

Взаимодействие оптических пучков в нелинейных средах

1. Введение

В данной работе будет рассмотрено поведение лазерного пучка при столкновении с отрицательной неоднородностью в оптически-нелинейной среде, наведенной мощным лазерным пучком.

Данное взаимодействие можно рассматривать как в двумерном, так и в трехмерном варианте.

При рассмотрении двумерного случая возможны два варианта взаимодействия пучка с неоднородностью: отражение пучка от нее и прохождение пучка сквозь неоднородность. Отражение происходит тогда, когда величина групповой расстройки меньше критического значения, а прохождение с последующим преломлением, соответственно, при величине групповой расстройки большей, чем критическое значение.

При отражении пучка от пучка накачки возникает эффект полного внутреннего отражения, описанного еще Снеллиусом. Новые черты ПВО были открыты в нелинейной оптике при исследовании солитонов.

Механизм отражения заключается в следующем: в дефокусирующей среде мощная основная волна благодаря кроссвоздействию создает на второй, сигнальной частоте эффективную поперечную неоднородность показателя преломления, причем максимум интенсивности накачки соответствует минимуму показателя преломления. При прохождении через индуцированную неоднородность второй пучок испытывает рефракцию, происходит взаимное отталкивание пучков. В результате этого траектория сигнального пучка искривляется и, если угол между пучками достаточно мал, происходит нелинейное полное внутреннее отражение.

При рассмотрении трехмерного варианта возникает эффект так называемого выпуклого зеркала

2. Эффект полного отражения в квадратично-нелинейных средах.

Полное отражение впервые было обнаружено при анализе каскадного взаимодействия двух пучков разных частот в среде с квадратичной

нелинейностью. Дело в том, что при введении достаточно большой расстройки волновых векторов среда на сигнальной частоте становится оптически неоднородной, а мощный пучок накачки не испытывает дефокусировку, что характерно для сред с кубичной и фоторефрактивной нелинейностью. В этом случае эффективная поперечная неоднородность на сигнальной частоте повторяет профиль интенсивности основной волны.

Рассмотрим процесс неколлинеарного трёхчастотного параметрического взаимодействия $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. Уравнения для огибающих пучков (НУШ в квадратично нелинейной среде) имеют вид

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + iD_1 \Delta_{\perp} A_1 = -i\gamma_1 A_3 A_2^* \quad (1)$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + iD_2 \Delta_{\perp} A_2 = -i\gamma_2 A_3 A_1^* \quad (2)$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial z} + iD_3 \Delta_{\perp} A_3 = i\Delta k_m A_3 - i\gamma_3 A_1 A_2, \quad (3)$$

где $D_j = (2k_j)^{-1}$ – коэффициент дифракции, $\gamma_j = 2\pi \vec{e}_1 \widehat{\chi}^{(2)} \vec{e}_2 \vec{e}_3 \omega_j / (cn_j)$ – коэффициент нелинейности, $\widehat{\chi}^{(2)}$ – тензор квадратично нелинейной восприимчивости, n_j – линейный коэффициент преломления, c – скорость света, $\Delta k_m = k_1 + k_2 - k_3$ – расстройка волновых векторов. На вход среды подается мощная накачка $A_1(x, y, 0) = E_1(x, y)$ и под углом к ней слабый сигнал $A_2(x, y, 0) = E_2(x, y) \exp(ik_2 \theta_2 x)$. Холостая волна на суммарной частоте отсутствует на входе в среду: $A_3(x, y, 0) = 0$.

Численное моделирование показало, что при определенных условиях наклонный сигнальный пучок отражается от пучка накачки, при этом суммарная волна локализуется в области пересечения двух других пучков (рис. 1). Если же условие полного отражения не выполняется, то сигнальный пучок проходит через пучок накачки, немного искривляя свою траекторию.

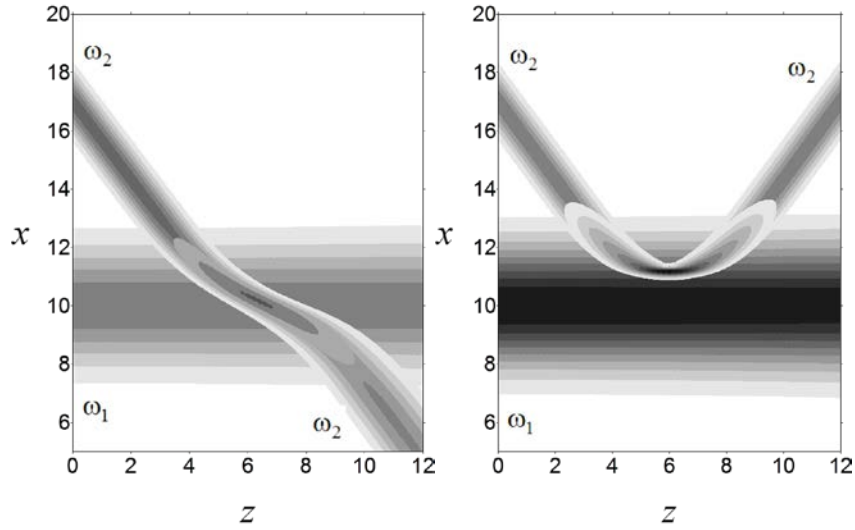


Рис. 1. Два режима каскадного трехчастотного взаимодействия оптических пучков в квадратично-нелинейной среде: (слева) прохождение сигнального пучка сквозь область пучка накачки при угле наклона большем предельного угла ПВО, $\theta_2 > \theta_{cr}$, и (справа) полное отражение сигнального пучка от пучка накачки при малом угле наклона, $\theta_2 < \theta_{cr}$.

