

**Нелинейные оптические волны в среде с сильной дисперсией.
(Нелинейная оптика.)**

Вторая гармоника.

17.0 С помощью метода ММА из уравнений Максвелла для идеального диэлектрика в первом приближении получить укороченные уравнения для комплексных амплитуд взаимодействующих первой и второй гармоник.

17.1 На какой частоте ω_1 возможен фазовый синхронизм при генерации второй гармоники в квадратично-нелинейной среде с дисперсией $\omega = \alpha k - \beta k^3 + \gamma k^5$ ($\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0$)? Какова размерность коэффициентов α, β, γ ?

17.2 На какой частоте ω_1 возможен фазовый синхронизм при генерации второй гармоники в квадратично-нелинейной среде с дисперсией $\omega = \alpha k - \beta k^2 + \gamma k^4$ ($\alpha > 0, \beta > 0, \gamma > 0$)? Какова размерность коэффициентов α, β, γ ?

17.3 В рамках приближения заданного поля при генерации второй гармоники вывести зависимость амплитуд основной волны и второй гармоники от расстояния. Нарисовать график.

17.4 Что такое $L_{\text{нл}}$ и $L_{\text{ког}}$ при генерации второй гармоники? Получить соотношение между $L_{\text{нл}}$ и $L_{\text{ког}}$, при котором справедливо приближение заданного поля при генерации второй гармоники.

17.5 Гелий-неоновый лазер генерирует в нелинейном кристалле слабую вторую гармонику с $\lambda_{20} = 1.695$ мкм. Известно, что амплитуда второй гармоники достигает максимального значения на длине 0.8475 мм. Чему равна в этом кристалле длина нелинейного взаимодействия, если $n_2 < n_1$? ($n_1 = 1.016$; $\gamma E_{10} = 1.096 \cdot 10^{-5}$).

17.6 Лазер на неодимовом стекле ($\lambda_{10} = 1.058$ мкм) возбуждает в нелинейном кристалле слабую вторую гармонику. Из эксперимента известно, что на выходе кристалла амплитуда второй гармоники равна нулю, причем на длине кристалла укладывается 50 максимумов $|A_2|$. Определить разность показателей преломления основной волны и второй гармоники, если длина кристалла $L = 1$ см.

17.7 При какой разности показателей преломления основной волны и слабой второй гармоники отношение $\frac{L_{\text{нл}}}{L_{\text{ког}}} = 50$, если известно, что $\gamma E_{10} = 0.652 \cdot 10^{-4}$; $n_2 = 1.45$; $\gamma_2 = \frac{\omega \gamma}{c n_2}$.

17.8 Из эксперимента известно, что в нелинейном кристалле амплитуда слабой второй гармоники достигает первого минимума на расстоянии $L = 0.5$ см. Найти длину волны второй гармоники в вакууме, если $n_1 = 1.0015$; $n_2 = 1.0016$.

17.9 Пучок импульсного рубинового лазера генерирует в кристалле кварца слабую вторую гармонику с $\lambda_{20} = 0.397$ мкм. Амплитуда второй гармоники достигает максимума на длине 8 мкм. Чему равна разность показателей преломления основной волны и второй гармоники?

17.10 Полупроводниковый лазер на арсениде галлия ($\lambda_{10} = 0.84$ мкм) возбуждает в нелинейном кристалле вторую гармонику. Длина нелинейного взаимодействия $L_{\text{нл}} = 21$ см. При каких значениях $|\Delta k|$ и $|n_2 - n_1|$ будет справедливо приближение заданного поля?

17.11 При каком условии в одноосном отрицательном кристалле с квадратичной нелинейностью возможен фазовый синхронизм обыкновенной волны первой гармоники и необыкновенной волны второй гармоники, если $n_2^{(o)} > n_1^{(o)} \geq n_2^{(e)} > n_1^{(e)}$? Для иллюстрации нарисовать волновые поверхности.

17.12 В нелинейном одноосном отрицательном кристалле с квадратичной нелинейностью световая волна обыкновенной поляризации возбуждает вторую гармонику необыкновенной поляризации. Найти направление фазового синхронизма θ_c , если известны компоненты тензора показателя преломления $n_{\perp}(\omega) = 1,496$; $n_{\perp}(2\omega) = 1,515$; $n_{//}(2\omega) = 1,472$.

17.13 Для случая сильного взаимодействия двух гармоник при фазовом синхронизме получить зависимость амплитуд основной волны и второй гармоники от расстояния. Нарисовать график. На каком расстоянии амплитуды первой и второй гармоник будут равны?

17.14 В удвоителе частоты эффективность преобразования энергии во вторую гармонику при фазовом синхронизме составляет 50%. Чему будет равна эта эффективность при уменьшении длины нелинейного кристалла вдвое?

17.15 В удвоителе частоты эффективность преобразования энергии во вторую гармонику при фазовом синхронизме составляет 25%. Чему будет равна эта эффективность при увеличении длины нелинейного кристалла вчетверо?

17.16 В удвоителе частоты эффективность преобразования энергии во вторую гармонику при фазовом синхронизме составляет 50%. Чему будет равна эта эффективность при увеличении длины нелинейного кристалла вдвое?

