

К.В. Жариков, И.Г. Захарова, В.Ф. Марченко

**ОТРАЖЕНИЕ И ТУННЕЛИРОВАНИЕ  
ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА В ЗАПРЕЩЕННОЙ  
ПОЛОСЕ ФОТОННОГО КРИСТАЛЛА**

# Доклад состоит из двух частей

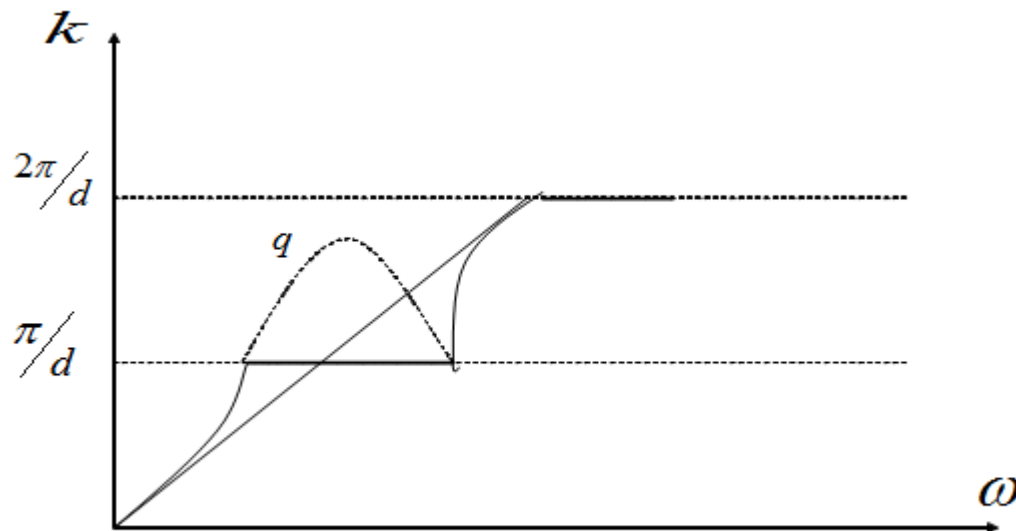
- а) Форма и временной сдвиг при отражении гауссова импульса, падающего на периодическую структуру с частотой, лежащей в первой запрещенной полосе
- б) Определение времени прохождения импульса через одномерный фотонный кристалл конечной толщины

# Падение импульса на фотонный кристалл



$$n(z) = n_0 [1 + n_1 \cos(Kz)], \quad n_1 \ll n_0$$

$$k = \frac{\pi}{d} + iq$$



$$q = \sqrt{\alpha^2 - \delta^2}$$

$$\delta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} - \frac{\pi}{d}$$

Качественная зависимость  $k$  и  $q$  от частоты.

# Спектральный метод

$$E_{\text{отр}}(t, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\omega, l) \Phi(\omega) \exp(-i\omega t) d\omega$$

$$E_{\text{прош}}(t, l) = \int_{-\infty}^{\infty} T(\omega, l) \Phi(\omega) \exp(-i\omega t + ik l) d\omega$$