Это новое и чрезвычайно интересное явление можно объяснить следующим образом. Анализ взаимодействия пучков показал, что параметрическое отражение обязано введению расстройки волновых векторов. Расстройка Δk может возникнуть из-за дисперсии среды, $n_j(\omega)$, или наклона пучков, $\theta_j \neq 0$. В последнем случае с учетом соотношения $k_2 \theta_2 = k_3 \theta_3$ имеем

$$\Delta k = \Delta k_t = k_1 + k_2 \cos \theta_2 - k_3 \cos \theta_3 \approx -k_1 k_2 \theta_2^2 / (2k_3). \quad (4)$$

При большой расстройке $\Delta k \gg \gamma_3 E_1(0)$, как в нашем случае, возникает каскадный процесс, при котором холостая волна согласно (3) возбуждается локально с малой амплитудой $A_3 \approx (\gamma_3 / \Delta k) A_1(x, y, z) A_2$. В силу обратной реакции она меняет показатель преломления сигнальной волны:

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + i D_2 \Delta_{\perp} A_2 = -i k_2 n_{nl}(x, z) A_2. \quad (5)$$

$$n_{nl} = (\gamma_2 \gamma_3 / (k_2 \Delta k)) |A_1(x, z)|^2. \quad (6)$$

Видно, что уравнение (5) описывает распространение сигнала в среде, ставшей неоднородной из-за параметрического кроссвоздействия; причем $n_{nl} < 0$, так

как в рассматриваемом случае $\Delta k < 0$.

Таким образом, в каскадной модели задача несинхронного трехчастотного взаимодействия сводится к анализу распространения сигнальной волны в неоднородном канале, формируемом пучком накачки (ср. с распространением волн в градиентном волноводе, ионосфере и т.д. [4]). Так как канал вносит отрицательную неоднородность, то возникает отражение сигнала как от менее плотной среды (рис. 1). Кстати, в световодах $n_{nl} > 0$ и лучи отклоняются в другую сторону - к оси пучка накачки.

Механизм отражения заключается в следующем: в дефокусирующей среде мощная основная волна благодаря кроссвоздействию создает на второй, сигнальной частоте эффективную поперечную неоднородность показателя преломления, причем максимум интенсивности накачки соответствует минимуму показателя преломления. При прохождении через индуцированную неоднородность второй пучок испытывает рефракцию, происходит взаимное отталкивание пучков. В результате этого траектория сигнального пучка искривляется и, если угол между пучками достаточно мал, происходит нелинейное полное внутреннее отражение.

3. Траектории сигнального пучка при отражении.

Чтобы описать траекторию сигнального пучка и определить порог полного нелинейного отражения воспользуемся методом геометрической оптики. С этой целью введем эйконал $S_2(x, y, z)$ и действительную огибающую $B_2(x, y, z)$, представив комплексную амплитуду в виде

$$A_2 = B_2 \exp(-iS_2(r, \varphi, z)). \quad (7)$$

После подстановки (7) в (5) и совершения предельного перехода $k_2 \rightarrow \infty$ получаем уравнение эйконала

$$\frac{\partial S_2}{\partial z} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial S_2}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{2r^2} \left(\frac{\partial S_2}{\partial \varphi} \right)^2 = -n_{nl}(r, z). \quad (8)$$

С помощью метода характеристик [13] из (8) нетрудно получить уравнения траектории сигнальной волны в среде с индуцированной неоднородностью:

$$\frac{d^2 r}{d z^2} = \frac{a \varphi_2^2}{r^3} - \frac{\partial n_{nl}(r, z)}{\partial r}, \quad (9)$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = a \theta_2 / r^2. \quad (10)$$

где φ_2 – полярный угол наклона сигнального пучка в начальной точке траектории с координатой $r = r_0$, $a = \varphi_2 r_0$ – прицельный параметр. В (9) можно учесть как поперечную, так и продольную неоднородности. Это позволяет учесть дифракционное и нелинейное расплывание пучка накачки.

При анализе траектории, лежащей в плоскости $\varphi_2 = 0$, можно положить $A_1 = E_1(x)$ и уравнение траектории в таком случае сильно упрощается:

$$\frac{d^2 x}{d z^2} = \frac{\partial n_{nl}(x, z)}{\partial x}. \quad (11)$$

Решение этого уравнения в стационарном дефокусирующем канале с $n_{nl} = n_{nl}(x)$ можно записать в явном виде следующим образом:

$$z = z_0 = \pm \sqrt{2} \int_{x_0}^x \frac{d\tau}{\sqrt{-n_{nl}(\tau) + n_{nl}(x_0) + \theta_2^2 / 2}}. \quad (12)$$

