T - T_0)$ с источником тепла от лазерного пучка δI . В качестве нелинейной среды был выбран подкрашенный спирт, помещенный в стеклянную кювету длиной 5 см. В кювету направлялись пучки от красного

и зеленого лазеров. Пучки пересекались под небольшим углом порядка 0.01 рад. Мощность опорного красного лазера менялась от 0 до 30 мВт, а красного пучка оставалась на уровне 0.7 мВт. Результаты численного и лазерного экспериментов представлены на рис. 6.

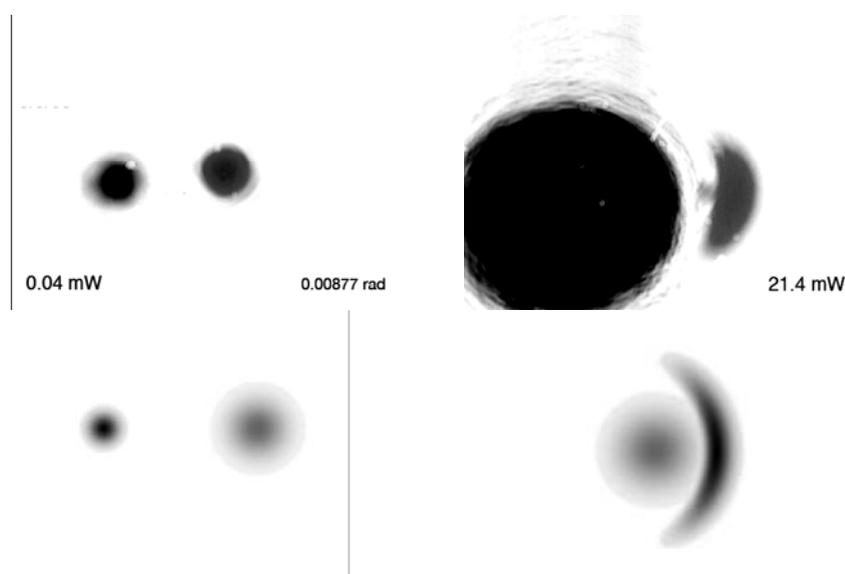


Рис. 6. Поперечные сечения лазерных пучков на выходе из кюветы со спиртом при малой мощности опорного лазера (отражение отсутствует) и при большой мощности 21.4 мВт, когда из-за нелинейного отражения пучки меняются местами и сигнальный зеленый пучок приобретает характерную серповидную форму (эффект выпуклого зеркала). Верхний ряд – экспериментальные снимки с помощью ССД камеры, нижний ряд – результаты численного моделирования для модельной задачи. Видно качественное соответствие двух картин. Эксперименты выполнены Драгомиром Нешевым и Фрэнсисом Беннетом в Австралийском национальном университете.

Заключение

Таким образом, явление полного внутреннего отражения света и в наши дни играет большую роль в научных исследованиях и в различных приложениях, начиная от спектроскопии до динамического управления лазерными пучками. Новую жизнь ПВО приобрело в волоконной оптике и нелинейной оптике. В самофокусирующих средах формируются локализованные структуры, в частности пространственные солитоны. В дефокусирующих средах можно создавать индуцированные тела в форме лазерных пучков. С помощью нелинейного ПВО индуцированную объемную неоднородность можно сделать непрозрачной и наблюдать отражение лазерного пучка одной частоты от лазерного пучка другой частоты.

Работа выполнена при поддержке грантами «Ведущие научные школы» НШ-671.2008.2, РФФИ № 08-02-00717, 09-02-01028.