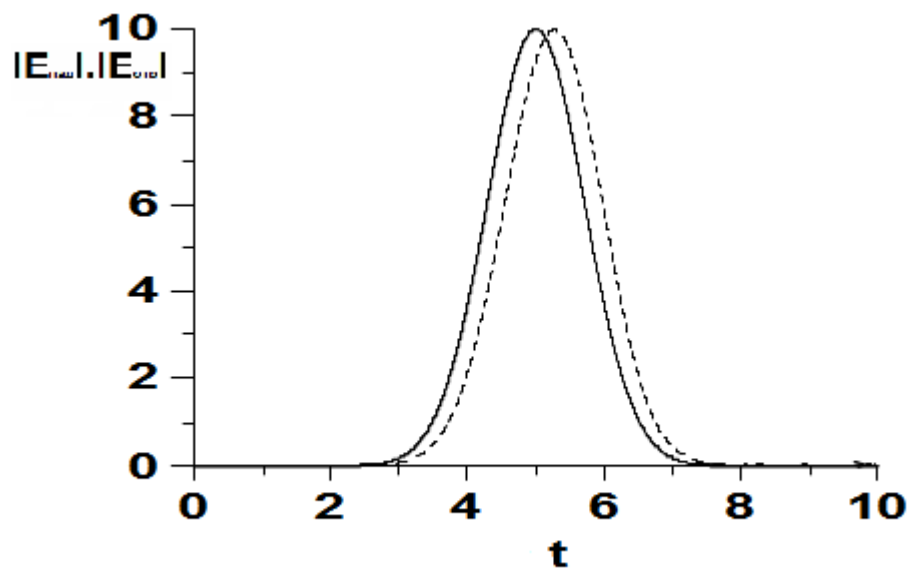
$$R(\omega, l) = \frac{E_{\text{отр}}(\omega, l)}{E_{\text{над}}(\omega)} = \frac{i\alpha \operatorname{sh}(ql)}{q \operatorname{ch}(ql) - i\delta \operatorname{sh}(ql)} \quad \text{- коэффициент отражения}$$

$$q = \sqrt{\alpha^2 - \delta^2} \quad \delta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon} - \frac{\pi}{d}$$

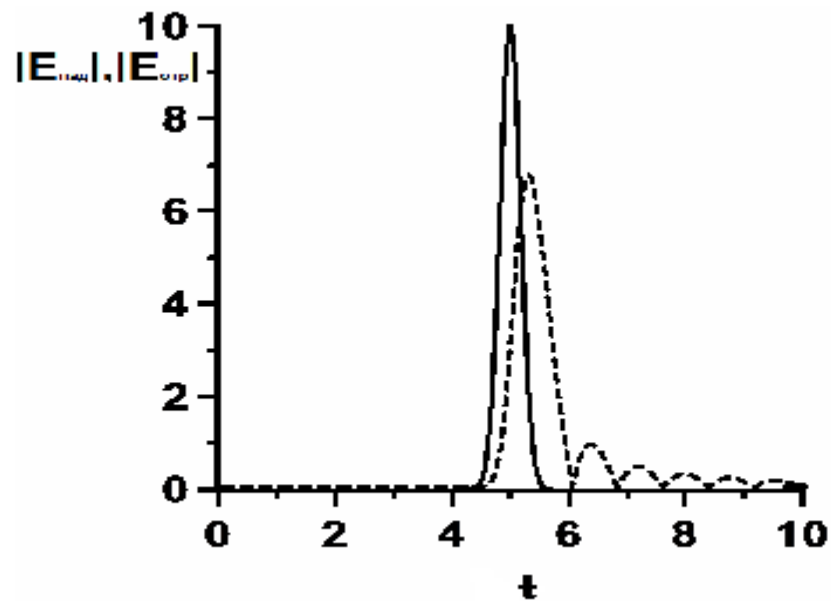
$$T(\omega, l) = \frac{E_{\text{прош}}(\omega, l)}{E_{\text{над}}(\omega)} = \frac{q e^{-i\frac{\pi}{d}l}}{q \operatorname{ch}(ql) - i\delta \operatorname{sh}(ql)} \quad \text{- коэффициент прохождения}$$