Знаки плюс и минус соответствуют разным участкам траектории: до и после отражения. В точке поворота траектория параллельна оси OZ, т.е. ее наклон равен нулю, $dx/dz = 0$. Этому соответствует обращение в нуль подкоренного выражения в (12). Полагая $-n_{nl}(\tau) + n_{nl}(x_0) + \theta_2^2 / 2 = 0$, находим выражение для предельного угла полного внутреннего отражения от дефокусирующего канала:

$$\theta_{cr} = C(2\Delta n)^{1/2} = C(4\gamma_2 \gamma_3 k_3 k_1^{-1} k_2^{-2})^{1/4} E_{1\max}^{1/2}. \quad (13)$$

где $E_{1\max}$ – максимальная величина амплитуды на оси основного пучка. В (13) введен числовой коэффициент C , зависящий от формы огибающей пучка. Полное отражение (рис. 1, справа) возможно, если начальный наклон сигнальной волны по отношению к основному пучку меньше предельного значения (13). Оценки показывают, что эффект параметрического отражения можно наблюдать при начальных углах наклона меньше 0.5° , если глубина

нелинейной модуляции показателя преломления составляет величину около 10^{-4} . Увеличить предельный угол нелинейного ПВО можно, повысив плотность мощности накачки с помощью фокусировки.

При отражении сигнального пучка аналогичный эффект испытывает пучок накачки – он отклоняется в противоположную сторону. Оценим эффект отдачи с помощью закона сохранения поперечного импульса, следующего из уравнений (1-3):

$$I_2 = \text{Im} \int \sum_{n=1}^3 \frac{1}{\gamma_n} A_n^* \frac{\partial A_n}{\partial x} dx = \int \sum_{n=1}^3 \frac{1}{\gamma_n} |A_n|^2 \frac{\partial \varphi_n}{\partial x} dx = \int \sum_{n=1}^3 \frac{k_n}{\gamma_n} |A_n|^2 \theta_n dx = \text{const} \quad (14)$$

В начальный момент поперечным импульсом обладает только наклонённый сигнальный пучок. После отражения холостая волна исчезает (рис.1), а пучок накачки приобретает угол наклона, который можно оценить, вычислив выражение (14) для гауссовых пучков. В результате находим, что после столкновения траектории отклоняются обратно пропорционально отношению мощностей пучков:

$$\theta_1 / \theta_2 = 2P_2 / P_1 \quad (15)$$

Если мощность сигнальной волны, например, на 4 порядка меньше мощности волны накачки, то искривлением траектории пучка накачки можно пренебречь.

4. Эффект выпуклого нелинейного зеркала.

В трехмерной геометрии явление нелинейного отражения приобретает новые черты. Динамика взаимодействия зависит не только от угла наклона к оси пучка накачки, но и от прицельного параметра, равного начальному произведению полярного угла на радиальную координату $a = \varphi_2 r_0$.

На рис. 2 приведено семейство траекторий сигнального пучка для разных величин прицельного параметра. При почти центральном соударении прицельный параметр мал, $a < 0.5$, и наблюдается отражение сигнального пучка. Сигнальный пучок с большим прицельным параметром $a > 0.5$ проходит мимо неоднородной области с небольшим отклонением от заданного направления.

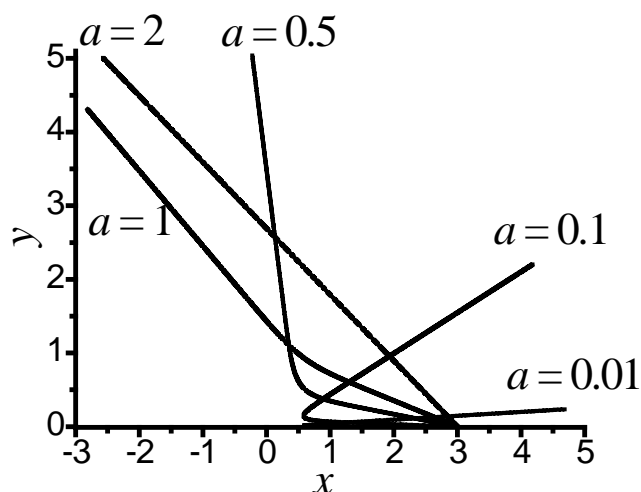


Рис. 2. Траектории сигнального пучка в поперечном сечении для различных значений прицельного параметра $a = \varphi_2 r_0$.

Таким образом в результате отражения от цилиндрического пучка накачки сигнальный пучок становится расходящимся – это эффект выпуклого индуцированного зеркала.

5. Экспериментальные данные

1) Взаимодействие пучков в среде с отрицательной тепловой нелинейностью.

Был проведен лабораторный эксперимент по наблюдению нелинейного отражения пучка гелий-неонового лазера от пучка аргонового лазера в слабо поглощающем спиртовом растворе йода, помещенном в пластиковую кювету (50x20x20 мм). Кювета ставилась на пути двух лазерных пучков, распространяющихся в одном направлении. Красный лазер работал на длине волны 532 нм с регулируемой мощностью от 0 до 30 мВт. Второй зеленый пучок имел длину волны 632.8 нм и фиксированную мощность 0.7 мВт. Пучки могли фокусироваться независимо друг от друга. С помощью перемещения делителя можно было изменить точку пересечения пучков при сохранении постоянным угла между ними. Красный фильтр мог быть вставлен перед камерой, чтобы полностью удалить зеленую засветку из изображения. Ширина перетяжки зеленого пучка была равна 18.7 мкм.