17.17 В кристалле с квадратичной нелинейной восприимчивостью $\chi^{(2)} = 10^{-9}$ CGSE происходит синхронное удвоение частоты света. При какой интенсивности падающего излучения с $\lambda_1 = 1$ мкм на расстоянии 1 см трансформируется 58% энергии основного излучения в энергию второй гармоники, если $n_1 = n_2 = 1.5$? (Указание: $\text{th}^2 1 = 0.58$).

Трехчастотное взаимодействие.

18.1 В квадратично-нелинейной среде с дисперсией $k = \alpha\omega - \beta\omega^3 + \gamma\omega^5$ распространяются три волны с частотами $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. При какой частоте ω_3 можно осуществить фазовый синхронизм этих волн, если $\omega_1 = 0.4\omega_3$?

18.2 В квадратично-нелинейной среде с дисперсией $k = \alpha\omega - \beta\omega^2 + \gamma\omega^4$ распространяются три волны с частотами $\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$. При какой частоте ω_3 можно осуществить фазовый синхронизм этих волн, если $\omega_2 = 0.3\omega_3$?

18.3 Из укороченных уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн вывести соотношения Мэнли-Роу при трехчастотном взаимодействии ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$). Записать эти соотношения для интенсивностей и числа квантов.

18.4 Выписать соотношения Мэнли-Роу при трехчастотном взаимодействии ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$). Из соотношений Мэнли-Роу вывести пределы изменения квадратов действительных амплитуд, интенсивностей и числа квантов для случая, когда мощной является волна на частоте а) ω_1 , б) ω_2 . Доказать устойчивость (малое изменение интенсивности) мощной низкочастотной волны при трехчастотном взаимодействии.

18.5 В приближении заданного поля мощной низкочастотной волны при трехчастотном взаимодействии написать систему укороченных уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн и найти ее решение при $\Delta k \neq 0$. Определить зависимость периода пространственных осцилляций квадратов действительных амплитуд L_B от Δk . Нарисовать график $L_B = f(\Delta k)$.

18.6. В приближении заданного поля мощной низкочастотной волны при трехчастотном взаимодействии написать систему укороченных уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн и найти ее решение при $\Delta k = 0$. Рассмотреть случаи генерации суммарной и разностной частоты. Нарисовать график зависимости интенсивности слабых волн от расстояния.

18.7 При трехчастотном взаимодействии в заданном поле мощной волны на частоте ω_1 амплитуды волн на частотах ω_2 и ω_3 испытывают пространственные осцилляции с периодом $L_0 = 1$ см при $\Delta k = 0$. При какой фазовой расстройке Δk период пространственных осцилляций сократится в два раза?

18.8 При трехчастотном взаимодействии интенсивности волн на входе нелинейного кристалла $I_{10} = 900I_0$, $I_{20} = 40I_0$, $I_{30} = 0$, причем $\omega_1 = 0.25\omega_3$. Используя соотношения Мэнли-Роу, найти минимальные и аксимальные значения всех интенсивностей I_j и числа квантов N_j ($j=1,2,3$). Нарисовать графики зависимостей I_j и N_j от расстояния.

18.9 При трехчастотном взаимодействии интенсивности волн на входе нелинейного кристалла $I_{10} = 0$, $I_{20} = 400I_0$, $I_{30} = 50I_0$, причем $\omega_1 = 0.3\omega_3$. Используя соотношения Мэнли-Роу, найти минимальные и максимальные значения всех интенсивностей I_j и числа квантов N_j ($j=1,2,3$). Нарисовать графики зависимостей I_j и N_j от расстояния.

18.10 При трехчастотном взаимодействии интенсивности волн на входе нелинейного кристалла $I_{10} = 1000I_0$, $I_{20} = 12I_0$, $I_{30} = 0$, причем $\omega_1 = 0.4\omega_3$, используя соотношения Мэнли-Роу, найти минимальные и максимальные значения всех интенсивностей I_j и числа квантов N_j ($j=1,2,3$). Нарисовать графики зависимостей I_j и N_j от расстояния.

18.11 При трехчастотном взаимодействии интенсивности волн на входе нелинейного кристалла $I_{10} = 0$, $I_{20} = 800I_0$, $I_{30} = 10I_0$, причем $\omega_1 = 0.2\omega_3$. Используя соотношения Мэнли-Роу, найти минимальные и максимальные значения всех интенсивностей I_j и числа квантов N_j ($j=1,2,3$). Нарисовать графики зависимостей I_j и N_j от расстояния.

18.12 В случае распадной неустойчивости высокочастотной волны при трехчастотном взаимодействии написать систему укороченных уравнений для комплексных амплитуд взаимодействующих волн и найти ее решение. При каком условии возможно параметрическое усиление слабых волн?

18.13 В параметрическом усилителе субгармоники максимальный инкремент, достигаемый при фазовом синхронизме, равен $\Gamma_0 = 1\text{см}^{-1}$. При какой фазовой расстройке Δk инкремент уменьшается в два раза?