# Форма отраженного импульса

$$R = |R|e^{i\psi} \quad \tau_g = \frac{\partial \psi}{\partial \omega} R$$

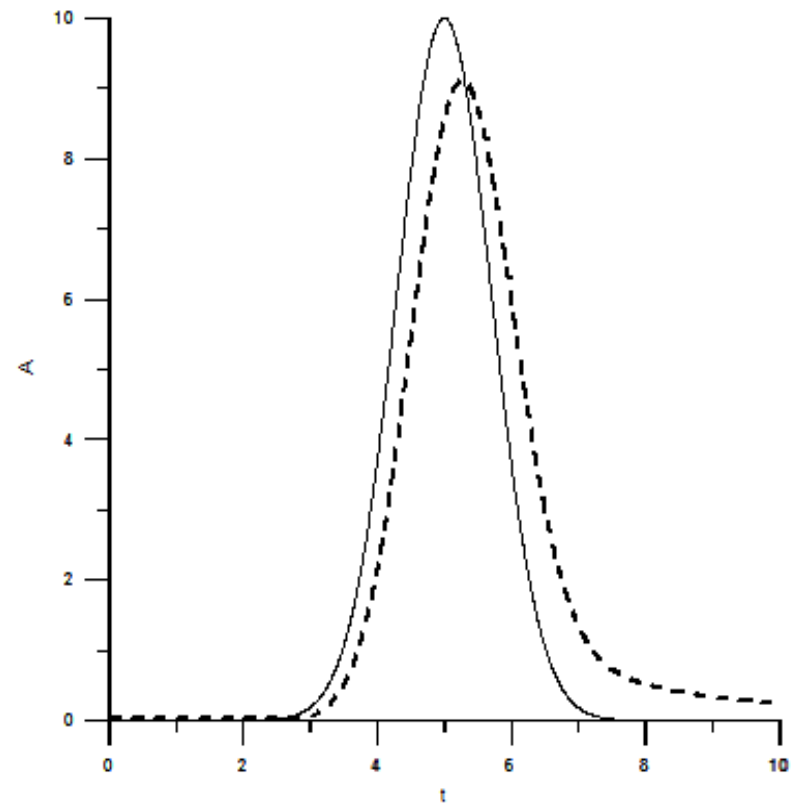
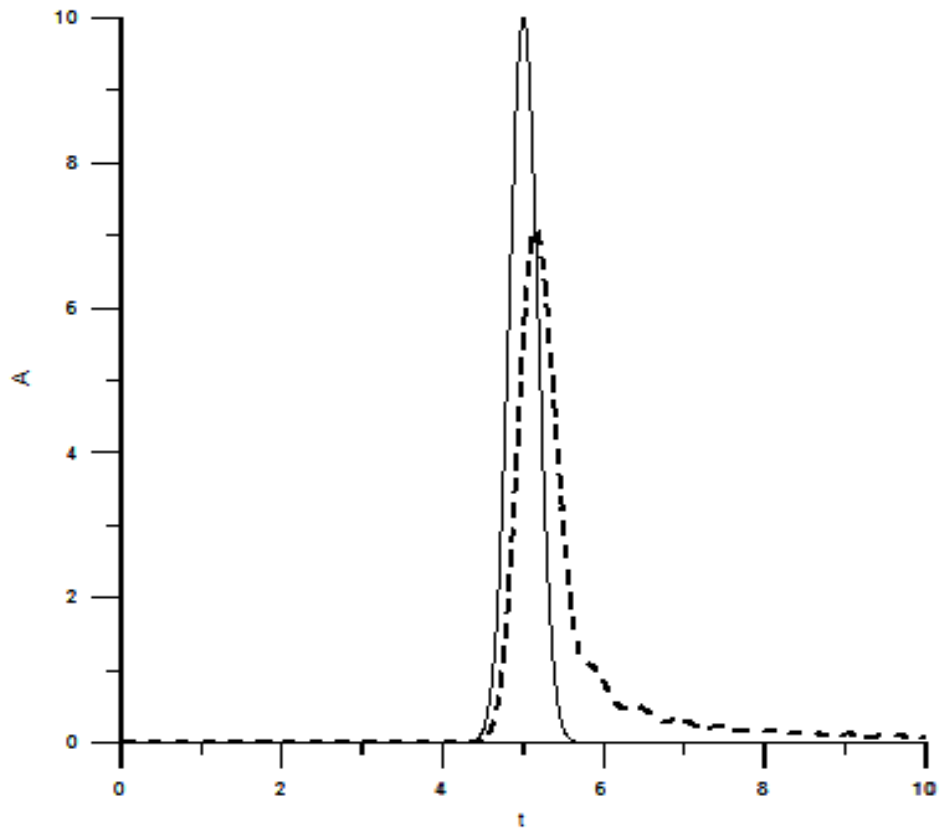
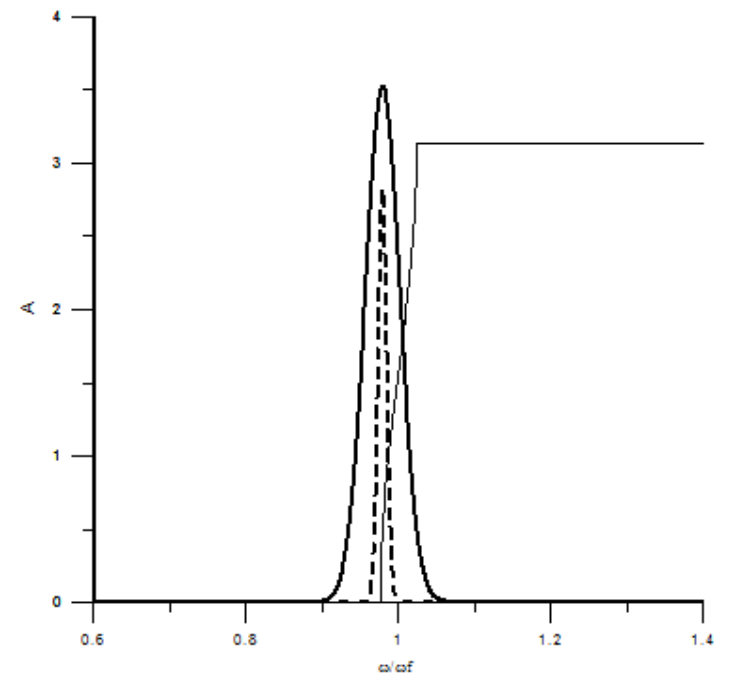