На рис. 3 представлены контрастные снимки поперечных сечений пучков,

полученные в лазерных экспериментах (верхний ряд) и путем численного моделирования уравнений. Угол пересечения пучков составлял $\theta_2 = 0.008$, а предельный угол нелинейного ПВО был равен $\theta_{\text{нл}} = 0.01$. Таким образом, условие полного отражения выполнялось.

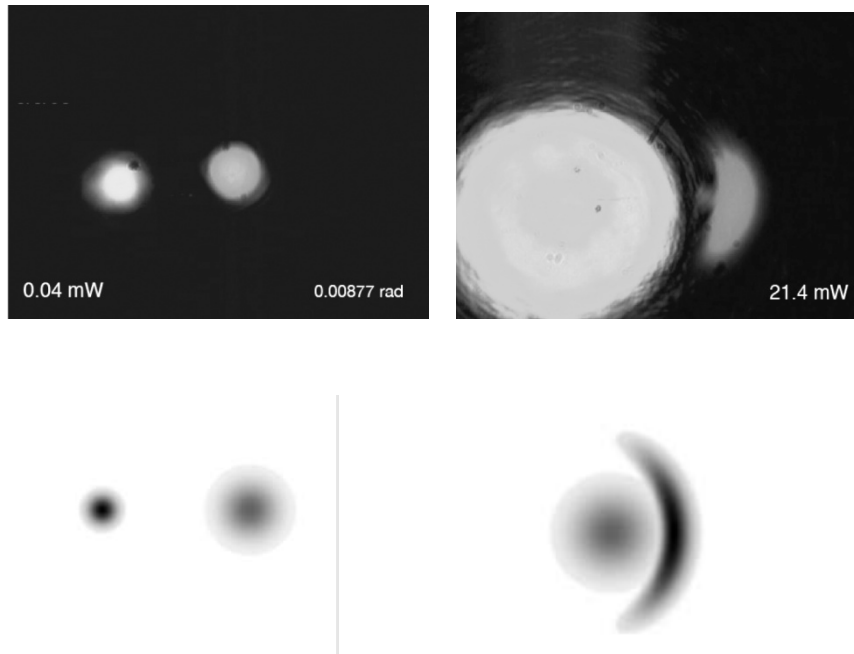


Рис. 3. Поперечные сечения лазерных пучков на выходе из кюветы со спиртом (слева) при малой мощности основного лазера (отражение отсутствует) и (справа) при большой мощности 21.4 мВт, когда из-за нелинейного отражения пучки меняются местами и сигнальный пучок приобретает характерную серповидную форму (эффект выпуклого зеркала). Верхний ряд – экспериментальные снимки с помощью CCD камеры, нижний ряд – результаты численного моделирования для модельной задачи. Видно качественное соответствие двух картин.

Экспериментальными данные соответствовали результатам расчетов пространственной динамики полного отражения с хорошей степенью точности.

Численное моделирование взаимодействия двух скрещенных пучков основано на решении системы уравнений для огибающих A_j и температуры T

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} + i D_1 \Delta_{\perp} A_1 = -i k_{10} \frac{dn_1}{dT} (T - T_0) A_1 - 0.5 \delta_1 A_1,$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial z} + iD_2 \Delta_{\perp} A_2 = -ik_{20} \frac{dn_2}{dT} (T - T_0) A_2 - 0.5 \delta_2 A_2, \quad (16)$$

$$\chi \Delta_{\perp} T = -\delta_1 |A_1|^2 - \delta_2 |A_2|^2,$$

где δ_j – коэффициент линейного поглощения, χ – коэффициент теплопроводности, dn_j/dT – температурный коэффициент показателя преломления, T_0 – температура на боковых стенках кюветы. В эту модель подставлялись справочные данные $\frac{dn}{dT} = 4 \cdot 10^{-4} \text{град}^{-1}$, $\chi = 1.7 \cdot 10^{-3} \text{Вт} \cdot \text{см}^{-1} \cdot \text{град}^{-1}$, $n_2 = 1.36$ и параметры, рассчитанные по данным эксперимента $\delta = 0.12 \text{см}^{-1}$, $d/w_1 = 5$ [12]. Результаты численного моделирования по волновой теории (16) представлены на рис. 3 и 4.

Характер распространения сигнального пучка зависит от угла, под которым он пересекает другой более мощный пучок. На рис. 4 показаны продольные сечения сигнального пучка при большом, предельном и малом углах наклона.

