

Нелинейная среда с сильной дисперсией.

(Нелинейная оптика.)

Взаимодействие волновых пакетов.

19.1. В приближении заданного поля при генерации второй гармоники коротким импульсом накачки написать систему укороченных уравнений для огибающих импульсов основного излучения и второй гармоники, и найти ее решение для начального импульса с огибающей $E_1 = \frac{E_{10}}{\text{ch}(\frac{t}{T_1})}$ при $v_{21} \neq 0$ и $\Delta k = 0$.

19.2. В приближении заданного поля при генерации второй гармоники коротким импульсом накачки написать систему укороченных уравнений для огибающих импульсов основного излучения и второй гармоники и определить зависимость $|A_2(x)|_{\text{max}}$ для начального импульса с огибающей $E_1 = \frac{E_{10}}{\text{ch}(\frac{t}{T_1})}$ при $v_{21} \neq 0$, $\Delta k = 0$ и

$$x > L_{v_{21}}.$$

19.3. Вторая гармоника возбуждается δ -импульсом $I_1 = I_{10}\delta(\frac{t}{T_1})$. Найти зависимость огибающей второй гармоники $|A_2|$ и энергии $W = \int |A_2|^2 dt$ от расстояния при $v_{21} > 0$ и $\Delta k = 0$.

19.4. Вторая гармоника возбуждается прямоугольным импульсом интенсивности I_{10} и длительности T_0 . Найти зависимость огибающей второй гармоники $|A_2|$ и энергии $W = \int |A_2|^2 dt$ от расстояния при $v_{21} = 0$ и $\Delta k = 0$.

Нарисовать (качественно) форму огибающей импульса второй гармоники на расстояниях $x = \frac{L_{v_{21}}}{2}$, $x = L_{v_{21}}$, $x = 2L_{v_{21}}$ при $v_{21} > 0$.

Самовоздействие волн и волновых пучков.

20.1. Написать укороченное уравнение для комплексной амплитуды волны, испытывающей самовоздействие в нелинейной среде. Найти его решение в отсутствии поглощения ($\varepsilon = \varepsilon_0' + \varepsilon_{\text{нл}}'(|E|^2)$). Чему равна фазовая скорость волны в этом случае?

20.2. Из укороченного уравнения для комплексной амплитуды волны, испытывающей самовоздействие в нелинейной среде, получить закон изменения интенсивности волны с расстоянием при отсутствии нелинейной дисперсии и малом линейном поглощении ($\varepsilon = \varepsilon_0 - i\varepsilon_2'' A_0^2$, $\varepsilon_2'' = \text{const}$, A_0 - действительная амплитуда). Какой должна быть толщина нелинейного кристалла, чтобы он мог быть использован как ограничитель интенсивности волн?

20.3. Через слабо поглощающий слой кубично-нелинейной среды с коэффициентом поглощения $\delta_1 = \delta_1 + \delta_{21}I$ ($\delta_1 = \frac{k\varepsilon_0''}{2\varepsilon_0'}$, $\delta_{21} = \frac{k\varepsilon_2''}{2\varepsilon_0'} \cdot \frac{8\pi}{\text{сн}}$) проходит электромагнитное излучение, имеющее начальную интенсивность $I_{\%0} = I_0$.

Если $\delta_1 \neq 0, \delta_{21} = 0$ или $\delta_1 \approx 0, \delta_{21} \neq 0$, то $I_{\%0\text{hh}} = I_0/2$. Чему равна выходная интенсивность при наличии и линейного и нелинейного поглощения ($\delta_1 \neq 0, \delta_2 \neq 0$)? Нелинейную дисперсию не учитывать.

20.4. Плоская электромагнитная волна проходит через слой кубично-нелинейной среды толщины L . Линейное поглощение пренебрежимо мало, а коэффициент нелинейного поглощения $\delta = \delta_{21}I$. При входной интенсивности $I_{\%0} = I_0$ на выходе слоя $I_{\text{вых}} = I_0/2$. Чему равна выходная интенсивность, если входную интенсивность увеличить в 3 раза? Нелинейную дисперсию не учитывать.

20.5. Из уравнения для комплексной амплитуды волнового пучка в кубично-нелинейной среде вывести формулу для фокусного расстояния тонкой нелинейной линзы при прохождении через нее гауссова пучка $E_0 = E_{00} \exp(-r^2/a_0^2)$. Поглощение не учитывать.