Спектр целиком внутри полосы



Спектр превосходит  
ширину полосы

Отраженный импульс для спектра,  
лежащего на границе  
запрещенной полосы



# Эффект Хартмана

1962 г. Хартман получает соотношение для квантового туннелирования частицы под барьером.

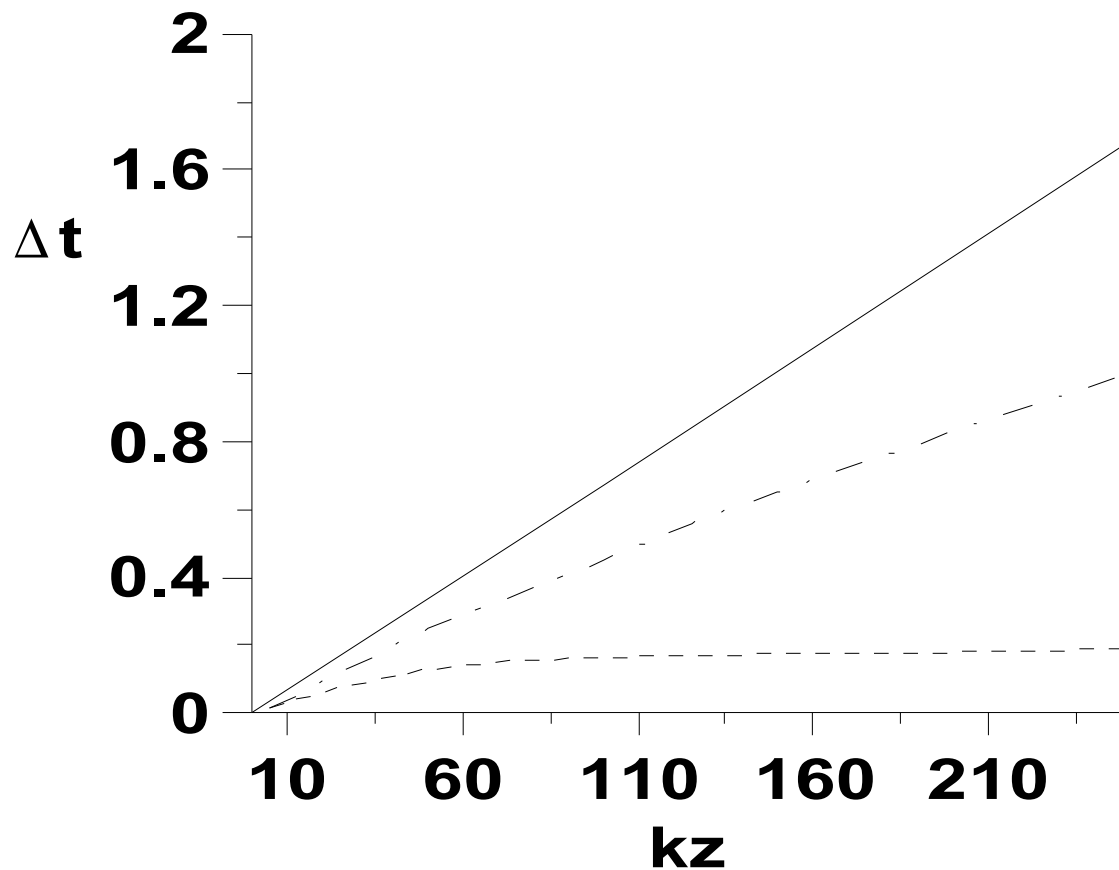
$$\tau_P = \frac{\hbar}{\sqrt{E(U_0 - E)}}$$