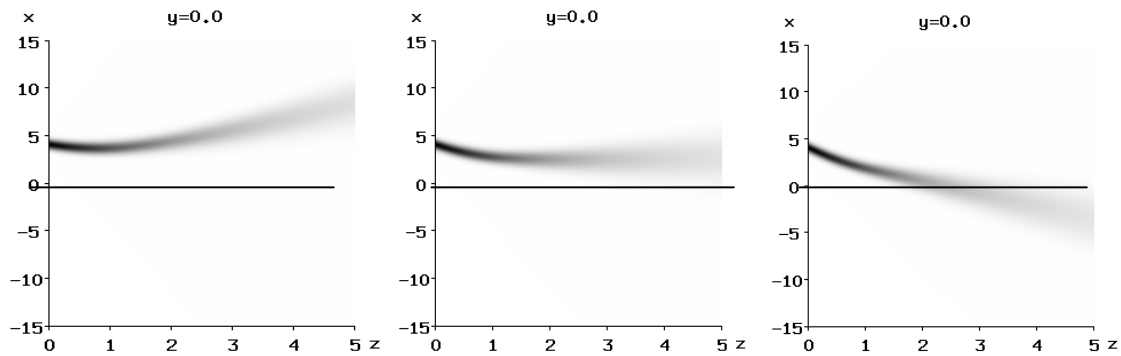


Рис. 4. Численное моделирование распространения сигнального пучка в слабопоглощающей среде (спиртовом растворе йода) для разных углов наклона θ_2 по отношению к пучку накачки мощностью $P_1 = 20$ мВт. Предельный угол полного отражения равен $\theta_{cr} \approx 1.0 \cdot 10^{-2}$. Тонкой горизонтальной линией изображена ось пучка накачки.

В результате эксперимента было получено уравнение для траектории сигнального пучка при центральном соударении ($a = 0$) с учетом изменения

ширины пучка накачки:

$$\frac{d^2 r}{d z^2} = \frac{B_2 \exp(-\delta_1 z)}{r} [1 - \exp(-2 r^2 / w_{10}^2 f^2(z))],$$

(17)

$$\frac{d^2 f}{d z^2} = \frac{B_2 \exp(-\delta_1 z)}{2 w_{10}^2 n_{20} f} + \frac{1}{l_d^2 f^3},$$

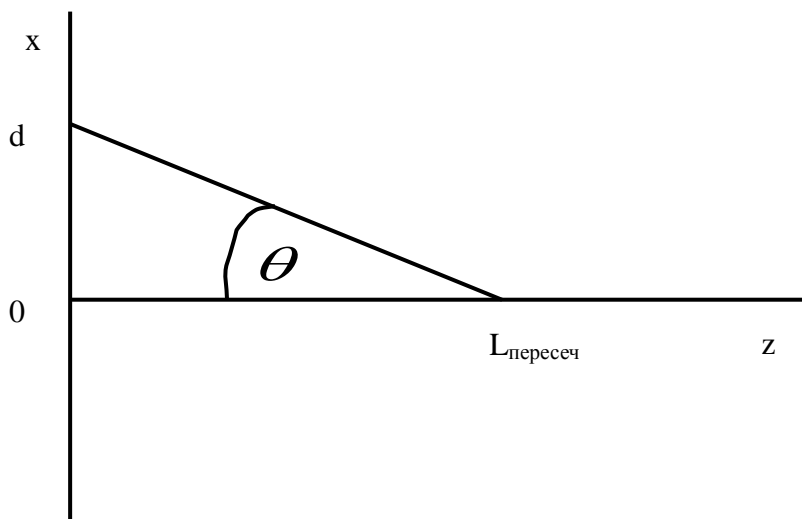
где $l_{diff} = k_1 w_{10}^2 / 2$ – дифракционная длина, $f_1(z) = w_1(z) / w_{10}$ –

$$B_2 = \frac{|dn/dT| \delta_1 P_1}{2 \pi n_{20} \chi}$$

нормированная ширина пучка накачки, . Первое уравнение системы (17) описывает траекторию сигнального пучка, а второе – эволюцию пучка накачки, обусловленную дифракционным расплыванием и тепловой дефокусировкой .

2) Дифракция оптических волн

В 2008 году в Звенигороде был проведен эксперимент, в котором изучалось трехмерное взаимодействие двух оптических пучков в нелинейной среде. При этом использовались следующие экспериментальные оценки:



1. Угол наклона сигнала к накачке $\theta = 1^\circ = 1.75 * 10^{-2}$
2. Ширина пучка $a = 120$ мкм

3. Дифракционная длина

$$L_d = \frac{\pi n a^2}{\lambda}$$

При $n=1.5$, $\lambda = 1 \text{ мкм}$, получим

$$L_d = \frac{\pi n a^2}{\lambda} = \frac{3.14 * 2.24 * 1.2^2 * 10^4}{1} \text{ мкм} = 10.13 \text{ см} \approx 10 \text{ см}$$

4. Отстройка сигнала от накачки $d=4a=480 \text{ мкм}$

5. Длина пересечения пучков

$$L_{\text{пересеч}} = d / \theta = 480 \text{ мкм} / (1.75 * 10^{-2}) = 2.74 \text{ см} \approx 3 \text{ см}$$

6. Дифракционный коэффициент в уравнении

$$D_1 = \frac{L}{4 L_d}$$

Длину кристалла L считаем равной $1/10$ дифракционной длины, потому

$$D_1 = 0.025$$

7. Нелинейная длина

$$\gamma E_1 L = 15, \quad L / L_{nl} = 15, \quad L_{nl} = 1 \text{ см} / 15 = 0.67 \text{ мм} \approx 0.7 \text{ мм}$$

По статье Стегемана при $L_{nl} = (k \sqrt{I_0})^{-1} \text{ см}$.