- 20.6. Из уравнения для комплексной амплитуды волнового пучка в кубично-нелинейной среде вывести формулу для расходимости гауссова пучка $E_0 = E_{00} \exp(-r^2/a_0^2)$, прошедшего тонкий слой нелинейной среды. Поглощение в слое не учитывать.
- 20.7. На слой кубично-нелинейной среды падает гауссов пучок $E_0 = E_{00} \exp(-r^2/a_0^2)$. Начальный радиус пучка $a_0 = 2$ см, толщина нелинейного слоя $L = 10$ см; $\frac{|\varepsilon_2| E_{00}^2}{\varepsilon_0'} = 10^{-4}$. Является рассматриваемый слой нелинейной среды тонкой или толстой нелинейной линзой? Определить фокусное расстояние линзы. Поглощение в слое не учитывать.
- 20.8. На слой кубично-нелинейной среды падает гауссов пучок $E_0 = E_{00} \exp(-r^2/a_0^2)$. Начальный радиус пучка $a_0 = 1$ мм, толщина нелинейного слоя $L = 10$ см; $\frac{|\varepsilon_2| E_{00}^2}{\varepsilon_0'} = 10^{-4}$. Является рассматриваемый слой нелинейной среды тонкой или толстой нелинейной линзой? Определить фокусное расстояние линзы. Поглощение в слое не учитывать.
- 20.9. На каком расстоянии сфокусируется гауссов пучок $E_0 = E_{00} \exp(-r^2/a_0^2)$ после прохождения тонкого фокусирующего слоя кубично-нелинейной среды толщины L с $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 |A|^2$ при наличии линейного поглощения? ($\varepsilon_0 = \varepsilon_0' - i\varepsilon_0''$; $\varepsilon_2 > 0$).
- 20.10. Какую расходимость приобретет гауссов пучок $E_0 = E_{00} \exp(-r^2/a_0^2)$ после прохождения тонкого дефокусирующего слоя кубично-нелинейной среды толщины L с $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 |A|^2$ при наличии линейного поглощения? ($\varepsilon_0 = \varepsilon_0' - i\varepsilon_0''$; $\varepsilon_2 < 0$).
- 20.11. Как изменится фокусное расстояние тонкой нелинейной линзы толщины L , если одновременно увеличить радиус проходящего через нее гауссова пучка в 3 раза и уменьшить толщину линзы в 2 раза? (Диэлектрическая проницаемость кубично-нелинейной среды $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 |A|^2$, где $\varepsilon_0 = \varepsilon_0' - i\varepsilon_0''$; $\varepsilon_2 > 0$). Рассмотреть случаи: а) $\varepsilon_0'' \neq 0$; б) $\varepsilon_0'' \approx 0$.
- 20.12. Как изменится расходимость гауссова пучка при прохождении тонкой нелинейной линзы толщины L , если одновременно увеличить радиус пучка в 2 раза, а толщину линзы в 4 раза? (Диэлектрическая проницаемость кубично-нелинейной среды $\varepsilon = \varepsilon_0 + \varepsilon_2 |A|^2$, где $\varepsilon_0 = \varepsilon_0' - i\varepsilon_0''$; $\varepsilon_2 < 0$). Рассмотреть случаи: а) $\varepsilon_0'' \neq 0$; б) $\varepsilon_0'' \approx 0$.
- 20.13. Написать уравнение для безразмерного радиуса круглого гауссова пучка и его решение в дефокусирующей среде ($\varepsilon = \varepsilon_0' + \varepsilon_2 \cdot |A|^2$, $\varepsilon_2 < 0$) при учете дифракции и нелинейной рефракции. Ввести понятие полной и критической мощности круглого гауссова пучка. Получить выражение для угловой расходимости в дальнем поле через полную мощность P_0 и критическую мощность $P_{кр}$. Нарисовать зависимость безразмерной ширины пучка от расстояния.
- 20.14. Написать уравнение для безразмерного радиуса круглого гауссова пучка и получить его решение в фокусирующей среде ($\varepsilon = \varepsilon_0' + \varepsilon_2 \cdot |A|^2$, $\varepsilon_2 > 0$) при учете дифракции и нелинейной рефракции. Что такое полная мощность круглого гауссова пучка, критическая мощность и длина самофокусировки?. Нарисовать зависимость безразмерной ширины пучка от расстояния при различных соотношениях полной мощности P_0 и критической мощности $P_{кр}$.
- 20.15. В дефокусирующей кубично-нелинейной среде найти угловую расходимость гауссова пучка с $\lambda = 1.06$ мкм и поперечным радиусом $a_0 = 1.4$ мм, если $\frac{|\varepsilon_2| E_{00}^2}{\varepsilon_0'} = 10^{-4}$. (E_{00} - амплитуда в центре пучка).
- 20.16. Найти длину самофокусировки светового пучка с $\lambda = 1.06$ мкм и поперечным радиусом $a_0 = 1$ мм при 10-кратном превышении критической мощности.