Формальное сходство уравнений Шредингера и Гельмгольца. Проверка эффекта на классическом туннелировании световых импульсов.

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ

$$R = |R|e^{i\psi} \quad \psi_T = \psi_R + \frac{\pi}{2} \quad \tau_g = \frac{\partial \psi_T}{\partial \omega} = \frac{\partial \psi_R}{\partial \omega}$$

Эффект Хартмана





# Полное поле внутри фотонного кристалла

Метод связанных уравнений

$$\frac{i}{v} \frac{\partial E_1}{\partial t} + i \frac{\partial E_1}{\partial z} + \Delta E_1 + \kappa E_2 = 0$$

$$\frac{i}{v} \frac{\partial E_2}{\partial t} - i \frac{\partial E_2}{\partial z} + \Delta E_2 + \kappa E_1 = 0$$

$$E_1(0) = E_{10}, E_2(l) = 0$$

$$E_1, E_2 \sim e^{-i\Omega t}$$

$$E_1, E_2 \sim e^{qz}$$

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_0}}$$

$$\bar{\Delta} = \frac{\Omega}{v} + \Delta$$

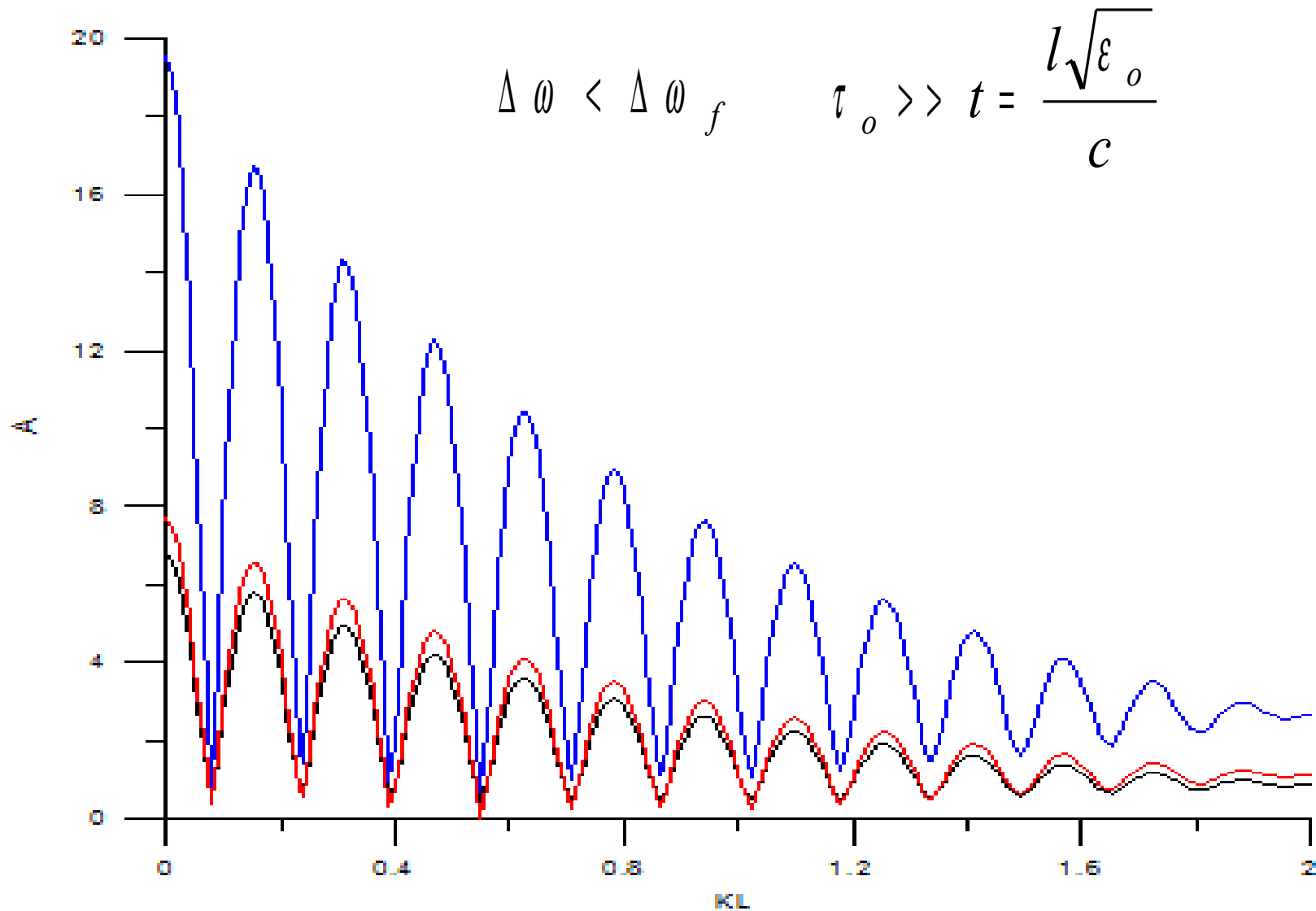
$$q = \pm \sqrt{k^2 - \bar{\Delta}^2}$$

$$E_1 = E_{10} \frac{qchq(z-l) + i\bar{\Delta} shq(z-l)}{qchql - i\bar{\Delta} shql}$$