Кристалл	n_1	$\lambda_1 \text{ мкм}$	$\omega_1 = 2 \pi c / \lambda_1 \text{ с}^{-1}$	$d_{\text{eff}} \text{ пм} / \text{В}$	$k \text{ Вт}^{-1/2}$
$KNbO_3$	2.225	1	$1.885 \cdot 10^{15}$	12	$6.17 \cdot 10^{-4}$
$LiNbO_3$	2.24	1	$1.885 \cdot 10^{15}$	5.6	$2.18 \cdot 10^{-4}$

В нашем случае $L_{nl} = 0.07 \text{ см}$. Вычислим Плотность мощности накачки I_1 .

Для кристалла $KNbO_3$ $I_1 = (kL_{nl})^{-2} = (6.17 * 10^{-4} * 0.07)^{-2} \text{ Вт / см}^2 = 536 \text{ МВт / см}^2$,

Для кристалла $LiNbO_3$ $I_1 = (kL_{nl})^{-2} = (2.16 * 10^{-4} * 0.07)^{-2} \text{ Вт / см}^2 = 4.37 \text{ ГВт / см}^2$

8. Угол наклона сигнала к накачке $\theta = 1^\circ = 1.75 * 10^{-2}$

9. Ширина пучка $a = 40 \text{ мкм}$

10. Дифракционная длина

$$L_d = \frac{\pi n a^2}{\lambda}$$

При $n=1.5$, $\lambda = 1 \text{ мкм}$, получим

$$L_d = \frac{\pi n a^2}{\lambda} = \frac{3.14 * 2.24 * 1.2^2 * 10^4}{9} \text{ мкм} = 1.13 \text{ см} \approx 1.1 \text{ см}$$

11. Отстройка сигнала от накачки $d=4a=160 \text{ мкм}$

12. Длина пересечения пучков

$$L_{\text{пересеч}} = d / \theta = 160 \text{ мкм} / (1.75 * 10^{-2}) = 2.74 / 3 \text{ см} \approx 1 \text{ см}$$

13. Дифракционный коэффициент в уравнении

$$D_1 = \frac{L}{4 L_d}$$

Длину кристалла L считаем равной $1/10$ дифракционной длины, потому

$$D_1 = 0.025$$

14. Нелинейная длина

$$\gamma E_1 L = 15, \quad L / L_{nl} = 15, \quad L_{nl} = 1 \text{ см} / 15 = 0.67 \text{ мм} \approx 0.7 \text{ мм}$$

$$l_{nl} = (k\sqrt{I_0})^{-1} \text{см} = 0.07 \text{см}$$

По статье Стегемана при $l_{nl} = (k\sqrt{I_0})^{-1} \text{см}$ $\gamma = 1 \text{см} / l_{nl} = 18.35 (\text{KNbO}_3)$

$$\gamma = 1 \text{см} / l_{nl} = 6.9 (\text{LiNbO}_3)$$

Кристалл	n_1	λ_1 мкм	$\omega_1 = 2\pi c / \lambda_1$ с ⁻¹	d_{eff} пм/В	k Вт ^{-1/2}
KNbO_3	2.225	1	$1.885 \cdot 10^{15}$	12	$6.17 \cdot 10^{-4}$
LiNbO_3	2.24	1	$1.885 \cdot 10^{15}$	5.6	$2.18 \cdot 10^{-4}$

$$14.2 = k\sqrt{I_0} \quad I_0 = (14.2/k)^2 = \frac{204}{k^2}$$

$$\text{KNbO}_3 \quad I_0 = \frac{204}{38} 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} = 5.37 \cdot 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} = 537 \frac{\text{МВт}}{\text{см}^2}$$

$$\text{LiNbO}_3 \quad I_0 = \frac{204}{4.75} 10^8 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} = 4.3 \cdot 10^9 \frac{\text{Вт}}{\text{см}^2} = 4.3 \frac{\text{ГВт}}{\text{см}^2}$$

Мы задавали $\alpha = 35$. Вычислим сначала угол дифракции сигнала

$$\theta_{d_2} = 1/k_2 a = 1/2k_1 a = a/4L_d = \frac{120}{4 * 9.56 * 10^4} = 3.14 * 10^{-4} = 0.018^\circ$$

Угол наклона получим

$$\theta = \frac{\partial x_{\text{размерн}}}{\partial z_{\text{размерн}}} = 2D_2 \alpha \frac{a}{L} = \alpha \theta_{d_2} = 35 * 3.14 * 10^{-4} = 1.1 * 10^{-2} = 0.63^\circ$$

$$a = 40 \text{ мкм} \quad L = 2 \text{ м} \quad \gamma = 6.9 \quad \theta = 0.63^\circ$$

Напряженность электрического поля (В/м) определяется

$$E = \frac{1}{2} a \sqrt{\frac{1}{c n \epsilon_0}} \exp[i(\omega t - k z)] + \text{к.с.}$$

Здесь $|a|^2 = I$ - интенсивность в Вт / м². Уравнения для первой и второй гармоник

$$\frac{\partial a_1}{\partial z} = -i k a_2 a_1^* e^{i \Delta k z} \quad \frac{\partial a_2}{\partial z} = -i k a_1^2 e^{i \Delta k z}$$