$$E_2 = -iE_{10}\kappa \frac{shq(z-l)}{qchql - i\bar{\Delta} shql}$$

# Стоячая волна внутри фотонного кристалла

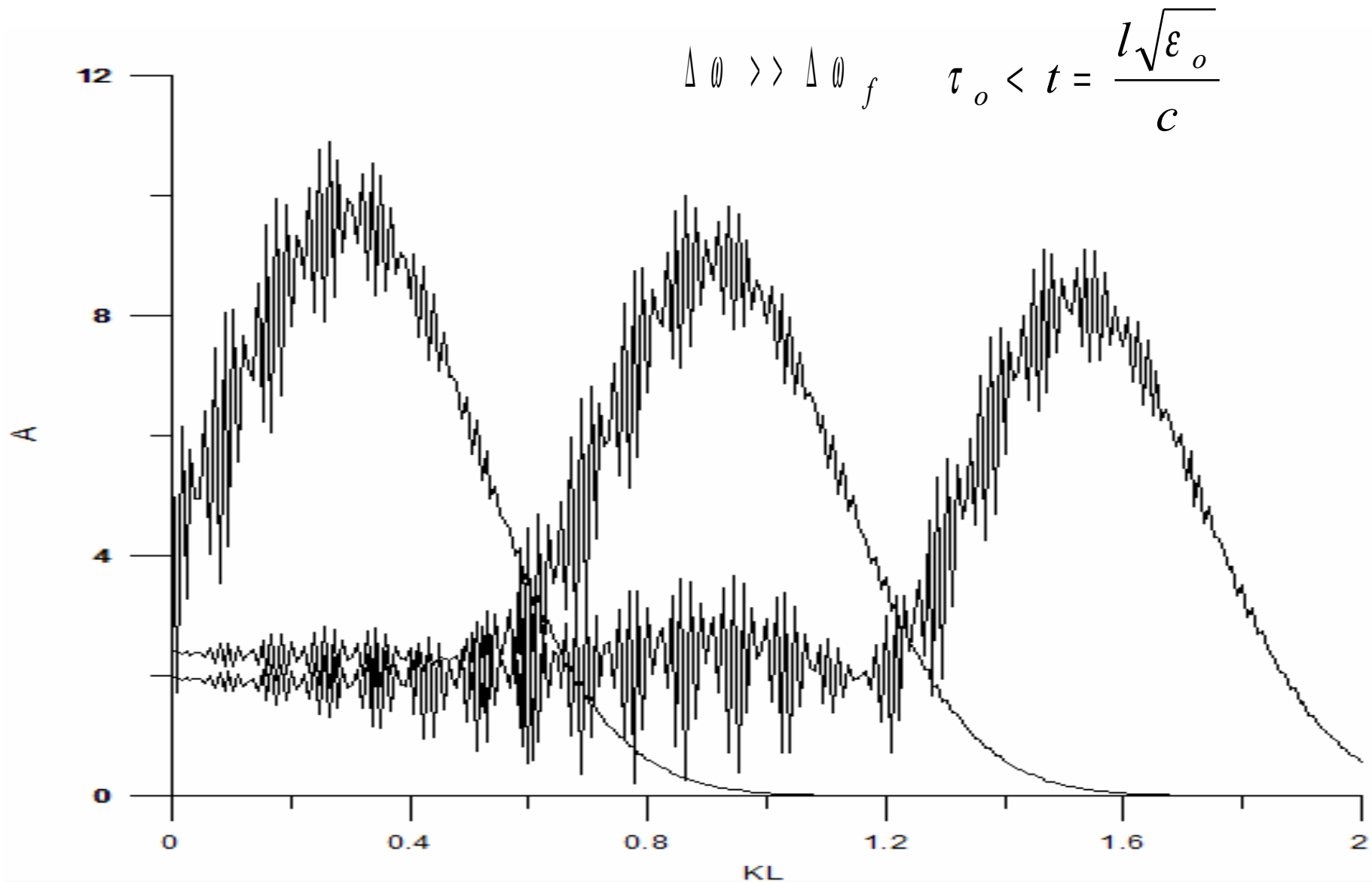
для трех моментов времени в запрещенной полосе



$$\Delta \omega < \Delta \omega_f \quad \tau_o \gg t = \frac{l\sqrt{\epsilon_o}}{c}$$

$$\kappa = 0.05$$

Вид полного поля внутри кристалла,  
 для 3 последовательных моментов времени при  $\kappa = 0.005$



# Выводы

1. Получены форма и спектр отраженных и прошедших импульсов для различных случаев положения и ширины спектра входного импульса

2. Продемонстрирован эффект Хартмана и условия его наблюдения:

а) если спектр падающего импульса целиком лежит внутри запрещенной полосы, то кристалл ведет себя как сосредоточенный реактивный элемент и вводить групповую скорость физически не оправдано

б) если длительность импульса меньше времени его прохождения через слой, то спектр импульса оказывается шире частотной брэгговской полосы и эффект Хартмана не наблюдается (групповая скорость всегда меньше фазовой)