Коэффициент нелинейности определяется через $d^{(2)} = d_{\text{eff}}$ (пм/В)

$$k = \frac{2 \omega d_{\text{eff}}}{\sqrt{2 n^3 c^3 \epsilon_0}} = \frac{4 \pi d_{\text{eff}}}{\lambda \sqrt{2 n^3 c \epsilon_0}} \quad (\text{Вт}^{-1/2})$$

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ (Ф / м)}, \quad c = 3 \cdot 10^8 \text{ (м / с)}$$

Нормированные уравнения

$$\frac{\partial A_1}{\partial z} = -i \gamma A_2 A_1^* e^{i \Delta k z}, \quad \frac{\partial A_2}{\partial z} = -i \gamma A_1^2 e^{i \Delta k z},$$

где $A_j = a_j / \sqrt{I_0}$, I_0 - начальная интенсивность первой гармоники,

$$\gamma = k \sqrt{I_0} \text{ (1 / см)}$$

Кристалл	n_1	λ_1 мкм	$\omega_1 = 2 \pi c / \lambda_1 \text{ с}^{-1}$	d_{eff} пм / В	$k \text{ Вт}^{-1/2}$
$KNbO_3$	2.225	1	$1.885 \cdot 10^{15}$	12	$6.17 \cdot 10^{-4}$
$LiNbO_3$	2.24	1	$1.885 \cdot 10^{15}$	5.6	$2.18 \cdot 10^{-4}$

$$I_{\text{нл}} = \left(k \sqrt{I_0} \right)^{-1}$$

При $I_0 = 1 \text{ ГВ/ см}^2$

$\gamma = l/I_{\text{нл}}$, l - длина нелинейной среды (в таблице γ определена для $l = 1 \text{ см}$)

Кристалл	n_1	$\lambda_1 \text{ мкм}$	$\omega_1 = 2\pi c/\lambda_1 \text{ с}^{-1}$	$d_{\text{eff}} \text{ пм/ В}$	$k \text{ Вт}^{-1/2}$	$I_{\text{нл}} = (k\sqrt{I_0})^{-1}$ см	$\gamma \text{ см}^{-1}$
KNbO_3	2.225	1.064	$1.772 \cdot 10^{15}$	12	$5.86 \cdot 10^{-4}$	0.0545	18.35
LiNbO_3	2.24	1.32	$1.428 \cdot 10^{15}$	5.6	$2.18 \cdot 10^{-4}$	0.145	6.9

При $l = 4.7 \text{ см}$ для кристалла LiNbO_3 $\gamma = 32.4$

$$a_{\text{экс}} = 350 \text{ мкм}, \quad a = 297 \text{ мкм}$$

$$I_0 = 1 \text{ ГВ/ см}^2$$

Интенсивность

$$W = 29.78 \text{ кВт} \quad (\approx 30 \text{ кВт})$$

соответствует мощности

Дифракционная длина пучка шириной 297 мкм равна

$$l_{\text{дл}} = \frac{k_1 a^2}{2} = \frac{\pi n_1 a^2}{\lambda_1}, \quad D_1 = \frac{1}{2 k_1 a^2} = \frac{l}{4 l_{\text{дл}}}$$

$$l_{\text{дл}} = 47 \text{ см}, \quad l = 4.7 \text{ см}, \quad D = 0.025$$

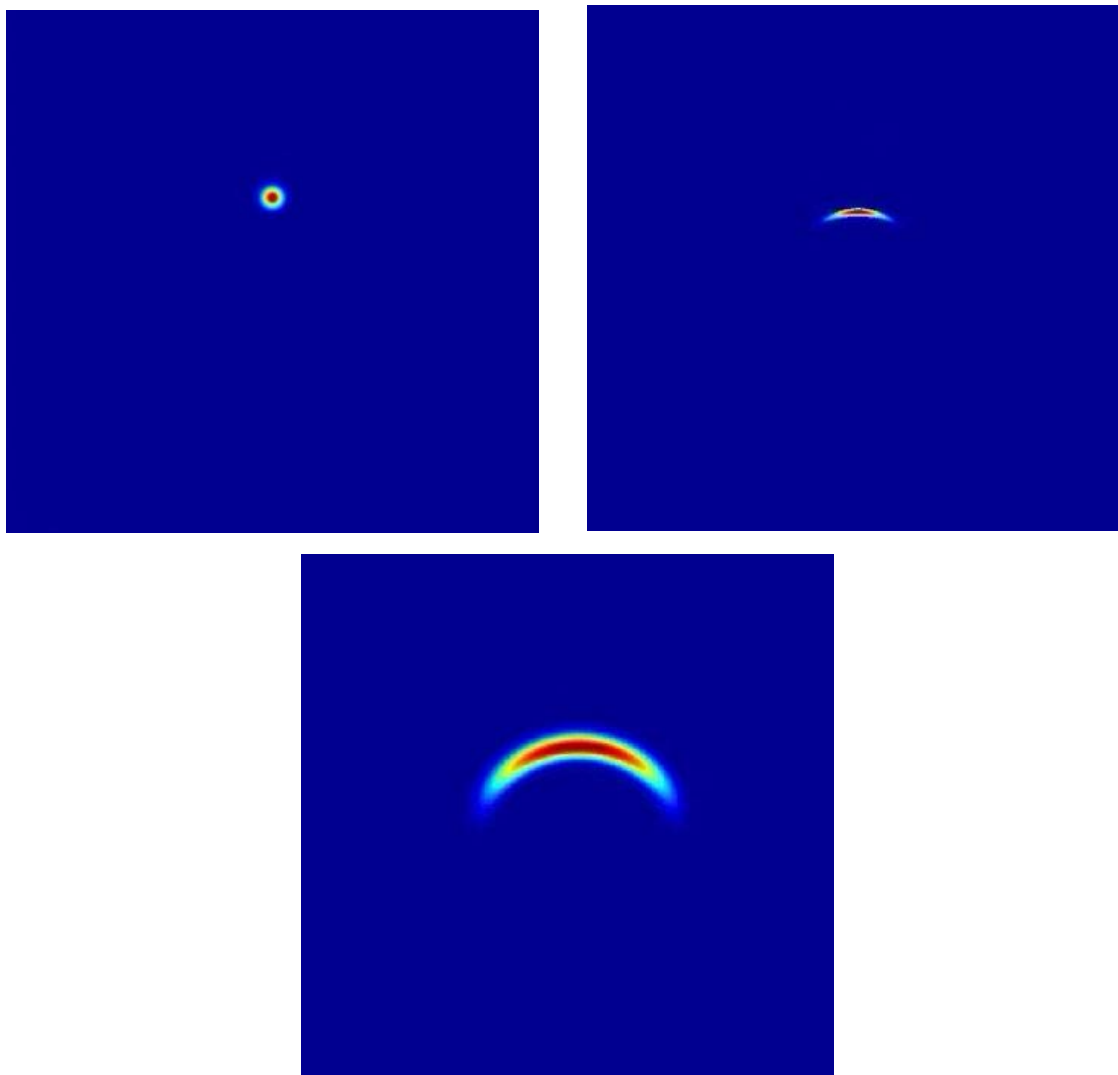
Нелинейная длина $I_{\text{нл}} = (k\sqrt{I_0})^{-1} = 0.0545 \text{ см}$

$$l_{\text{дл}} = \frac{k_1 a^2}{2} = \frac{\pi n_1 a^2}{\lambda_1}, \quad D_1 = \frac{1}{2 k_1 a^2} = \frac{l}{4 l_{\text{дл}}}$$

$$l_{\text{дл}} = 47 \text{ см}, \quad l = 4.7 \text{ см}, \quad D = 0.025$$

Нелинейная длина $I_{\text{нл}} = (k\sqrt{I_0})^{-1} = 0.0545 \text{ см}$

В результате была получена анимационная модель взаимодействия пучков при разной конфигурации.



Список литературы

1. Борн М., Вольф Э., Основы оптики, пер. с англ. М.: Наука, 1973. 720 с.
2. Тарасов Л.В., Тарасова А.Н., Беседы о преломлении света. 2-е изд. М.: Изд-во ЛКИ, 2008. 176 с.
3. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах.– М.: Наука, 1973. 344 с.
4. Виноградова М.Б., О.В. Руденко, Сухоруков А.П., Теория волн. 2-е изд. М.: Наука. 1990. 432 с.

5. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. Оптические солитоны. От световодов к фотонным кристаллам, пер. с англ. М.: Физматгиз, 2005. 648 с.
6. Лобанов В.Е., Сухоруков А.П. // Изв. РАН. Сер. физ. 2005. Т. 69. № 12. С. 1775.
7. Sukhorukov A.P., Lobanov V.E., Ermakova S.V. // Proc. of SPIE. 2006. V. 6181. 61810S.
8. Лобанов В.Е., Сухорукова А.К., Сухоруков А.П. // Квантовая электроника. 2008. Т. 38. № 10. С. 951.
9. Кабакова И.В., Сухоруков А.П. // Изв РАН. Сер. физ. 2006. Т. 70. № 12. С. 1752.
10. Кабакова И.В., Сухоруков А.П. // Изв РАН. Сер. физ. 2008. Т. 72. № 1. С. 8.
11. Калинович А.А., Лобанов В.Е., Сухоруков А.П. // Изв. РАН. Сер. физ. 2008. Т. 72. № 1. С. 12.
12. Lobanov V.E., Kalinovich A.A., Sukhorukov A.P., F. Bennet, D. Neshev // Laser Physics. 2009. V. 19, No. 5. P. 1112.
13. Камке Э. Справочник по дифференциальным уравнениям в частных производных первого порядка, пер. с нем. М.: Наука, 1966. 260 с.
14. Fleischer J.W., Carmon T., Segev M., Efremidis N.K., Christodoulides D.N. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90. No. 2. P. 023902.
15. Ахманов С.А., Сухоруков А.П., Хохлов Р.В. // УФН. 1967. Т. 93. № 1. С. 19.
16. Khamis E.G., Gammal A., El G.A., Gladush Yu.G., Kamchatnov A.M. // Phys. Rev. A. 2008. V. 78. P. 013829.
17. G.I. Stegeman, D.J. Hagan, L. Torner. $\chi^{(2)}$ cascading phenomena and their applications to all-optical signal processing mode-locking pulse compression, and solitons.